MATH AND LaTeX
https://www.facebook.com/groups/Math.and.LaTeX/

Tuyển tập
ĐỀ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

MÔN TOÁN

Năm học: 2019 - 2020

Mục lục

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ THI 101

NGUỒN: Diễn đàng giáo viên toán name

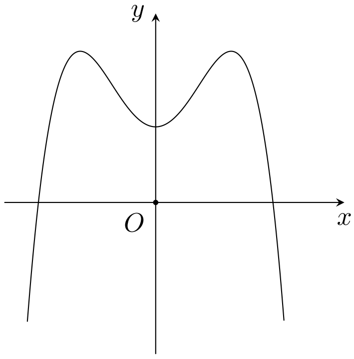
KÌ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: Toán

Năm học: 2019 – 2020

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ?



(A) $y = x^3 - 3x^2 + 1$. (B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. (D) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải.

Đồ thị trong hình vẽ của hàm bậc bốn, có hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

(A) $x = -2$. (B) $x = 3$. (C) $x = 2$. (D) $x = -3$.

Lời giải.

$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -5. (C) 0. (D) 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. B $(0;1)$. C $(-1;1)$. D $(-1;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A 10. B 20. C 12. D 60.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $3\cdot 4\cdot 5=60$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là

A $\bar{z}=-3-5i$. B $\bar{z}=3+5i$. C $\bar{z}=-3+5i$. D $\bar{z}=3-5i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là $\bar{z}=-3-5i$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=8$ và độ dài đường sinh $\ell=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A 24π. B 192π. C 48π. D 64π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{\text{xq}}=2\pi r\ell=2\pi\cdot 8\cdot 3=48\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A $\dfrac{256\pi}{3}$. B 64π. C $\dfrac{64\pi}{3}$. D 256π.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4}{3}\pi\cdot 4^3=\dfrac{256}{3}\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A $5\log_a b$. B $\dfrac{1}{5}+\log_a b$. C $5+\log_a b$. D $\dfrac{1}{5}\log_a b$.

Lời giải.

$\log_{a^5} b=\dfrac{1}{5}\log_a b$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng

A 6. B 18. C 9. D 3.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+2)^2=9$ có bán kính $r=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

A $y=\dfrac{1}{4}$. B $y=4$. C $y=1$. D $y=-1$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{4}{1}=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{10\pi}{3}$. B 10π. C $\frac{50\pi}{3}$. D 50π.

Lời giải.

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 5^2 \cdot 2 = \frac{50\pi}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

A $x = 8$. B $x = 9$. C $x = 7$. D $x = 10$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 1$.

$\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. $\int x^2 \, \mathrm{d}x$ bằng

A $2x + C$. B $\frac{1}{3}x^3 + C$. C $x^3 + C$. D $3x^3 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^2 \, \mathrm{d}x = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A 36. B 720. C 6. D 1.

Lời giải.

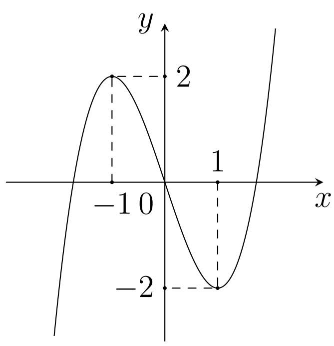
Mỗi cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử. Do đó, số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 6 phần tử, tức là $6! = 720$ cách.

Chọn đáp án B □

Câu 16.

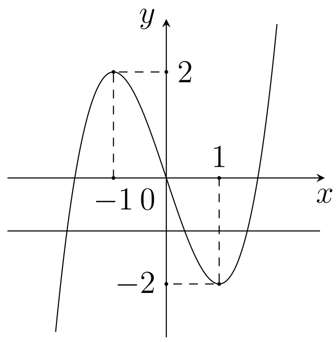
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

A 3. B 1. C 0. D 2.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ bằng số giao điểm của đường cong $f(x)$ với đường thẳng $y = -1$.



Nhìn vào hình ta thấy có 3 giao điểm nên có 3 nghiệm.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A $(0;2;1)$. **B** $(3;0;0)$. **C** $(0;0;1)$. **D** $(0;2;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ lên trục Ox là $A'(3;0;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A 6. **B** 3. **C** 4. **D** 12.

Lời giải.

Thể tích khối chóp có công thức là $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 = 4$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A $\vec{u}_2 = (3;4;-1)$. **B** $\vec{u}_1 = (2;-5;3)$. **C** $\vec{u}_3 = (2;5;3)$. **D** $\vec{u}_4 = (3;4;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng có phương trình dạng $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ thì có chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$.

Nên đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ có chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;-5;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **B** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. **C** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **D** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng phẳng qua 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $abc \neq 0$, có dạng là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Nên phương trình mặt phẳng qua 3 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$ là

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1.$$

Chọn đáp án B □

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 + i$. B. $-5 + i$. C. $5 - i$. D. $-5 - i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 - 2i) + (2 + i) = 5 - i$.

Chọn đáp án C □

Câu 23. Biết $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Giá trị của $\int\limits_1^3 2f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ bằng

A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^3 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Lời giải.

Vì $z = -3 + i$ nên phần thực của z là -3.

Chọn đáp án B □

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

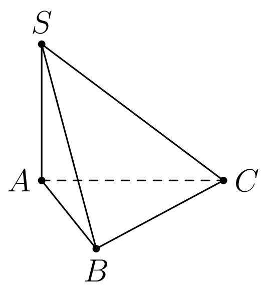
$$x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là 3.

Chọn đáp án A □

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}a$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng



(A) 45°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 90°.

Lời giải.

$SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC), góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $\widehat{SCA} = \varphi$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAC vuông tại A có $\tan\varphi = \dfrac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Vậy $\varphi = 60^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 (2 + f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 3. (C) $\dfrac{13}{3}$. (D) $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^2 (2 + f(x))\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 2\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 + x^2\Big|_1^2 = 2 + 4 - 1 = 5.$

Chọn đáp án A □

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

(A) 36. (B) $\dfrac{4}{3}$. (C) $\dfrac{4\pi}{3}$. (D) 36π.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ là

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ là

$$S = \int\limits_0^2 \left|\left(x^2 - 4\right) - (2x - 4)\right|\,\mathrm{d}x = \frac{4}{3}.$$

Vậy $S = \dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $3x + 2y - z + 1 = 0$. (B) $2x - 2y + 3z - 17 = 0$.

(C) $3x + 2y - z - 1 = 0$. (D) $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

Lời giải.
Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;2;-1)$.
Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với d nên (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{u}=(3;2;-1)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $3(x-2)+2(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

A. $N(-2;2)$. B. $M(4;2)$. C. $P(4;-2)$. D. $Q(2;-2)$.

Lời giải.
Ta có $z^2+6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-3+2i \\ z=-3-2i. \end{array}\right.$
Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=-3+2i$.
Số phức $1-z_0=1-(-3+2i)=4-2i$.
Vậy điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là $P(4;-2)$.
Chọn đáp án C □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$. B. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. D. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.
Đường thẳng đi qua $A(1;0;1)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.
Nhìn vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy, hàm số có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=-1$, $x=1$ và hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
Vậy hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1$ và $x=1$.
Chọn đáp án C □

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là

A. $(4;+\infty)$. B. $(-4;4)$. C. $(-\infty;4)$. D. $(-4;4)$.

Lời giải.
Ta có $3^{x^2-13}<27 \Leftrightarrow 3^{x^2-13}<3^3 \Leftrightarrow x^2-13<3 \Leftrightarrow x^2-16<0 \Leftrightarrow -4<x<4$.
Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(-4;4)$.
Chọn đáp án B □

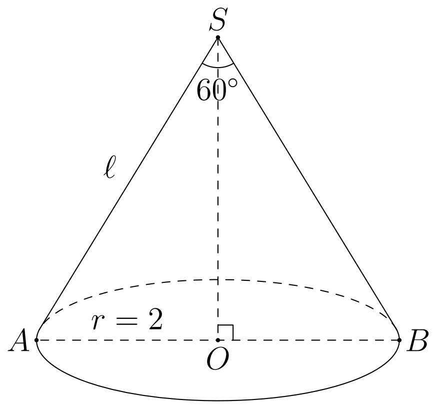
Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π. B. $\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π.

Lời giải.

Ta có $\triangle SAB$ là tam giác đều nên đường sinh của hình nón là $\ell = SA = AB = 2r = 2 \cdot 2 = 4$.
Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{\text{xq}} = \pi r \ell = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi.$$



Chọn đáp án A □

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. B. -40. C. $-32\sqrt{2}$. D. -45.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 24$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 2\sqrt{2} & \in [2; 19] \\ x = -2\sqrt{2} & \notin [2; 19]. \end{array}\right.$

$f(2) = -40$; $f(19) = 6043$; $f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x) = -32\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. 50.

Lời giải.

Ta có $\overline{w} = 3 - i$ nên $z \cdot \overline{w} = (1 + 2i) \cdot (3 - i) = 5 + 5i$.
Do đó $|z \cdot \overline{w}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 38. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2^{(a^2b)}} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3. B. 6. C. 12. D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 4^{\log_2^{(a^2b)}} = 3a^3 \\ \Leftrightarrow\ & \left(a^2b\right)^{\log_2^4} = 3a^3 \\ \Leftrightarrow\ & \left(a^2b\right)^2 = 3a^3 \\ \Leftrightarrow\ & a^4b^2 = 3a^3 \\ \Leftrightarrow\ & ab^2 = 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}}+C$. (B) $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}+C$. (C) $\dfrac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}}+C$. (D) $\dfrac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}}+C$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{aligned}\int g(x)\,\mathrm{d}x &= \int (x+1)f'(x)\,\mathrm{d}x\\ &= (x+1)f(x)-\int f(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}}-\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}}-\frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}\,\mathrm{d}\left(x^2+2\right)\\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}}-\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{x^2+2}+C\\ &= \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}+C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

(A) $[4;7)$. (B) $(4;7]$. (C) $(4;7)$. (D) $(4;+\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ khi và chỉ khi

$y'>0,\forall x\in(-\infty;-7)\Leftrightarrow\begin{cases}m-4>0\\-m\notin(-\infty;-7)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\-m\geq -7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\m\leq 7\end{cases}\Leftrightarrow 4<m\leq 7.$

Vậy $m\in(4;7]$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

(A) Năm 2028. (B) Năm 2047. (C) Năm 2027. (D) Năm 2046.

Lời giải.

- Gọi P_0 là diện tích rừng trồng mới năm 2019.
- Gọi P_n là diện tích rừng trồng mới sau n năm.
- Gọi $r\%$ là phần trăm diện tích rừng trồng mới tăng mỗi năm.

Sau 1 năm, diện tích rừng trồng mới là $P_1=P_0+P_0r=P_0(1+r)$.
Sau 2 năm, diện tích rừng trồng mới là $P_2=P_1+P_1r=P_0(1+r)^2$.
...
Sau n năm, diện tích rừng trồng mới là $P_n=P_0(1+r)^n$.
Theo giả thiết: $P_0=600$, $r=0,06$, ta có

$$600\,(1+0,06)^n>1000\Leftrightarrow(1,06)^n>\frac{10}{6}\Leftrightarrow n>\log_{1,06}\frac{10}{6}\approx 8,8$$

Do đó $n=9$. Vậy sau 9 năm (tức năm 2028) thì tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha.

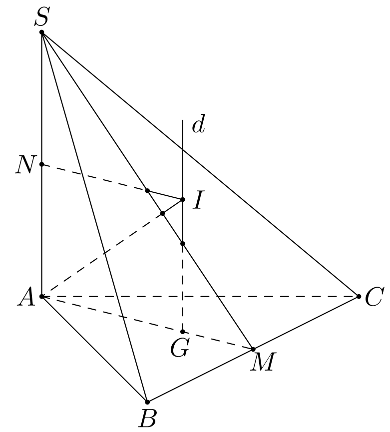
Chọn đáp án (A) □

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng $60°$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. **B** $\dfrac{76\pi a^2}{3}$. **C** $84\pi a^2$. **D** $\dfrac{172\pi a^2}{9}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh $4a$, $AM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$ với M là trung điểm BC. Do $(SAM) \perp BC$ nên góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMA} = 60°$. Khi đó $SA = AM.\tan 60° = 2a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 6a$. Qua tâm G của tam giác đều ABC dựng trục Gx vuông góc mặt phẳng (ABC) thì G cách đều A, B, C và tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ nằm trên Gx. Từ trung điểm E của SA dựng đường thẳng d song song với AM cắt Gx tại I thì $IS = IA$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.



Theo định lý Pytago cho tam giác vuông IAG ta có

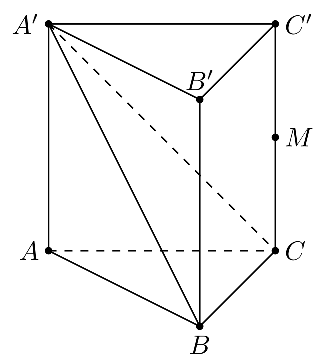
$$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}AM\right)^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{43}{3}}a$$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \dfrac{43}{3}a^2 = \dfrac{172}{3}\pi a^2$.

Chọn đáp án A □

Câu 43.
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $A'BC$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. **B** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **C** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



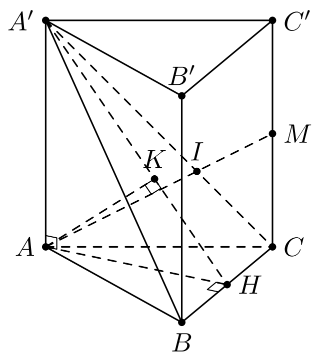
Lời giải.
Gọi I là trung điểm BC. Kẻ $AH\perp A'I$ tại H.
Ta có $AH \perp (A'BC)$ nên

$$\mathrm{d}\left(M, (A'BC)\right) = \frac{1}{2}\mathrm{d}\left(C', (A'BC)\right) = \frac{1}{2}\mathrm{d}\left(A, (A'BC)\right)$$

Xét $\Delta AA'I$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \mathrm{d}\left(M, (A'BC)\right) = \frac{a\sqrt{21}}{14}$$



Chọn đáp án A □

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

A 11. B 9. C 7. D 5.

Lời giải.

Cách 1. Vì $f(x)$ là hàm bậc bốn nên $f'(x)$ là hàm bậc ba có hệ số bậc ba đồng thời nhận các giá trị -1; 0; 1 làm nghiệm. Do đó

$$f'(x) = ax(x-1)(x+1) = a\left(x^3 - x\right) \Rightarrow f(x) = a\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right) + b$$

Vì $f(0) = 3$ và $f(1) = -2$ nên suy ra $a = 20$; $b = 3$.

Vậy $f(x) = 5x^4 - 10x^2 + 3 = 5\left(x^2-1\right)^2 - 2$, suy ra $f(x+1) = 5\left(x^2+2x\right)^2 - 2$.

Ta có $g(x) = \left[x^2 \cdot f(x+1)\right]^2 = \left[5x^2\left(x^2+2x\right)^2 - 2x^2\right]^2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 5x^2\left(x^2+2x\right)^2 = 2x^2 & (1) \\ 10x\left(x^2+2x\right)^2 + 10x^2\left(x^2+2x\right)(2x+2) = 4x & (2) \end{array}\right.$$

Phương trình (1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ nghiệm kép} \\ x^2 + 2x = \sqrt{\dfrac{2}{5}} \\ x^2 + 2x = -\sqrt{\dfrac{2}{5}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \approx 0,277676 \\ x \approx -2,277676 \\ x \approx -0,393746 \\ x \approx -1,606254 \end{array}\right.$.

Phương trình (2) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 15x^4 + 50x^3 + 40x^2 - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \approx -2,0448 \\ x \approx -1,21842 \\ x \approx -0,26902 \\ x \approx 0,19893 \end{array}\right.$.

So sánh các nghiệm giải bằng máy tính cầm tay ta có 9 nghiệm không trùng nhau, trong đó 8 nghiệm đơn và nghiệm $x = 0$ là nghiệm bội 3 nên $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

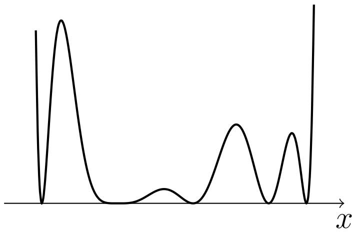
Vậy $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Cách 2. Từ bảng biến thiên ta thấy rằng phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3\left[f(x+1)\right]^2 + 2x^4 f(x+1) \cdot f'(x+1) \\ &= 2x^3 f(x+1)\left[2f(x+1) + xf'(x+1)\right] \qquad (*) \end{aligned}$$

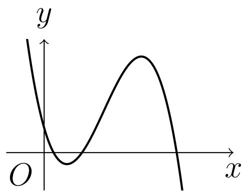
Ta thấy rằng hàm $f(x)$ bậc 4 nên hàm $g(x)$ có tối đa 9 điểm cực trị.

Mặt khác phương trình $g(x) = 0$ có tất cả 5 nghiệm bội chẵn, nên đồ thị hàm $g(x)$ sẽ có dạng



Như vậy hàm số đã cho có tất cả 9 điểm cực trị.
Chọn đáp án B □

Câu 45.
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?



A 4. B 1. C 2. D 3.

Lời giải.
Từ đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên suy ra $\begin{cases} \dfrac{-2b}{3a} > 0 \\ \dfrac{3a}{c} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$

Vậy $b{,}d > 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A $\dfrac{25}{42}$. B $\dfrac{5}{21}$. C $\dfrac{65}{126}$. D $\dfrac{55}{126}$.

Lời giải.
Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là $\mathrm{A}_9^4 = 3024$.
Không gian mẫu Ω là tập hợp các cách lấy ra 1 số từ tập $S \Rightarrow |\Omega| = 3024$.
Gọi A là biến cố "lấy được một số có 4 chữ số từ tập S sao cho không có 2 chữ số nào liên tiếp cùng chẵn". Các khả năng có thể xảy ra là

- Số tạo thành có 4 chữ số đều là lẻ, có $\mathrm{A}_5^4 = 120$ số.
- Số tạo thành có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.
  - Lấy ra 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
  - Lấy ra 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
  - Xếp 4 chữ số vừa lấy ra có $4!$ cách.

  Vậy số các số có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn lấy ra từ tập S là $\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot 4! = 960$ số.
- Số tạo thành có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.
  - Lấy ra 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
  - Lấy ra 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.

– Xếp các chữ số lẻ vào vị trí 1, 3 và các chữ số chẵn vào các vị trí 2, 4 hoặc đảo lại có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách. Xếp hai số lẻ ở giữa, hai số chẵn ở hai đầu có 4 cách.

Vậy số các số có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ sao cho 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau là $12 \cdot \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_4^2 = 720$ số.

Do đó $|A| = 120 + 960 + 720 = 1800$.

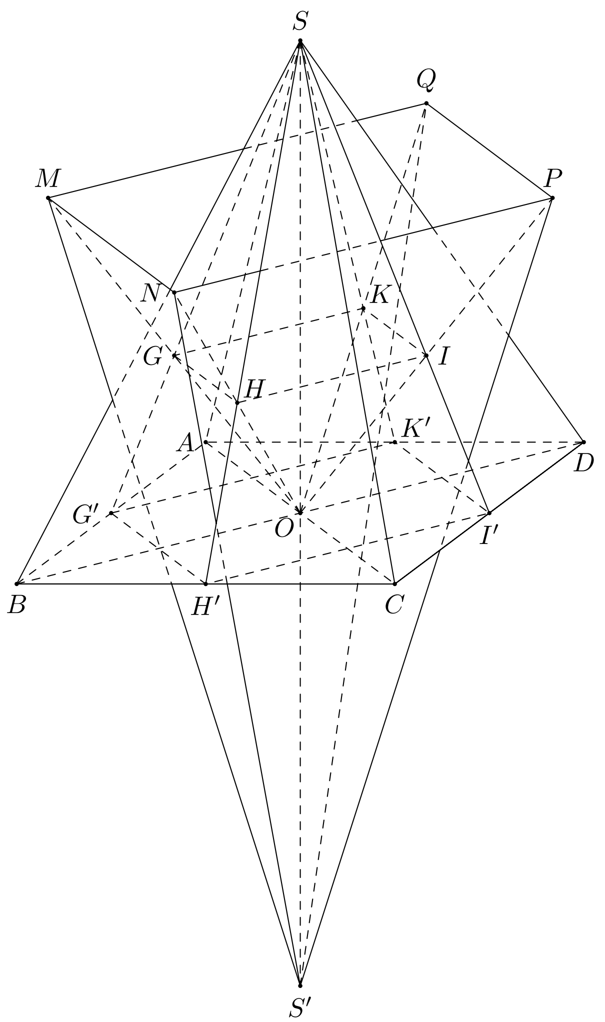
Xác suất cần tìm là $\mathrm{p}(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{1800}{3024} = \dfrac{25}{42}$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. B. $\dfrac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. C. $\dfrac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. D. $\dfrac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Lời giải.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA.

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \dfrac{1}{2} S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA.

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\dfrac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \dfrac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \dfrac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \dfrac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{2a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}a$.

Ta có $\mathrm{d}(O,(MNPQ)) = 2 \cdot \mathrm{d}(M,(GHIK)) = \dfrac{2}{3}SO \Rightarrow \mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \dfrac{5}{3}SO = \dfrac{5\sqrt{14}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S'.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot \mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{14}}{6}a = \frac{20\sqrt{14}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng

A $\dfrac{33}{4}$. B $\dfrac{65}{8}$. C $\dfrac{49}{8}$. D $\dfrac{57}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \qquad (*)$$

Đặt $t = 2(x+y-1)$. Do x, y không âm nên $t \geq -2$. Khi đó $(*)$ trở thành

$$(t-1) + y \cdot \left(2^t - 2\right) \geq 0. \qquad (**)$$

Từ $(**) \Rightarrow t \geq 1$, vì nếu $t < 1$ thì $2^t < 2$ nên $(t-1) + y \cdot (2^t - 2) < 0$.

Từ $t \geq 1 \Rightarrow x + y \geq \dfrac{3}{2}$. Do đó, ta có

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 4x + 6y \\ &= (x+2)^2 + (y+3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x+2+y+3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \dfrac{3}{2} \\ x + 2 = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{4} \\ y = \dfrac{1}{4}. \end{cases}$$

Vậy $\min P = \dfrac{65}{8}$.

Chọn đáp án B □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn
$\log_4\left(x^2 + y\right) \geq \log_3(x+y)$?

A 59. B 58. C 116. D 115.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0. \end{cases}$

Đặt $k = x + y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$.

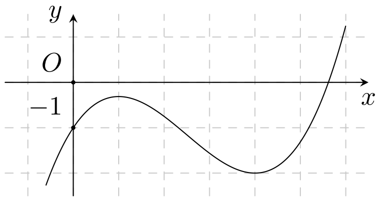
Xét hàm số $f(y) = \log_4\left(x^2 + y\right) - \log_3(x+y) \geq 0$. $(*)$

Ta có $f'(y)=\dfrac{1}{(x^2+y)\ln 4}-\dfrac{1}{(x+y)\ln 3}<0$ (vì $x\in\mathbb{Z}^+$ nên $x^2\geq x\Rightarrow x^2+y\geq x+y$ hay $\dfrac{1}{x^2+y}-\dfrac{1}{x+y}>0$ và $\ln 4>\ln 3>0$).
Suy ra $f(y)$ nghịch biến trên mỗi khoảng mà $f(y)$ xác định.
Xét $g(k)=f(k-x)=\log_4\left(x^2+k-x\right)-\log_3 k$, $k\in\mathbb{Z}^+$.
Do f nghịch biến nên g cũng nghịch biến.
Giả sử k_0 là một nghiệm của phương trình $g(k)=0$. Khi đó k_0 là nghiệm duy nhất của phương trình $g(k)=0$.
Suy ra (*) trở thành $g(k)\geq g\left(k_0\right)\Leftrightarrow\begin{cases}1\leq k\leq k_0\\ k\in\mathbb{Z}^+\end{cases}\Rightarrow k_0\leq 728$.
Khi đó

$$\begin{aligned}&g(728)\leq 0\\ \Leftrightarrow\ &\log_4\left(x^2-x+728\right)\leq\log_3 728\\ \Leftrightarrow\ &x^2-x+728<4089\\ \Leftrightarrow\ &x^2-x-3361<0\\ \Leftrightarrow\ &-57{,}476\leq x\leq 58{,}478.\end{aligned}$$

Vì x nguyên nên $x\in\{-57;-56;\ldots;58\}$.
Khi đó có 116 giá trị x thỏa bài toán.
Chọn đáp án C □

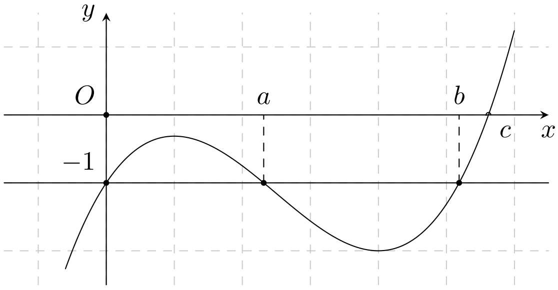
Câu 50.
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ là



A 8. **B** 5. **C** 6. **D** 4.

Lời giải.
Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=a\in(2;3)\\ x=b\in(5;6).\end{array}\right.$
- Phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow x=c\in(5;6)$.



Do đó, ta có

$$f\left(x^3f(x)\right)+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3f(x)=0 & (1)\\ x^3f(x)=a & (2)\\ x^3f(x)=b. & (3)\end{array}\right.$$

Khi đó

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=c.\end{array}\right.$
- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{a}{x^3}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị (C_1): $g(x)=\dfrac{a}{x^3}$.

Với $a \in (2;3)$ ta có $g'(x) = -\dfrac{3a}{x^4} < 0$, $\forall x \neq 0$.
Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \dfrac{a}{x^3}$ là

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

– Trên khoảng $(-\infty;0)$, ta thấy

x	$-\infty$		0
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty;0)$.

– Trên khoảng $(0;c)$, ta thấy $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.

– Trên nửa khoảng $[c;+\infty)$, ta thấy

x	c		$+\infty$
$g(x)$	$\dfrac{a}{c^3}$	$\searrow$	0
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (c;+\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

- Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \dfrac{b}{x^3}$.
Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

1. C	2. B	3. B	4. D	5. D	6. A	7. C	8. A	9. D
10. D	11. B	12. C	13. D	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C
19. B	20. B	21. C	22. C	23. C	24. B	25. C	26. A	27. C

28. A	29. B	30. A	31. C	32. C	33. C	34. B	35. A	36. C
37. A	38. A	39. B	40. B	41. A	42. A	43. A	44. B	45. C
46. A	47. A	48. B	49. C	50. C				

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ THI 102

NGUỒN: Nhóm Word hóa tài liệu & đề thi name

KÌ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: Toán

Năm học: 2019 – 2020

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Biết $\int\limits_1^5 f(x)\,dx = 4$. Giá trị của $\int\limits_1^5 3f(x)\,dx$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ $\frac{4}{5}$. Ⓒ 64. Ⓓ 12.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^5 3f(x)\,dx = 3\int\limits_1^5 f(x)\,dx = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

Ⓐ $(0;2;0)$. Ⓑ $(0;0;5)$. Ⓒ $(1;0;0)$. Ⓓ $(0;2;5)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 48π. Ⓑ 12π. Ⓒ 16π. Ⓓ 24π.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$ thì có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi r\ell = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

Ⓐ 3. Ⓑ -1. Ⓒ -3. Ⓓ 1.

Lời giải.

Ta có $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 3i$.

Vậy phần thực của số phức z là -1.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_2 bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 9. Ⓒ 8. Ⓓ $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $5 - i$. Ⓑ $5 + i$. Ⓒ $-5 - i$. Ⓓ $-5 + i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (2 - i) = 5 + i$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+z^2=9$. Bán kính (S) bằng

(A) 6. (B) 18. (C) 3. (D) 9.

Lời giải.

Bán kính $R=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

(A) 10. (B) 8. (C) 9. (D) 7.

Lời giải.

Điều kiện $x>1$.

Ta có $\log_2(x-1)=3 \Leftrightarrow \log_2(x-1)=\log_2 2^3=8 \Leftrightarrow x-1=8 \Leftrightarrow x=9$ (thỏa mãn $x>1$).

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ là

(A) $y=1$. (B) $y=\dfrac{1}{5}$. (C) $y=-1$. (D) $y=5$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=5$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{8\pi}{3}$. (B) 8π. (C) $\dfrac{32\pi}{3}$. (D) 32π.

Lời giải.

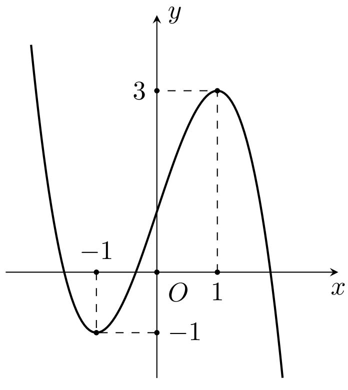
Ta có $V=\dfrac{1}{3}r^2\pi h=\dfrac{1}{3}\cdot 4^2\cdot\pi\cdot 2=\dfrac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Lời giải.

Ta có đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

(A) $\dfrac{1}{2}+\log_a b$. (B) $\dfrac{1}{2}\log_a b$. (C) $2+\log_a b$. (D) $2\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2} b=\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-2}=9$ là

A. $x=-3$. B. $x=3$. C. $x=4$. D. $x=-4$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-2}=9 \Leftrightarrow 3^{x-2}=3^2 \Leftrightarrow x-2=2 \Leftrightarrow x=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. $\displaystyle\int x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $4x^4+C$. B. $3x^2+C$. C. x^4+C. D. $\dfrac{1}{4}x^4+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int x^3\,\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+C$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho hình chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. B. 12. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Thể tích khối chóp được tính theo công thức $V=\dfrac{1}{3}\cdot B\cdot h=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$. B. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$. C. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{4}=1$. D. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-4}=1$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. B. $(-1;1)$. C. $(0;1)$. D. $(-1;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 2. (C) -2. (D) -3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và giá trị cực đại là $y = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+5}{4} = \dfrac{z-2}{-1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. (B) $\vec{u}_1 = (2; -5; 2)$. (C) $\vec{u}_3 = (2; 5; -2)$. (D) $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$.

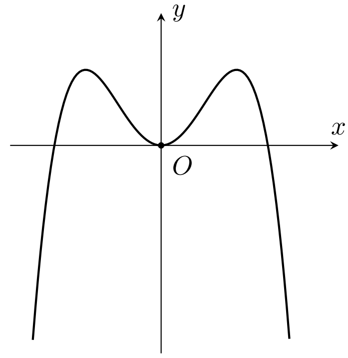
Chọn đáp án (A) □

Câu 20.

Đồ thị hàm số nào có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = -x^4 + 2x^2$. (B) $y = -x^3 + 3x$.

(C) $y = x^4 - 2x^2$. (D) $y = x^3 - 3x$.



Lời giải.

Từ hình dáng đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) 64π. (B) $\dfrac{64\pi}{3}$. (C) 256π. (D) $\dfrac{256\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{256}{3}\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

(A) 7. (B) 5040. (C) 1. (D) 49.

Lời giải.

Số cách xếp 7 học sinh thành 1 hàng dọc là $7! = 5040$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 23. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 16. (B) 12. (C) 48. (D) 8.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp là $V = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$.
Chọn đáp án C □

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là

A $\overline{z} = 2 - 5i$. B $\overline{z} = 2 + 5i$. C $\overline{z} = -2 + 5i$. D $\overline{z} = -2 - 5i$.

Lời giải.
Ta có số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là $\overline{z} = -2 - 5i$.
Chọn đáp án D □

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là

A $[0; +\infty)$. B $(0; +\infty)$. C $(-\infty; 0)$. D $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.
Điều kiện $x > 0$.
Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
Chọn đáp án B □

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A -36. B $-14\sqrt{7}$. C $14\sqrt{7}$. D -34.

Lời giải.
Xét trên đoạn $[2; 19]$ hàm số liên tục.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 21$. Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 21 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{7} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{7} \notin [2; 19] \end{array}\right.$.

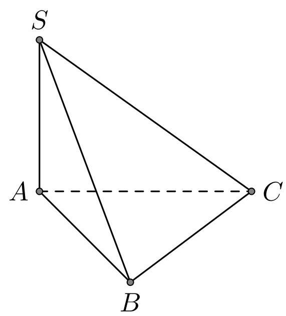
Khi đó $f(2) = -34$, $f\left(\sqrt{7}\right) = -14\sqrt{7}$, $f(19) = 6460$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x) = f\left(\sqrt{7}\right) = -14\sqrt{7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 27.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A $60°$. B $45°$. C $30°$. D $90°$.



Lời giải.
Ta có $\left(\widehat{SC, (ABC)}\right) = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác ABC vuông tại B, ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\sqrt{3}a\right)^2} = 2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có $\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{2a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30°$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)$ có hai lần đổi dấu từ âm sang dương khi qua ± 1 nên số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án (B) □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $x+2y-3z-9=0$. (B) $x+y-2z-6=0$.

(C) $x+2y-3z+9=0$. (D) $x+y-2z+6=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d nên nhận một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$. Suy ra mặt phẳng đi qua điểm M nên có phương trình là

$$1(x-1)+2(y-1)-3(z+2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z-9=0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $4^{\log_2(ab)}=3a$. Giá trị của ab^2 bằng

(A) 3. (B) 6. (C) 2. (D) 12.

Lời giải.

Ta có $4^{\log_2(ab)}=\left[2^{\log_2(ab)}\right]^2=(ab)^2$ nên $4^{\log_2(ab)}=3a \Leftrightarrow (ab)^2=3a \Leftrightarrow ab^2=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Cho hai số phức $z=2+2i$ và $w=2+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

(A) 40. (B) 8. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có $z.\overline{w}=(2+2i)(2-i)=6+2i$.

Vậy $|z.\overline{w}|=|6+2i|=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-1$ và $y=x-1$ bằng

(A) $\dfrac{\pi}{6}$. (B) $\dfrac{13}{6}$. (C) $\dfrac{13\pi}{6}$. (D) $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong đã cho là

$$x^2-1=x-1 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$$

Suy ra diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_0^1 \left|x^2-x\right|\mathrm{d}x=\left|\int_0^1 \left(x^2-x\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right|=\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+5x$ là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3-x^2=-x^2+5x \Leftrightarrow x^3-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{5}.\end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 3.
Chọn đáp án B □

Câu 34. Biết rằng $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị $\int\limits_1^2 [2 + f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải.
Ta có $f(x) = F(x) = 3x^2$.
Khi đó $\int\limits_1^2 [2 + f(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 2\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2x\Big|_1^2 + x^3\Big|_1^2 = 2 + 7 = 9$.
Chọn đáp án C □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;\,2;\,3)$, $B(1;\,1;\,1)$, $C(3;\,4;\,0)$ đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$. .

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{BC} = (2;\,3;\,-1)$.
Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;\,2;\,3)$ nhận $\overrightarrow{BC} = (2;\,3;\,-1)$ là véc-tơ chỉ phương có dạng

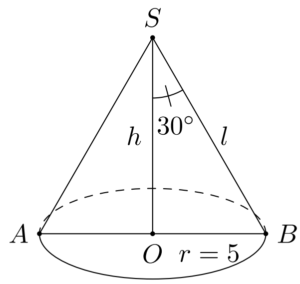
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 36. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 50π. B. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 100π.

Lời giải.
Ta có $\sin 30^\circ = \frac{r}{l} \Rightarrow l = \frac{r}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$.
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi.5.10 = 50\pi$.



Chọn đáp án A □

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

A. $(-5;\,5)$. B. $(-\infty;\,5)$. C. $(5;\,+\infty)$. D. $(0;\,5)$.

Lời giải.
Ta có $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.
Chọn đáp án A □

Câu 38. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

(A) $M(-2;\,2)$. (B) $Q(4;\,-2)$. (C) $N(4;\,2)$. (D) $P(-2;\,-2)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+2i \\ z=3-2i \end{array}\right.$ suy ra $z_0=3+2i$, khi đó $1-z_0=-2-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là $P(-2;\,-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;\,-8)$ là

(A) $(5;\,+\infty)$. (B) $(5;\,8]$. (C) $[5;\,8)$. (D) $(5;\,8)$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{m-5}{(x+m)^2}, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;\,-8)$ khi và chỉ khi

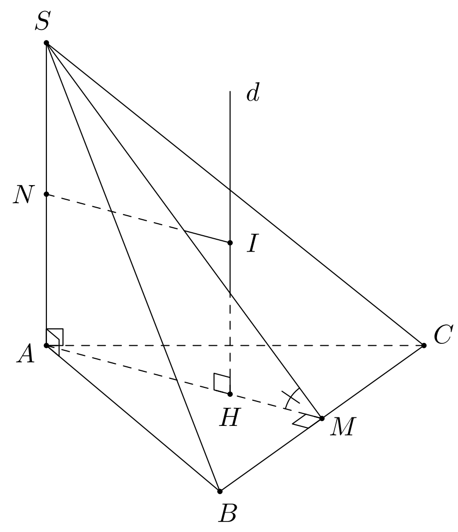
$$\begin{cases} \dfrac{m-5}{(x+m)^2}>0 \\ -m\notin(-\infty;\,-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>5 \\ -m\geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow 5<m\leq 8.$$

Chọn đáp án B □

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

(A) $52\pi a^2$. (B) $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. (C) $\dfrac{76\pi a^2}{9}$. (D) $\dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Lời giải.



- Gọi M là trung điểm của của BC.
  Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$
  .
  Từ đó suy ra $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{SM,AM}\right) = \widehat{SMA} = 30°$.
- Ta có $AM = 2a\sqrt{3}$; $SA = AM.\tan 30° = 2a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2a$.
- Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, dựng đường thẳng d đi qua H và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Mặt phẳng trung trực của đoạn SA đi qua trung điểm N của SA, cắt đường thẳng d tại điểm I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu này là $R = AI$.
- Lại có $IH = AN = \dfrac{SA}{2} = a$; $AH = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$;
  $AI = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{\dfrac{16a^2}{3} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{57}}{3}$.

Diện tích tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\dfrac{19a^2}{3} = \dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)\cdot f'(x)$ là

A $\dfrac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}}$. **B** $\dfrac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}}$. **C** $\dfrac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}}$. **D** $\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+3}}$.

Lời giải.

Đặt $I = \displaystyle\int (x+1)\cdot f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \Rightarrow \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow v = f(x). \end{cases}$

Khi đó

$$
\begin{aligned}
I &= (x+1)\cdot f(x) - \int f(x)\mathrm{d}x\\
&= (x+1)\cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx\\
&= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{2}\int (x^2+3)^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}(x^2+3)\\
&= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{2}\cdot\frac{(x^2+3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C\\
&= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}} - \sqrt{x^2+3} + C\\
&= \frac{x^2+x-x^2-3}{\sqrt{x^2+3}} + C\\
&= \frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C.
\end{aligned}
$$

Chọn đáp án D □

Câu 42. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

A Năm 2043. B Năm 2025. C Năm 2024. D Năm 2042.

Lời giải.

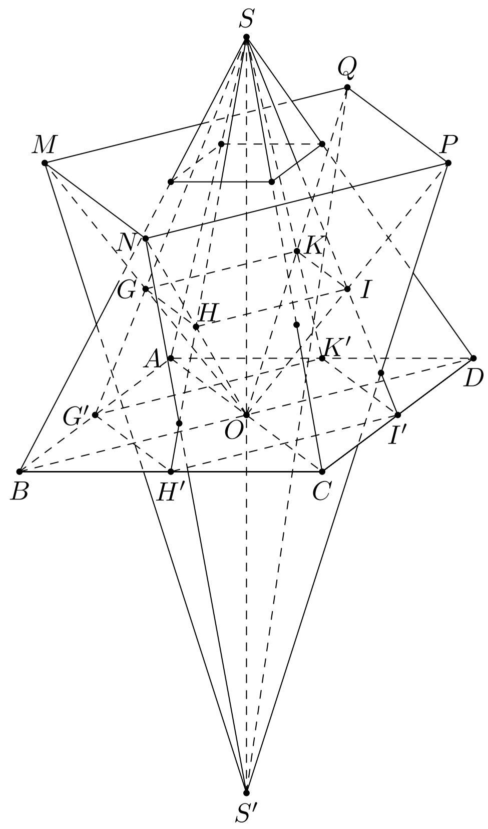
Gọi S_n là diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau n năm.
r là phần trăm diện tích rừng trồng mới tăng thêm sau mỗi năm.
S là diện tích rừng trồng mới năm 2019.
Khi đó $S_n = S(1+r)^n$.
Với $S = 1000$ ha, $r = 6\% = 0{,}06$ suy ra $S_n = 1000\,(1+0{,}06)^n = 1000\,(1{,}06)^n$.
Để $S_n \geq 1400 \Leftrightarrow 1000\,(1{,}06)^n \geq 1400 \Leftrightarrow n \geq \log_{1{,}06}\left(\frac{7}{5}\right) \approx 5{,}77$.

Vậy năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha là năm 2025.
Chọn đáp án B □

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A $\dfrac{40\sqrt{10}a^3}{81}$. B $\dfrac{10\sqrt{10}a^3}{81}$. C $\dfrac{20\sqrt{10}a^3}{81}$. D $\dfrac{2\sqrt{10}a^3}{9}$.

Lời giải.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA.

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA.

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\dfrac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \dfrac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \dfrac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \dfrac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3a^2 - \dfrac{2a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}a$.

Ta có $\mathrm{d}(O,(MNPQ)) = 2 \cdot \mathrm{d}(O,(GHIK)) = \dfrac{2}{3}SO \Rightarrow \mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \dfrac{5}{3}SO = \dfrac{5\sqrt{10}}{6}a$.

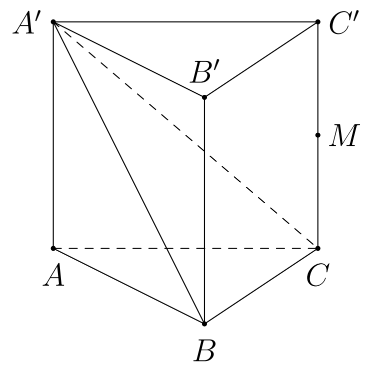
Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot \mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{10}}{6}a = \frac{20\sqrt{10}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án C □

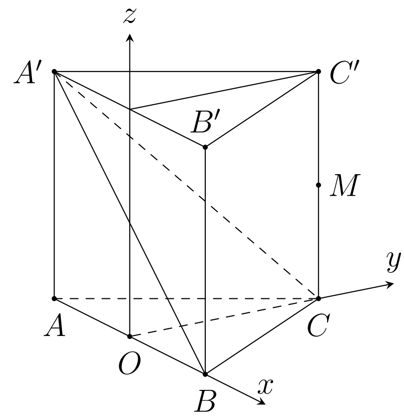
Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$.



A $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. **D** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải.



Gọi O là trung điểm của AB. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và chọn $a = 2$ ta có:

- $A(-1;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C\left(0;\sqrt{3};0\right)$, $A'(-1;0;4)$, $C'\left(0;\sqrt{3};4\right)$, $M\left(0;\sqrt{3};2\right)$.
- $\overrightarrow{A'B} = (2;0;-4)$.
- $\overrightarrow{A'C} = (1;\sqrt{3};-4)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'BC)$ là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}\right] = \left(2\sqrt{3};2;\sqrt{3}\right)$ nên phương trình của mặt phẳng $(A'BC)$ là

$$2\sqrt{3}\,(x+1) + 2\,(y-0) + \sqrt{3}\,(z-4) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}x + 2y + \sqrt{3}z - 2\sqrt{3} = 0.$$

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ là

$$\mathrm{d}\left(M,(A'BC)\right) = \frac{\left|2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\right|}{\sqrt{4\cdot 3+4+3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = \frac{2\sqrt{57}}{19}.$$

Vì chọn $a = 2$ nên suy ra $\mathrm{d}\left(M,(A'BC)\right) = \dfrac{a\sqrt{57}}{19}$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2\left[f(x-1)\right]^4$ là

A 7. **B** 8. **C** 5. **D** 9.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x) = a(x^2-1)x = ax^3 - ax \Rightarrow f(x) = \dfrac{ax^4}{4} - \dfrac{ax^2}{2} + c$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1)$ nên $c = -1$.

Điểm $(1;3)$ thuộc đồ thị nên có $\dfrac{a}{4} - \dfrac{a}{2} - 1 = 3 \Rightarrow a = -16$.

Ta có hàm số $f(x) = -4x^4 + 8x^2 - 1$, $f'(x) = -16x(x^2-1)$.

Đặt $t = x - 1 \Rightarrow x = t + 1$ ta có hàm số $g(t+1) = (t+1)^2\left[f(t)\right]^4$.
$g'(t+1) = 2(t+1)[f(t)]^4 + 4(t+1)^2\left[f(t)\right]^3 f'(t) {=} 2(t+1)[f(t)]^3\left[f(t) + 2(t+1)f'(t)\right]$.

$g'(t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ f(t) = 0 \\ f(t) + 2(t+1)f'(t) = 0. \end{cases}$

\+ Phương trình $f(t) + 2(t+1)f'(t) = 0$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad -4t^4 + 8t^2 - 1 + 2(t+1)(-16)t(t^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad -36t^4 - 32t^3 + 40t^2 + 32t - 1 = 0. \end{aligned}$$

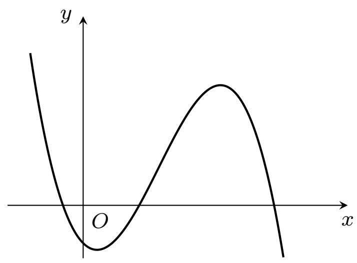
Xét vế trái: $h(t) = -36t^4 - 32t^3 + 40t^2 + 32t - 1$.
$h'(t) = -144t^3 - 96t^2 + 80t + 32 = -144(t+1)\left(t + \dfrac{1}{3}\right)\left(t - \dfrac{2}{3}\right)$.

t	$-\infty$		-1		$-\dfrac{1}{3}$		$\dfrac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\dfrac{175}{27}$	$\nearrow$	$\dfrac{581}{27}$	$\searrow$	$-\infty$

Từ đây suy ra phương trình $h(t) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.
\+ Phương trình $f(t) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.
Vậy phương trình $g'(t+1) = 0$ có 9 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x) = x^2\left[f(x-1)\right]^4$ có 9 điểm cực trị.
Chọn đáp án D □

Câu 46.
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

A 4. **B** 3. **C** 1. **D** 2.



Lời giải.
Hình dạng đồ thị cho thấy $a < 0$.
Đồ thị cắt trục tung tại một điểm nằm phía dưới trục hoành nên $d < 0$.
Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị cùng dương, khi đó $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương
$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{3a} > 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases}$ mà $a < 0$ nên $c < 0$, $b > 0$.
Vậy trong các số a, b, c, d có 1 số dương.
Chọn đáp án C □

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

(A) $\frac{17}{42}$. (B) $\frac{41}{126}$. (C) $\frac{31}{126}$. (D) $\frac{5}{21}$.

Lời giải.

Tập các số S có $A_9^4 = 3024$ số, suy ra $n(\Omega) = 3024$.
Gọi A là biến cố lấy được số thuộc tập S mà số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ.
Ta có các trường hợp sau:

- TH1: số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, lẻ, chẵn: lúc đó có $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 240$ số.
- TH2: số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, chẵn, tùy ý: lúc đó có $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ số.
- TH3: số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, chẵn, tùy ý: lúc đó có $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 = 144$ số.
- TH4: số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, lẻ, chẵn: lúc đó có $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 120$ số.
- TH5: số đó có thứ tự: chẵn, lẻ, chẵn, tùy ý: lúc đó có $4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ số.

Vậy ta có: $n(A) = 240 + 360 + 144 + 120 + 360 = 1224$.
Do đó xác suất là $\mathrm{P}(A) = \frac{1224}{3024} = \frac{17}{42}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$ bằng

(A) $\frac{65}{8}$. (B) $\frac{33}{4}$. (C) $\frac{49}{8}$. (D) $\frac{57}{8}$.

Lời giải.

$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow y \cdot 2^{2x+2y-2} \geq 3 - 2x \Leftrightarrow 2y \cdot 2^{2y} \geq (3-2x)2^{3-2x}$. (1)
Xét hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ trên $[0; +\infty)$ có $f'(t) = 2^t + t \cdot 2^t \ln 2 > 0, \forall t \geq 0$.
Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$(1) \Leftrightarrow 2y \geq 3 - 2x \Leftrightarrow x + y \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow (x+3) + (y+2) \geq \frac{13}{2}.$$

Ta có: $P = (x+3)^2 + (y+2)^2 - 13 \Rightarrow (x+3)^2 + (y+2)^2 = P + 13$.
Ta lại có: $\frac{13}{2} \leq (x+3) + (y+2) \leq \sqrt{2\left[(x+3)^2 + (y+2)^2\right]} = \sqrt{2(P+13)}$

$$\Leftrightarrow \frac{169}{4} \leq 2(P+13) \Leftrightarrow P \geq \frac{65}{8}.$$

Dấu xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{5}{4}. \end{cases}$

Vậy $P_{\min} = \frac{65}{8}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

(A) 55. (B) 28. (C) 29. (D) 56.

Lời giải.

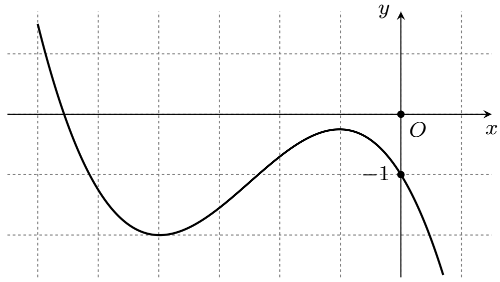
Điều kiện $x + y > 0$ và $x^2 + y > 0$.
Khi đó

$$\begin{aligned} & \log_4(x^2+y) \geq \log_3(x+y) \\ \Leftrightarrow\ & x^2 + y \geq 4^{\log_3(x+y)} \\ \Leftrightarrow\ & x^2 + y \geq (x+y)^{\log_3 4} \\ \Leftrightarrow\ & x^2 - x > (x+y)^{\log_3 4} - (x+y). \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = x + y$ thì (1) được viết lại là $x^2 - x > t^{\log_3 4} - t$. (2)
Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1).
Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 242 nghiệm t.
Nhận thấy $f(t) = t^{\log_3 4} - t$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên nếu $x^2 - x > 243^{\log_3 4} - 243 = 781$ thì sẽ có ít nhất 243 nghiệm nguyên $t \geq 1$.
Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2 - x \leq 781 \Leftrightarrow -27 \leq x \leq 28$ (do x nguyên).
Vậy có tất cả $28 + 28 = 56$ số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án D □

Câu 50.
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ là

A 6. **B** 4. **C** 5. **D** 8.



Lời giải.

Ta có $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right) = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{lll} x^3 f(x) = a & (-3 < a < -1) & (1) \\ x^3 f(x) = b & (-5 < b < -3) & (2) \\ x^3 f(x) = 0 & & (3) \end{array}\right.$, với $a, b < 0$.

+Với $m < 0$, xét phương trình $x^3 f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{m}{x^3}$.

Đặt $g(x) = \dfrac{m}{x^3}$, $g'(x) = \dfrac{-3m}{x^4} > 0, \forall x \neq 0$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	‖	$+$
$g(x)$	$0 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 0$

Dựa vào bảng biến thiên và đề bài, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng một nghiệm.
Suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có 2 nghiệm.

+Xét phương trình (3) : $x^3 f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = c < 0 \end{array}\right.$, với c khác các nghiệm của (1) và (2).

Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ có đúng 6 nghiệm.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

1. D	2. C	3. D	4. B	5. A	6. B	7. C	8. C	9. D
10. C	11. B	12. B	13. C	14. D	15. C	16. A	17. C	18. B

19. A	20. A	21. D	22. B	23. C	24. D	25. B	26. B	27. C
28. B	29. A	30. A	31. D	32. D	33. B	34. C	35. C	36. A
37. A	38. D	39. B	40. D	41. D	42. B	43. C	44. D	45. D
46. C	47. A	48. A	49. D	50. A				

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ THI 103

NGUỒN: Toán học Bắc Trung Nam name

KÌ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: Toán

Năm học: 2019 – 2020

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 25π. (C) 30π. (D) 75π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh $S_{\text{xq}}=2\pi rl=30\pi$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Cho khối nón có bán kính $r=2$, chiều cao $h=5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{20\pi}{3}$. (B) 20π. (C) $\dfrac{10\pi}{3}$. (D) 10π.

Lời giải.

Thể tích $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\cdot 2^2\cdot 5=\dfrac{20\pi}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Biết $\displaystyle\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Giá trị của $\displaystyle\int\limits_1^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) 8.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\limits_1^3 3f(x)\,\mathrm{d}x=3\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot 2=6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. (B) $\vec{u}_4=(4;2;3)$. (C) $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. (D) $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(4;-2;3)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) 16π. (B) $\dfrac{32\pi}{3}$. (C) 32π. (D) $\dfrac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}=\dfrac{4\pi\cdot 2^3}{3}=\dfrac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;5;2)$. (B) $(0;5;0)$. (C) $(3;0;0)$. (D) $(0;0;2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3;0;0)$
Chọn đáp án C □

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2)=3$ là
(A) $x=6$. (B) $x=8$. (C) $x=11$. (D) $x=10$.

Lời giải.
Điều kiện $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$. Xét phương trình $\log_2(x-2)=3 \Leftrightarrow x-2=2^3 \Leftrightarrow x=10$.
Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng
(A) 2. (B) -2. (C) 3. (D) -1.

Lời giải.
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=-1$.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. (B) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. (C) $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. (D) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Lời giải.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+1}=9$ là
(A) $x=1$. (B) $x=2$. (C) $x=-2$. (D) $x=-1$.

Lời giải.
Ta có $3^{x+1}=9 \Leftrightarrow x+1=2 \Leftrightarrow x=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
(A) 28. (B) 14. (C) 15. (D) 84.

Lời giải.
Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$ là $V=2\cdot 6\cdot 7=84$.
Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khốp chóp bằng
(A) 12. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

Lời giải.
$V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\cdot 2\cdot 3=2$.
Chọn đáp án B □

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

(A) $\overline{z} = 2 + 5i$. (B) $\overline{z} = -2 + 5i$. (C) $\overline{z} = 2 - 5i$. (D) $\overline{z} = -2 - 5i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là $\overline{z} = 2 + 5i$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 64. (B) 81. (C) 12. (D) $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = qu_1 = 3 \cdot 4 = 12$.

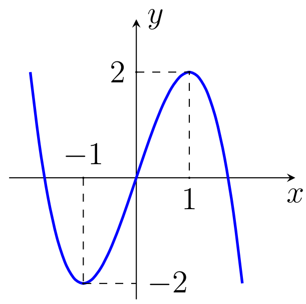
Chọn đáp án (C) □

Câu 15.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

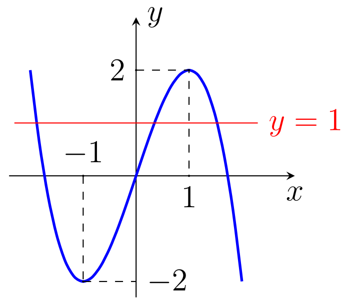


Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = 1$

Từ đồ thị ta vẽ thêm đường thẳng $y = 1$ ta có hình vẽ bên.

Vì đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có ba nghiệm phân biệt



Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $3 + i$. (B) $-3 - i$. (C) $3 - i$. (D) $-3 + i$.

Lời giải.

Ta có: $z_1 + z_2 = 1 - 2i + 2 + i = 3 - i$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	2	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2; 2)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(-2; 0)$. (D) $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.
Chọn đáp án B □

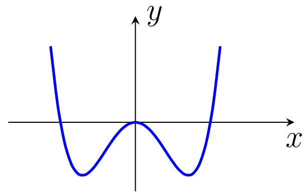
Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A $y = \dfrac{1}{2}$. B $y = -1$. C $y = 1$. D $y = 2$.

Lời giải.
Ta có:
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \dfrac{2}{1} = 2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \dfrac{2}{1} = 2$.
Vậy $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.
Chọn đáp án D □

Câu 19.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên

A $y = -x^4 + 2x^2$. B $y = x^3 - 3x^2$.
C $y = x^4 - 2x^2$. D $y = -x^3 + 3x^2$.



Lời giải.
Quan sát đồ thị thị ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương có $a > 0$
Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

A 32. B 8. C 4. D 16.

Lời giải.
Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{16} = 4$.
Chọn đáp án C □

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A -2. B 2. C 1. D -1.

Lời giải.
$M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -2 + i$. Vậy phần thực của z bằng -2.
Chọn đáp án A □

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

A $(-\infty; 0)$. B $(0; +\infty)$. C $(-\infty; +\infty)$. D $[0; +\infty)$.

Lời giải.
Điều kiện $x > 0$. Vậy tập xác định $\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
Chọn đáp án B □

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A 1. B 25. C 5. D 120.

Lời giải.
Số cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị 5 phần tử.
Vậy có $5! = 120$ cách xếp.
Chọn đáp án D □

Câu 24. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

(A) $3 + \log_a b$. (B) $3\log_a b$. (C) $\dfrac{1}{3} + \log_a b$. (D) $\dfrac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^3} b = \dfrac{1}{3}\log_a b$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 25. $\displaystyle\int x^4\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{1}{5}x^5 + C$. (B) $4x^3 + C$. (C) $x^5 + C$. (D) $5x^5 + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int x^4\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{5}x^5 + C$

Chọn đáp án (A) □

Câu 26. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\displaystyle\int\limits_1^3 [1 + f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 20. (B) 22. (C) 26. (D) 28.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\limits_1^3 [1 + f(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^3 \mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \left(x + x^3\right)\Big|_1^3 = 28$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 27. Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 18π. (B) 36π. (C) $6\sqrt{3}\pi$. (D) $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Tam giác SAB có $SA = SB = \ell$, $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SAB$ đều có $r = OA = 3$.

$\Rightarrow SA = AB = 2OA = 6$.

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r\ell = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2$ và $y = 3x - 2$ bằng

(A) $\dfrac{9}{2}$. (B) $\dfrac{9\pi}{2}$. (C) $\dfrac{125}{6}$. (D) $\dfrac{125\pi}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 0. \end{array}\right.$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \displaystyle\int\limits_0^3 \left|x^2 - 3x\right|\,\mathrm{d}x = \dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là

(A) $(-3; 3)$. (B) $(0; 3)$. (C) $(-\infty; 3)$. (D) $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-7} < 4 \Leftrightarrow x^2 - 7 < 2 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

A 3. B 6. C 2. D 4.

Lời giải.

Ta có $9^{\log_3(ab)} = 4a \Leftrightarrow (ab)^2 = 4a \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $2x+3y+z-3=0$. B $2x-y+2z-9=0$.

C $2x+3y+z+3=0$. D SAM.

Lời giải.

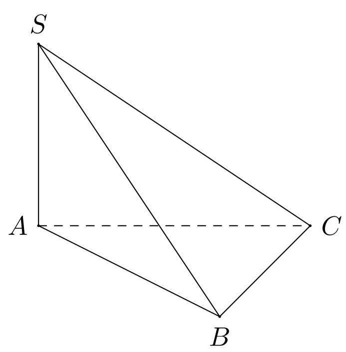
Ta có $(P) \perp d \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \vec{u} = (2;3;1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+z-3=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 32.

Cho hình chóp $S.ABC$ và có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{30}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy bằng



A 45°. B 90°. C 60°. D 30°.

Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mp (ABC) $\Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCA}$.

Tam giác ABC vuông tại B có $AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = a\sqrt{10}$.

Tam giác SAC vuông tại A có $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

A $P(-1;-3)$. B $M(-1;3)$. C $N(3;-3)$. D $Q(3;3)$.

Lời giải.

$z^2+4z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=-2-3i. \end{array}\right.$

Suy ra $z_0 = -2+3i \Rightarrow 1-z_0 = 3-3i$.

Vậy điểm biểu diễn cho số phức $1-z_0$ là $N(3;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua $A(1;2;0)$ và song song với BC có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1}$. B $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z}{3}$.

C $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z}{3}$. D $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{-1}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1)$.
Đường thẳng đi qua $A\,(1; 2; 0)$ và song song với BC nhận $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1}$.
Chọn đáp án A □

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A $20\sqrt{10}$. B -63. C $-20\sqrt{10}$. D -52.

Lời giải.
Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[2; 19]$.
Ta có $f'(x) = 3x^2 - 30$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{10} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{10} \notin [2; 19] \end{array}\right.$.
Mà $f(2) = -52$; $f\left(\sqrt{10}\right) = -20\sqrt{10} \approx -63,25$; $f(19) = 6289$.
Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x) = -20\sqrt{10}$.
Chọn đáp án C □

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 2. B 4. C 3. D 1.

Lời giải.
Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua các điểm $x = \pm 2; x = 1$.
Do đó hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $\mathrm{w} = 1 + \mathrm{i}$. Môđun của số phức $z.\overline{\mathrm{w}}$ bằng

A $2\sqrt{2}$. B 8. C $2\sqrt{10}$. D 40.

Lời giải.
Ta có $w = 1 + i \Rightarrow \bar{w} = 1 - i$.
Nên $z.\bar{w} = 6 - 2i \Rightarrow |z.\bar{w}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.
Chọn đáp án C □

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$.

A 3. B 0. C 1. D 2.

Lời giải.
Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^3 + x^2$ và $y = x^2 + 5x$ là
$x^3 + x^2 = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5}. \end{array}\right.$
Vậy đồ thị $y = x^3 + x^2$ và đồ thị $y = x^2 + 5x$ có 3 giao điểm.
Chọn đáp án A □

Câu 39. Trong năm 2019 , diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

A Năm 2029. B Năm 2051. C Năm 2030. D Năm 2050.

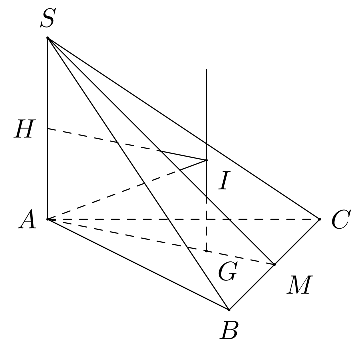
Lời giải.

Bài toán trên giống bài toán lãi kép khi gửi tiền vào Ngân hàng:
Ta đặt $S_0 = 900$ha là diện tích rừng trồng mới của tỉnh A năm 2019, $S_N = 1700$ là diện tích rừng trồng mới sau Nnăm (kể từ sau năm 2019) của tỉnh A mà mỗi năm đều tăng $r\% = 6\% = 0.06$ so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước.
Sau một năm: $S_1 = (1+0.06)\cdot S_0$.
Sau hai năm: $S_2 = S_1 + S_1.0.06 = 1.06^2 \cdot S_0$.
...
Sau N năm: $S_N = (1+r\%)^N \cdot S_0$.

$$\begin{aligned}&\Rightarrow \quad 1700 < 1.06^N \cdot 900\\ &\Leftrightarrow \quad 1.06^N > \frac{17}{9}\\ &\Leftrightarrow \quad N > \log_{1.06}\frac{17}{9} \approx 10.915.\end{aligned}$$

Vậy năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700ha là 2030.
Chọn đáp án C □

Câu 40.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng



A $\frac{43\pi a^2}{3}$. B $\frac{19\pi a^2}{3}$. C $\frac{43\pi a^2}{9}$. D $21\pi a^2$.

Lời giải.
Gọi M là trung điểm cạnh BC, H là trung điểm cạnh SA và G là trọng tâm tam giác ABC.
Do tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}\cdot\frac{(2a)\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.
$\widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{SMA} = 60°$.
Trong tam giác vuông SAM, ta có $SA = AM.\tan\widehat{SMA} = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.
Suy ra $AH = \frac{SA}{2} = \frac{3a}{2}$.
Dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại điểm G. Khi đó, d là trục của tam giác ABC.
Dựng đường trung trực của cạnh SA cắt đường thẳng d tại điểm I. Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính $R = IA$.
Trong tam giác vuông IGA, ta có $IA^2 = IG^2 + AG^2 = \frac{43a^2}{12} \Rightarrow R^2 = IA^2 = \frac{43a^2}{12}$.
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\cdot\frac{43a^2}{12} = \frac{43\pi a^2}{3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng$(-\infty;-5)$ là

A $(2;5]$. B $[2;5)$. C $(2;+\infty)$. D $(2;5)$.

Lời giải.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{-m\}$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5) \Leftrightarrow y' > 0,\ \forall x \in (-\infty;-5)$.
- Ta có $\dfrac{m-2}{(x+m)^2} > 0,\ \forall x \in (-\infty;-5) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2>0 \\ -m \notin (-\infty;-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ -m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5$
- Vậy tập hợp các giá trị của tham số m cần tìm là $(2;5]$.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

A $\dfrac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$. B $\dfrac{x+1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$. C $\dfrac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. D $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1} - x.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Do đó $g(x) = (x+1)f'(x) = \dfrac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Ta lại có $\displaystyle\int g(x)\,\mathrm{d}x = \int \dfrac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int (x^2+1)^{-\frac{3}{2}}\mathrm{d}(x^2+1) + \int \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x.$

Vậy $\displaystyle\int g(x)\,\mathrm{d}x = -(x^2+1)^{\frac{-1}{2}} + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + C = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

Chọn đáp án D □

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A $\dfrac{9}{35}$. B $\dfrac{16}{35}$. C $\dfrac{22}{35}$. D $\dfrac{19}{35}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^4 = 840$.

Gọi A là biến cố "số được được không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn"

Giả sử số cần tìm là $x = \overline{a_1a_2a_3a_4}$

Trường hợp 1: cả 4 số đều lẻ. Số cách chọn là 4!

Trường hợp 2: Ba chữ số lẻ và một chữ số chẵn. Số cách chọn là $C_4^3C_3^1.4!$

Trường hợp 3: Hai chữ số lẻ và hai chữ số chẵn:

Xét sơ đồ: C-L-C-L, L-C-L-C, C-L-L-C: Số cách chọn 3.4.3.3.2

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 4! + 4!.C_4^3.C_3^1 + 3.4.3.3.2 = 528$

Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{22}{35}$

Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

$$\begin{array}{c|ccccccccc} x & -\infty & & -1 & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & +\infty & \searrow & & \nearrow & 3 & \searrow & & \nearrow & +\infty \\ & & & -1 & & & & -1 & & \end{array}$$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4[f(x-1)]^2$ là

A 7. B 5. C 9. D 11.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Ta có : $f(x) = 4x^4 - 8x^2 + 3 \Rightarrow f'(x) = 16x(x^2-1)$

Ta có $g'(x) = 2x^3.f(x-1).[2f(x-1) + x.f'(x-1)]$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 = 0 \\ f(x-1) = 0 \\ 2f(x-1) + x.f'(x-1) = 0 \end{array}\right.$$

Phương trình $x^3 = 0$ có $x = 0$ (nghiệm bội ba).

Phương trình $f(x-1) = 0$ có cùng số nghiệm với phương trình $f(x) = 0$ nên (2) có 4 nghiệm đơn.

Phương trình $2f(x-1) + x \cdot f'(x-1) = 0$ có cùng số nghiệm với phương trình :

$$\begin{aligned} 2f(x) + (x+1) \cdot f'(x) = 0 &\Leftrightarrow 2(4x^4 - 8x^2 + 3) + 16x(x+1)(x^2-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 24x^4 + 16x^3 - 32x^2 - 16x + 6 = 0 \end{aligned}$$

có 4 nghiệm phân biệt.

Dễ thấy 9 nghiệm trên phân biệt nên hàm số $g(x) = 0$ có tất cả 9 điểm cực trị.

Câu 45. Xét các số thực không âm x và y thoản mãn $2x + y.4^{x+y-1} \geq 3$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ bằng

A $\dfrac{33}{8}$. B $\dfrac{9}{8}$. C $\dfrac{21}{4}$. D $\dfrac{41}{8}$.

Lời giải.

Ta có $2x + y.4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow (2x-3).4^{-x} + y.4^{y-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2y.2^{2y} \geq (3-2x)\,2^{3-2x}(1)$

Xét trường hợp: $3 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{3}{2}$.

$$(1) \text{ đúng với mọi giá trị } \begin{cases} x \geq \dfrac{3}{2} \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow P = x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq \frac{21}{4}\ (2)$$

Xét trường hợp: $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < \dfrac{3}{2}$

Xét hàm số $f(t) = t.2^t$ với $t \geq 0 \Rightarrow f'(t) = 2^t + t.2^t.\ln 2 > 0$ với mọi $t \geq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow f(2y) \geq f(3-2x) \Leftrightarrow 2y \geq 3 - 2x \Leftrightarrow y \geq \frac{3}{2} - x$$

Khi đó:

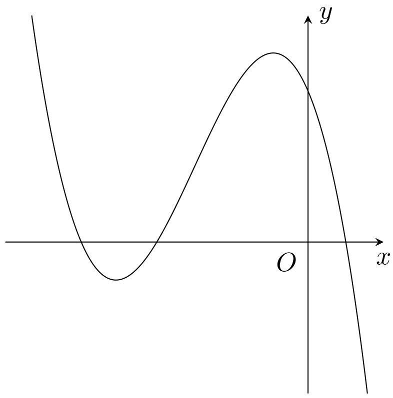
$$P = x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq x^2 + \left(\frac{3}{2} - x\right)^2 + 2x + 2(3-2x) = 2x^2 - 5x + \frac{33}{4} = \\ 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{41}{8} \geq \frac{41}{8}\ (3)$$

So sánh (2) và (3) ta thấy GTNN của P là $\dfrac{41}{8}$ khi $x = \dfrac{5}{4}, y = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 46.
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các a, b, c, d?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.



Lời giải.
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$.
Hàm số có 2 cực trị âm nên

$$\begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0. \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$.
Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d.
Chọn đáp án C □

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng của S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. (B) $\dfrac{40\sqrt{6}}{81}a^3$. (C) $\dfrac{10\sqrt{6}}{81}a^3$. (D) $\dfrac{20\sqrt{6}}{81}a^3$.

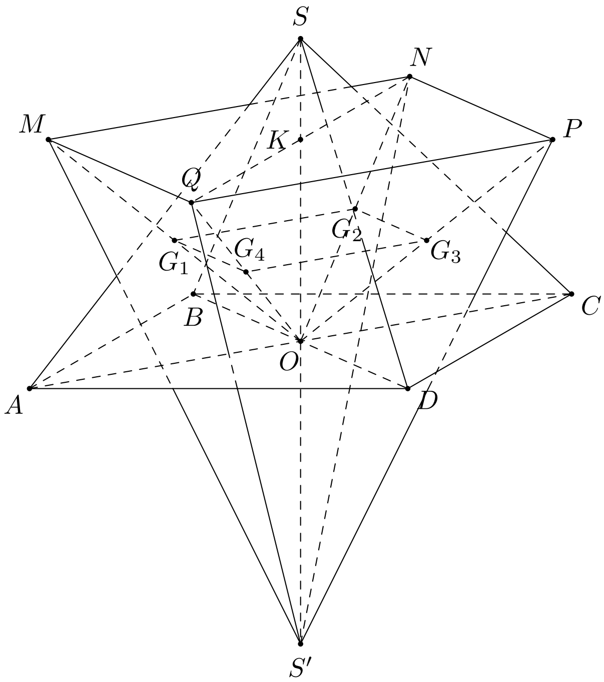
Lời giải.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên suy ra $MNPQ$ là hình vuông. Gọi K là tâm hình chữ nhật $MNPQ$, ta có

$$S'K = S'O + OK = SO + \frac{2}{3}SO = \frac{5a\sqrt{6}}{6}.$$

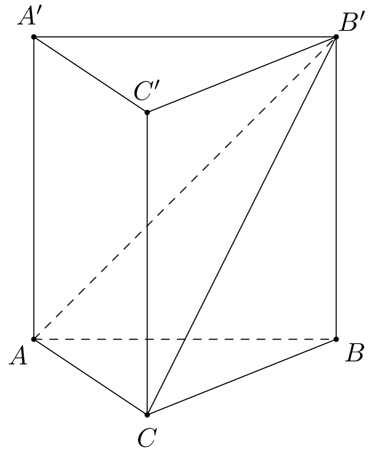
$$S_{MNPQ} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}S_{ABCD} = \frac{8}{9}a^2.$$

Vậy $V_{S'.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot S'K = \frac{20\sqrt{6}a^3}{81}$.



Chọn đáp án D □

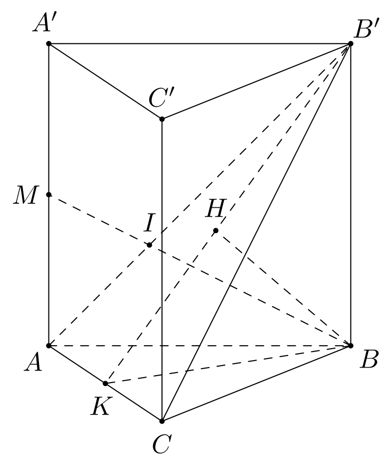
Câu 48.
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



(A) $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. (B) $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (D) $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải.

Gọi $I = BM \cap AB'$ và K là trung điểm AC.
Ta có



$$\frac{\mathrm{d}\left(M,(AB'C)\right)}{\mathrm{d}\left(B,(AB'C)\right)} = \frac{MI}{BI} = \frac{MA}{BB'} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{d}\left(M,(AB'C)\right) = \frac{1}{2}\mathrm{d}\left(B,(AB'C)\right) = \frac{BH}{2}.$$

Xét tam giác $BB'K$ có

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{57}a}{19}.$$

Vậy $\mathrm{d}\left(M,(AB'C)\right) = \dfrac{BH}{2} = \dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

Chọn đáp án A □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right) \geq \log_2(x+y)$?

A 89. **B** 46. **C** 45. **D** 90.

Lời giải.

- **Cách 1:**
  Điều kiện $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0. \end{cases}$
  Đặt $k = x+y \in \mathbb{Z}^+$.
  Xét hàm số $f(y) = \log_3\left(x^2+y\right) - \log_2(x+y) \geq 0$.
  Suy ra $f'(y) = \dfrac{1}{\left(x^2+y\right)\cdot\ln 3} - \dfrac{1}{(x+y)\cdot\ln 2} < 0 \Rightarrow f(y)$ nghịch biến.
  Xét hàm số $g(k) = f(k-x) = \log_3\left(x^2+k-x\right) - \log_2 k$, $k \in \mathbb{Z}^+$.
  Do hàm số f nghịch biến nên hàm số g cũng nghịch biến.
  Giả sử k_0 là nghiệm của phương trình $g(k) = 0$.
  Suy ra $\begin{cases} 1 \leq k \leq k_0 \\ k \in \mathbb{Z}^+ \end{cases} \Rightarrow k_0 < 128.$
  Nên
  $$\begin{aligned} g(128) < 0 &\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+128-x\right) < \log_2 128 \\ &\Rightarrow x^2-x+128 < 3^{\log_2 128} \\ &\Rightarrow -44 \leq x \leq 45. \end{aligned}$$
  Vậy có 90 số nguyên x.

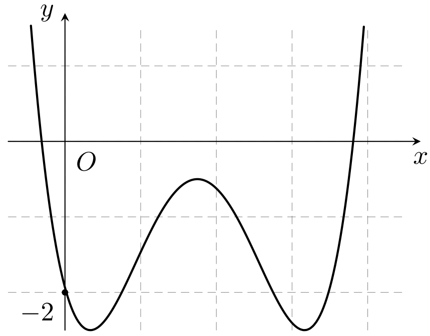
- **Cách 2:**
  Điều kiện $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0. \end{cases}$ Ta có
  $$\begin{aligned} &\log_3\left(x^2+y\right) \geq \log_2(x+y) \\ \Leftrightarrow\ & x^2+y \geq 3^{\log_2(x+y)} \\ \Leftrightarrow\ & x^2+y \geq (x+y)^{\log_2 3} \\ \Leftrightarrow\ & x^2-x \geq (x+y)^{\log_2 3} - (x+y). \qquad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = x + y$ thì (1) trở thành $x^2 - x \geq t^{\log_2 3} - t$. (2)
Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình (2) có không quá 127 nghiệm t .
Ta có hàm số $f(t) = t^{\log_2 3} - t$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên nếu $x^2 - x > 128^{\log_2 3} - 128 = 2059$ thì sẽ có ít nhất 127 nghiệm nguyên $t \geq 1$.
Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2 - x \leq 2059 \Leftrightarrow -44 \leq x \leq 45$ (do x nguyên) .
Vậy có 90 số nguyên x

Chọn đáp án D □

Câu 50.
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$ là

A 8. B 12. C 6. D 9.



Lời giải.

Ta có $f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x^2 f(x)) = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 f(x) = a & (1) \\ x^2 f(x) = b & (2) \\ x^2 f(x) = c & (3) \\ x^2 f(x) = 0 & (4) \end{array}\right.$, với a, b, $c > 0$.

- Với $m > 0$, xét phương trình $x^2 f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{m}{x^2}$. $(*)$
  Xét hàm số $g(x) = \dfrac{m}{x^2}, m > 0$, ta có $g'(x) = \dfrac{-2m}{x^3}, \forall x \neq 0$.
  $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$; $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$.
  Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	||	$-$	
$g(x)$	0	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	0

  Dựa vào bảng biến thiên và hình vẽ, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và khoảng $(0; +\infty)$ phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng một nghiệm. Do đó phương trình $(*)$ có đúng 2 nghiệm.
  Từ đó suy ra mỗi phương trình (1), (2), (3) có 2 nghiệm phân biệt.

- Phương trình (4) tương đương với $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right.$. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

1. C	2. A	3. B	4. C	5. B	6. C	7. D	8. D	9. C
10. A	11. D	12. B	13. A	14. C	15. D	16. C	17. B	18. D
19. C	20. C	21. A	22. B	23. D	24. D	25. A	26. D	27. A
28. A	29. A	30. D	31. A	32. C	33. C	34. A	35. C	36. C
37. C	38. A	39. C	40. A	41. A	42. D	43. C	44. C	45. D
46. C	47. D	48. A	49. D	50. D				

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ THI 104

NGUỒN: Nhóm Word & biên soạn Toán name

KÌ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: Toán

Năm học: 2019 – 2020

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là

Ⓐ $(-\infty;\, 0)$. Ⓑ $[0;\, +\infty)$. Ⓒ $(0;\, +\infty)$. Ⓓ $(-\infty;\, +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là $(0;\, +\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 42π. Ⓑ 147π. Ⓒ 49π. Ⓓ 21π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot 7 \cdot 3 = 42\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u}_2 = (4;\, -2;\, 3)$. Ⓑ $\vec{u}_4 = (4;\, 2;\, -3)$.

Ⓒ $\vec{u}_3 = (3;\, -1;\, -2)$. Ⓓ $\vec{u}_1 = (3;\, 1;\, 2)$.

Lời giải.

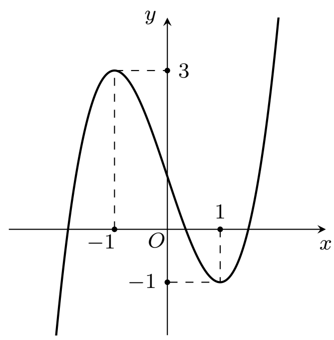
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_3 = (3;\, -1;\, -2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 4.

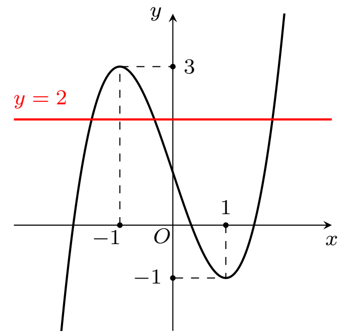
Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 2.



Lời giải.

Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm thực.



Chọn đáp án B □

Câu 5. Biết $\displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 6$. Giá trị của $\displaystyle\int_2^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 36. Ⓑ 3. Ⓒ 12. Ⓓ 8.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_2^3 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 2 \cdot 6 = 12.$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-1}$ là

Ⓐ $y = \dfrac{1}{3}$. Ⓑ $y = 3$. Ⓒ $y = -1$. Ⓓ $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x+1}{x-1} = 3$.

Do đó đường thẳng $y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8\,;\,1\,;\,2)$ trên trục Ox có tọa độ là

Ⓐ $(0\,;\,1\,;\,0)$. Ⓑ $(8\,;\,0\,;\,0)$. Ⓒ $(0\,;\,1\,;\,2)$. Ⓓ $(0\,;\,0\,;\,2)$.

Lời giải.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(8\,;\,1\,;\,2)$ lên trục Ox là $(8\,;\,0\,;\,0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ 8π. Ⓑ $\dfrac{8\pi}{3}$. Ⓒ $\dfrac{16\pi}{3}$. Ⓓ 16π.

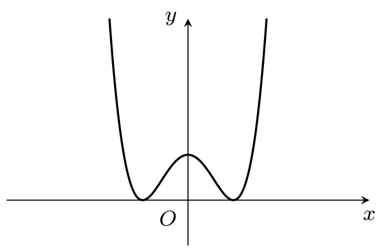
Lời giải.

Thể tích khối nón: $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \dfrac{16\pi}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Ⓒ $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Ⓓ $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải.
Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số bậc 4 có hệ số $a > 0$.
Chọn đáp án A $\square$

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$ thì $\log_{a^4} b$ bằng

(A) $4 + \log_a b$. (B) $\frac{1}{4}\log_a b$. (C) $4\log_a b$. (D) $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Lời giải.
Ta có $\log_a^4 b = \frac{1}{4}\log_a b$.
Chọn đáp án B $\square$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

(A) 4. (B) 32. (C) 16. (D) 8.

Lời giải.
Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ có bán kính $R = 4$.
Chọn đáp án A $\square$

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5i$ là

(A) $\bar{z} = -3 - 5i$. (B) $\bar{z} = 3 + 5i$. (C) $\bar{z} = -3 + 5i$. (D) $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải.
Số phức liên hợp của $z = 3 - 5i$ là $\bar{z} = 3 + 5i$.
Chọn đáp án B $\square$

Câu 14. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 7. (B) 42. (C) 12. (D) 14.

Lời giải.
Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 là $V = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.
Chọn đáp án B $\square$

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$, chiều cao $h = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 24. (B) 12. (C) 8. (D) 6.

Lời giải.
Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 8 = 8$.
Chọn đáp án C $\square$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-3; 0)$. (B) $(-3; 3)$. (C) $(0; 3)$. (D) $(-\infty; -3)$.

Lời giải.
Từ bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên hai khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.
Chọn đáp án A $\square$

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -3. (C) -1. (D) 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 2.

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 64. (B) 81. (C) 12. (D) $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

$u_2 = u_1 \cdot q = 4 \cdot 3 = 12$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích khối cầu đã cho là

(A) $\frac{32\pi}{3}$. (B) 16π. (C) 32π. (D) $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính $r = 2$ là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 1. (B) 2. (C) -2. (D) -1.

Lời giải.

Điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ nên phần thực là $a = -1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 21. $\int x^5 \, dx$ bằng

(A) $5x^4 + C$. (B) $\frac{1}{6}x^6 + C$. (C) $x^6 + C$. (D) $6x^6 + C$.

Lời giải.

$$\int x^5 \, dx = \frac{1}{6}x^6 + C.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

(A) $x = 11$. (B) $x = 10$. (C) $x = 7$. (D) $x = 8$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Ta có $\log_3(x-2) = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$ (thỏa mãn điều kiện $x > 2$).

Vậy phương trình $\log_3(x-2) = 2$ có nghiệm là $x = 11$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **B** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{-3}=1$.
C $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$.

Lời giải.

Với 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$, theo phương trình đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A 8. **B** 1. **C** 40320. **D** 64.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của tập có 8 phần tử.
Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là: $P_8=8!=40320$ (cách).

Chọn đáp án C □

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A $4-2i$. **B** $-4+2i$. **C** $4+2i$. **D** $-4-2i$.

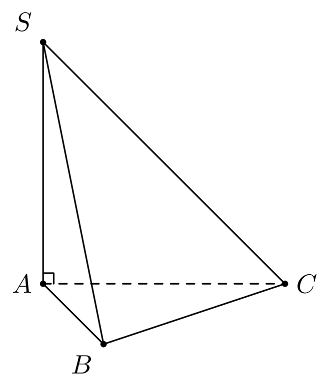
Lời giải.

Ta có $z_1+z_2=1-3i+3+i=4-2i$.
Vậy $z_1+z_2=4-2i$.

Chọn đáp án A □

Câu 26.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A 90°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 30°.



Lời giải.

Ta có ΔABC vuông tại B.
Có $AC^2=AB^2+BC^2=a^2+2a^2=3a^2\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$.
Do $SA\perp(ABC)\Rightarrow\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SC,AC}\right)=\widehat{SCA}$.

Trong ΔSCA có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=30^\circ$.

Vậy $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=30^\circ$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)}=4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 6.

Lời giải.

$9^{\log_3(a^2b)}=4a^3\Leftrightarrow 3^{2\log_3(a^2b)}=4a^3\Leftrightarrow 3^{\log_3(a^2b)^2}=4a^3\Leftrightarrow(a^2b)^2=4a^3\Leftrightarrow a^4b^2=4a^3\Leftrightarrow ab^2=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $x+2y-2z+5=0$.
(B) $3x-2y+2z-17=0$.
(C) $3x-2y+2z+17=0$.
(D) $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(3;-2;2)$ và vuông góc với $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;-2)$.

$(\alpha)\perp d$ nên vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là

$$1(x-3)+2(y+2)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-2z+5=0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) -72.
(B) $-22\sqrt{11}$.
(C) -58.
(D) $22\sqrt{11}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=3x^2-33$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2=11 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{11}$.

Xét trên $[2;19]$ ta có $x=\sqrt{11}\in[2;19]$.

Ta có $f(2)=-58$; $f\left(\sqrt{11}\right)=-22\sqrt{11}$; $f(19)=6232$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x)=f\left(\sqrt{11}\right)=-22\sqrt{11}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1}<8$ là

(A) $(0;2)$.
(B) $(-\infty;2)$.
(C) $(-2;2)$.
(D) $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-1}<8 \Leftrightarrow 2^{x^2-1}<2^3 \Leftrightarrow x^2-1<3 \Leftrightarrow x^2-4<0 \Leftrightarrow -2<x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

(A) $\dfrac{125\pi}{3}$.
(B) $\dfrac{1}{6}$.
(C) $\dfrac{125}{6}$.
(D) $\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải.

$x^2-3=x-3 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1. \end{array}\right.$

$$S=\int\limits_0^1 \left|x^2-3-(x-3)\right|\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left|x^2-x\right|\,\mathrm{d}x=\left|\int\limits_0^1\left(x^2-x\right)\,\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right|=\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

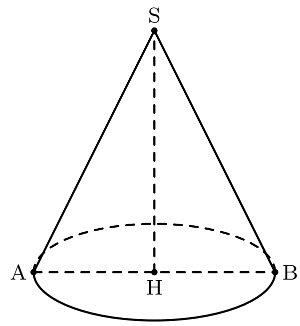
(A) $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$.
(B) 32π.
(C) 64π.
(D) $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{HSB} = 30^\circ$; $HB = 4$.
Áp dụng tỉ số lượng giác cho $\triangle SHB$ ta có

$$\sin 30^\circ = \frac{HB}{SB} \Rightarrow SB = \frac{HB}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8.$$

Vậy $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot HB \cdot SB = \pi \cdot 8 \cdot 4 = 32\pi$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

(A) $M(3; -3)$. (B) $P(-1; 3)$. (C) $Q(1; 3)$. (D) $N(-1; -3)$.

Lời giải.
$z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2 + 3i \\ z = 2 - 3i. \end{array}\right.$
Vậy $z_0 = 2 + 3i$.
$1 - z_0 = 1 - (2 + 3i) = -1 - 3i$.
Suy ra điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $N(-1; -3)$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.
Quan sát bảng xét dấu $f'(x)$ ta có $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua các điểm $x = \pm 2$.
Do hàm số đã cho liên tục trên nên hàm số có 2 điểm cực đại.
Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$; $B(1; 0; 1)$; $C(3; 1; 0)$. Đường thẳng đi qua $A(1; 1; 0)$ và song song với BC có phương trình

(A) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$.

Lời giải.
Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1; 1; 0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (2; 1; -1)$.
Phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{-1}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng

(A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 20. (D) 8.

Lời giải.
Ta có $w = 1 + i \Rightarrow \overline{w} = 1 - i$.
$z \cdot \overline{w} = (1 + 3i)(1 - i) = 4 + 2i$.
$|z \cdot \overline{w}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm thực phân biệt của phương trình hoành độ giao điểm sau:

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là 3.

Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^3 [1 + f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 10. (B) 8. (C) $\dfrac{26}{3}$. (D) $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải.

Do $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $f(x) = (F(x))' = (x^2)' = 2x$.

Suy ra $\int\limits_1^3 [1 + f(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^3 (1 + 2x)\,\mathrm{d}x = \left(x + x^2\right)\Big|_1^3 = 10$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x + 1) f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x + 4}{\sqrt{x^2 + 4}} + C$. (B) $\dfrac{x - 4}{\sqrt{x^2 + 4}} + C$. (C) $\dfrac{x^2 + 2x - 4}{2\sqrt{x^2 + 4}} + C$. (D) $\dfrac{2x^2 + x + 4}{2\sqrt{x^2 + 4}} + C$.

Lời giải.

Họ các nguyên hàm của hàm số $g(x)$ là $\int g(x)\,\mathrm{d}x = \int (x + 1) f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\left\{\begin{array}{l} u = (x + 1) \\ \mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{array}\right.$ ta có

$$\int g(x)\,\mathrm{d}x = (x + 1) f(x) - \int f(x)\,\mathrm{d}x = (x + 1) f(x) - \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\,\mathrm{d}x.$$

Tính $\int \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\,\mathrm{d}x$, đặt $t = \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow t^2 = x^2 + 4 \Rightarrow t\mathrm{d}t = x\mathrm{d}x$. Do đó

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\,\mathrm{d}x = \int \frac{t}{t}\,\mathrm{d}t = \int 1\,\mathrm{d}t = t + C = \sqrt{x^2 + 4} + C.$$

Vậy, $\int g(x)\,\mathrm{d}x = (x + 1)\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - \sqrt{x^2 + 4} + C = \dfrac{x - 4}{\sqrt{x^2 + 4}} + C$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

(A) Năm 2029. (B) Năm 2028. (C) Năm 2048. (D) Năm 2049.

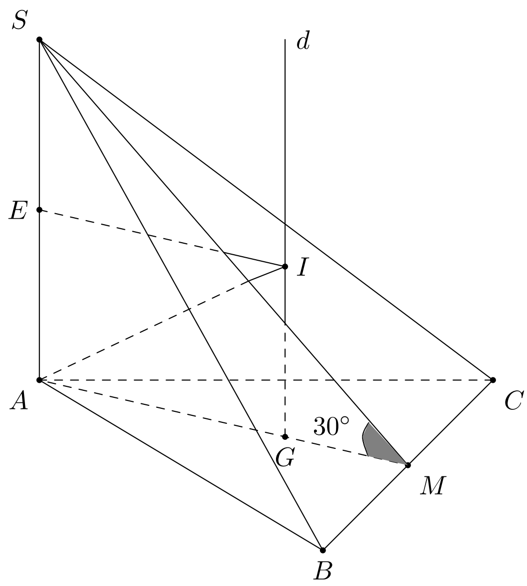
Lời giải.

Ta có $S_n = 1400\,\text{ha}$; $A = 800\,\text{ha}$; $r = 6\%$.
Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow A(1+r)^n > 1400$
$\Leftrightarrow n > \log_{1+r}\left(\dfrac{1400}{A}\right) \Leftrightarrow n > \log_{1,06}\left(\dfrac{1400}{800}\right) \Leftrightarrow n > 9{,}609 \Rightarrow n = 10.$
Vậy năm đầu tiên là năm 2029.
Chọn đáp án A □

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. B $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. C $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. D $13\pi a^2$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BC, ta có góc $\widehat{SMA}$ là góc giữa (SBC) và $(ABC) \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ$.
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC khi đó ta có:
$AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $SA = AM \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} = a$.
Qua G kẻ đường thẳng d vuông góc với $(ABC) \Rightarrow d \parallel SA$.
Gọi E là trung điểm của SA, qua E kẻ mặt phẳng (P) sao cho: $\begin{cases} (P) \perp SA \\ (P) \cap d = \{I\} \end{cases}$
Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ và khối cầu đó có bán kính là:
$R = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\dfrac{SA}{2}\right)^2 + AG^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{4a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{57}}{6}$.
Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{19\pi a^2}{3}$.
Chọn đáp án B □

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty, -6)$ là

A $(3;6]$. B $(3;6)$. C $(3;+\infty)$. D $[3;6)$.

Lời giải.
Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{m\}$.
Ta có $y' = \dfrac{m-3}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6) \Leftrightarrow y' > 0\ \forall x \in (-\infty;-6)$.
$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3>0 \\ -m \notin (-\infty;-6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$

Chọn đáp án A □

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A $\dfrac{1}{5}$. **B** $\dfrac{13}{35}$. **C** $\dfrac{9}{35}$. **D** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{A}_7^4 = 840$ (số).
Gọi số cần lập có dạng $abcd$.
Gọi A là biến cố "Số tự nhiên có 4 số đôi một khác nhau và không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ".
Khi đó có các trường hợp sau:
Trường hợp 1: Trong 4 chữ số a, b, c, d có 1 chữ số lẻ.

- Chọn 1 vị trí trong 4 vị trí để xếp 1 chữ số lẻ có $4 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 16$ (cách).
- Còn 3 vị trí còn lại xếp 3 số chẵn khác nhau có $3! = 6$ (cách).

Vậy có $4 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot 3! = 16 \cdot 6 = 96$ (số) $abcd$ trong đó có 1 chữ số lẻ.
Trường hợp 2: Trong 4 chữ số a, b, c, d có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.
Có các khả năng xảy ra:

- Số cần lập có thứ tự: "chẵn, lẻ, chẵn, lẻ" có $\mathrm{A}_3^2 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 6 \cdot 12 = 72$ (số).
- Số cần lập có thứ tự: "lẻ, chẵn, lẻ, chẵn" có $\mathrm{A}_4^2 \cdot \mathrm{A}_3^2 = 12 \cdot 6 = 72$ (số).
- Số cần lập có thứ tự: "lẻ, chẵn, chẵn, lẻ" có $\mathrm{A}_4^2 \cdot \mathrm{A}_3^2 = 12 \cdot 6 = 72$ (số).

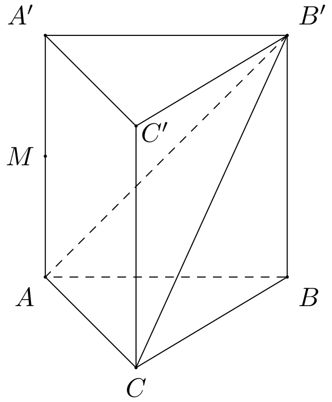
Khi đó có $3 \cdot \mathrm{A}_3^2 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 3 \cdot 72 = 216$ (số) $abcd$ trong đó có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.
Vậy số số tự nhiên có 4 số đôi một khác nhau và không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là $n(A) = 96 + 216 = 312$ (số).
Vậy xác suất chọn được 1 số có không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{312}{840} = \frac{13}{35}.$$

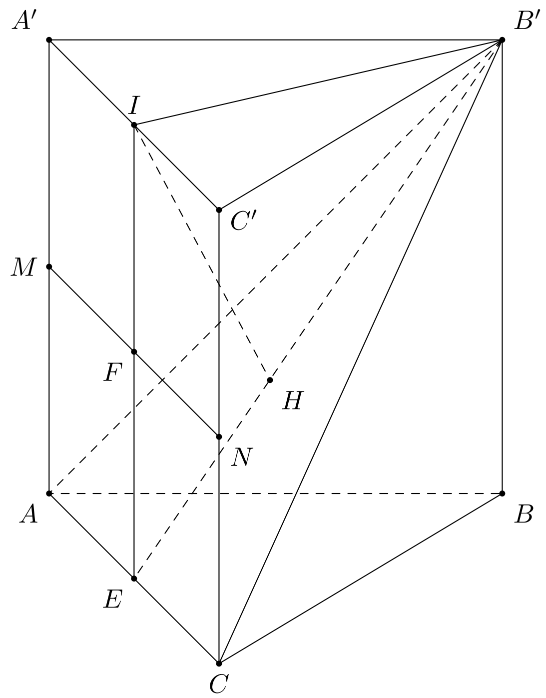
Chọn đáp án B □

Câu 44.
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$. **B** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.



Lời giải.



Gọi N là trung điểm của CC' , suy ra $MN \parallel AC$.
Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, MN và $I = EF \cap A'C'$ suy ra I là trung điểm $A'C'$.
Từ đó ta có $\mathrm{d}\left(M,(AB'C)\right) = \mathrm{d}\left(F,(AB'C)\right) = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}\left(I,(AB'C)\right)$.
Ta có tam giác $\triangle AB'C$ cân tại B' nên $AC \perp B'E$ (1).
Mặt khác ta lại có $AC \perp IE$ (2).
Từ (1), (2) suy ra $AC \perp (IB'E) \Rightarrow (IB'E) \perp (AB'C)$.
Trong tam giác $\triangle IB'E$ kẻ $IH \perp B'E$ suy ra $IH = \mathrm{d}\left(I,(AB'C)\right)$.
Xét tam giác $\triangle IB'E$ vuông tại I có

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{B'I^2} + \frac{1}{IE^2} = \frac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{21}a}{7} \Rightarrow \mathrm{d}\left(M,(AB'C)\right) = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

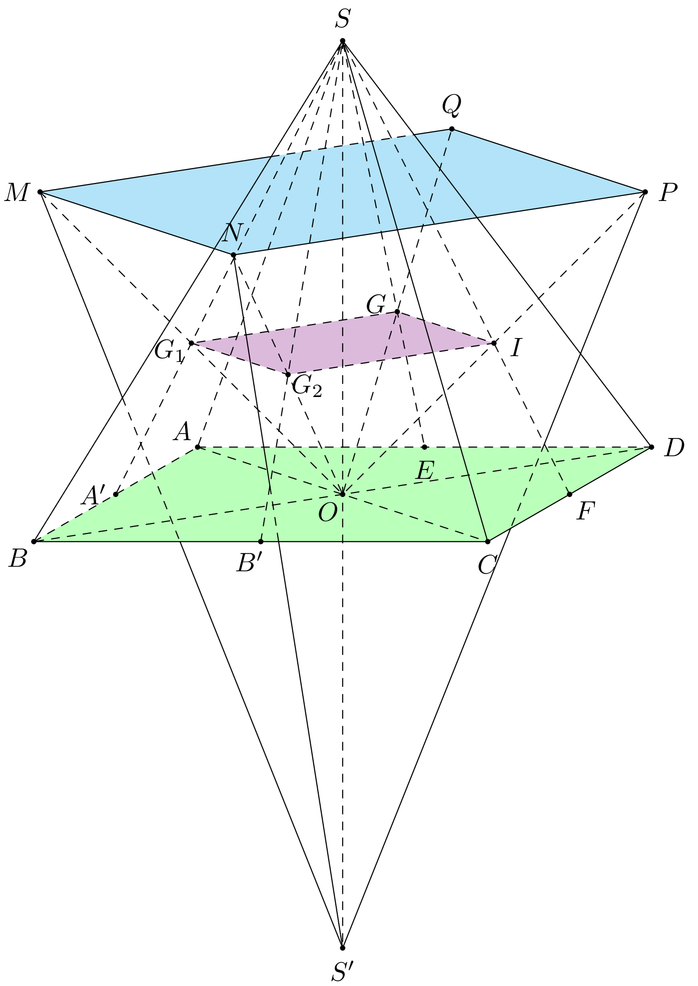
Vậy $\mathrm{d}\left(M,(AB'C)\right) = \dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. B. $\dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. C. $\dfrac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. D. $\dfrac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải.



Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh đều bằng $a \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Gọi G, I lần lượt là trọng tâm các tam giác SDA, SDC.
Gọi E, F lần lượt là trung điểm DA, DC.
Ta có $GI = \dfrac{2}{3}EF$, $EF = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow GI = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.
Mà G, I lần lượt là trung điểm của OQ, $OP \Rightarrow QP = 2GI = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$.
Từ giả thiết cho dễ dàng suy ra được $MNPQ$ là hình vuông cạnh $PQ = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3} \Rightarrow S_{MNPQ} = \dfrac{8a^2}{9}$.
Gọi O' là tâm hình vuông $MNPQ$ kẻ $GH \parallel QO'$ $(H \in OO') \Rightarrow H$ là trung điểm OO' (vì G là trung điểm OQ).
Ta có $QO' = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2a}{3}$ và $OO' = 2OH = 2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.
Vì S và S' đối xứng nhau qua O nên $S'O = SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Ta có $S'O' = S'O + OO' = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} + \dfrac{a\sqrt{2}}{3} = \dfrac{5a\sqrt{2}}{6}$.
$V_{S'.MNPQ} = \dfrac{1}{3} \cdot S'O' \cdot S_{MNPQ} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{5a\sqrt{2}}{6} \cdot \dfrac{8a^2}{9} = \dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$.
Chọn đáp án B □

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=x^2\left[f\left(x+1\right)\right]^4$ là

A 7. **B** 8. **C** 5. . **D** 9.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, xét $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\Rightarrow f'\left(x\right)=4ax^3+2bx$

Cũng theo BBT ta có $f\left(-1\right)=3$; $f\left(0\right)=-2$; $f'\left(1\right)=0\Rightarrow\begin{cases}a+b+c=3\\c=-2\\4a+2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-5\\b=10\\c=-2\end{cases}$.

$\Rightarrow f\left(x\right)=-5x^4+10x^2-2$. Đặt $X=x-1\Rightarrow x=X+1$ khi đó $g\left(X\right)=\left(X+1\right)^2\left(-5X^4+10X^2-2\right)^4$.

$\Rightarrow g'\left(X\right)=2\left(X+1\right)\left(-5X^4+10X^2-2\right)^4+4\left(X+1\right)^2\left(-20X^3+20X\right)\left(-5X^4+10X^2-2\right)^3$

$=2\left(X+1\right)\left(-5X^4+10X^2-2\right)^3\left(-45X^4-40X^3+50X^2+40X-2\right)$

$\Rightarrow g'\left(X\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}X+1=0\\-5X^4+10X^2-2=0\\-45X^4-40X^3+50X^2+40X-2\end{array}\right.$

+) Với $X=-1\Rightarrow x=0$ (nghiệm bội lẻ). (1)

+) Với $-5X^4+10X^2-2=0$. Đặt $t=X^2,\left(t\geq 0\right)\Rightarrow -5t^2+10t-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{5+\sqrt{15}}{5}>0\\t=\dfrac{5-\sqrt{15}}{5}>0\end{array}\right.$.

$\Rightarrow -5X^4+10X^2-2=0$ có 4 nghiệm X nên có 4 nghiệm x (nghiệm bội lẻ). (2)

+) Xét $f\left(X\right)=-45X^4-40X^3+50X^2+40X-2$

Khi đó $f'\left(X\right)=-180X^3-120X^2+100X+40\Rightarrow f'\left(X\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}X=-\dfrac{1}{3}\\X=\dfrac{2}{3}\\X=-1\end{array}\right.$.

Ta có Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\frac{239}{7}$	$\nearrow$	$\frac{706}{27}$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT ta có $-45X^4-40X^3+50X^2+40X-2=0$ có 4 nghiệm nên cũng có 4 nghiệm x (nghiệm bội lẻ).(3)

Từ $\left(1\right),\left(2\right),\left(3\right)$ ta suy ra $g'\left(x\right)=0$ có 9 nghiệm bội lẻ và phân biệt nên $g\left(x\right)$ có 9 cực trị

Chọn đáp án D □

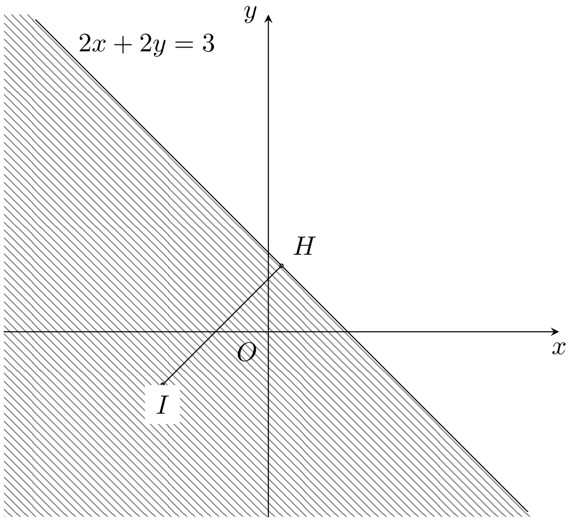
Câu 47. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

(A) $\dfrac{33}{8}$. (B) $\dfrac{9}{8}$. (C) $\dfrac{21}{4}$. . (D) $\dfrac{41}{8}$.

Lời giải.

Nếu $x+y<\dfrac{3}{2}$ thì $2x+y4^{x+y-1}<2x+y4^{\frac{1}{2}}=2x+2y<3$ (loại). Vậy từ giả thiết suy ra $2x+2y\geq 3$.

Trên mặt phẳng tọa độ miền nghiệm của hệ $\begin{cases}2x+2y\geq 3\\ x\geq 0; y\geq 0\end{cases}$ là phần không bị gạch như hình vẽ



Ta có $P=x^2+y^2+4x+2y\Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=5+P \quad (*)$

Tập hợp các điểm $(x;y)$ thỏa mãn $(*)$ là đường tròn tâm $I(-2;-1)$ bán kính $R=\sqrt{5+P}$, $\quad (P>-5)$.

Để tồn tại cặp $(x;y)$ thì đường tròn phải có điểm chung với phần mặt phẳng không bị gạch ở hình trên. Điều đó xảy ra khi bán kính đường tròn không bé hơn khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng có phương trình $d: 2x+2y-3=0$.

Bởi vì $d(I;d)=\dfrac{|-2.2-1.2-3|}{2\sqrt{2}}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$ nên ta phải có $5+P\geq\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\right)^2\Leftrightarrow P\geq\dfrac{41}{8}$.

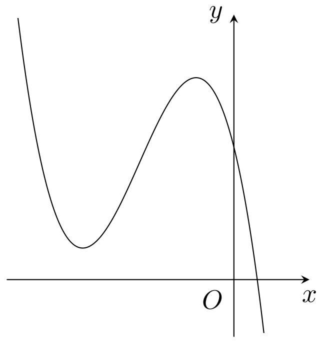
Dấu bằng xảy ra khi cặp $(x;y)$ là tọa độ của điểm H trên hình vẽ.

Chọn đáp án (D) □

Câu 48.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a, b, c,)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.



Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y<0\Rightarrow a<0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1<x_2<0$.

Khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases}$. Từ đó suy ra $b < 0$ và $c < 0$.
Vậy trong các số a, b, c, d có 1 số dương.
Chọn đáp án C □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2+y) \geq \log_2(x+y)$?

A 80. B 79. C 157. D 158.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0 \end{cases} \Rightarrow x^2+y > x+y > 0 \Rightarrow x^2 - x > 0$.
Xét hàm số: $f(y) = \log_3(x^2+y) - \log_2(x+y) \geq 0$, với x là số thực bất kì.
Suy ra: $f'(y) = \dfrac{1}{(x^2+y)\ln 3} - \dfrac{1}{(x+y)\ln 2} < 0$, với mọi $x > 0$ (vì $x^2+y > x+y > 0$)
Nên: $f(y)$ là hàm số nghịch biến trên.
Đặt: $t = x+y \Rightarrow y = t - x$, vì nên t là số nguyên dương
Suy ra:.
Dễ thấy hàm số theo t của hàm số này $y = t - x$ đồng biến trên.
Do đó hàm số f nghịch biến nên hàm số g nghịch biến trên.
Giả sử t_0 là nghiệm của phương trình $g(t) = 0$
Lúc đó:.
Từ đây suy ra: $g(255) = f(255-x) = \log_3(x^2+255-x) - \log_2 255 < 0$.
$\Rightarrow x^2 - x + 255 < 3^{\log_2 255} \Rightarrow -78,65\ldots < x < 79,65\ldots$
Suy ra: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in [-78;79] \end{cases}$.
Vậy có 158 số nguyên x thỏa mãn bài toán.

CÁCH KHÁC:

Điều kiện $\begin{cases} x+y>0 \\ x^2+y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > -x \\ y > -x^2 \end{cases}$
Vì nên suy ra $x^2 > x \Leftrightarrow -x^2 \leq -x$ do đó có điều kiện $y > -x \Rightarrow y \geq 1 - x$.
Xét hàm số $f(y) = \log_3(x^2+y) - \log_2(x+y)$.
Ta có $f'(y) = \dfrac{1}{(x^2+y)\ln 3} - \dfrac{1}{(x+y)\ln 2} = \dfrac{(x+y)\ln 2 - (x^2+y)\ln 3}{(x^2+y)(x+y)\ln 3.\ln 2}$
Vì $x \leq x^2 \Rightarrow 0 < x+y \leq x^2+y$
$0 < \ln 2 < \ln 3$
Suy ra $\ln 2(x+y) < \ln 3(x^2+y) \Rightarrow f'(y) < 0$.
Nhận xét:.
Giả sử phương trình $\begin{cases} f(y) = 0 \\ f'(y) < 0 \end{cases}$ có nghiệm $\Rightarrow$ phương trình có nghiệm duy nhất $y = m$.
Có bảng biến thiên:

y	$1-x$		m		$+\infty$
$f'(y)$		$-$		$-$	
$f(y)$		$\searrow$	0	$\searrow$	

Nên bất phương trình $f(y) \geq 0 \Leftrightarrow 1 - x \leq y \leq m$ do đó để bất phương trình có không quá

255 giá trị thì $m \leq 255 - x$ nên

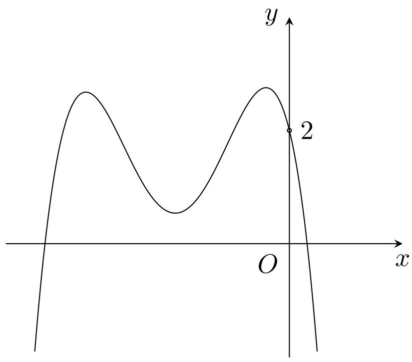
$$\begin{aligned} & f(256-x) < 0 \\ \Leftrightarrow\ & \log_3\left(x^2 - x + 256\right) - \log_2 256 < 0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 - x + 256 < 3^8 \\ \Leftrightarrow\ & -78,9 < x < 79,9. \end{aligned}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $-78 \leq x \leq 79 \Rightarrow$ có 158 giá trị x thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right) - 2 = 0$ là



A 6. B 12. C 8. D 9.

Lời giải.

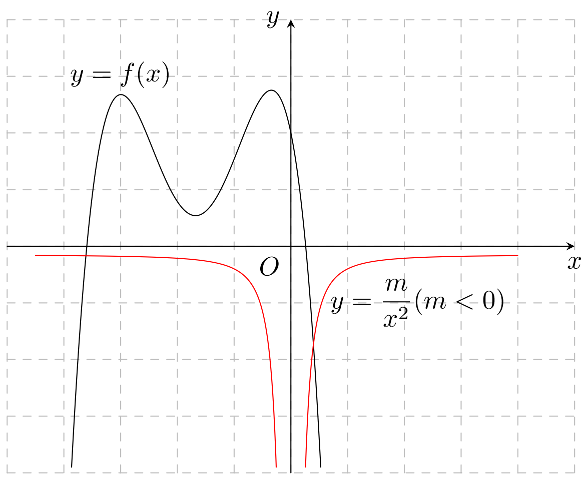
Từ đồ thị ta thấy

$$f\left(x^2 f(x)\right) - 2 = 0 \Leftrightarrow f\left(x^2 f(x)\right) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a\,(-1 < a < 0) & (2) \\ x^2 f(x) = b\,(-3 < b < -2) & (3) \\ x^2 f(x) = c\,(-4 < c < -3)\,. & (4) \end{array}\right.$$

(1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = x_1 \\ x = x_2 \end{array}\right.$ (3 nghiệm phân biệt).

(2) $\Leftrightarrow f(x) = \dfrac{a}{x^2}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = \dfrac{a}{x^2}$ lên hệ tọa độ Oxy đã có đồ thị hàm số $y = f(x)$. Ta thấy đồ thị hàm số $y = \dfrac{a}{x^2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 nghiệm phân biệt.



Tương tự, mỗi phương trình (3) và (4) đều có 2 nghiệm phân biệt và bốn phương trình trên không có nghiệm chung.

Vậy phương trình $f\left(x^2 f(x)\right) = 2$ có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

1. C	2. A	3. C	4. B	5. C	6. B	7. B	8. D	9. C
10. A	11. B	12. A	13. B	14. B	15. C	16. A	17. D	18. C
19. A	20. D	21. B	22. A	23. D	24. C	25. A	26. D	27. A
28. A	29. B	30. C	31. B	32. B	33. D	34. C	35. C	36. A
37. D	38. A	39. B	40. A	41. B	42. A	43. B	44. D	45. B
46. D	47. D	48. C	49. A	50. D				