

Chương

3

# HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

## Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### 1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

- Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  là hệ thức có dạng  $ax + by = c$ , trong đó  $a, b, c$  là các số thực ( $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ ).

#### 2. Tập nghiệm và biểu diễn tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

- Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

Cặp số  $x_0; y_0$  gọi là nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  nếu có đẳng thức  $ax_0 + by_0 = c$

Ta cũng viết: nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  là  $x; y = x_0; y_0$ . Với cách viết này, cần hiểu rằng  $x = x_0; y = y_0$ .

**Lưu ý:** + Đối với phương trình bậc nhất hai ẩn, khái niệm tập nghiệm và khái niệm nghiệm của phương trình tương đương cũng tương tự như đối với phương trình một ẩn.

+ Các quy tắc chuyển vế và quy tắc để biến đổi phương trình bậc nhất hai ẩn.

- Tổng quát: Một phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c(*)$  có vô số nghiệm.

Điều kiện	Dạng phương trình $ax + by = c$	Tập nghiệm
$\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$	$by = c \Leftrightarrow y = \frac{c}{b}$	$S = \left\{ \left( x; \frac{c}{b} \right) \mid x \in \mathbb{R} \right\}$
$\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$	$ax = c \Leftrightarrow x = \frac{c}{a}$	$S = \left\{ \left( \frac{c}{a}; y \right) \mid y \in \mathbb{R} \right\}$
$\begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$	$ax + by = c \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$	$S = \left\{ \left( x; -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \right) \mid x \in \mathbb{R} \right\}$

- Biểu diễn tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ : Tập nghiệm  $S$  của phương trình (\*) được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$  và kí hiệu là  $d$ . Biểu diễn tập nghiệm  $S$  trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , tức là vẽ đường thẳng  $d$  trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ .

Điều kiện	Dạng phương trình đường thẳng $d$	Tính chất của đường thẳng $d$
$\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$	$by = c \Leftrightarrow y = \frac{c}{b}$	Song song hoặc trùng với trục hoành, vuông góc với trục tung.

$\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$	$ax = c \Leftrightarrow x = \frac{c}{a}$	Song song hoặc trùng với trục tung, vuông góc với trục hoành.
$\begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$	$ax + by = c \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$	Đồ thị của $d$ là đồ thị hàm số bậc nhất $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** Nhận biết hàm số bậc nhất  $y = ax + b$

- Hàm số bậc nhất một ẩn có dạng  $y = ax + b$   $a \neq 0$ .

**Ví dụ 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào xác định một hàm số bậc nhất dạng  $y = ax + b$ ?

- a)  $y = 2x$ ; **ĐS:** Có.    b)  $y - 2x = 0$ ; **ĐS:** Có.
- c)  $y = x + 2$ ; **ĐS:** Có.    d)  $x - y + 2 = 0$ ; **ĐS:** Có.
- e)  $0x + y = -1$ ; **ĐS:** Không.    f)  $4x - 0y = 12$ . **ĐS:** Không.

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 2:** Kiểm tra các cặp số cho trước có là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn không?

- Thay giá trị  $x = x_0; y = y_0$  vào phương trình đã cho.
- Nếu cặp  $x_0; y_0$  làm cho đẳng thức  $ax_0 + by_0 = c$  đúng thì  $x_0; y_0$  là nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  và ngược lại.

**Ví dụ 2.** Cho các cặp số  $(0; 0), (0; -1), (3; -1)$ , cặp số nào là nghiệm của phương trình:

- a)  $y = 2x$ ; **ĐS:**  $(0; 0)$ .    b)  $x - y + 2 = 0$ ; **ĐS:** Không có điểm nào.
- c)  $0 \cdot x + y = -1$ ; **ĐS:**  $(0; -1)$ .    d)  $4x - 0 \cdot y = 12$ . **ĐS:**  $(3; -1)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 3: Tìm một nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn**

- Thay  $x = x_0$  (hoặc  $y = y_0$ ) để từ đó tìm  $y_0$  (hoặc  $x_0$ ), trong đó  $x_0; y_0$  là một hằng số cụ thể.

**Ví dụ 3.** Tìm một nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn trong các trường hợp sau:

- a)  $y = 2x$ ;                                    **ĐS:**  $(0;0)$ .      b)  $x - y + 2 = 0$ ;                                    **ĐS:**  $(0;2)$ .  
 c)  $0 \cdot x + y = -1$ ;                                    **ĐS:**  $(0;-1)$ .      d)  $4x - 0 \cdot y = 12$ .                                    **ĐS:**  $(3;0)$ .

**Dạng 4: Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình**

- Xem phần kiến thức trọng tâm.

**Ví dụ 4.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình sau:

- a)  $y = 2x$ ;                                    **ĐS:**  $\{(x;2x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .      b)  $0 \cdot x - y = -1$ ;                                    **ĐS:**  $\{(x;1) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .  
 c)  $x - y + 2 = 0$ ;    **ĐS:**  $\{(x;x + 2) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .      d)  $4x - 0 \cdot y = 12$ .                                    **ĐS:**  $\{(3;y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ .

**Dạng 5: Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng đi qua một điểm cho trước**

- Thay tọa độ của điểm vào phương trình để tìm giá trị của tham số thỏa mãn yêu cầu.

**Ví dụ 5.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để:

- a) Điểm  $A(1;2)$  thuộc đường thẳng  $3x + my = 5$ ;                                    **ĐS:**  $m = 1$ .  
 b) Điểm  $B(-1;3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 5y = 7$ ;                                    **ĐS:**  $m = 8$ .

c) Điểm  $C(5;3)$  thuộc đường thẳng  $mx + y = 1 - m$ ;

**ĐS:**  $m = \frac{-1}{3}$ .

d) Điểm  $D(-1;-1)$  thuộc đường thẳng  $(m^2 + 1)x - y = 0$ .

**ĐS:**  $m = 0$ .

**Dạng 6:** Vẽ cặp đường thẳng và tìm giao điểm của chúng

- Vẽ đồ thị tương ứng của các đường thẳng và xác định tọa độ giao điểm trong hệ trục tọa độ.

**Ví dụ 6.** Vẽ mỗi cặp đường thẳng sau trong cùng một mặt phẳng tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó:

a)  $x - y = 3$  và  $2x + y = 3$ ;

**ĐS:**  $(2; -1)$ .

b)  $2x + 3y = 10$  và  $0,5x + 0,5y = 2$ ;

**ĐS:**  $(2; 2)$ .

c)  $x - 2y = -1$  và  $x = -1$ ;

**ĐS:**  $(-1; 0)$ .

d)  $4x + 5y = 9$  và  $y = 1$ .

**ĐS:**  $(1; 1)$ .



**Bài 2.** Cho các cặp số  $(0; 0), (0; -1), (3; -1)$ , cặp số nào là nghiệm của phương trình:

- a)  $y = 4x$ ;                      **ĐS:**  $(0; 0)$ .    b)  $x + 2y + 2 = 0$ ;                      **ĐS:**  $(0; -1)$ .  
 c)  $0 \cdot x + y = 7$ ;                      **ĐS:** Không cặp nào.    d)  $x - 0 \cdot y = 3$ .                      **ĐS:**  $(3; -1)$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Bài 3.** Tìm một nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn trong các trường hợp sau:

- a)  $y = 4x$ ;                      **ĐS:**  $(0; 0)$ .    b)  $x + 2y + 2 = 0$ ;                      **ĐS:**  $(0; -1)$ .  
 c)  $0 \cdot x + y = 7$ ;                      **ĐS:**  $(0; 7)$ .    d)  $x - 0 \cdot y = 3$ .                      **ĐS:**  $(3; 0)$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**Bài 4.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình sau:

- a)  $y = 4x$ ;                      **ĐS:**  $\{(x; 4x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .    b)  $x + 2y + 2 = 0$ ;                      **ĐS:**  $\{(-2y - 2; y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ .  
 c)  $0 \cdot x + y = 7$ ;                      **ĐS:**  $\{(x; 7) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .    d)  $x - 0 \cdot y = 3$ .                      **ĐS:**  $\{(3; y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Bài 5.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để:

a) Điểm  $A(-3;1)$  thuộc đường thẳng  $mx - y = 1$ ;

**ĐS:**  $m = \frac{-2}{3}$ .

b) Điểm  $B(2;5)$  thuộc đường thẳng  $x + my = 4$ ;

**ĐS:**  $m = \frac{2}{5}$ .

c) Điểm  $C(1;1)$  thuộc đường thẳng  $mx + (m + 1)y = 2$ ;

**ĐS:**  $m = \frac{1}{2}$ .

d) Điểm  $D(1;2)$  thuộc đường thẳng  $(2m^2 - 1)x - y = 0$ .

**ĐS:**  $m = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 6.** Vẽ mỗi cặp đường thẳng sau trong cùng một mặt phẳng tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó:

a)  $2x - y = 1$  và  $x + 4y = 5$ ;

**ĐS:**  $(1;1)$ .

b)  $x - y = 1$  và  $2x + 0,1y = 2$ ;

**ĐS:**  $(1;0)$ .

c)  $x + y = 2$  và  $x - y = 0$ ;

**ĐS:**  $(1;1)$ .

d)  $x - y = 1$  và  $x - 4y - 1 = 0$ .

**ĐS:**  $(1;1)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 7.** Cho hai phương trình  $x - y = 1$  và  $x + y = 3$ . Vẽ hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình đó trên cùng một hệ trục tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó và cho biết tọa độ giao điểm đó là nghiệm của các phương trình nào?

**D. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 8.** Trong các phương trình sau, phương trình nào xác định một hàm số bậc nhất dạng  $y = ax + b$ ?

- |                   |                   |                       |                   |
|-------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|
| a) $y = 3x$ ;     | <b>ĐS:</b> Có.    | b) $y - 3x = 0$ ;     | <b>ĐS:</b> Có.    |
| c) $y = 2x + 1$ ; | <b>ĐS:</b> Có.    | d) $x - 2y + 1 = 0$ ; | <b>ĐS:</b> Có.    |
| e) $0x + y = 5$ ; | <b>ĐS:</b> Không. | f) $4x + 0y = 14$ .   | <b>ĐS:</b> Không. |



**Bài 9.** Cho các cặp số  $(0;0), (2;-1), (3;-1)$ , cặp số nào là nghiệm của phương trình:

- a)  $y = 3x$ ;                                    **ĐS:**  $(0;0)$ .    b)  $-x - 2y + 1 = 0$ ;                                    **ĐS:**  $(3;-1)$ .  
c)  $0 \cdot x + y + 1 = 0$ ; **ĐS:** Không có điểm nào.    d)  $3x + 0 \cdot y = 9$ .                                    **ĐS:**  $(3;-1)$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 10.** Tìm một nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn trong các trường hợp sau:

- a)  $y = 3x$ ;                                    **ĐS:**  $(0;0)$ .    b)  $-x - 2y + 1 = 0$ ;                                    **ĐS:**  $(1;0)$ .  
c)  $0 \cdot x + y + 1 = 0$ ;                                    **ĐS:**  $(0;-1)$ .    d)  $3x + 0 \cdot y = 9$ .                                    **ĐS:**  $(3;0)$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 11.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình sau:

- a)  $y = 3x$ ;                                    **ĐS:**  $\{(x; 3x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .    b)  $-x - 2y + 1 = 0$ ;    **ĐS:**  $\{(-2y + 1; y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ .  
c)  $0 \cdot x + y + 1 = 0$ ;    **ĐS:**  $\{(x; -1) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .    d)  $3x + 0 \cdot y = 9$ .                                    **ĐS:**  $\{(3; y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 12.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để:

a) Điểm  $A(-3;1)$  thuộc đường thẳng  $mx + y = 10$ ; **ĐS:**  $m = -3$ .

b) Điểm  $B(2;5)$  thuộc đường thẳng  $-x + my = 5$ ; **ĐS:**  $m = \frac{7}{5}$ .

c) Điểm  $C(1;1)$  thuộc đường thẳng  $mx + (m + 1)y = 3m + 2$ ; **ĐS:**  $m = -1$ .

d) Điểm  $D(1;2)$  thuộc đường thẳng  $(2m^2 - 1)x + y = 1$ . **ĐS:**  $m = 0$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 13.** Vẽ mỗi cặp đường thẳng sau trong cùng một mặt phẳng tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó:

a)  $x - y = 3$  và  $x - 2 = 0$ ; **ĐS:**  $(2; -1)$ .

b)  $4x - 3y = 13$  và  $0,25x + 4y = 5$ ; **ĐS:**  $(4; 1)$ .

c)  $2x - y = -1$  và  $y = 3$ ; **ĐS:**  $(1; 3)$ .

d)  $4x + 5y = 9$  và  $2x + 2,5y = 0,5$ . **ĐS:** Không có giao điểm.

.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 14.** Cho hai phương trình  $x + y = 2$  và  $2x - y = 1$ . Vẽ hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình đó trên cùng một hệ trục tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó và cho biết tọa độ giao điểm đó là nghiệm của các phương trình nào?

--- HẾT ---

## Bài 2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1(1) \\ a_2x + b_2y = c_2(2) \end{cases} (I)$$

Trong đó  $a_1x + b_1y = c_1$  và  $a_2x + b_2y = c_2$  là các phương trình bậc nhất hai ẩn.

- Nếu hai phương trình (1) và (2) có nghiệm chung  $(x_0; y_0)$  thì  $(x_0; y_0)$  được gọi là nghiệm của hệ phương trình.
- Nếu hai phương trình (1) và (2) không có nghiệm chung thì ta nói hệ vô nghiệm.
- Giải hệ phương trình là tìm tất cả các cặp  $(x; y)$  (tìm tập nghiệm) thỏa mãn hai phương trình (1) và (2).
- Hai hệ phương trình tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Minh họa hình học tập nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:

Gọi  $(d), (d')$  lần lượt là các đường thẳng  $a_1x + b_1y = c_1$  và  $a_2x + b_2y = c_2$  thì tập nghiệm của hệ phương trình được biểu diễn bởi tập hợp các điểm chung của  $(d)$  và  $(d')$ . Khi đó

- ✓ Nếu  $(d)$  cắt  $(d')$  hay  $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{b_1}{b_2}$  thì hệ có nghiệm duy nhất.
- ✓ Nếu  $(d)$  song song với  $(d')$  hay  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  thì hệ vô nghiệm.
- ✓ Nếu  $(d)$  trùng với  $(d')$  hay  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  thì hệ vô số nghiệm.

**Chú ý:** Số nghiệm của hệ phương trình (I) bằng số giao điểm của hai đường thẳng

$$a_1x + b_1y = c_1(d) \text{ và } a_2x + b_2y = c_2(d').$$

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

**Dạng 1:** Kiểm tra cặp số cho trước có là nghiệm của hệ phương trình đã cho hay không?

- Bước 1: Thay cặp số  $(x_0; y_0)$  vào hệ đã cho tương ứng  $x = x_0; y = y_0$ .
- Bước 2: Nếu các phương trình trong hệ đều thỏa mãn thì kết luận  $(x_0; y_0)$  là nghiệm của hệ và ngược lại.

**Ví dụ 1.** Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$ , cho biết cặp số  $(1; 1)$  có phải là nghiệm của hệ phương

trình hay không? Vì sao?

**ĐS:** Có.

.....

.....

.....

**Ví dụ 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x-3y=-2 \\ 2x+3y=2 \end{cases}$ , và các cặp số  $(0;1), (0; \frac{2}{3}), (4;5)$ . Cặp nào là nghiệm của hệ phương trình hay không? Vì sao? **ĐS:**  $(0; \frac{2}{3})$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 2: Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình**

- Bước 1: Đưa hệ về dạng  $\begin{cases} y = m_1x + n_1 \\ y = m_2x + m_2 \end{cases}$  ;
- Bước 2: So sánh các hệ số tương ứng các trường hợp sau
- Nếu  $m_1 \neq m_2$  thì hệ có nghiệm duy nhất.
- Nếu  $m_1 = m_2; n_1 \neq n_2$  thì hệ vô nghiệm.
- Nếu  $m_1 = m_2; n_1 = n_2$  thì hệ có vô số nghiệm.

**Ví dụ 3.** Không vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây:

a)  $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$  **ĐS:** Nghiệm duy nhất.

b)  $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 3 \end{cases}$  **ĐS:** Vô nghiệm.

c)  $\begin{cases} y = x + 1 \\ 2y = 2x + 2 \end{cases}$  **ĐS:** Vô số nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 4.** Xác định số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây:

a)  $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$

**ĐS:** Nghiệm duy nhất.

b)  $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

**ĐS:** Vô nghiệm.

c)  $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$

**ĐS:** Vô số nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 5.** Cho hai phương trình  $2x - y = 2$  và  $x + 3y = 5$ .

- a) Cho biết nghiệm tổng quát của mỗi phương trình.
- b) Vẽ các đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trên cùng một hệ trục tọa độ.
- c) Xác định nghiệm chung của hai phương trình.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 3: Tìm nghiệm của hệ bằng phương pháp hình học**

- Vẽ đường thẳng tương ứng với mỗi phương trình, sau đó tìm giao điểm.

**Ví dụ 6.** Tìm nghiệm của các hệ phương trình sau bằng phương pháp hình học.

a) 
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

**ĐS:** (0;1).

b) 
$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

**ĐS:** (-5;-2).

**Ví dụ 7.** Tìm giao điểm của các cặp đường thẳng sau:

a)  $2x + 3y = 5$  và  $2x - y = 1$ ;

**ĐS:** (1;1).

b)  $x + y - 2 = 0$  và  $x + 1 = 2y$ .

**ĐS:** (1;1).

**Dạng 4:** Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước

- Bước 1: Đưa hệ về dạng  $\begin{cases} y = a_1x + b_1 \\ y = a_2x + b_2 \end{cases}$ .
- Bước 2: Xác định các hệ số  $a_1, a_2, b_1, b_2$  trong mỗi phương trình ở bước 1 và áp dụng vị trí tương đối của hai đường thẳng.

**Ví dụ 8.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} (a+2)x + y = 3 \\ x - y = a + 1 \end{cases}$ . Tìm tham số  $a$  để hệ thỏa mãn:

- a) Có nghiệm duy nhất; **ĐS:**  $a \neq -3$ .
- b) Vô nghiệm; **ĐS:**  $a = -3$ .
- c) Vô số nghiệm. **ĐS:** Không có  $a$ .

**Ví dụ 9.** Cho hai đường thẳng  $d: ax + y = 1 - a$  và  $d': (2a - 1)x + y = 5$ . Tìm tham số  $a$  sao cho:

- a)  $d$  cắt  $d'$  tại một điểm; **ĐS:**  $a \neq 1$ .
- b)  $d$  và  $d'$  song song; **ĐS:**  $a = 1$ .
- c)  $d$  trùng với  $d'$ . **ĐS:** Không có  $a$ .



**Dạng 5: Vị trí tương đối của hai đường thẳng**

- Nếu  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  là  $d$  cắt  $d'$  tại một điểm.
- Nếu  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  là  $d$  song song với  $d'$ .
- Nếu  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  là  $d$  trùng với  $d'$ .

**Ví dụ 10.** Xác định vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a)  $y = x + 1$  và  $2x + y = 3$ ;

**ĐS:** Cắt tại một điểm.

b)  $x + y - 2 = 0$  và  $y = 3 - x$ ;

**ĐS:** Song song.

c)  $3x + 2y = 5$  và  $\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}y = 1$ .

**ĐS:** Trùng nhau.

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Cho biết cặp số  $(2; 1)$  có phải là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ , hay không? Vì sao?

**ĐS:** Không.

**Bài 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 6x-4y=3 \end{cases}$ , và các cặp số  $(3;4), (-4;5), (2;-7)$ . Cặp nào là nghiệm của hệ phương trình hay không? Vì sao? **ĐS:** Không có cặp nào.

**Bài 3.** Không vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây:

a)  $\begin{cases} y=x-2 \\ y=x+1 \end{cases}$  **ĐS:** Vô nghiệm.

b)  $\begin{cases} y=2x+1 \\ y=-x+4 \end{cases}$  **ĐS:** Nghiệm duy nhất.

c)  $\begin{cases} y=x-3 \\ 2y=2x-6 \end{cases}$  **ĐS:** Vô số nghiệm.

**Bài 4.** Xác định số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây:

a)  $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ 3x-y+5=0 \end{cases}$  **ĐS:** Nghiệm duy nhất.

b)  $\begin{cases} x+y=-1 \\ x=4-y \end{cases}$  **ĐS:** Vô nghiệm.

c)  $\begin{cases} x-y-1=0 \\ 4x=4y+4 \end{cases}$  **ĐS:** Vô số nghiệm.

**Bài 5.** Cho hai phương trình  $x - y = 1$  và  $x + 2y = 4$ .

a) Cho biết nghiệm tổng quát của mỗi phương trình.

b) Vẽ các đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trên cùng một hệ trục tọa độ.

c) Xác định nghiệm chung của hai phương trình.

**Bài 6.** Tìm nghiệm của các hệ phương trình sau bằng phương pháp hình học.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

**ĐS:** (1;0).

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$$

**ĐS:** (1;0).

**Bài 7.** Tìm giao điểm của các cặp đường thẳng sau:

a)  $2x + y = 2$  và  $4x + 2y = 4$ ;

**ĐS:** Vô số giao điểm .

b)  $x + 3y = 7$  và  $2x - 3y = -4$  .

**ĐS:** (1; 2) .

**Bài 8.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - 3ay = 2 \\ 5x + 3y = 2a - 1 \end{cases}$  . Tìm tham số  $a$  để hệ thỏa mãn:

a) Có nghiệm duy nhất;

**ĐS:**  $a = 0$  hoặc  $a \neq \frac{-2}{5}$  .

b) Vô nghiệm;

c) Vô số nghiệm.

**Bài 9.** Cho hai đường thẳng  $d: ax + y = a - 1$  và  $d': (a + 1)x + y = 4$ . Tìm tham số  $a$  sao cho:

a)  $d$  cắt  $d'$  tại một điểm;

**ĐS:**  $a \in \mathbb{R}$ .

b)  $d$  và  $d'$  song song;

**ĐS:** Không có giá trị  $a$ .

c)  $d$  trùng với  $d'$ .

**ĐS:** Không có giá trị  $a$ .

**Bài 10.** Xác định vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a)  $y = x - 4$  và  $x + y = 4$ ;

**ĐS:** Cắt tại một điểm.

b)  $x + 2y - 3 = 0$  và  $y = 1 - \frac{1}{2}x$ ;

**ĐS:** Song song.

c)  $x + y + 1 = 0$  và  $\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y = -\frac{1}{4}$ .

**ĐS:** Trùng nhau.

**D. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 11.** Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ , cho biết cặp số  $(1; 2)$  có phải là nghiệm của hệ phương trình hay không? Vì sao? **ĐS:** Không.

**Bài 12.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$ , và các cặp số  $(0; -1), (2; 3), (3; -5)$ . Cặp nào là nghiệm của hệ phương trình hay không? Vì sao? **ĐS:** Không có cặp nào.

**Bài 13.** Không vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây:

a)  $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$  **ĐS:** Nghiệm duy nhất.

b)  $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = x + 4 \end{cases}$  **ĐS:** Vô nghiệm.

c)  $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ 2y = 6x + 2 \end{cases}$  **ĐS:** Vô số nghiệm.

**Bài 14.** Xác định số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây:

a) 
$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

**ĐS:** Nghiệm duy nhất.

b) 
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - y + 4 = 0 \end{cases}$$

**ĐS:** Vô nghiệm.

c) 
$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ 6x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

**ĐS:** Vô số nghiệm.

**Bài 15.** Cho hai phương trình  $x + y = 1$  và  $x + 2y = 1$ .

a) Cho biết nghiệm tổng quát của mỗi phương trình.

b) Vẽ các đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trên cùng một hệ trục tọa độ, rồi xác định nghiệm chung của hai phương trình.

**Bài 16.** Tìm nghiệm của các hệ phương trình sau bằng phương pháp hình học.

a) 
$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \qquad \text{ĐS: } (-1; 0).$$

b) 
$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ -x + y + 1 = 0 \end{cases} \qquad \text{ĐS: } (-2; -3).$$

**Bài 17.** Tìm giao điểm của các cặp đường thẳng sau:

a)  $x + y = 3$  và  $2x - y = 3$ ; ĐS: (2; 1).

b)  $x + 2y - 4 = 0$  và  $2x - 1 = y$ . ĐS:  $\left(\frac{6}{5}; \frac{7}{5}\right)$ .



**Bài 18.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} ax - y = 1 \\ 2x + y = a - 1 \end{cases}$ . Tìm tham số  $a$  để hệ thỏa mãn:

a) Có nghiệm duy nhất;

**ĐS:**  $a \neq -2$ .

b) Vô nghiệm;

**ĐS:**  $a = -2$ .

c) Vô số nghiệm.

**ĐS:** Không có  $a$ .

**Bài 19.** Cho hai đường thẳng  $d: x + y = 1 + a$  và  $d': (a + 1)x + y = 4$ . Tìm tham số  $a$  sao cho:

a)  $d$  cắt  $d'$  tại một điểm;

**ĐS:**  $a \neq 0$ .

b)  $d$  và  $d'$  song song;

**ĐS:**  $a = 0$ .

c)  $d$  trùng với  $d'$ .

**ĐS:** Không có  $a$ .

**Bài 20.** Xác định vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a)  $y = x$  và  $x + y = 4$ ;

**ĐS:** Cắt tại một điểm.

b)  $x + y - 1 = 0$  và  $y = 1 - x$ ;

**ĐS:** Trùng nhau.

c)  $x + 2y = 4$  và  $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = 1$ .

**ĐS:** Trùng nhau.

--- HẾT ---

## Bài 2. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### 1. Quy tắc thể

- Quy tắc thể là quy tắc dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương.

#### 2. Các bước thực hiện

- Bước 1. Dùng quy tắc thể biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn;
- Bước 2. Giải phương trình một ẩn thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

#### Chú ý:

- Đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  giải bằng phương pháp thể có thể lựa chọn việc rút  $x$  hoặc rút  $y$ . Để tránh độ phức tạp trong tính toán ta thường chọn rút ẩn có hệ số là  $\pm 1$  trong hệ đã cho.
- Ưu điểm của phương pháp thể được thể hiện trong bài toán giải và biện luận hệ phương trình, vì sau khi thể ta được phương trình một ẩn. Số nghiệm của hệ đã cho phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình bậc nhất một ẩn.

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

#### Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp thể

- Thực hiện theo hai bước ở phần kiến thức trọng tâm.

#### Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} 0,25x - 0,36y = 4 \\ 0,7x - 0,4y = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{155}{19} \\ y = -\frac{1275}{76} \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - \frac{y}{3} = 4 \\ 2x - y = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{35}{3} \\ y = 23 \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2y}{3} = 7 \\ \frac{4x}{7} + \frac{y}{5} = -1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{77}{47} \\ y = -\frac{455}{47} \end{cases}.$$

$$e) \begin{cases} (1 + \sqrt{3})x + (1 - \sqrt{3})y = 4 \\ (1 + \sqrt{3})x + (1 + \sqrt{3})y = 3; \end{cases}$$

$$\mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = \frac{-9 + 10\sqrt{3}}{6} \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{6} \end{cases} .$$

$$f) \begin{cases} \sqrt{2}x + y = 5 \\ x + (1 + \sqrt{2})y = 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = 7 - 2\sqrt{2} \\ y = 9 - 7\sqrt{2} \end{cases} .$$

**Ví dụ 2.** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ (a^2 + 1)x - 4y = 2a \end{cases}$$
 trong mỗi trường hợp sau

a)  $a = -1$ ;

**ĐS:** vô nghiệm.

b)  $a = 0$ ;

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

c)  $a = 1$ .

**ĐS:** vô số nghiệm.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Dạng 2:** Giải hệ phương trình quy về phương trình bậc nhất hai ẩn

- Bước 1: Thu gọn hệ phương trình đã cho về dạng đơn giản.
- Bước 2: Sử dụng quy tắc thế để giải hệ phương trình vừa nhận được.
- Bước 3: Kiểm tra điều kiện (nếu có) và kết luận nghiệm.

**Ví dụ 3.** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2(x - 2y) + 3(x + 2y) = 4 \\ (x - y) + 2(x + y) = 1; \end{cases}$$

**ĐS:** 
$$\begin{cases} x = \frac{6}{11} \\ y = \frac{7}{11} \end{cases}.$$

b) 
$$\begin{cases} x + 1 - y = 2x + y \\ 3x + y = x - y + 2; \end{cases}$$

**ĐS:** 
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}.$$

c) 
$$\begin{cases} 2(x - 2) + 3(1 + 2y) = -3 \\ 3(x + 2) + 2(1 - 2y) = -1; \end{cases}$$

**ĐS:** 
$$\begin{cases} x = -\frac{31}{13} \\ y = \frac{6}{13} \end{cases}.$$

$$d) \begin{cases} \frac{x-y-1}{2} + \frac{x-2y}{4} = 1 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{y-x-3}{6} = 2. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{18}{7} \\ y = \frac{3}{7} \end{cases}.$$

**Ví dụ 4.** Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} (2x-1)(y+1) = (x-3)(2y-5) \\ (3x+1)(y-1) = (x-1)(3y+1); \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$b) \begin{cases} (2x-1)(2y+1) = (x-3)(y-5) + 3xy \\ (3x+1)(y-1) = (x-1)(y+1) + 2xy. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{16}{9} \\ y = \frac{32}{9} \end{cases}.$$

**Dạng 3:** Sử dụng đặt ẩn phụ giải hệ phương trình quy về phương trình bậc nhất hai ẩn

- Bước 1: Đặt ẩn phụ và điều kiện (nếu có).
- Bước 2: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn mới thu được.
- Bước 3: Từ các giá trị của ẩn phụ vừa nhận được, giải tìm các ẩn của hệ ban đầu.
- Bước 4: Kiểm tra điều kiện (nếu có) và kết luận nghiệm.

**Ví dụ 5.** Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} 2(x-y) + 4(x+2y) = 6 \\ 3(x-y) - (x+2y) = 2; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}.$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{x-y} + \frac{1}{2x+y} = 2 \\ \frac{3}{x-y} - \frac{2}{2x+y} = -2; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{25}{24} \\ y = -\frac{35}{24} \end{cases}.$$

$$d) \begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+3} = 3 \\ \frac{4x}{x-1} + \frac{1}{y+3} = 5; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$$





**Ví dụ 6.** Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a)} \begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \\ 3\sqrt{x-1} - \sqrt{y+1} = 1; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{61}{25} \\ y = \frac{194}{25} \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \frac{6}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Dạng 4:** Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước

- Thay giá trị của biến vào từng phương trình trong hệ đã cho để tìm các giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Ví dụ 7.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2ax - by = 3 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ . Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ , biết:

a) Hệ có nghiệm  $(x; y) = (1; 2)$ ;

$$\text{ĐS: } a = \frac{7}{2}, b = 2.$$

b) Hệ có nghiệm  $(x; y) = (1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$ .

$$\text{ĐS: } a = \frac{38 + 11\sqrt{3}}{23}, b = -\frac{103 + 5\sqrt{3}}{46}.$$

**Ví dụ 8.** Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để hai đường thẳng  $(d_1): (a-1)x + (2b-1)y = 33$  và  $(d_2): bx + 2ay = 11$  cắt nhau tại điểm  $M(1; -2)$ . **ĐS:**  $a = -\frac{76}{15}, b = -\frac{139}{15}$ .

**Ví dụ 9.** Tìm  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $(d): y = ax + b$  đi qua hai điểm:

a)  $A(1; -2), B\left(\frac{1}{3}; 1\right);$

**ĐS:**  $a = -\frac{9}{2}, b = \frac{5}{2}$ .

b)  $C(1; 3), D(-1; 5).$

**ĐS:**  $a = -1, b = 4$ .

**Ví dụ 10.** Tìm  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $bx - ay = a - 2$  đi qua điểm  $M(2;5)$  và đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): 3x - 2y = 1$  và  $(d_2): 7x - 4y = 3$ . **ĐS:**  $a = -1, b = -4$ .

**Ví dụ 11.** Cho hai đường thẳng  $(d_1): 2x - y = 1$  và  $(d_2): (m-1)x + y = 5$ . Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại một điểm  $A$  thỏa mãn:

- a)  $A$  thuộc trục hoành; **ĐS:**  $m = 11$ .
- b)  $A$  thuộc trục tung; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .
- c)  $A$  thuộc đường thẳng  $y = 2x - 1$ ; **ĐS:**  $m \neq -1$ .
- d)  $A$  thuộc góc phần tư thứ nhất. **ĐS:**  $-1 < m < 11$ .

**Ví dụ 12.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): x - 2y = a$  và  $(d_2): 2x - 5y = 8$ , biết  $(d_1)$  đi qua điểm  $A(4; -3)$  và  $(d_2)$  đi qua điểm  $B(-1; 3)$ . **ĐS:**  $M\left(\frac{74}{11}; -\frac{18}{11}\right)$ .

**Ví dụ 13.** Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): (2m - 1)x + y = 5m$  đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): 2x + y = 3$  và  $(d_2): 3x - 2y = 1$ . **ĐS:**  $m = 0$ .

**Ví dụ 14.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để ba đường thẳng  $(d_1): x - 2y = 1, (d_2): 3x + y = 10$  và  $(d_3): (m + 1)x + y = 2m + 1$  đồng quy. **ĐS:**  $m = -3$ .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + y = 7; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

b) 
$$\begin{cases} 0,1x - 0,2y = 2 \\ 0,7x - 0,5y = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{80}{9} \\ y = -\frac{130}{9} \end{cases}.$$

c) 
$$\begin{cases} x - \frac{y}{4} = 3 \\ 2x - 3y = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{107}{30} \\ y = \frac{34}{15} \end{cases}.$$

d) 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = -1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{7}{4} \\ y = -\frac{45}{16} \end{cases}.$$

e) 
$$\begin{cases} (1 + \sqrt{5})x + (1 - \sqrt{5})y = 5 \\ (1 + \sqrt{5})x + (1 + \sqrt{5})y = 3; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{-15 + 19\sqrt{5}}{20} \\ y = -\frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}.$$

f) 
$$\begin{cases} \sqrt{3}x + y = 3 \\ x + (1 + \sqrt{3})y = 1. \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 4\sqrt{3} - 5 \\ y = 5\sqrt{3} - 9 \end{cases}.$$

**Bài 2.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ (3a^2 + 1)x - 4y = 2a \end{cases}$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $a = -1$ ;

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

b)  $a = 0$ ;

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ y = \frac{1}{14} \end{cases}.$$

c)  $a = 1$ .

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

**Bài 3.** Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} (2x + y) + 3(x - 2y) = -1 \\ (x - 2y) + 2(x + 2y) = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{3}{25} \\ y = \frac{8}{25} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2(x - 1) + 3(1 + y) = -3 \\ 2(x + y) + (1 + 2y) = -1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x + y - 2}{2} + \frac{x - 2y}{4} = 2 \\ \frac{x - 2y - 1}{3} - \frac{y - 2x}{6} = 1. \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{8}{5} \end{cases}$$

**Bài 4.** Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} (x-1)(y+1) = (x-3)(y+3) \\ (2x+1)(y+2) = (2x-1)(y+1); \end{cases}$$

$$\mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{11}{4} \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-1)(2y+1) = (x-3)(y-5) + xy \\ (x+1)(y+1) = (2x-1)(y+1) - xy. \end{cases}$$

$$\mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = \frac{34}{13} \\ y = \frac{4}{13} \end{cases}.$$



**Bài 5.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x-y) + (3x-2y) = 1 \\ 4(x-y) - (3x-2y) = 2; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = -\frac{7}{5} \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 5; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \frac{1}{x-y} = 1 \\ \frac{3}{x-y} - \frac{1}{2x+y} = -2; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{16}{15} \\ y = \frac{44}{15} \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{2}{y+1} = 4 \\ \frac{3x}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 5; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{y+1} = 3; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{8}{5} \\ y = -\frac{7}{4} \end{cases}.$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{1}{x-y+3} + \frac{1}{x+y} = 2 \\ \frac{2}{x-y+3} - \frac{3}{x+y} = 6. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{61}{24} \\ y = \frac{1}{24} \end{cases}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 6.** Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \\ 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{36}{25} \\ y = \frac{169}{25} \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 2 \\ \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{y}} = 1. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

**Bài 7.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2ax - by = 4 \\ ax + 2by = 5 \end{cases}$ . Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ , biết:

a) Hệ có nghiệm  $(x; y) = (1; 1)$ ;

$$\text{ĐS: } a = \frac{13}{5}, b = \frac{6}{5}.$$

b) Hệ có nghiệm  $(x; y) = (\sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$ .

$$\text{ĐS: } a = \frac{13\sqrt{3}}{5}, b = -\frac{3+3\sqrt{3}}{5}.$$

**Bài 8.** Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để hai đường thẳng  $(d_1): ax + 2by = 7$  và  $(d_2): bx - ay = 7$  cắt nhau tại điểm  $M(1; 2)$ .

$$\text{ĐS: } \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}.$$

**Bài 9.** Tìm  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $(d): y = ax + b$  đi qua hai điểm:

a)  $A(-2;5), B(4;1);$

**ĐS:**  $a = -\frac{2}{3}, b = \frac{11}{3}.$

b)  $C(1;2), D(-1;4).$

**ĐS:**  $a = -1, b = 3.$

**Bài 10.** Tìm  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $2bx - ay = a - 3$  đi qua điểm  $M(2;3)$  và đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): x - 2y = 1$  và  $(d_2): 7x - 4y = 17.$

**ĐS:**  $a = \frac{3}{8}, b = -\frac{3}{8}.$

**Bài 11.** Cho hai đường thẳng  $(d_1): 4x - y = 1$  và  $(d_2): mx + y = 2$ . Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại một điểm  $A$  thỏa mãn:

a)  $A$  thuộc trục hoành; **ĐS:**  $m = 8$ .

b)  $A$  thuộc trục tung; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .

c)  $A$  thuộc đường thẳng  $y = x + 1$ ; **ĐS:**  $m = \frac{1}{2}$ .

d)  $A$  thuộc góc phần tư thứ nhất **ĐS:**  $-4 < m < 8$ .

**Bài 12.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): 3x - 2y = a$  và  $(d_2): x - 2by = 4$ , biết  $(d_1)$  đi qua điểm  $A(4; 3)$  và  $(d_2)$  đi qua điểm  $B(1; 2)$ . **ĐS:**  $M\left(\frac{34}{13}; \frac{12}{13}\right)$ .

**Bài 13.** Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): (m+1)x - y = 3m$  đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): x + y = 3$  và  $(d_2): 3x - 2y = -1$ . **ĐS:**  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Bài 14.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để ba đường thẳng  $(d_1): 3x - 2y = 1, (d_2): 3x - y = 2$  và  $(d_3): mx - y = 2m - 1$ . **ĐS:**  $m = 0$ .

**D. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 15.** Giải các hệ phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2; \end{cases}$$

**ĐS:** 
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 0,1x - 0,4y = 3 \\ 0,2x - 0,25y = -1; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{230}{11} \\ y = -\frac{140}{11} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + \frac{y}{2} = 4 \\ x - y = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{25}{9} \\ y = \frac{22}{9} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = -1; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} (1 + \sqrt{2})x + (1 - \sqrt{2})y = 2 \\ (1 + \sqrt{2})x + (1 + \sqrt{2})y = 3; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{-12 + 11\sqrt{2}}{4} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \sqrt{2}x + y = 2 \\ x + (1 - \sqrt{2})y = 1. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{1 + 5\sqrt{2}}{7} \\ y = \frac{4 - \sqrt{2}}{7} \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 16.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 2 \\ (a^2 + 1)x + 2y = 4a \end{cases}$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $a = -1$ ;

**ĐS:** vô nghiệm.

b)  $a = 0$ ;

**ĐS:**  $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ .

c)  $a = 1$ .

**ĐS:** vô số nghiệm.

**Bài 17.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} (x - y) + 2(x + y) = 3 \\ (x + 2y) + 2(x - 2y) = 1; \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = \frac{7}{9} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$ .

b)  $\begin{cases} 2(x - 1) - 3(1 + y) = 3 \\ 3(x + 1) + 2(1 - y) = 2; \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = -5 \\ y = -6 \end{cases}$ .

c)  $\begin{cases} 2x + 1 = x + 2y \\ x - y = 2x + y + 1; \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ .



$$d) \begin{cases} \frac{x-1}{6} + \frac{2x-y}{4} = 1 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{y-x-1}{3} = 2. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{44}{23} \\ y = \frac{10}{23} \end{cases}.$$

**Bài 18.** Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} (x+1)(y+1) = (x-3)(y+3) \\ (x+1)(2y-1) = (2x-1)(y+1); \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -5 \\ y = -5 \end{cases}.$$

$$b) \begin{cases} (x-1)(y+1) = (2x-3)(y-2) - xy \\ (x+1)(2y-1) = (x-1)(y+1) + xy. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{21}{19} \\ y = \frac{14}{19} \end{cases}.$$

**Bài 19.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x+y) + 2(x-2y) = 3 \\ 2(x+y) - (x-2y) = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = 4 \\ \frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y} = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{2}{y+1} = 2 \\ \frac{2x}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 7; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{16}{11} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-1} = 1 \\ \frac{3}{x+1} - \frac{4}{y-1} = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}.$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{1}{x+y-2} + \frac{2}{x-y-1} = 4 \\ \frac{2}{x+y-2} - \frac{1}{x-y-1} = 6. \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{93}{32} \\ y = -\frac{19}{32} \end{cases}.$$

**Bài 20.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{x+1} + 2\sqrt{y-1} = 3 \\ 3\sqrt{x+1} - \sqrt{y-1} = 2; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 2 \\ \frac{6}{\sqrt{x}} - \frac{5}{\sqrt{y}} = 1. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

**Bài 21.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} ax - by = 1 \\ 2bx - ay = -4 \end{cases}$ . Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ , biết:

a) Hệ có nghiệm  $(x; y) = (1; 1)$ ; **ĐS:**  $a = -2, b = -3$ .

b) Hệ có nghiệm  $(x; y) = (\sqrt{2}; 1 - \sqrt{2})$ . **ĐS:**  $a = 4 - 2\sqrt{2}, b = \sqrt{2} - 3$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 22.** Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để hai đường thẳng  $(d_1): ax + (b - 1)y = 4$  và  $(d_2): 2bx - ay = 5$  cắt nhau tại điểm  $M(1; 3)$ . **ĐS:**  $a = -\frac{1}{11}, b = \frac{26}{11}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 23.** Tìm  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $(d): y = ax + b$  đi qua hai điểm:

a)  $A(-1; 2), B(-2; 1)$ ; **ĐS:**  $a = 1, b = 3$ .

b)  $C(-1; 1), D(2; 4)$ . **ĐS:**  $a = 1, b = 2$ .

**Bài 24.** Tìm  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $ax + by = a - 2$  đi qua điểm  $M(1;1)$  và đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): x - 2y = -1$  và  $(d_2): 2x - y = 4$ . **ĐS:**  $a = 1, b = -2$ .

**Bài 25.** Cho hai đường thẳng  $(d_1): x - y = 2$  và  $(d_2): x + my = 4$ . Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại một điểm  $A$  thỏa mãn

- a)  $A$  thuộc trục hoành; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .
- b)  $A$  thuộc trục tung; **ĐS:**  $m = -2$ .
- c)  $A$  thuộc đường thẳng  $y = x - 1$ ; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .
- d)  $A$  thuộc góc phần tư thứ nhất. **ĐS:**  $m > -1$ .

**Bài 26.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): 4x - y = b$  và  $(d_2): 2ax + 5y = 9$ , biết  $(d_1)$  đi qua điểm  $A(1; -2)$  và  $(d_2)$  đi qua điểm  $B(-2; 4)$ . **ĐS:**  $M\left(\frac{26}{17}; \frac{2}{17}\right)$ .

**Bài 27.** Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): (m-1)x + y = 2m$  đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): x + y = 3$  và  $(d_2): 3x - 2y = 1$ . **ĐS:**  $m = \frac{1}{3}$ .

**Bài 28.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để ba đường thẳng  $(d_1): x - 2y = 1, (d_2): 4x - y = 11$  và  $(d_3): (m - 1)x + y = 2m$  đồng quy. **ĐS:**  $m = 2$ .

--- HẾT ---

## Bài 4. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### 1. Quy tắc cộng đại số

- Quy tắc cộng đại số dùng để biến đổi một hệ phương trình thành một hệ phương trình tương đương, bao gồm hai bước như sau:
- Bước 1. Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới;
- Bước 2. Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình kia ta được một hệ mới tương đương với hệ đã cho.

#### 2. Các bước giải

- Bước 1. Biến đổi để các hệ số của một ẩn có giá trị tuyệt đối bằng nhau;
- Bước 2. Cộng hoặc trừ vế với vế của hai phương trình để khử đi một ẩn;
- Bước 3. Giải phương trình tìm giá trị của ẩn còn lại;
- Bước 4. Thay giá trị vừa tìm được vào một trong hai phương trình ban đầu để tìm giá trị còn lại;
- Bước 5. Kết luận nghiệm của hệ phương trình.

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

#### Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

- Thực hiện theo các bước đã nêu trong phần kiến thức trọng tâm.

**Ví dụ 1.** Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 8x + 3y = 5; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{5x}{3} - \frac{2y}{5} = 19 \\ 4x + \frac{3y}{2} = 21; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 9 \\ y = -10 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} \sqrt{3}x + 2\sqrt{2}y = 3 \\ -3\sqrt{3}x + \sqrt{2}y = -1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{5\sqrt{3}}{21} \\ y = \frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} 1,2x + 1,5y = 3 \\ 2,8x - 3,5y = -2. \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{25}{28} \\ y = \frac{9}{7} \end{cases}.$$



**Ví dụ 2.** Cho hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m + 1. \end{cases}$$
 Giải hệ phương trình với

a)  $m = 2$ ;

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

b)  $m = 1$ ;

**ĐS:** vô nghiệm.

c)  $m = -1$ .

**ĐS:** vô số nghiệm.

**Dạng 2:** Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

- Bước 1: Biến đổi hệ phương trình đã cho về phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Bước 2: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vừa tìm được bằng phương pháp cộng đại số.

**Ví dụ 3.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}.$$

$$b) \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{13}{2} \end{cases}.$$

$$c) \begin{cases} (2x-3)(2y+4) = 4x(y-3) + 54 \\ (x+1)(3y-3) = 3y(x+1) - 12; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}.$$

$$d) \begin{cases} \frac{2y-5x}{3} + 5 = \frac{y+27}{4} - 2x \\ \frac{x+1}{3} + y = \frac{6y-5x}{7}. \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}.$$

**Dạng 3:** Giải phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ

- Bước 1: Đặt ẩn phụ cho các biểu thức của hệ phương trình đã cho để được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn mới ở dạng cơ bản. Tìm điều kiện của ẩn phụ (nếu có).
- Bước 2: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số.
- Bước 3: Từ các giá trị của ẩn phụ nhận được, giải tìm các ẩn của hệ ban đầu.
- Bước 4: Kiểm tra điều kiện (nếu có) và kết luận nghiệm.

**Ví dụ 4.** Giải hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = \frac{13}{6}; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 16 \\ y = 30 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - 2\sqrt{y+1} = -7. \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

**Dạng 4:** Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  nhận cặp số  $x_0; y_0$  làm nghiệm

khi và chỉ khi  $\begin{cases} ax_0 + by_0 = c \\ a'x_0 + b'y_0 = c' \end{cases}$ .

- Đường thẳng  $(d): ax + by = c$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow ax_0 + by_0 = c$ .

**Ví dụ 5.** Xác định  $a, b$  để hệ phương trình  $\begin{cases} ax - y = b \\ bx + ay = 1 \end{cases}$  có nghiệm là  $(-1; \sqrt{3})$ .

**ĐS:**  $a = \sqrt{3} - 2, b = 2 - 2\sqrt{3}$ .

**Ví dụ 6.** Xác định  $a, b$  để đường thẳng  $(d): y = 2ax - 3b$  và đường thẳng  $(d'): bx - 2ay = 3$  đi qua điểm  $A(-1; 2)$ .

**ĐS:**  $a = -\frac{7}{10}, b = -\frac{1}{5}$ .

**Ví dụ 7.** Xác định  $a, b$  để đường thẳng  $(d): y = (a - 2b)x + b$  đi qua hai điểm  $A(2; -5), B(-3; 2)$ .

$$\text{ĐS: } a = -\frac{29}{5}, b = -\frac{11}{5}.$$

**Ví dụ 8.** Hãy xác định hàm số bậc nhất thỏa mãn mỗi điều kiện sau:

a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(5; -4), B(2; -1)$ ; **ĐS:**  $y = -x + 1$ .

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $C\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right), D\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$ ; **ĐS:**  $y = (3 - 2\sqrt{2})x + \sqrt{3} - \sqrt{6}$ .

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $E(3; -1)$  và cắt đường thẳng  $(d'): y = 2x + 4$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$ . **ĐS:**  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ .

**Ví dụ 9.** Với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $(d): (m - 2)x + 4y = m - 1$  đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): x + 4y - 6 = 0$  và  $(d_2): 4x - 3y = 5$ . **ĐS:**  $m = -1$ .

**Ví dụ 10.** Với giá trị nào của  $m$  thì ba đường thẳng  $(d_1): 3x + 2y = 4$ ,  $(d_2): 2x - (m+1)y = m$  và  $(d_3): x + 2y = 3$  đồng quy. **ĐS:**  $m = -\frac{1}{9}$ .

**Ví dụ 11.** Xác định  $m$  để đường thẳng  $(d): y = 2x - 1$  và đường thẳng  $(d'): x + (2m+3)y + 2 = 0$  cắt nhau tại một điểm

- a) Nằm trên trục hoành; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .
- b) Nằm trên trục tung; **ĐS:**  $m = -\frac{1}{2}$ .
- c) Thuộc góc phần tư thứ nhất; **ĐS:**  $m < -\frac{1}{2}$ .
- d) Nằm trên đường thẳng  $(d_1): x - 2y + 2 = 0$ . **ĐS:**  $m = -\frac{5}{2}$ .

**Ví dụ 12.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $(d): ay = bx - 2$  và đường thẳng  $(d'): x - (2b - 1)y + a + 3 = 0$  biết rằng  $d$  đi qua điểm  $A(2; -1)$  và  $(d')$  đi qua điểm  $B(1; -2)$ .

**ĐS:**  $M(11; -4)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5; \end{cases}$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ .

b)  $\begin{cases} -\frac{2x}{3} - \frac{3y}{4} = \frac{1}{12} \\ \frac{4x}{5} + \frac{y}{2} = \frac{3}{10}; \end{cases}$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ .

c)  $\begin{cases} (\sqrt{5} - 3)x - \sqrt{3}y = \sqrt{5} \\ 2\sqrt{5}x + 2\sqrt{3}y = -3; \end{cases}$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{15} + 3\sqrt{3}}{6} \end{cases}$ .

d)  $\begin{cases} -2,1x + 1,4y = 3,5 \\ 4,5x - 2,25y = -2,4. \end{cases}$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = \frac{43}{15} \\ y = \frac{34}{5} \end{cases}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2.** Cho hệ phương trình sau  $\begin{cases} mx + y = 3m - 1 \\ x + my = m + 1. \end{cases}$  Giải hệ phương trình với

a)  $m = -2;$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}.$

b)  $m = 1;$  **ĐS:** vô số nghiệm.

c)  $m = -1.$  **ĐS:** vô nghiệm.

**Bài 3.** Giải các hệ phương trình sau

a)  $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 9 \\ 5(x + y) - 7(x - y) = 8; \end{cases}$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$

b)  $\begin{cases} (x + y)(x - 1) = (x - y)(x + 1) + 2(xy + 1) \\ (y - x)(y + 1) = (y + x)(y - 2) - 2xy. \end{cases}$  **ĐS:**  $\begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}.$



**Bài 4.** Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \\ \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{y}{y+1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y+1} = -1; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4; \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3\sqrt{x-1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \\ 2\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 5. \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}.$$

**Bài 5.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx + (n - 2)y = 9 \\ (m + 3)x + 2ny = 5 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m, n$  để hệ có nghiệm là  $(3; -1)$ . **ĐS:**  $m = 2, n = 5$ .

**Bài 6.** Xác định  $m, n$  để đường thẳng  $(d): 3nx - my = -9$  và đường thẳng  $(d'): mx + 2y = 16n$  đi qua điểm  $A(2; 5)$ . **ĐS:**  $m = 3, n = 1$ .

**Bài 7.** Xác định  $m, n$  để đường thẳng  $(d): mx + (m - 2n)y - 2 = 0$  đi qua hai điểm  $A(1; -1), B(-2; 3)$ . **ĐS:**  $m = 8, n = 1$ .

**Bài 8.** Hãy xác định hàm số bậc nhất thỏa mãn mỗi điều kiện sau

a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(1;-3), B(2;3)$ ; **ĐS:**  $y = 6x - 9$ .

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $C(1-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$  và  $D(\sqrt{2}-1; \sqrt{2}-1)$ ; **ĐS:**  $y = \frac{3+\sqrt{2}}{2}x - \frac{1}{2}$ .

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $E(1;3)$  và cắt đường thẳng  $(d): y = 2x - 4$  tại điểm có hoành độ bằng 3. **ĐS:**  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 9.** Với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $(d): 2mx + (m-1)y = 3$  đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): 2x + 3y + 2 = 0$  và  $(d_2): 3x - 2y = -3$ . **ĐS:**  $m = -\frac{3}{2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 10.** Tìm  $m$  để ba đường thẳng  $(d_1): 2x - y = 5, (d_2): -3x + 4y = 5, (d_3): y = (2m - 3)x - 1$  đồng quy. **ĐS:**  $m = \frac{21}{10}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 11.** Xác định  $m$  để đường thẳng  $(d): y = 2mx + m - 1$  và đường thẳng  $(d'): 3x - y + 2 = 0$  cắt nhau tại một điểm:

a) Nằm trên trục hoành; **ĐS:**  $m = -3$ .

b) Nằm trên trục tung; **ĐS:**  $m = 3$ .

c) Thuộc góc phần tư thứ ba; **ĐS:**  $m > \frac{3}{2}$  hoặc  $m < -1$ .

d) Nằm trên đường thẳng  $(d_1): y = -2x - 3$ . **ĐS:**  $m = 0$ .

**Bài 12.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $(d): y = ax - 2a - b$  và đường thẳng  $(d'): ax - (3b - 1)y = 10$ , biết rằng  $(d)$  đi qua điểm  $A(-3; 5)$  và  $(d')$  đi qua điểm  $B(2; -1)$ .

**ĐS:**  $M\left(-\frac{2}{13}; -\frac{9}{13}\right)$ .

## D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**Bài 13.** Giải các hệ phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x - 3y = 1; \end{cases} \quad \mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = \frac{7}{10} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}.$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{3}{4}y = 3 \\ \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y = -2; \end{cases} \quad \mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases}.$$

c) 
$$\begin{cases} x\sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})y = 1 \\ (1 - \sqrt{3})x + y\sqrt{3} = 1; \end{cases} \quad \mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = 1 + 2\sqrt{3} \\ y = 2\sqrt{3} - 1 \end{cases}.$$

d) 
$$\begin{cases} -7,5x + 3,6y = 1,2 \\ 2x - 0,9y = -3. \end{cases} \quad \mathbf{ĐS:} \begin{cases} x = -\frac{108}{5} \\ y = -\frac{134}{3} \end{cases}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 14.** Cho hệ phương trình sau:  $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6. \end{cases}$  Giải hệ phương trình với

a)  $m = 1$ ;

**ĐS:**  $\begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$ .

b)  $m = 2$ ;

**ĐS:** vô nghiệm.

c)  $m = -2$ .

**ĐS:** vô số nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 15.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

a)  $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+2)(y+3) - \frac{1}{2}xy = 50 \\ \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}(x-2)(y-2) = 32; \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = 26 \\ y = 8 \end{cases}$ .

b)  $\begin{cases} (x+20)(y-1) = xy \\ (x-10)(y+1) = xy; \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = 40 \\ y = 3 \end{cases}$ .

c)  $\begin{cases} 2(x+y) - 3(x-y) = 5 \\ 4(x+y) + (x-y) = 3; \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ .

d)  $\begin{cases} \frac{-3y+5x}{15} - 2 = \frac{10+3y}{10} - \frac{x}{6} \\ \frac{2x-3}{4} + \frac{y}{4} = \frac{y-2x}{20} + \frac{5}{4}. \end{cases}$

**ĐS:**  $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ .

.....

.....

**Bài 16.** Giải hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = 5; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2}{3x-y} - \frac{5}{x-3y} = 3 \\ \frac{1}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = \frac{3}{5}; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 16 \\ 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = -11; \end{cases} \quad \text{ĐS: } \begin{cases} x = 4 \\ y = 25 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 3x^2 - 2y^2 = -6. \end{cases} \quad \text{ĐS: } S = \{(-2; 3), (-2; -3), (2; -3), (2; 3)\}.$$

**Bài 17.** Xác định  $a, b$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 3ax - by = 2 \\ (a + b)x + ay = b \end{cases}$  có nghiệm là  $(3; -1)$ .

$$\text{ĐS: } a = \frac{1}{4}, b = -\frac{1}{4}.$$

**Bài 18.** Xác định  $a, b$  để đường thẳng  $(d): y = (2a + 3b)x - 3a$  và đường thẳng  $(d'): x - 2(a - b)y + 2 = 0$  đi qua điểm  $A(1; 3)$ .

$$\text{ĐS: } a = \frac{5}{6}, b = \frac{1}{3}.$$



**Bài 19.** Xác định  $a, b$  để đường thẳng  $(d): y = 2ax + 2b - 1$  đi qua hai điểm  $A(1; 3), B(-2; 5)$ .

$$\text{ĐS: } a = -\frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}.$$

**Bài 20.** Hãy xác định hàm số bậc nhất thỏa mãn mỗi điều kiện sau:

a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(2; 1), B(1; 2)$ ;

$$\text{ĐS: } y = -x + 3.$$

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $C(\sqrt{5} - 2; 2), D(2 + \sqrt{5}; -2)$ ;

$$\text{ĐS: } y = -x + \sqrt{5}.$$

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $E(3; -2)$  và cắt đường thẳng  $(d'): y = -3x + 2$  tại điểm có hoành độ bằng 2.

$$\text{ĐS: } y = 2x - 8.$$

**Bài 21.** Xác định giá trị của  $m$  để các đường thẳng sau đồng quy:  $(d_1): y = \frac{3}{2}x - \frac{11}{2}$ ,  
 $(d_2): y = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}$  và  $(d_3): mx - 3y = m - 1$ . **ĐS:**  $m = \frac{7}{3}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 22.** Xác định  $m$  để đường thẳng  $(d): y = (m + 3)x - 2$  và đường thẳng  $(d'): x - 2y - 1 = 0$  cắt nhau tại một điểm:

- a) Nằm trên trục hoành; **ĐS:**  $m = -1$ .
- b) Nằm trên trục tung; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .
- c) Thuộc góc phần tư thứ nhất; **ĐS:**  $-\frac{5}{2} < m < -1$ .
- d) Nằm trên đường thẳng  $(d_1): y = x - 2$ . **ĐS:**  $m = -2$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 23.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $(d): y = (2a - 5)x - b$  và đường thẳng  $(d'): ax - by + 3 = 0$  biết rằng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 2)$  và  $(d')$  đi qua điểm  $B(-2; 3)$ . **ĐS:**  $M(-1; 0)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

--- HẾT ---

**Bài 5. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH****A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

*Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình*

- *Bước 1.* Lập hệ phương trình.
  - ✓ Chọn các ẩn số, đặt điều kiện và đơn vị phù hợp cho ẩn số;
  - ✓ Biểu diễn các đại lượng chưa biết qua ẩn số;
  - ✓ Thiết lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa ẩn số và các đại lượng đã biết;
- *Bước 2.* Giải hệ phương trình vừa lập được;
- *Bước 3.* Đối chiếu nghiệm của phương trình với điều kiện của ẩn số (nếu có) ở *Bước 1*, từ đó đưa ra kết luận cần tìm.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** Bài toán về quan hệ giữa các số

- Thực hiện các bước giải trong phần kiến thức trọng tâm.
- **Chú ý:** với  $a, b, c$  là các chữ số từ 0 đến 9, ta có
  - ✓ Số tự nhiên có hai chữ số:  $\overline{ab} = 10a + b$ .
  - ✓ Số tự nhiên có ba chữ số:  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ .

**Ví dụ 1.** Cho một số tự nhiên có hai chữ số, biết tổng hai chữ số của số đó bằng 13 và nếu chia chữ số hàng chục cho hàng đơn vị thì được thương là 2 dư 1. Tìm số đó. **ĐS:** 94.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2.** Cho hai số tự nhiên biết tổng của chúng là 33 và nếu lấy số lớn chia cho số bé thì được thương là 4 dư 3. Tìm hai số đã cho. **ĐS:** 27 và 6.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 3.** Cho một số tự nhiên có hai chữ số, 2 lần chữ số hàng chục lớn hơn 3 lần chữ số hàng đơn vị là 1. Nếu đổi chỗ hai chữ số của số đó cho nhau ta được một số mới nhỏ hơn số đã cho 18 đơn vị. Tìm số đó. **ĐS:** 53.

**Ví dụ 4.** Tổng chữ số hàng đơn vị và 5 lần chữ số hàng chục của một số có hai chữ số là 21. Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 27 đơn vị. Tìm số đó. **ĐS:** 36.

**Dạng 2: Bài toán về chuyển động**

- Chú ý các công thức:
- $S = vt$ , trong đó  $S$  là quãng đường,  $v$  là vận tốc và  $t$  là thời gian.
- Trong bài toán chuyển động trên mặt nước, ta có
- ✓ Vận tốc xuôi dòng = vận tốc thực + vận tốc dòng nước.
- ✓ Vận tốc ngược dòng = vận tốc thực – vận tốc dòng nước.
- ✓ Vận tốc thực luôn lớn hơn vận tốc dòng nước.

**Ví dụ 5.** Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 115 km gồm hai đoạn đường nhựa và đường sỏi. Thời gian xe đi trên đoạn đường nhựa và sỏi lần lượt là 1 giờ và 2 giờ. Tính vận tốc của ô tô đi trên từng đoạn đường, biết trên đoạn đường nhựa vận tốc ô tô lớn hơn trên đoạn đường sỏi là 25 km /h.

**ĐS:** 55 km/h và 53 km/h.

**Ví dụ 6.** Một ô tô xuất phát từ tỉnh A và đi đến tỉnh B với vận tốc là 30 km/h. Sau khi đến B người đó quay trở về A với vận tốc 40 km/h. Tính thời gian của ô tô lúc đi và lúc về, biết tổng thời gian cả đi lẫn về là 7 giờ.

**ĐS:** 4 giờ và 3 giờ.

**Ví dụ 7.** Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định. Nếu người đó tăng vận tốc thêm 20 km/h thì đến B sớm hơn dự định 1 giờ. Nếu người đó giảm vận tốc 10 km/h thì đến B muộn hơn 1 giờ. Tính vận tốc, thời gian dự định và độ dài quãng đường AB.

**ĐS:** 40 km/h, 3 giờ, 120 km.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 8.** Một người đi xe máy dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định, nếu người này tăng tốc thêm 15 km/h thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ, còn nếu xe chạy với vận tốc giảm đi 15 km/h thì sẽ đến B chậm hơn 2 giờ. Tính quãng đường AB.

**ĐS:** 180 km.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 9.** Một ca nô chạy trên sông trong 3 giờ xuôi dòng 38 km và ngược dòng 64 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó ca nô này chạy trong 1 giờ xuôi dòng 19 km và ngược dòng 16 km. Hãy tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước, biết rằng các vận tốc này không đổi.

**ĐS:** 35 km/h và 3 km/h.

.....

.....

**Ví dụ 10.** Hai bến sông A, B cách nhau 200 km. Một ca nô xuôi dòng từ bên A đến bên B rồi ngược từ B trở về A hết tổng thời gian là 9 giờ. Biết thời gian ca nô xuôi dòng 5 km bằng thời gian ca nô ngược dòng 4 km. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng và vận tốc của dòng nước.

**ĐS:** 45 km/h và 5 km/h.

**Ví dụ 11.** Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau 100 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai 2 giờ 30 phút thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 30 phút. Tìm vận tốc của mỗi xe.

**ĐS:** 30 km/h và 20 km/h.

**Ví dụ 12.** Hai địa điểm A và B cách nhau 120 km. Một xe đạp và xe máy khởi hành cùng lúc đi từ A đến B, sau 3 giờ thì khoảng cách giữa hai xe là 30 km. Tìm vận tốc hai xe, biết thời gian để đi hết quãng đường AB của xe đạp nhiều hơn xe máy là 2 giờ. **ĐS:** 30 km/h và 20 km/h.

**Ví dụ 13.** Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 200 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 30 km/h nên ô tô đến sớm hơn xe máy 6 giờ. Tính vận tốc mỗi xe. **ĐS:** 50 km/h và 20 km/h.

**Ví dụ 14.** Một xe khách và một xe Du lịch khởi hành cùng một lúc từ Hà Nội đi đến Hải Phòng. Xe Du lịch có vận tốc lớn hơn xe khách là 10 km/h, do đó xe đã đến Hải Phòng trước xe khách 30 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết khoảng cách giữa Hà Nội và Hải Phòng là 100 km.

**ĐS:** 50 km/h và 40 km/h.



**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Cho hai số có tổng bằng 57 . Bốn lần của số bé lớn hơn 2 lần của số lớn là 6 . Tìm hai số đã cho. **ĐS:** 20 và 37 .

**Bài 2.** Tìm 2 số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 112 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 4 , số dư là 2 . **ĐS:** 90 và 22 .

**Bài 3.** Cho một số có hai chữ số, nếu đổi chỗ hai chữ số của nó ta được một số mới lớn hơn số đã cho là 18. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 132. Tìm số đã cho. **ĐS:** 57.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 4.** Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định. Nếu người đó tăng vận tốc thêm 25 km/h thì đến B sớm hơn dự định 1 giờ. Nếu người đó giảm vận tốc 20 km/h thì đến B muộn hơn 2 giờ. Tính vận tốc, thời gian dự định và độ dài quãng đường AB.

**ĐS:** 50 km/h, 3 giờ, 150 km.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 5.** Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B, cách nhau 120 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai 2 giờ 40 phút thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ. Tìm vận tốc của mỗi xe. **ĐS:** 30 km/h và 10 km/h.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 6.** Một ca nô chạy trên sông, xuôi dòng 66 km và ngược dòng 54 km hết tất cả 4 giờ. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, xuôi dòng 11 km và ngược dòng 18 km hết tất cả 1 giờ. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi. **ĐS:** 30 km/h và 3 km/h.

**Bài 7.** Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 280 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 30 km/h nên ô tô đến sớm hơn xe máy 3 giờ. Tính vận tốc mỗi xe. **ĐS:** 70 km/h và 40 km/h.

--- HẾT ---

**Bài 6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH (TT)****A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM****B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI****Dạng 1:** Bài toán về công việc làm chung và làm riêng

Lưu ý sử dụng các kết quả sau:

- Nếu giờ (hoặc ngày) làm xong công việc thì mỗi giờ (hoặc ngày) làm được công việc đó.
- Nếu trong giờ làm được công việc thì giờ làm được công việc.

**Ví dụ 1.** Hai đội công nhân cùng làm 1 đoạn đường trong 30 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội A làm được gấp hai lần đội B. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu. **ĐS:** 45 ngày và 90 ngày.

**Ví dụ 2.** Hai đội công nhân cùng làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 12 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội I sẽ hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 10 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó?

**ĐS:** 30 ngày và 20 ngày.

**Ví dụ 3.** Để hoàn thành một công việc, hai tổ làm chung và dự kiến hoàn thành sau 4 giờ. Trên thực tế sau 3 giờ hai tổ làm chung thì tổ I bị điều đi làm việc khác, tổ II hoàn thành nốt công việc còn lại trong 3 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

**ĐS:** 6 giờ và 12 giờ.

**Ví dụ 4.** Hai người thợ quét sơn một tòa nhà. Nếu họ cùng làm trong 12 ngày thì xong công trình. Tuy nhiên thực tế hai người làm cùng nhau trong 4 ngày thì người thứ nhất được chuyển đi làm công việc khác, người thứ hai làm một mình trong 14 ngày nữa mới xong. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu.

**ĐS:** 28 ngày và 21 ngày.

**Ví dụ 5.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ vòi I chảy một mình trong 1 giờ, sau đó mở thêm vòi II cùng chảy trong 3 giờ nữa thì được  $\frac{5}{6}$  bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể. **ĐS:** 12 giờ và 6 giờ.

**Ví dụ 6.** Hai vòi nước cùng chảy vào bể trống trong 12 giờ thì đầy bể. Nếu vòi I chảy trong 3 giờ rồi khóa lại, vòi II chảy tiếp trong 4 giờ thì được  $\frac{2}{7}$  bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì đầy bể? **ĐS:** 21 giờ và 28 giờ.

**Dạng 2:** Bài toán về năng suất lao động

Chú ý công thức  $S = N.t$ . Trong đó

- $S$ : lượng công việc làm được.
- $N$ : năng suất lao động (tức khối lượng công việc hoàn thành trong một đơn vị thời gian).
- $t$ : thời gian để hoàn thành công việc.



**Ví dụ 10.** Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 300 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I sản xuất vượt mức 25% , tổ II vượt mức 20% . Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 370 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

**ĐS:** 200 chi tiết máy và 100 chi tiết máy.

**Dạng 4:** Bài toán về nội dung hình học

- Sử dụng các công thức tính chu vi, diện tích các hình (tam giác, hình chữ nhật, hình vuông,...) hoặc vận dụng tính chất đặc biệt của các hình này để thiết lập được hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các ẩn. Từ đó, tìm được các đại lượng trong bài toán.

**Ví dụ 11.** Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật tăng thêm  $19 \text{ cm}^2$  . Nếu chiều rộng tăng thêm 1 cm, chiều dài giảm đi 2 cm thì diện tích hình chữ nhật giảm đi  $8 \text{ cm}^2$  . Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của hình chữ nhật.

**ĐS:** 10 m và 8 m.



**Ví dụ 12.** Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 160 m. Nếu tăng chiều rộng thêm 10 m và giảm chiều dài đi 10 m thì diện tích miếng đất tăng thêm  $100 \text{ m}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của mảnh đất. **ĐS:** 50 m và 30 m.

**Ví dụ 13.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 10 m, chiều dài lớn hơn chiều rộng là 2 m. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn đó. **ĐS:** 8 m và 6 m.

**Ví dụ 14.** Một khu đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m, chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của khu đất đó. **ĐS:** 12 m và 5 m.

**Dạng 5:** Bài toán về nội dung sắp xếp chia đều

- Sử dụng tính chất về chia hết và chia có dư.
- Lưu ý: Nếu chia số  $a$  cho số  $b$  có thương là  $q$  và dư  $r$  thì  $a = bq + r$ .

**Ví dụ 15.** Trong một buổi tọa đàm, một lớp có 25 khách mời đến giao lưu. Vì lớp đã có 45 học sinh nên phải kê thêm một dãy ghế nữa và mỗi dãy ghế xếp thêm hai chỗ ngồi. Biết mỗi dãy đều có số người ngồi như nhau và ngồi không quá năm người. Hỏi lớp học lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế?

**ĐS:** 9 dãy ghế.

**Ví dụ 16.** Người ta cần chở một số lượng hàng. Nếu xếp vào mỗi xe 10 tấn thì còn thừa lại 3 tấn, nếu xếp vào mỗi xe 13 tấn thì còn có thể chở thêm 12 tấn nữa. Hỏi có bao nhiêu xe tham gia chở hàng? **ĐS:** 5 xe.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Để hoàn thành công việc hai tổ làm chung trong 8 giờ. Tuy nhiên sau 6 giờ làm chung tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một hoàn thành nốt công việc còn lại trong 6 giờ. Hỏi hai tổ làm riêng sau bao lâu hoàn thành xong công việc. **ĐS:** 12 giờ và 24 giờ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2.** Nếu hai vòi nước cùng chảy vào bể sau 6 giờ thì đầy. Nếu mở vòi thứ nhất 2 giờ đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai 5 giờ thì

được  $\frac{8}{15}$  bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu bể đầy. **ĐS:** 10 giờ và 15 giờ.

.....

.....

**Bài 3.** Nếu hai vòi nước cùng chảy vào bể sau 4 giờ thì được  $\frac{5}{6}$  bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 3 giờ, sau đó mở thêm vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu bể đầy. **ĐS:** 8 giờ và 12 giờ.

**Bài 4.** Một đội máy cày dự định mỗi ngày cày 0,6 ha. Khi thực hiện mỗi ngày cày được 0,78 ha. Vì vậy đội không những đã cày xong trước thời hạn 2 ngày mà còn cày thêm 0,6 ha nữa. Tính diện tích đội phải cày theo dự định. **ĐS:** 7,2 ha.

**Bài 5.** Một xưởng may theo kế hoạch cần phải sản xuất 160 cái áo trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 4 cái áo nên phân xưởng đã hoàn thành sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm theo dự định? **ĐS:** 16.

**Bài 6.** Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 680 tấn thóc. Năm nay đơn vị thứ nhất vượt mức 18% , đơn vị thứ hai làm vượt mức 20% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch vượt mức 129 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc.

**ĐS:** 350 sản phẩm và 330 sản phẩm.

**Bài 7.** Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 700 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ I vượt 18% , tổ II vượt 30% . Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 880 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm. **ĐS:** 250 và 450.

**Bài 8.** Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 60 m. Nếu tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 5 m thì diện tích miếng đất giảm đi  $20 \text{ m}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của mảnh đất. **ĐS:** 20 m và 10 m.

**Bài 9.** Cho một miếng đất hình chữ nhật. Nếu tăng chiều rộng thêm 1 m và tăng chiều dài thêm 2 m thì diện tích miếng đất tăng lên  $37 \text{ m}^2$ . Nếu giảm chiều rộng thêm 1 m và tăng chiều dài thêm 1 m thì diện tích miếng đất giảm đi  $6 \text{ m}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của mảnh đất.

**ĐS:** 15 m và 10 m.

**Bài 10.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 30 m, chiều dài lớn hơn chiều rộng là 6 m. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn đó. **ĐS:** 24 m và 18 m.

**Bài 11.** Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại đi vận chuyển 60 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đoàn xe được giao chở thêm 25 tấn nữa, do đó phải điều thêm 1 xe cùng loại và mỗi xe phải chở thêm 2 tấn. Tính số xe phải điều theo dự định. Biết mỗi xe chở số hàng như nhau và số xe nhỏ hơn 10. **ĐS:** 4 xe.

--- HẾT ---

### ÔN TẬP CHƯƠNG III

#### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

**Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$  ĐS: (1; 2).

b)  $\begin{cases} \frac{6}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 1 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3. \end{cases}$  ĐS: (2; 1).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$  ; ĐS: (1; 1).

b)  $\begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{6}{y} = 9 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 7 \end{cases}$  . ĐS: (1; 1).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Bài 3.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ mx - y = m. \end{cases}$$

- a) Tìm  $m$  để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.      **ĐS:**  $m \neq -\frac{1}{2}$ .
- b) Tìm  $m$  để hệ phương trình vô nghiệm.      **ĐS:**  $m = -\frac{1}{2}$ .
- c) Tìm  $m$  để hệ phương trình vô số nghiệm.      **ĐS:** không tồn tại.

**Bài 4.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + my = 3. \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với  $m = 1$ .      **ĐS:**  $(x; y) = (2; 1)$ .
- b) Tìm  $m$  để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.      **ĐS:**  $m \neq -1$ .
- c) Tìm  $m$  để hệ phương trình vô nghiệm.      **ĐS:**  $m = -1$ .

**Bài 5.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m, chiều rộng thêm 5 m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm  $195 \text{ m}^2$ . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất.

**ĐS:** 30 m và 10 m.

**Bài 6.** Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m. Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m. Hãy tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

**ĐS:**  $135 \text{ m}^2$ .

**Bài 7.** Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Thực tế, xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10%, xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15%, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

**ĐS:** xí nghiệp I: 200 ; xí nghiệp II: 160.

**Bài 8.** Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

**ĐS:** 200, 400.

**Bài 9.** Để hoàn thành một công việc hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai bị điều chuyển đi làm việc khác, tổ một hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc? **ĐS:** 15 giờ và 10 giờ.

**Bài 10.** Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được  $\frac{3}{4}$  công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong? **ĐS:** 12 giờ, 18 giờ.

**Bài 11.** Quãng đường từ  $A$  đến  $B$  dài 90 km. Một người đi xe máy từ  $A$  đến  $B$ . Khi đến  $B$ , người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về  $A$  với vận tốc lớn hơn lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ  $A$  đến lúc trở về đến  $A$  là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ  $A$  đến  $B$ .

**ĐS:** 27 km/h và 21 km/h.

**Bài 12.** Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ  $A$  để đi đến  $B$  dài 120 km với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường. Do vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên ô tô đến  $B$  sớm hơn xe máy 24 phút. Tính vận tốc mỗi xe. **ĐS:** 60 km/h và 50 km/h.

**Bài 13.** Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó ca nô chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết rằng vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô là không đổi. **ĐS:** 27 km/h và 21 km/h.

**Bài 14.** Một ca nô đi xuôi dòng 48 km rồi đi ngược dòng 22 km. Biết rằng thời gian đi xuôi dòng lớn hơn thời gian đi ngược dòng là 1 giờ và vận tốc đi xuôi lớn hơn vận tốc đi ngược là 5 km/h. Tính vận tốc ca nô lúc đi ngược dòng. **ĐS:** 11 km/h hoặc 10 km/h.

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 15.** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

**ĐS:**  $(x; y) = (1; 2)$ .

b) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1. \end{cases}$$

**ĐS:**  $(x; y) = \left(\frac{19}{7}; \frac{8}{3}\right)$ .

**Bài 16.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với  $m = 1$ .

**ĐS:**  $(x; y) = \left(\frac{36}{5}; \frac{14}{5}\right)$ .

b) Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất và tìm nghiệm duy nhất đó.

$$\text{ĐS: } m \neq -\frac{2}{3}; (x; y) = \left( \frac{36}{3m+2}; \frac{28+6m}{3m+2} \right).$$

c) Tìm  $m$  để hệ phương trình vô nghiệm.

$$\text{ĐS: } m = -\frac{2}{3}.$$

**Bài 17.** Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm  $13 \text{ cm}^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 2 cm, chiều rộng đi 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm  $15 \text{ cm}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

$$\text{ĐS: } 7 \text{ cm và } 5 \text{ cm.}$$

**Bài 18.** Trong tuần đầu hai tổ sản xuất được 1500 bộ quần áo. Sang tuần thứ hai tổ một sản xuất vượt mức 25%, tổ hai giảm mức 8% nên trong tuần này cả hai tổ sản xuất được 1677 bộ quần áo. Hỏi tuần đầu, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu bộ? **ĐS:** 900 và 600.

**Bài 19.** Hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Nếu vòi một chảy trong 4 giờ, vòi hai chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được  $\frac{3}{4}$  bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy đầy bể.

**ĐS:** 8 giờ và 12 giờ.

**Bài 20.** Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A để đi đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc xe khách là 20 km/h. Do đó xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km. **ĐS:** 60 km/h và 40 km/h.



**Bài 21.** Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn ngược dòng 1 giờ. **ĐS:** 22 km/h.

--- HẾT ---

**ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 3 – MÔN TOÁN 9 – ĐỀ SỐ 1**

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

**Câu 1.** Tìm nghiệm tổng quát của phương trình  $2x - y - 1 = 0$ .

A.  $\begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

B.  $\begin{cases} x = t \\ y = 2t - 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

C.  $\begin{cases} x = 2t \\ y = t + 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

D.  $\begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

**Câu 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hệ vô nghiệm.

B. Hệ có nghiệm duy nhất.

C. Hệ vô số nghiệm.

D. Không xác định được.

**Câu 3.** Tìm giá trị của tham số  $a$  để đường thẳng  $d: 2x - y + 1 = 0$  song song với đường thẳng  $d': y = (a^2 - 2)x + a - 1$ .

A.  $a = -1$ .

B.  $a = 2$ .

C.  $a = -2$ .

D. không có  $a$ .

**Câu 4.** Xác định  $a, b$  để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(0;1)$  và  $B(l;2)$ .

A.  $a = 2, b = 1$ .

B.  $a = 1, b = -1$ .

C.  $a = 2, b = -1$ .

D.  $a = 1, b = 1$ .

**Câu 5.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để ba đường thẳng  $y = 2x - 1, x + y = 2, (a - 1)x + y = 5$  đồng quy.

A.  $a = 0$ .

B.  $a = 4$ .

C.  $a = -3$ .

D.  $a = 5$ .

**Câu 6.** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(1;2)$ .

B.  $(2;-1)$ .

C.  $(2;1)$ .

D.  $(-1;2)$ .

**Câu 7.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$  biết hệ đã cho nhận  $(1;-2)$  làm một nghiệm.

A.  $T = 7$ .

B.  $T = 25$ .

C.  $T = 5$ .

D.  $T = \sqrt{7}$ .

**Câu 8.** Tìm giá trị của  $m$  để nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$  cũng là nghiệm của phương trình  $(2m - 1)x + y = 5m + 2$ .

- A.  $m = -\frac{4}{3}$ .      B.  $m = \frac{4}{3}$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m = -6$ .

### B. PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 9.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$ ;

b)  $\begin{cases} 2(x - 1) - 4(y + 1) = 3 \\ 3(x - 1) - (y + 1) = 1 \end{cases}$ ;

c)  $\begin{cases} (x - 1)(y - 1) + 1 = xy \\ (4x + 1)(3y - 6) = (6x - 1)(2y + 3) \end{cases}$ .

**Câu 10.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể. Người ta mở cả hai vòi trong 4 giờ rồi khóa vòi II và để vòi I chảy tiếp 14 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu mới đầy bể?

**Câu 11.** Cho phương trình  $mx + y = m - 2$  với  $m$  là tham số.

- a) Với  $m = 1$ , tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên hệ trục tọa độ.
- b) Tìm  $m$  để phương trình đã cho cùng phương trình  $x + y = m + 1$  có một nghiệm chung duy nhất. Tìm nghiệm đó.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 3 – MÔN TOÁN 9 – ĐỀ SỐ 2**

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

**Câu 1.** Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $x + y - 1 = 0$ .

B.  $x(y - 1) + y = 0$ .

C.  $x^2 - 2 = 0$ .

D.  $2x(x - 1) - 3y = 1$ .

**Câu 2.** Tập nghiệm của phương trình  $4x - 3y = -1$  được biểu diễn bởi đường thẳng

A.  $y = 4x - 1$ .

B.  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ .

C.  $y = 4x + 1$ .

D.  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$ .

**Câu 3.** Tìm  $m$  sao cho điểm  $M(2;1)$  thuộc đồ thị hàm số  $mx - 3y - 5 = 0$ .

A.  $m = -3$ .

B.  $m = -4$ .

C.  $m = 4$ .

D.  $m = 3$ .

**Câu 4.** Cho ba đường thẳng  $d_1 : 3x + y = 0$ ,  $d_2 : x - y = -4$ ,  $d_3 : 0,5x + y = 5,5$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau tại điểm  $(-1;3)$ .

B.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau tại điểm  $(1;-2)$ .

C.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau tại điểm  $\left(3; -\frac{1}{2}\right)$ .

D.  $d_1$  và  $d_2$  không cắt nhau.

**Câu 5.** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $A(0;1)$  và  $B(1;3)$  là

A.  $y = 1 - 2x$ .

B.  $x + y - 2 = 0$ .

C.  $y = 2x + 1$ .

D.  $y = 2x - 1$ .

**Câu 6.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $2x + y - 1 = 0$  và  $y = 4x - 3$

A.  $\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

B.  $\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

C.  $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

D.  $(-1;2)$ .

**Câu 7.** Tìm giá trị của tham số  $a$  để hệ phương trình  $\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases}$  vô nghiệm.

A.  $a = 0$ .

B.  $a = -2$ .

C.  $a = 1$ .

D.  $a = -1$ .

**Câu 8.** Tìm giá trị của tham số  $a$  để hai hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$  và  $\begin{cases} ax - 3y = -2 \\ x + y = 3 \end{cases}$  tương đương.

A.  $a = 1$ .

B.  $a = 2$ .

C.  $a = -2$ .

D.  $a = 4$ .





Chương

4

## HÀM SỐ $y = ax^2$ . PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

### Bài 1. HÀM SỐ $y = ax^2$ $a \neq 0$

#### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Nếu  $a > 0$  thì hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) đồng biến khi  $x > 0$  và nghịch biến khi  $x < 0$ .
- Nếu  $a < 0$  thì hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) đồng biến khi  $x < 0$  và nghịch biến khi  $x > 0$ .

#### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

**Dạng 1:** Tính giá trị của hàm số tại một điểm cho trước

- Thay giá trị của  $x$  vào hàm số để tìm  $y$ .

**Ví dụ 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = 5x^2$ .

a) Tìm giá trị của hàm số khi  $x$  nhận các giá trị lần lượt là 1; 0; -2 và  $4 - \sqrt{12}$ .

**ĐS:**  $f(1) = 5$ ;  $f(0) = 0$ ;  $f(-2) = 20$ ;  $f(4 - \sqrt{12}) = 140 - 80\sqrt{3}$ .

b) Tìm các giá trị của  $a$ , biết rằng  $f(a) = 15 - 10\sqrt{2}$ .

**ĐS:**  $a = \pm(\sqrt{2} - 1)$ .

c) Tìm điều kiện của  $b$ , biết rằng  $f(b) \geq 8b - 3$ .

**ĐS:**  $b \geq 1$  hoặc  $b \leq \frac{3}{5}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = -x^2$ .

a) Tìm giá trị của hàm số khi  $x$  nhận các giá trị lần lượt là 2; 0; -3 và  $6 + 2\sqrt{5}$ .

**ĐS:**  $f(2) = -4$ ;  $f(0) = 0$ ;  $f(-3) = -9$ ;  $f(6 + 2\sqrt{5}) = -56 - 24\sqrt{5}$ .









**Ví dụ 8.** Cho hàm số  $y = (3m + 4)x^2$  với  $m \neq \frac{-4}{3}$ . Tìm  $m$  để hàm số:

a) Đồng biến với  $x < 0$ .

**ĐS:**  $m < -\frac{4}{3}$ .

b) Nghịch biến với  $x < 0$ .

**ĐS:**  $m > -\frac{4}{3}$ .

c) Có giá trị  $y = -3$  khi  $x = 1$ .

**ĐS:**  $m = -\frac{7}{3}$ .

d) Có giá trị lớn nhất là 0.

**ĐS:**  $m < -\frac{4}{3}$ .

e) Có giá trị nhỏ nhất là 0.

**ĐS:**  $m > -\frac{4}{3}$ .



**ĐS:**  $f(2) = 1; f(0) = 0; f(-1) = \frac{1}{4}; f(6 - 2\sqrt{5}) = 14 - 6\sqrt{5}.$

b) Tìm các giá trị của  $a$ , biết rằng  $f(a) = \frac{9}{4} + \sqrt{5}.$

**ĐS:**  $\pm(\sqrt{5} - 2).$

c) Tìm điều kiện của  $b$ , biết rằng  $f(b) \geq b - 1.$

**ĐS:**  $b \neq 2.$

**Bài 2.** Biết rằng thể tích của một khối trụ có chiều cao  $h$  đơn vị mét, và bán kính đáy bằng  $r$  (đơn vị mét) được cho bởi công thức  $V = h\pi r^2.$

a) Tính thể tích khối trụ khi  $r$  nhận các giá trị lần lượt là 3; 7; 9 và  $2 + \sqrt{3}$ , biết rằng  $h = 2,5$  m (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai, lấy  $\pi = 3,14$ ) **ĐS:** 70,65; 384,65; 635,85; 109,34.

b) Nếu bán kính  $r$  tăng hai lần thì thể tích sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

**ĐS:** 4.

c) Tìm  $r$ , biết rằng  $V = 70,66 \text{ m}^3, h = 2,5$  m (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai) **ĐS:** 2,00.



**Bài 5.** Cho hàm số  $y = (m^2 - 4m + 7)x^2$ .

a) Chứng minh với mọi tham số  $m$  hàm số luôn nghịch biến với mọi  $x < 0$  và đồng biến với mọi  $x > 0$ .

b) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để khi  $x = -\frac{1}{2}$  thì  $y = 3$ .

ĐS:  $\begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$ .

--- HẾT ---







**Ví dụ 4.** Cho hàm số  $y = (m^2 - 2)x^2$  ( $m \neq \pm\sqrt{2}$ ) có đồ thị là parabol ( $P$ ).

a) Xác định  $m$  để ( $P$ ) đi qua điểm  $A(-\sqrt{2}; 4)$ .

**ĐS:**  $m = \pm 2$ .

b) Với giá trị  $m$  vừa tìm được ở trên, hãy:

i) Vẽ ( $P$ ) trên mặt phẳng tọa độ.

ii) Tìm các điểm trên ( $P$ ) có hoành độ bằng 3.

iii) Tìm các điểm trên ( $P$ ) cách đều hai trục tọa độ.

**ĐS:**  $B(3; 18); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Ví dụ 5.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{8}x^2$  có đồ thị là parabol ( $P$ ).

a) Vẽ ( $P$ ) trên mặt phẳng tọa độ.

b) Trong các điểm  $A\left(2; \frac{3}{8}\right)$ ;  $B\left(-2; \frac{1}{2}\right)$ ;  $C(0; -2)$ , điểm nào thuộc  $P$ , điểm nào không thuộc ( $P$ )?

**Ví dụ 6.** Cho hàm số  $y = -7x^2$  có đồ thị là parabol ( $P$ ).

a) Vẽ ( $P$ ) trên mặt phẳng tọa độ.

b) Trong các điểm  $A(2; -28)$ ;  $B(-1; 7)$ ;  $C(0; -2)$ , điểm nào thuộc  $P$ , điểm nào không thuộc ( $P$ )?

**Dạng 2: Tọa độ giao điểm của Parabol và đường thẳng**

- Cho Parabol  $(P): y = ax^2 (a \neq 0)$  và đường thẳng  $d: y = mx + n$ . Để tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của  $(P)$  và  $d$ , ta làm như sau
- Bước 1: Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $d: ax^2 = mx + n$ . (\*)
- Bước 2: Giải phương trình (\*) ta tìm được nghiệm (nếu có). Từ đó ta tìm được tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $d$ .

**Chú ý:** Số nghiệm của phương trình (\*) đúng bằng số giao điểm của  $(P)$  và  $d$ , cụ thể

- Nếu (\*) vô nghiệm thì  $d$  không cắt  $(P)$ .
- Nếu (\*) có nghiệm kép thì  $d$  tiếp xúc với  $(P)$ .
- Nếu (\*) có hai nghiệm phân biệt thì  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt.

**Ví dụ 7.** Cho parabol  $(P): y = 2x^2$  và đường thẳng  $d: y = -x + 3$ .

a) Vẽ  $(P)$  và  $d$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Xác định tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $d$ .

**ĐS:**  $A(1;2); B\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .

c) Dựa vào đồ thị, hãy giải bất phương trình  $2x^2 \geq -x + 3$ .

**ĐS:**  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$ .



**Ví dụ 10.** Cho hàm số  $y = -2x^2$  có đồ thị là parabol  $(P)$ .

a) Vẽ  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ.

b) Dựa vào đồ thị, hãy biện luận số nghiệm của phương trình  $-2x^2 + 2m - 1 = 0$  theo  $m$ .

**Ví dụ 11.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng  $d$  có phương trình  $y = x + m$ . Tìm  $m$  để:

a)  $d$  và  $(P)$  có điểm chung duy nhất. **ĐS:**  $m = 1$ .

b)  $d$  và  $(P)$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt. **ĐS:**  $m < 1$ .

c)  $d$  và  $(P)$  không có điểm chung. **ĐS:**  $m > 1$ .





**Bài 2.** Cho hàm số  $y = \frac{a}{3}x^2$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị là parabol ( $P$ ).

a) Xác định  $a$  để ( $P$ ) đi qua điểm  $A(-\sqrt{5}; 5)$ .

**ĐS:**  $a = 2$ .

b) Với giá trị vừa tìm được ở trên, hãy:

i) Vẽ ( $P$ ) trên mặt phẳng tọa độ.

ii) Tìm các điểm trên ( $P$ ) có hoành độ bằng 4.

iii) Tìm các điểm trên ( $P$ ) cách đều hai trục tọa độ.

**ĐS:**  $B(4; 24); \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right); \left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .



**Bài 5.** Cho hàm số  $y = 3x^2$  có đồ thị là parabol  $(P)$ .

a) Vẽ  $(P)$  lên mặt phẳng tọa độ.

b) Dựa vào đồ thị, hãy biện luận số nghiệm của phương trình  $3x^2 - m - 2 = 0$  theo  $m$ .

**Bài 6.** Cho parabol  $(P)$ :  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $d$  có phương trình  $y = -x + m$ . Tìm  $m$  để:

a)  $d$  và  $(P)$  có điểm chung duy nhất.

$$\text{ĐS: } m = -\frac{1}{2}.$$

b)  $d$  và  $(P)$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

$$\text{ĐS: } m > -\frac{1}{2}.$$

c)  $d$  và  $(P)$  không có điểm chung.

$$\text{ĐS: } m < -\frac{1}{2}.$$

--- HẾT ---

**Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN****A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

- Phương trình bậc hai một ẩn (hay còn gọi là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng:  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) trong đó  $a, b, c$  là những số thực cho trước được gọi là hệ số,  $x$  là ẩn số.
- **Chú ý:** Giải phương trình bậc hai một ẩn là đi tìm tập nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn đó.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI****Dạng 1:** Nhận dạng và tìm hệ số của phương trình bậc hai một ẩn

- Đưa phương trình đã cho về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$ , từ đó đưa ra kết luận về dạng phương trình và các hệ số.
- **Lưu ý:** Phương trình bậc hai có hệ số  $a$  khác 0.

**Ví dụ 1.** Đưa các phương trình sau về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  và chỉ rõ các hệ số  $a, b, c$ .

- a)  $3 - x^2 = 0$ . **ĐS:**  $-x^2 + 3 = 0$ , với  $a = -1, b = 0, c = 3$ .
- b)  $x^2 - x = 3x + 1$ . **ĐS:**  $x^2 - 4x - 1 = 0$ , với  $a = 1, b = -4, c = -1$ .
- c)  $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x + 2$ . **ĐS:**  $3x^2 - (4 + \sqrt{2})x - 2 = 0$ , với  $a = 3, b = -4 - \sqrt{2}, c = -2$ .
- d)  $(x - 1)^2 = 3(x + 1)$ . **ĐS:**  $x^2 - 5x - 2 = 0$ , với  $a = 1, b = -5, c = -2$ .

**Ví dụ 2.** Đưa các phương trình sau về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  và chỉ rõ các hệ số  $a, b, c$ .

- a)  $3x - x^2 = 0$ . **ĐS:**  $-x^2 + 3x = 0$ , với  $a = -1, b = 3, c = 0$ .
- b)  $x^2 - 3x = 2x - 3$ . **ĐS:**  $x^2 - 5x + 3 = 0$ , với  $a = 1, b = -5, c = 3$ .
- c)  $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$ . **ĐS:**  $(3 - \sqrt{2})x^2 - 4x + 2 = 0$ , với  $a = 3 - \sqrt{2}, b = -4, c = 2$ .
- d)  $(x + 1)^2 = 2(x - 1)$ . **ĐS:**  $x^2 + 3 = 0$ , với  $a = 1, b = 0, c = 3$ .

**Ví dụ 3.** Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số  $a$  của phương trình đó ( $m$  là hằng số)

- a)  $1 + mx = x^2$ . **ĐS:**  $x^2 - mx - 1 = 0; a = 1$ .
- b)  $1 + mx = m^2$ . **ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.
- c)  $m^2x^2 - 4mx = -\sqrt{2}x^2 + 1$ . **ĐS:**  $(m^2 + \sqrt{2})x^2 - 4mx - 1 = 0, a = m^2 + \sqrt{2}$ .

d)  $m(x-1)^2 = mx^2 - 1$ .

**ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.

**Ví dụ 4.** Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số  $a$  của phương trình đó ( $m$  là hằng số)

a)  $x = x^2 - m$ .

**ĐS:**  $x^2 - x - m = 0, a = 1$ .

b)  $m = m^2 - mx$ .

**ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.

c)  $(m^2 - 1)x^2 - mx = -3x^2$ .

**ĐS:**  $(m^2 + 2)x^2 - mx = 0, a = m^2 + 2$ .

d)  $m(x-1)^2 = x(1+mx)$ .

**ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.

**Dạng 2:** Sử dụng các phép biến đổi, giải phương trình bậc hai một ẩn cho trước

- Cách 1: Đưa phương trình đã cho về dạng tích.
- Cách 2: Đưa phương trình đã cho về phương trình mà vế trái của phương trình đó là bình phương, còn vế phải là một hằng số.

**Ví dụ 5.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - 2x = 0$ .

**ĐS:**  $x = 0; x = 2$ .

b)  $\sqrt{3}x^2 = 2x$ .

**ĐS:**  $x = 0; x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

c)  $-3x^2 + 12 = 0$ .

**ĐS:**  $x = -2; x = 2$ .

d)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .

**ĐS:**  $x = 1; x = 2$ .

**Ví dụ 6.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - 3x = 0$ .

**ĐS:**  $x = 0; x = 3$ .

b)  $x^2 = \sqrt{2}x$ .

**ĐS:**  $x = 0; x = \sqrt{2}$ .

c)  $x^2 - 2 = 0$ .

**ĐS:**  $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$ .

d)  $x^2 + x - 2 = 0$ .

**ĐS:**  $x = 1; x = -2$ .

**Ví dụ 7.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x+1)^2 = 4$ .

**ĐS:**  $x = 1; x = -3$ .

b)  $x^2 + 2x = 3$ .

**ĐS:**  $x = 1; x = -3$ .

c)  $2x^2 + 4x - 7 = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1; x = -\frac{3}{\sqrt{2}} - 1$ .

d)  $4x^2 + 8x - 5 = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{1}{2}; x = -\frac{5}{2}$ .

**Ví dụ 8.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x-2)^2 = 9$ .

**ĐS:**  $x = -1; x = 5$ .

b)  $x^2 - 4x = 5$ .

**ĐS:**  $x = -1; x = 5$ .

c)  $2x^2 - 8x + 5 = 0$ .

**ĐS:**  $x = \sqrt{\frac{3}{2}} + 2; x = -\sqrt{\frac{3}{2}} + 2$ .

d)  $4x^2 - 16x - 9 = 0$ .

**ĐS:**  $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{9}{2}$ .

**Ví dụ 9.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{1}{2}$ .

b)  $x^2 - x = 2$ .

**ĐS:**  $x = -1; x = 2$ .

c)  $2x^2 - 2x - 5 = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$ .

d)  $x^2 - x + 1 = 0$ .

**ĐS:** PT vô nghiệm.

**Ví dụ 10.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{1}{2}$ .

b)  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

**ĐS:**  $x = -1; x = 2$ .

c)  $2x^2 - 6x + 3 = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$ .

d)  $x^2 - 3x + 3 = 0$ .

**ĐS:** PT vô nghiệm.

**Ví dụ 11.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{3}{2}$ .

b)  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

**ĐS:**  $x = -1; x = 4$ .

c)  $2x^2 - 6x + 3 = 0$ .

**ĐS:**  $x = \frac{\sqrt{3}+3}{2}; x = \frac{-\sqrt{3}+3}{2}$ .

d)  $x^2 - 3x + 3 = 0$ .

ĐS: PT vô nghiệm.

**Ví dụ 12.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình sau có nghiệm bằng 1

a)  $x^2 + m^2 = 4x$ .

ĐS:  $m = \pm\sqrt{3}$ .

b)  $x^2 - (m+3)x + m^2 = 0$ .

ĐS:  $m = 2, m = -1$ .

**Ví dụ 13.** Với giá nào của  $m$  thì phương trình sau có nghiệm bằng 1

a)  $x^2 - m^2 + 4 = 0$ .

ĐS:  $m = \pm\sqrt{5}$ .

b)  $m^2 + 4mx - 5 = 0 = 0$ .

ĐS:  $m = 1, m = -5$ .

### C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Bài 1.** Đưa các phương trình sau về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  và tính tổng  $T = a + b + c$

a)  $25 - 4x^2 = 0$ .

ĐS:  $T = 21$ .

b)  $x^2 - 4x = -5x + 2$ .

ĐS:  $T = 0$ .

c)  $(x-1)^2 - 3x + 4 = 0$ .

ĐS:  $T = 1$ .

d)  $x(x-3) = \sqrt{2}x^2 - 2x$ .

ĐS:  $T = -\sqrt{2}$ .

**Bài 2.** Giải các phương trình sau

a)  $4x^2 - 9 = 0$ .

ĐS:  $x = \pm\frac{3}{2}$ .

b)  $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$ .

ĐS:  $x = 0; x = 2\sqrt{2}$ .

c)  $x^2 - 2\sqrt{2}x = 2$ .

ĐS:  $x = \sqrt{2}$ .

d)  $x^2 - \sqrt{8}x + 5 = 0$ .

ĐS: PT vô nghiệm.

**Bài 3.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 + 2x = 0$ .

ĐS:  $x = 0, x = -2$ .

b)  $x^2 - 5 = 0$ .

ĐS:  $x = \pm\sqrt{5}$ .

c)  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .

ĐS:  $x = 2, x = -4$ .

d)  $2x^2 + 4x - 5 = 0$ .

ĐS:  $x = -\sqrt{\frac{7}{2}} - 1$ .

**Bài 4.** Với giá nào của  $m$  thì phương trình sau có nghiệm là  $-1$

a)  $4x^2 - 25m^2 = 0.$

**ĐS:**  $m = \pm \frac{2}{5}.$

b)  $x^2 - 3mx + 3m^2 = 0.$

**ĐS:** Không tìm được  $m.$



## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Ví dụ 1.** Đưa các phương trình sau về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  và chỉ rõ các hệ số  $a, b, c$ .

a)  $3 - x^2 = 0$ .

b)  $x^2 - x = 3x + 1$ .

c)  $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x + 2$ .

d)  $(x-1)^2 = 3(x+1)$ .

**Lời giải.**

a) Biến đổi PT  $3 - x^2 = 0$  thành  $-x^2 + 3 = 0$ , với  $a = -1, b = 0, c = 3$ .

b) Biến đổi PT  $x^2 - x = 3x + 1$  thành  $x^2 - 4x - 1 = 0$ , với  $a = 1, b = -4, c = -1$ .

c) Biến đổi PT  $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x + 2$  thành  $3x^2 - (4 + \sqrt{2})x - 2 = 0$ , với  $a = 3, b = -4 - \sqrt{2}, c = -2$ .

d) Biến đổi PT  $(x-1)^2 = 3(x+1)$  thành  $x^2 - 5x - 2 = 0$ , với  $a = 1, b = -5, c = -2$ .

**Ví dụ 2.** Đưa các phương trình sau về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  và chỉ rõ các hệ số  $a, b, c$ .

a)  $3x - x^2 = 0$ .

b)  $x^2 - 3x = 2x - 3$ .

c)  $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$ .

d)  $(x+1)^2 = 2(x-1)$ .

**Lời giải.**

a) Biến đổi PT  $3x - x^2 = 0$  thành  $-x^2 + 3x = 0$ , với  $a = -1, b = 3, c = 0$ .

b) Biến đổi PT  $x^2 - 3x = 2x - 3$  thành  $x^2 - 5x + 3 = 0$ , với  $a = 1, b = -5, c = 3$ .

c) Biến đổi PT  $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$  thành  $(3 - \sqrt{2})x^2 - 4x + 2 = 0$ , với  $a = 3 - \sqrt{2}, b = -4, c = 2$ .

d) Biến đổi PT  $(x+1)^2 = 2(x-1)$  thành  $x^2 + 3 = 0$ , với  $a = 1, b = 0, c = 3$ .

**Ví dụ 3.** Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số  $a$  của phương trình đó ( $m$  là hằng số)

a)  $1 + mx = x^2$ .

b)  $1 + mx = m^2$ .

c)  $m^2x^2 - 4mx = -\sqrt{2}x^2 + 1$ .

d)  $m(x-1)^2 = mx^2 - 1$ .

**Lời giải.**

a) Biến đổi  $1 + mx = x^2$  thành  $x^2 - mx - 1 = 0; a = 1$ .

b)  $1 + mx = m^2$  không đưa được về phương trình bậc 2.

c) Biến đổi  $m^2x^2 - 4mx = -\sqrt{2}x^2 + 1$  thành  $(m^2 + \sqrt{2})x^2 - 4mx - 1 = 0, a = m^2 + \sqrt{2}$ .

d)  $m(x-1)^2 = mx^2 - 1$  không đưa được về phương trình bậc 2.

**Ví dụ 4.** Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số  $a$  của phương trình đó ( $m$  là hằng số)

- a)  $x = x^2 - m$ .
- b)  $m = m^2 - mx$ .
- c)  $(m^2 - 1)x^2 - mx = -3x^2$ .
- d)  $m(x-1)^2 = x(1+mx)$ .

**Lời giải.**

- a)  $x = x^2 - m \Leftrightarrow x^2 - x - m = 0, a = 1$ .
- b)  $m = m^2 - mx$  không đưa được về phương trình bậc 2.
- c)  $(m^2 - 1)x^2 - mx = -3x^2 \Leftrightarrow (m^2 + 2)x^2 - mx = 0, a = m^2 + 2$ .
- d)  $m(x-1)^2 = x(1+mx)$  không đưa được về phương trình bậc 2.

**Ví dụ 5.** Giải các phương trình sau:

- a)  $x^2 - 2x = 0$ .
- b)  $\sqrt{3}x^2 = 2x$ .
- c)  $-3x^2 + 12 = 0$ .
- d)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .

**Lời giải.**

- a) Biến đổi  $x^2 - 2x = 0$  thành  $x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x - 2 = 0$ , từ đó tìm được  $x = 0; x = 2$ .
- b) Biến đổi  $\sqrt{3}x^2 = 2x$  thành  $x(\sqrt{3}x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $\sqrt{3}x - 2 = 0$ , từ đó tìm được  $x = 0; x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .
- c) Biến đổi  $-3x^2 + 12 = 0$  thành  $-3(x+2)(x-2) = 0$  hoặc đưa về  $x^2 = 4$ , từ đó tìm được  $x = -2; x = 2$ .
- d) Biến đổi  $x^2 - 3x + 2 = 0$  thành  $(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$  hoặc  $x - 2 = 0$ , từ đó tìm được  $x = 1; x = 2$ .

**Ví dụ 6.** Giải các phương trình sau:

- a)  $x^2 - 3x = 0$ .
- b)  $x^2 = \sqrt{2}x$ .
- c)  $x^2 - 2 = 0$ .
- d)  $x^2 + x - 2 = 0$ .

**Lời giải.**

- a) Biến đổi  $x^2 - 3x = 0$  thành  $x(x-3) = 0$ , từ đó tìm được  $x = 0; x = 3$ .

**b)** Biến đổi  $x^2 = \sqrt{2}x$  thành  $x(x - \sqrt{2}) = 0$ , từ đó tìm được  $x = 0; x = \sqrt{2}$ .

**c)** Biến đổi  $x^2 - 2 = 0$  thành  $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 0$ , từ đó tìm được  $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$ .

**d)** Biến đổi  $x^2 + x - 2 = 0$  thành  $(x - 1)(x + 2) = 0$ , từ đó tìm được  $x = 1; x = -2$ .

**Ví dụ 7.** Giải các phương trình sau:

**a)**  $(x+1)^2 = 4$ .

**b)**  $x^2 + 2x = 3$ .

**c)**  $2x^2 + 4x - 7 = 0$ .

**d)**  $4x^2 + 8x - 5 = 0$ .

**Lời giải.**

**a)** Ta có PT  $(x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x+1 = \pm 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$

**b)** Biến đổi  $x^2 + 2x = 3$  ta được  $(x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$

Cách khác: đưa PT về dạng tích  $(x-1)(x+3) = 0$ .

**c)** Biến đổi  $2x^2 + 4x - 7 = 0$  ta được  $2x^2 + 4x - 7 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = \frac{9}{2}$ , từ đó tìm được  $x = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1; x = -\frac{3}{\sqrt{2}} - 1$ .

**d)** Biến đổi PT  $4x^2 + 8x - 5 = 0$  thành  $x^2 + 2x = \frac{5}{4} \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{9}{4}$ , từ đó tìm được  $x = \frac{1}{2}; x = -\frac{5}{2}$ .

**Ví dụ 8.** Giải các phương trình sau:

**a)**  $(x-2)^2 = 9$ .

**b)**  $x^2 - 4x = 5$ .

**c)**  $2x^2 - 8x + 5 = 0$ .

**d)**  $4x^2 - 16x - 9 = 0$ .

**Lời giải.**

**a)** Ta có PT  $(x-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x-2 = \pm 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5. \end{cases}$

**b)** Biến đổi  $x^2 - 4x = 5$  ta được  $(x-2)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5. \end{cases}$

Cách khác: đưa PT về dạng tích  $(x+1)(x-5) = 0$ .

c) Biến đổi  $2x^2 - 8x + 5 = 0$  ta được  $2x^2 - 8x + 5 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = \frac{3}{2}$ , từ đó tìm được  $x = \sqrt{\frac{3}{2}} + 2; x = -\sqrt{\frac{3}{2}} + 2$ .

d) Biến đổi PT  $4x^2 - 16x - 9 = 0$  thành  $x^2 - 4x = \frac{9}{4} \Leftrightarrow (x-2)^2 = \frac{25}{4}$ , từ đó tìm được  $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{9}{2}$ .

**Ví dụ 9.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ .

b)  $x^2 - x = 2$ .

c)  $2x^2 - 2x - 5 = 0$ .

d)  $x^2 - x + 1 = 0$ .

**Lời giải.**

a) Ta có PT  $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$ , từ đó tìm được  $x = \frac{1}{2}$ .

b) Biến đổi  $x^2 - x = 2$  thành  $x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ , từ đó tìm được  $x = -1; x = 2$ .

Cách khác: chuyển về đưa PT về dạng tích  $(x+1)(x-2) = 0$ .

c) Biến đổi PT đã cho  $2x^2 - 2x - 5 = 0$  thành  $x^2 - x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$ , từ đó tìm được  $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$ .

d) Biến đổi PT đã cho  $x^2 - x + 1 = 0$  thành  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$  PT vô nghiệm.

**Ví dụ 10.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ .

b)  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

c)  $2x^2 - 6x + 3 = 0$ .

d)  $x^2 - 3x + 3 = 0$ .

**Lời giải.**

a) Ta có PT  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$ , từ đó tìm được  $x = \frac{3}{2}$ .

**b)** Biến đổi  $x^2 - 3x - 4 = 0$  thành  $x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ , từ đó tìm được  $x = -1; x = 2$ .

Cách khác: chuyển về đưa PT về dạng tích  $(x+1)(x-2) = 0$ .

**c)** Biến đổi PT đã cho  $2x^2 - 6x + 3 = 0$  thành  $x^2 - x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$ , từ đó tìm được  $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$ .

**d)** Biến đổi PT đã cho  $x^2 - 3x + 3 = 0$  thành  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$  PT vô nghiệm.

**Ví dụ 11.** Giải các phương trình sau

**a)**  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ .

**b)**  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

**c)**  $2x^2 - 6x + 3 = 0$ .

**d)**  $x^2 - 3x + 3 = 0$ .

**Lời giải.**

**a)** Ta có PT  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$ , từ đó tìm được  $x = \frac{3}{2}$ .

**b)** Biến đổi  $x^2 - 3x - 4 = 0$  thành  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ , từ đó tìm được  $x = -1; x = 4$ .

Cách khác: chuyển về đưa PT về dạng tích  $(x+1)(x-4) = 0$ .

**c)** Biến đổi PT đã cho  $2x^2 - 6x + 3 = 0$  thành  $x^2 - 3x = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ , từ đó tìm được  $x = \frac{\sqrt{3}+3}{2}; x = \frac{-\sqrt{3}+3}{2}$ .

**d)** Biến đổi PT đã cho  $x^2 - 3x + 3 = 0$  thành  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$  PT vô nghiệm.

**Ví dụ 12.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình sau có nghiệm bằng 1

**a)**  $x^2 + m^2 = 4x$ .

**b)**  $x^2 - (m+3)x + m^2 = 0$ .

**Lời giải.**

**a)** PT có nghiệm là  $1 \Leftrightarrow 1 + m^2 = 4$ , từ đó tìm được  $m = \pm\sqrt{3}$ .

**b)** PT có nghiệm là  $1 \Leftrightarrow 1 - (m+3) + m^2 = 0$ , biến đổi thành  $(m-2)(m+1) = 0$  suy ra  $m = 2, m = -1$ .

**Ví dụ 13.** Với giá nào của  $m$  thì phương trình sau có nghiệm bằng 1

a)  $x^2 - m^2 + 4 = 0.$

b)  $m^2 + 4mx - 5 = 0 = 0.$

**Lời giải.**

a) PT có nghiệm là  $1 \Leftrightarrow 1 - m^2 + 4 = 0$ , từ đó tìm được  $m = \pm\sqrt{5}.$

b) PT có nghiệm là  $1 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 = 0$ , biến đổi thành  $(m - 1)(m + 5) = 0$  suy ra  $m = 1, m = -5.$

**Bài 1.** Đưa các phương trình sau về dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  và tính tổng  $T = a + b + c$

a)  $25 - 4x^2 = 0.$

b)  $x^2 - 4x = -5x + 2.$

c)  $(x - 1)^2 - 3x + 4 = 0.$

d)  $x(x - 3) = \sqrt{2}x^2 - 2x.$

**Lời giải.**

a) Phương trình  $25 - 4x^2 = 0$  trở thành  $-4x^2 + 25 = 0 \Rightarrow a = -4; b = 0; c = 25.$  Từ đó tìm được  $T = 21.$

b) Phương trình  $x^2 - 4x = -5x + 2$  trở thành  $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow T = 0$

c) Phương trình  $(x - 1)^2 - 3x + 4 = 0$  trở thành  $x^2 - 5x + 5 = 0 \Rightarrow T = 1.$

d) Phương trình  $x(x - 3) = \sqrt{2}x^2 - 2x$  trở thành  $(1 - \sqrt{2})x^2 - x = 0 \Rightarrow T = -\sqrt{2}.$

**Bài 2.** Giải các phương trình sau

a)  $4x^2 - 9 = 0.$

b)  $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0.$

c)  $x^2 - 2\sqrt{2}x = 2.$

d)  $x^2 - \sqrt{8}x + 5 = 0.$

**Lời giải.**

a) Biến đổi  $4x^2 - 9 = 0$  thành  $x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{3}{2}.$

b) Biến đổi  $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$  thành  $x(x - 2\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2\sqrt{2}.$

c) Biến đổi  $x^2 - 2\sqrt{2}x = 2$  thành  $(x - \sqrt{2})^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$

d) Biến đổi  $x^2 - \sqrt{8}x + 5 = 0$  thành  $x - 2\sqrt{2}x + 2 = -3 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})^2 = -3 \Leftrightarrow$  PT vô nghiệm.

**Bài 3.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 + 2x = 0.$

b)  $x^2 - 5 = 0.$

c)  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .

d)  $2x^2 + 4x - 5 = 0$ .

**Lời giải.**

a) Biến đổi  $x^2 + 2x = 0$  thành  $x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$ .

b) Biến đổi  $x^2 - 5 = 0$  thành  $x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ .

c) Biến đổi  $x^2 + 2x - 8 = 0$  thành  $(x-2)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -4$ .

Cách khác: Biến đổi thành  $(x+1)^2 = 9 \Rightarrow$  kết quả.

d) Biến đổi  $2x^2 + 4x - 5 = 0$  thành  $2(x^2 + 2x) = 5 \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{7}{2}$ . Từ đó tìm được  $x = \sqrt{\frac{7}{2}} - 1, x = -\sqrt{\frac{7}{2}} - 1$ .

**Bài 4.** Với giá nào của  $m$  thì phương trình sau có nghiệm là  $-1$

a)  $4x^2 - 25m^2 = 0$ .

b)  $x^2 - 3mx + 3m^2 = 0$ .

**Lời giải.**

a) Điều kiện  $\Leftrightarrow 4 - 25m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{2}{5}$ .

b) Điều kiện  $\Leftrightarrow 1 + 3m + 3m^2 = 0$ .

Biến đổi thành  $\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{12} \Rightarrow$  PT vô nghiệm. Không tìm được  $m$ .

--- HẾT ---

### Bài 4. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

#### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

▪ Xét phương trình bậc hai ẩn  $x$ :  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ). Với biệt thức  $\Delta = b^2 - 4ac$ , ta có

a) Trường hợp 1. Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình vô nghiệm.

b) Trường hợp 2. Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ .

c) Trường hợp 3. Nếu  $\Delta > 0$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

#### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

**Dạng 1:** Sử dụng công thức nghiệm để giải phương trình bậc hai một ẩn cho trước

▪ Bước 1: xác định các hệ số  $a, b, c$ .

▪ Bước 2: Sử dụng công thức nghiệm để giải phương trình.

**Ví dụ 1.** Xác định các hệ số  $a, b, c$ ; tính biệt thức  $\Delta$ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ . **ĐS:**  $x_1 = 1; x_2 = 2$ .

b)  $-2x^2 + x + 1 = 0$ . **ĐS:**  $x_1 = 1; x_2 = \frac{-1}{2}$ .

c)  $x^2 - 4x + 4 = 0$ . **ĐS:**  $x_1 = x_2 = 2$ .

d)  $x^2 - x + 4 = 0$ . **ĐS:** PT vô nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2.** Xác định các hệ số  $a, b, c$ ; tính biệt thức  $\Delta$ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - x - 2 = 0$ . **ĐS:**  $x_1 = -1; x_2 = 2$ .

b)  $-x^2 - 5x + 6 = 0$ . **ĐS:**  $x_1 = 1; x_2 = -6$ .

c)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$ . **ĐS:**  $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$ .

d)  $x^2 - 3x + 4 = 0$ . **ĐS:** PT vô nghiệm.

.....

.....

.....



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

**Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau :

- a)  $2x^2 - 2x + 0,5 = 0.$  **ĐS:**  $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}.$
  
- b)  $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0.$  **ĐS:**  $x_1 = x_2 = -\sqrt{2}.$
  
- c)  $x^2 - \sqrt{3}x = -1.$  **ĐS:** PT vô nghiệm.
  
- d)  $\sqrt{2}(x^2 - 2) = 4x.$  **ĐS:**  $x_{1,2} = \sqrt{2} \pm 2.$

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

**Ví dụ 4.** Giải các phương trình sau :

- a)  $x^2 - x + 1 = 0.$  **ĐS:** PT vô nghiệm.



**Ví dụ 5.** Cho phương trình  $mx^2 - 3x + 1 = 0$  (  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình:

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| a) Có hai nghiệm phân biệt. | <b>ĐS:</b> $m < \frac{9}{4}, m \neq 0$ . |
| b) Có nghiệm kép.           | <b>ĐS:</b> $m = \frac{9}{4}$ .           |
| c) Vô nghiệm.               | <b>ĐS:</b> $m > \frac{9}{4}$ .           |
| d) Có đúng một nghiệm.      | <b>ĐS:</b> $m = 0$ .                     |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.** Cho phương trình  $mx^2 - 2x + 1 = 0$  (  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình:

- |                             |                                |
|-----------------------------|--------------------------------|
| a) Có hai nghiệm phân biệt. | <b>ĐS:</b> $m < 1, m \neq 0$ . |
| b) Có nghiệm kép.           | <b>ĐS:</b> $m = 1$ .           |
| c) Vô nghiệm.               | <b>ĐS:</b> $m > 1$ .           |
| d) Có đúng một nghiệm.      | <b>ĐS:</b> $m = 0$ .           |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 3:** Giải và biện luận phương trình dạng bậc hai

- Giải và biện luận phương trình bậc hai theo tham số  $m$  là tìm tập nghiệm của phương trình tùy theo sự thay đổi của  $m$ .
- Xét phương trình dạng bậc hai:  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $\Delta = b^2 - 4ac$ .
- ✓ Nếu  $a = 0$ , ta biện luận phương trình bậc nhất.
- ✓ Nếu  $a \neq 0$ , ta biện luận phương trình bậc hai theo  $\Delta$ .

**Ví dụ 7.** Giải và biện luận các phương trình sau: ( $m$  là tham số)

a)  $x^2 - x + m = 0$ .

b)  $mx^2 - (2m+1)x + m = 0$ .

**Ví dụ 8.** Giải và biện luận các phương trình sau: ( $m$  là tham số)

a)  $x^2 - 2x + m = 0$ .

b)  $mx^2 - x + 1 = 0$ .

**Dạng 4:** Một số bài toán về tính số nghiệm của phương trình bậc hai

- Dựa vào điều kiện của  $\Delta$  để phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  có nghiệm.

**Ví dụ 9.** Chứng tỏ rằng khi một phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có các hệ số  $a$  và  $c$  trái dấu thì phương trình đó luôn có nghiệm.

**Ví dụ 10.** Không tính  $\Delta$ , hãy giải thích vì sao các phương trình sau đây có nghiệm

a)  $3x^2 + 2x - 5 = 0$ .

b)  $-x^2 + 3x + \sqrt{2} - 1 = 0$ .

c)  $5x^2 + 2x - m^2 - 1 = \sqrt{2}x + 2$ .

d)  $\sqrt{2}mx^2 + x - m = 0 (m \neq 0)$ .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Xác định các hệ số  $a, b, c$ ; tính biệt thức  $\Delta$ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

**ĐS:**  $x_1 = 2; x_2 = 3$ .

b)  $-3x^2 - 2x + 1 = 0$ .

**ĐS:**  $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{3}$ .

c)  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ .

**ĐS:**  $x_1 = 1; x_2 = \sqrt{2}$ .

d)  $x^2 - 2x + 4 = 0$ .

**ĐS:** PT vô nghiệm.

**Bài 2.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 - x = 3$ .

**ĐS:**  $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ .

b)  $-x^2 - 3x = x - 1$ .

**ĐS:**  $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5}$ .

c)  $x^2 = 2(x+1)$ .

**ĐS:**  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$ .

d)  $x^2 - \sqrt{3}(x-1) = 0$ .

**ĐS:** PT vô nghiệm.

**Bài 3.** Cho phương trình  $mx^2 - x + 2 = 0$  (m là tham số). Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

**ĐS:**  $m < \frac{1}{8}, m \neq 0$ .

b) Có nghiệm kép.

**ĐS:**  $m = \frac{1}{8}$ .



--- HẾT ---

**Bài 5. CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN**

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

- Xét phương trình bậc hai ẩn  $x: ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ . Khi  $b = 2b'$ , gọi biệt thức  $\Delta' = b'^2 - ac$ , ta có

a) Trường hợp 1: Nếu  $\Delta' < 0$  thì phương trình vô nghiệm.

b) Trường hợp 2: Nếu  $\Delta' = 0$  thì phương trình có nghiệm kép  $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$ .

c) Trường hợp 3: Nếu  $\Delta' > 0$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_{1,2} = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a}$ .



**Chú ý:** Ta thường sử dụng biệt thức  $\Delta'$  khi phương trình bậc hai đã cho với hệ số  $b$  chẵn và có dạng  $b = 2b'$ , khi đó các phép tính toán trong bài toán đơn giản hơn.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** Sử dụng công thức nghiệm thu gọn, giải phương trình bậc hai

- Bước 1: Xác định các hệ số  $a, b', c$ .
- Bước 2: Sử dụng công thức nghiệm thu gọn để giải phương trình.

**Ví dụ 1.** Xác định các hệ số  $a, b, c$ , tính biệt thức  $\Delta'$ , từ đó áp dụng công thức nghiệm thu gọn để giải các phương trình sau

a)  $3x^2 - 4x + 1 = 0$ . **ĐS:**  $\left\{1; \frac{1}{3}\right\}$ .

b)  $-4x^2 + 4x + 1 = 0$ . **ĐS:**  $\left\{\frac{1-\sqrt{2}}{2}; \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right\}$ .

c)  $3x^2 - 2\sqrt{2}x + 4 = 0$ . **ĐS:** Vô nghiệm.

d)  $x^2 - \sqrt{8}x + 2 = 0$ . **ĐS:**  $\{\sqrt{2}\}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2.** Xác định các hệ số  $a, b', c$ , tính biệt thức  $\Delta'$ , từ đó áp dụng công thức nghiệm thu gọn để giải các phương trình sau

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$ . **ĐS:**  $\{1; 5\}$ .

b)  $-3x^2 - 4x + 2 = 0$ . **ĐS:**  $\left\{\frac{-4+\sqrt{10}}{3}; \frac{-4-\sqrt{10}}{3}\right\}$ .

c)  $x^2 - 2\sqrt{3}x - 4 = 0$ . **ĐS:**  $\{\sqrt{3}-\sqrt{7}; \sqrt{3}+\sqrt{7}\}$ .

d)  $x^2 - \sqrt{20}x + 5 = 0$ .

**ĐS:**  $\{\sqrt{5}\}$ .

**Ví dụ 3.** Đưa về dạng  $ax^2 + 2b'x + c = 0$ , từ đó giải các phương trình sau bằng công thức nghiệm thu gọn

a)  $x^2 - 2 = 4x$ .

**ĐS:**  $\{2 - \sqrt{6}; 2 + \sqrt{6}\}$ ..

b)  $3 - x^2 = 2\sqrt{3}x - 2x^2$ .

**ĐS:**  $\{\sqrt{3}\}$ ..

c)  $2(x-2)^2 = -2x+5$ .

**ĐS:**  $\left\{ \frac{3-\sqrt{3}}{2}; \frac{3+\sqrt{3}}{2} \right\}$ .

d)  $\sqrt{8}(x-\sqrt{8}) = (x-\sqrt{2})^2$ .

**ĐS:** Vô nghiệm.



c) Vô nghiệm. **ĐS:**  $m < -9$ .

d) Có đúng một nghiệm. **ĐS:**  $m = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.** Cho phương trình  $mx^2 - 4x - 1 = 0$ , ( $m$  là tham số) Tìm  $m$  để phương trình

a) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:**  $-4 < m \neq 0$ .

b) Có nghiệm kép. **ĐS:**  $m = -4$ .

c) Vô nghiệm. **ĐS:**  $m < -9$ .

d) Có đúng một nghiệm. **ĐS:**  $m = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 3:** Giải và biện luận phương trình dạng bậc hai

- Xét phương trình dạng bậc hai:  $ax^2 + bx + c = 0$  với biệt thức  $\Delta' = b'^2 - ac$ .
- Nếu  $a = 0$ , ta đưa về biện luận phương trình bậc nhất.
- Nếu  $a \neq 0$ , ta biện luận phương trình bậc hai theo  $\Delta'$ .

**Ví dụ 7.** Giải và biện luận các phương trình sau ( $m$  là tham số)

a)  $mx^2 + 2x - 4 = 0$ .

b)  $x^2 - 4(m-1)x + 4m^2 = 0$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Ví dụ 8.** Giải và biện luận các phương trình sau ( $m$  là tham số)

a)  $mx^2 - 6x + 2 = 0$ .

b)  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 = 0$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Sử dụng công thức nghiệm thu gọn để giải các phương trình sau

a)  $x^2 - 10x + 16 = 0$ .

**ĐS:** {2; 8}.

b)  $-3x^2 - 4x + 2 = 0$ .

**ĐS:** {2; 8}.

c)  $x^2 - 6\sqrt{2}x + 2 = 0$ .

**ĐS:**  $\frac{-2 + \sqrt{10}}{3}; -\frac{2 + \sqrt{10}}{3}$ .

d)  $x^2 - \sqrt{40}x + 10 = 0$ .

ĐS:  $\{\sqrt{10}\}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 2.** Giải các phương trình sau

a)  $x^2 - 8x = 3$ .

ĐS:  $\{4 - \sqrt{19}; 4 + \sqrt{19}\}$ .

b)  $-x^2 - 3x = 7x - 1$ .

ĐS:  $\{-5 - \sqrt{6}; -5 + \sqrt{6}\}$ .

c)  $(x - 2)^2 = 2(1 - x)$ .

ĐS: vô nghiệm.

d)  $x^2 = 6(\sqrt{2}x - 3)$ .

ĐS:  $\{3\sqrt{2}\}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 3.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 1 = 0$ , ( $m$  là tham số) Tìm  $m$  để phương trình

a) Có hai nghiệm phân biệt.

ĐS:  $m < 0$ .

- b) Có nghiệm kép. ĐS:  $m = 0$ .
- c) Vô nghiệm. ĐS:  $m > 0$ .
- d) Có đúng một nghiệm. ĐS: không tồn tại.

**Bài 4.** Giải và biện luận phương trình  $mx^2 - 2(m-1)x + m - 1 = 0$ , ( $m$  là tham số)

--- HẾT ---

## Bài 6. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### 1. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

- Xét phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ . Nếu  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình thì

$$\bullet \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

**2. Ứng dụng của hệ thức Vi-ét**

- Nhằm nghiệm phương trình bậc hai. Xét phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ .
- ✓ Nếu  $a + b + c = 0$  thì phương trình có một nghiệm là  $x_1 = 1$ , nghiệm kia là  $x_2 = \frac{c}{a}$ .
- ✓ Nếu  $a - b + c = 0$  thì phương trình có một nghiệm là  $x_1 = -1$ , nghiệm kia là  $x_2 = \frac{-c}{a}$ .
- Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng. Nếu hai số có tổng bằng  $S$  và tích bằng  $P$  thì hai số đó là nghiệm của phương trình  $X^2 - Sx + P = 0$ .

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức đối xứng giữa các nghiệm

- Bước 1: Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm  $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ . Từ đó áp dụng hệ thức Vi-ét

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ và } P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

- Bước 2: Biến đổi biểu thức đối xứng giữa các nghiệm của đề bài theo tổng  $x_1 + x_2$  và  $x_1 x_2$  rồi áp dụng bước 1.

**Ví dụ 1.** Đối với mỗi phương trình sau, ký hiệu  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phương trình (nếu có). Không giải phương trình hãy điền vào chỗ trống

- a)  $x^2 + 4x - 5 = 0, \Delta' = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$
- b)  $4x^2 + 4x + 1 = 0, \Delta' = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$
- c)  $3x^2 - x - 3 = 0, \Delta = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$
- d)  $x^2 - 7x + 5 = 0, \Delta = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$

**Ví dụ 2.** Đối với mỗi phương trình sau, ký hiệu  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phương trình (nếu có) Không giải phương trình hãy điền vào chỗ trống

- a)  $x^2 + 3x - 4 = 0, \Delta = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$
- b)  $x^2 - 6x + 9 = 0, \Delta = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$
- c)  $2x^2 - x - 5 = 0, \Delta = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$
- d)  $x^2 - 5x - 1 = 0, \Delta = \dots, x_1 + x_2 = \dots, x_1 x_2 = \dots$



**Ví dụ 3.** Không giải phương trình sau, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

a)  $x^2 - 3x - 5 = 0$ .

**ĐS:**  $S = 3, P = -5$ .

b)  $5x^2 + 7x - 12 = 0$ .

**ĐS:**  $S = -\frac{7}{5}, P = -\frac{12}{5}$ .

c)  $4x^2 - 7x - 2 = 0$ .

**ĐS:**  $S = \frac{7}{4}, P = -\frac{1}{2}$ .

d)  $\sqrt{3}x^2 - 21x - 12 = 0$ .

**ĐS:**  $S = 7\sqrt{3}, P = -4\sqrt{3}$ .

**Ví dụ 4.** Không giải phương trình sau, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

a)  $x^2 - 2x - 5 = 0$ .

**ĐS:**  $S = 2, P = -5$ .

b)  $-5x^2 + 3x + 7 = 0$ .

**ĐS:**  $S = \frac{3}{5}, P = -\frac{7}{5}$ .

c)  $5x^2 - 7x - 3 = 0$ .

**ĐS:**  $S = \frac{7}{5}, P = -\frac{3}{5}$ .

d)  $\sqrt{2}x^2 - 10x - 2 = 0$ .

**ĐS:**  $S = 5\sqrt{2}, P = -\sqrt{2}$ .

**Ví dụ 5.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x - 1 = 0$ . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau

a)  $A = x_1^2 + x_2^2$ .

**ĐS:** 6.    b)  $B = x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ .

**ĐS:** -2.

c)  $C = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .

**ĐS:** -2.    d)  $D = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ .

**ĐS:** -6.

**Ví dụ 6.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - x - 3 = 0$ . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau

a)  $A = x_1^2 + x_2^2$ .                      **ĐS:** 7.    b)  $B = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ .                      **ĐS:** -3.

c)  $C = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .                      **ĐS:**  $-\frac{1}{3}$ .    d)  $D = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ .                      **ĐS:**  $-\frac{7}{3}$ .

### Dạng 2: Giải phương trình bằng cách nhân nghiệm

- Sử dụng hệ thức Vi-ét.

**Ví dụ 7.** Xét tổng  $a+b+c$  hoặc  $a-b+c$  rồi tính nhân các nghiệm của phương trình sau

a)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .                      **ĐS:**  $\{1; 2\}$ .    b)  $3x^2 + 7x - 10 = 0$ .                      **ĐS:**  $\left\{1; -\frac{10}{3}\right\}$ .

c)  $3x^2 + 4x + 1 = 0$ .                      **ĐS:**  $\left\{-1; -\frac{1}{3}\right\}$ .    d)  $\sqrt{3}x^2 - x + 1 - \sqrt{3} = 0$ .                      **ĐS:**  $\left\{1; \frac{3-\sqrt{3}}{3}\right\}$ .

**Ví dụ 8.** Xét tổng  $a+b+c$  hoặc  $a-b+c$  rồi tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

a)  $x^2 + 3x - 4 = 0$ .                      **ĐS:**  $\{1; -4\}$ .    b)  $2x^2 + 7x + 5 = 0$ .                      **ĐS:**  $\left\{-1; -\frac{5}{2}\right\}$ .

c)  $6x^2 - 5x - 1 = 0$ .                      **ĐS:**  $\left\{1; -\frac{1}{6}\right\}$ .    d)  $x^2 + \sqrt{2}x - 1 + \sqrt{2} = 0$ .                      **ĐS:**  $\{1; -1 + \sqrt{2}\}$ .

**Ví dụ 9.** Sử dụng định lý Vi-ét tính nhẩm nghiệm của phương trình

a)  $x^2 - 7x + 10 = 0$ .                      **ĐS:**  $\{2; 5\}$ .    b)  $x^2 + 7x + 10 = 0$ .                      **ĐS:**  $\{-2; -5\}$ .

**Ví dụ 10.** Sử dụng định lý Vi-ét tính nhẩm nghiệm của phương trình

a)  $x^2 + 5x + 6 = 0$ .                      **ĐS:**  $\{-2; -3\}$ .    b)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .                      **ĐS:**  $\{2; 3\}$ .

**Ví dụ 11.** Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 1 = 0$ . Chứng minh phương trình đã cho luôn một nghiệm không phụ thuộc vào  $m$ . Tìm nghiệm còn lại.                      **ĐS:**  $\{1; m - 1\}$ .

**Ví dụ 12.** Cho phương trình  $-x^2 + mx + m + 1 = 0$ . Chứng minh phương trình đã cho luôn một nghiệm không phụ thuộc vào  $m$ . Tìm nghiệm còn lại.                      **ĐS:**  $\{-1; -m - 1\}$ .

**Dạng 3:** Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng

- Để tìm hai số  $x, y$  khi biết tổng  $S = x + y$  và tích  $P = xy$ , ta làm như sau
- Bước 1: Giải phương trình  $X^2 - Sx + P = 0$  để tìm các nghiệm  $X_1, X_2$ .
- Bước 2: Suy ra các số  $x, y$  cần tìm là  $x, y = X_1, X_2$  hoặc  $x, y = X_2, X_1$ .

**Ví dụ 13.** Tìm hai số  $u$  và  $v$  trong mỗi trường hợp sau

a)  $u + v = 5$  và  $uv = -14$ .                      **ĐS:**  $-2$  và  $7$ .

b)  $u + v = 5$  và  $uv = -24$ .                      **ĐS:**  $-3$  và  $8$ .

**Ví dụ 14.** Tìm hai số  $u$  và  $v$  trong mỗi trường hợp sau

a)  $u + v = -6$  và  $uv = -16$ .

**ĐS:** 2 và  $-8$ .

b)  $u + v = 1$  và  $uv = \frac{1}{4}$ .

**ĐS:**  $\frac{1}{2}$ .

**Ví dụ 15.** Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  $\sqrt{2} - 1$  và  $\sqrt{2} + 1$ . **ĐS:**  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ .

**Ví dụ 16.** Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là 5 và  $-7$ . **ĐS:**  $x^2 + 2x - 35 = 0$ .

**Ví dụ 17.** Cho phương trình  $x^2 - 3x + 1 = 0$  có hai nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  và  $x_1^2 + x_2^2$ . **ĐS:**  $x^2 - 10x + 21 = 0$ .

**Ví dụ 18.** Cho phương trình  $x^2 - 4x + 2 = 0$  có hai nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  $\frac{1}{x_1}$  và  $\frac{1}{x_2}$ . **ĐS:**  $2x^2 - 4x + 1 = 0$ .

**Dạng 4:** Phân tích tam giác bậc hai thành nhân tử

- Xét tam thức bậc hai  $ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ . Nếu phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thì tam thức được phân tích thành

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

**Ví dụ 19.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

- a)  $x^2 + 2x - 3$ . **ĐS:**  $(x - 1)(x + 3)$ .
- b)  $3x^2 - 2x - 1$ . **ĐS:**  $3(x - 1)\left(x + \frac{1}{3}\right)$ .
- c)  $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$ . **ĐS:**  $(x - 1)(x - \sqrt{2})$ .
- d)  $x^2 - mx + m - 1$ . **ĐS:**  $(x - 1)(x - m + 1)$ .

**Ví dụ 20.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

- a)  $x^2 - 3x - 4$ . **ĐS:**  $(x + 1)(x - 4)$ .

b)  $4x^2 - 3x - 1$ .

**ĐS:**  $4(x-1)\left(x + \frac{1}{4}\right)$ .

c)  $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3}$ .

**ĐS:**  $(x-1)(x - \sqrt{3})$ .

d)  $x^2 - mx - m - 1$ .

**ĐS:**  $(x+1)(x - m - 1)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Dạng 5: Xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai**

Xét phương trình bậc hai một ẩn  $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ . Khi đó

- Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi  $P < 0$ .

- Phương trình có hai nghiệm cùng dấu khi và chỉ khi  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ .

- Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ .

- Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$ .

**Ví dụ 21.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình

a) Có hai nghiệm trái dấu.

**ĐS:**  $m < 1$ .

b) Có hai nghiệm phân biệt.

**ĐS:** mọi  $m$ .

c) Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

**ĐS:**  $m > 1$ .

d) Có hai nghiệm dương phân biệt.

**ĐS:**  $m > 1$ .

e) Có hai nghiệm âm phân biệt.

ĐS: không tồn tại  $m$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 22.** Cho phương trình  $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình

a) Có hai nghiệm trái dấu.

ĐS:  $m > -1$ .

b) Có hai nghiệm phân biệt.

ĐS: mọi  $m$ .

c) Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

ĐS:  $m < -1$ .

d) Có hai nghiệm dương phân biệt.

ĐS: không tồn tại.

e) Có hai nghiệm âm phân biệt.

ĐS:  $m < -1$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Dạng 6:** Xác định điều kiện của tham số để phương trình bậc hai có nghiệm thỏa mãn hệ thức cho trước

- Bước 1: Điều kiện để phương trình có nghiệm  $\Delta \geq 0$ .
- Bước 2: Từ hệ thức cho trước và hệ thức Vi-ét, ta tìm được điều kiện của tham số.

**Ví dụ 23.** Cho phương trình  $x^2 - 4x + m = 0$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ . **ĐS:**  $m = -3$ .

**Ví dụ 24.** Cho phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 1$ . **ĐS:**  $m = \frac{3}{2}$ .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Không giải các phương trình, tính tổng và tích các nghiệm phương trình sau

a)  $x^2 - 5x - 7 = 0$ . **ĐS:**  $S = 5, P = -7$ .

b)  $-x^2 - 3x + 12 = 0$ . **ĐS:**  $S = -3, P = -12$ .

c)  $\sqrt{2}x^2 - 4x - 8 = 0$ . **ĐS:**  $S = 2\sqrt{2}, P = -4\sqrt{2}$ .

d)  $6x^2 - 5x = 2$ . **ĐS:**  $S = \frac{5}{6}, P = -\frac{1}{3}$ .

**Bài 2.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 3x - 5 = 0$ . Không giải phương trình hãy tính giá trị của các biểu thức

a)  $A = 3(x_1 + x_2) + x_1x_2$ . **ĐS:** 4.    b)  $B = x_1^2 + x_2^2$ . **ĐS:** 19.

c)  $C = (x_1 - x_2)^2$ . **ĐS:** 29.    d)  $D = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ . **ĐS:**  $-\frac{19}{5}$ .

**Bài 3.** Tính nhẩm các nghiệm của phương trình sau

a)  $x^2 - 5x - 6 = 0$ .

**ĐS:**  $\{-1; -6\}$ .

b)  $2x^2 + 7x + 5 = 0$ .

**ĐS:**  $\{-1; 5\}$ .

c)  $x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - 2 + \sqrt{5} = 0$ .

**ĐS:**  $\{-1; 2 - \sqrt{5}\}$ .

d)  $x^2 - 2x + 15 = 0$ .

**ĐS:** vô nghiệm.

**Bài 4.** Tìm hai số  $u$  và  $v$  trong mỗi trường hợp sau

a)  $u + v = 5$  và  $uv = -14$ .

**ĐS:**  $-2$  và  $7$ .

b)  $u + v = -4$  và  $uv = -21$ .

**ĐS:**  $3$  và  $-7$ .

**Bài 5.** Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  $\sqrt{3} - 1$  và  $\sqrt{3} + 1$ .

**ĐS:**  $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ .

**Bài 6.** Cho phương trình  $x^2 - 5x - 2 = 0$  có hai nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là  $\frac{1}{x_1}$  và  $\frac{1}{x_2}$ . **ĐS:**  $2x^2 + 5x - 1 = 0$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 7.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a)  $x^2 + 3x - 4$ . **ĐS:**  $(x - 1)(x + 4)$ .
- b)  $4x^2 + 5x + 1$ . **ĐS:**  $4(x + 1)\left(x + \frac{1}{4}\right)$ .
- c)  $x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2}$ . **ĐS:**  $(x - 1)(x + \sqrt{2})$ .
- d)  $x^2 - (m + 1)x + m$ . **ĐS:**  $(x - 1)(x - m)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 8.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m + 2)x + m - 1 = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình

- a) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:** mọi  $m$ .
- b) Có hai nghiệm phân biệt trái dấu. **ĐS:**  $m < 1$ .
- c) Có hai nghiệm phân biệt cùng dấu. **ĐS:**  $m > 1$ .
- d) Có hai nghiệm dương phân biệt. **ĐS:**  $m > 1$ .



## A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

### 1. PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG

- Phương trình trùng phương là phương trình có dạng  $ax^4 + bx^2 + c = 0 (a \neq 0)$ .
- *Cách giải:* Đưa phương trình trùng phương về dạng phương trình bậc hai bằng cách đặt ẩn phụ.
  - ✓ *Bước 1.* Đặt  $t = x^2 (t \geq 0)$ ;
  - ✓ *Bước 2.* Giải phương trình bậc hai  $at^2 + bt + c = 0$  và tìm nghiệm của phương trình trùng phương.

### 2. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU THỨC

- Phương trình chứa ẩn ở mẫu là phương trình có dạng  $\frac{f_1(x)}{g_1(x)} + \frac{f_2(x)}{g_2(x)} + \dots + \frac{f_n(x)}{g_n(x)} = 0$ .
- *Cách giải:*
  - ✓ *Bước 1.* Tìm điều kiện xác định của phương trình;
  - ✓ *Bước 2.* Quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu thức;
  - ✓ *Bước 3.* Giải phương trình bậc hai vừa nhận được;
  - ✓ *Bước 4.* Kiểm tra điều kiện và kết luận nghiệm của phương trình.

### 3. PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

- Phương trình tích là phương trình có dạng  $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdots f_n(x) = 0$ .

$$\text{Cách giải: } f_1(x) \cdot f_2(x) \cdots f_n(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_2(x) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x) = 0. \end{cases}$$

Để giải một số phương trình trước hết cần đặt ẩn phụ, thu gọn về dạng phương trình bậc hai hoặc đưa về dạng phương trình tích.

## B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### Dạng 1: Giải phương trình trùng phương

- Bước 1: Đặt  $t = x^2 (t \geq 0)$ .
- Bước 2: Giải phương trình bậc hai  $at^2 + bt + c = 0$ .
- Bước 3: Với mỗi  $t \geq 0$ , giải phương trình  $x^2 = t$ .

**Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$ ; **ĐS:**  $S = \{\pm 1\}$ .

b)  $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$ ; **ĐS:**  $S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$ .

c)  $3x^4 + 10x^2 + 3 = 0$ ; **ĐS:**  $S = \emptyset$ .

d)  $(x-1)^4 - 4(x-1)^2 + 3 = 0$ . **ĐS:**  $S = \{0; 2; 1 \pm \sqrt{3}\}$ .

**Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^4 + 2x^2 + 1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \emptyset.$

b)  $2x^4 - 6x^2 - 8 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm 2\}.$

c)  $3x^4 - 10x^2 + 7 = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{\frac{7}{3}} \right\}.$

d)  $(x+1)^4 - 4(x+1)^2 + 3 = 0.$

**ĐS:**  $S = \{0; -2; -1 \pm \sqrt{3}\}.$

**Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^4 + 1 = 2x^2$ ; **ĐS:**  $S = \{\pm 1\}$ .

b)  $x^4 - 2x^2 = 3$ ; **ĐS:**  $S = \{\pm\sqrt{3}\}$ .

c)  $2x^4 - 3x^2 = 4x^2 - 5$ ; **ĐS:**  $S = \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \right\}$ .

d)  $(x-1)^4 = 4(x-1)^2 - 3$ . **ĐS:**  $S = \{0; 2; 1 \pm \sqrt{3}\}$ .

**Ví dụ 4.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^4 + 3x^2 = x^2 - 1$ ; **ĐS:**  $S = \emptyset$ .



b)  $x^4 - 3x^2 = 4;$

**ĐS:**  $S = \{\pm 2\}.$

c)  $3x^4 - 5x^2 = 5x^2 - 7;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{\frac{7}{3}} \right\}.$

d)  $(x+1)^4 = 4(x+1)^2 - 3.$

**ĐS:**  $S = \{-2; 0; -1 \pm \sqrt{3}\}.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 5.** Giải các phương trình sau:

a)  $0,1x^4 + 0,2x^2 + 0,1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \emptyset.$

b)  $x^4 - 6,3x^2 - 7,3 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm \sqrt{7,3}\}.$

c)  $3x^4 - 4,1x^2 + 1,1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{\frac{11}{30}} \right\}.$

d)  $x^2 + \frac{7}{x^2} = 8.$

**ĐS:**  $S = \{\pm 1; \pm \sqrt{7}\}.$

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.** Giải các phương trình sau:

a)  $0,1x^4 - 0,2x^2 + 0,1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm\sqrt{0,1}\}.$

b)  $x^4 + 6,9x^2 - 7,9 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm 1\}.$

c)  $3,3x^4 + 4,4x^2 + 1,1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \emptyset.$

d)  $x^2 + \frac{6}{x^2} = 5.$

**ĐS:**  $S = \{\pm 1; \pm\sqrt{6}\}.$

**Dạng 2: Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu**

- Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.
- Bước 2: Quy đồng mẫu thức hai vế rồi khử mẫu.
- Bước 3: Giải phương trình bậc hai vừa nhận được.
- Bước 4: Kiểm tra điều kiện và kết luận nghiệm của phương trình.

**Ví dụ 7.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x^2 - 2x}{x+1} = \frac{2x}{x+1};$

**ĐS:**  $S = \{0; 4\}.$

b)  $\frac{x+3}{x-2} + 1 = \frac{14}{x-1};$

**ĐS:**  $S = \left\{3; \frac{9}{2}\right\}.$

c)  $\frac{x}{x+1} = \frac{-x^2 + 3x - 1}{(x+1)(x+3)}.$

**ĐS:**  $S = \emptyset.$

**Ví dụ 8.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x^2 + 4x}{x-1} = \frac{3x}{x-1};$

**ĐS:**  $S = \{-1; 0\}.$

b)  $\frac{x+4}{x-2} + 1 = \frac{16}{x-1}$ ;

**ĐS:**  $S = \{3; 5\}$ .

c)  $\frac{3x}{x+1} = \frac{x^2 + 9x + 14}{(x+1)(x+2)}$ .

**ĐS:**  $S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$ .

**Ví dụ 9.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = 1$ ;

**ĐS:**  $S = \{0; 3\}$ .

b)  $\frac{2x}{x-1} + \frac{7}{2-x} = 4$ ;

**ĐS:**  $S = \emptyset$ .

c)  $\frac{x^2 + 2x - 8}{(x-2)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$ ;

**ĐS:**  $S = \emptyset$ .

d)  $\frac{2x}{x+1} + \frac{1}{x-3} = \frac{2x+3}{(x+1)(x-3)}$ .

**ĐS:**  $S = \{-3; 1\}$ .

**Ví dụ 10.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{1}{x-2} + \frac{4}{x+1} = 1;$  **ĐS:**  $S = \{1; 5\}.$

b)  $\frac{x}{2x-1} + \frac{1}{2-x} = 3;$  **ĐS:**  $S = \left\{ \frac{11 \pm \sqrt{21}}{10} \right\}.$

c)  $\frac{x^2 - x - 1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-3};$  **ĐS:**  $S = \{1\}.$

d)  $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{x+4}{(x+1)(x+2)}.$  **ĐS:**  $S = \{-3; 1\}.$

**Ví dụ 11.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x^3 - 3x^2 + 4x - 2}{x^3 - 1} = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + x + 1};$

**ĐS:**  $S = \{-1; 2\}.$

b)  $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^4 - 1} = \frac{1}{x^3 + x^2 + x + 1}.$

**ĐS:**  $S = \{-3\}.$

**Ví dụ 12.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 1} = \frac{x^2 - x}{x^2 + x + 1};$

**ĐS:**  $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}.$

b)  $\frac{x^2 + x - 2}{x^4 - 1} = \frac{x^2}{x^3 + x^2 + x + 1}.$

**ĐS:**  $S = \{2\}.$

**Dạng 3: Giải phương trình tích**

▪ Bước 1: Chuyển phương trình đã cho về dạng  $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdots f_n(x) = 0$ .

▪ Bước 2: Giải phương trình  $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdots f_n(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_2(x) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x) = 0 \end{cases}$ .

**Ví dụ 13.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ ; **ĐS:**  $S = \{1; 2; 3\}$ .

b)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ ; **ĐS:**  $S = \{1; 2; 3\}$ .

c)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ ; **ĐS:**  $S = \{1\}$ .

d)  $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$ . **ĐS:**  $S = \{-3; \pm\sqrt{2}\}$ .

**Ví dụ 14.** Giải các phương trình sau:

a)  $x(x-1)(x-4) = 0;$

**ĐS:**  $S = \{0; 1; 4\}.$

b)  $x^3 - x^2 + x - 1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{1\}.$

c)  $x^3 - 5x^2 + 4x = 0;$

**ĐS:**  $S = \{0; 1; 4\}.$

d)  $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0.$

**ĐS:**  $S = \{3\}.$

**Ví dụ 15.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x^2 + x + 4)(x^2 - 3x) = 0;$

**ĐS:**  $S = \{0; 3\}.$





- b)  $(x^2 + 1)^2 - 4x^2 = 0;$  **ĐS:**  $S = \{\pm 1\}.$
- c)  $(x^2 + 5x)^2 = 6(x^2 + 5x);$  **ĐS:**  $S = \{-6; -5; 0; 1\}.$
- d)  $(2x^2 + 3)^2 - 10x^3 - 15x = 0;$  **ĐS:**  $S = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}.$
- e)  $(x+1)^3 - x + 1 = (x-1)(x-2).$  **ĐS:**  $S = \{0\}.$

**Dạng 4:** Giải phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ

- Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình (nếu cần).
- Bước 2: Đặt ẩn phụ, điều kiện của ẩn phụ và giải phương trình theo ẩn phụ thu được.
- Bước 3: Tìm nghiệm ban đầu, đối chiếu với điều kiện (nếu có) và kết luận.

**Lưu ý:** Nếu điều kiện của ẩn phụ phức tạp thì có thể không cần tìm điều kiện cụ thể nhưng sau khi tìm được ẩn chính thì cần thử lại.

**Ví dụ 17.** Giải các phương trình sau:



**Ví dụ 18.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x+2)^2 - 3(x+2) + 2 = 0;$  **ĐS:**  $S = \{-1; 0\}.$

b)  $(x^2 - 2x)^2 - 5(x^2 - 2x) + 6 = 0;$  **ĐS:**  $S = \{1 \pm \sqrt{2}; 1 \pm \sqrt{7}\}.$

c)  $(x^2 + x - 2)^2 + 2x^2 + 2x - 4 = 0;$  **ĐS:**  $S = \{-2; -1; 0; 1\}.$

d)  $(2x+1)^4 - 4(2x+1)^2 + 3 = 0;$  **ĐS:**  $S = \left\{-1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}\right\}.$

e)  $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 1) = 3;$  **ĐS:**  $S = \{-2; 1\}.$

f)  $\frac{x^2}{(x+1)^2} + \frac{x}{x+1} - 2 = 0;$  **ĐS:**  $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}.$

g)  $\frac{2x}{x+1} + 2 \cdot \frac{x+1}{x} + 5 = 0.$  **ĐS:**  $S = \left\{-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right\}.$

**Ví dụ 19.** Giải các phương trình sau:

a)  $x - 2\sqrt{x} = \sqrt{x} - 2$ ;

**ĐS:**  $S = \{1; 4\}$ .

b)  $2x - \sqrt{x-3} - 7 = 0$ .

**ĐS:**  $S = \{4\}$ .

**Ví dụ 20.** Giải các phương trình sau:

a)  $x + 2\sqrt{x} = \sqrt{x} + 6$ ;

**ĐS:**  $S = \{4\}$ .

b)  $x - \sqrt{x-1} - 7 = 0$ .

**ĐS:**  $S = \{10\}$ .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Giải các phương trình sau:

a)  $x^4 - x^2 - 2 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm\sqrt{2}\}.$

b)  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm 1; \pm\sqrt{2}\}.$

c)  $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \pm\sqrt{2}; \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \right\}.$

d)  $(x+2)^4 - 6(x+2)^2 + 5 = 0.$

**ĐS:**  $S = \{-1; -3; -2 \pm \sqrt{5}\}.$

**Bài 2.** Giải các phương trình sau:



**Bài 4.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x^2 + 4x}{2x + 1} = \frac{2x}{2x + 1};$

**ĐS:**  $S = \{-2; 0\}.$

b)  $\frac{x + 1}{x - 2} + 2 = \frac{3}{x + 1};$

**ĐS:**  $S = \left\{1; \frac{5}{4}\right\}.$

c)  $\frac{x}{x - 1} = \frac{2x^2 + 3x - 4}{(x - 1)(x + 3)}.$

**ĐS:**  $S = \{\pm 2\}.$



**Bài 5.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{1}{x+3} + \frac{3}{x+1} = 1;$

**ĐS:**  $S = \{\pm\sqrt{7}\}.$

b)  $\frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2-x} = 3;$

**ĐS:**  $S = \left\{1; \frac{5}{4}\right\}.$

c)  $\frac{x^2 - x - 1}{(x+2)(x-5)} = \frac{1}{x-5};$

**ĐS:**  $S = \{-1; 3\}.$

d)  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3x+4}{(x-1)(x-2)}.$

**ĐS:**  $S = \left\{\frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}\right\}.$

**Bài 6.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 1} = \frac{x^2 + x}{x^2 + x + 1};$

ĐS:  $S = \{-1\}.$

b)  $\frac{x^2 + x - 2}{x^4 - 1} = \frac{1}{x^3 + x^2 + x + 1};$

ĐS:  $S = \emptyset.$

**Bài 7.** Giải các phương trình sau:

a)  $x(x-3)(x-5) = 0;$

ĐS:  $S = \{0; 3; 5\}.$

b)  $x^3 - 8x^2 + 15x = 0;$

ĐS:  $S = \{0; 3; 5\}.$

c)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0;$

ĐS:  $S = \{2\}.$

d)  $x^3 + 4x^2 - 3x - 2 = 0.$

ĐS:  $S = \left\{ 1; \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2} \right\}.$

**Bài 8.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x^2 - x)(x^2 - 3x) = 0;$

**ĐS:**  $S = \{0; 1; 3\}.$

b)  $(x^2 - 2x)^2 - (x + 2)^2 = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \right\}.$

c)  $(x^2 - 2x)^2 = 3(x^2 - 2x);$

**ĐS:**  $S = \{-1; 0; 2; 3\}.$

d)  $(x^2 + 1)^2 - 5x^3 - 5x = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2} \right\}.$

e)  $(x + 1)^3 - x + 1 = (x - 1)(2x + 1).$

**ĐS:**  $S = \{-1\}.$

**Bài 9.** Giải các phương trình sau:



**Bài 10.** Giải các phương trình sau:

a)  $x - 2\sqrt{x} = 2\sqrt{x} - 3$ ;

**ĐS:**  $S = \{1; 9\}$ .

b)  $x - 2\sqrt{x-2} - 2 = 0$ .

**ĐS:**  $S = \{2; 6\}$ .

--- HẾT ---

**Bài 8. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH**

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

**Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình**

- *Bước 1.* Lập phương trình
  - ✓ Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;
  - ✓ Biểu diễn các dữ kiện chưa biết qua ẩn số;
  - ✓ Lập phương trình biểu thị tương quan giữa ẩn số và các dữ kiện đã biết;
- *Bước 2.* Giải phương trình;
- *Bước 3.* Đối chiếu nghiệm của phương trình với điều kiện của ẩn số (nếu có) và với đề bài để đưa ra kết luận.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** Toán có nội dung hình học

- Với hình chữ nhật: Diện tích = chiều dài x chiều rộng  
Chu vi = (chiều dài + chiều rộng) x 2.
- Với hình tam giác: Diện tích =  $\frac{1}{2}$  x cạnh đáy x chiều cao.  
Chu vi = tổng 3 cạnh.

**Ví dụ 1.** Một tam giác có chiều cao bằng  $\frac{3}{4}$  cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm<sup>2</sup>. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

**ĐS:** 33 và 44.

**Ví dụ 2.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m<sup>2</sup>. Nếu tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn.

**ĐS:** 30 và 24.

**Dạng 2:** Bài toán có quan hệ về số

- Số tự nhiên có hai chữ số:  $\overline{ab} = 10a + b$
- Số tự nhiên có ba chữ số:  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ .

**Ví dụ 3.** Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 10. Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12. Tìm số đã cho. **ĐS:** 28.

**Ví dụ 4.** Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109. Tìm hai số đó.

**ĐS:** 11 và 12.

**Dạng 3:** Bài toán về năng suất lao động

- Khối lượng công việc = Năng suất  $\times$  Thời gian hoàn thành.

**Ví dụ 5.** Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm? **ĐS:** 50.

**Ví dụ 6.** Một người dự định sản xuất 120 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do tăng năng suất 4 sản phẩm mỗi giờ, nên đã hoàn thành sớm hơn dự định 1 giờ. Hãy tính năng suất dự kiến của người đó. **ĐS:** 20.





**Ví dụ 9.** Hai ô tô cùng khởi hành cùng một lúc từ hai đỉnh  $A$  và  $B$  cách nhau  $160$  km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau  $2$  giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô biết rằng nếu ô tô đi từ  $A$  tăng vận tốc thêm  $10$  km/h sẽ bằng hai lần vận tốc ô tô đi từ  $B$ . **ĐS:**  $50$  và  $30$ .

**Ví dụ 10.** Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ  $A$  để đi đến  $B$  với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường  $AB$  dài  $120$  km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là  $10$  km/h nên ô tô đến sớm hơn xe máy  $36$  phút. Tính vận tốc mỗi xe. **ĐS:**  $50$  và  $40$ .

**Dạng 6:** Bài toán chuyển động có vận tốc cản

- Vận tốc xuôi = Vận tốc thực + Vận tốc cản.
- Vận tốc ngược = Vận tốc thực – Vận tốc cản.

**Ví dụ 11.** Một ca nô xuôi từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc xuôi dòng là  $30$  km/h, sau đó lại ngược từ  $B$  về  $A$ . Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là  $1$  giờ  $20$  phút. Tính khoảng cách giữa hai bên  $A$  và  $B$  biết vận tốc dòng nước là  $5$  km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược dòng là không đổi.

**ĐS:**  $80$ .

**Ví dụ 12.** Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 120 km, cả đi và về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h. **ĐS:** 36.

**Dạng 7:** Các dạng toán khác

**Ví dụ 13.** Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng  $\frac{4}{5}$  số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách trên mỗi giá. **ĐS:** 300 và 150.

**Ví dụ 14.** Có hai thùng dầu chứa tất cả 160 lít dầu. Biết rằng nếu rót từ thùng thứ nhất sang thùng thứ hai 20 lít dầu thì số dầu ở hai thùng bằng nhau. Tính số dầu ban đầu ở mỗi thùng.

**ĐS:** 100 và 60 .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là  $100 \text{ m}^2$  . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5 m thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm  $5 \text{ m}^2$  .

**ĐS:** 5 và 20 .

**Bài 2.** Cho một số có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 9. Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 58. Tìm số đã cho.

**ĐS:** 72 .

**Bài 3.** Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày? **ĐS:** 7.

**Bài 4.** Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày thì xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày thì được  $\frac{2}{5}$  công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm một mình thì mất bao nhiêu ngày? **ĐS:** 45 và 30.

**Bài 5.** Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B. **ĐS:** 36.

**Bài 6.** Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ. **ĐS:** 22.

**Bài 7.** Hùng và Long có tất cả 40 viên bi. Nếu Hùng cho Long 6 viên, thì số bi của Long gấp 3 số bi của Hùng. Tính số bi ban đầu của Long và Hùng. **ĐS:** 24 và 16.









**Bài 4.** Giải các phương trình sau

a)  $9x^2 + 8x - 1 = 0;$

**ĐS:**  $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{9}.$

b)  $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0;$

**ĐS:**  $x = \pm \frac{1}{3}.$

c)  $5x^2 - 3x + 1 = 2x + 11;$

**ĐS:**  $x_1 = -1; x_2 = 2.$

d)  $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0;$

**ĐS:**  $x \in \left\{ \frac{2}{5} \right\}.$

e)  $\frac{x+2}{1-x} = \frac{4x^2-11x-2}{(x+2)(x-1)};$

**ĐS:**  $x \in \left\{ \frac{2}{5} \right\}.$

f)  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0.$

**ĐS:**  $x \in \{-3; -2; 1\}.$

**Bài 5.** Giải các phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

a)  $3(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) - 1 = 0;$

**ĐS:**  $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$

b)  $(x^2 - 4x + 2)^2 + x^2 - 4x - 4 = 0;$

**ĐS:**  $x = 4; x = 0.$

c)  $x - \sqrt{x} = 5\sqrt{x} + 7;$

**ĐS:**  $x = 49.$

d)  $\frac{x}{x+1} - 10 \cdot \frac{x+1}{x} = 3.$

**ĐS:**  $x = -\frac{5}{4}; x = -\frac{2}{3}.$

**Bài 6.** Giải các phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

a)  $2(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) + 1 = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}; 1 \right\}.$

b)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0;$

**ĐS:**  $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}.$

c)  $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = 0;$

**ĐS:**  $S = \{\pm 1; 3\}.$

d)  $3\sqrt{x^2 + x + 1} - x = x^2 + 3.$

**ĐS:**  $S = \left\{ -1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}.$

**Bài 7.** Cho phương trình  $x^2 - mx - m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số) Tìm  $m$  để phương trình:

a) Có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại; **ĐS:**  $x = -1$ .

b) Có hai nghiệm phân biệt cùng dương; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ .

c) Có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương; **ĐS:**  $-1 < m < 0$ .

d) Có hai nghiệm cùng dấu; **ĐS:**  $m \neq -2; m < -1$ .

e) Có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 + x_2^3 = -1$ . **ĐS:**  $m = -1$ .

**Bài 8.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$  ( $m$  là tham số)

- a) Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó. **ĐS:**  $m = 1; x = 2$ .
- b) Tìm  $m$  để phương trình có một nghiệm bằng 4 và tìm nghiệm còn lại khi đó. **ĐS:**  $m = 2$ .
- c) Tìm  $m$  để phương trình:
  - i) Có hai nghiệm trái dấu; **ĐS:**  $m = 0; x = 2$ .
  - ii) Có hai nghiệm cùng dấu; **ĐS:**  $m > 0$ .
  - iii) Có hai nghiệm dương; **ĐS:**  $m > 0$ .
  - iv) Có hai nghiệm âm; **ĐS:**  $m \in \emptyset$ ..
- v) Có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $2x_1 - x_2 = -2$ . **ĐS:**  $m = 0$  hoặc  $m = 3$ .

**Bài 9.** Cho parabol  $(P): y = 2x^2$  và đường thẳng  $d: y = x + 1$ .

a) Vẽ đồ thị của  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm  $A, B$  của  $d$  và  $(P)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

$$\text{ĐS: } A(1; 2); B\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); AB = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

**Bài 10.** Tìm tọa độ giao điểm  $A$  và  $B$  của đồ thị hàm số  $y = 2x + 3$  và  $y = x^2$ . Gọi  $D$  và  $C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  và  $B$  lên trục hoành. Tính diện tích tứ giác  $ABCD$ .

$$\text{ĐS: } S = 20.$$

**Bài 11.** Một đội thợ mỏ phải khai thác 216 tấn than trong một thời gian nhất định. Ba ngày đầu, mỗi ngày đội khai thác theo đúng định mức. Sau đó, mỗi ngày họ đều khai thác vượt định mức 8 tấn. Do đó họ khai thác được 232 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đội thợ phải khai thác bao nhiêu tấn than?

$$\text{ĐS: } 24 \text{ tấn.}$$

**Bài 12.** Khoảng cách giữa hai bên sông  $A$  và  $B$  là  $30$  km. Một ca-nô đi từ  $A$  đến  $B$ , nghỉ  $40$  phút ở  $B$ , rồi lại trở về bên  $A$ . Thời gian kể từ lúc đi đến lúc trở về đến  $A$  là  $6$  giờ. Tính vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là  $3$  km/h. **ĐS:**  $12$  km/h.

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 13.** Cho phương trình  $mx^2 + 2x + m = 0$  với  $m$  là tham số.

a) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm dương. **ĐS:**  $-1 \leq m < 0$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm âm. **ĐS:**  $0 < m \leq 1$ .



**Bài 14.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 6 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình khi  $m = 3$ .

**ĐS:**  $x = 1; x = 3$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 16$ .

**ĐS:**  $m = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 15.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P): y = -x^2$  và đường thẳng  $d: y = x - 2$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B$  và tính diện tích  $\triangle OAB$  (trong đó  $O$  là gốc tọa độ, hoành độ giao điểm  $A$  lớn hơn hoành độ giao điểm  $B$ )

**ĐS:**  $S = 3$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 16.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng  $d: y = mx + 1$ .

a) Chứng minh với mọi giá trị của  $m$  đường thẳng  $d$  và  $(P)$  luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi  $A, B$  là giao điểm của  $d$  và  $(P)$ . Tính diện tích tam giác  $OAB$  theo  $m$  ( $O$  là gốc tọa độ).

**ĐS:**  $S_{\triangle OAB} = 2\sqrt{m^2 + 1}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 17.** Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình Sơn (Quảng Ngãi) Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường từ Hà Nội - Bình Sơn dài 900 km.

**ĐS:** 45; 50 km/h.

.....

**Bài 18.** Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn hàng. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hết hàng trong bao nhiêu ngày? **ĐS:** 7 ngày.

**ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG IV – ĐỀ SỐ 1**

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Phương trình  $x^2 - 4x + 3 = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $\{-1; -3\}$ .                      B.  $\{1; 3\}$ .                      C.  $\left\{1; \frac{1}{3}\right\}$ .                      D.  $\left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$ .

**Câu 2.** Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt?

- A.  $x^2 + 1 = 0$ .                      B.  $x^2 - 6x - 2 = 0$ .                      C.  $4x^2 - 4x + 1 = 0$ .                      D.  $2x^2 - 2x + 1 = 0$ .

**Câu 3.** Cho đường thẳng  $d: y = 2x - 1$  và parabol  $(P): y = x^2$ . Khi đó đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại số giao điểm là

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 0.

**Câu 4.** Cho phương trình  $x^2 - mx - 1 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình có vô số nghiệm.                                      B. Có hai nghiệm cùng dấu.  
C. Phương trình có một nghiệm  $x = 0$ .                                      D. Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

**B. PHẦN TỰ LUẬN**

**Bài 1.** Giải các phương trình sau

- a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ;                                      b)  $x^2 - 4x = 2$ .

**Bài 2.** Cho đường thẳng  $d: y = 2x + m$  và parabol  $(P): y = x^2$ .

- a) Vẽ  $(P)$  và  $d$  trên cùng một trục tọa độ khi  $m = 1$ .  
b) Tìm  $m$  để  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

**Bài 3.** Cho phương trình  $x^2 - 4x + m = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình:

- a) Có hai nghiệm phân biệt.  
b) Có hai nghiệm trái dấu.  
c) Có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 7$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....





--- HẾT ---