

Nhóm W-T-TeX-Beginning biên tập

ÔN THI TỐT NGHIỆP QUỐC GIA
TUYỂN TẬP CÂU HỎI
TRẮC NGHIỆM THEO CHUYÊN ĐỀ

Cập nhật Ngày 2 tháng 3 năm 2018

Tháng 02 - 2018

Mục lục

I	Đại số 10	15
1	Chương 2: Hàm số bậc nhất và bậc hai	16
1	Bài 1. Hàm số	16
1.1	Tìm TXD của hàm số	16
II	Hình học 10	17
2	Chương 2: Tích vô hướng và ứng dụng	18
III	Đại số 11	19
3	Chương 1: Hàm số lượng giác. Phương trình lượng giác	20
1	Bài 1. Các hàm số lượng giác	20
1.1	Tập xác định của hàm số lượng giác	20
1.2	Tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác	20
1.3	Tính tuần hoàn của hàm số lượng giác	20
1.4	Tập giá trị và Max-Min của hàm số lượng giác	21
2	Bài 2. Phương trình lượng giác cơ bản	21
2.1	PTLG cơ bản (không cần biến đổi)	21
2.2	PTLG cơ bản (trên khoảng, đoạn)	21
2.3	PTLG cơ bản (biến đổi, không điều kiện)	22
2.4	PTLG cơ bản có nghiệm thỏa ĐK	22
3	Bài 3. Phương trình lượng giác thường gặp	22
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	22
3.2	PT đại số (bậc n) theo 1 HSLG	23
3.3	PT cổ điển ($a.\sin x + b.\cos x = c$)	23
3.4	PT đẳng cấp (bậc n) đối với $\sin x$ và $\cos x$	23
3.5	PTLG đưa được về dạng tích	24
3.6	PTLG thường gặp (chứa tham số)	24
3.7	PTLG không mẫu mực	24
3.8	PTLG có nghiệm trên khoảng, đoạn	25

4	Chương 2: Tổ hợp. Xác suất. Nhị thức Newton	26
1	Bài 1. Quy tắc cộng - quy tắc nhân	26
1.1	Đếm số (thuần nhân)	26
1.2	Đếm số (kết hợp cộng, trừ, nhân)	26
2	Bài 2. Hoán vị - chỉnh hợp – tổ hợp	26
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	26
2.2	Đếm số (chỉ dùng một loại P hoặc A hoặc C)	26
2.3	Đếm số (kết hợp P-A-C)	27
2.4	Chọn người, vật (thuần tổ hợp)	28
2.5	Bài toán liên quan hình học	28
2.6	PT-HPT đại số tổ hợp	28
3	Bài 3. Nhị Thức Newton	29
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	29
3.2	Tìm hệ số và số hạng trong khai triển	29
3.3	Hệ số lớn nhất, nhỏ nhất trong khai triển	30
3.4	Tính tổng hữu hạn các C (không đạo hàm, tích phân)	30
4	Bài 5. Xác suất của biến cố	30
4.1	Tính xác suất bằng định nghĩa	30
4.2	Tính xác suất bằng công thức nhân xác suất	32
4.3	Toán tổng hợp về hai công thức xác suất	32
5	Chương 3: Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân	33
1	Bài 2. Dãy số	33
1.1	Số hạng tổng quát của dãy số	33
1.2	Dãy số tăng, dãy số giảm	33
1.3	Dãy số bị chặn	33
2	Bài 3. Cấp số cộng	34
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	34
2.2	Nhận dạng, khai triển cấp số cộng	34
2.3	Xác định U_1, d, n, U_n, S_n (cụ thể)	34
2.4	Điều kiện để dãy số thành CSC	34
3	Bài 4. Cấp số nhân	34
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	34
3.2	Xác định U_1, q, n, U_n, S_n (cụ thể)	35
3.3	Toán tổng hợp cả CSC và CSN	35
3.4	Toán đồ, toán thực tế, liên môn về CSN	35

6	Chương 4: Giới hạn	36
1	Bài 1. Giới hạn của dãy số	36
1.1	Câu hỏi lý thuyết	36
1.2	Dãy phân thức hữu tỷ	36
2	Bài 2. Giới hạn của hàm số	36
2.1	Dùng lượng liên hợp (tại x_0)	36
2.2	Hàm phân thức (tại x_0)	37
2.3	Hàm không chứa ẩn ở mẫu (tại x_0)	37
2.4	Giới hạn một bên	37
2.5	Giới hạn tại vô cực	37
2.6	Toán tổng hợp, thực tế, liên môn	38
3	Bài 3. Hàm số liên tục	38
3.1	Hàm số liên tục tại một điểm	38
3.2	Hàm số liên tục trên khoảng, đoạn...	38
3.3	Bài toán tham số	39
7	Chương 5: Đạo hàm	40
1	Bài 1. Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm	40
1.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	40
1.2	Đạo hàm bằng định nghĩa	40
2	Bài 2. Quy tắc tính đạo hàm	41
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	41
2.2	Tìm hệ số góc của tiếp tuyến	41
2.3	Tiếp tuyến tại điểm	41
2.4	Tiếp tuyến song song	42
2.5	Tiếp tuyến thoả ĐK khác	42
2.6	Tổng hợp tiếp tuyến và kiến thức liên quan	43
2.7	Bài toán quãng đường, vận tốc, gia tốc	43
3	Bài 3. Đạo hàm của các hàm số lượng giác	44
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	44
4	Bài 5. Đạo hàm cấp hai	44
4.1	Tính đạo hàm các cấp	44
IV	Hình học 11	45
8	Chương 1: Phép dời hình. Phép đồng dạng	46
1	Bài 2. Phép tịnh tiến	46
1.1	Toạ độ ảnh, tạo ảnh của điểm qua P.TT	46

1.2	Xác định PTT, đếm số P.TT	46
2	Bài 3. Phép đối xứng trục (giảm tải)	46
2.1	Trục đối xứng của một hình	46
3	Bài 5. Phép quay	47
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	47
4	Bài 7. Phép vị tự	47
4.1	Vẽ ảnh, tạo ảnh của hình qua P.VT	47
4.2	Phương trình ảnh, tạo ảnh của đ.thẳng qua P.VT	47
9	Chương 2: Quan hệ song song trong không gian	48
1	Bài 1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng	48
1.1	Tìm thiết diện	48
2	Bài 2. Hai đ.thẳng chéo nhau. Hai đ.thẳng song song	48
2.1	Xác định, chứng minh d song song d'	48
2.2	Tìm thiết diện (với d song song d')	48
2.3	Bài toán tính toán hình học	49
3	Bài 4. Hai mặt phẳng song song	49
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	49
3.2	Câu hỏi lý thuyết	49
3.3	Tìm thiết diện song song với mp	49
10	Chương 3: Quan hệ vuông góc trong không gian	50
1	Bài 1. Vectơ trong không gian	50
1.1	Xác định vectơ và khái niệm liên quan	50
1.2	Các bài toán tính toán chiều dài	50
2	Bài 2. Hai đường thẳng vuông góc	50
2.1	Câu hỏi lý thuyết	50
2.2	Góc giữa hai đường thẳng	51
2.3	Hai đường thẳng vuông góc	51
3	Bài 3. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng	51
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	51
3.2	QH.VG trong hình chóp L1 (đáy tam giác, vuông cạnh bên)	52
3.3	Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	52
4	Bài 4. Hai mặt phẳng vuông góc	52
4.1	Câu hỏi lý thuyết về hai mặt phẳng vuông góc	52
4.2	Góc giữa hai mặt phẳng	53
4.3	Các tính toán độ dài hình học	53
5	Bài 5. Khoảng cách	54

5.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	54
5.2	Từ chân H của đường cao đến mp cắt đường cao	54
5.3	Từ điểm M (khác H) đến mp cắt đường cao	54
5.4	Từ 1 điểm đến mp song song (hoặc chứa) đường cao	55
5.5	Giữa hai đối tượng song song	55
5.6	Hai đường chéo nhau (vẽ đoạn v.góc chung)	55
5.7	Hai đường chéo nhau (mượn mặt phẳng)	56

V Giải tích 12

58

11 Chương 1: Khảo sát hàm số 59

1	Bài 1. Tính đơn điệu của hàm số	59
1.1	Lý thuyết về tính đơn điệu của hàm số	59
1.2	Nhận dạng BBT, nhận dạng hàm số	59
1.3	Xét tính đơn điệu của hàm số (biết đồ thị, BBT)	60
1.4	Xét tính đơn điệu của hàm số (biết y, y')	61
1.5	ĐK để hàm số-bậc ba đơn điệu trên khoảng K	64
1.6	ĐK để hàm số-nhất biến đơn điệu trên khoảng K	65
1.7	ĐK để hàm số phân thức (khác) đơn điệu trên khoảng K	65
1.8	ĐK để hàm số lượng giác đơn điệu trên khoảng K	66
1.9	ứng dụng phương pháp hàm số vào đại số	66
2	Bài 2. Cực trị của hàm số	66
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	66
2.2	Lý thuyết về cực trị của hàm số	67
2.3	Nhận dạng BBT, nhận dạng hàm số	68
2.4	Đếm số điểm cực trị (biết đồ thị, BBT)	69
2.5	Đếm số điểm cực trị (biết y, y')	70
2.6	Tìm cực trị, điểm cực trị (biết đồ thị, BBT)	71
2.7	Tìm cực trị, điểm cực trị (biết y, y')	72
2.8	ĐK để hàm số có cực trị	73
2.9	ĐK để hàm số có cực trị tại xo (cụ thể)	74
2.10	ĐK để hàm số có cực trị, kèm giả thiết (theo x)	74
2.11	ĐK để hàm số có cực trị, kèm giả thiết (theo y)	74
2.12	Đường thẳng nối 2 điểm cực trị (đồ thị hàm bậc ba)	74
2.13	ĐK hình học về 2 điểm cực trị (hàm bậc ba)	75
2.14	ĐK hình học về tam giác cực trị (hàm trùng phương)	75
2.15	Câu hỏi tổng hợp về tính đơn điệu và cực trị	76

3	Bài 3. GTLN, GTNN của hàm số	77
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	77
3.2	Max-Min biết đồ thị, BBT	78
3.3	Max-Min của hàm số đa thức trên đoạn $[a, b]$	78
3.4	Max-Min của hàm phân thức trên đoạn $[a, b]$	79
3.5	Max-Min của hàm phân thức trên K	79
3.6	Max-Min của hàm số vô tỉ trên đoạn $[a, b]$	80
3.7	Max-Min của hàm lượng giác trên đoạn $[a, b]$	80
3.8	Max-Min của hàm số khác trên K	80
3.9	Max-Min hàm số chứa dấu trị tuyệt đối	80
3.10	Max-Min của hàm số có dùng BDT cổ điển	81
3.11	Bài toán tham số về Max-Min	81
3.12	Max-Min của biểu thức nhiều biến	82
3.13	ứng dụng Max-Min giải toán tham số	82
3.14	Bài toán thực tế, liên môn về Max-Min	82
3.15	Câu hỏi tổng hợp đơn điệu, cực trị và Max-Min	85
4	Bài 4. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	86
4.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	86
4.2	Lý thuyết về đường tiệm cận	86
4.3	Tìm đường tiệm cận (biết BBT, đồ thị)	87
4.4	Tìm đường tiệm cận (biết y)	87
4.5	Đếm số tiệm cận (biết BBT, đồ thị)	88
4.6	Đếm số tiệm cận (biết y)	89
4.7	Biện luận số đường tiệm cận	90
4.8	Tổng hợp tiệm cận với diện tích, góc, khoảng cách,...	91
4.9	Câu hỏi tổng hợp tính đơn điệu, cực trị và tiệm cận	91
5	Bài 5.1 Đọc đồ thị - biến đổi đồ thị	92
5.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	92
5.2	Nhận dạng 3 hàm số thường gặp (biết đồ thị, BBT)	93
5.3	Nhận dạng 3 đồ thị thường gặp (biết hàm số)	97
5.4	Xét dấu hệ số của biểu thức (biết đồ thị, BBT)	97
5.5	Tính giá trị biểu thức (biết đồ thị)	98
5.6	Nhận dạng hàm số chứa dấu trị tuyệt đối (biết đồ thị)	99
5.7	Nhận dạng đồ thị (biết hàm số chứa trị tuyệt đối)	99
5.8	Biến đổi đồ thị bằng phép tịnh tiến	99
5.9	Câu hỏi giải bằng hình dáng của đồ thị	100
6	Bài 5.2 Sự tương giao của hai đồ thị	100

6.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	100
6.2	Tìm tọa độ (đếm) giao điểm	101
6.3	Đếm số nghiệm pt cụ thể (cho đồ thị, BBT)	101
6.4	ĐK để $f(x) = g(m)$ có n-nghiệm (không chứa trị tuyệt đối)	103
6.5	ĐK để $f(x) = g(m)$ có n-nghiệm (chứa trị tuyệt đối)	105
6.6	ĐK để bpt có nghiệm, vn, nghiệm đúng trên K	106
6.7	ĐK để (C) và d cắt nhau tại n-điểm	106
6.8	Đồ thị hàm B.3 cắt d, thỏa ĐK theo y	107
6.9	Đồ thị hàm B.3 cắt d, thỏa ĐK hình học	108
6.10	Đồ thị hàm N.b cắt d, thỏa ĐK hình học	108
6.11	Đồ thị hàm T.p cắt d, thỏa ĐK hình học	109
7	Bài 5.3 Bài toán tiếp tuyến, sự tiếp xúc (có kiến thức 12)	109
7.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	109
7.2	Các bài toán tiếp tuyến (không tham số)	109
7.3	Các bài toán tiếp tuyến (có tham số)	110
8	Bài 5.4 Điểm đặc biệt của đồ thị hàm số	110
8.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	110
8.2	Tìm điểm thuộc đồ thị thỏa điều kiện	110
8.3	Đồ thị hàm số đi qua điểm cho trước	110
8.4	Điểm có tọa độ nguyên	111
9	Bài 5.5 Toán tổng hợp về hàm số	111
9.1	Các bài toán tổng hợp về hàm số	111

12 Chương 2: Hàm số mũ - logarit 112

1	Bài 1. Lũy thừa	112
1.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	112
1.2	Thực hiện phép tính	112
1.3	Thu gọn biểu thức, lũy thừa	112
1.4	So sánh các lũy thừa	113
2	Bài 2. Hàm số lũy thừa	113
2.1	TXĐ của hàm lũy thừa, hàm vô tỷ	113
2.2	Đạo hàm, Max-Min của hàm số lũy thừa	113
3	Bài 3. Lôgarít	114
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	114
3.2	Tính giá trị biểu thức chứa lôgarít	114
3.3	Các mệnh đề liên quan đến lôgarít	116
3.4	Biểu diễn lôgarít này theo lôgarít khác	118
4	Bài 4. Hàm số mũ, hàm số lôgarít	119

4.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	119
4.2	Tìm tập xác định của hàm số mũ, lôgarit	119
4.3	Tính đạo hàm các cấp hàm số mũ, lôgarit	121
4.4	Toán Max-Min (1 biến) với hàm mũ, lôgarit	123
4.5	Toán Max-Min (nhiều biến) liên quan mũ và lôgarit	123
4.6	Sự biến thiên liên quan hàm số mũ, lôgarit	124
4.7	Toán cực trị liên quan hàm số mũ, lôgarit	125
4.8	Đọc đồ thị hàm số mũ, lôgarit	125
4.9	Bài toán lãi suất	127
4.10	Bài toán thực tế, liên môn	129
5	Bài 5.1 Phương trình mũ	130
5.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	130
5.2	Dạng pt mũ cơ bản	130
5.3	PP đưa về cùng cơ số	131
5.4	Phương pháp đặt ẩn phụ	131
5.5	Toán tham số về phương trình mũ	132
6	Bài 5.2 Phương trình lôgarít	134
6.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	134
6.2	Dạng pt lôgarit cơ bản	134
6.3	PP đưa về cùng cơ số	135
6.4	Phương pháp đặt ẩn phụ	136
6.5	Phương pháp phân tích thành tích	136
6.6	Phương pháp hàm số, đánh giá	136
6.7	Toán tham số về phương trình lôgarit	137
7	Bài 6.1 Bất phương trình mũ	138
7.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	138
7.2	Dạng bpt mũ cơ bản	138
7.3	PP đưa về cùng cơ số	138
7.4	Phương pháp đặt ẩn phụ	139
7.5	Phương pháp lôgarit hóa	139
7.6	Toán tham số về bpt mũ	139
7.7	Bài toán bpt có nghiệm, vô nghiệm trên K	140
8	Bài 6.2 Bất phương trình lôgarít	140
8.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	140
8.2	Dạng bpt lôgarit cơ bản	140
8.3	PP đưa về cùng cơ số	141
8.4	Phương pháp đặt ẩn phụ	141

8.5	Bài toán bpt nghiệm đúng với mọi x thuộc K	142
8.6	Bài toán bpt có nghiệm, vô nghiệm trên K	142
8.7	Các bài toán tổng hợp về Mũ và Lôgarit	142

13 Chương 3: Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng **143**

1	Bài 1.1 Nguyên hàm (định nghĩa và tính chất, mở rộng)	143
1.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	143
1.2	Các câu hỏi lý thuyết	143
1.3	Câu hỏi giải bằng định nghĩa	144
1.4	Công thức nguyên hàm cơ bản, mở rộng	144
1.5	Tổng, hiệu, tích với số của các hàm đơn giản	146
1.6	Hàm phân thức (chỉ biến đổi, không đặt)	146
1.7	Hàm lượng giác (chỉ cần biến đổi, không đặt)	147
1.8	Nguyên hàm có điều kiện (chỉ biến đổi)	147
2	Bài 1.2 Phương pháp tìm nguyên hàm	148
2.1	Thể hiện quy tắc đổi biến (cho sẵn phép đặt t)	148
2.2	Thể hiện quy tắc nguyên hàm từng phần	148
2.3	Đổi biến t không qua biến đổi (dt có sẵn)	148
2.4	PP từng phần với ($u =$ đa thức)	149
2.5	PP từng phần với ($u =$ lôgarit)	149
2.6	Kết hợp biến đổi, đổi biến, từng phần	149
2.7	Nguyên hàm có ĐK (PP từng phần)	150
3	Bài 2.1 Tích phân (định nghĩa và tính chất, mở rộng)	150
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	150
3.2	Các câu hỏi lý thuyết	151
3.3	Câu hỏi giải bằng định nghĩa, ý nghĩa HH	151
3.4	Sử dụng nguyên hàm cơ bản, mở rộng	151
3.5	Tổng, hiệu, tích với số của các hàm đơn giản	152
3.6	Hàm phân thức (chỉ biến đổi, không đặt)	153
3.7	Hàm lượng giác (chỉ cần biến đổi, không đặt)	153
4	Bài 2.2 Phương pháp tính tích phân	153
4.1	Thể hiện quy tắc đổi biến (cho sẵn phép đặt t)	153
4.2	Thể hiện quy tắc nguyên hàm từng phần	154
4.3	Đổi biến t không qua biến đổi (dt có sẵn)	154
4.4	Đổi biến t sau khi biến đổi (dt bị ản)	155
4.5	Đổi biến bằng phép lượng giác hoá	156
4.6	PP từng phần với ($u =$ đa thức)	156
4.7	PP từng phần với ($u =$ lôgarit)	156

4.8	Kết hợp biến đổi, đổi biến, từng phần	157
4.9	Kỹ thuật riêng của hàm phân thức (có đặt)	157
4.10	Tích phân đặc biệt (hàm chẵn, lẻ, tuần hoàn,...)	157
5	Bài 3. Ứng dụng hình học của tích phân	157
5.1	Câu hỏi lý thuyết về ứng dụng hình học của TP	157
5.2	Xây dựng công thức tính diện tích theo hình vẽ	158
5.3	Xây dựng công thức tính thể tích theo hình vẽ	158
5.4	Diện tích hình phẳng $y=f(x)$, Ox	159
5.5	Diện tích hình phẳng $y=f(x)$, $y=g(x)$	159
5.6	Diện tích hình phẳng $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=h(x)$	159
5.7	Diện tích hình phẳng dựa vào đồ thị	160
5.8	Thể tích vật thể, biết mặt cắt	160
5.9	Thể tích vật thể tròn xoay $y=f(x)$, Ox (quanh Ox)	160
5.10	Thể tích vật thể tròn xoay $y=f(x)$, $y=g(x)$,... (quanh Ox)	161
5.11	Câu hỏi liên hệ giữa giá trị hàm và diện tích hình phẳng	162
5.12	Bài toán thực tế (gắn hệ trục, tìm đường cong,...)	162
5.13	Các bài toán liên môn	163
14	Chương 4: Số phức	165
1	Bài 1. Số phức	165
1.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	165
1.2	Tìm phần thực, phần ảo	165
1.3	Số phức liên hợp	166
1.4	Tính môđun của số phức	166
2	Bài 2. Các phép toán cộng, trừ, nhân số phức	167
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	167
2.2	Thực hiện các phép toán	167
2.3	Tìm phần thực, phần ảo	168
2.4	Số phức liên hợp	168
2.5	Tính môđun của số phức	168
3	Bài 3. Phép chia số phức	169
3.1	Thực hiện các phép toán	169
3.2	Tìm phần thực, phần ảo	169
3.3	Tính môđun của số phức	170
3.4	Phương trình bậc nhất theo z (và liên hợp của z)	170
4	Bài 4.1 Phương trình bậc hai hệ số thực	170
4.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	170
4.2	Tìm nghiệm phức của phương trình bậc hai	170

4.3	Câu hỏi về mối liên hệ giữa 2 nghiệm phương trình	171
4.4	Tìm nghiệm phức của phương trình bậc cao	171
5	Bài 4.2 Tập hợp điểm	172
5.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	172
5.2	Biểu diễn một số phức	172
5.3	Tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng	173
5.4	Tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn, hình tròn	173
5.5	Tập hợp điểm biểu diễn là một conic	174
6	Bài 4.3 Max-Min của môđun số phức	174
6.1	Max-Min của môđun	174

VI Hình học 12 175

15 Chương 1: Khối đa diện 176

1	Bài 1. Nhận dạng khối đa diện	176
1.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	176
1.2	Nhận dạng các khối đa diện	176
1.3	Phân chia, lắp ghép khối đa diện	177
1.4	Câu hỏi liên quan phép biến hình	178
2	Bài 2. Khối đa diện lồi - đều	178
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	178
2.2	Nhận dạng các khối đa diện lồi, đều	178
2.3	Tính chất đối xứng của khối đa diện đều	179
3	Bài 3.1 Thể tích khối chóp	179
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	179
3.2	Khối chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy	180
3.3	Khối chóp có một mặt bên vuông góc với đáy	182
3.4	Khối chóp đều	182
3.5	Các khối chóp khác	183
3.6	Sử dụng định về tỉ số thể tích	184
3.7	Khối đa diện cắt ra từ một khối chóp	185
4	Bài 3.2 Thể tích khối lăng trụ	186
4.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	186
4.2	Khối lăng trụ đứng (không đều)	187
4.3	Khối lăng trụ đều	187
4.4	Khối lăng trụ xiên (khác)	188
4.5	Khối lập phương	189

4.6	Khối hộp chữ nhật	189
4.7	Khối hình hộp khác	190
4.8	Khối lăng trụ khác	190
4.9	Khối đa diện cắt ra từ khối lăng trụ	190
5	Bài 3.3 Tính toán về độ dài (khoảng cách), diện tích	192
5.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	192
5.2	Tính toán độ dài hình học (đơn thuần)	192
5.3	Tính khoảng cách bằng phương pháp thể tích	192
6	Bài 3.4 Max-Min trong hình học	193
6.1	Max-Min thể tích	193
6.2	Max-Min độ dài hình học	194
7	Bài 3.5 Toán thực tế, liên môn	194
7.1	Toán thực tế, liên môn về hình học không gian	194
8	Bài 3.6 Giải bằng phương pháp tọa độ hóa	194

16 Chương 2: Khối tròn xoay 195

1	Bài 1.1 Hình nón, khối nón	195
1.1	Tính độ dài đường sinh, bán kính đáy, đường cao	195
1.2	Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần	195
1.3	Tính thể tích khối nón, khối liên quan nón	196
1.4	Bài toán liên quan thiết diện với khối nón	197
1.5	Hình nón nội tiếp-ngoại tiếp khối chóp	198
1.6	Toán thực tế, liên môn liên quan khối nón	198
2	Bài 1.2 Hình trụ, khối trụ	199
2.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	199
2.2	Tính độ dài đường sinh, bán kính đáy, đường cao	200
2.3	Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần	200
2.4	Tính thể tích khối trụ, khối liên quan trụ	200
2.5	Bài toán liên quan thiết diện	201
2.6	Hình trụ nội tiếp-ngoại tiếp khối lăng trụ	202
2.7	Toán Max-Min liên quan khối trụ	202
2.8	Toán thực tế, liên môn liên quan khối trụ	202
3	Bài 2.1 Khối cầu	204
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	204
3.2	Tính bán kính khối cầu	204
3.3	Tính diện tích mặt cầu	205
3.4	Tính thể tích khối cầu	205
3.5	Mặt cầu nội tiếp-ngoại tiếp đa diện	205

3.6	Toán Max-Min liên quan khối cầu	207
4	Bài 2.2 Tổng hợp nón-trụ-cầu	208
4.1	Toán tổng hợp về nón-trụ-cầu-đa diện	208
4.2	Bài toán thực tế, liên môn tổng hợp	209
17	Chương 3: PP tọa độ trong không gian	211
1	Bài 1.1 Hệ trục tọa độ	211
1.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	211
1.2	Tìm tọa độ điểm, tọa độ vectơ thỏa ĐK cho trước	211
1.3	Tính độ dài đoạn thẳng	213
1.4	Bài toán về tích vô hướng, góc và ứng dụng	213
1.5	Bài toán về tích có hướng và ứng dụng	213
2	Bài 1.2 Phương trình mặt cầu	214
2.1	Tìm tâm và bán kính, ĐK xác định mặt cầu	214
2.2	PTMC biết tâm, dễ tính bán kính (chưa học ptmp)	215
2.3	PTMC biết 2 đầu mút của đường kính	215
2.4	PTMC ngoại tiếp tứ diện	216
2.5	PTMC biết tâm, tiếp xúc với mặt phẳng	216
2.6	PTMC biết tâm và đường tròn trên nó	217
3	Bài 2. Phương trình mặt phẳng (chưa học pt.dt)	217
3.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	217
3.2	Tìm VTPT, các vấn đề về lý thuyết	217
3.3	PTMP trung trực của đoạn thẳng	218
3.4	PTMP qua 1 điểm, dễ tìm VTPT (không dùng t.c.h)	218
3.5	PTMP qua 1 điểm, VTPT tìm bằng t.c.h	219
3.6	PTMP qua 1 điểm, cắt mặt cầu	219
3.7	PTMP qua 1 điểm, thỏa ĐK khác	219
3.8	PTMP qua 2 điểm, VTPT tìm bằng t.c.h	220
3.9	PTMP theo đoạn chắn	220
4	Bài 3.1 Phương trình mặt phẳng (có sử dụng pt.dt)	221
4.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	221
4.2	PTMP qua 1 điểm, VTPT tìm bằng t.c.h (đường-mặt)	221
4.3	PTMP chứa 1 đường thẳng, thỏa ĐK với đường thẳng khác	221
4.4	PTMP chứa 1 đường thẳng, thỏa ĐK với mp	222
4.5	PTMP thỏa ĐK đối xứng	222
4.6	Toán Max-Min liên quan đến mặt phẳng	222
4.7	Điểm thuộc mặt phẳng thỏa ĐK	223
5	Bài 3.2 Phương trình đường thẳng	223

5.1	Tìm VTCP, các vấn đề về lý thuyết	223
5.2	PTĐT qua 1 điểm, để tìm VTCP (không dùng t.c.h)	224
5.3	PTĐT qua 1 điểm, VTCP tìm bằng t.c.h (cho 2 mp)	225
5.4	PTĐT qua 1 điểm, VTCP tìm bằng t.c.h (cho 2 đ.thẳng)	225
5.5	PTĐT qua 1 điểm, cắt d_1 , có liên hệ với d_2	225
5.6	PTĐT qua 1 điểm, cắt d , có liên hệ với $mp(P)$	226
5.7	PTĐT qua 1 điểm, vừa cắt-vừa vuông góc với d	226
5.8	PTĐT nằm trong (P) , vừa cắt vừa vuông góc với d	226
5.9	PT đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau	226
5.10	PT hình chiếu vuông góc của d lên (P)	227
5.11	Toán Max-Min liên quan đến đường thẳng	227
6	Bài 3.3 Toán tổng hợp về PP toạ độ không gian	227
6.1	Các câu hỏi chưa phân dạng	227
6.2	Xét VTĐT giữa 2 đường thẳng	228
6.3	Xét VTĐT giữa đường thẳng và mặt phẳng	228
6.4	Xét VTĐT giữa mặt phẳng và mặt cầu	229
6.5	Khoảng cách từ 1 điểm đến 1 mặt phẳng	229
6.6	Khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng	229
6.7	Khoảng cách giữa 2 đối tượng song song	230
6.8	Hình chiếu vuông góc của điểm lên đường, mặt (và ứng dụng)	230
6.9	Tìm điểm thoả ĐK đối xứng	230
6.10	Toán Max-Min tổng hợp	230
6.11	Toán thực tế, liên môn tổng hợp	231

Phần I

Đại số 10

Chương 2: Hàm số bậc nhất và bậc hai

1 Bài 1. Hàm số

1.1 TÌM TXD CỦA HÀM SỐ

Mức độ Thông hiểu

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ là

(A) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(B) $(3; +\infty)$.

(C) $\mathbb{R}$.

(D) $(-\infty; 3)$.

Phần II

Hình học 10

Chương 2: Tích vô hướng và ứng dụng

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 2. Cho ba điểm $A(1; -3)$; $B(-2; 6)$ và $C(4; -9)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho véc-tơ $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

☐ A $M(2; 0)$.

☐ B $M(4; 0)$.

☐ C $M(3; 0)$.

☐ D $M(1; 0)$.

Phần III

Đại số 11

Chương 1: Hàm số lượng giác. Phương trình lượng giác

1 Bài 1. Các hàm số lượng giác

1.1 TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Mức độ Nhận biết

Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

1.2 TÍNH CHẴN LẺ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

(A) $y = \sin 3x$.

(B) $y = \cos x \cdot \tan 2x$.

(C) $y = x \cdot \cos x$.

(D) $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

(A) Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

(B) Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

(C) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

(D) Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 6. Hàm số $y = \frac{2 \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 5 \tan(x + 3\pi)}{2 - \cos 2x}$

(A) Là hàm số không chẵn không lẻ.

(B) Là hàm số lẻ.

(C) Là hàm số chẵn.

(D) Đồ thị đối xứng qua trục Oy .

1.3 TÍNH TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 7. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x) = \tan \frac{x}{4} + 2 \sin \frac{x}{2}$.

(A) π .

(B) 2π .

(C) 4π .

(D) 8π .

Câu 8. Trong bốn hàm số sau: (1) $y = \sin 2x$; (2) $y = \cos 4x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 3x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$?

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

1.4 TẬP GIÁ TRỊ VÀ MAX-MIN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 5.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 10. Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- (A) $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. (B) $(0; 2]$. (C) $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$. (D) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 11. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$. Tính tổng $S = M + m$.

- (A) $S = -1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$. (B) $S = -1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$.
(C) $S = -1 - \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$. (D) $S = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$.

2 Bài 2. Phương trình lượng giác cơ bản

2.1 PTLG CƠ BẢN (KHÔNG CẦN BIẾN ĐỔI)

Mức độ Thông hiểu

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0$.

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 13. Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$ (1); $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ (2). Tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là

- (A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

2.2 PTLG CƠ BẢN (TRÊN KHOẢNG, ĐOẠN)

Mức độ Thông hiểu

Câu 14. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ bằng

- (A) 0. (B) π . (C) 2π . (D) 3π .

Câu 15. Phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$?

- (A) 4. (B) 1. (C) 6. (D) 2.

2.3 PTLG CƠ BẢN (BIẾN ĐỔI, KHÔNG ĐIỀU KIỆN)

Mức độ Thông hiểu

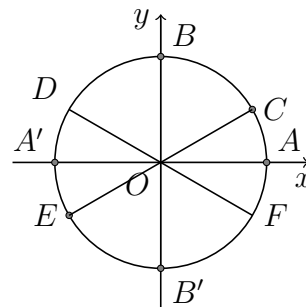
Câu 16. Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ (B) $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$
- (C) $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 17.

Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?

- (A) Điểm E, điểm D. (B) Điểm C, điểm F.
- (C) Điểm D, điểm C. (D) Điểm E, điểm F.



2.4 PTLG CƠ BẢN CÓ NGHIỆM THỎA ĐK

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 18. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình

$$\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$$

- (A) $\frac{9\pi}{8}$. (B) $\frac{12\pi}{3}$. (C) $\frac{9\pi}{4}$. (D) 2π .

3 Bài 3. Phương trình lượng giác thường gặp

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 19. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- (A) $\tan x + 3 = 0$. (B) $\sin x + 3 = 0$.
- (C) $3 \sin x - 2 = 0$. (D) $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

Câu 20. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

3.2 PT ĐẠI SỐ (BẬC N) THEO 1 HSLG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.

- (A) $x = \frac{\pi}{2}$.
 (B) $x = 0$.
 (C) $x = \pi$.
 (D) $x = 2$.

3.3 PT CỔ ĐIỂN (A.SINX + B.COSX = C)

Mức độ Thông hiểu

Câu 22. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sqrt{2} \cos 3x = \sin x + \cos x$.

- (A) 6π .
 (B) $\frac{11\pi}{2}$.
 (C) 8π .
 (D) $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 23. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin 2x - (m + 1) \cos 2x = 2$ có nghiệm.

- (A) $m \in (-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3})$.
 (B) $m \in (-\infty; -1 - \sqrt{3}] \cup [-1 + \sqrt{3}; +\infty)$.
 (C) $m \in (-\infty; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; +\infty)$.
 (D) $m \in [-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}]$.

Câu 24. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$.

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 25. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm.

- (A) $m \geq 4$.
 (B) $m \leq -4$ hoặc $m \geq 4$.
 (C) $-4 \leq m \leq 4$.
 (D) $m \geq \sqrt{34}$.

3.4 PT ĐẲNG CẤP (BẬC N) ĐỐI VỚI SINX VÀ COSX

Mức độ Thông hiểu

Câu 26. Giải phương trình $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$.

- (A) $\left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $\left\{ \frac{5\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

3.5 PTLG ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG TÍCH

Mức độ Thông hiểu

Câu 27. Giải phương trình $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$.

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 28. Xét phương trình $\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

(A) $(2 \sin x - 1)(2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0.$

(B) $(2 \sin x - \cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0.$

(C) $(2 \sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - 1) = 0.$

(D) $(2 \sin x - 1)(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0.$

Câu 29. Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

3.6 PTLG THƯỜNG GẶP (CHỨA THAM SỐ)

Mức độ Thông hiểu

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5 \cos x - m \sin x = m + 1$ có nghiệm.

(A) $m \leq 12.$

(B) $m \leq -13.$

(C) $m \leq 24.$

(D) $m \geq 24.$

3.7 PTLG KHÔNG MẪU MỰC

Mức độ Thông hiểu

Câu 31. Phương trình $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$ có các họ nghiệm là

(A) $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

Mức độ Vận dụng cao

Câu 32. Phương trình $\frac{\sin 3x}{3} = \frac{\sin 5x}{5}$ có 3 nghiệm A, B, C phân biệt thuộc nửa khoảng $[0; \pi)$ khi đó $\cos A + \cos B + \cos C$ bằng

(A) 0.

(B) $\frac{1}{3}.$

(C) $-\frac{4}{3}.$

(D) 1.

3.8 PTLG CÓ NGHIỆM TRÊN KHOẢNG, ĐOẠN

Mức độ Thông hiểu

Câu 33. Phương trình $\sin x + \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$?

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 34. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 35. Số nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

.

Chương 2: Tổ hợp. Xác suất. Nhị thức Newton

1 Bài 1. Quy tắc cộng - quy tắc nhân

1.1 ĐẾM SỐ (THUẦN NHÂN)

Mức độ Thông hiểu

Câu 36. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 15. (B) 4096. (C) 360. (D) 720.

1.2 ĐẾM SỐ (KẾT HỢP CỘNG, TRỪ, NHÂN)

Mức độ Thông hiểu

Câu 37. Trong kho đèn trang trí còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

- (A) 246. (B) 3480. (C) 245. (D) 3360.

2 Bài 2. Hoán vị - chỉnh hợp – tổ hợp

2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 38. Cho n, k là các số tự nhiên thỏa $0 \leq k \leq n$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- (A) $C_n^k = C_n^{n-k}$. (B) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. (C) $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$. (D) $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

2.2 ĐẾM SỐ (CHỈ DÙNG MỘT LOẠI P HOẶC A HOẶC C)

Mức độ Nhận biết

Câu 39. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- (A) A_{10}^8 . (B) A_{10}^2 . (C) C_{10}^2 . (D) 10^2 .

Mức độ Thông hiểu

Câu 40. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số sao cho mỗi chữ số của số đó đều lớn hơn chữ số bên phải của nó?

- (A) 210. (B) 30240. (C) 252. (D) 120.

Câu 41. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau đôi một?

- (A) 144. (B) 120. (C) 168. (D) 150.

Câu 42. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

- (A) 24. (B) 720. (C) 840. (D) 35.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

- (A) 9333420. (B) 46666200. (C) 9333240. (D) 46666240.

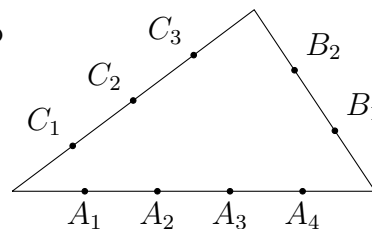
Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

- (A) 1470. (B) 750. (C) 2940. (D) 1500.

Câu 45.

Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?

- (A) 79. (B) 48.
(C) 55. (D) 24.



2.3 ĐẾM SỐ (KẾT HỢP P-A-C)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 46. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau mà số đó nhất thiết có mặt các chữ số 1, 2, 5?

- (A) 684. (B) 648. (C) 846. (D) 864.

Câu 47. Có bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau, trong đó các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 được xếp theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải và chữ số 6 luôn đứng trước chữ số 5.

- (A) 3888. (B) 22680. (C) 630. (D) 544320.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 48. Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1 cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm?

- (A) 2876. (B) 2898. (C) 2915. (D) 2012.

2.4 CHỌN NGƯỜI, VẬT (THUẦN TỔ HỢP)

Mức độ Thông hiểu

Câu 49. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- (A) 25. (B) 75. (C) 100. (D) 15.

Câu 50. Có tất cả bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm có 6 người và một nhóm có 4 người?

- (A) 210. (B) 120. (C) 100. (D) 140.

2.5 BÀI TOÁN LIÊN QUAN HÌNH HỌC

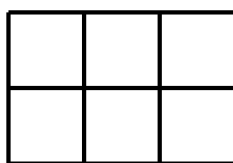
Mức độ Vận dụng thấp

Câu 51. Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác mà ba đỉnh thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ hai điểm thuộc A .

- (A) $n = 6$. (B) $n = 12$. (C) $n = 8$. (D) $n = 15$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 52. Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng ?



- (A) 4374. (B) 139968. (C) 576. (D) 15552.

2.6 PT-HPT ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 53. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$

- (A) $n = 100$. (B) $n = 98$. (C) $n = 99$. (D) $n = 101$.

3 Bài 3. Nhị Thức Newton

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 54. Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Khi đó giá trị n bằng bao nhiêu?

- (A) $n = 10$. (B) $n = 12$. (C) $n = 17$. (D) $n = 11$.

3.2 TÌM HỆ SỐ VÀ SỐ HẠNG TRONG KHAI TRIỂN

Mức độ Thông hiểu

Câu 55. Tìm hệ số x^9 trong khai triển biểu thức $\left(2x^4 - \frac{3}{x^3}\right)^4$.

- (A) -96 . (B) -216 . (C) 96 . (D) 216 .

Câu 56. Cho đa thức $p(x) = (1 + x)^8 + (1 + x)^9 + (1 + x)^{10} + (1 + x)^{11} + (1 + x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

- (A) 720. (B) 700. (C) 715. (D) 730.

Câu 57. Cho đa thức $p(x) = (1 + x)^8 + (1 + x)^9 + (1 + x)^{10} + (1 + x)^{11} + (1 + x)^{12}$. Khi khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i $i = \overline{0, 12}$.

- (A) 5. (B) 7936. (C) 0. (D) 7920.

Câu 58. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2x + 3)^8$.

- (A) $-C_8^5 2^5 3^3$. (B) $C_8^3 2^5 3^3$. (C) $C_8^3 2^3 3^5$. (D) $C_8^5 2^2 3^6$.

Câu 59. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 1$, ($x \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$).

- (A) $2^7 C_{21}^7$. (B) $2^8 C_{21}^8$. (C) $-2^8 C_{21}^8$. (D) $-2^7 C_{21}^7$.

Câu 60. Tìm số hạng thứ 4 trong khai triển $(a - 2x)^{20}$ theo lũy thừa tăng dần của x .

- (A) $-C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$. (B) $C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$. (C) $-C_{20}^3 2^3 a^{17}$. (D) $C_{20}^3 2^3 a^{17}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 61. Khai triển biểu thức $(1 - 2x)^n$ ta được đa thức có dạng $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm hệ số của x^5 , biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

- (A) -648 . (B) -876 . (C) -672 . (D) -568 .

Câu 62. Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2 - x)^n$, ($n \in \mathbb{N}^*$) bằng 60. Tìm n .

- (A) $n = 5$. (B) $n = 6$. (C) $n = 7$. (D) $n = 8$.

Câu 63. Tìm hệ số a của số hạng chứa x^{518} trong khai triển $P(x) = \left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{2018}$, $x > 0$.

- (A) $a = C_{2018}^{1018} \cdot 2^{1018}$. (B) $a = -C_{2018}^{1000} \cdot 2^{1000}$. (C) $a = C_{2018}^{1000} \cdot 2^{1000}$. (D) $a = -C_{2018}^{998} \cdot 2^{998}$.

Câu 64. Trong khai triển biểu thức $(x + y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ là

- (A) 116280. (B) 293930. (C) 203490. (D) 1287.

Câu 65. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.

Tính hệ số của x^{10} trong khai triển $(x + 2)^n$.

- (A) 11264. (B) 22. (C) 220. (D) 24.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 66. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ biết tổng các hệ số của khai triển bằng 128.

- (A) 35. (B) 38. (C) 37. (D) 36.

3.3 HỆ SỐ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT TRONG KHAI TRIỂN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 67. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1 + 2x)^{12}$ thành đa thức là

- (A) 162270. (B) 162720. (C) 126270. (D) 126720.

3.4 TÍNH TỔNG HỮU HẠN CÁC C (KHÔNG ĐẠO HÀM, TÍCH PHÂN)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 68. Tính tổng $T = C_{2019}^1 + C_{2019}^3 + C_{2019}^5 + \dots + C_{2019}^{2019}$.

- (A) $T = 2^{2019}$. (B) $T = 2^{2017}$. (C) $T = 2^{2018}$. (D) $T = 2^{2018} - 1$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 69. Tính tổng $S = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

- (A) $S = n \cdot C_{2n}^n$. (B) $S = (C_{2n}^n)^2$. (C) $S = n \cdot (C_{2n}^n)^2$. (D) $S = C_{2n}^n$.

4 Bài 5. Xác suất của biến cố

4.1 TÍNH XÁC SUẤT BẰNG ĐỊNH NGHĨA

Mức độ Thông hiểu

Câu 70. Đội thanh niên tình nguyện của một trường THPT có 13 học sinh gồm 4 học sinh khối 10, có 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi tình nguyện, hãy tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ 3 khối.

- (A) $\frac{81}{143}$. (B) $\frac{406}{715}$. (C) $\frac{160}{143}$. (D) $\frac{80}{143}$.

Câu 71. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc đó bằng 7.

- (A) $\frac{7}{12}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 72. Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- (A) $\frac{3}{8}$. (B) $\frac{24}{25}$. (C) $\frac{9}{11}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 73. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?

- (A) 67,6%. (B) 29,5%. (C) 32,4%. (D) 70,5%.

Câu 74. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được có cả nam và nữ.

- (A) $\frac{4615}{5236}$. (B) $\frac{4651}{5236}$. (C) $\frac{4615}{5263}$. (D) $\frac{4610}{5236}$.

Câu 75. Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Tính xác suất lấy được hai quả cùng màu.

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{4}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 76. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất một lần. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm là một số nguyên tố.

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 77. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- (A) $\frac{5}{22}$. (B) $\frac{6}{11}$. (C) $\frac{5}{11}$. (D) $\frac{8}{11}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 78. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- (A) $\frac{7}{920}$. (B) $\frac{27}{92}$. (C) $\frac{3}{115}$. (D) $\frac{9}{92}$.

Câu 79. Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư vào 4 bì thư đã đề sẵn địa chỉ. Tính xác suất để có ít nhất 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.

- (A) $\frac{3}{5}$. (B) $\frac{5}{7}$. (C) $\frac{5}{8}$. (D) $\frac{3}{8}$.

Câu 80. Xếp 11 học sinh gồm 7 nam, 4 nữ thành hàng dọc. Tính xác suất để 2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau.

- (A) $\frac{7!A_8^4}{11!}$. (B) $\frac{7!A_6^4}{11!}$. (C) $\frac{7!C_8^4}{11!}$. (D) $\frac{7!4!}{11!}$.

Câu 81. Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của một đa giác đều nội tiếp đường tròn tâm O , biết đa giác có 170 đường chéo. Tính xác suất P của biến cố bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật.

- (A) $P = \frac{3}{14}$. (B) $P = \frac{3}{323}$. (C) $P = \frac{6}{323}$. (D) $P = \frac{14}{323}$.

Câu 82. Có mười cái ghế (mỗi ghế chỉ ngồi được một người) được sắp trên một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào, mỗi học sinh ngồi đúng một ghế. Tính xác suất sao cho không có hai ghế trống nào kề nhau.

- (A) 0, 25. (B) 0, 46. (C) 0, 6(4). (D) 0, 4(6).

Câu 83. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

- (A) $P = \frac{7}{90}$. (B) $P = \frac{7}{24}$. (C) $P = \frac{7}{10}$. (D) $P = \frac{7}{15}$.

4.2 TÍNH XÁC SUẤT BẰNG CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

Mức độ Thông hiểu

Câu 84. Cho A, B là hai biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,3$. Tính $P(AB)$.

- (A) $P(AB) = 0,58$. (B) $P(AB) = 0,7$. (C) $P(AB) = 0,1$. (D) $P(AB) = 0,12$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 85. Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

- (A) $\frac{3}{323}$. (B) $\frac{4}{9}$. (C) $\frac{2}{969}$. (D) $\frac{7}{216}$.

4.3 TOÁN TỔNG HỢP VỀ HAI CÔNG THỨC XÁC SUẤT

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 86. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{5}{6}$.

Câu 87. Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

- (A) $\frac{397}{1728}$. (B) $\frac{1385}{1728}$. (C) $\frac{1331}{1728}$. (D) $\frac{1603}{1728}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 88. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

- (A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{4}{5}$. (C) $\frac{7}{8}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Chương 3: Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân

1 Bài 2. Dãy số

1.1 SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA DÃY SỐ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 89. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5, a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0, q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta \frac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha + 2\beta$.

(A) 13.

(B) 9.

(C) 11.

(D) 16.

1.2 DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM

Mức độ Thông hiểu

Câu 90. Dãy số nào sau đây giảm?

(A) $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$.

(B) $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$.

(C) $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$.

(D) $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 91. Trong các số hạng tổng quát sau, đâu là số hạng tổng quát của một dãy số giảm?

(A) $u_n = \frac{2n+1}{n}$.

(B) $u_n = n^3 - 1$.

(C) $u_n = n^2$.

(D) $u_n = 2n$.

Câu 92. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

(A) $u_n = \frac{n}{3^n}$.

(B) $u_n = \frac{n+3}{n+1}$.

(C) $u_n = n^2 + 2n$.

(D) $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

1.3 DÃY SỐ BỊ CHẶN

Mức độ Thông hiểu

Câu 93. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

(A) (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.

(B) (u_n) với $u_n = 2n + \sin(n)$.

(C) (u_n) với $u_n = n^2$.

(D) (u_n) với $u_n = n^3 - 1$.

Câu 94. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

(A) $u_n = n + \frac{1}{n}$.

(B) $u_n = 2^n + 1$.

(C) $u_n = \frac{n}{n+1}$.

(D) $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.

2 Bài 3. Cấp số cộng

2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 95. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tích tất cả các phần tử của S .

- (A) 16. (B) 20. (C) 32. (D) 40.

2.2 NHẬN DẠNG, KHAI TRIỂN CẤP SỐ CỘNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 96. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng ?

- (A) $u_n = n^2$. (B) $u_n = (-1)^n \cdot n$. (C) $u_n = \frac{n}{3^n}$. (D) $u_n = 2n$.

2.3 XÁC ĐỊNH U1, D, N, UN, SN (CỤ THỂ)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 97. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

- (A) -285. (B) -244. (C) -253. (D) -274.

Câu 98. Cho sấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 3, u_4 = 7$. Tính giá trị của u_{15} .

- (A) 27. (B) 31. (C) 35. (D) 29.

2.4 ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ THÀNH CSC

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 99. Tìm tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

- (A) $k = 4, k = 5$. (B) $k = 3, k = 9$. (C) $k = 7, k = 8$. (D) $k = 4, k = 8$.

3 Bài 4. Cấp số nhân

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 100. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

- (A) Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
(B) Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

- (C) Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
 (D) Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

3.2 XÁC ĐỊNH $U1, Q, N, UN, SN$ (CỤ THỂ)

Mức độ Thông hiểu

Câu 101. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_i = 40$ và $x_n = 1,1 \cdot x_{n-1}$ với mọi $n = 2, 3, 4, \dots$. Tính giá trị $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- (A) 855,4. (B) 855,3. (C) 741,2. (D) 741,3.

Câu 102. Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = 3, q = \frac{-1}{2}$. Hỏi số $\frac{3}{256}$ là số hạng thứ mấy?

- (A) 9. (B) 10. (C) 8. (D) 11.

3.3 TOÁN TỔNG HỢP CẢ CSC VÀ CSN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 103. Tổng của n số hạng đầu tiên của một dãy số (a_n) , $n \geq 1$ là $S_n = 2n^2 + 3n$. Khi đó

- (A) (a_n) là một cấp số cộng với công sai bằng 4.
 (B) (a_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 4.
 (C) (a_n) là một cấp số cộng với công sai bằng 1.
 (D) (a_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 1.

3.4 TOÁN ĐỒ, TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN VỀ CSN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 104. Cho tam giác ABC cân ($AB = AC$), có cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Công bội q của cấp số nhân đó là

- (A) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}}{2}$. (C) $\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$. (D) $\sqrt{\sqrt{2}+1}$.

Câu 105. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A . Biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

- (A) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Chương 4: Giới hạn

1 Bài 1. Giới hạn của dãy số

1.1 CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 106. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là **sai**?

(A) $\lim u_n = c$, ($u_n = c$ là hằng số).

(B) $\lim q^n = 0$, ($|q| > 1$).

(C) $\lim \frac{1}{n} = 0$.

(D) $\lim \frac{1}{n^k} = 0$, ($k > 1$).

1.2 DÃY PHÂN THỨC HỮU TỶ

Mức độ Vận dụng cao

Câu 107. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $u_1 = 1, u_2 = 3, u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1, n = 1, 2, \dots$ Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2}$.

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{3}{4}$.

2 Bài 2. Giới hạn của hàm số

2.1 DÙNG LƯỢNG LIÊN HỢP (TẠI x_0)

Mức độ Thông hiểu

Câu 108. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là hai số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

(A) $P = 13$.

(B) $P = 0$.

(C) $P = 5$.

(D) $P = 40$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 109. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) 0.

(D) 1.

2.2 HÀM PHÂN THỨC (TẠI X0)

Mức độ Thông hiểu

Câu 110. Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

- (A) 0. (B) $-\infty$. (C) không xác định. (D) $+\infty$.

Câu 111. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

2.3 HÀM KHÔNG CHỨA ẨN Ở MẪU (TẠI X0)

Mức độ Thông hiểu

Câu 112. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$. Tính $I + J$.

- (A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) 2.

2.4 GIỚI HẠN MỘT BÊN

Mức độ Thông hiểu

Câu 113. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$. (B) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.
 (C) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$. (D) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

2.5 GIỚI HẠN TẠI VÔ CỰC

Mức độ Nhận biết

Câu 114. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

- (A) $-\frac{2}{3}$. (B) 1. (C) 2. (D) -3.

Mức độ Thông hiểu

Câu 115. Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$.

- (A) $L = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. (B) $L = \sqrt{2}$. (C) $L = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $L = -\sqrt{2}$.

Câu 116. Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x)$.

- (A) $I = \frac{1}{2}$. (B) $I = +\infty$. (C) $I = 0$. (D) $I = \frac{3}{4}$.

2.6 TOÁN TỔNG HỢP, THỰC TẾ, LIÊN MÔN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 117. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}, & x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4}, & x \leq 0 \end{cases}$ m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để

hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

(A) $m = 1$.

(B) $m = 0$.

(C) $m = \frac{21}{2}$.

(D) $m = \frac{-1}{2}$.

3 Bài 3. Hàm số liên tục

3.1 HÀM SỐ LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM

Mức độ Thông hiểu

Câu 118. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ m^2 - 2m + 2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m

để hàm số liên tục tại $x = 0$.

(A) $m = 2$.

(B) $m = 3$.

(C) $m = 0$.

(D) $m = 1$.

Câu 119. Hàm số nào trong các hàm số sau đây liên tục tại điểm $x = 1$?

(A) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

(B) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

(C) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$.

(D) $f(x) = \sqrt{1-2x}$.

3.2 HÀM SỐ LIÊN TỤC TRÊN KHOẢNG, ĐOẠN...

Mức độ Thông hiểu

Câu 120. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

(A) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

(B) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

(C) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

(D) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 121. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+6}{3x^2-27}, & x \neq \pm 3 \\ -\frac{1}{9}, & x = \pm 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc khoảng $(-3; 3)$.

(B) Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -3$.

(C) Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 3$.

(D) Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

3.3 BÀI TOÁN THAM SỐ

Mức độ Thông hiểu

Câu 122. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục

tại điểm $x = 2$.

(A) $m = -3$.

(B) $m = 1$.

(C) $m = 3$.

(D) $m = -1$.

Câu 123. Tổng bình phương tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} a^2x - 2 & (x \leq 2) \\ \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x - 2} & (x > 2) \end{cases}$

liên tục tại $x_0 = 2$ là?

(A) $\frac{9}{8}$.

(B) 0 .

(C) $\frac{9}{4}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 124. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{với } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{với } x < 0 \end{cases}$

liên tục trên $\mathbb{R}$.

(A) $m = 2$.

(B) $m = \pm 2$.

(C) $m = -2$.

(D) $m = 0$.

Câu 125. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên

tục tại $x = 0$.

(A) $m = 1$.

(B) $m = -2$.

(C) $m = -1$.

(D) $m = 0$.

Chương 5: Đạo hàm

1 Bài 1. Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm

1.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 126. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng?

- (A) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- (B) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- (C) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.
- (D) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

1.2 ĐẠO HÀM BẰNG ĐỊNH NGHĨA

Mức độ Thông hiểu

Câu 127. Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $f(1) = 0$.
- (B) $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.
- (C) $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.
- (D) $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

Câu 128. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 3$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A có hoành độ $x = 1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm B (B khác A). Tọa độ điểm B là

- (A) $B(-3; 24)$.
- (B) $B(-1; -8)$.
- (C) $B(3; 24)$.
- (D) $B(0; -3)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 129. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2}$.

- (A) 0.
- (B) $f'(2)$.
- (C) $2f'(2) - f(2)$.
- (D) $f(2) - 2f'(2)$.

Câu 130. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại $x = x_0$ là $f'(x_0)$. Tìm giá trị của biểu thức $I = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{xf(x) - x_0f(x_0)}{x - x_0}$.

- (A) $I = f(x_0) + x_0f'(x_0)$.
- (B) $I = f(x_0) - x_0f'(x_0)$.
- (C) $I = f(x_0) + f'(x_0)$.
- (D) $I = f(x_0) - f'(x_0)$.

2 Bài 2. Quy tắc tính đạo hàm

2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 131. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + (m + 1)x^2 + 3x + 2$. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- (A) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. (B) $[-2; 4]$.
(C) $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$. (D) $(-2; 4)$.

Câu 132. Cho $f(x) = \sqrt{1 + 3x} - \sqrt[3]{1 + 2x}$, $g(x) = \sin x$. Tính giá trị của $\frac{f'(0)}{g'(0)}$.

- (A) $\frac{5}{6}$. (B) $-\frac{5}{6}$. (C) 0. (D) 1.

2.2 TÌM HỆ SỐ GÓC CỦA TIẾP TUYẾN

Mức độ Nhận biết

Câu 133. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3 - 4x}{x - 2}$ tại điểm có tung độ $y = -1$ là

- (A) -10 . (B) $\frac{9}{5}$. (C) $-\frac{5}{9}$. (D) $\frac{5}{9}$.

2.3 TIẾP TUYẾN TẠI ĐIỂM

Mức độ Nhận biết

Câu 134. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$

- (A) $y = -x + 3$. (B) $y = -x - 3$. (C) $y = x - 1$. (D) $y = -x + 1$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 135. Cho hàm số $y = \frac{x - 1}{x + 2}$ có đồ thị (H) . Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục hoành có phương trình là

- (A) $y = 3x$. (B) $y = x - 3$. (C) $y = 3x - 3$. (D) $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Câu 136. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ dương và tung độ bằng $\frac{7}{4}$ là

- (A) $y = 2x - \frac{1}{4}$. (B) $y = -2x + \frac{3}{4}$. (C) $y = -2x - \frac{1}{4}$. (D) $y = 2x + \frac{3}{4}$.

Câu 137. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Gọi A là giao điểm của $(\mathcal{C})$ với trục tung, phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(\mathcal{C})$ tại điểm A là

- (A) $y = -4x + 2$. (B) $y = 4x + 2$. (C) $y = -x + 1$. (D) $y = x + 1$.

Câu 138. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ biết tiếp điểm có hoành độ bằng -1 .

- (A) $y = -8x - 6$. (B) $y = 8x - 6$. (C) $y = -8x + 10$. (D) $y = 8x + 10$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 139. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

- (A) $2x - y = 0$. (B) $2x - y - 4 = 0$. (C) $x - y - 1 = 0$. (D) $x - y - 3 = 0$.

2.4 TIẾP TUYẾN SONG SONG

Mức độ Thông hiểu

Câu 140. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$?

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 141. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 142. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ có đồ thị (H) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (H) song song với đường thẳng $y = 3x + 2$?

- (A) 0. (B) 1. (C) Vô số. (D) 2.

2.5 TIẾP TUYẾN THOẢ ĐK KHÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 143. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

- (A) $y = 3x + 9$. (B) $y = 3x + 3$. (C) $y = 3x + 12$. (D) $y = 3x + 6$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 144. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) , Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của k để đường thẳng $y = k(x+1) + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $M(-1; 2)$, N , P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các phần tử của S .

- (A) $-\frac{2}{9}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{9}$. (D) -1 .

Câu 145. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ có đồ thị (C) . Tồn tại hai tiếp tuyến phân biệt của (C) có cùng hệ số góc k , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến

đó cắt các trục Ox , Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA = 2017.OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

2.6 TỔNG HỢP TIẾP TUYẾN VÀ KIẾN THỨC LIÊN QUAN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 146. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2}}$ và $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2}}$. Gọi d_1 , d_2 lần lượt là tiếp tuyến của mỗi đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ đã cho tại giao điểm của chúng. Hỏi góc giữa hai tiếp tuyến trên bằng bao nhiêu?

- (A) 60° . (B) 45° . (C) 30° . (D) 90° .

Câu 147. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $d: y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $(H): y = \frac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $P = k_1^{2018} + k_2^{2018}$ đạt giá trị nhỏ nhất (với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B)

- (A) $m = -3$. (B) $m = -2$. (C) $m = 2$. (D) $m = 3$.

Câu 148. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân.

- (A) $y = -x - 2$. (B) $y = x + 2$. (C) $y = x - 2$. (D) $y = -x + 2$.

2.7 BÀI TOÁN QUẢNG ĐƯỜNG, VẬN TỐC, GIA TỐC

Mức độ Thông hiểu

Câu 149. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Tính vận tốc của chuyển động đó tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

- (A) -12 m/s. (B) -21 m/s. (C) -12 m/s². (D) 12 m/s.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 150. Một vật chuyển động theo quy luật $s = f(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động mà s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 15 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vật đã đứng yên (đạt vận tốc bằng 0) mấy lần? Biết rằng biểu thức của phương trình vận tốc là $v(t) = f'(t)$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Bài toán thực tế

Câu 151. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 3t + 1$, trong đó t được tính bằng giây và S tính bằng mét. Tìm gia tốc của chuyển động khi $t = 2$ giây.

☐ A $5 \text{ (m/s}^2\text{)}.$

☐ B $6 \text{ (m/s}^2\text{)}.$

☐ C $3 \text{ (m/s}^2\text{)}.$

☐ D $4 \text{ (m/s}^2\text{)}.$

3 Bài 3. Đạo hàm của các hàm số lượng giác

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 152. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x - \cos^2 3x$.

☐ A $f'(x) = 2 \cos 2x + 3 \sin 6x.$

☐ B $f'(x) = 2 \cos 2x - 3 \sin 6x.$

☐ C $f'(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin 3x.$

☐ D $f'(x) = \cos 2x + 2 \sin 3x.$

4 Bài 5. Đạo hàm cấp hai

4.1 TÍNH ĐẠO HÀM CÁC CẤP

Mức độ Thông hiểu

Câu 153. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, tính giá trị của $f''(1)$.

☐ A 6.

☐ B 8.

☐ C 3.

☐ D 2.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 154. Đạo hàm bậc 21 của hàm số $f(x) = \cos(x + a)$ là

☐ A $f^{(21)}(x) = -\cos\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right).$

☐ B $f^{(21)}(x) = -\sin\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right).$

☐ C $f^{(21)}(x) = \cos\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right).$

☐ D $f^{(21)}(x) = \sin\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right).$

Phần IV

Hình học 11

Chương 1: Phép dời hình. Phép đồng dạng

1 Bài 2. Phép tịnh tiến

1.1 TOẠ ĐỘ ẢNH, TẠO ẢNH CỦA ĐIỂM QUA P.TT

Mức độ Thông hiểu

Câu 155. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(2; 4)$, $B(5; 1)$, $C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$. Tìm tọa độ trọng tâm của $\triangle A'B'C'$.

- ☐ (A) $(-4; 2)$. ☐ (B) $(4; 2)$. ☐ (C) $(4; -2)$. ☐ (D) $(-4; -2)$.

Câu 156. Trong mặt Oxy cho điểm $A(2; 5)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm A thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .

- ☐ (A) $A'(4; 7)$. ☐ (B) $A'(3; 7)$. ☐ (C) $A'(3; 1)$. ☐ (D) $A'(1; 6)$.

Câu 157. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc-tơ $\vec{v} = (2; 1)$ và điểm $A(4; 5)$. Hỏi điểm A là tạo ảnh của điểm nào trong các điểm dưới đây qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; 1)$?

- ☐ (A) $M(1; 6)$. ☐ (B) $N(2; 4)$. ☐ (C) $P(4; 7)$. ☐ (D) $I(3; 1)$.

1.2 XÁC ĐỊNH PTT, ĐẾM SỐ P.TT

Mức độ Thông hiểu

Câu 158. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - 3y + 1 = 0$ và $d_2 : x + y - 2 = 0$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d_1 thành d_2 .

- ☐ (A) Vô số. ☐ (B) 0. ☐ (C) 1. ☐ (D) 4.

2 Bài 3. Phép đối xứng trục (giảm tải)

2.1 TRỤC ĐỐI XỨNG CỦA MỘT HÌNH

Mức độ Nhận biết

Câu 159. Hình nào dưới đây **không** có trục đối xứng?

- ☐ (A) Tam giác cân. ☐ (B) Hình thang cân. ☐ (C) Hình bình hành. ☐ (D) Hình elip.

3 Bài 5. Phép quay

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 160. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA = 1$, $MB = 2$, $MC = \sqrt{2}$. Tính góc $\widehat{AMC}$.

- (A) 135° . (B) 120° . (C) 160° . (D) 150° .

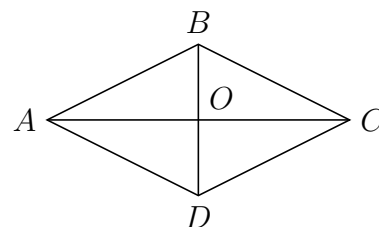
4 Bài 7. Phép vị tự

4.1 VẼ ẢNH, TẠO ẢNH CỦA HÌNH QUA P.VT

Mức độ Thông hiểu

Câu 161.

Cho hình thoi $ABCD$ tâm O (như hình vẽ). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?



- (A) Phép quay tâm O góc $\frac{\pi}{2}$ biến tam giác OBC thành tam giác OCD .
 (B) Phép vị tự tâm O , tỷ số $k = -1$ biến tam giác ABD thành tam giác CDB .
 (C) Phép tịnh tiến theo vec tơ $\overrightarrow{AD}$ biến tam giác ABD thành tam giác CDB .
 (D) Phép vị tự tâm O tỷ số $k = 1$ biến tam giác OBC thành tam giác ODA .

4.2 PHƯƠNG TRÌNH ẢNH, TẠO ẢNH CỦA Đ.THẲNG QUA P.VT

Mức độ Thông hiểu

Câu 162. Ảnh của đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$ qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ là

- (A) $2x - 5y + 7 = 0$. (B) $2x + 5y - 9 = 0$. (C) $-2x + 5y + 9 = 0$. (D) $-x + 4y + 7 = 0$.

Câu 163. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình được cho dưới đây?

- (A) $4x + 2y - 5 = 0$. (B) $2x + y - 6 = 0$. (C) $4x - 2y - 3 = 0$. (D) $2x + y + 3 = 0$.

Chương 2: Quan hệ song song trong không gian

1 Bài 1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng

1.1 TÌM THIẾT DIỆN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 164. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- ☐ A Hình ngũ giác. ☐ B Hình tam giác. ☐ C Hình tứ giác. ☐ D Hình bình hành.

2 Bài 2. Hai đ.thẳng chéo nhau. Hai đ.thẳng song song

2.1 XÁC ĐỊNH, CHỨNG MINH D SONG SONG D'

Mức độ Thông hiểu

Câu 165. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- ☐ A MN và SD cắt nhau. ☐ B $MN \parallel CD$.
☐ C MN và SC cắt nhau. ☐ D MN và CD chéo nhau.

2.2 TÌM THIẾT DIỆN (VỚI D SONG SONG D')

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm $\triangle SAB$. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A $AB = 3CD$. ☐ B $AB = \frac{1}{3}CD$. ☐ C $AB = \frac{3}{2}CD$. ☐ D $AB = \frac{2}{3}CD$.

2.3 BÀI TOÁN TÍNH TOÁN HÌNH HỌC

Mức độ Thông hiểu

Câu 167. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) . Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) 2.

(D) 3.

3 Bài 4. Hai mặt phẳng song song

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 168. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm AB', BC . Mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện hình

(A) Lục giác.

(B) Ngũ giác.

(C) Tam giác.

(D) Tứ giác.

3.2 CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Mức độ Thông hiểu

Câu 169. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

(A) Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

(B) Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

(C) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

(D) Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

3.3 TÌM THIẾT DIỆN SONG SONG VỚI MP

Mức độ Thông hiểu

Câu 170. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) d đi qua S và song song với BD .

(B) d đi qua S và song song với BC .

(C) d đi qua S và song song với AB .

(D) d đi qua S và song song với DC .

Chương 3: Quan hệ vuông góc trong không gian

1 Bài 1. Vectơ trong không gian

1.1 XÁC ĐỊNH VECTƠ VÀ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

Mức độ Nhận biết

Câu 171. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

(A) 12.

(B) 4.

(C) 10.

(D) 8.

1.2 CÁC BÀI TOÁN TÍNH TOÁN CHIỀU DÀI

Mức độ Vận dụng cao

Câu 172. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 6$ cm; $BB' = BC = 2$ cm. Điểm E là trung điểm cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng $C'E$. Hai đỉnh P, Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại F , khoảng cách DF bằng

(A) 1 cm.

(B) 2 cm.

(C) 3 cm.

(D) 6 cm.

2 Bài 2. Hai đường thẳng vuông góc

2.1 CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Mức độ Nhận biết

Câu 173. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

(A) Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

(B) Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

(C) Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

(D) Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

2.2 GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 174. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng AC và BD của tứ diện đều $ABCD$.

- (A) 90° . (B) 30° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 175. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a = 4\sqrt{2}$ cm, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC = 2$ cm. Gọi M, N là trung điểm của AB và BC . Góc giữa hai đường thẳng SN và CM là

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 45° . (D) $y = -2x + m$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 176. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- (A) 45° . (B) 60° . (C) 30° . (D) 90° .

Câu 177. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 45° . Gọi I là trung điểm của cạnh CD . Tính góc giữa BI và SD (số đo góc được làm tròn đến hàng đơn vị).

- (A) 48° . (B) 51° . (C) 42° . (D) 39° .

2.3 HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Mức độ Thông hiểu

Câu 178. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và SB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- (A) $CH \perp SB$. (B) $CH \perp AK$. (C) $AK \perp BC$. (D) $HK \perp HC$.

3 Bài 3. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 179. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông C . Gọi H hình chiếu của A lên (ABC) . Xác định vị trí của H .

- (A) H là trung điểm của AB . (B) H là trọng tâm tam giác ABC .
(C) H là trực tâm tam giác ABC . (D) H là trung điểm cạnh AC .

3.2 QH.VG TRONG HÌNH CHÓP L1 (ĐÁY TAM GIÁC, VUÔNG CẠNH BÊN)

Mức độ Thông hiểu

Câu 180. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B , AH là đường cao của tam giác SAB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $AH \perp BC$. (B) $AH \perp AC$. (C) $AH \perp SC$. (D) $SA \perp BC$.

3.3 GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Mức độ Vận dụng thấp

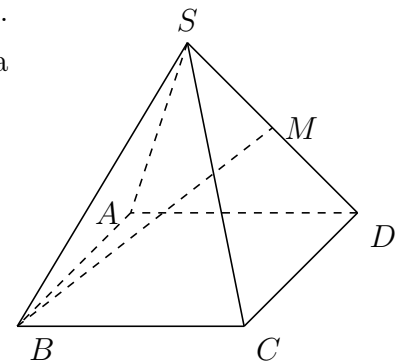
Câu 181. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$.

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 45° . (D) 75° .

Câu 182.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
(C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.



4 Bài 4. Hai mặt phẳng vuông góc

4.1 CÂU HỎI LÝ THUYẾT VỀ HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC

Mức độ Thông hiểu

Câu 183. Cho a, b, c là các đường thẳng. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) Nếu $a \perp b$ và mặt phẳng (α) chứa a , mặt phẳng β chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
(B) Cho $a \perp b, a \subset (\alpha)$. Mọi mặt phẳng (β) chứa b và vuông góc a thì $(\beta) \perp (\alpha)$.
(C) Cho $a \perp b$. Mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a .
(D) Cho $a \parallel b$. Mọi mặt phẳng (α) chứa c , trong đó $c \perp a, c \perp b$ thì đều vuông góc với mặt phẳng (a, b) .

4.2 GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 184. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là hình vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng

- (A) 30° . (B) 90° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 185. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $SO \perp (ABCD)$, $AB = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD)

- (A) 30° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

Câu 186. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $AS = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- (A) 30° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 187. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Trên hai tia Bx , Dy vuông góc và nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$ lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho $BE = \frac{a}{2}$, $DF = a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AEF) và (CEF) .

- (A) $\varphi = 30^\circ$. (B) $\varphi = 90^\circ$. (C) $\varphi = 60^\circ$. (D) $\varphi = 45^\circ$.

Câu 188. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

- (A) 60° . (B) 90° . (C) 30° . (D) 45° .

Mức độ Vận dụng cao

Câu 189. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2$, $AD = 3$, $AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của góc α .

- (A) $45,2^\circ$. (B) $38,1^\circ$. (C) $53,4^\circ$. (D) $61,6^\circ$.

4.3 CÁC TÍNH TOÁN ĐỘ DÀI HÌNH HỌC

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 190. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tính giá trị của x sao cho hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

- (A) $\frac{a}{2}$. (B) $\frac{a}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

5 Bài 5. Khoảng cách

5.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 191. Cho tứ diện đều $ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng a . Cạnh của tứ diện có độ dài bằng?

- (A) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. (C) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

5.2 TỪ CHÂN H CỦA ĐƯỜNG CAO ĐẾN MP CẮT ĐƯỜNG CAO

Mức độ Thông hiểu

Câu 192. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $SB = 3a$, $AB = 4a$, $BC = 2a$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .

- (A) $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$. (B) $\frac{4a}{5}$. (C) $\frac{12\sqrt{29}a}{29}$. (D) $\frac{3\sqrt{14}a}{14}$.

5.3 TỪ ĐIỂM M (KHÁC H) ĐẾN MP CẮT ĐƯỜNG CAO

Mức độ Thông hiểu

Câu 193. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA , SB , SC đôi một vuông góc và $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến (ABC) .

- (A) $\frac{11a}{6}$. (B) $\frac{a\sqrt{66}}{6}$. (C) $\frac{6a}{11}$. (D) $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 194. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

- (A) $\frac{12a}{7}$. (B) $\frac{3a}{7}$. (C) $\frac{4a}{7}$. (D) $\frac{6a}{7}$.

Câu 195. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác (ABC) . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- (A) $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. (B) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. (C) $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. (D) $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

5.4 TỪ 1 ĐIỂM ĐẾN MP SONG SONG (HOẶC CHỨA) ĐƯỜNG CAO

Mức độ Thông hiểu

Câu 196. Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a, AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) nằm trên đường thẳng BC . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- ☐ A $\frac{2a}{3}$.
 ☐ B $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
 ☐ C $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 ☐ D a .

5.5 GIỮA HAI ĐỐI TƯỢNG SONG SONG

Mức độ Thông hiểu

Câu 197. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a, AB = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$.

- ☐ A $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
 ☐ B $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 ☐ C $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.
 ☐ D $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 198. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông có chiều cao $AB = a$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm AB, CD . Tính khoảng cách giữa đường thẳng IJ và mặt phẳng (SAD)

- ☐ A $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
 ☐ B $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 ☐ C $\frac{a}{3}$.
 ☐ D $\frac{a}{2}$.

5.6 HAI ĐƯỜNG CHÉO NHAU (VỀ ĐOẠN V.GÓC CHUNG)

Mức độ Thông hiểu

Câu 199. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

- ☐ A $a\sqrt{2}$.
 ☐ B $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 ☐ C $\frac{a}{2}$.
 ☐ D a .

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 200. Đường thẳng AM tạo với mặt phẳng chứa tam giác đều ABC một góc 60° . Biết rằng cạnh của tam giác đều ABC bằng a và $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC .

- ☐ A $\frac{3a}{4}$.
 ☐ B $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 ☐ C a .
 ☐ D $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 201. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD .

- ☐ A $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.
 ☐ B $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
 ☐ C $\frac{a}{2}$.
 ☐ D $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 202. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\frac{3a}{2}$.

(C) $\frac{a}{2}$.

(D) $\frac{3a}{4}$.

5.7 HAI ĐƯỜNG CHÉO NHAU (MẶT PHẪNG)

Mức độ Thông hiểu

Câu 203. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

(A) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa đường thẳng này và mặt phẳng song song với nó đồng thời chứa đường thẳng kia.

(B) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

(C) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

(D) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Câu 204.

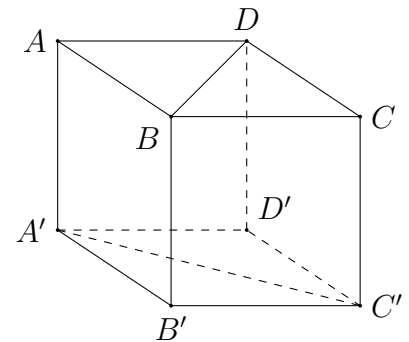
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) $\sqrt{3}a$.

(B) a .

(C) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

(D) $\sqrt{2}a$.



Mức độ Vận dụng thấp

Câu 205. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

(A) a .

(B) $2a$.

(C) $S = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

(D) $a\sqrt{2}$.

Câu 206. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

(B) $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

(C) $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

(D) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 207. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$.

(A) $2a$.

(B) $a\sqrt{3}$.

(C) a .

(D) $a\sqrt{2}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 208. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và BC . Biết góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là

Ⓐ $a\sqrt{\frac{15}{62}}$.

Ⓑ $a\sqrt{\frac{30}{31}}$.

Ⓒ $a\sqrt{\frac{15}{68}}$.

Ⓓ $a\sqrt{\frac{15}{17}}$.

Phần V

Giải tích 12

Chương 1: Khảo sát hàm số

1 Bài 1. Tính đơn điệu của hàm số

1.1 LÝ THUYẾT VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Mức độ Nhận biết

Câu 209. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- (A) Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số nghịch biến trên $(a; b)$.
- (B) Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a; b)$.
- (C) Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
- (D) Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

1.2 NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Mức độ Nhận biết

Câu 210. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-2; 0)$.
- (B) $(-\infty; -2)$.
- (C) $(0; 2)$.
- (D) $(0; +\infty)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 211.

Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

- (A) $y = x^3 - 3x + 2$.
- (B) $y = -x^3 + 3x - 1$.
- (C) $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
- (D) $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	2	-2	$+\infty$	

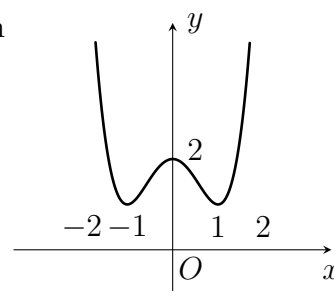
1.3 XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Mức độ Nhận biết

Câu 212.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng

- (A) $(-\infty; -1), (1; +\infty)$.
- (B) $(-\infty; -1), (-1; 0)$.
- (C) $(-1; 0), (1; +\infty)$.
- (D) $(-1; 0), (0; 1)$.



Mức độ Thông hiểu

Câu 213. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 214. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

1.4 XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (BIẾT Y, Y')**Mức độ Nhận biết**

Câu 215. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $(-\infty; 2)$.
(C) $(0; 2)$. (D) $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 216. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
(B) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 217. Cho các hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$, $y = x^4 + 2x^2 + 2$, $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 218. Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. (C) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. (D) $(-\infty; 0)$.

Câu 219. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 220. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 221. Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
(B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
(C) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 222. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
(B) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(D) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 223. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 224. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

(A) $y = \frac{x+1}{x-2}$.

(B) $y = \frac{x+1}{x}$.

(C) $y = -x^3 - x^2$.

(D) $y = -x^3 + 1$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 225. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(B) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(C) Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

(D) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 226. Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

(A) $(-\infty; -1)$.

(B) $(-\infty; +\infty)$.

(C) $(-1; 1)$.

(D) $(0; +\infty)$.

Câu 227. Trong các hàm số được cho bên dưới, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$.

(B) $y = x + \frac{1}{x+3}$.

(C) $y = x^4 + x^2 + 1$.

(D) $y = \frac{1}{x-2}$.

Câu 228. Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

(A) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

(B) $(0; +\infty)$.

(C) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(D) $(-\infty; 0)$.

Câu 229. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

(A) $y = 3x^3 + 3x - 2$.

(B) $y = 2x^3 - 5x + 1$.

(C) $y = x^4 + 3x^2$.

(D) $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 230. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(C) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 231. Cho hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ đồng biến trên tập nào trong các tập sau?

(A) $(-2; 2)$.

(B) $[-2; 2] \setminus \{0\}$.

(C) $(0; 2)$.

(D) $(-2; 0)$.

Câu 232. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 233. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; +\infty)$.

(B) $(-1; 1)$.

(C) $(-\infty; +\infty)$.

(D) $(-\infty; 0)$.

Câu 234. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

(A) $y = \frac{x+1}{x+3}$.

(B) $y = x^3 + 3x$.

(C) $y = \frac{x-1}{x-2}$.

(D) $y = -x^3 - 3x$.

Câu 235. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 236. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$ nghịch biến trên khoảng

(A) $(-\infty; -2)$.

(B) $(-\infty; -1)$.

(C) $(-2; 1)$.

(D) $(-1; 2)$.

Câu 237. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; 2)$.

(B) $(1; +\infty)$.

(C) $(\infty; -1)$.

(D) $(-1; 1)$.

Câu 238. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 239.

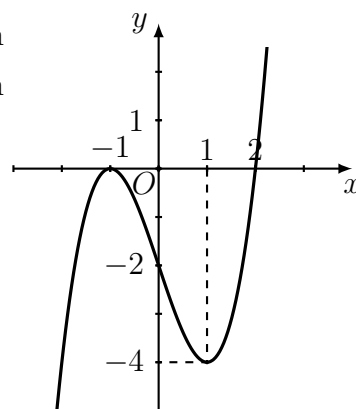
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong có hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

(B) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

(C) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

(D) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.



Câu 240. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x + 1)(5 - x)$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A) $f(1) < f(4) < f(2)$.

(B) $f(1) < f(2) < f(4)$.

(C) $f(2) < f(1) < f(4)$.

(D) $f(4) < f(2) < f(1)$.

Câu 241.

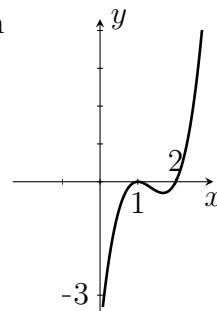
Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2; +\infty)$.

(B) $(1; 2)$.

(C) $(0; 1)$.

(D) $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.



1.5 ĐK ĐỂ HÀM SỐ-BẬC BA ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Mức độ Thông hiểu

Câu 242. Điều kiện tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m + 3)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

(A) $m \geq 3$.

(B) $-1 < m < 3$.

(C) $-1 \leq m \leq 3$.

(D) $m < 3$.

Câu 243. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2m$, với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tìm tập S .

(A) $S = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| \geq 2\}$.

(B) $S = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

(C) $S = \{-1; 0; 1\}$.

(D) $S = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| > 2\}$.

Câu 244. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 - 2mx^2 + 3x - 1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(A) $-3 \leq m < 0$.

(B) $-3 < m \leq 0$.

(C) $-3 \leq m \leq 0$.

(D) $-3 < m < 0$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 245. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m + 1)x^2 + (m - 2)x - 3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(A) $-\frac{1}{4} \leq m < 0$.

(B) $m \leq -\frac{1}{4}$.

(C) $m < 0$.

(D) $m > 0$.

Câu 246. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

(A) $m > \frac{1}{3}$.

(B) $m < -1$.

(C) $m \geq \frac{1}{3}$ hoặc $m \leq -1$.

(D) $-1 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 247. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$.

(A) $m = 9$.

(B) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$.

(C) $m > 6$.

(D) $m < 0$.

Câu 248. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx - 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$ là

(A) $(-\infty; -3)$.

(B) $(-\infty; 0]$.

(C) $(-\infty; -3]$.

(D) $(-\infty; 0)$.

Câu 249. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- (A) 7. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

Câu 250. Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m + 5)x + 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) 6. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Câu 251. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- (A) $m \leq \frac{4}{3}$. (B) $m \leq \frac{1}{3}$. (C) $m \geq \frac{1}{3}$. (D) $m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 252. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m + 1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- (A) $S = \{-1; 0\}$. (B) $S = \emptyset$. (C) $S = \{-1\}$. (D) $S = \{1; 0\}$.

Câu 253. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m - 6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

- (A) $(-\infty; 6]$. (B) $(-\infty; 3)$. (C) $(-\infty; 3]$. (D) $[3; 6]$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 254. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

1.6 ĐK ĐỂ HÀM SỐ-NHẤT BIẾN ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 255. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x - 3m + 2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

- (A) $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. (B) $m \in (1; 2)$.
(C) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (D) $m \in [1; 2]$.

1.7 ĐK ĐỂ HÀM SỐ PHÂN THỨC (KHÁC) ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Mức độ Thông hiểu

Câu 256. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m^2x + 4}{x + 1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

- (A) $m \in (-\infty; +\infty)$. (B) $m \in (-2; 2)$. (C) $m \neq 0$. (D) $m \in [-2; 2]$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 257. Cho hàm số $y = \frac{\cot^2 x - 2m \cot x + 2m^2 - 1}{\cot x - m}$, có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- (A) 2018. (B) 2020. (C) 2019. (D) 0.

1.8 ĐK ĐỂ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K **Mức độ Vận dụng thấp**

Câu 258. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m > 1$. (B) $m \leq -1$. (C) $m \geq 1$. (D) $m \geq -1$.

Câu 259. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- (A) $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. (B) $m \leq 0$.
(C) $1 \leq m < 2$. (D) $m \geq 2$.

1.9 ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ VÀO ĐẠI SỐ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 260. Tập nghiệm của bất phương trình $(x+2) \left[\sqrt{(x+2)^2 + 3} + 1 \right] + x \left(\sqrt{x^2 + 3} + 1 \right) > 0$ là

- (A) $(1; +\infty)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(-1; +\infty)$. (D) $(-1; 2)$.

2 Bài 2. Cực trị của hàm số

2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

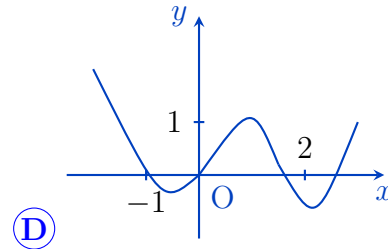
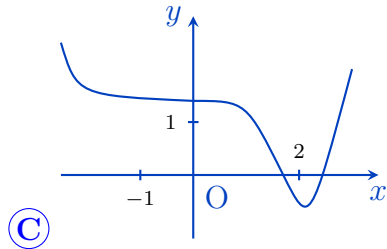
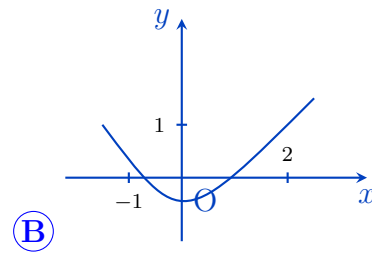
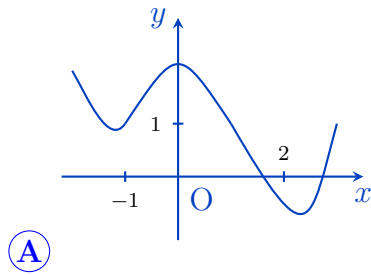
Mức độ Nhận biết

Câu 261. Khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đến trục tung bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 0.

Mức độ Thông hiểu

Câu 262. Một trong các đồ thị hàm số dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0) = 0$, $g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



Câu 263. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7), B(2; -8)$.

Tính $y(-1)$.

- (A) $y(-1) = 7$. (B) $y(-1) = 11$. (C) $y(-1) = -11$. (D) $y(-1) = -35$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 264. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và có đúng 3 điểm cực trị là $-2, -1$ và 0 . Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị.

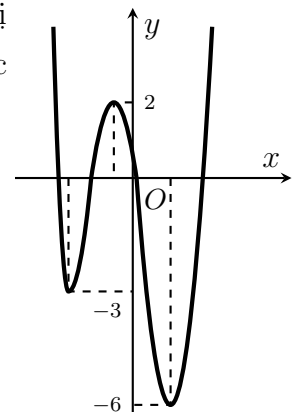
- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 265.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x - 1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- (A) 12. (B) 15. (C) 18. (D) 9.



Câu 266. Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x + 1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $m > 2$. (B) $0 < m < 1$. (C) $1 < m < 2$. (D) $m < 0$.

2.2 LÝ THUYẾT VỀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Mức độ Nhận biết

Câu 267. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) Nếu $f''(x) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.
 (B) Nếu $f''(x) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.
 (C) Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$.
 (D) Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) = 0$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 268. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ đạt cực đại tại $A(0; -3)$ và đạt cực tiểu tại $B(-1; -5)$. Khi đó, giá trị của a, b, c lần lượt là:

- (A) 2; 4; -3. (B) -3; -1; -5. (C) -2; 4; -3. (D) 2; -4; -3.

Câu 269. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.
 (B) Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
 (C) Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.
 (D) Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 270. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $ab \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Với mọi giá trị của a, b đồ thị của hàm số có 3 điểm cực trị Là 3 đỉnh của một tam giác cân.
 (B) Hàm số có 3 điểm cực trị khi $ab < 0$.
 (C) Hàm số có 3 điểm cực trị khi $ab > 0$.
 (D) Hàm số có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

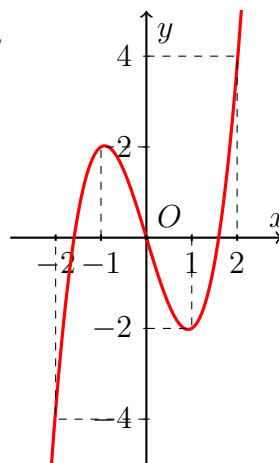
2.3 NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Mức độ Nhận biết

Câu 271.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- (A) $x = 2$. (B) $x = -1$.
 (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.



Câu 272. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						
			1		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- ☐ A $x = 1$.
 ☐ B $x = 0$.
 ☐ C $x = 5$.
 ☐ D $x = 2$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 273. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$						
			2		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
 ☐ B Hàm số không có điểm cực đại.
 ☐ C Hàm số có hai điểm cực trị.
 ☐ D Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

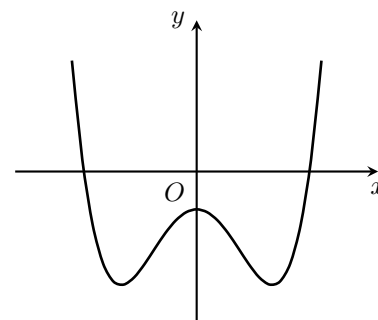
2.4 ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 274.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.
 ☐ B Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.
 ☐ C Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.
 ☐ D Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.



Mức độ Vận dụng thấp

Câu 275. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

2.5 ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT Y, Y')

Mức độ Nhận biết

Câu 276. Hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 277. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị?

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Câu 278. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Mức độ Thông hiểu

Câu 279. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 280. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

- (A) $y_{CT} = 4$. (B) $y_{CT} = -3$. (C) $y_{CT} = 3$. (D) $y_{CT} = -4$.

Câu 281. Số điểm cực trị của hàm số $y = (x - 1)^{2017}$ là

- (A) 0. (B) 2017. (C) 1. (D) 2016.

Câu 282. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

- (A) $y = \frac{2x-1}{x+1}$. (B) $y = x^4$. (C) $y = -x^3 + x$. (D) $y = |x|$.

Câu 283. Số cực trị của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 5$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 284. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 3x)(x^2 - 9)(x^2 + 4x + 3)$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 285. Số điểm cực trị của hàm số $y = \tan x - x - \frac{x^3}{3}$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- (A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

2.6 TÌM CỰC TRỊ, ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Mức độ Nhận biết

Câu 286. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- ☐ (A) Hàm số có ba điểm cực trị.
 ☐ (B) Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
 ☐ (C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
 ☐ (D) Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 287. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		0	$+\infty$
	$-\infty$					

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

- ☐ (A) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.
 ☐ (B) $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.
 ☐ (C) $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.
 ☐ (D) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 288. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		$-\infty$	3	1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại giá trị nào của x ?

- ☐ (A) 2.
 ☐ (B) 1.
 ☐ (C) 0.
 ☐ (D) 3.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 289. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2a$ và tam giác ABC có góc A bằng 120° và $BC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a .

- (A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

2.7 TÌM CỰC TRỊ, ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT Y, Y')

Mức độ Nhận biết

Câu 290. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5$. Các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- (A) Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.
 (B) Hàm số nghịch biến trên $(3; +\infty)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y = -5$.

Câu 291. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- (A) Hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $-\sqrt{2}$ và $x = \sqrt{2}$.
 (B) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
 (C) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $y = -2$.
 (D) Hàm số đạt cực đại tại hai điểm $(-\sqrt{2}; -2)$ và $(\sqrt{2}; -2)$.

Câu 292. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ đạt cực tiểu tại điểm

- (A) $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$. (B) $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$. (C) $x = 0$. (D) $x = \frac{-9 - 5\sqrt{3}}{9}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 293. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- (A) $y_{CD} = 4$. (B) $y_{CD} = 1$. (C) $y_{CD} = 0$. (D) $y_{CD} = -1$.

Câu 294. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Cực tiểu của hàm số bằng -3 . (B) Cực tiểu của hàm số bằng 1 .
 (C) Cực tiểu của hàm số bằng -6 . (D) Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Câu 295. Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

- (A) 2 . (B) 6 . (C) 4 . (D) 8 .

Câu 296. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

- (A) -25 . (B) -24 . (C) 7 . (D) -30 .

Câu 297. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$.

- (A) $x = -1$. (B) $\left(-1; \frac{20}{3}\right)$. (C) $x = 3$. (D) $(3; -4)$.

Câu 298. Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 15$ đạt cực đại tại điểm

- (A) $y_0 = -29$. (B) $x_0 = -3$. (C) $x_0 = 2$. (D) $y_0 = 96$.

Câu 299. Giá trị cực đại của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$ là

- (A) $y_{CD} = 0$. (B) $y_{CD} = \frac{5}{3}$. (C) $y_{CD} = \frac{1}{3}$. (D) $y_{CD} = 1$.

Câu 300. Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 5x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

- (A) $M\left(-\frac{1}{3}; \frac{74}{27}\right)$. (B) $N\left(-\frac{2}{3}; \frac{148}{27}\right)$. (C) $P\left(\frac{8}{3}; \frac{256}{27}\right)$. (D) $Q\left(\frac{4}{3}; \frac{128}{27}\right)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 301. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Tính diện tích S của tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

- (A) $S = 3$. (B) $S = \frac{1}{2}$. (C) $S = 1$. (D) $S = 2$.

2.8 ĐK ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

Mức độ Thông hiểu

Câu 302. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

- (A) $m < 2$. (B) $m \leq 2$. (C) $m > 2$. (D) $m < -4$.

Câu 303. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - x^2 - mx + m^2 - 1$ có hai điểm cực trị.

- (A) $m \geq -\frac{1}{3}$. (B) $m \leq -\frac{1}{3}$. (C) $m > -\frac{1}{3}$. (D) $m < -\frac{1}{3}$.

Câu 304. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 6mx + 1$ có hai cực trị là

- (A) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$. (C) $0 < m < 2$. (D) $0 < m < 8$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 305. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại.

- (A) $1 \leq m \leq 3$. (B) $m \leq 1$. (C) $m \geq 1$. (D) $1 < m \leq 3$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 306. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị?

- (A) 7. (B) 0. (C) 6. (D) 5.

2.9 ĐK ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ TẠI x_0 (CỤ THỂ)

Mức độ Thông hiểu

Câu 307. Tìm m để hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

- (A) $m < -1$. (B) $m > 0$. (C) $m \geq 0$. (D) $-1 \leq m < 0$.

Câu 308. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + (3m - 2)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = -2$. (C) $m = 1$. (D) $m = 2$.

Câu 309. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 5$. (D) $m = -7$.

Câu 310. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ với m là tham số. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số đạt cực đại tại $x = 2$?

- (A) $m = -3$. (B) $m = 3$. (C) $m = -1$. (D) $m = 0$.

2.10 ĐK ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, KÈM GIẢ THIẾT (THEO X)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 311. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m + 1)x^2 + (m + 3)x + m - 4$. Điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là

- (A) $m > 4$. (B) $-3 < m < -1$. (C) $m > 0$. (D) $m > 1$.

Câu 312. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $m_0 \in (-1; 7)$. (B) $m_0 \in (7; 10)$. (C) $m_0 \in (-15; -7)$. (D) $m_0 \in (-7; -1)$.

2.11 ĐK ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, KÈM GIẢ THIẾT (THEO Y)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 313. Biết $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- (A) $y(-2) = 2$. (B) $y(-2) = 22$. (C) $y(-2) = 6$. (D) $y(-2) = -18$.

2.12 ĐƯỜNG THẲNG NỐI 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (ĐỒ THỊ HÀM BẬC BA)

Mức độ Thông hiểu

Câu 314. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

- (A) $M(1; -10)$. (B) $N(-10; 1)$. (C) $P(1; 0)$. (D) $Q(0; -1)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 315. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C) : (x - m)^2 + (y - m - 1)^2 = 5$. Tính tổng $m_1 + m_2$.

- (A) $m_1 + m_2 = 0$. (B) $m_1 + m_2 = 6$. (C) $m_1 + m_2 = 10$. (D) $m_1 + m_2 = -6$.

Câu 316. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- (A) 0. (B) 6. (C) -6. (D) 3.

Câu 317. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

- (A) $P(1; 0)$. (B) $M(0; -1)$. (C) $N(1; -10)$. (D) $Q(-1; 10)$.

2.13 ĐK HÌNH HỌC VỀ 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (HÀM BẬC BA)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 318. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A, B và $M(0; 3)$ thẳng hàng.

- (A) $m = -3$. (B) Không tồn tại m . (C) $m = -\sqrt{2}$. (D) $m = 3$.

Câu 319. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ có cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $d : x + 8y - 74 = 0$ khi m bằng bao nhiêu?

- (A) $m = 5$. (B) $m = 4$. (C) $m = 2$. (D) $m = 7$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 320. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(1 - m)x + 1 + 3m$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời điểm cực đại và cực tiểu cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác có diện tích bằng 4.

- (A) $m = 1$. (B) $m = \pm 2$. (C) $m = -1$. (D) $m = \pm 1$.

2.14 ĐK HÌNH HỌC VỀ TAM GIÁC CỰC TRỊ (HÀM TRÙNG PHƯƠNG)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 321. Gọi (C) là parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

- (A) $m = -4$. (B) $m = 6$. (C) $m = 4$. (D) $m = 3$.

Câu 322. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

- (A) $m = -\sqrt[3]{3}$. (B) $m = -1$. (C) $m = -1; m = \sqrt[3]{3}$. (D) $m = -\sqrt[3]{3}; m = 1$.

Câu 323. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- Ⓐ $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. Ⓑ $m = -1$. Ⓒ $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. Ⓓ $m = 1$.

Câu 324. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

- Ⓐ $m > 0$. Ⓑ $m = \sqrt[3]{3}$. Ⓒ $m = \pm\sqrt[3]{3}$. Ⓓ $m = 1$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 325. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành 1 tam giác đều.

- Ⓐ $m = \sqrt[3]{3}$. Ⓑ $m = -\sqrt[3]{3}$. Ⓒ $m = 1$. Ⓓ $m = -1$.

2.15 CÂU HỎI TỔNG HỢP VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ

Mức độ Thông hiểu

Câu 326. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^{2017}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; 2)$ và $(3; +\infty)$.
 Ⓑ Hàm số có 3 điểm cực trị.
 Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
 Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$.

Câu 327. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 4$. Chọn phương án **sai**.

- Ⓐ Hàm số không có cực trị.
 Ⓑ Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.
 Ⓒ Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
 Ⓓ Đồ thị nhận điểm $U\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ làm tâm đối xứng.

Câu 328. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ Xét các mệnh đề sau đây:

- i) Hàm số có 3 điểm cực trị.
 ii) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$.
 iii) Hàm số có một điểm cực trị.
 iv) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$.

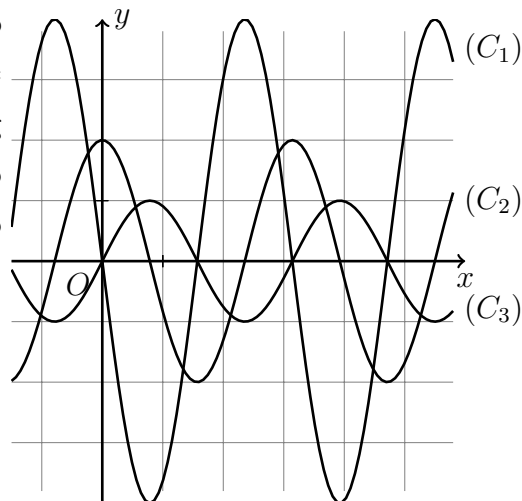
Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề trên?

- Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 329.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp một $f'(x)$ và đạo hàm cấp hai $f''(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ là một trong các đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) ở hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ lần lượt theo thứ tự nào dưới đây?



- ☐ (A) $(C_2), (C_1), (C_3)$. ☐ (B) $(C_1), (C_2), (C_3)$.
☐ (C) $(C_3), (C_2), (C_1)$. ☐ (D) $(C_3), (C_1), (C_2)$.

Câu 330. Giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + ab + c$.

- ☐ (A) $-\frac{16}{25}$. ☐ (B) -9 . ☐ (C) $-\frac{25}{9}$. ☐ (D) 1 .

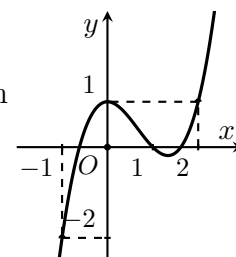
Mức độ Vận dụng cao

Câu 331.

Cho hàm số $y = f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau?

- ☐ (A) $x = -1$. ☐ (B) $x = 1$. ☐ (C) $x = 0$. ☐ (D) $x = 2$.



3 Bài 3. GTLN, GTNN của hàm số

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 332. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ là

- ☐ (A) 1 . ☐ (B) -1 . ☐ (C) $-\sqrt{2}$. ☐ (D) $\sqrt{2}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 333. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) , tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc đạt giá trị lớn nhất khi

- ☐ (A) $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$. ☐ (B) $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
☐ (C) Hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$. ☐ (D) Tiếp điểm đi qua điểm uốn.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 334. Cho đồ thị $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.

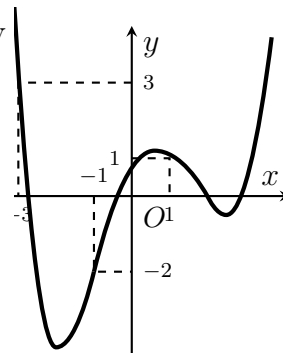
Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ A $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$.

☐ B $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$.

☐ C $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$.

☐ D $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.



3.2 MAX-MIN BIẾT ĐỒ THỊ, BBT

Mức độ Nhận biết

Câu 335.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ A $y_{CD} = 5$.

☐ B $y_{CT} = 0$.

☐ C $\min_{\mathbb{R}} y = 4$.

☐ D $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

3.3 MAX-MIN CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC TRÊN ĐOẠN $[A, B]$

Mức độ Nhận biết

Câu 336. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên $[-1; 2]$ là

☐ A 4.

☐ B 0.

☐ C -2.

☐ D 2.

Câu 337. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$.

☐ A $M = -3$.

☐ B $M = 1$.

☐ C $M = -1$.

☐ D $M = -3$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 338. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 15$ trên $[-3; 2]$.

☐ A $\max_{[-3;2]} = 54$.

☐ B $\max_{[-3;2]} = 7$.

☐ C $\max_{[-3;2]} = 48$.

☐ D $\max_{[-3;2]} = 16$.

Câu 339. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Tính $T = M + 2m$.

☐ A $T = -41$.

☐ B $T = -44$.

☐ C $T = -43$.

☐ D $T = -42$.

Câu 340. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

☐ A $m = 11$.

☐ B $m = 0$.

☐ C $m = -2$.

☐ D $m = 3$.

Câu 341. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$.

☐ A $M = 9$.

☐ B $M = 8\sqrt{3}$.

☐ C $M = 1$.

☐ D $M = 6$.

Câu 342. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[1; 3]$.

☐ A -3.

☐ B 0.

☐ C 2.

☐ D 3.

Câu 343. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- (A) 50. (B) 5. (C) 1. (D) 122.

3.4 MAX-MIN CỦA HÀM PHÂN THỨC TRÊN ĐOẠN $[A, B]$

Mức độ Nhận biết

Câu 344. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ là

- (A) $\max_{[1;2]} y = 1$. (B) $\max_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$. (C) $\max_{[1;2]} y = -\frac{1}{2}$. (D) $\max_{[1;2]} y = -\frac{1}{3}$.

Câu 345. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ trên đoạn $[-1; 0]$.

- (A) $-\frac{1}{2}$. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 346. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = \frac{3}{16}$. (C) $m = \frac{5}{3}$. (D) $m = 3$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 347. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- (A) $\min_{[2;4]} y = 6$. (B) $\min_{[2;4]} y = -2$. (C) $\min_{[2;4]} y = -3$. (D) $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 348. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $m \leq 0$. (B) $m > 4$. (C) $0 < m \leq 2$. (D) $2 < m \leq 4$.

3.5 MAX-MIN CỦA HÀM PHÂN THỨC TRÊN K

Mức độ Thông hiểu

Câu 349. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$.

- (A) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. (B) $-\frac{1}{4}$. (C) 0. (D) $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 350. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- (A) $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. (B) $\min_{(0;+\infty)} y = 7$. (C) $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$. (D) $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 351. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1; 3]$ bằng

- (A) $\frac{52}{3}$. (B) 20. (C) 6. (D) $\frac{65}{3}$.

3.6 MAX-MIN CỦA HÀM SỐ VÔ TỈ TRÊN ĐOẠN $[A, B]$ **Mức độ Thông hiểu**

Câu 352. Tổng bình phương giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Câu 353. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$

- (A) $T = [0; \sqrt{2}]$. (B) $T = [3; 5]$. (C) $T = [\sqrt{2}; 2]$. (D) $T = (3; 5)$.

Câu 354. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- (A) 9. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

3.7 MAX-MIN CỦA HÀM LƯỢNG GIÁC TRÊN ĐOẠN $[A, B]$ **Mức độ Thông hiểu**

Câu 355. Trên đoạn $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, hàm số $y = \sin 2x - x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- (A) $x_0 = -\frac{\pi}{2}$. (B) $x_0 = \frac{\pi}{2}$. (C) $x_0 = \frac{\pi}{6}$. (D) $x_0 = -\frac{\pi}{6}$.

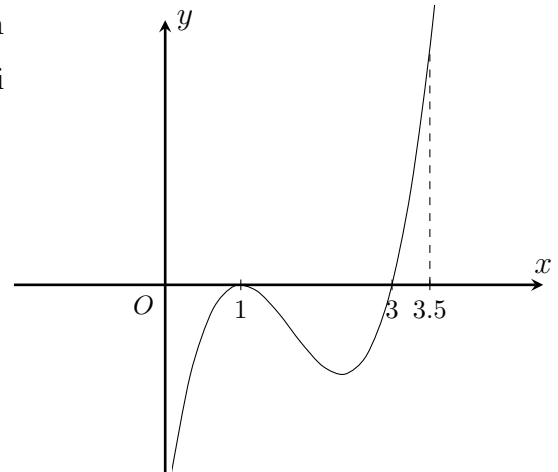
3.8 MAX-MIN CỦA HÀM SỐ KHÁC TRÊN K

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 356.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; \frac{7}{2}]$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; \frac{7}{2}]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

- (A) $x_0 = 2$. (B) $x_0 = 1$. (C) $x_0 = 0$. (D) $x_0 = 3$.



3.9 MAX-MIN HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI

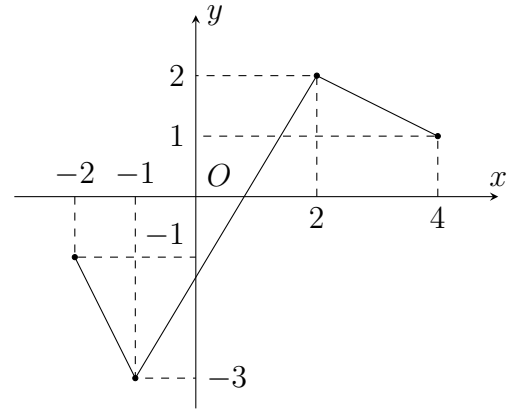
Mức độ Thông hiểu

Câu 357.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tìm

$$\max_{[-2; 4]} |f(x)|.$$

- (A) $|f(0)|$.
 (B) 2.
 (C) 3.
 (D) 1.



3.10 MAX-MIN CỦA HÀM SỐ CÓ DÙNG BDT CỔ ĐIỂN

Mức độ Vận dụng cao

Câu 358. Cho 3 số thực $x; y; z$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + 3y + 6z$.

- (A) $T = 20$. (B) $T = 7$. (C) $T = 48$. (D) $T = 49$.

3.11 BÀI TOÁN THAM SỐ VỀ MAX-MIN

Mức độ Thông hiểu

Câu 359. Biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2. Khi đó giá trị của m là

- (A) $m = 0$. (B) $m = 2$. (C) $m = 4$. (D) $m = 6$.

Câu 360. Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 1]$ bằng 1 là

- (A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 7.

Câu 361. Hàm số $y = \frac{mx - 1}{x + m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0; 1]$ bằng 2 khi

- (A) $m = -\frac{1}{2}$. (B) $m = -3$. (C) $m = \frac{1}{2}$. (D) $m = 1$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 362. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx + 1}{x - m}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1; 2]$ bằng 3. Khi đó giá trị m bằng

- (A) $-\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $m = 1$. (D) $m = 2$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 363. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{5}{6}$.

(A) $\begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{2}{5} \end{cases}$

(B) $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{5} \end{cases}$

(C) $\begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{3}{5} \end{cases}$

(D) $m = 3$.

3.12 MAX-MIN CỦA BIỂU THỨC NHIỀU BIẾN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 364. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m ($m < 10$) để với mọi bộ ba số phân biệt $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác?

(A) 4.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 365. Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$. Khi biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$ đạt giá trị lớn nhất thì tổng $a + b + c$ là

(A) 3.

(B) $3 \cdot 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$.

(C) 4.

(D) 6.

3.13 ỨNG DỤNG MAX-MIN GIẢI TOÁN THAM SỐ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 366. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $6 \sin x - \cos 2x + 2m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

(A) $-3 \leq m \leq 1$.

(B) $-1 < m < 3$.

(C) $-3 < m < 1$.

(D) $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 367. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $m < -1$.

(B) $3 < m \leq 4$.

(C) $m > 4$.

(D) $1 \leq m < 3$.

3.14 BÀI TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN VỀ MAX-MIN

Mức độ Thông hiểu

Câu 368. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

(A) $x = 8$.

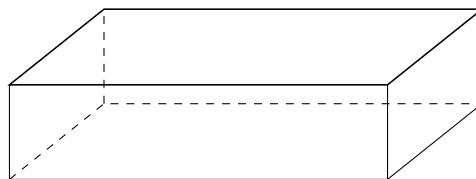
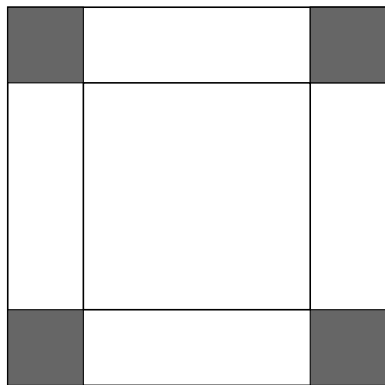
(B) $x = 10$.

(C) $x = 15$.

(D) $x = 7$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 369. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- (A) $x = 6$. (B) $x = 3$. (C) $x = 2$. (D) $x = 4$.

Câu 370. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt qua một quãng đường là 200 km. Vận tốc của dòng nước là 8 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số, E được tính bằng jun. Tính vận tốc bơi của cá khi nước yên lặng để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

- (A) 9 km/h. (B) 4 km/h. (C) 12 km/h. (D) 6 km/h.

Câu 371. Trong hội trại kỉ niệm ngày thành lập Đoàn thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh 26/3, ban tổ chức phát cho mỗi lớp một đoạn dây dài 18 m không co giãn để khoanh trên một khoảng đất trống một hình chữ nhật có các cạnh là các đoạn của sợi dây đó. Phần đất để dựng trại chính là hình chữ nhật được tạo thành. Hỏi diện tích lớn nhất có thể của phần đất dựng trại là bao nhiêu mét vuông?

- (A) 20,25 m². (B) 9 m². (C) 20,25 m². (D) 81 m².

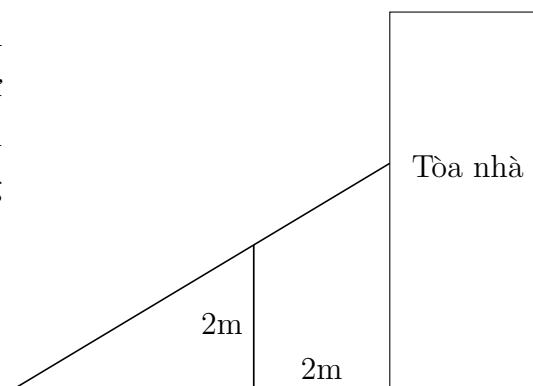
Câu 372. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì quãng đường vật đi được là bao nhiêu?

- (A) 16 (m). (B) 20 (m). (C) 12 (m). (D) 24 (m).

Câu 373.

Một bức tường cao 2 m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2 m. Người ta muốn chế tạo một cái thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang là bao nhiêu mét?

- (A) $\frac{5\sqrt{13}}{3}$ m. (B) $4\sqrt{2}$ m.
(C) 6 m. (D) $3\sqrt{5}$ m.



Mức độ Vận dụng cao

Câu 374. Xét tam giác ABC cân tại A , ngoại tiếp đường tròn bán kính $r = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của diện tích tam giác ABC ?

- (A) $S_{\min} = 2\pi$. (B) $S_{\min} = 3\sqrt{3}$. (C) $S_{\min} = 3\sqrt{2}$. (D) $S_{\min} = 4$.

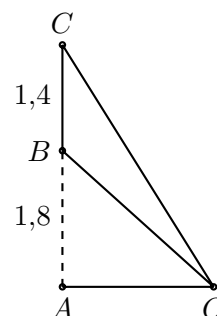
Câu 375. Ông Tâm muốn mua một bể cá hình hộp chữ nhật không nắp, được làm bằng kính cường lực có thể tích là $1m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Biết giá mỗi mét vuông kính cường lực là 500.000 đồng. Hỏi ông Tâm phải đặt mua bể cá dạng hình hộp chữ nhật có kích thước như thế nào để trả ít tiền nhất và số tiền ông Tâm phải trả là bao nhiêu nghìn đồng?

- (A) 3.780.000 đồng. (B) 1.260.000 đồng. (C) 2.625.000 đồng. (D) 3.800.000 đồng.

Bài toán thực tế

Câu 376.

Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 m được đặt ở độ cao 1,8 m so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh bao nhiêu sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định khoảng cách đó.



- (A) 2,4 m. (B) 2,42 m. (C) 2,46 m. (D) 2,21 m.

Câu 377. Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1.5m được đặt trên cao 2m so với tầm mắt (tính từ mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó (góc $\widehat{BAC}$ gọi là góc nhìn).

- (A) $\sqrt{5}m$. (B) 2m. (C) $\sqrt{7}m$. (D) 3m.

Câu 378. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi $C(x) = 0.0001x^2 - 0.2x + 10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỷ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ là thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

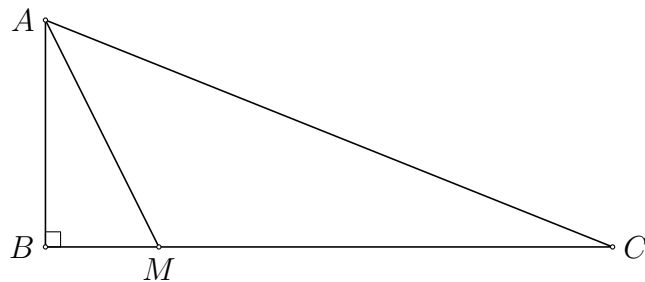
- (A) 20.000 đ. (B) 15.000 đ. (C) 10.000 đ. (D) 22.000 đ.

Câu 379. Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng, nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, Ông ta xác định rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để nhập là lớn nhất?

- (A) 21 USD/người. (B) 18 USD/người. (C) 14 USD/người. (D) 16 USD/người.

Câu 380.

Nhà của ba bạn A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B (như hình vẽ), $AB = 10$ km; $BC = 25$ km và ba bạn tổ chức họp mặt tại nhà bạn C . Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC .



Giả sử luôn có xe buýt đi thẳng từ A đến M . Từ nhà bạn A đi xe buýt thẳng đến điểm hẹn M với vận tốc 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C theo đoạn đường MC bằng xe máy với vận tốc 50 km/h. Hỏi $5MB + 3MC$ bằng bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?

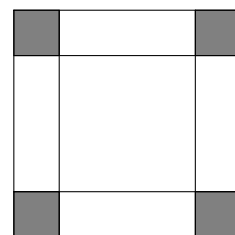
- (A) 95 km. (B) 90 km. (C) 85 km. (D) 100 km.

Câu 381. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- (A) 216 (m/s). (B) 30 (m/s). (C) 400 (m/s). (D) 54 (m/s).

Câu 382.

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm) rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ bên để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- (A) $x = 2$. (B) $x = 4$. (C) $x = 6$. (D) $x = 3$.

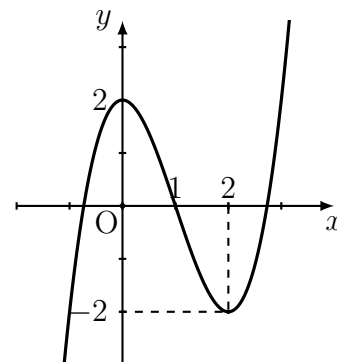
3.15 CÂU HỎI TỔNG HỢP ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ MAX-MIN

Mức độ Nhận biết

Câu 383. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
(B) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
(D) Hàm số có ba cực trị.



Mức độ Thông hiểu

Câu 384. Xét hàm số $y = \sqrt{4 - 3x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1; 1)$.
(B) Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$.

(C) Hàm số đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$.

(D) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x = -1$.

Câu 385. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

(B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

(C) Đồ thị hàm số luôn có tâm đối xứng.

(D) Hàm số luôn có cực trị.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 386. Hàm số $y = (x + m)^3 + (x + n)^3 - x^3$ (tham số m, n) đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(n^2 + m^2) - m - n$ bằng

(A) -16 .

(B) 4 .

(C) $-\frac{1}{16}$.

(D) $\frac{1}{4}$.

4 Bài 4. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

4.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 387. Trong các khẳng định sau về hàm số $y = \frac{3x + 10}{x - 9}$, khẳng định nào đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

(B) Hàm số có một điểm cực trị.

(C) Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận.

(D) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 388. Cho hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + n}$. Biết đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $y'(2) = 1$. Giá trị của $m + n$ là

(A) 2 .

(B) 0 .

(C) 1 .

(D) -3 .

4.2 LÝ THUYẾT VỀ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Mức độ Nhận biết

Câu 389. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

(B) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

(C) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

(D) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

4.3 TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN (BIẾT BBT, ĐỒ THỊ)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 390. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+		-	0	+
y	-2	3	$+\infty$	$+\infty$	

- ☐ (A) 4.
 ☐ (B) 2.
 ☐ (C) 3.
 ☐ (D) 1.

4.4 TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN (BIẾT Y)

Mức độ Nhận biết

Câu 391. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) .

- ☐ (A) $I(-2; 2)$.
 ☐ (B) $I(-2; -2)$.
 ☐ (C) $I(2; 1)$.
 ☐ (D) $I(-2; 1)$.

Câu 392. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$

- ☐ (A) $x = 1$.
 ☐ (B) $y = -1$.
 ☐ (C) $y = 2$.
 ☐ (D) $x = -1$.

Câu 393. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ là

- ☐ (A) $x = 2$.
 ☐ (B) $x = -2$.
 ☐ (C) $y = 1$.
 ☐ (D) $y = -1$.

Câu 394. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có

- ☐ (A) tiệm cận ngang $x = -2$.
 ☐ (B) tiệm cận ngang $x = 1$.
 ☐ (C) tiệm cận ngang $y = 1$.
 ☐ (D) tiệm cận đứng $x = 1$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 395. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 4x + 3} - \sqrt{4x^2 + 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- ☐ (A) 2.
 ☐ (B) 0.
 ☐ (C) 1.
 ☐ (D) 3.

Câu 396. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- ☐ (A) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.
 ☐ (B) Hàm số có cực trị.
 ☐ (C) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 3)$.
 ☐ (D) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 397. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$.

- ☐ (A) 0.
 ☐ (B) 1.
 ☐ (C) 2.
 ☐ (D) 3.

Câu 398. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có phương trình các đường tiệm cận là gì?

- (A) $y = 1$ và $x = -1$. (B) $y = 1$ và $x = 2$. (C) $y = -1$ và $x = 2$. (D) $y = 2$ và $x = 1$.

Câu 399. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 400. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- (A) $y = 5$. (B) $x = 0$. (C) $x = 1$. (D) $y = 0$.

Câu 401. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{-x+2}$ có phương trình là

- (A) $x = -2$. (B) $x = \frac{3}{2}$. (C) $x = 2$. (D) $y = -2$.

Câu 402. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- (A) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. (B) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. (C) $y = \sqrt{x^2 - 1}$. (D) $y = \frac{x}{x + 1}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 403. Cho bốn hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$; $y = 3^x$; $y = \log_3 x$; $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$. Có bao nhiêu đồ thị của các hàm số này có đường tiệm cận đứng hoặc đường tiệm cận ngang?

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 404. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$

- (A) $x = -3$ và $x = -2$. (B) $x = -3$.
(C) $x = 3$ và $x = 2$. (D) $x = 3$.

Câu 405. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{5+x} - 1}{x^2 + 4x}$.

- (A) $x = -4$. (B) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
(C) $x = 0$. (D) $x = 0, x = -4$.

Câu 406. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- (A) $y = 2$. (B) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 2}$. (C) $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$. (D) $y = x^4 + 1$.

4.5 ĐẾM SỐ TIỆM CẬN (BIẾT BBT, ĐỒ THỊ)

Mức độ Thông hiểu

Câu 407.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

- (A) 1. (B) 3.
(C) 2. (D) 4.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

Diagram description: The table shows the first derivative y' and the function y. At x = -2, y' changes from negative to positive, and y goes from -∞ to +∞. At x = 0, y' changes from positive to negative, and y goes from +∞ to 0. The region where x < -2 and y' < 0 is shaded with red diagonal lines. Arrows point from the labels +∞ and 0 in the y row to the corresponding values in the y' row.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 408. Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ ($\mathcal{C}$). Gọi m là số tiệm cận của đồ thị hàm số ($\mathcal{C}$) và n là giá trị của hàm số tại $x = 1$ thì tích $m \times n$ là

(A) $\frac{6}{5}$. (B) $\frac{14}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{2}{15}$.

4.6 ĐẾM SỐ TIỆM CẬN (BIẾT Y)**Mức độ Nhận biết**

Câu 409. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{-x + 2}$ là

(A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Mức độ Thông hiểu

Câu 410. Cho hàm số $y = \frac{2x - 6}{x^2 - 4x + 3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 0$.
 (B) Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$.
 (C) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x = 1$, $x = 3$ và không có tiệm cận ngang.
 (D) Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x = -1$, $x = -3$ và $y = 0$.

Câu 411. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 412. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x^2 - 5x + 2}$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 413. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1}$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 414. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

(A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 415. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm

(A) $Q(3; 1)$. (B) $M(1; 3)$. (C) $P(7; -1)$. (D) $N(-1; 7)$.

Câu 416. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x - 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Câu 417. Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 418. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- (A) 1 đường tiệm cận ngang và 2 đường tiệm cận đứng.
 (B) 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.
 (C) 0 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.
 (D) 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

Câu 419. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4} + x^2 - 2}{3x^2 - 10x + 3}$ là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 420. Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Câu 421. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 422. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x^3 - 4x}$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

4.7 BIỆN LUẬN SỐ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 423. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + mx - 1}}{2x + 1}$ có hai tiệm cận ngang.

- (A) Không có giá trị m nào. (B) $m = 0$.
 (C) $m < 0$. (D) $m > 0$.

Câu 424. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{\sqrt{m(x - 1)^2 + 4}}$ có hai tiệm cận đứng.

- (A) $m < 0$. (B) $m = 0$. (C) $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. (D) $m < 1$.

Câu 425. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x + 1}{\sqrt{mx^2 + 1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- (A) Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
 (B) $m < 0$.
 (C) $m = 0$.
 (D) $m > 0$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 426. Cho hàm số $y = \frac{\ln(x-1)}{x^2 - mx + 4}$. Để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận thì giá trị của m bằng?

- (A) $m = 5$. (B) $m = 4$. (C) $m = 2$. (D) $m = 7$.

4.8 TỔNG HỢP TIỆM CẬN VỚI DIỆN TÍCH, GÓC, KHOẢNG CÁCH,...

Mức độ Thông hiểu

Câu 427. Biết hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ (m là tham số thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

- (A) $m = \pm 1$. (B) $m = \pm 2$. (C) $m = 2$. (D) $m = 1$.

Câu 428. Cho hàm số $y = \frac{4mx+3m}{x-2}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2016.

- (A) $m = 1008$. (B) $m = \pm 504$. (C) $m = \pm 252$. (D) $m = \pm 1008$.

Câu 429. Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-4}$ cắt hai trục tọa độ tại các điểm A, B . Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là

- (A) $R = 4$. (B) $R = 5$. (C) $R = \frac{5}{2}$. (D) $R = 3$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 430. Cho đường cong $(\mathcal{C}) : y = \frac{2x+3}{x-1}$ và M là điểm bất kỳ trên $(\mathcal{C})$. Giả sử d_1, d_2 tương ứng là các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của $(\mathcal{C})$, khi đó $d_1 \cdot d_2$ bằng

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 431. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x - 3$, (m là tham số thực). Tìm điều kiện của m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

- (A) $-5 < m < -1$. (B) $-5 < m < -3$. (C) $-3 < m < -1$. (D) $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

4.9 CÂU HỎI TỔNG HỢP TÍNH ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ TIỆM CẬN

Mức độ Vận dụng cao

Câu 432. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- (A) 6. (B) 7. (C) 5. (D) 4.

Bài toán thực tế

Câu 433. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	2 $\searrow$ $-\infty$	$-\infty$	1 $\nearrow$ $-\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ (A) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
☐ (B) Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
☐ (C) Hàm số không có cực trị.
☐ (D) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.

5 Bài 5.1 Đọc đồ thị - biến đổi đồ thị

5.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 434. Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

- ☐ (A) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+1}$.
 ☐ (B) $y = \frac{x-1}{2x-1}$.
 ☐ (C) $y = x^3 - 2x^2 + 1$.
 ☐ (D) $y = \sqrt{x^3+1}$.

Câu 435. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

- ☐ (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
 ☐ (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
 ☐ (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 ☐ (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 436. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$ $\nearrow$ 0	0	-1 $\searrow$ $+\infty$	$+\infty$

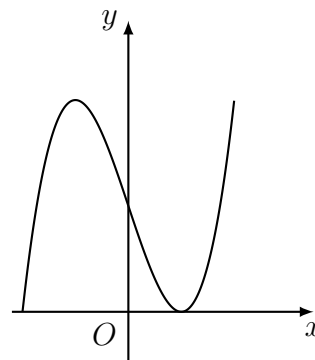
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ (A) Hàm số có đúng một cực trị.

- (B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
- (C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 437.

Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- (A) Phương trình $y' = 0$ chỉ có 1 nghiệm thực và $a < 0$.
- (B) Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt và $a > 0$.
- (C) Phương trình $y' = 0$ chỉ có 2 nghiệm thực phân biệt và $a < 0$.
- (D) Phương trình $y' = 0$ chỉ có 1 nghiệm thực và $a > 0$.

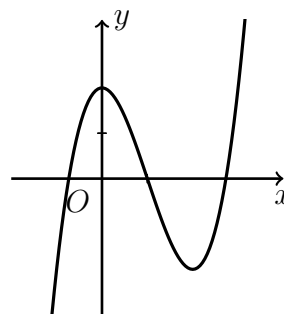
5.2 NHẬN DẠNG 3 HÀM SỐ THƯỜNG GẶP (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Mức độ Nhận biết

Câu 438.

Đường cong bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

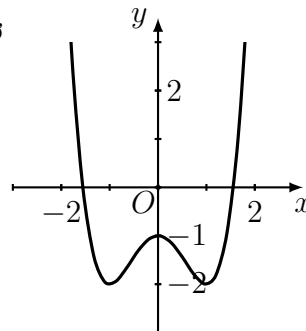
- (A) $y = x^3 + 3x^2 + 2$.
- (B) $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.
- (C) $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
- (D) $y = x^3 - 3x^2 + 2$.



Câu 439.

Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
- (B) $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
- (C) $y = x^4 + 2x^2 - 1$.
- (D) $y = -x^4 - 2x^2 - 1$.



Câu 440.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

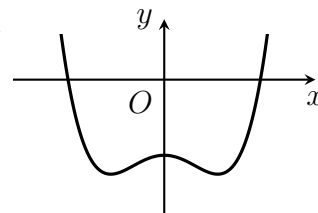
Hàm số đó là hàm số nào?

☐ A $y = -x^3 + x^2 - 1.$

☐ B $y = x^4 - x^2 - 1.$

☐ C $y = x^3 - x^2 - 1.$

☐ D $y = -x^4 + x^2 - 1.$



Câu 441.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

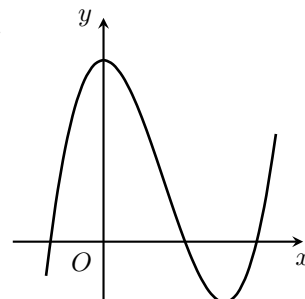
Hàm số đó là hàm số nào?

☐ A $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

☐ B $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

☐ C $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

☐ D $y = x^3 - 3x^2 + 3.$



Câu 442.

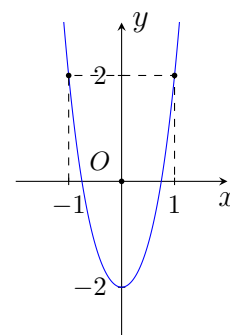
Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

☐ A $y = 2x^2 - 2.$

☐ B $y = x^4 + 3x^2 - 2.$

☐ C $y = x^4 + x^2 - 2.$

☐ D $y = x^2 - 2.$



Câu 443.

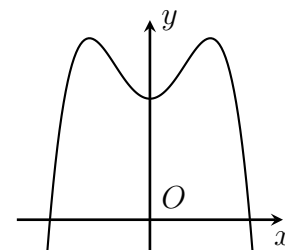
Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

☐ A $y = -x^4 + 2x^2 + 2.$

☐ B $y = x^4 - 2x^2 + 2.$

☐ C $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

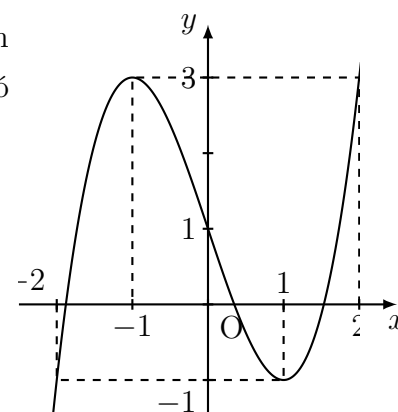
☐ D $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$



Mức độ Thông hiểu

Câu 444.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



☐ A $y = x^4 - x^2 + 1.$

☐ B $y = -x^3 + 3x + 1.$

☐ C $y = x^3 - 3x + 1.$

☐ D $y = -x^2 + x - 1.$

Câu 445.

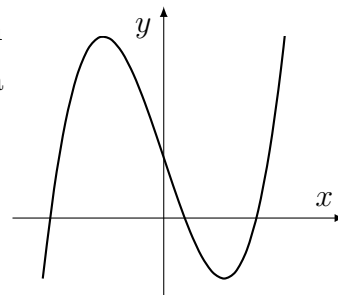
Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^2 + x - 1$.

(B) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = x^3 - 3x + 1$.

(D) $y = x^4 - x^2 + 1$.



Câu 446.

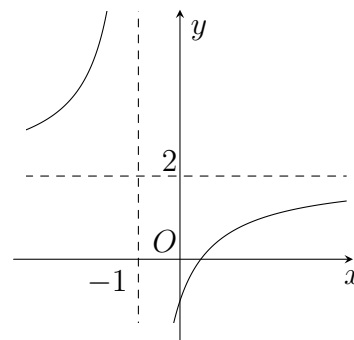
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

(A) $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

(B) $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

(C) $y = \frac{2x-2}{x-1}$.

(D) $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Câu 447.

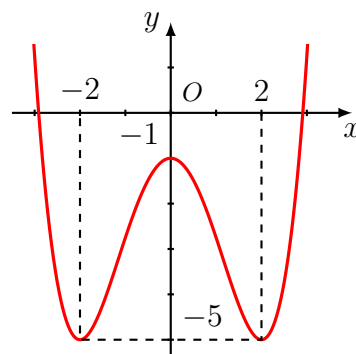
Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?

(A) $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$.

(B) $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$.

(C) $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$.

(D) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$.



Câu 448.

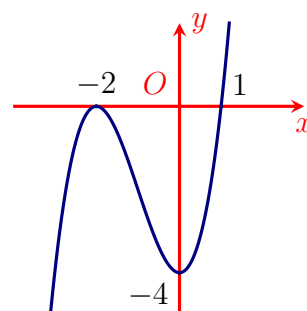
Đồ thị bên dưới là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = x^3 + 3x^2 + 4$.

(B) $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

(C) $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

(D) $y = -x^3 - 3x^2 + 4$.



Câu 449. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình sau?

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	+	
y	$-\infty$	$+\infty$

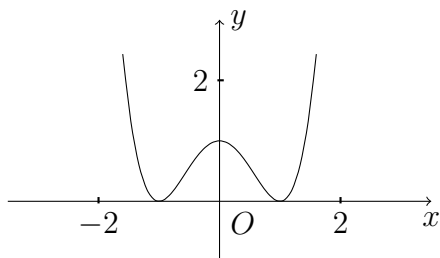
(A) $y = x^3 + x^2 - x$.

(B) $y = x^3 - x^2 - x$.

(C) $y = -x^3 - x^2 + x$.

(D) $y = x^3 - x^2 + x$.

Câu 450. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y = x^4 + 2x^2 + 1.$

(B) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

(D) $y = -x^3 + 3x + 2.$

Câu 451.

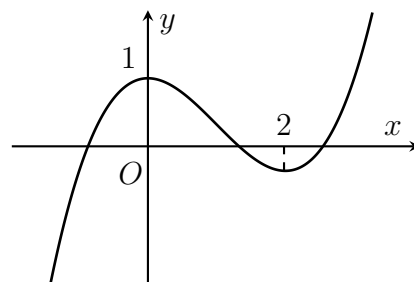
Đồ thị bên là của hàm số nào?

(A) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1.$

(B) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1.$

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$

(D) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1.$



Mức độ Vận dụng thấp

Câu 452.

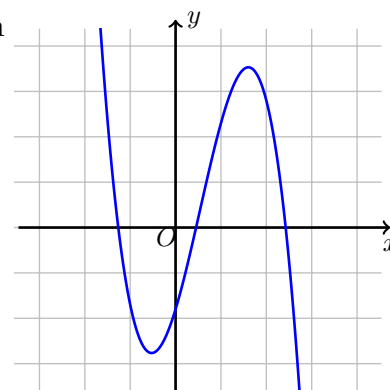
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

(B) $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$

(C) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

(D) $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$



Câu 453.

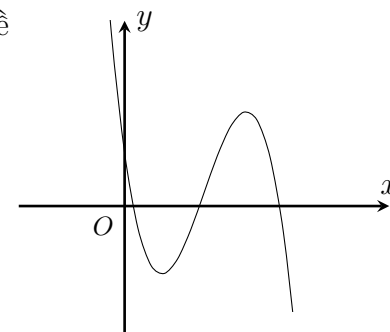
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

(B) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

(C) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

(D) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$



Câu 454.

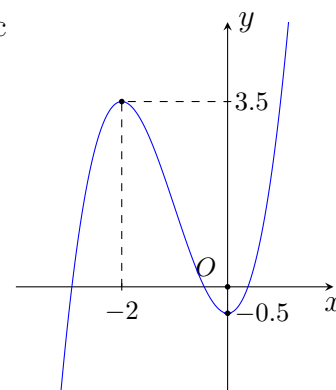
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 - 0,5$ có đồ thị như hình bên. Xác định các hệ số a và b .

☐ A $a = 1; b = 3$.

☐ B $a = -1; b = 3$.

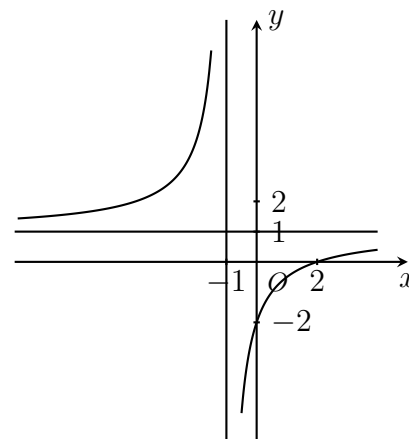
☐ C $a = 1; b = -3$.

☐ D $a = -1; b = -3$.



Câu 455.

Giá trị của a, b để hàm số $y = \frac{ax - 2}{x + b}$ có đồ thị như hình vẽ là



☐ A $a = -1$ và $b = 1$.

☐ B $a = -1$ và $b = -1$.

☐ C $a = 1$ và $b = 1$.

☐ D $a = 1$ và $b = -1$.

5.3 NHẬN DẠNG 3 ĐỒ THỊ THƯỜNG GẶP (BIẾT HÀM SỐ)

Mức độ Thông hiểu

Câu 456.

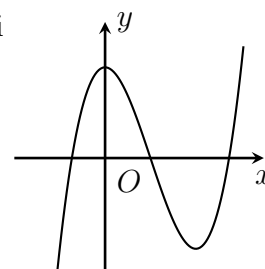
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

☐ A $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

☐ B $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

☐ C $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

☐ D $y = x^3 - 3x + 2$.



Câu 457. Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{3x}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

☐ A I thuộc góc phần tư thứ nhất.

☐ B I thuộc góc phần tư thứ hai.

☐ C I thuộc trục hoành.

☐ D I thuộc trục tung.

5.4 XÉT DẤU HỆ SỐ CỦA BIỂU THỨC (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 458.

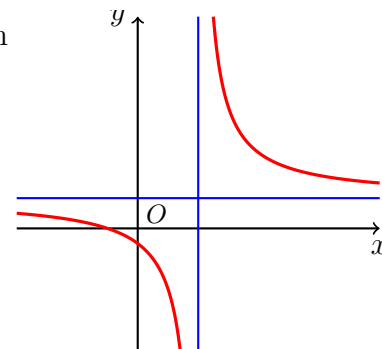
Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $b > 0, c > 0, d < 0$.

(B) $b > 0, c < 0, d < 0$.

(C) $b < 0, c > 0, d < 0$.

(D) $b < 0, c < 0, d < 0$.



Câu 459.

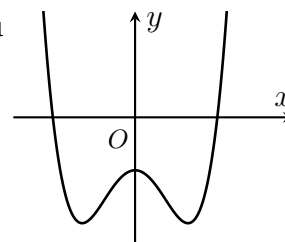
Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .

(A) $a > 0, b < 0, c > 0$.

(B) $a > 0, b > 0, c < 0$.

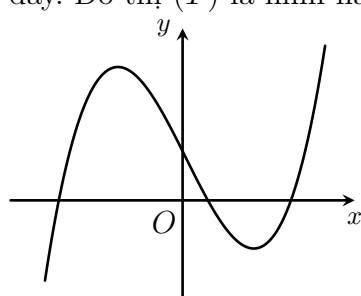
(C) $a > 0, b > 0, c > 0$.

(D) $a > 0, b < 0, c < 0$.

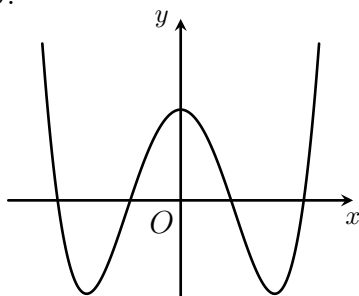


Mức độ Vận dụng thấp

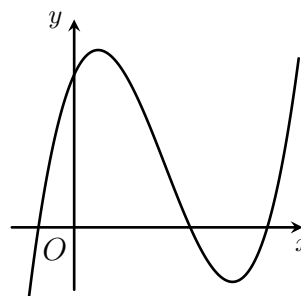
Câu 460. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ ($c < 0$) có đồ thị (T) là một trong bốn hình dưới đây. Đồ thị (T) là hình nào?



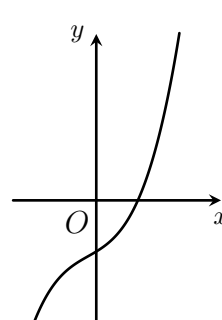
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

(A) Hình 1.

(B) Hình 4.

(C) Hình 2.

(D) Hình 3.

Câu 461.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị hình bên.

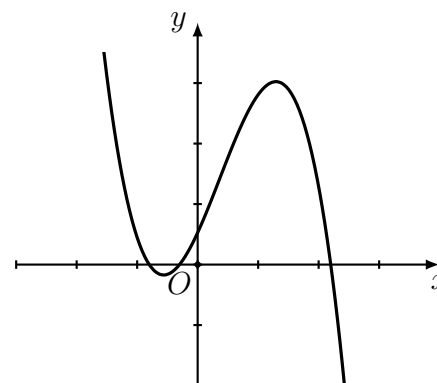
Chọn khẳng định đúng.

(A) $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$.

(B) $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

(C) $a < 0; b > 0; c < 0; d < 0$.

(D) $a > 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

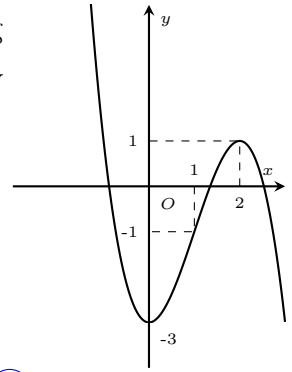


5.5 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC (BIẾT ĐỒ THỊ)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 462.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$ như hình vẽ. Tỷ số $\frac{a}{b}$ bằng



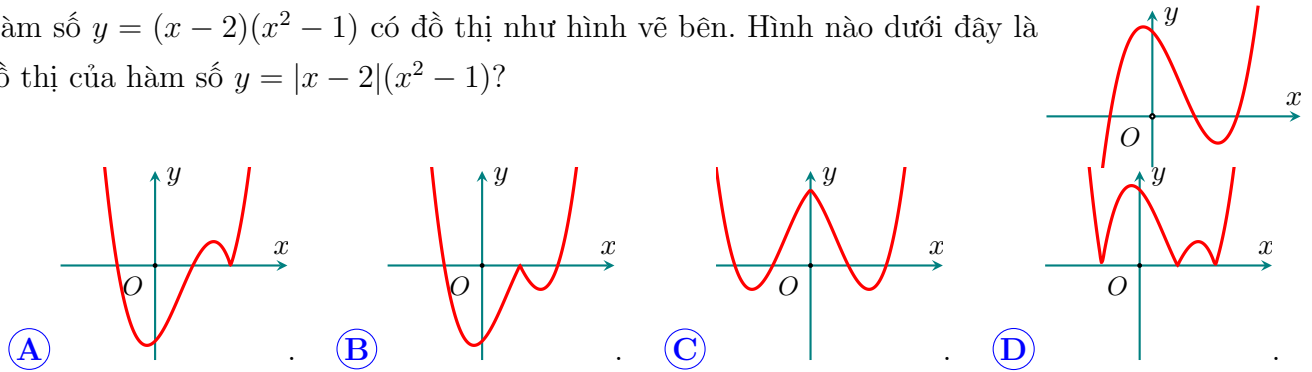
- (A) -1 . (B) 1 . (C) -3 . (D) 3 .

5.6 NHẬN DẠNG HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI (BIẾT ĐỒ THỊ)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 463.

Hàm số $y = (x - 2)(x^2 - 1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$?



5.7 NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ (BIẾT HÀM SỐ CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Mức độ Vận dụng cao

Câu 464. Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có nghiệm khi m thuộc $[a; b]$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T = (a+2)\sqrt{2} + b$ là

- (A) $T = 3\sqrt{2} + 2$. (B) $T = 6$. (C) $T = 8$. (D) $T = 0$.

5.8 BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ BẰNG PHÉP TỊNH TIẾN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 465. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ có đồ thị (C) . Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị **không** thể thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị (C) ?

- (A) $y = \sin x - \cos x$. (B) $y = |\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2}|$.
(C) $y = -\sin x - \cos x$. (D) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

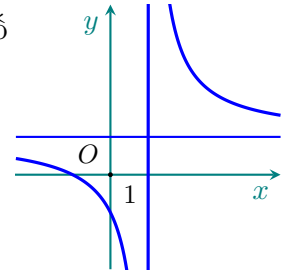
5.9 CÂU HỎI GIẢI BẰNG HÌNH DÁNG CỦA ĐỒ THỊ

Mức độ Thông hiểu

Câu 466.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 (B) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 (C) $y' > 0, \forall x \neq 1$.
 (D) $y' < 0, \forall x \neq 1$.

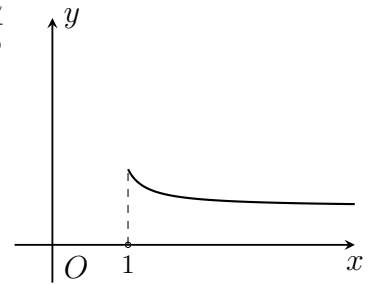


Mức độ Vận dụng thấp

Câu 467.

Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ để hàm số $y = \frac{2x - a}{4x - b}$ có đồ thị trên $(1; +\infty)$ như hình vẽ bên?

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 3.



6 Bài 5.2 Sự tương giao của hai đồ thị

6.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 468. Đồ thị của hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

- (A) $y = -x^4 - 4x^2 + 1$. (B) $y = x^4 + 5x^2 - 1$.
 (C) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. (D) $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 469. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- (A) $AB = 3$. (B) $AB = 2\sqrt{2}$. (C) $AB = 1$. (D) $AB = \sqrt{2}$.

Câu 470. Phương trình $|x^2 - 2x|(|x| - 1) = m$ (với m là tham số thực) có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 471. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB \leq 4$?

- (A) 7. (B) 6. (C) 1. (D) 2.

6.2 TÌM TỌA ĐỘ (ĐẾM) GIAO ĐIỂM

Mức độ Nhận biết

Câu 472. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- (A) 0. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 473. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Mức độ Thông hiểu

Câu 474. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 475. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 476. Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- (A) $y_0 = 4$. (B) $y_0 = 0$. (C) $y_0 = 2$. (D) $y_0 = -1$.

Câu 477. Đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 3$ có bao nhiêu điểm chung?

- (A) Có một điểm chung. (B) Có hai điểm chung.
(C) Không có điểm chung. (D) Có ba điểm chung.

Câu 478. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ với đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 479. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 + 4$ và đường thẳng $y = -4$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 480. Số điểm chung của hai đồ thị $y = x^4 + x^2$ và $y = 4x^2 + 4$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

6.3 ĐẾM SỐ NGHIỆM PT CỤ THỂ (CHO ĐỒ THỊ, BBT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 481. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-5	-3	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		+	-	+
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2 \searrow -\infty$	$-\infty \nearrow -3$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = 3m$ có ba nghiệm phân biệt.

- ☐ A $-1 < m < \frac{2}{3}$.
 ☐ B $m < -1$.
 ☐ C $m \leq -1$.
 ☐ D $m < -3$.

Câu 482. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 5$		$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

- ☐ A 1.
 ☐ B 3.
 ☐ C 2.
 ☐ D 0.

Câu 483.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- ☐ A 0.
 ☐ B 3.
 ☐ C 1.
 ☐ D 2.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow 4$		$\searrow -2$		$\nearrow +\infty$	

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 484. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	2		$+\infty$		$+\infty$
		$-\infty$		2	

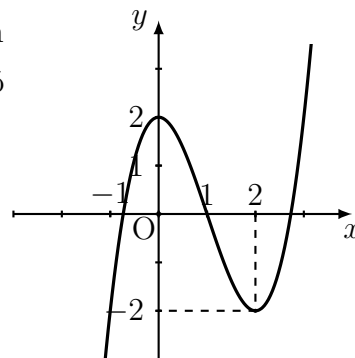
Hỏi phương trình $|f(x)| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- ☐ A 1 nghiệm.
 ☐ B 2 nghiệm.
 ☐ C 3 nghiệm.
 ☐ D 4 nghiệm.

Câu 485.

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

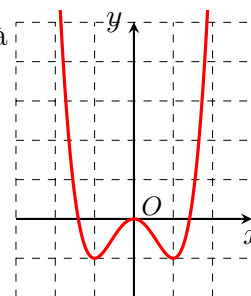
- (A) 7. (B) 9.
(C) 6. (D) 5.



Câu 486.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) Phương trình $f(x) = m$ luôn có nghiệm.
(B) Phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi $m > 0$.
(C) Phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi $-1 \leq m \leq 0$.
(D) Phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm khi $m \leq -1$.

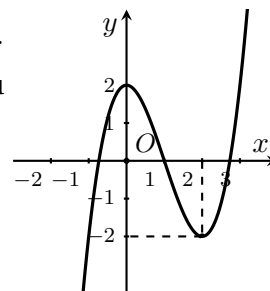


Mức độ Vận dụng cao

Câu 487.

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

- (A) 3. (B) 5. (C) 7. (D) 1.



6.4 ĐK ĐỂ $F(X) = G(M)$ CÓ N -NGHIỆM (KHÔNG CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Mức độ Thông hiểu

Câu 488. Tìm tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- (A) $T = (-1; 3) \setminus \{0; 2\}$. (B) $T = (-1; 3)$.
(C) $T = \{0; 2\}$. (D) $T = \emptyset$.

Câu 489. Giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x = 2m + 1$ có ba nghiệm phân biệt là

- (A) $-\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$. (B) $-2 < m < 2$. (C) $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$. (D) $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 490. Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có điểm cực đại là $A(-2; 2)$, điểm cực tiểu là $B(0; -2)$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = m$ có ba nghiệm phân biệt.

- (A) $m > 2$. (B) $m < -2$. (C) $-2 < m < 2$. (D) $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

Câu 491. Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$?

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 492. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m + 2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

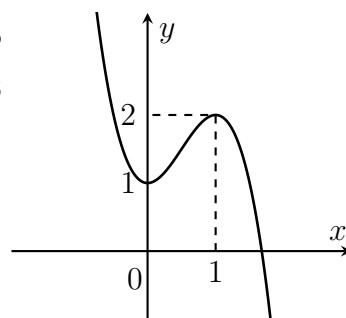
Câu 493. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2$ tại ba điểm phân biệt.

- (A) $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < 9 \end{cases}$. (B) $m < 9$. (C) $\begin{cases} m \neq 0 \\ m > -9 \end{cases}$. (D) $m > -9$.

Câu 494.

Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là hình bên. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $2x^3 - 3x^2 + m = 0$ có duy nhất một nghiệm?

- (A) $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. (B) $m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.
(C) $m \in (0; 1)$. (D) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.



Mức độ Vận dụng thấp

Câu 495. Tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{3x + m}{x - 1}$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ có điểm chung là

- (A) $(-3; +\infty)$. (B) $[-3; +\infty)$. (C) $(-\infty; -3]$. (D) $(-\infty; -3)$.

Câu 496. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

- (A) $(-4; 2)$. (B) $[-4; 2)$. (C) $(-4; 2]$. (D) $(-\infty; 2)$.

Câu 497. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$		$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	$-\infty$	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- ☐ A $(-2; 1)$.
 ☐ B $[-1; 2)$.
 ☐ C $(-1; 2)$.
 ☐ D $(-2; 1]$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 498. Tập hợp những giá trị a để phương trình: $x^4 - 4x^2 + |\log_3 a| + 3 = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

- ☐ A $(0; 3)$.
 ☐ B $[1; 3)$.
 ☐ C $\left[\frac{1}{27}; 3\right)$.
 ☐ D $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

6.5 ĐK ĐỂ $F(X) = G(M)$ CÓ N -NGHIỆM (CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 499. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$		$-$	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(|x|) = 2m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt?

- ☐ A $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.
 ☐ B $-\frac{1}{2} < m < 0$.
 ☐ C $-1 < m < -\frac{1}{2}$.
 ☐ D $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$.

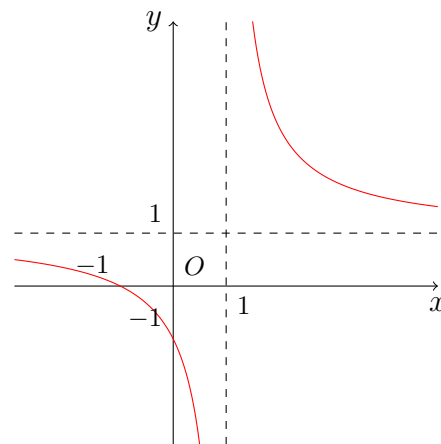
Mức độ Vận dụng cao

Câu 500.

Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $\left| \frac{|x|+1}{|x|-1} \right| = m$ có nghiệm thực.

- (A) $m \geq 1$.
 (B) $m \leq -1$.
 (C) $m \geq 0$.
 (D) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1]$.



6.6 ĐK ĐỂ BPT CÓ NGHIỆM, VN, NGHIỆM ĐÚNG TRÊN K

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 501. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định. Biết hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$		$+$ 0 $-$	
y	$+\infty$ ↘ $-\infty$		$-\infty$ ↗ 3 ↘ $-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) Bất phương trình $f(x) > 3$ vô nghiệm.
 (B) Bất phương trình $f(x) < m$ có nghiệm với mọi giá trị của m .
 (C) Bất phương trình $f(x) < 3$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.
 (D) Bất phương trình $f(x) > m$ có nghiệm duy nhất với mọi $m > 3$.

6.7 ĐK ĐỂ (C) VÀ D CẮT NHAU TẠI N-ĐIỂM

Mức độ Thông hiểu

Câu 502. Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- (A) $AB = \sqrt{34}$. (B) $AB = 8$. (C) $AB = 6$. (D) $AB = \sqrt{17}$.

Câu 503. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- ☐ A $[-1; 2]$.
 ☐ B $(-1; 2)$.
 ☐ C $(-1; 2]$.
 ☐ D $(-\infty; 2]$.

Câu 504. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

- ☐ A $0 < m < 2$.
 ☐ B $-4 \leq m \leq 0$.
 ☐ C $-4 < m < 0$.
 ☐ D $0 \leq m \leq 2$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 505. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt?

- ☐ A $m > -1$.
 ☐ B $m < -5$.
 ☐ C $-5 < m < -1$.
 ☐ D $m \in (-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$.

Câu 506. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ (C) và đường thẳng $d: y = m - x$. Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại hai điểm phân biệt?

- ☐ A $-2 < m < 2$.
 ☐ B $-2 \leq m \leq 2$.
 ☐ C $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.
 ☐ D $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

Bài toán thực tế

Câu 507. Điều kiện của tham số m để đường thẳng $y = 2m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ tại 4 điểm phân biệt là

- ☐ A $-2 < m < -\frac{3}{2}$.
 ☐ B $-3 < m < 1$.
 ☐ C $-3 < m < 0$.
 ☐ D $m > -3$.

6.8 ĐỒ THỊ HÀM B.3 CẮT D, THOẢ DK THEO Y

Mức độ Thông hiểu

Câu 508. Tổng tung độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$ là?

- ☐ A -3 .
 ☐ B 0 .
 ☐ C -1 .
 ☐ D 2 .

6.9 ĐỒ THỊ HÀM B.3 CẮT D, THOẢ DK HÌNH HỌC

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 509. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

(A) $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

(B) $m \in \mathbb{R}$.

(C) $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

(D) $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 510. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ cắt đường thẳng $y = 2 - x$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho O, B, C là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 2, biết B và C không nằm trên trục Oy .

(A) $m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

(B) $m = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

(C) $m = 0$.

(D) $m = 1$.

Câu 511. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

(A) $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

(B) $m \in \mathbb{R}$.

(C) $m \in \left[-\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

(D) $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 512. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

(A) $m \in (-\infty; 3)$.

(B) $m \in (-\infty; -1)$.

(C) $m \in (-\infty; +\infty)$.

(D) $m \in (1; +\infty)$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 513. Đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt $A(-1; 0), B, C$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 8 (O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) m là số nguyên tố.

(B) m là số chẵn.

(C) m là số vô tỉ.

(D) m là số chia hết cho 3.

6.10 ĐỒ THỊ HÀM N.B CẮT D, THOẢ DK HÌNH HỌC

Mức độ Vận dụng cao

Câu 514. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$. Khi đó số giá trị của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{2}$ là:

(A) 0.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

6.11 ĐỒ THỊ HÀM $T.P$ CẮT d , THOẢ $ĐK$ HÌNH HỌC**Mức độ Vận dụng thấp**

Câu 515. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ.

☐ (A) $m = 2$.

☐ (B) $m = \frac{3}{2}$.

☐ (C) $m = 3$.

☐ (D) $m = 1$.

7 Bài 5.3 Bài toán tiếp tuyến, sự tiếp xúc (có kiến thức 12)

7.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 516. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị (C) . Trong các tiếp tuyến của đồ thị (C) , hãy tìm phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

☐ (A) $y = -8x - 19$.

☐ (B) $y = x - 19$.

☐ (C) $y = -8x + 10$.

☐ (D) $y = -x + 19$.

7.2 CÁC BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN (KHÔNG THAM SỐ)

Mức độ Thông hiểu

Câu 517. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Biết đường thẳng $y = ax + b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 3. Giá trị của $T = a + b$ là

☐ (A) $T = 2$.

☐ (B) $T = 1$.

☐ (C) $T = -1$.

☐ (D) $T = 3$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 518. Cho hàm số $y = \frac{x - 1}{2x - 3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

☐ (A) $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

☐ (B) $d = \sqrt{2}$.

☐ (C) $d = 1$.

☐ (D) $d = \sqrt{5}$.

Câu 519. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

☐ (A) $y = -3x + 3$.

☐ (B) $y = 0$.

☐ (C) $y = -3x + 1$.

☐ (D) $y = 3x$.

Câu 520. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$. Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 0)$?

☐ (A) 1.

☐ (B) 2.

☐ (C) 3.

☐ (D) 4.

7.3 CÁC BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN (CÓ THAM SỐ)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 521. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = x(x^2 - 3)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt (C) và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A (khác M) và B sao cho M là trung điểm của AB .

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

8 Bài 5.4 Điểm đặc biệt của đồ thị hàm số

8.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 522. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 6}{x + 2}$ là điểm

- (A) $I(2; -2)$. (B) $I(-2; 2)$. (C) $I(3; -2)$. (D) $I(-3; 2)$.

Câu 523. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2 + 3x^2 - x^3$ là điểm

- (A) $I(1; 4)$. (B) $I(0; 2)$. (C) $I(-1; 6)$. (D) $I(-1; 0)$.

8.2 TÌM ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ THỎA ĐIỀU KIỆN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 524. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến gốc tọa độ bằng 2?

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 525. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $\mathcal{H} : y = \frac{2x + 1}{x + 2}$ có khoảng cách đến đường thẳng $d : y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Khi đó

- (A) $a + 2b = 1$. (B) $a + b = 2$. (C) $a + b = -2$. (D) $a + 2b = 3$.

8.3 ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐI QUA ĐIỂM CHO TRƯỚC

Mức độ Thông hiểu

Câu 526. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$?

- (A) $(-2; 1)$. (B) $(3; 0)$. (C) $(2; 1)$. (D) $(0; 3)$.

8.4 ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ NGUYÊN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 527. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

(A) 4. (B) vô số. (C) 2. (D) 0.

9 Bài 5.5 Toán tổng hợp về hàm số

9.1 CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP VỀ HÀM SỐ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 528. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ (C) cùng với hai đường tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

(A) 6. (B) 8. (C) 7. (D) 5.

Mức độ Vận dụng cao

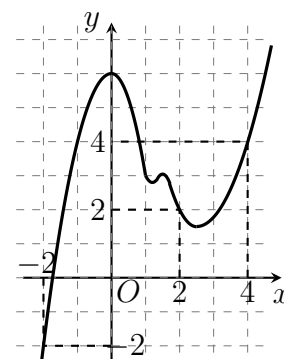
Câu 529. Hai điểm M, N thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

(A) $8\sqrt{2}$. (B) 2017. (C) 8. (D) 4.

Câu 530.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $h(4) = h(-2) > h(2)$.
 (B) $h(4) = h(-2) < h(2)$.
 (C) $h(2) > h(4) > h(-2)$.
 (D) $h(2) > h(-2) > h(4)$.



Chương 2: Hàm số mũ - logarit

1 Bài 1. Lũy thừa

1.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng cao

Câu 531. Có tất cả bao nhiêu bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn đồng thời các điều kiện dưới đây

$$2^{\sqrt[3]{x^2}} \cdot 4^{\sqrt[3]{y^2}} \cdot 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128 \text{ và } (xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2.$$

(A) 3.

(B) 4.

(C) 1.

(D) 2.

1.2 THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

Mức độ Nhận biết

Câu 532. Giá trị của biểu thức $A = 64^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{64}$ là

(A) $A = \sqrt[36]{64}$.

(B) $A = 2$.

(C) $A = 64$.

(D) $A = \sqrt{2}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 533. Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$.

(A) $P = 1$.

(B) $P = 7 - 4\sqrt{3}$.

(C) $P = 7 + 4\sqrt{3}$.

(D) $(7 + 4\sqrt{3})^{2016}$.

Câu 534. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và x, y là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $a^x a^y = a^{x+y}$.

(B) $\frac{a^x}{a^y} = a^{\frac{x}{y}}$.

(C) $a^x b^y = (ab)^{x+y}$.

(D) $(a^x)^y = a^{x+y}$.

1.3 THU GỌN BIỂU THỨC, LŨY THỪA

Mức độ Nhận biết

Câu 535. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

(A) $P = \sqrt{x}$.

(B) $P = x^{\frac{1}{8}}$.

(C) $P = x^{\frac{2}{9}}$.

(D) $P = x^2$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 536. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $P = x^{\frac{1}{2}}$.

(B) $P = x^{\frac{13}{24}}$.

(C) $P = x^{\frac{1}{4}}$.

(D) $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 537. Rút gọn biểu thức $Q = \frac{b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[5]{b}}$ với $b > 0$.

- (A) $Q = b^{\frac{1}{15}}$. (B) $Q = b^{-\frac{2}{15}}$. (C) $Q = b^{\frac{2}{15}}$. (D) $Q = b^{\frac{5}{3}}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 538. Tích $(2017)! \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó $(a; b)$ là cặp nào trong các cặp sau đây?

- (A) (2018; 2017). (B) (2019; 2018). (C) (2015; 2014). (D) (2016; 2015).

1.4 SO SÁNH CÁC LŨY THỪA

Mức độ Thông hiểu

Câu 539. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. (B) $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. (C) $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. (D) $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

2 Bài 2. Hàm số lũy thừa

2.1 TXD CỦA HÀM LŨY THỪA, HÀM VÔ TỶ

Mức độ Nhận biết

Câu 540. Hàm số $y = (x - 2)^{\frac{5}{4}}$ có tập xác định là:

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. (B) $(2; +\infty)$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 541. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (1 - x)^\pi$.

- (A) $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; 1]$. (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Câu 542. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- (A) $D = (-\infty; 1)$. (B) $D = (1; +\infty)$. (C) $D = \mathbb{R}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 543. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 544. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- (A) Mọi giá trị m . (B) $m \neq 0$. (C) $m > 0$. (D) $m \geq 0$.

2.2 ĐẠO HÀM, MAX-MIN CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA

Mức độ Nhận biết

Câu 545. Cho hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$. Đạo hàm của hàm số đã cho là

- (A) $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1} \ln \sqrt{2}$. (B) $y' = x^{\sqrt{2}}$.

(C) $y' = x^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$.

(D) $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 546. Hàm số $y = \sqrt[3]{a + bx^3}$ có đạo hàm là

(A) $y' = \frac{bx}{3\sqrt[3]{a + bx^3}}$.

(B) $y' = \frac{3bx^2}{2\sqrt[3]{a + bx^3}}$.

(C) $y' = 3bx^2 \sqrt[3]{a + bx^3}$.

(D) $y' = \frac{bx^2}{\sqrt[3]{(a + bx^3)^2}}$.

Câu 547. Hàm số $y = \sqrt[3]{2x^2 - x + 1}$ có đạo hàm $f'(0)$ bằng

(A) 4.

(B) 2.

(C) $-\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

3 Bài 3. Lôgarít

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 548. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$; x, y là hai số dương. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

(B) $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

(C) $a^{\log_a x} = x$.

(D) $\log_a x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 549. Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.

(A) 1.

(B) 0.

(C) 2.

(D) -4.

Câu 550. Năm 1992, người ta đã biết số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố (số nguyên tố lớn nhất được biết cho đến lúc đó). Hãy tìm số các chữ số của p khi viết trong hệ thập phân.

(A) 227830 chữ số.

(B) 227834 chữ số.

(C) 227832 chữ số.

(D) 227831 chữ số.

Câu 551. Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$, ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây là đúng?

(A) $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

(B) $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

(C) $2 \log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

(D) $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

3.2 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC CHỨA LÔGARIT

Mức độ Nhận biết

Câu 552. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

(A) $I = \frac{1}{2}$.

(B) $I = 0$.

(C) $I = -2$.

(D) $I = 2$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 553. Tìm tất cả các giá trị thực của a để biểu thức $B = \log_3(2 - a)$ có nghĩa.

- (A) $a > 2$. (B) $a = 3$. (C) $a \leq 2$. (D) $a < 2$.

Câu 554. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- (A) 6. (B) -6. (C) $\frac{1}{6}$. (D) $-\frac{1}{6}$.

Câu 555. Tính giá trị của biểu thức $A = 2^{\log_4 9 + \log_2 5}$.

- (A) $A = 8$. (B) $A = 405$. (C) $A = 15$. (D) $A = 86$.

Câu 556. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $P = 1$. (B) $P = 1$. (C) $P = 9$. (D) $P = \frac{1}{3}$.

Câu 557. Cho b là một số dương, kết quả rút gọn biểu thức $P = \log_2 3 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 b$ là

- (A) $\log_5 b^2$. (B) $2 \log_2 b$. (C) $\log_2 b$. (D) $\log_5 b$.

Câu 558. Tính giá trị của biểu thức $\sqrt[3]{2^{\log_4 3} \cdot 5^{\log_{125} 27}}$

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $3\sqrt{3}$. (C) $3 + \sqrt{3}$. (D) $27\sqrt[3]{9}$.

Câu 559. Tính giá trị của biểu thức $F = \log_3(2 \cos 1^\circ) \cdot \log_3(2 \cos 2^\circ) \cdot \log_3(2 \cos 3^\circ) \dots \log_3(2 \cos 89^\circ)$.

- (A) 1. (B) 0. (C) e . (D) $\frac{2^{89}}{89!}$.

Câu 560. Cho $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$. Tính $A = \log_a \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$.

- (A) 1. (B) 7. (C) 11. (D) -1.

Câu 561. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- (A) $P = 31$. (B) $P = 13$. (C) $P = 30$. (D) $P = 108$.

Câu 562. Rút gọn biểu thức $N = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7}$ ta được

- (A) $N = -\log_3 7$. (B) $N = 5 \log_3 7$. (C) $N = \log_3 7$. (D) $N = 3 \log_3 7$.

Câu 563. Giá trị của biểu thức $M = 3^{\log_{\frac{1}{27}} 2}$ là

- (A) $M = 2\sqrt[3]{3}$. (B) $\sqrt[3]{2}$. (C) $M = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$. (D) $M = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 564. Cho $\log_a b = 5$, $\log_a c = -3$. Giá trị biểu thức $\log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right)$ là

- (A) $-\frac{1}{3}$. (B) -40. (C) 40. (D) $\frac{35}{3}$.

Câu 565. Với a và b là các số thực dương, tính giá trị của biểu thức $\log_a (a^2 b)$.

- (A) $2 - \log_a b$. (B) $2 + \log_a b$. (C) $1 + 2 \log_a b$. (D) $2 \log_a b$.

Câu 566. Cho $\log_c a = 2$ và $\log_c b = 4$. Tính $P = \log_a b^4$.

- (A) $P = 8$. (B) $P = \frac{1}{32}$. (C) $P = \frac{1}{8}$. (D) $P = 32$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 567. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \cdots + \log(\tan 89^\circ).$$

- (A) $P = 0$. (B) $P = 2$. (C) $P = \frac{1}{2}$. (D) $P = 1$.

Câu 568. Cho $a > 0$, $b > 0$ và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- (A) 16. (B) 12. (C) 10. (D) 18.

Câu 569. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- (A) $P = -5 + 3\sqrt{3}$. (B) $P = -1 + \sqrt{3}$. (C) $P = -1 - \sqrt{3}$. (D) $P = -5 - 3\sqrt{3}$.

Câu 570. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)}$.

- (A) $M = \frac{1}{4}$. (B) $M = 1$. (C) $M = \frac{1}{2}$. (D) $M = \frac{1}{3}$.

3.3 CÁC MỆNH ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN LÔGARÍT

Mức độ Nhận biết

Câu 571. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề **sai** trong mệnh đề sau:

- (A) $\log_{\frac{1}{a}} x^2 = -4 \log_a^2 x$. (B) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$.
(C) $\log_a x^{2016} = 2016 \log_a x$. (D) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$.

Câu 572. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

- (A) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. (B) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.
(C) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$. (D) $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 573. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log(3a) = 3 \log a$. (B) $\log(a^3) = \frac{1}{3} \log a$. (C) $\log(a^3) = 3 \log a$. (D) $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 574. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- (A) Khi $x > 0$ thì $\log_2 x^2 = 2 \log_2 x$. (B) Khi $0 < a < 1$ và $b < c$ thì $a^b > a^c$.
(C) Với $a < b$ thì $\log_a b < \log_b a < 1$. (D) Điều kiện để $x^{\sqrt{2}}$ có nghĩa là $x > 0$.

Câu 575. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) $\log_3 5 > \log_7 4$. (B) $\log_{\frac{1}{2}} 2 > 0$. (C) $\log_3 \pi = 0$. (D) $\ln 3 < \log_3 e$.

Câu 576. Cho các số thực dương a, b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

(B) $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

(C) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

(D) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 577. Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_a b < 1 < \log_b a$.

(B) $1 < \log_a b < \log_b a$.

(C) $\log_b a < \log_a b < 1$.

(D) $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 578. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$.

(B) $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.

(C) $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$.

(D) $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 579. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

(B) $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

(C) $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

(D) $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Câu 580. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\left(\frac{2017}{2016} \right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$.

(B) $\log_{2016} 2017 < 1$.

(C) $\log_{2017} 2016 > 1$.

(D) $\left(\frac{2016}{2017} \right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 581. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$, α là số thực bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. (B) $(\log_a b)^2 = \log_a b^2$. (C) $\log_a(2b) = 2 \log_a b$. (D) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Câu 582. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = 9 \log_a b$.

(B) $P = 27 \log_a b$.

(C) $P = 15 \log_a b$.

(D) $P = 6 \log_a b$.

Câu 583. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_{a^2}(ab^6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = 23 \log_a(ab)$.

(B) $P = 3 \log_a(ab)$.

(C) $P = \frac{1}{2} + 3 \log_a b$.

(D) $P = 2 + 3 \log_a b$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 584. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

(C) $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

(D) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 585. Cho hai số $a > 1, b > 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

(A) $\log_a b + \log_b a \geq 2$.

(B) $\log_a b \cdot \log_{0,5} a < 0$.

(C) $\log_a \frac{a}{b} > 0$.

(D) $\log_a b + \log_b a > 0$.

Câu 586. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

(A) $P = \frac{7}{12}$.

(B) $P = \frac{1}{12}$.

(C) $P = 12$.

(D) $P = \frac{12}{7}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 587. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

- (A) $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}-19}{9}$. (B) $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}+19}{9}$.
(C) $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11}-29}{21}$. (D) $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

3.4 BIỂU DIỄN LÔGARIT NÀY THEO LÔGARIT KHÁC

Mức độ Nhận biết

Câu 588. Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó $\log_4 500$ tính theo a bằng

- (A) $\frac{1}{2}(3a+2)$. (B) $3a+2$. (C) $2(5a+4)$. (D) $6a-2$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 589. Đặt $a = \log_{12} 6, b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

- (A) $\frac{b}{a+1}$. (B) $\frac{b}{1-a}$. (C) $\frac{a}{b-1}$. (D) $\frac{a}{b+1}$.

Câu 590. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- (A) $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$. (B) $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$.
(C) $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$. (D) $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Câu 591. Nếu $\log 3 = a$ thì $\log 9000$ bằng

- (A) a^2 . (B) $3a^2$. (C) a^2+3 . (D) $3+2a$.

Câu 592. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 98ab$. Tính $P = \ln \left(\frac{a+b}{10} \right)$.

- (A) $P = 2 \ln(ab)$. (B) $P = 2 \ln(10ab)$. (C) $P = \frac{1}{2} \ln(10ab)$. (D) $P = \frac{1}{2} \ln(ab)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 593. Cho các số thực thỏa mãn $\alpha = \log_a x, \beta = \log_b x$. khi đó $\log_{ab^2} x^2$ được tính theo α, β bằng

- (A) $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$. (B) $\frac{2}{2\alpha+\beta}$. (C) $\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. (D) $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$.

Câu 594. Cho $\alpha = \log_3 189$. Biểu thức $\log_{189} 7$ được biểu diễn theo α là

- (A) $\frac{\alpha+3}{\alpha}$. (B) $\frac{\alpha+2}{\alpha}$. (C) $\frac{\alpha-3}{\alpha}$. (D) $\frac{\alpha-2}{\alpha}$.

4 Bài 4. Hàm số mũ, hàm số lôgarít

4.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 595. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

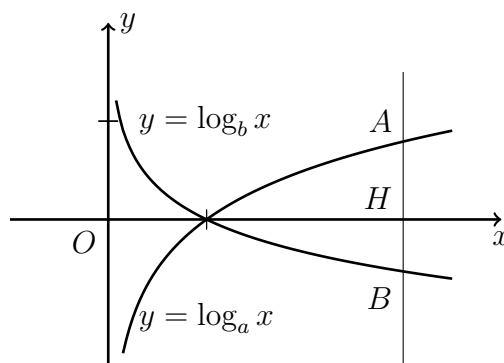
- (A) 1. (B) 0. (C) 5. (D) 3.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 596.

Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A, B và H ta đều có $2HA = 3HB$ (hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $a^2b^3 = 1$. (B) $3a = 2b$.
(C) $2a = 3b$. (D) $a^3b^2 = 1$.



4.2 TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT

Mức độ Nhận biết

Câu 597. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

- (A) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (0; 1)$.

Câu 598. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = e^{x^2-2x}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = [0; 2]$. (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. (D) $\mathcal{D} = \emptyset$.

Câu 599. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = 2^{\frac{x-1}{x}}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. (B) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 600. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{x-2}$.

- (A) $\mathcal{D} = (-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
(C) $\mathcal{D} = (-3; 2)$. (D) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 601. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 3x + 2)$.

- (A) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.
(C) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (1; 2)$.

Câu 602. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

- (A) $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = (-3; -2)$. (C) $\mathcal{D} = [-3; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (-3; -2]$.

Câu 603. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- (A) $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 604. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$ là:

- (A) $(1; 2)$. (B) $(1; 2]$. (C) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. (D) $[1; 2]$.

Câu 605. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

- (A) $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = [-1; 3]$.
(C) $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (-1; 3)$.

Câu 606. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_2 x + 3}$

- (A) $D = \left[\frac{1}{8}; +\infty\right)$. (B) $D = (0; +\infty)$. (C) $D = [-3; +\infty)$. (D) $D = \mathbb{R}$.

Câu 607. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. (B) $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
(C) $D = (-2; 3)$. (D) $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 608. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log \frac{2-x}{x+3}$.

- (A) $\mathcal{D} = (-3; 2)$. (B) $\mathcal{D} = [-3; 2]$.
(C) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Câu 609. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln \frac{3x+6}{1-x}$ là

- (A) $\mathcal{D} = (-2; 1)$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
(C) $\mathcal{D} = [-2; 1)$. (D) $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup (1; +\infty)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 610. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x - 10})$.

- (A) $\mathcal{D} = [5; 14]$. (B) $\mathcal{D} = (2; 14)$. (C) $\mathcal{D} = [2; 14)$. (D) $\mathcal{D} = [5; 14)$.

Câu 611. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $\log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

- (A) $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. (B) $m = 2$. (C) $m < 2$. (D) $-2 < m < 2$.

Câu 612. Tập xác định của hàm số $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

- (A) $[0; 2)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(-\infty; -2) \cup [0; 2)$. (D) $(-2; 2)$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 613. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_3(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

- (A) $m \geq -\frac{1}{3}$. (B) $m \geq \frac{3}{4}$. (C) $m > \frac{3}{4}$. (D) $m < -\frac{1}{3}$.

4.3 TÍNH ĐẠO HÀM CÁC CẤP HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT

Mức độ Nhận biết

Câu 614. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

- (A) $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 5}$. (B) $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$. (C) $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$. (D) $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}$.

Câu 615. Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

- (A) $y' = x \cdot 13^{x-1}$. (B) $y' = 13^x \cdot \ln 13$. (C) $y' = 13^x$. (D) $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 616. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- (A) $y' = \frac{1}{x}$. (B) $y' = \frac{\ln 10}{x}$. (C) $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. (D) $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Câu 617. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^{\sin x}$

- (A) $y' = 5^{\sin x} \cdot \ln 5$. (B) $y' = 5^{\sin x} \cdot \ln 5 \cdot \cos x$.
(C) $y' = 5^{\sin x} \cdot \cos x$. (D) $y' = 5^{\sin x - 1} \cdot \sin x$.

Câu 618. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 - 1)$ là

- (A) $y' = \frac{1}{(x^2 - 1) \ln 3}$. (B) $y' = \frac{2x \ln 3}{(x^2 - 1)}$. (C) $y' = \frac{2x}{(x^2 - 1) \ln 3}$. (D) $y' = \frac{2x}{(x^2 - 1)}$.

Câu 619. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

- (A) $y' = \frac{1}{(2x + 1) \ln 2}$. (B) $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$. (C) $y' = \frac{2}{2x + 1}$. (D) $y' = \frac{1}{2x + 1}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 620. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2e^x$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

- (A) $y'' - y' = e^x(x + 1)$. (B) $y'' - y' = e^x(x - 1)$.
(C) $y'' + y' = e^x(x - 1)$. (D) $y'' + y' = e^x(-x + 1)$.

Câu 621. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x(\sin x - \cos x)$.

- (A) $y' = -2e^x \cdot \sin x$. (B) $y' = 2e^x \cdot \sin x$. (C) $y' = -2e^x \cdot \cos x$. (D) $y' = 2e^x \cdot \cos x$.

Câu 622. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x + 1}{4^x}$.

- (A) $y' = \frac{1 - 2(x + 1) \ln 2}{2^{2x}}$. (B) $y' = \frac{1 + 2(x + 1) \ln 2}{2^{2x}}$.
(C) $y' = \frac{1 - 2(x + 1) \ln 2}{2^{x^2}}$. (D) $y' = \frac{1 + 2(x + 1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

Câu 623. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x + 1})$.

- (A) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}$. (B) $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x + 1}}$.
(C) $y' = \frac{1}{\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}$. (D) $y' = \frac{2}{\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}$.

Câu 624. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(1 + \sqrt{x})$.

(A) $y' = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \ln 2}$.

(B) $y' = \frac{\ln 2}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$.

(C) $y' = \frac{1}{(1 + \sqrt{x}) \ln 2}$.

(D) $y' = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \ln 4}$.

Câu 625. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2^x + 1)$

(A) $y' = \frac{1}{(2^x + 1) \cdot \ln 3}$.

(B) $y' = \frac{2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1) \cdot \ln 3}$.

(C) $y' = \frac{1}{(2^x + 1)}$.

(D) $y' = \frac{\ln 3}{(2^x + 1) \cdot \ln 2}$.

Câu 626. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{(\sin x)^2}$.

(A) $y' = e^{(\sin x)^2}$.

(B) $y' = 2 \cos x \cdot e^{(\sin x)^2}$.

(C) $y' = 2x \cdot e^{2 \sin x}$.

(D) $y' = \sin 2x \cdot e^{(\sin x)^2}$.

Câu 627. Tính đạo hàm của hàm số $y = 4^{x^2 - 2x + 3}$.

(A) $y' = (2x - 2) \cdot 4^{x^2 - 2x + 3}$.

(B) $y' = 4^{x^2 - 2x + 3} \cdot \ln 4$.

(C) $y' = 4^{x^2 - 2x + 3}$.

(D) $y' = 128(x - 1) \cdot 4^{x^2 - 2x} \cdot \ln 4$.

Câu 628. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x + \log(x^2 - x + 1)$ là

(A) $y' = 2^x \ln 2 + \frac{2x - 1}{(x^2 - x + 1) \ln 10}$.

(B) $y' = 2^x + \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$.

(C) $y' = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{2x - 1}{(x^2 - x + 1) \ln 10}$.

(D) $y' = 2^x \ln 2 + \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$.

Câu 629. Cho hàm số $y = \ln(3x^2 - 2x - 1)$. Số nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 2.

Câu 630. Cho hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$. Tập nghiệm S của bất phương trình $y' \geq 0$ là

(A) $S = (-1; 1] \cup (3; +\infty)$.

(B) $S = (-\infty; -1) \cup [1; 3)$.

(C) $S = (3; +\infty)$.

(D) $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 631. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

(A) $\frac{2 \ln 2}{2x + 1}$.

(B) $\frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$.

(C) $\frac{2}{(2x + 1)} \log 2$.

(D) $\frac{1}{(2x + 1) \ln 2}$.

Câu 632. Hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ có đạo hàm là

(A) $y' = -\frac{\ln x}{x^2}$.

(B) $y' = \frac{\ln x}{x}$.

(C) $\frac{\ln x}{x^4}$.

(D) Kết quả khác.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 633. Cho hàm số $y = f(x) = 2018 \ln(e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e})$. Tính giá trị biểu thức

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017).$$

(A) $T = \frac{2019}{2}$.

(B) $T = 1009$.

(C) $T = \frac{2017}{2}$.

(D) $T = 1008$.

Câu 634. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

(B) $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

(C) $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

(D) $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 635. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x + 1}$, kết luận nào sau đây đúng?

(A) $y' - 2y = 1$.

(B) $y' + e^y = 0$.

(C) $yy' - 2 = 0$.

(D) $y' - 4e^y = 0$.

4.4 TOÁN MAX-MIN (1 BIẾN) VỚI HÀM MŨ, LÔGARIT

Mức độ Thông hiểu

Câu 636. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x - 2)^2 e^x$ trên $[1; 3]$ là

- (A) e^3 . (B) e . (C) 0 . (D) e^4 .

Câu 637. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $\left[\frac{1}{e}; e\right]$

- (A) $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$. (B) $M = e^{-2} + 2, m = 1$.
(C) $M = e^{-2} + 1, m = 1$. (D) $M = e^2 - 2, m = 1$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 638. Cho $a \in \left[\frac{1}{9}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $9 \log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$. Khi đó, giá trị của $A = 5m + 2M$ bằng?

- (A) 4 . (B) 5 . (C) 8 . (D) 6 .

4.5 TOÁN MAX-MIN (NHIỀU BIẾN) LIÊN QUAN MŨ VÀ LÔGARIT

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 639. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4 \log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- (A) $m + n = 12$. (B) $m + n = \frac{25}{2}$. (C) $m + n = 14$. (D) $m + n = 10$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 640. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x + y + 1}{x + y} = x + 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

- (A) $3 + \sqrt{3}$. (B) 4 . (C) $3 + 2\sqrt{3}$. (D) 6 .

Câu 641. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x + y}{x^2 + y^2 + xy + 2} = x(x - 3) + y(y - 3) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P = \frac{3x + 2y + 1}{x + y + 6}$.

- (A) 3 . (B) 2 . (C) 1 . (D) 4 .

Câu 642. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_b^2(a^2) + 3 \log_b \left(\frac{a}{b}\right)$.

- (A) $P_{\min} = 19$. (B) $P_{\min} = 13$. (C) $P_{\min} = 14$. (D) $P_{\min} = 15$.

Câu 643. Cho $\begin{cases} x, y \in \mathbb{R} \\ x, y \geq 1 \end{cases}$ sao cho $\ln \left(1 + \frac{x}{y}\right) + 3x^2y - \ln 2 = 7y^3 - x(x^2 + 3y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $T = x + \frac{1}{x + 3y}$.

- (A) $m = 2$. (B) $m = 1$. (C) $m = 1 + \sqrt{3}$. (D) $m = \frac{5}{4}$.

Câu 644. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

- (A) $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. (B) $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. (C) $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. (D) $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Câu 645. Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

- (A) $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. (B) $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$. (C) $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. (D) $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

4.6 SỰ BIẾN THIÊN LIÊN QUAN HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT

Mức độ Thông hiểu

Câu 646. Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

- (A) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. (B) $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$. (C) $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$. (D) $y = 2017^x$.

Câu 647. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(1; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 648. Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó?

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 649. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- (A) $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. (B) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
(C) $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. (D) $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 650. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- (A) $(-\infty; -1)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $[-1; 1]$. (D) $(-\infty; -1]$.

Câu 651. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- (A) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$. (B) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.
(C) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$. (D) $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$.

Câu 652. Cho hàm số $y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Cả ba phương án trên đều sai. (B) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. (D) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 653. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

- (A) $(-\infty; -1]$. (B) $(-\infty; -1)$. (C) $[-1; 1]$. (D) $[1; +\infty)$.

4.7 TOÁN CỰC TRỊ LIÊN QUAN HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT

Mức độ Thông hiểu

Câu 654. Cho hàm số $y = e^{ax^2+bx+c}$ đạt cực trị tại $x = 1$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng e . Giá trị của hàm số tại $x = 2$ là

- (A) $y(2) = e^2$. (B) $y(2) = e$. (C) $y(2) = \frac{1}{e^2}$. (D) $y(2) = 1$.

4.8 ĐỌC ĐỒ THỊ HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT

Mức độ Nhận biết

Câu 655. Cho hàm số $y = 12^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 (B) Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
 (C) Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.
 (D) Đồ thị hàm số luôn nằm bên phải trục tung.

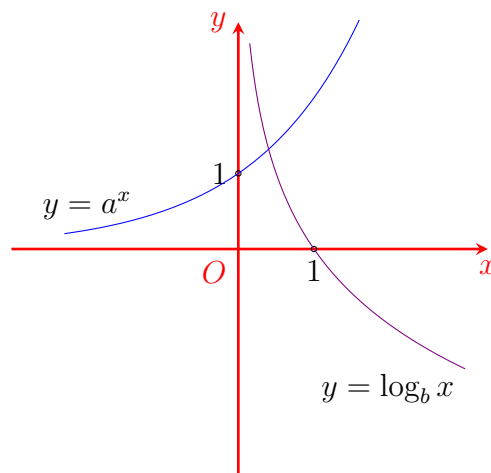
Câu 656. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ có đồ thị (C) . Hãy chọn khẳng định **sai**.

- (A) Đồ thị (C) đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$ qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
 (B) Đồ thị (C) không có tiệm cận.
 (C) Đồ thị (C) đi lên từ trái sang phải khi $a > 1$.
 (D) Đồ thị (C) luôn đi qua điểm có tọa độ $(0; 1)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 657. Cho $a > 0, b > 0, b \neq 1$. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ cho như hình vẽ bên. mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

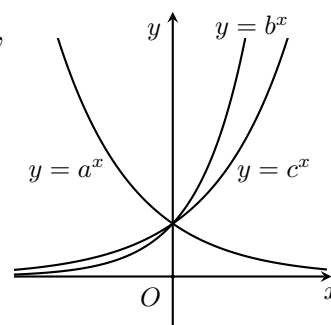
- ☐ A $a > 1; 0 < b < 1$. ☐ B $0 < a < 1; b > 1$.
☐ C $0 < a < 1; 0 < b < 1$. ☐ D $a > 1; b > 1$.



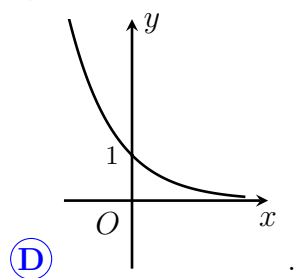
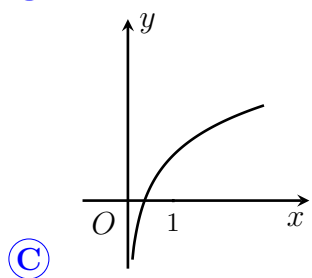
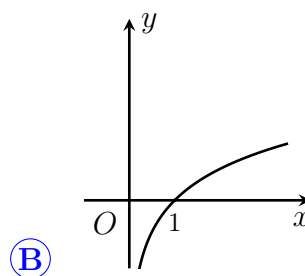
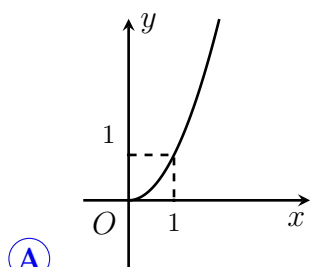
Câu 658.

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A $a < b < c$. ☐ B $a < c < b$. ☐ C $b < c < a$. ☐ D $c < a < b$.



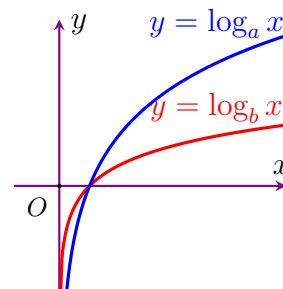
Câu 659. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó.



Câu 660.

Cho a và b là hai số thực dương và $a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ trong hình vẽ sau. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A $a > b > 1$. ☐ B $1 > a > b$.
☐ C $a > 1 > b$. ☐ D $b > a > 1$.



Câu 661.

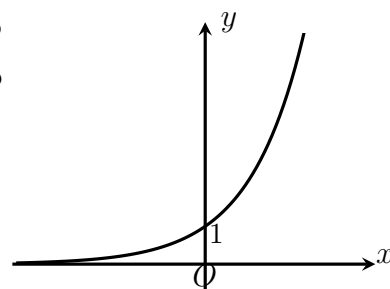
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

☐ A $y = 2^x$.

☐ B $y = \log_3 x$.

☐ C $y = (0,5)^x$.

☐ D $y = \log_{0,4} x$.



Câu 662.

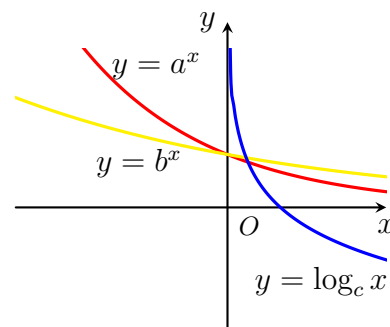
Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ A $a < b < c$.

☐ B $c > b > a$.

☐ C $b > c > a$.

☐ D $b > a > c$.



Mức độ Vận dụng thấp

Câu 663.

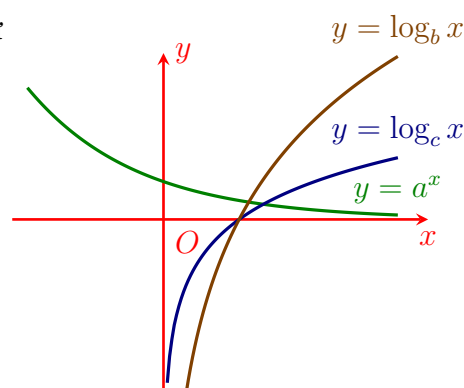
Cho các hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

☐ A $c > b > a$.

☐ B $b > a > c$.

☐ C $a > b > c$.

☐ D $b > c > a$.



4.9 BÀI TOÁN LÃI SUẤT

Mức độ Thông hiểu

Câu 664. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

☐ A 102.424.000 đồng. ☐ B 102.423.000 đồng. ☐ C 102.016.000 đồng. ☐ D 102.017.000 đồng.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 665. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- (A) 116 570 000 đồng. (B) 107 667 000 đồng. (C) 105 370 000 đồng. (D) 111 680 000 đồng.

Câu 666. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- (A) 13 năm. (B) 14 năm. (C) 12 năm. (D) 11 năm.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 667. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

- (A) 618051620 đồng. (B) 484692514 đồng. (C) 597618514 đồng. (D) 539447312 đồng.

Câu 668. Một người cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng theo hình thức lãi kép, kì hạn một tháng, lãi suất 0,67%/ tháng. Hỏi sau hai năm người đó nhận được tổng cộng là bao nhiêu tiền, tính chính xác đến hàng đơn vị?

- (A) 77308561 đồng. (B) 73833974 đồng. (C) 74830022 đồng. (D) 78351483 đồng.

Câu 669. Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng A với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0,6% / tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$. (B) $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.
(C) $350.000.000 < A < 3.400.000.000$. (D) $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.

Bài toán thực tế

Câu 670. Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- (A) $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). (B) $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).
(C) $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng). (D) $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Câu 671. Ông A gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng Viettinbank. Lãi suất hàng năm không thay đổi là 7,5%/năm và được tính theo kì hạn là một năm. Nếu ông A hàng năm không rút lãi thì sau 5 năm số tiền ông A nhận được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng ngàn).

- (A) 287126000 đồng. (B) 267094000 đồng. (C) 248459000 đồng. (D) 231125000 đồng.

Câu 672. Một người mua xe máy trả góp với giá tiền là 20 triệu đồng, mức lãi suất là 1,2% một tháng với quy ước 1 tháng trả 800 ngàn đồng cả gốc và lãi. Hỏi sau 12 tháng kể từ ngày người ấy mua xe số tiền còn nợ là bao nhiêu đồng?

- (A) 13,318 triệu. (B) 13,518 triệu. (C) 12,818 triệu. (D) 11,518 triệu.

Câu 673. Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

- (A) Năm 2023. (B) Năm 2022. (C) Năm 2021. (D) Năm 2020.

4.10 BÀI TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 674. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

- (A) 48 phút. (B) 19 phút. (C) 7 phút. (D) 12 phút.

Câu 675. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{r \cdot t}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 110 con và sau 5 giờ có 300 con. Tính thời gian gần đúng nhất để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu.

- (A) 3 giờ 20 phút. (B) 3 giờ 9 phút. (C) 3 giờ 40 phút. (D) 3 giờ 28 phút.

Bài toán thực tế

Câu 676. Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Plutoni PU_{239} là 24360 năm. Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là khối lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy và S là khối lượng chất phóng xạ còn lại. Biết sau một chu kỳ, số lượng chất phóng xạ còn lại sẽ bằng một nửa số lượng chất phóng xạ ban đầu. Hỏi 6g Pu_{239} sau 30000 năm sẽ còn lại bao nhiêu? (tính gần đúng)

- (A) 2,554g. (B) 2,555g. (C) 2,556g. (D) 2,557g.

Câu 677. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

- (A) 3874. (B) 3833. (C) 3834. (D) 3843.

Câu 678. Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm nữa diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần diện tích hiện nay?

- (A) $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$. (B) $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$. (C) 60%. (D) $1 - \frac{4x}{100}$.

Câu 679. Dân số tỉnh Hải Dương năm 2013 là 1,748 triệu người với tỉ lệ tăng dân số hàng năm là $r = 1,04\%$. Hỏi đến năm nào thì dân số tỉnh Hải Dương đạt 3 triệu người? (Giả sử tỉ lệ tăng dân số không thay đổi).

- (A) 2067. (B) 2066. (C) 2065. (D) 2030.

Câu 680. Năm 2016, Việt Nam xuất khẩu hàng may mặc sang thị trường Châu Âu với tổng số tiền là 29 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền xuất khẩu hàng may mặc sang thị trường Châu Âu của Việt Nam tăng thêm 10% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền hàng may mặc Việt Nam xuất khẩu sang thị trường Châu Âu đạt trên 35 tỷ đồng?

- (A) Năm 2019. (B) Năm 2018. (C) Năm 2017. (D) Năm 2020.

5 Bài 5.1 Phương trình mũ

5.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 681. Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình $\begin{cases} y^{5x^2-51x+10} = 1 \\ xy = 15 \end{cases}$. Khi đó $x + y$ bằng

- (A) 16. (B) 75. (C) $\frac{32}{2}$. (D) -14.

5.2 DẠNG PT MŨ CƠ BẢN

Mức độ Nhận biết

Câu 682. Giải phương trình $2^{x^2+3x} = 1$.

- (A) $x = 0, x = 3$. (B) $x = 1, x = -3$. (C) $x = 1, x = 2$. (D) $x = 0, x = -3$.

Câu 683. Giải phương trình $3^{x+5} - 3^x = 121$.

- (A) $x = \log_2 3$. (B) $x = -\log_3 2$. (C) $x = \log_3 2$. (D) $x = -\log_2 3$.

Câu 684. Nghiệm của phương trình $128 = 2^{x-3}$ là

- (A) $x = -3$. (B) $x = 6$. (C) $x = 10$. (D) $x = 3$.

Câu 685. Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{3}{4}$. (B) 5. (C) $x = \frac{4}{3}$. (D) 3.

Mức độ Thông hiểu

Câu 686. Biết rằng $3^x - 3^{-x} = 4$. Giá trị của biểu thức $T = \frac{27^x - 3^{-3x} - 4}{9^x + 9^{-x}}$ là

- ☐ A $T = 9$.
 ☐ B $T = \frac{15}{4}$.
 ☐ C $T = 4$.
 ☐ D $T = 4$.

5.3 PP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

Mức độ Nhận biết

Câu 687. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- ☐ A $x = 9$.
 ☐ B $x = 3$.
 ☐ C $x = 4$.
 ☐ D $x = 10$.

Câu 688. Nghiệm của phương trình $2017^{9x+4} = \frac{1}{2017^5}$ là

- ☐ A $x = -1$.
 ☐ B $x = 5$.
 ☐ C $x = 0$.
 ☐ D $x = \frac{1}{9}$.

5.4 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Mức độ Nhận biết

Câu 689. Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- ☐ A $2t^2 - 3 = 0$.
 ☐ B $t^2 + t - 3 = 0$.
 ☐ C $4t - 3 = 0$.
 ☐ D $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 690. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$.

- ☐ A $S = \{0; 1\}$.
 ☐ B $S = \{-1; 1\}$.
 ☐ C $S = \{0; -1\}$.
 ☐ D $S = \{1\}$.

Câu 691. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- ☐ A $S = \{-1; 1\}$.
 ☐ B $S = \{-1\}$.
 ☐ C $S = \{1\}$.
 ☐ D $S = (-1; 1)$.

Câu 692. Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có nghiệm khi

- ☐ A $m \in (-\infty; 5)$.
 ☐ B $m \in (2; +\infty)$.
 ☐ C $m \in (-\infty; 5]$.
 ☐ D $m \in [2; +\infty)$.

Câu 693. Số nghiệm của phương trình $3^x - 3^{1-x} = 2$ là

- ☐ A 3.
 ☐ B 1.
 ☐ C 2.
 ☐ D 0.

Câu 694. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là

- ☐ A $3 \log_3 2$.
 ☐ B 1.
 ☐ C $4 \log_3 2$.
 ☐ D $2 \log_2 3$.

Câu 695. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} = 26$. Tính $S = x_1^2 + x_2^2$.

- ☐ A $S = 10$.
 ☐ B $S = 6$.
 ☐ C $S = 4$.
 ☐ D $S = 12$.

Câu 696. Tập nghiệm S của phương trình $9^{\frac{1}{x}} + 2 \cdot 6^{\frac{1}{x}} - 3 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$ là

- ☐ A $S = \left\{-\frac{1}{3}; 1\right\}$.
 ☐ B $S = \emptyset$.
 ☐ C $S = \{1\}$.
 ☐ D $S = \{0\}$.

Câu 697. Tập nghiệm của phương trình $49^{x+1} + 7 \cdot 7^x - 56 = 0$ là

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{0; 1\}$. (D) $S = \{0\}$.

Câu 698. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{1-x} + 5^x - 6 = 0$.

- (A) $S = \{0; 1\}$. (B) $S = \{1; 2\}$. (C) $S = \{0; -1\}$. (D) $S = \{1\}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 699. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0$.

- (A) -5 . (B) 5 . (C) $\frac{4}{27}$. (D) $-\frac{4}{27}$.

Câu 700. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_x 2 = 5$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1 \cdot x_2$.

- (A) $T = 32$. (B) $T = 16$. (C) $T = 5$. (D) $T = 1$.

Câu 701. Tập nghiệm S của phương trình $2^{\cos^2 x} + 2^{2\sin^2 x + \cos^2 x} = 5$ là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 702. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là

- (A) 0 . (B) 6 . (C) 3 . (D) 1 .

5.5 TOÁN THAM SỐ VỀ PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Mức độ Thông hiểu

Câu 703. Cho phương trình $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng.

- (A) Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.
(B) Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
(C) Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.
(D) Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 704. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- (A) $-2 < m < 2$. (B) $m > -2$. (C) $m > 2$. (D) $m < 2$.

Câu 705. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m + 1)16^x - 2(2m - 3)4^x + 6m + 5 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu là

- (A) 2 . (B) 0 . (C) 1 . (D) 3 .

Câu 706. Tìm giá trị m để phương trình $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} + m = 0$ có nghiệm duy nhất.

- (A) $m = 3$. (B) $m = \frac{1}{8}$. (C) $m = 1$. (D) $m = -3$.

Câu 707. Tìm tham số m để phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - m + 1 = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

- (A) $m = 2$. (B) $m = -1$. (C) $m = -2$. (D) $m = 1$.

Câu 708. Cho phương trình $9^x - 2(m-1)3^x + 3m - 4 = 0$. Giá trị thực của tham số m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 3$ là

- (A) $m = \frac{5}{2}$. (B) $m = \frac{31}{3}$. (C) $m = \frac{7}{3}$. (D) $m = 3$.

Câu 709. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- (A) $m \in (-\infty; 1)$. (B) $m \in (0; +\infty)$. (C) $m \in (0; 1]$. (D) $m \in (0; 1)$.

Câu 710. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + (2m^2 - 5) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- (A) 1. (B) 5. (C) 2. (D) 4.

Câu 711. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- (A) $(-\infty; 2)$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(0; 2)$.

Câu 712. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = m - 1$ có nghiệm thực.

- (A) $m > 1$. (B) $m \geq 1$. (C) $m < 1$. (D) $m \neq 1$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 713. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m-1) \cdot 9^x + \frac{2}{3}(m-2) \cdot 3^{x+1} + m + 3 = 0$ có nghiệm là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 714. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $6^x + (3+m)2^x + m = 0$ có nghiệm thuộc $[0; 1]$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 715. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- (A) $[3; 4]$. (B) $[2; 4]$. (C) $(2; 4)$. (D) $(3; 4)$.

6 Bài 5.2 Phương trình lôgarít

6.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 716. Cho biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$

- (A) $S = 252$. (B) $S = 45$. (C) $S = 9$. (D) $S = 180$.

Câu 717. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên chẵn $(x; y)$ thỏa mãn $2^x - 3^y = 55$?

- (A) 8. (B) 2. (C) 16. (D) 1.

Câu 718. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có 4 chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là một số tự nhiên bằng

- (A) $\frac{1}{4500}$. (B) 0. (C) $\frac{1}{2500}$. (D) $\frac{1}{3000}$.

6.2 DẠNG PT LÔGARIT CƠ BẢN

Mức độ Nhận biết

Câu 719. Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$.

- (A) $x = 63$. (B) $x = 65$. (C) $x = 80$. (D) $x = 82$.

Câu 720. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) = -1$ là

- (A) $S = \{-2\}$. (B) $S = \{2\}$. (C) $S = \emptyset$. (D) $S = \{-2; 2\}$.

Câu 721. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x - 1) = 2$.

- (A) $S = \{5\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{4\}$. (D) $S = \emptyset$.

Câu 722. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2$.

- (A) $x = -4$. (B) $x = -3$. (C) $x = 3$. (D) $x = 5$.

Câu 723. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 3) = 1$.

- (A) $S = \{3\}$. (B) $S = \{-1\}$. (C) $S = \{0\}$. (D) $S = \{1\}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 724. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6[x(5 - x)] = 1$.

- (A) $S = \{2; -6\}$. (B) $S = \{2; 3; 4\}$. (C) $S = \{2; 3\}$. (D) $S = \{-1; 2; 3\}$.

Câu 725. Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) = -2$.

- (A) $x = 2$. (B) $x = \frac{5}{2}$. (C) $x = \frac{3}{2}$. (D) $x = 5$.

Câu 726. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$.

- (A) $S = \{-3; 3\}$. (B) $S = \{4\}$.
(C) $S = \{3\}$. (D) $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

6.3 PP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

Mức độ Thông hiểu**Câu 727.** Giải phương trình $\log_{2017}(13x + 3) = \log_{2017} 16$.

- (A) $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{0\}$. (D) $S = \{2\}$.

Câu 728. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 729. Giải phương trình $4\log_6(x - 3) + \log_6(x - 5)^4 = 0$. Một học sinh làm như sau:

Bước 1: Điều kiện: $\begin{cases} x > 3 \\ x \neq 5 \end{cases} \quad (*)$

Bước 2: Phương trình đã cho tương đương với $4\log_6(x - 3) + 4\log_6(x - 5) = 0$.

Bước 3: Hay là $\log_6[(x - 3)(x - 5)] = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x - 5) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{2} \\ x = 4 - \sqrt{2} \end{cases}$

Đối chiếu với điều kiện $(*)$, suy ra phương trình đã cho có nghiệm là $x = 4 + \sqrt{2}$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

- (A) Bước 1. (B) Bước 3. (C) Bước 2. (D) Đúng.

Câu 730. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x - 1) + \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) = 1$.

- (A) $S = \{2 + \sqrt{5}\}$. (B) $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$.
(C) $S = \{3\}$. (D) $S = \left\{\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$.

Câu 731. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(-x) - \log_2(8x^2) + 1 = 0$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{1}{4}; 0\right\}$. (B) $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$. (C) $S = \emptyset$. (D) $S = \{0; 4\}$.

Câu 732. Tập nghiệm S của phương trình $\log_5(3x^2 - 2x + 1) = \log_5(x + 1)$ là

- (A) $S = \{1\}$. (B) $S = \{0\}$. (C) $S = \{0; 1\}$. (D) $S = \emptyset$.

Câu 733. Số nghiệm của phương trình $\log_3(2x + 1) + \log_3(x + 1) = 1$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 734. Phương trình $\ln(x + 1) + \ln(x + 3) = \ln(x + 7)$ có mấy nghiệm?

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 735. Số tiền mà An để dành hàng ngày là x (đơn vị nghìn đồng, với $0 < x \in \mathbb{Z}$) biết x là nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$. Tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là

- (A) 7. (B) 21. (C) 24. (D) 14.

6.4 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Mức độ Thông hiểu

Câu 736. Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$

- (A) Có hai nghiệm dương.
 (B) Vô nghiệm.
 (C) Có một nghiệm âm.
 (D) Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Câu 737. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)^2 = 2\log_2(x^2+x+1)$ là:

- (A) 9. (B) -2. (C) 1. (D) 0.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 738. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x)\log_{25}^2 x = 1$ bằng

- (A) $\frac{7}{25}$. (B) $\frac{630}{625}$. (C) $\frac{1}{125}$. (D) 630.

6.5 PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH THÀNH TÍCH

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 739. Giải phương trình $\log_3 x + \log_4 x = 1 + \log_3 x \cdot \log_4 x$ là

- (A) $\begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$. (D) $x = 1$.

6.6 PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ, ĐÁNH GIÁ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 740. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

- (A) $\{1\}$. (B) $\{4\}$. (C) $\{3\}$. (D) $\{2\}$.

Câu 741. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right) + 2^{(x+\frac{1}{2x})} = 5$.

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 742. Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 743. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\log \frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 5}{x^2 + 1} + (x+1)^3 = x^2 + 6x + 7.$$

- (A) $-2 + \sqrt{3}$. (B) -2. (C) 0. (D) $-2 - \sqrt{3}$.

6.7 TOÁN THAM SỐ VỀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Mức độ Thông hiểu

Câu 744. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - 2m \log_2 x + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 < 64$.

(A) $m \in (-\infty; 6)$.

(B) $m \in (-\infty; 3)$.

(C) $m \in (-\infty; 6) \setminus \{1\}$.

(D) $m \in (-\infty; 3) \setminus \{1\}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 745. Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

(A) $1 \leq m \leq 16$.

(B) $4 \leq m \leq 8$.

(C) $3 \leq m \leq 8$.

(D) $0 \leq m \leq 2$.

Câu 746. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

(A) $m = \frac{61}{2}$.

(B) $m = 3$.

(C) không tồn tại.

(D) $m = \frac{9}{2}$.

Câu 747. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) Vô số.

Câu 748. Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$ có nghiệm duy nhất.

(A) $(-6; 19)$.

(B) $(-6; 18)$.

(C) $(-3; 18)$.

(D) $(-6; 19]$.

Câu 749. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có đúng hai nghiệm thuộc $[1; 8]$.

(A) $(3; 6]$.

(B) $(2; 6)$.

(C) $[3; 6)$.

(D) $(2; 3]$.

Câu 750. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

(A) $m = -4$.

(B) $m = 4$.

(C) $m = 81$.

(D) $m = 44$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 751. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x + 4y - 4) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

(A) $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

(B) $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

(C) $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

(D) $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Câu 752. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $10m \in \mathbb{Z}$ và phương trình $2 \log_{mx-5}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}}(x^2 + 2x - 6)$ có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .

(A) 15.

(B) 14.

(C) 13.

(D) 16.

Câu 753. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- (A) 2017. (B) 4014. (C) 2018. (D) 4015.

Câu 754. Tìm các giá trị của tham số a để phương trình sau có nghiệm duy nhất $\log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^3} + a + 1 = 0$.

- (A) $a < -1$. (B) $a = 1$. (C) $a < 1$. (D) Không tồn tại a .

7 Bài 6.1 Bất phương trình mũ

7.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 755. S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt[3]{3x+1} + \sqrt{2x+4} < 3 - \sqrt{\frac{2016}{2017}}$. Hỏi S là con của tập nghiệm nào dưới đây

- (A) $[-2; 0)$. (B) $(-2; 0)$. (C) $(-2; +\infty)$. (D) $(0; +\infty)$.

7.2 DẠNG BPT MŨ CƠ BẢN

Mức độ Thông hiểu

Câu 756. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- (A) $(-\infty; -4)$. (B) $[-4; +\infty)$. (C) $(-\infty; -4]$. (D) $(-4; +\infty)$.

Câu 757. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{|x-2|} < 9$ là

- (A) $(0; 4)$. (B) $(-1; 5)$. (C) $(-1; 3)$. (D) $(-2; 2)$.

7.3 PP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

Mức độ Nhận biết

Câu 758. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

- (A) $S = (1; +\infty)$. (B) $S = (-1; +\infty)$. (C) $S = (-2; +\infty)$. (D) $S = (-\infty; -2)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 759. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- (A) $S = (-\infty; 2)$. (B) $S = (-\infty; 1)$. (C) $S = (1; +\infty)$. (D) $S = (2; +\infty)$.

Câu 760. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

Câu 761. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > 9$.

- (A) $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; +\infty)$.
 (B) $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.
 (C) $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 (D) $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 762. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- (A) $(0; 6)$.
 (B) $(-\infty; 6)$.
 (C) $(0; 64)$.
 (D) $(6; +\infty)$.

Câu 763. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

- (A) $(2; +\infty)$.
 (B) $(1; 2)$.
 (C) $(1; 2]$.
 (D) $[2; +\infty)$.

7.4 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Mức độ Thông hiểu

Câu 764. Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 1.
 (B) 2.
 (C) 4.
 (D) 3.

Câu 765. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81 < 0$

- (A) $S = (3; +\infty)$.
 (B) $S = (0; +\infty)$.
 (C) $S = (1; 3)$.
 (D) $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

7.5 PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA

Mức độ Thông hiểu

Câu 766. Cho hàm số $f(x) = \frac{3^x}{7^{x^2-1}}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- (A) $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1 + \log_3 7} > \frac{x^2 - 1}{1 + \log_7 3}$.
 (B) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{1}{2}} 3 > (x^2 - 1) \log_2 7$.
 (C) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x^2 - 1) \log_3 7$.
 (D) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \ln 3 > (x^2 - 1) \ln 7$.

Câu 767. Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + x \log_2 5 > 0$.
 (B) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$.
 (C) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 > 0$.
 (D) $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x \ln 2 + x^2 \ln 5 > 0$.

7.6 TOÁN THAM SỐ VỀ BPT MŨ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 768. Tìm tập hợp các giá trị thực của m để bất phương trình: $m \cdot 9^{\sqrt{2x-x^2}} - 3^{\sqrt{2x-x^2}} + 8m - 1 \leq 0$ có nghiệm.

- (A) $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.
 (B) $\left(\frac{2}{9}; +\infty\right)$.
 (C) $\left[\frac{2}{9}; \frac{1}{4}\right]$.
 (D) $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

7.7 BÀI TOÁN BPT CÓ NGHIỆM, VÔ NGHIỆM TRÊN K

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 769. Cho bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq m \cdot 3^{\sin^2 x}$. Điều kiện của tham số m để bất phương trình có nghiệm là

- ☐ A $m < 4$.
 ☐ B $m \leq 4$.
 ☐ C $m \geq 4$.
 ☐ D $m > 4$.

8 Bài 6.2 Bất phương trình lôgarít

8.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 770. Để giải bất phương trình $\ln \frac{2x}{x-1} > 0$ (*), một học sinh lập luận qua ba bước như sau:

Bước 1: Điều kiện: $\frac{2x}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$ (1)

Bước 2: Ta có $\ln \frac{2x}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \ln \frac{2x}{x-1} > \ln 1 \Leftrightarrow \frac{2x}{x-1} > 1$ (2)

Bước 3: (2) $\Leftrightarrow 2x > x-1 \Leftrightarrow x > -1$ (3)

Kết hợp (3) và (1), ta được $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

Hỏi lập luận trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

- ☐ A Lập luận hoàn toàn đúng.
 ☐ B Sai ở bước 1.
 ☐ C Sai ở bước 2.
 ☐ D Sai ở bước 3.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 771. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

- ☐ A $\frac{9}{4}$.
 ☐ B $\frac{9}{2}$.
 ☐ C $\frac{9}{8}$.
 ☐ D 9.

8.2 DẠNG BPT LÔGARIT CƠ BẢN

Mức độ Nhận biết

Câu 772. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- ☐ A $S = (2; +\infty)$.
 ☐ B $S = (-\infty; 2)$.
 ☐ C $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
 ☐ D $S = (-1; 2)$.

Câu 773. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{e}{\pi}}(x^2 - 2x) < \log_{\frac{e}{\pi}}(x+4)$ là

- ☐ A $S = (-4; -1) \cup (4; +\infty)$.
 ☐ B $S = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.
 ☐ C $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
 ☐ D $S = \emptyset$.

Mức độ Thông hiểu**Câu 774.** Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

- ☐ (A) $x > 3$.
 ☐ (B) $\frac{1}{3} < x < 3$.
 ☐ (C) $x < 3$.
 ☐ (D) $x > \frac{10}{3}$.

Câu 775. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 3) \geq 0$ là

- ☐ (A) $(-\infty; 1]$.
 ☐ (B) $[2; +\infty)$.
 ☐ (C) $[1; 2]$.
 ☐ (D) $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 776. Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}[\log_3(x - 2)] > 0$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

- ☐ (A) 2.
 ☐ (B) 4.
 ☐ (C) 3.
 ☐ (D) 5.

Câu 777. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) < 3$.

- ☐ (A) $(-\infty; 10)$.
 ☐ (B) $(1; 9)$.
 ☐ (C) $(1; 10)$.
 ☐ (D) $(\infty; 9)$.

Mức độ Vận dụng thấp**Câu 778.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{\pi}{\sqrt{13}}}(2x - 1)}$.

- ☐ (A) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
 ☐ (B) $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.
 ☐ (C) $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.
 ☐ (D) $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

8.3 PP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

Mức độ Thông hiểu**Câu 779.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$.

- ☐ (A) $S = (1; 4]$.
 ☐ (B) $S = (-\infty; 4]$.
 ☐ (C) $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.
 ☐ (D) $S = (1; 4)$.

8.4 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Mức độ Thông hiểu**Câu 780.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$.

- ☐ (A) $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$.
 ☐ (B) $S = [2; 16]$.
 ☐ (C) $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.
 ☐ (D) $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Mức độ Vận dụng thấp**Câu 781.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} \leq 1$.

- ☐ (A) $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}] \cup (2; +\infty)$.
 ☐ (B) $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}]$.
 ☐ (C) $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.
 ☐ (D) $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$.

8.5 BÀI TOÁN BPT NGHIỆM ĐÚNG VỚI MỌI x THUỘC K

Mức độ Vận dụng cao

Câu 782. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$\log_2(7x^2 + 7) < \log_2(mx^2 + 4x + m)$$

nghiệm đúng với mọi $x > 0$.

- (A) $m > 5$. (B) $m \leq 14$. (C) $m \geq 7$. (D) $-1 \leq m \leq 14$.

8.6 BÀI TOÁN BPT CÓ NGHIỆM, VÔ NGHIỆM TRÊN K

Mức độ Vận dụng cao

Câu 783. Cho bất phương trình $\log_{3a} 11 + \log_{\frac{1}{7}}(\sqrt{x^2 + 3ax + 10} + 4) \cdot \log_{3a}(x^2 + 3ax + 12) \geq 0$. Giá trị thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $(-1; 0)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(2; +\infty)$.

8.7 CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP VỀ MŨ VÀ LÔGARIT

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 784. Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} = 13 \cdot 6^{1+\log x}$.

- (A) 1. (B) 0,1. (C) 100. (D) 10.

Câu 785. Gọi x, y là số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a.b$.

- (A) $a.b = 5$. (B) $a.b = 1$. (C) $a.b = 8$. (D) $a.b = 4$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 786. Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $4 + 9 \cdot 3^{x^2-2y} = (4 + 9^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x + 2y + 18}{x}$.

- (A) $P = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$. (B) $P = 9$.
(C) $P = 1 + 9\sqrt{2}$. (D) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 787. Gọi S là tập các cặp số thực (x, y) sao cho $x \in [-1; 1]$ và $\ln(x - y)^x - 2017x = \ln(x - y)^y - 2017y + e^{2018}$. Biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức $P = e^{2018x}(y + 1) - 2018x^2$ với $(x, y) \in S$ đạt được tại $(x_0; y_0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $x_0 \in (-1; 0)$. (B) $x_0 = -1$. (C) $x_0 = 1$. (D) $x_0 \in [0; 1)$.

Chương 3: Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng

1 Bài 1.1 Nguyên hàm (định nghĩa và tính chất, mở rộng)

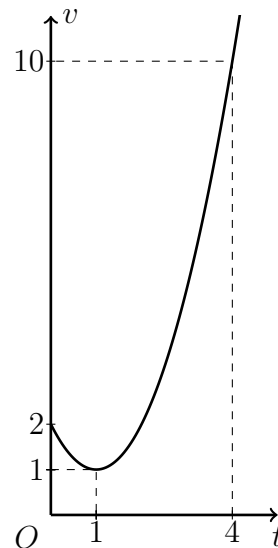
1.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 788.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1; 1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

- (A) $s = 6$ km. (B) $s = 8$ km. (C) $s = \frac{46}{3}$ km. (D) $s = \frac{40}{3}$ km.



1.2 CÁC CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Mức độ Nhận biết

Câu 789. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

- (A) $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$.
(B) $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
(C) $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$ với $\alpha \neq -1$.
(D) $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.

Câu 790. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào dưới đây đúng?

- (A) Nếu $\int f'(x) dx = \int g'(x) dx$ thì $f(x) \neq g(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
(B) Nếu $f(x) = g(x) + 2017, \forall x \in \mathbb{R}$ thì $\int f'(x) dx = \int g'(x) dx$.
(C) Nếu $\int f(x) dx = \int g(x) dx$ thì $f(x) \neq g(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

(D) Nếu $\int f'(x) dx = \int g'(x) dx$ thì $f(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 791.

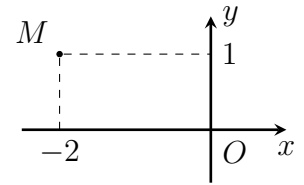
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

(A) $z = -2 + i$.

(B) $z = 1 - 2i$.

(C) $z = 2 + i$.

(D) $z = 1 + 2i$.



Mức độ Thông hiểu

Câu 792. Một vật xuất phát từ A chuyển động thẳng và nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 1 + 2t$ (m/s). Tính vận tốc tại thời điểm mà vật đó cách A một khoảng 20 m (giả thiết thời điểm vật xuất phát từ A tương ứng với $t = 0$).

(A) 12 (m/s).

(B) 11 (m/s).

(C) 10 (m/s).

(D) 9 (m/s).

1.3 CÂU HỎI GIẢI BẰNG ĐỊNH NGHĨA

Mức độ Thông hiểu

Câu 793. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ và đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(0; 1)$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

(A) $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

(B) $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

(C) $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

(D) $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 794. Biết $\int f(x) dx = 2x \ln(3x - 1) + C$ với $x \in \left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\int f(3x) dx = 2x \ln(9x - 1) + C$.

(B) $\int f(3x) dx = 6x \ln(3x - 1) + C$.

(C) $\int f(3x) dx = 6x \ln(9x - 1) + C$.

(D) $\int f(3x) dx = 3x \ln(9x - 1) + C$.

1.4 CÔNG THỨC NGUYÊN HÀM CƠ BẢN, MỞ RỘNG

Mức độ Nhận biết

Câu 795. Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

(A) $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.

(B) $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.

(C) $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

(D) $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 796. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3$ là

(A) $\frac{x^4}{4} + C$.

(B) $\frac{x^4}{2} + C$.

(C) $3x^2 + x + C$.

(D) $\frac{x^4}{4} + x + C$.

Câu 797. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

(A) $\int e^x dx = e^x + C$.

(B) $\int 2x dx = x^2 + C$.

Ⓒ $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C.$

Ⓓ $\int \sin x dx = \cos x + C.$

Câu 798. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

Ⓐ $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Ⓑ $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Ⓒ $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C.$

Ⓓ $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C.$

Câu 799. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sin x$ là

Ⓐ $\cos x + C.$

Ⓑ $-\cos x + C.$

Ⓒ $\tan x + C.$

Ⓓ $\cot x + C.$

Câu 800. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

Ⓐ $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C.$

Ⓑ $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

Ⓒ $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

Ⓓ $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C.$

Câu 801. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

Ⓐ $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C.$

Ⓑ $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C.$

Ⓒ $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln |5x-2| + C.$

Ⓓ $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln |5x-2| + C.$

Mức độ Thông hiểu

Câu 802. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

Ⓐ $\int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C.$

Ⓑ $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$

Ⓒ $\int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$

Ⓓ $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

Câu 803. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2018x}$.

Ⓐ $\int f(x) dx = e^{2018x} + C.$

Ⓑ $\int f(x) dx = \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} + C.$

Ⓒ $\int f(x) dx = 2018e^{2018x} + C.$

Ⓓ $\int f(x) dx = e^{2018x} \cdot \ln 2018 + C.$

Câu 804. Trong các khẳng định sau, hãy chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 3} + C.$

Ⓑ $\int 3^{2x} dx = \frac{9^x}{\ln 3} + C.$

Ⓒ $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + C.$

Ⓓ $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x+1}}{2x+1} + C.$

Câu 805. Trong các hàm số sau: (I) $f(x) = \tan^2 x + 2$, (II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$, (III) $f(x) = \tan^2 x + 1$.
Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$?

Ⓐ Chỉ (II).

Ⓑ Chỉ (III).

Ⓒ Chỉ (II), (III).

Ⓓ (I), (II), (III).

Câu 806. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

Ⓐ $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

Ⓑ $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

Ⓒ $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

Ⓓ $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

Câu 807. Cho $f(x) = \frac{1}{2x+3}$. Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của $f(x)$?

Ⓐ $F(x) = \frac{\ln |2x+3|}{2} + 4.$

Ⓑ $F(x) = \frac{\ln |4x+6|}{2} + 4.$

$$\textcircled{C} F(x) = \frac{\ln|4x+6|}{4} + 4. \quad \textcircled{D} F(x) = \frac{\ln|x+\frac{3}{2}|}{2} + 4.$$

Câu 808. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

$$\textcircled{A} 2e^{2x} + C. \quad \textcircled{B} \frac{1}{2}e^x + C. \quad \textcircled{C} \frac{1}{2}e^{2x} + C. \quad \textcircled{D} e^{2x} + C.$$

Câu 809. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

$$\textcircled{A} F(3) = \ln 2 + 1. \quad \textcircled{B} F(3) = \ln 2. \quad \textcircled{C} F(3) = 1 - \ln 2. \quad \textcircled{D} F(3) = \ln 2 - 1.$$

Câu 810. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$.

$$\textcircled{A} x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C. \quad \textcircled{B} x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C. \quad \textcircled{C} x^2 - 2 \cos 2x + C. \quad \textcircled{D} x^2 + 2 \cos 2x + C.$$

1.5 TỔNG, HIỆU, TÍCH VỚI SỐ CỦA CÁC HÀM ĐƠN GIẢN

Mức độ Nhận biết

Câu 811. Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 + 1$ là

$$\textcircled{A} \frac{x^3}{3} + x + C. \quad \textcircled{B} \frac{x^3}{3} + C. \quad \textcircled{C} 2x + C. \quad \textcircled{D} \frac{x^2}{2} + x + C.$$

Câu 812. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

$$\textcircled{A} x^3 + C. \quad \textcircled{B} \frac{x^3}{3} + x + C. \quad \textcircled{C} 6x + C. \quad \textcircled{D} x^3 + x + C.$$

Mức độ Thông hiểu

Câu 813. Nếu $\int f(x)dx = \frac{1}{x} + \ln|2x| + C$ với $x \in (0; +\infty)$ thì hàm số $f(x)$ là

$$\begin{aligned} \textcircled{A} f(x) &= -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}. & \textcircled{B} f(x) &= \sqrt{x} + \frac{1}{2x}. \\ \textcircled{C} f(x) &= \frac{1}{x^2} + \ln(2x). & \textcircled{D} f(x) &= -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x}. \end{aligned}$$

Câu 814. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \int f(x) dx &= \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C. & \textcircled{B} \int f(x) dx &= \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C. \\ \textcircled{C} \int f(x) dx &= \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C. & \textcircled{D} \int f(x) dx &= \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C. \end{aligned}$$

Câu 815. Cho hàm số $f(x) = \frac{m}{\pi} + \sin x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$; $F(\pi) = 5$.

$$\textcircled{A} m = 2. \quad \textcircled{B} m = 3. \quad \textcircled{C} m = 4. \quad \textcircled{D} m = 1.$$

1.6 HÀM PHÂN THỨC (CHỈ BIẾN ĐỔI, KHÔNG ĐẶT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 816. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$.

$$\textcircled{A} \int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-1| + C.$$

- (B) $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln(x-1) + C.$
 (C) $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-1| + C.$
 (D) $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + \ln(x-1) + C.$

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 817. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = \frac{2017x}{(x^2+1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

- (A) $m = -\frac{1}{2}.$ (B) $m = \frac{1-2^{2017}}{2^{2018}}.$ (C) $m = \frac{1+2^{2017}}{2^{2018}}.$ (D) $m = \frac{1}{2}.$

1.7 HÀM LƯỢNG GIÁC (CHỈ CẦN BIẾN ĐỔI, KHÔNG ĐẶT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 818. Tìm họ của nguyên hàm $f(x) = \tan 2x$.

- (A) $\int \tan 2x dx = 2(1 + \tan^2 2x) + C.$ (B) $\int \tan 2x dx = -\ln|\cos 2x| + C.$
 (C) $\int \tan 2x dx = \frac{1}{2}(1 + \tan^2 2x) + C.$ (D) $\int \tan 2x dx = -\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + C.$

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 819. Tìm các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^4 x}$.

- (A) $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\tan^3 x - 2\tan x - \frac{1}{\tan^2 x} + C.$
 (B) $\int f(x) dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + 2\tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$
 (C) $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\tan^3 x + 2\tan^2 x - \frac{1}{\tan x} + C.$
 (D) $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\tan^3 x + 2\tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$

1.8 NGUYÊN HÀM CÓ ĐIỀU KIỆN (CHỈ BIẾN ĐỔI)

Mức độ Nhận biết

Câu 820. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{14}{3}$ thì

- (A) $F(x) = \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{13}{3}.$ (B) $F(x) = -\frac{1}{3}\sin 3x + 5.$
 (C) $F(x) = \frac{1}{3}\sin 3x + 5.$ (D) $F(x) = -\frac{1}{3}\sin 3x + \frac{13}{3}.$

Mức độ Thông hiểu

Câu 821. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

- (A) $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}.$ (B) $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1.$

(C) $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

(D) $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

Câu 822. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5.$

(B) $f(x) = 2x + 5 \cos x + 3.$

(C) $f(x) = 2x - 5 \cos x + 10.$

(D) $f(x) = 2x - 5 \cos x + 15.$

2 Bài 1.2 Phương pháp tìm nguyên hàm

2.1 THỂ HIỆN QUY TẮC ĐỔI BIẾN (CHO SẴN PHÉP ĐẶT T)

Mức độ Thông hiểu

Câu 823. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$.

(A) $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C.$

(B) $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C.$

(C) $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot 5^{2x} \ln 5 + C.$

(D) $\int 5^{2x} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 824. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

(A) $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3x+1} + C.$

(B) $\int f(x) dx = \sqrt[3]{3x+1} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C.$

(D) $\int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C.$

2.2 THỂ HIỆN QUY TẮC NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Mức độ Thông hiểu

Câu 825. Tính $F(x) = \int x \cos x dx$ ta được kết quả

(A) $F(x) = x \sin x - \cos x + C.$

(B) $F(x) = -x \sin x - \cos x + C.$

(C) $F(x) = x \sin x + \cos x + C.$

(D) $F(x) = -x \sin x + \cos x + C.$

2.3 ĐỔI BIẾN T KHÔNG QUA BIẾN ĐỔI (DT CÓ SẴN)

Mức độ Thông hiểu

Câu 826. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 \cdot e^{x^4+1}$.

(A) $\int f(x) dx = e^{x^4+1} + C.$

(B) $\int f(x) dx = 4e^{x^4+1} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} e^{x^4+1} + C.$

(D) $\int f(x) dx = \frac{1}{4} e^{x^4+1} + C.$

Câu 827. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln 3x}{x}$.

(A) $\frac{1}{6} \ln^2 3x + C.$

(B) $\frac{1}{3} \ln^2 3x + C.$

(C) $\frac{x}{2} \ln^2 3x + C.$

(D) $\frac{1}{2} \ln^2 3x + C.$

Câu 828. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5.$

(B) $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2.$

(C) $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2.$

(D) $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15.$

2.4 PP TỪNG PHẦN VỚI ($U =$ ĐA THỨC)**Mức độ Thông hiểu****Câu 829.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{2x}$ là:

(A) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$

(B) $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$

(C) $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C.$

(D) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C.$

Câu 830. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos 2x$.

(A) $\frac{x \sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

(B) $x \sin 2x - \frac{\cos 2x}{2} + C.$

(C) $x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

(D) $\frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Mức độ Vận dụng thấp**Câu 831.** Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

(A) $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C.$

(B) $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + x + C.$

(C) $\int f'(x)e^{2x} dx = x^2 - 2x + C.$

(D) $\int f'(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C.$

2.5 PP TỪNG PHẦN VỚI ($U =$ LÔGARIT)**Mức độ Vận dụng thấp****Câu 832.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} \ln x$.

(A) $\int f(x) dx = \frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C.$

(B) $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C.$

(C) $\int f(x) dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 1) + C.$

(D) $\int f(x) dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C.$

2.6 KẾT HỢP BIẾN ĐỔI, ĐỔI BIẾN, TỪNG PHẦN

Mức độ Vận dụng thấp**Câu 833.** Với C là hằng số. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

(A) $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$

(B) $\int (\sin x \cdot \sin 3x) dx = -\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$

(C) $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C.$

(D) $\int x(1+x)^{2018} dx = \frac{(1+x)^{2019}}{2019} + C.$

2.7 NGUYÊN HÀM CÓ DK (PP TỪNG PHẦN)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 834. Cho a là số thực dương. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(\ln(ax) + \frac{1}{x} \right)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{a}\right) = 0$ và $F(2018) = e^{2018}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $a \in \left(\frac{1}{2018}; 1\right)$. (B) $a \in \left(0; \frac{1}{2018}\right]$. (C) $a \in [1; 2018)$. (D) $a \in [2018; +\infty)$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 835. Cho $F(x) = (x - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

(A) $\int f'(x)e^{2x} dx = (4 - 2x)e^x + C$. (B) $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2 - x}{2}e^x + C$.
 (C) $\int f'(x)e^{2x} dx = (2 - x)e^x + C$. (D) $\int f'(x)e^{2x} dx = (x - 2)e^x + C$.

3 Bài 2.1 Tích phân (định nghĩa và tính chất, mở rộng)

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 836. Với cách đổi biến $u = \sqrt{1 + 3 \ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1 + 3 \ln x}} dx$ trở thành

(A) $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. (B) $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. (C) $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$. (D) $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 837. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x) = \cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

(A) $\frac{2 + \pi}{8}$. (B) 1. (C) $\frac{2 + \pi}{4}$. (D) $\frac{\pi}{4}$.

Câu 838. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ thỏa mãn $f'(x) \geq x + \frac{1}{x}, \forall x \in \mathbb{R}^+$ và $f(1) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(2)$.

(A) 3. (B) 2. (C) $\frac{5}{2} + \ln 2$. (D) 4.

Câu 839. Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn:

$$\int_1^3 (f(x) + 3g(x)) dx = 10, \int_1^3 (2f(x) - g(x)) dx = 6.$$

Tính $I = \int_1^3 (f(x) + g(x)) dx$.

- (A) $I = 6$. (B) $I = 8$. (C) $I = 7$. (D) $I = 9$.

Câu 840. Đổi biến $u = \ln x$ thì tích phân $\int_1^e \frac{1 - \ln x}{x^2} dx$ trở thành

- (A) $\int_1^0 (1 - u)e^u du.$ (B) $\int_0^1 (1 - u) du.$ (C) $\int_1^0 (1 - u)e^{2u} du.$ (D) $\int_0^1 (1 - u)e^{-u} du.$

3.2 CÁC CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Mức độ Vận dụng cao

Câu 841. Cho $\int_0^{x^2} f(t) dt = x \cdot \cos(\pi x)$, $x > 0$. Tính giá trị của $f(4)$.

- (A) 1. (B) $\frac{1}{4}.$ (C) $-\frac{1}{4}.$ (D) $\frac{1}{2}.$

3.3 CÂU HỎI GIẢI BẰNG ĐỊNH NGHĨA, Ý NGHĨA HH

Mức độ Thông hiểu

Câu 842. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$.

Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$

- (A) $I = 1.$ (B) $I = -1.$ (C) $I = 3.$ (D) $I = \frac{7}{2}.$

Câu 843. Giá trị của số thực a sao cho $\int_a^2 x^3 dx = 2$ là

- (A) $a = \pm 1.$ (B) $a = \pm 2\sqrt{2}.$ (C) $a = \pm \frac{2}{\sqrt[4]{2}}.$ (D) $a = \pm 2\sqrt[4]{2}.$

Câu 844. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^4 f(x) dx = 4$, $\int_2^3 f(x) dx = 2$. Khi đó giá trị của tổng

$\int_0^2 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx$ bằng

- (A) 2. (B) 4. (C) -2. (D) 6.

Câu 845. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

- (A) $I = e.$ (B) $I = \frac{1}{e}.$ (C) $I = \frac{1}{2}.$ (D) $I = 1.$

3.4 SỬ DỤNG NGUYÊN HÀM CƠ BẢN, MỞ RỘNG

Mức độ Nhận biết

Câu 846. Giá trị của tích phân $\int_{4\pi}^{2017\pi} \sin x dx$ là

- (A) 2. (B) -2. (C) 3. (D) 0.

Mức độ Thông hiểu

Câu 847. Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)dx$ là

- (A) 27. (B) 3. (C) 24. (D) 0.

Câu 848. Tính $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$.

- (A) $I = 3e^4 - 1$. (B) $I = 4e^4$. (C) $I = e^4 - 1$. (D) $I = e^4$.

Câu 849. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$.

- (A) $-\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 850. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- (A) $\frac{16}{225}$. (B) $\log \frac{5}{3}$. (C) $\ln \frac{5}{3}$. (D) $\frac{2}{15}$.

Câu 851. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- (A) $3x - y - z - 6 = 0$. (B) $3x - y - z + 6 = 0$.
(C) $x + 3y + z - 5 = 0$. (D) $x + 3y + z - 6 = 0$.

Câu 852. Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.

- (A) $I = 2e - 1$. (B) $I = 2e$. (C) $I = 2e + 1$. (D) $I = 2e - 2$.

3.5 TỔNG, HIỆU, TÍCH VỚI SỐ CỦA CÁC HÀM ĐƠN GIẢN

Mức độ Thông hiểu

Câu 853. Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- (A) 2. (B) 6. (C) 8. (D) 4.

Câu 854. Giải phương trình $\int_0^x e^t dt = 2^{2017} - 1$

- (A) $x = 2017$. (B) $x = 2017 \ln 2$. (C) $x = \ln 2017$. (D) $x = \frac{2017}{\ln 2}$.

Câu 855. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- (A) $I = \frac{5}{2}$. (B) $I = \frac{7}{2}$. (C) $I = \frac{17}{2}$. (D) $I = \frac{11}{2}$.

3.6 HÀM PHÂN THỨC (CHỈ BIẾN ĐỔI, KHÔNG ĐẶT)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 856. Biết $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

(A) $S = 6$.

(B) $S = 2$.

(C) $S = -2$.

(D) $S = 0$.

3.7 HÀM LƯỢNG GIÁC (CHỈ CẦN BIẾN ĐỔI, KHÔNG ĐẶT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 857. Có bao nhiêu số thực b thuộc $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$?

(A) 8.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 6.

4 Bài 2.2 Phương pháp tính tích phân

4.1 THỂ HIỆN QUY TẮC ĐỔI BIẾN (CHO SẴN PHÉP ĐẶT T)

Mức độ Thông hiểu

Câu 858. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

(A) $I = -\frac{1}{4}\pi^4$.

(B) $I = -\pi^4$.

(C) $I = 0$.

(D) $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 859. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.

(B) $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$.

(C) $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$.

(D) $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 860. Cho hàm số $f(x), f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4 + x^2}$. Tính $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

(A) $I = -\frac{\pi}{10}$.

(B) $I = -\frac{\pi}{20}$.

(C) $I = \frac{\pi}{10}$.

(D) $I = \frac{\pi}{20}$.

4.2 THỂ HIỆN QUY TẮC NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Mức độ Thông hiểu

Câu 861. Kết quả của phép tính tích phân $\int_0^1 \ln(2x+1)dx$ được biểu diễn dưới dạng $a \ln 3 + b$, khi đó giá trị của tích ab^3 bằng

(A) 3. (B) $\frac{3}{2}$. (C) 1. (D) $-\frac{3}{2}$.

4.3 ĐỔI BIẾN T KHÔNG QUA BIẾN ĐỔI (DT CÓ SẴN)

Mức độ Thông hiểu

Câu 862. Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(2x) dx$.

(A) $I = 32$. (B) $I = 8$. (C) $I = 16$. (D) $I = 4$.

Câu 863. Biết $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cdot \cos x dx$, đặt $t = \sin x$ ta có

(A) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t dt$. (B) $I = \int_0^1 e^t dt$. (C) $I = -\int_0^1 e^t dt$. (D) $I = \int_0^1 dt$.

Câu 864. Kết quả của phép tính tích phân $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$ được biểu diễn dạng $a\sqrt{2} + b$. Tính giá trị của ab .

(A) $\frac{2}{9}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $-\frac{2}{9}$. (D) $-\frac{2}{3}$.

Câu 865. Tính tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$.

(A) $2 \ln 5$. (B) $\frac{1}{2} \ln 5$. (C) $\ln 5$. (D) $4 \ln 5$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 866. Biết $\int_1^e \frac{1+m \ln t}{t} dt = 0$, khi đó điều nào sau đây đúng?

(A) $m \geq 1$. (B) $-6 < m < -3$. (C) $m < -2$. (D) $-3 \leq m \leq 0$.

Câu 867. Biết $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$. Giá trị của $2a^2 + ab + b^2$ bằng?

(A) 8. (B) 7. (C) 3. (D) 9.

Câu 868. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $(a; b)$ thỏa mãn $f(a) = f(b)$. Kết quả nào sau đây là đúng?

- (A) $\int_a^b f'(x)e^{f(x)} dx > 0$. (B) $\int_a^b f'(x)e^{f(x)} dx \neq 0$.
 (C) $\int_a^b f'(x)e^{f(x)} dx = 0$. (D) $\int_a^b f'(x)e^{f(x)} dx < 0$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 869. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx =$

2. Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng?

- (A) $I = 8.$ (B) $I = 6.$ (C) $I = 4.$ (D) $I = 10.$

4.4 ĐỔI BIẾN T SAU KHI BIẾN ĐỔI (DT BỊ ẨN)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 870. Biết $\int_1^e \frac{(x+1) \ln x + 2}{1+x \ln x} dx = a.e + b \ln \left(\frac{e+1}{e} \right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó

tỷ số $\frac{a}{b}$ là

- (A) $\frac{1}{2}.$ (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 871. Xét hàm số $y = f(x)$ liên tục trên miền $D = [a; b]$ có đồ thị là một đường cong (C) . Gọi S là phần giới hạn bởi (C) và các đường thẳng $x = a, x = b$. Người ta chứng minh được rằng độ dài đường cong S bằng $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$. Theo kết quả trên, độ dài đường cong S là phần

đồ thị của hàm số $f(x) = \ln x$ bị giới hạn bởi các đường $x = 1, x = \sqrt{3}$ là $m - \sqrt{m} + \ln \frac{1 + \sqrt{m}}{\sqrt{n}}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$ thì giá trị $m^2 - mn + n^2$ là bao nhiêu?

- (A) 6. (B) 7. (C) 3. (D) 1.

Câu 872. Cho $\int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

- (A) $S = 2.$ (B) $S = -2.$ (C) $S = 0.$ (D) $S = 1.$

Câu 873. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- (A) $I = 6.$ (B) $I = 36.$ (C) $I = 2.$ (D) $I = 4.$

Câu 874. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $a+b+c$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 7. (D) 9.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 875. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- (A) $I = -6.$ (B) $I = 0.$ (C) $I = -2.$ (D) $I = 6.$

4.5 ĐỔI BIẾN BẰNG PHÉP LƯỢNG GIÁC HOÁ

Mức độ Thông hiểu

Câu 876. Biết $I = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 4} = \frac{\pi}{b} + c$ với $b, c \in \mathbb{Z}; b \neq 0$. Tính $b + c$

(A) 7.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 8.

4.6 PP TỪNG PHẦN VỚI (U = ĐA THỨC)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 877. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính

$$\int_0^1 f(x)dx.$$

(A) $I = -12$.(B) $I = 8$.(C) $m = 1$.(D) $I = -8$.

4.7 PP TỪNG PHẦN VỚI (U = LÔGARIT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 878. Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$

(A) $I = \frac{1}{2}$.(B) $I = \frac{e^2 - 2}{2}$.(C) $I = \frac{e^2 + 1}{4}$.(D) $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 879. Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 9)dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$ trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

(A) $T = 10$.(B) $T = 9$.(C) $T = 8$.(D) $T = 11$.

Câu 880. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + 3b + c$.

(A) 4.

(B) -6.

(C) 6.

(D) 5.

4.8 KẾT HỢP BIẾN ĐỔI, ĐỔI BIẾN, TỪNG PHẦN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 881. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$.

Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- (A) 6. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

4.9 KỸ THUẬT RIÊNG CỦA HÀM PHÂN THỨC (CÓ ĐẶT)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 882. Cho biết $\int_0^1 \frac{4x + 11}{x^2 + 5x + 6} dx = \ln \frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, b là các số nguyên dương). Giá trị của $a + b$ là

- (A) 11. (B) 13. (C) 10. (D) 12.

4.10 TÍCH PHÂN ĐẶC BIỆT (HÀM CHẴN, LẼ, TUẦN HOÀN, ...)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 883. Biết $\int_{-a}^a \frac{x^2}{e^x + 1} dx = 9$, trong đó $a \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a + \frac{1}{a}$ là

- (A) $T = \frac{5}{2}$. (B) $T = \frac{10}{3}$. (C) $T = 0$. (D) $T = -\frac{10}{3}$.

5 Bài 3. Ứng dụng hình học của tích phân

5.1 CÂU HỎI LÝ THUYẾT VỀ ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TP

Mức độ Nhận biết

Câu 884. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- (A) $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. (B) $V = \int_a^b f^2(x) dx$.
(C) $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. (D) $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 885. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$ là:

(A) $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

(B) $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

(C) $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx.$

(D) $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right| - \left| \int_a^b g(x) dx \right|.$

Câu 886. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

(A) $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

(B) $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

(C) $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

(D) $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

5.2 XÂY DỰNG CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH THEO HÌNH VẼ

Mức độ Thông hiểu

Câu 887.

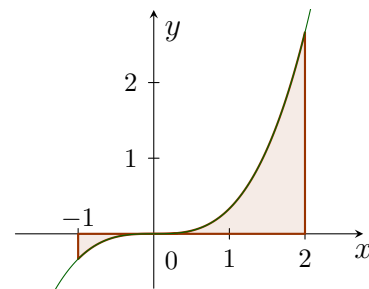
Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx, b = \int_0^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $S = b - a.$

(B) $S = b + a.$

(C) $S = -b + a.$

(D) $S = -b - a.$

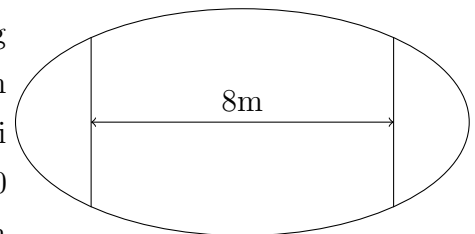


5.3 XÂY DỰNG CÔNG THỨC TÍNH THỂ TÍCH THEO HÌNH VẼ

Mức độ Vận dụng cao

Câu 888.

Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



(A) 7.862.000 đồng.

(B) 7.653.000 đồng.

(C) 7.128.000 đồng.

(D) 7.826.000 đồng.

5.4 DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG $Y=F(X)$, Ox **Mức độ Thông hiểu**

Câu 889. Giả sử hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ có diện tích S_1 , hình phẳng tạo bởi các đường $y = |f(x)|$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ có diện tích S_2 , còn hình phẳng tạo bởi các đường $y = -f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ có diện tích S_3 . Kết quả nào dưới đây đúng?

- (A) $S_2 > S_3$. (B) $S_1 = S_3$. (C) $S_1 = -S_3$. (D) $S_2 > S_1$.

Câu 890. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ là

- (A) $\frac{9}{2}$. (B) $\frac{15}{4}$. (C) 4. (D) $\frac{17}{4}$.

5.5 DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG $Y=F(X)$, $Y=G(X)$ **Mức độ Thông hiểu**

Câu 891. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2 - 5x + 3$ và $y = -2x^2 + 2x - 1$.

- (A) $\frac{1}{54}$. (B) $\frac{833}{54}$. (C) $\frac{263}{162}$. (D) $\frac{35}{54}$.

Câu 892. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

- (A) 1. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 893. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P) : y = x^2$, tiếp tuyến tại $A(1; 1)$ và trục Oy bằng S_1 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P) : y = x^2$, tiếp tuyến tại $A(1; 1)$ và trục Ox bằng S_2 . Khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng?

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) 4. (C) $\frac{1}{3}$. (D) 3.

Câu 894. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- (A) $\frac{37}{12}$. (B) $\frac{9}{4}$. (C) $\frac{81}{12}$. (D) 13.

5.6 DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG $Y=F(X)$, $Y=G(X)$, $Y=H(X)$ **Mức độ Thông hiểu**

Câu 895. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H) : y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

- (A) $S = \ln 2 - 1(\text{đvdt})$. (B) $S = 2 \ln 2 - 1(\text{đvdt})$.
(C) $S = 2 \ln 2 - 1(\text{đvdt})$. (D) $S = \ln 2 + 1(\text{đvdt})$.

5.7 DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG DỰA VÀO ĐỒ THỊ

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 896.

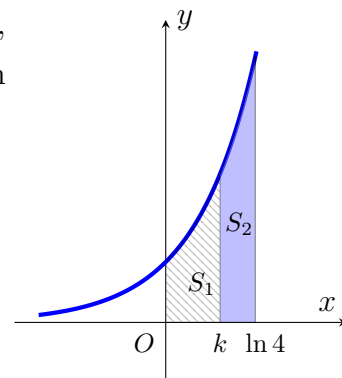
Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

(A) $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

(B) $k = \ln 2$.

(C) $k = \ln \frac{8}{3}$.

(D) $k = \ln 3$.



Mức độ Vận dụng cao

Câu 897. Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 8$. Trên AB lấy hai điểm M, N đối xứng nhau qua O sao cho $MN = 4$. Qua M, N kẻ hai dây cung PQ và EF cùng vuông góc với AB . Tính diện tích S phần giới hạn bởi đường tròn và 2 dây cung PQ, EF (phần chứa điểm O).

(A) $S = 8\pi + 5$.

(B) $S = 12\pi - 7$.

(C) $S = 6\pi + 8\sqrt{3}$.

(D) $S = \frac{16}{3}\pi + 8\sqrt{3}$.

5.8 THỂ TÍCH VẬT THỂ, BIẾT MẶT CẮT

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 898. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

(A) $V = 32 + 2\sqrt{15}$.

(B) $V = \frac{124\pi}{3}$.

(C) $V = \frac{124}{3}$.

(D) $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

5.9 THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY $Y=F(X)$, OX (QUANH OX)

Mức độ Nhận biết

Câu 899. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

(A) $\frac{496\pi}{15}$.

(B) $\frac{32\pi}{15}$.

(C) $\frac{4\pi}{3}$.

(D) $\frac{16\pi}{15}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 900. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = -1$. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình (H) quay quanh trục hoành.

(A) $\frac{e^2 - e^{-2}}{2}\pi$.

(B) $\frac{e^2 + e^{-2}}{2}\pi$.

(C) $\frac{e^4}{2}\pi$.

(D) $\frac{e^2 - e^{-2}}{2}$.

Câu 901. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- (A) $V = \pi - 1$. (B) $V = (\pi - 1)\pi$. (C) $V = (\pi + 1)\pi$. (D) $V = \pi + 1$.

Câu 902. Cho hình phẳng $\mathcal{D}$ giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- (A) $V = 2(\pi + 1)$. (B) $V = 2\pi(\pi + 1)$. (C) $V = 2\pi^2$. (D) $V = 2\pi$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 903. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

- (A) $V = \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$. (B) $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$. (C) $V = \frac{1}{2} + \frac{e - 1}{e}\pi$. (D) $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.

Câu 904. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x - 1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- (A) $V = 4 - 2e$. (B) $V = (4 - 2e)\pi$. (C) $V = e^2 - 5$. (D) $V = (e^2 - 5)\pi$.

Câu 905. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, trục hoành, trục tung, đường thẳng $x = 1$. Thể tích V hình tròn xoay sinh bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox là

- (A) $V = \frac{8\pi}{15}$. (B) $V = \frac{4\pi}{3}$. (C) $V = \frac{15\pi}{8}$. (D) $V = \frac{7\pi}{8}$.

Câu 906. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (2 - x)e^{\frac{x}{2}}$ và hai trục tọa độ.

- (A) $V = \pi(2e^2 - 10)$. (B) $V = 2e^2 + 10$. (C) $V = \pi(2e^2 + 10)$. (D) $V = 2e^2 - 10$.

5.10 THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY $Y=F(X)$, $Y=G(X)$,... (QUANH OX)

Mức độ Thông hiểu

Câu 907. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng

- (A) $\frac{32\pi}{15}$. (B) $\frac{64\pi}{15}$. (C) $\frac{21\pi}{15}$. (D) $\frac{16\pi}{15}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 908. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

- (A) $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. (B) $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.
(C) $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. (D) $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Câu 909. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P) : y = 2x^2$ và đường thẳng $(d) : y = x$ quay xung quanh trục Ox được tính bởi công thức nào dưới đây?

(A) $V = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx - 4\pi \int_0^{\frac{1}{2}} x^4 dx.$

(B) $V = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} (x - 2x^2) dx.$

(C) $V = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} (x - 2x^2)^2 dx.$

(D) $V = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx + 4\pi \int_0^{\frac{1}{2}} x^4 dx.$

5.11 CÂU HỎI LIÊN HỆ GIỮA GIÁ TRỊ HÀM VÀ DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Mức độ Vận dụng cao

Câu 910.

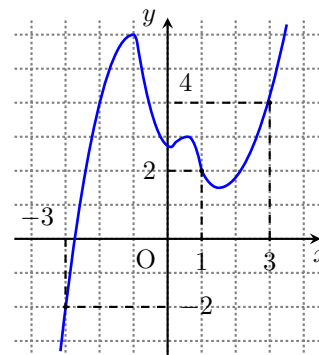
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x + 1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $g(-3) > g(3) > g(1).$

(B) $g(1) > g(-3) > g(3).$

(C) $g(3) > g(-3) > g(1).$

(D) $g(1) > g(3) > g(-3).$



5.12 BÀI TOÁN THỰC TẾ (GẮN HỆ TRỰC, TÌM ĐƯỜNG CONG,...)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 911. Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là

(A) 33750000 đồng.

(B) 3750000 đồng.

(C) 12750000 đồng.

(D) 6750000 đồng.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 912.

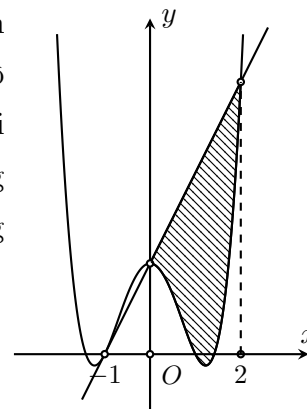
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) , biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1; 0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính diện tích giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 0$.

(A) $\frac{2}{5}.$

(B) $\frac{1}{4}.$

(C) $\frac{2}{9}.$

(D) $\frac{1}{5}.$



Bài toán thực tế

Câu 913. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

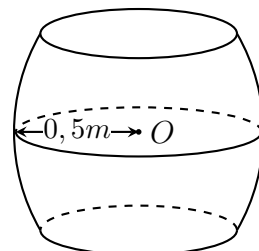
- (A) 0,2 m. (B) 2 m. (C) 10 m. (D) 20 m.

Câu 914.

Coi cái trống trường là vật thể giới hạn bởi một mặt cầu bán kính $R = 0,5m$ và hai mặt phẳng song song cách đều tâm như hình vẽ sau.

Biết chiều cao của trống là $h = 0,8m$. Tính thể tích của cái trống.

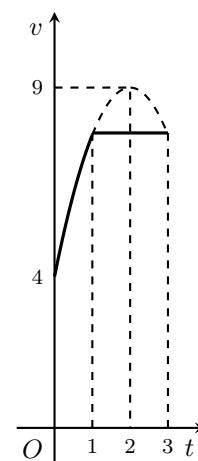
- (A) $\frac{59\pi}{375}(m^3)$. (B) $\frac{472\pi}{3}(m^3)$.
(C) $\frac{472000\pi}{3}(m^3)$. (D) $\frac{375\pi}{59}(m^3)$.



Câu 915.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

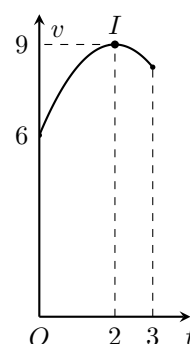
- (A) $s = 23,25$ km. (B) $s = 21,58$ km.
(C) $s = 15,50$ km. (D) $s = 13,83$ km.



Câu 916.

Một vật chuyển động trong 3 giờ đầu với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

- (A) $s = 24,25$ km. (B) $s = 26,75$ km.
(C) $s = 24,75$ km. (D) $s = 25,25$ km.



5.13 CÁC BÀI TOÁN LIÊN MÔN

Mức độ Thông hiểu

Câu 917. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- (A) 87.5 mét. (B) 96.5 mét. (C) 102.5 mét. (D) 105 mét.

Câu 918. Cho lò xo có chiều dài tự nhiên bằng 10cm, độ cứng $k = 800\text{N/m}$. Công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài từ 15cm đến 18cm bằng.

- (A) 1,54J. (B) 1,56J. (C) 1,69J. (D) 1,96J.

Câu 919. Một nhà máy sản xuất sữa bột cho trẻ em cần thiết kế bao bì cho một loại sản phẩm mới. Bao bì cần sản xuất có thể tích là 2 dm^3 , làm theo dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và chiều cao là h . Để tiết kiệm vật liệu nhất thì chiều cao h của bao bì gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau.

- (A) 1,26 (dm). (B) 1,59 (dm). (C) 1,03 (dm). (D) 1,62 (dm).

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 920. Một chiếc xe bắt đầu khởi hành nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 3t\text{ (m/s)}$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu chuyển động. Sau khi khởi hành được 5 giây thì chiếc xe giữ nguyên vận tốc và chuyển động thẳng đều. Tính quãng đường chiếc xe đi được sau 10 giây

- (A) 112,5 m. (B) 75 m. (C) 2812,5 m. (D) 150 m.

Chương 4: Số phức

1 Bài 1. Số phức

1.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

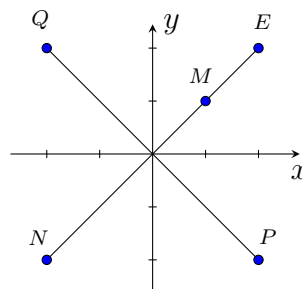
Câu 921. Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

- ☐ (A) $y = 7$. ☐ (B) $x = 7$. ☐ (C) $y = x + 7$. ☐ (D) $y = x$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 922. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

- ☐ (A) Điểm N .
☐ (B) Điểm Q .
☐ (C) Điểm E .
☐ (D) Điểm P .



Mức độ Vận dụng thấp

Câu 923. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

- ☐ (A) 2. ☐ (B) 3. ☐ (C) 4. ☐ (D) 0.

1.2 TÌM PHẦN THỰC, PHẦN ẢO

Mức độ Nhận biết

Câu 924. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)i$ lần lượt là

- ☐ (A) 1 và 2. ☐ (B) -2 và 1. ☐ (C) 1 và -2. ☐ (D) 2 và 1.

Câu 925. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

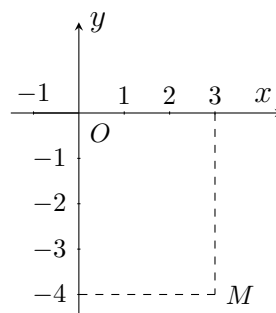
- ☐ (A) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$.
☐ (B) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2.
☐ (C) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$.
☐ (D) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Câu 926.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z .

Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
 (B) Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
 (C) Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
 (D) Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Câu 927. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .

- (A) $a = 3; b = 2$. (B) $a = 3; b = 2\sqrt{2}$. (C) $a = 3; b = \sqrt{2}$. (D) $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

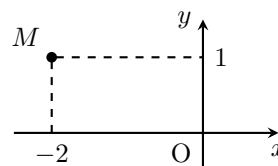
Câu 928. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- (A) $z = -2 + 3i$. (B) $z = 3i$. (C) $z = -2$. (D) $z = \sqrt{3} + i$.

Câu 929.

Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

- (A) $z_4 = 2 + i$. (B) $z_2 = 1 + 2i$.
 (C) $z_3 = -2 + i$. (D) $z_1 = 1 - 2i$.



Câu 930. Cho số phức $z = 1 - i + i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- (A) $a = 0, b = 1$. (B) $a = -2, b = 1$. (C) $a = 1, b = 0$. (D) $a = 1, b = -2$.

Câu 931. Cho số phức $z = 6 - 5i$, hãy chọn khẳng định đúng.

- (A) $\bar{z}$ có phần thực bằng 6 và phần ảo bằng 5 .
 (B) $\bar{z}$ có phần thực bằng -6 và phần ảo bằng 5 .
 (C) $\bar{z}$ có phần thực bằng 6 và phần ảo bằng 5 .
 (D) $\bar{z}$ có phần thực bằng -6 và phần ảo bằng $-5i$.

1.3 SỐ PHỨC LIÊN HỢP

Mức độ Thông hiểu

Câu 932. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- (A) $Q(1; 2)$. (B) $N(2; 1)$. (C) $M(1; -2)$. (D) $P(-2; 1)$.

1.4 TÍNH MÔĐUN CỦA SỐ PHỨC

Mức độ Nhận biết

Câu 933. Cho z, z' là hai số phức. Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) $|z| + |z'| \geq |z + z'|$. (B) $|z| = |-z|$.
 (C) $|z|^2 = z^2$. (D) $|z| = |\bar{z}|$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 934. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm mô-đun của $\bar{z} + iz$.

- (A) $4\sqrt{2}$. (B) 4. (C) $8\sqrt{2}$. (D) 8.

Câu 935. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$. Mô-đun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ là

- (A) $\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{8}$. (C) $-\sqrt{10}$. (D) $-\sqrt{8}$.

Câu 936. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

- (A) $|z| = \sqrt{34}$. (B) $|z| = 34$. (C) $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. (D) $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 937. Tính mô-đun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

- (A) $|z| = 25\sqrt{2}$. (B) $|z| = 7\sqrt{2}$. (C) $|z| = 5\sqrt{2}$. (D) $|z| = \sqrt{2}$.

2 Bài 2. Các phép toán cộng, trừ, nhân số phức

2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 938. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 1$.

- (A) 0. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

2.2 THỰC HIỆN CÁC PHÉP TOÁN

Mức độ Nhận biết

Câu 939. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- (A) $z = 11$. (B) $z = 3 + 6i$. (C) $z = -1 - 10i$. (D) $z = -3 - 6i$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 940. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $3z + 5\bar{z} = 5 - 2i$. Tính giá trị $P = \frac{a}{b}$.

- (A) $P = \frac{5}{7}$. (B) $P = 4$. (C) $P = \frac{25}{16}$. (D) $P = \frac{16}{25}$.

Câu 941. Cho số phức $z = a + bi$ (trong đó a, b là các số thực) thỏa mãn $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i$. Tính ab .

- (A) $ab = 6$. (B) $ab = -3$. (C) $ab = 3$. (D) $ab = -6$.

Câu 942. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- (A) $w = 7 - 3i$. (B) $w = -3 - 3i$. (C) $w = 3 + 7i$. (D) $w = -7 - 7i$.

Câu 943. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- (A) $z = 7 - 4i$. (B) $z = 2 + 5i$. (C) $z = -2 + 5i$. (D) $z = 3 - 10i$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 944. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

(A) $S = \frac{7}{3}$. (B) $S = -5$. (C) $S = 5$. (D) $S = -\frac{7}{3}$.

2.3 TÌM PHẦN THỰC, PHẦN ẢO

Mức độ Thông hiểu

Câu 945. Cho số phức $z = (2i - 1)^2 - (3 + i)^2$. Tổng phần thực và phần ảo của z là

(A) -1 . (B) 1 . (C) -21 . (D) 21 .

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 946. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

(A) $S = 4$. (B) $S = 2$. (C) $S = -2$. (D) $S = -4$.

Câu 947. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

(A) 0 . (B) 4 . (C) 3 . (D) 2 .

2.4 SỐ PHỨC LIÊN HỢP

Mức độ Nhận biết

Câu 948. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

(A) $(-5; 4)$. (B) $(5; -4)$. (C) $(5; 4)$. (D) $(-5; -4)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 949. Số phức liên hợp của số phức $z = (-3 + 4i)(2 - i) + 5 - 7i$ là

(A) $\bar{z} = -3 - 4i$. (B) $\bar{z} = -3 + 4i$. (C) $\bar{z} = 3 + 4i$. (D) $\bar{z} = 3 - 4i$.

2.5 TÍNH MÔĐUN CỦA SỐ PHỨC

Mức độ Nhận biết

Câu 950. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$

(A) $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. (B) $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. (C) $|z_1 + z_2| = 1$. (D) $|z_1 + z_2| = 5$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 951. Tính mô-đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

(A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) $\frac{1}{25}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 952. Cho số phức z thỏa mãn $\omega = (z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$ là một số thực. Tìm số phức z để $|z|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $z = 2 + 2i$. (B) $z = -2 - 2i$. (C) $z = -2 + 2i$. (D) $z = 2 - 2i$.

Câu 953. Moduln của số phức $z = -2i^{10} - 4(2i - 1)$ là

- (A) $|z| = 8$. (B) $|z| = 4$. (C) $|z| = 12$. (D) $|z| = 10$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 954. Cho số phức z thỏa mãn $(3+i)|z| = \frac{-2+14i}{z} + 1-3i$. Nhận xét nào sau đây đúng?

- (A) $1 < |z| < \frac{3}{2}$. (B) $\frac{3}{2} < |z| < 2$. (C) $\frac{7}{4} < |z| < \frac{11}{5}$. (D) $\frac{13}{4} < |z| < 4$.

Câu 955. Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z; iz$ và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) 6. (D) 9.

3 Bài 3. Phép chia số phức

3.1 THỰC HIỆN CÁC PHÉP TOÁN

Mức độ Thông hiểu

Câu 956. Cho số phức z thỏa mãn $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Tính z^4 .

- (A) i . (B) 1. (C) -1 . (D) $-i$.

Câu 957. Tìm số phức $z = \frac{2+i}{1-2i}$.

- (A) $z = \frac{1}{5} + i$. (B) $z = \frac{2}{5} + i$. (C) $z = i$. (D) $z = \frac{1}{5}i$.

3.2 TÌM PHẦN THỰC, PHẦN ẢO

Mức độ Nhận biết

Câu 958. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- (A) $\bar{z} = 3 - i$. (B) $\bar{z} = -3 + i$. (C) $\bar{z} = 3 + i$. (D) $\bar{z} = -3 - i$.

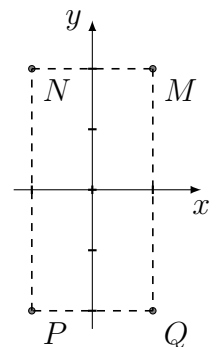
Mức độ Thông hiểu

Câu 959.

Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$.

Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- (A) Điểm P . (B) Điểm Q . (C) Điểm M . (D) Điểm N .



3.3 TÍNH MÔĐUN CỦA SỐ PHỨC

Mức độ Thông hiểu

Câu 960. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 5i = 1$.

- (A) $|z| = \frac{26\sqrt{5}}{5}$. (B) $|z| = \frac{\sqrt{26}}{5}$. (C) $|z| = \sqrt{\frac{26}{5}}$. (D) $|z| = \frac{26}{5}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 961. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- (A) $r = 4$. (B) $r = 5$. (C) $r = 20$. (D) $r = 22$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 962. Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\frac{3}{2} < |z| < 2$. (B) $|z| > 2$. (C) $|z| < \frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

3.4 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT THEO Z (VÀ LIÊN HỢP CỦA Z)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 963. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- (A) $P = \frac{1}{2}$. (B) $P = 1$. (C) $P = -1$. (D) $P = -\frac{1}{2}$.

4 Bài 4.1 Phương trình bậc hai hệ số thực

4.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 964. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$.

Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- (A) $T = 4$. (B) $T = 2\sqrt{3}$. (C) $4 + 2\sqrt{3}$. (D) $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Câu 965. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- (A) $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. (C) $P = \frac{2}{3}$. (D) $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

4.2 TÌM NGHIỆM PHỨC CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Mức độ Thông hiểu

Câu 966. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

- (A) $z^2 + 2z + 3 = 0$. (B) $z^2 - 2z - 3 = 0$. (C) $z^2 - 2z + 3 = 0$. (D) $z^2 + 2z - 3 = 0$.

Câu 967. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- (A) $3\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) $\sqrt{3}$.

4.3 CÂU HỎI VỀ MỐI LIÊN HỆ GIỮA 2 NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH

Mức độ Thông hiểu

Câu 968. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính giá trị của $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.

- (A) $P = 1$. (B) $P = 2$. (C) $P = -1$. (D) $P = 0$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 969. Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{1}{z} = 1$. Giá trị của biểu thức $T = z^{2017} + \frac{1}{z^{2017}}$ là

- (A) $T = 1$. (B) $T = -1$. (C) $T = 2017$. (D) $T = -2017$.

Câu 970. Gọi z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = z_1^4 + z_2^4$.

- (A) $P = -12$. (B) $P = 14i$. (C) $P = 14$. (D) $P = -14i$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 971. Cho số phức z là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = z^{2012} + \frac{1}{z^{2012}}$.

- (A) $P = -\frac{16^{503} + 1}{4^{503}}$. (B) $P = \frac{16^{503} - 1}{4^{503}}$. (C) $P = \frac{16^{503} + 1}{4^{503}}$. (D) $P = \frac{-16^{503} + 1}{4^{503}}$.

4.4 TÌM NGHIỆM PHỨC CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

Mức độ Thông hiểu

Câu 972. Tổng các nghiệm phức của phương trình $z^3 + z^2 - 2 = 0$ là

- (A) 1. (B) -1. (C) $1 - i$. (D) $1 + i$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 973. Cho z là số phức có mô-đun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w}$. Mô-đun của số phức w là

- (A) 2015. (B) 0. (C) 1. (D) 2017.

5 Bài 4.2 Tập hợp điểm

5.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng cao

Câu 974. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , lấy M là điểm biểu diễn số phức $z = (2 - i)(-1 + i)$ và gọi φ là góc tạo bởi chiều dương trục hoành với $\overrightarrow{OM}$. Tính $\sin 2\varphi$.

- (A) $\frac{3}{5}$. (B) $-\frac{3}{5}$. (C) $\frac{3}{\sqrt{10}}$. (D) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Câu 975. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo?

- (A) 0. (B) Vô số. (C) 1. (D) 2.

5.2 BIỂU DIỄN MỘT SỐ PHỨC

Mức độ Nhận biết

Câu 976. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là

- (A) $M(-1; -\sqrt{2})$. (B) $M(-1; 2)$. (C) $M(-1; -2)$. (D) $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Câu 977. Kí hiệu M là điểm biểu diễn số phức z , N là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) M, N đối xứng nhau qua trục hoành.
 (B) M, N đối xứng nhau qua trục tung.
 (C) M, N đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.
 (D) M, N đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 978. Cho số phức $z = 2 - 3i$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Điểm biểu diễn cho số phức $w = iz - (i + 2)\bar{z}$ là:

- (A) $M(2; 6)$. (B) $M(2; -6)$. (C) $M(3; -4)$. (D) $M(3; 4)$.

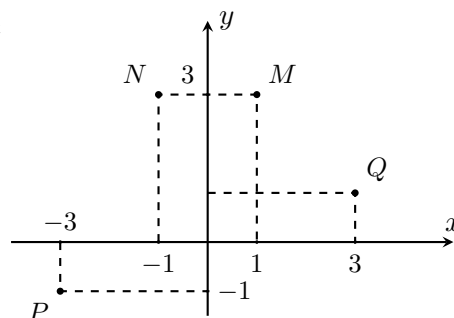
Câu 979. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- (A) $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. (B) $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. (C) $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. (D) $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Câu 980.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = (1 + i)(2 - i)$?

- (A) P . (B) M . (C) N . (D) Q .



Câu 981. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Toạ độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là

- (A) $(-1; 2)$. (B) $(-1; -\sqrt{2}i)$. (C) $(-1; -\sqrt{2})$. (D) $(-1; -2)$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 982. Cho các số phức z_1, z_2 khác 0, thỏa mãn $z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0$. Gọi A, B là các điểm biểu diễn tương ứng của z_1, z_2 . Khi đó, tam giác OAB là tam giác:

- (A) Đều. (B) Vuông tại O . (C) Tù. (D) Vuông tại A .

5.3 TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG THẲNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 983. Trên mặt phẳng tập hợp các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình

- (A) $y = x + 1$. (B) $y = -x + 1$. (C) $y = -x - 1$. (D) $y = x - 1$.

Câu 984. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng toạ độ Oxy biểu diễn số phức z thoả mãn điều kiện $|z + \bar{z} + 3| = 4$ là

- (A) đường tròn có tâm $I(1; 2)$ bán kính $R = 6$.
 (B) đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.
 (C) đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.
 (D) đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{7}{2}$.

5.4 TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG TRÒN, HÌNH TRÒN

Mức độ Thông hiểu

Câu 985. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|2 + z| = |i - 2z|$ là

- (A) đường tròn có tâm $I\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{17}}{3}$.
 (B) đường tròn có tâm $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{17}}{3}$.
 (C) đường tròn có tâm $I\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{17}}{3}$.
 (D) đường tròn có tâm $I\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{17}}{3}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 986. Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- (A) $I(0; 1)$. (B) $I(0; -1)$. (C) $I(-1; 0)$. (D) $I(1; 0)$.

Câu 987. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn tâm I có bán kính R lần lượt là

- (A) $I(-2; -1); R = 4$. (B) $I(-2; -1); R = 2$. (C) $I(2; -1); R = 4$. (D) $I(2; -1); R = 2$.

5.5 TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ MỘT CÔNIC

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 988. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

- (A) đường thẳng. (B) đường tròn. (C) parabol. (D) hypebol.

6 Bài 4.3 Max-Min của môđun số phức

6.1 MAX-MIN CỦA MÔĐUN

Mức độ Vận dụng cao

Câu 989. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

- (A) $1 + \sqrt{10}$. (B) 4. (C) $\sqrt{17}$. (D) 5.

Câu 990. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- (A) $|w| = \sqrt{1258}$. (B) $|w| = 3\sqrt{137}$. (C) $|w| = 2\sqrt{314}$. (D) $|w| = 2\sqrt{309}$.

Câu 991. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z| = 1$.

- (A) $\sqrt{3}$. (B) 3. (C) $\frac{13}{4}$. (D) 5.

Câu 992. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- (A) $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. (B) $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. (C) $P = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$. (D) $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Câu 993. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$. Giá trị của $T = M^2 + m^2$ là

- (A) $T = 64$. (B) $T = 68$. (C) $T = 50$. (D) $T = 16$.

Phần VI

Hình học 12

Chương 1: Khối đa diện

1 Bài 1. Nhận dạng khối đa diện

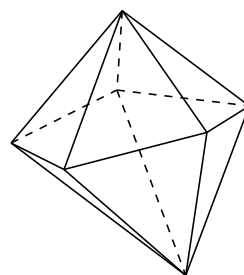
1.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 994.

Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt

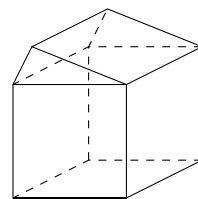
- (A) 11. (B) 12. (C) 10. (D) 7.



Câu 995.

Hình bên có bao nhiêu mặt?

- (A) 10. (B) 7. (C) 9. (D) 4.



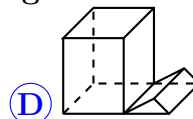
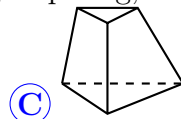
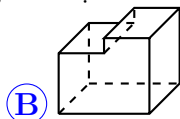
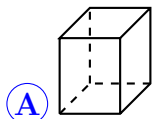
Câu 996. Chọn từ thích hợp điền vào chỗ chấm để được một mệnh đề đúng: "Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ... cạnh"

- (A) hai. (B) ba. (C) năm. (D) bốn.

1.2 NHẬN DẠNG CÁC KHỐI ĐA DIỆN

Mức độ Nhận biết

Câu 997. Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình **không** là hình đa diện.



Câu 998. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
(B) Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.
(C) Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
(D) Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 999. Hình đa diện nào sau đây có tâm đối xứng?

- ☐ (A) Hình hộp chữ nhật. ☐ (B) Hình tứ diện đều.
☐ (C) Hình chóp tứ giác đều. ☐ (D) Hình lăng trụ tam giác.

Câu 1000. Số nào trong các số sau đây không phải là số mặt của một khối đa diện đều nào đó

- ☐ (A) 6. ☐ (B) 12. ☐ (C) 20. ☐ (D) 30.

Câu 1001. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ (A) Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
☐ (B) Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
☐ (C) Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.
☐ (D) Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 1002. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

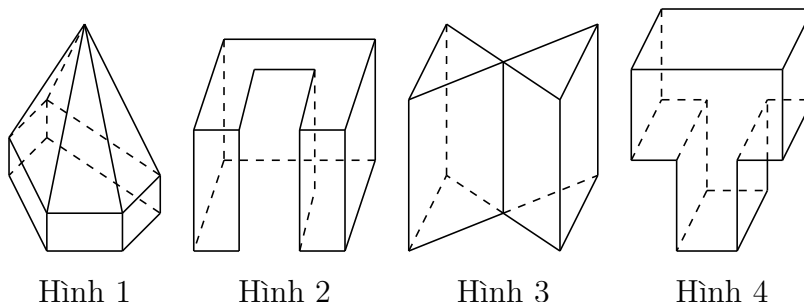
- ☐ (A) 20. ☐ (B) 25. ☐ (C) 10. ☐ (D) 15.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1003. Hình hộp đứng có đáy là hình thoi thì có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- ☐ (A) 1. ☐ (B) 3. ☐ (C) 4. ☐ (D) 2.

Câu 1004. Trong các hình sau, hình nào không là khối đa diện



- ☐ (A) Hình 2. ☐ (B) Hình 2 và Hình 4. ☐ (C) Hình 4. ☐ (D) Hình 3.

1.3 PHÂN CHIA, LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN

Mức độ Nhận biết

Câu 1005. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- ☐ (A) Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
☐ (B) Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
☐ (C) Khối lập phương là khối đa diện lồi.
☐ (D) Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1006. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- ☐ (A) Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

- ☐ B) Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
- ☐ C) Hai khối chóp tam giác.
- ☐ D) Hai khối chóp tứ giác.

1.4 CÂU HỎI LIÊN QUAN PHÉP BIẾN HÌNH

Mức độ Thông hiểu

Câu 1007. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- ☐ A) 3.
- ☐ B) 2.
- ☐ C) 4.
- ☐ D) 6.

2 Bài 2. Khối đa diện lồi - đều

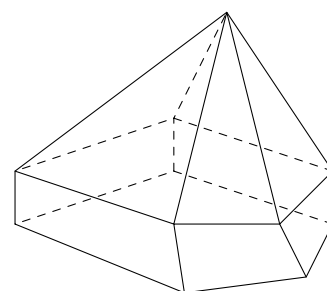
2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1008.

Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- ☐ A) 6.
- ☐ B) 10.
- ☐ C) 12.
- ☐ D) 11.



Câu 1009. Số đỉnh của khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ là

- ☐ A) 30.
- ☐ B) 15.
- ☐ C) 12.
- ☐ D) 20.

2.2 NHẬN DẠNG CÁC KHỐI ĐA DIỆN LỒI, ĐỀU

Mức độ Nhận biết

Câu 1010. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- ☐ A) Chỉ có năm loại khối đa diện đều.
- ☐ B) Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là những tam giác đều.
- ☐ C) Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.
- ☐ D) Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1011. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều có mỗi mặt là một tam giác đều?

- ☐ A) 5.
- ☐ B) 4.
- ☐ C) 2.
- ☐ D) 3.

2.3 TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

Mức độ Thông hiểu

Câu 1012. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

- (A) Tứ diện đều. (B) Bát diện đều.
(C) Hình lập phương. (D) Lăng trụ lục giác đều.

Câu 1013. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 3.

Câu 1014. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

- (A) Hình lăng trụ tứ giác đều. (B) Hình bát diện đều.
(C) Hình tứ diện đều. (D) Hình lập phương.

Câu 1015. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 5. (B) 6. (C) 9. (D) 8.

Câu 1016. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 3 mặt phẳng. (B) 2 mặt phẳng. (C) 5 mặt phẳng. (D) 4 mặt phẳng.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1017. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 4 mặt phẳng. (B) 3 mặt phẳng. (C) 6 mặt phẳng. (D) 9 mặt phẳng.

3 Bài 3.1 Thể tích khối chóp

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1018. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- (A) $V = \frac{1}{3}Bh$. (B) $V = \frac{1}{6}Bh$. (C) $V = Bh$. (D) $V = \frac{1}{2}Bh$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1019. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V_{ABCD} . Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối bát diện đều có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện đều đó. Tính $k = \frac{V_{(H)}}{V_{ABCD}}$.

- (A) $k = \frac{2}{3}$. (B) $k = \frac{1}{4}$. (C) $k = \frac{1}{2}$. (D) $k = \frac{1}{3}$.

3.2 KHỐI CHÓP CÓ MỘT CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Mức độ Nhận biết

Câu 1020. Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 2 \text{ cm}$, $OB = 3 \text{ cm}$, $OC = 6 \text{ cm}$. Tính thể tích của khối tứ diện $O.ABC$.

- (A) 6 cm^3 . (B) 36 cm^3 . (C) 12 cm^3 . (D) 18 cm^3 .

Câu 1021. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. (C) $V = \sqrt{2}a^3$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 1022. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = AC = SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

- (A) $V = a^3$. (B) $V = \frac{1}{2}a^3$. (C) $V = \frac{1}{3}a^3$. (D) $V = \frac{1}{6}a^3$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1023. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 1024. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBC đều cạnh a , góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. (C) $V = \frac{3a^3}{64}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 1025. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $3\sqrt{2}a^3$. (B) $\sqrt{6}a^3$. (C) $3a^3$. (D) $\sqrt{2}a^3$.

Câu 1026. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .

- (A) $2\sqrt{3}a^3$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (C) $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 1027. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $A.MNP$.

- (A) $V = \frac{7}{2}a^3$. (B) $V = 14a^3$. (C) $V = \frac{28}{3}a^3$. (D) $V = 7a^3$.

Câu 1028. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. (B) $V = \sqrt{3}a^3$. (C) $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. (D) $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 1029. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh huyền $AC = \sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với (ABC) , $SA = 2$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$. (B) 1. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 1030. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh SD và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $4\sqrt{3}a^3$. (C) $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $\frac{a^3}{3}$.

Câu 1031. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc bao nhiêu độ để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $\frac{2a^3}{3}$?

(A) 45° . (B) 60° . (C) 30° . (D) 75° .

Câu 1032. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

(A) $V = \frac{a^3}{3}$. (B) $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (C) $V = a^3$. (D) $V = 3a^3$.

Câu 1033. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 3a$, $AC = 5a$. Biết SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V = 20\sqrt{3}a^3$. (B) $V = 60\sqrt{3}a^3$. (C) $V = 25\sqrt{3}a^3$. (D) $V = 75\sqrt{3}a^3$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1034. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích khối chóp $S.AGD$ là

(A) $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. (B) $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. (C) $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. (D) $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Câu 1035. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. (C) $V = \frac{2a^3}{3}$. (D) $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 1036. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = a$ vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

(A) $V = \frac{1}{12}a^3$. (B) $V = \frac{1}{6}a^3$. (C) $V = \frac{1}{8}a^3$. (D) $V = \frac{1}{36}a^3$.

Câu 1037. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = a$ vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

(A) $V = \frac{1}{12}a^3$. (B) $V = \frac{1}{6}a^3$. (C) $V = \frac{1}{8}a^3$. (D) $V = \frac{1}{36}a^3$.

Câu 1038. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBD) tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (D) $V = a^3\sqrt{6}$.

Câu 1039. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B , $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V=120$. (B) $V=80$. (C) $V=40$. (D) $V=60$.

Câu 1040. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{2}$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng a . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. (B) $V = \frac{2a^3}{6}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

3.3 KHỐI CHÓP CÓ MỘT MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1041. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

(A) $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. (B) $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. (C) $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (D) $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

3.4 KHỐI CHÓP ĐỀU

Mức độ Thông hiểu

Câu 1042. Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ bằng:

(A) $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. (C) $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 1043. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

(A) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. (D) $2\sqrt{2}$.

Câu 1044. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh 1 là

(A) $V = 1$. (B) $V = \frac{1}{3}$. (C) $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 1045. Cho chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 3. Cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $V = \frac{9\sqrt{6}}{2}$. (B) $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. (C) $V = \frac{9\sqrt{2}}{2}$. (D) $V = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 1046. Tính thể tích V của khối bát diện đều cạnh a .

(A) $V = \frac{a^3}{3}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (D) $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 1047. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{14}}{2}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Câu 1048. Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích hình chóp đó.

- (A) 4. (B) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. (C) $2\sqrt{3}$. (D) 2.

Câu 1049. Cho khối chóp tứ giác đều, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp đó là

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. (B) $V = \frac{a^3}{6}$. (C) $V = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 1050. Thể tích V của khối tứ diện đều cạnh a là

- (A) $V = \frac{a^3}{8}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 1051. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng a là:

- (A) $V = \frac{a^3}{12}$. (B) $V = \frac{a^3}{4}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1052. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SAC . Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại M và N . Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng

- (A) $a^3\frac{\sqrt{3}}{4}$. (B) $a^3\frac{\sqrt{3}}{8}$. (C) $a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$. (D) $3a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$.

Câu 1053. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- (A) $V = 4\sqrt{7}a^3$. (B) $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. (C) $V = \frac{4a^3}{3}$. (D) $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

3.5 CÁC KHỐI CHÓP KHÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 1054. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm $\triangle ACD$. Tính thể tích khối chóp $G.BCD$ theo V .

- (A) $\frac{V}{2}$. (B) $\frac{V}{3}$. (C) $\frac{2V}{3}$. (D) $\frac{2V}{9}$.

Câu 1055. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA = 3a$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) $a^3\sqrt{6}$. (B) $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (D) $2a^3\sqrt{6}$.

Câu 1056. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

- (A) $V = 3$. (B) $V = 4$. (C) $V = 6$. (D) $V = 5$.

Câu 1057. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng 1 và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SO \perp (ABCD)$ và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{4}$. Tính SA .

- (A) $SA = 1$. (B) $SA = \frac{\sqrt{5}}{2}$. (C) $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $SA = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1058. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = 2\sqrt{3}$ và các cạnh còn lại đều bằng x . Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$.

- (A) $x = \sqrt{6}$. (B) $x = 2\sqrt{2}$. (C) $x = 3\sqrt{2}$. (D) $x = 2\sqrt{3}$.

Câu 1059. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , tam giác SAB vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- (A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 1060. Cho tứ diện $ABCD$ có $BD = 2$, hai tam giác ABD, BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 16. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(ABD), (BCD)$.

- (A) $\arccos\left(\frac{4}{15}\right)$. (B) $\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$. (C) $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$. (D) $\arcsin\left(\frac{4}{15}\right)$.

Câu 1061. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Tính thể tích khối chóp $A'.BCO$.

- (A) 1. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Câu 1062. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi (α) là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp.

- (A) $\frac{3a^3}{4}$. (B) $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. (C) $\frac{9a^3}{4}$. (D) $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 1063. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối tứ diện $ACD'B'$.

- (A) $V = \frac{1}{3}a^3$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (C) $V = \frac{a^3}{4}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

3.6 SỬ DỤNG ĐỊNH LÝ VỀ TỈ SỐ THỂ TÍCH

Mức độ Thông hiểu

Câu 1064. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{6}$. (D) $\frac{1}{8}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1065. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V . Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD , (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm N, P . Tính theo V thể tích khối chóp $S.APMN$.

- (A) $\frac{V}{6}$. (B) $\frac{V}{27}$. (C) $\frac{V}{9}$. (D) $\frac{V}{12}$.

Câu 1066. Cho khối chóp $S.ABCD$, trong đó đáy $ABCD$ là hình thang có các cạnh đáy là AB và CD sao cho $CD = 4AB$, một mặt phẳng qua CD cắt SA, SB tại các điểm tương ứng M và N . Nếu M nằm trên SA sao cho thiết diện $MNCD$ chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích $V_{SMNCD} : V_{MNCD A} = 1 : 2$. Khi đó tỉ số $\frac{SM}{SA}$ bằng?

- (A) $\frac{-3 + \sqrt{132}}{2}$. (B) $\frac{-6 + \sqrt{51}}{3}$. (C) $\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$. (D) $\frac{-3 + \sqrt{21}}{2}$.

Câu 1067. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi $B'; D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

- (A) $\frac{a^3}{3}$. (B) $\frac{16a^3}{45}$. (C) $\frac{a^3}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1068. Cho khối chóp $S.ABC$ có $M \in SA, N \in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}, \overrightarrow{NS} = -2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

- (A) $\frac{3}{5}$. (B) $\frac{4}{5}$. (C) $\frac{4}{9}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 1069. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC , đặt $\frac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD theo thứ tự N, P . Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

- (A) $k = \sqrt{3}$. (B) $k = 1$. (C) $k = 2$. (D) $k = \sqrt{2}$.

Câu 1070. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với điểm B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành chia khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$. (B) $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$. (C) $\frac{3a^3\sqrt{2}}{320}$. (D) $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.

Câu 1071. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- (A) $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. (B) $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. (C) $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. (D) $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Câu 1072. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k, 0 < k < 1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là

- (A) $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. (B) $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$. (C) $k = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. (D) $k = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$.

3.7 KHỐI ĐA DIỆN CẮT RA TỪ MỘT KHỐI CHÓP

Mức độ Thông hiểu

Câu 1073. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

- (A) $\frac{V}{6}$. (B) $\frac{V}{4}$. (C) $\frac{V}{2}$. (D) $\frac{V}{3}$.

Câu 1074. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

- (A) $\frac{V}{27}$. (B) $\frac{4V}{27}$. (C) $\frac{2V}{81}$. (D) $\frac{V}{9}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1075. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

- (A) $V = \frac{a^3}{36}$. (B) $V = \frac{a^3}{8}$. (C) $V = \frac{a^3}{12}$. (D) $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 1076. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Xét đa diện lồi (H) có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích của (H) .

- (A) $\frac{9}{2}$. (B) 4. (C) $2\sqrt{3}$. (D) $\frac{5}{12}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1077. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

- (A) $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. (B) $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. (C) $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

4 Bài 3.2 Thể tích khối lăng trụ

4.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1078. Cho khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $V = \frac{1}{3}Bh$. (B) $V = \sqrt{Bh}$. (C) $V = Bh$. (D) $V = 3Bh$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1079. Cho khối lăng trụ và khối chóp có diện tích đáy bằng nhau, chiều cao của khối lăng trụ bằng nửa chiều cao khối chóp. Tỉ số thể tích giữa khối lăng trụ và khối chóp đó là

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{6}$.

Câu 1080. Cho khối lăng trụ $ABCDE.A'B'C'D'E'$. Trên cạnh bên AA' lấy điểm S sao cho $2SA' = 5SA$. Gọi V_1 là thể tích khối lăng trụ $ABCDE.A'B'C'D'E'$ và V_2 là thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'E'$. Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$

- (A) $k = \frac{21}{5}$. (B) $k = \frac{21}{7}$. (C) $k = \frac{21}{2}$. (D) $k = \frac{15}{2}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1081. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm BB', CC' . Đường thẳng AE cắt $A'B'$ tại E' , đường thẳng AF cắt $A'C'$ tại F' . Tỉ số thể tích của khối chóp $A.B'C'F'E'$ và thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) 3. (C) 1. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 1082. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm BB', DD' . Mặt phẳng (CEF) chia hình hộp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm B và V_2 là khối đa diện chứa điểm B' . Thế thì ta có

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = 1$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

4.2 KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG (KHÔNG ĐỀU)

Mức độ Nhận biết

Câu 1083. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- (A) $V = a^3$. (B) $V = \frac{a^3}{3}$. (C) $V = \frac{a^3}{6}$. (D) $V = \frac{a^3}{2}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1084. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a\sqrt{5}$, $A'B$ tạo với mặt đáy lăng trụ góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- (A) $a^3\sqrt{6}$. (B) $\frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$. (C) $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $4a^3\sqrt{6}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1085. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- (A) $V = \frac{3a^3}{8}$. (B) $V = \frac{9a^3}{8}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. (D) $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 1086. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ theo a .

- (A) $V = a^3\sqrt{6}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. (D) $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

4.3 KHỐI LĂNG TRỤ ĐỀU

Mức độ Nhận biết

Câu 1087. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1088. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có các mặt bên đều là hình vuông. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

- (A) $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. (B) $3a^3\sqrt{2}$. (C) $\frac{2a^3\sqrt{2}}{4}$. (D) $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 1089. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$, biết độ dài cạnh đáy bằng a và $A'C$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 60° .

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (B) $V = a^3\sqrt{2}$. (C) $V = a^3\sqrt{3}$. (D) $V = a^3\sqrt{6}$.

Câu 1090. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh đều bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. (B) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 1091. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình lăng trụ trên. Tính S .

- (A) $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$. (B) $S = 5a^2$. (C) $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$. (D) $S = 3a^2$.

Câu 1092. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC = a\sqrt{2}$.

- (A) $V = \frac{1}{3}a^3$. (B) $V = a^3$. (C) $V = 3\sqrt{3}a^3$. (D) $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

4.4 KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN (KHÁC)

Mức độ Thông hiểu

Câu 1093. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 1094. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm, cạnh bên $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- (A) $\frac{9}{4}$. (B) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{27}{4}$. (D) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Câu 1095. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

- (A) $V = \frac{8}{3}$. (B) $V = \frac{16}{3}$. (C) $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. (D) $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 1096. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Biết rằng $AA' = AB = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- (A) $V = a^3$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. (C) $V = \frac{1}{2}a^3$. (D) $V = \sqrt{2}a^3$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1097. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

- (A) a^3 . (B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. (C) $a^3\sqrt{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 1098. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với tâm O của tam giác ABC . Mặt phẳng (P) qua BC vuông góc với AA' cắt lăng trụ theo thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 1099. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$, mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

4.5 KHỐI LẬP PHƯƠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1100. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- (A) $V = a^3$. (B) $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. (C) $V = 3\sqrt{3}a^3$. (D) $V = \frac{1}{3}a^3$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1101. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là 150 cm^2 . Thể tích của khối lập phương đó là

- (A) 125 cm^3 . (B) 100 cm^3 . (C) 25 cm^3 . (D) 75 cm^3 .

4.6 KHỐI HỘP CHỮ NHẬT

Mức độ Thông hiểu

Câu 1102. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $A'C = \sqrt{21}a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đó là

- (A) $4a^3$. (B) $16a^3$. (C) $\frac{8}{3}a^3$. (D) $8a^3$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1103. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Diện tích các tứ giác $ABCD$, $ACC'A'$, $BDD'B'$ lần lượt là S_1 , S_2 , S_3 . Khi đó thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là:

- (A) $\sqrt{\frac{1}{2}S_1S_2S_3}$. (B) $\frac{1}{3}\sqrt{2S_1S_2S_3}$. (C) $\frac{1}{3}\sqrt{3S_1S_2S_3}$. (D) $\frac{S_1}{2}\sqrt{S_2S_3}$.

Câu 1104. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai khối lập phương có thể tích bằng nhau thì có diện tích toàn phần bằng nhau.
- (B) Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- (C) Hai khối chóp tứ giác có diện tích đáy bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- (D) Hai khối chóp tam giác đều có chiều cao bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

4.7 KHỐI HÌNH HỘP KHÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 1105. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào sai?

- (A) Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- (B) Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- (C) Thể tích hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau là bằng nhau.
- (D) Thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1106. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi với góc nhọn 60° . Chiều cao khối hộp bằng cạnh đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm $AB, B'C', C'D'$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho biết rằng khối tứ diện $C'MNP$ có thể tích 10 cm^3 .

- (A) $V = 360 \text{ cm}^3$.
- (B) $V = 120 \text{ cm}^3$.
- (C) $V = 240 \text{ cm}^3$.
- (D) $V = 60 \text{ cm}^3$.

4.8 KHỐI LĂNG TRỤ KHÁC

Mức độ Nhận biết

Câu 1107. Cho khối lăng trụ (T) có thể tích a^3 và diện tích đáy bằng a^2 . Chiều cao h của khối lăng trụ (T) là

- (A) $h = a$.
- (B) $h = 3a$.
- (C) $h = \frac{a}{3}$.
- (D) $h = 2a$.

4.9 KHỐI ĐA DIỆN CẮT RA TỪ KHỐI LĂNG TRỤ

Mức độ Thông hiểu

Câu 1108. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $A.CC'B'$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
- (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.
- (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 1109. Cho hình hộp chữ nhật đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Gọi O' là tâm của hình chữ nhật $A'B'C'D'$. Thể tích khối chóp $O'.ABCD$ bằng?

- (A) $4a^3$.
- (B) $2a^3$.
- (C) a^3 .
- (D) $6a^3$.

Câu 1110. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2017. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

- (A) $\frac{2017}{2}$. (B) $\frac{4034}{3}$. (C) $\frac{6051}{4}$. (D) $\frac{2017}{4}$.

Câu 1111. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA' ; N, P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN = 2B'N, CP = 3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABCMNP$.

- (A) $\frac{4036}{3}$. (B) $\frac{32288}{27}$. (C) $\frac{40360}{27}$. (D) $\frac{23207}{18}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1112. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số thể tích giữa khối đa diện $A'B'C'BC$ và $ABC.A'B'C'$.

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 1113. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V . Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V .

- (A) $\frac{V}{6}$. (B) $\frac{V}{4}$. (C) $\frac{V}{5}$. (D) $\frac{V}{3}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1114. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Biết M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh AA', DD', CC' sao cho $A'M = MA, DN = 3ND', CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện nhỏ hơn.

- (A) $\frac{7063}{6}$. (B) $\frac{5045}{6}$. (C) $\frac{5045}{9}$. (D) $\frac{5045}{12}$.

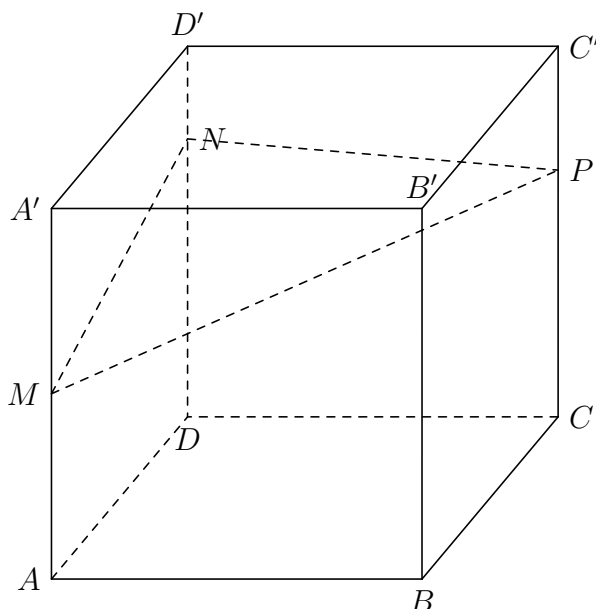
Câu 1115. Tính thể tích V của khối lập phương có các đỉnh là trọng tâm các mặt của khối bát diện đều cạnh a .

- (A) $V = \frac{8a^3}{27}$. (B) $V = \frac{a^3}{27}$. (C) $V = \frac{16a^3\sqrt{2}}{27}$. (D) $V = \frac{2a^3}{27}$.

Câu 1116.

Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA, DN = 3ND', CP = 2C'P$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

- (A) $\frac{7385}{18}$. (B) $\frac{5275}{12}$. (C) $\frac{8440}{9}$. (D) $\frac{5275}{6}$.



5 Bài 3.3 Tính toán về độ dài (khoảng cách), diện tích

5.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1117. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính cosin góc giữa MN và (SAC) , biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

(A) $\frac{\sqrt{310}}{20}$.

(B) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

(C) $\frac{3\sqrt{310}}{20}$.

(D) $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

5.2 TÍNH TOÁN ĐỘ DÀI HÌNH HỌC (ĐƠN THUẦN)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1118. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

(A) $h = \frac{2}{3}a$.

(B) $h = \frac{4}{3}a$.

(C) $h = \frac{8}{3}a$.

(D) $h = \frac{3}{4}a$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1119. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3}{4}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng BD và SC .

(A) $d = \frac{\sqrt{21}}{7}a$.

(B) $d = \frac{\sqrt{21}}{3}a$.

(C) $d = \frac{\sqrt{15}}{10}a$.

(D) $d = \frac{a}{2}$.

Câu 1120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; 0)$ và $B(3; 4; 0)$. Với C là một điểm trên trục Oz , gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính đó.

(A) $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(D) $\sqrt{3}$.

5.3 TÍNH KHOẢNG CÁCH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ TÍCH

Mức độ Thông hiểu

Câu 1121. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

(A) $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

(B) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

(C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

(D) a .

Câu 1122. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

(A) $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

(B) $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

(C) $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

(D) $h = \sqrt{3}a$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1123. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{ASC} = 60^\circ$ và $SA = 3, SB = 6, SC = 9$. Khoảng cách d từ C đến mặt phẳng (SAB) là

(A) $d = 6\sqrt{3}$.

(B) $d = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

(C) $d = \frac{9}{2}$.

(D) $d = 3\sqrt{6}$.

Câu 1124. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

(B) $a\sqrt{3}$.

(C) $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

(D) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

6 Bài 3.4 Max-Min trong hình học

6.1 MAX-MIN THỂ TÍCH

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1125. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x; BC = y; AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

(A) $\sqrt{3}$.

(B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

(C) $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

(D) $4\sqrt{3}$.

Câu 1126. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp.

(A) $a^3\sqrt{6}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 1127.

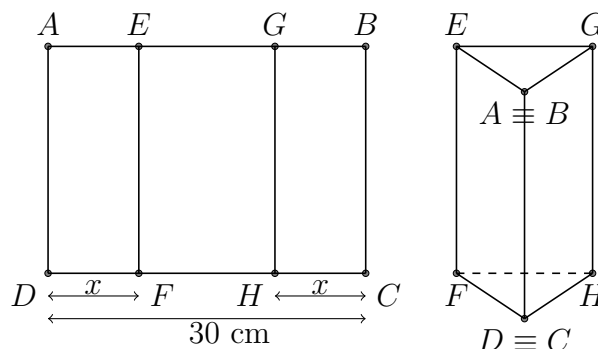
Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gấp tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi cạnh AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là

(A) $x = 5$ cm.

(B) $x = 9$ cm.

(C) $x = 8$ cm.

(D) $x = 10$ cm.



Câu 1128. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $2a$. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a là

(A) $V = 2a^3$.

(B) $V = 2\sqrt{3}a^3$.

(C) $V = 3\sqrt{3}a^3$.

(D) $V = 4a^3$.

Câu 1129. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

(A) $x = \sqrt{6}$.

(B) $x = \sqrt{14}$.

(C) $x = 3\sqrt{2}$.

(D) $x = 2\sqrt{3}$.

6.2 MAX-MIN ĐỘ DÀI HÌNH HỌC

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1130. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông và có thể tích là V . Để diện tích toàn phần của lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ bằng bao nhiêu?

(A) $\sqrt[3]{V}$.

(B) $\sqrt[3]{V^2}$.

(C) $\sqrt{V}$.

(D) $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$.

7 Bài 3.5 Toán thực tế, liên môn

7.1 TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Bài toán thực tế

Câu 1131. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn là đáy thùng là 100.000 đồng/m^2 , giá tôn làm thành xung quanh thùng là 50.000 đồng/m^2 . Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

(A) 3 m.

(B) 1,5 m.

(C) 2 m.

(D) 1 m.

Câu 1132. Người ta gọt một khối lập phương bằng gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết cạnh của khối lập phương bằng a . Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó.

(A) $\frac{a^3}{12}$.

(B) $\frac{a^3}{6}$.

(C) $\frac{a^3}{4}$.

(D) $\frac{a^3}{8}$.

Câu 1133. Một gia đình muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2,2 m, chiều rộng 1,5 m, cao 1 m. Bể nước được thiết kế không có nắp đáy, bốn bức tường và đáy đều dày 1 dm. Bể nước được xây dựng bằng các viên gạch là khối lập phương cạnh bằng 1 dm. Giả sử độ dày của vữa xây không đáng kể thì số lượng viên gạch cần để xây bể bằng

(A) 3300 (viên).

(B) 1220 (viên).

(C) 960 (viên).

(D) 2340 (viên).

8 Bài 3.6 Giải bằng phương pháp tọa độ hóa

Chương 2: Khối tròn xoay

1 Bài 1.1 Hình nón, khối nón

1.1 TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG SINH, BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO

Mức độ Nhận biết

Câu 1134. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- (A) $l = a$. (B) $l = \sqrt{2}a$. (C) $l = \sqrt{3}a$. (D) $l = 2a$.

Câu 1135. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- (A) $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. (B) $l = 2\sqrt{2}a$. (C) $l = \frac{3a}{2}$. (D) $l = 3a$.

Câu 1136. Tìm bán kính r của mặt nón biết diện tích toàn phần của mặt nón bằng 4π và độ dài đường sinh $l = 3$.

- (A) $r = \frac{2}{3}$. (B) $r = 2$. (C) $r = \frac{4}{3}$. (D) $r = 1$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1137. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- (A) $2\sqrt{2}a$. (B) $3a$. (C) $2a$. (D) $\frac{3a}{2}$.

1.2 TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

Mức độ Nhận biết

Câu 1138. Cho hình nón có bán kính đáy là $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

- (A) $S = 8\sqrt{3}\pi$. (B) $S = 24\pi$. (C) $S = 16\sqrt{3}\pi$. (D) $S = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 1139. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- (A) 12π . (B) 9π . (C) 30π . (D) 15π .

Mức độ Thông hiểu

Câu 1140. Cho hình nón có chiều cao $2a\sqrt{3}$ và bán kính đáy là $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- (A) $S_{xq} = 8\pi a^2$. (B) $S_{xq} = 4\pi a^2$. (C) $S_{xq} = 2\pi a^2$. (D) $S_{xq} = 16\pi a^2$.

Câu 1141. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ cm và góc ở đỉnh bằng 120° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón đó.

- (A) $S_{xq} = 9\pi \text{ cm}^2$. (B) $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$. (C) $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$. (D) $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

Câu 1142. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

- (A) $2\pi a^2\sqrt{3}$. (B) $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. (C) $8\pi a^2\sqrt{3}$. (D) $4\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 1143. Cho tam giác ABC vuông tại B , có $AC = 2a, BC = a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh S_{xq} bằng bao nhiêu?

- (A) $S_{xq} = \pi a^2$. (B) $S_{xq} = 4\pi a^2$. (C) $S_{xq} = 2\pi a^2$. (D) $S_{xq} = 3\pi a^2$.

Câu 1144. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- (A) $S_{xq} = 12\pi a^2$. (B) $S_{xq} = 24\pi a^2$. (C) $S_{xq} = 40\pi a^2$. (D) $S_{xq} = 20\pi a^2$.

Câu 1145. Trong không gian, cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh một đường cao của nó.

- (A) $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. (B) $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$. (C) $V = \frac{\pi a^3}{4}$. (D) $V = \frac{3\pi a^3}{4}$.

1.3 TÍNH THỂ TÍCH KHỐI NÓN, KHỐI LIÊN QUAN NÓN

Mức độ Nhận biết

Câu 1146. Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N)

- (A) $V = 12\pi$. (B) $V = 20\pi$. (C) $V = 36\pi$. (D) $V = 60\pi$.

Câu 1147. Một khối nón có diện tích đáy bằng 9π và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón.

- (A) $V = 12\pi$. (B) $V = 10\pi$. (C) $V = 20\pi$. (D) $V = 45\pi$.

Câu 1148. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 cm và bán kính đường tròn đáy bằng 8 cm. Thể tích của khối nón là

- (A) 128π . (B) 384π . (C) 96π . (D) 48π .

Câu 1149. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- (A) $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. (B) $V = 4\pi$. (C) $V = 16\pi\sqrt{3}$. (D) $V = 12\pi$.

Câu 1150. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có chiều cao h và đáy là hình tròn bán kính r .

- (A) $V = \pi rh$. (B) $V = \frac{2}{3}\pi rh$. (C) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $V = \pi r^2 h$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1151. Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được một khối tròn xoay có thể tích là

- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. (B) $\frac{4}{3}\pi$. (C) $\frac{2}{3}\pi$. (D) $\frac{1}{3}\pi$.

Câu 1152. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- (A) $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. (B) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. (C) $V = 3\pi a^3$. (D) $V = \pi a^3$.

Câu 1153. Một khối nón có bán kính đáy bằng 1 và độ dài đường sinh bằng $\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối nón.

- (A) $V = \frac{2}{3}$. (B) $V = \frac{\sqrt{6}}{3}$. (C) $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{3}$. (D) $V = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 1154. Tính thể tích V của khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a .

- (A) $V = \pi \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$. (B) $V = \pi \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. (C) $V = \pi \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$. (D) $V = \pi \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 1155. Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5.

- (A) 16π . (B) 48π . (C) 12π . (D) 36π .

Câu 1156. Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Gọi V_1 là thể tích của khối nón được tạo nên khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích của khối nón được tạo nên khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = 1$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$.

Câu 1157. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Quay miền tam giác ABC quanh trục AC ta được một khối nón tròn xoay. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay đó.

- (A) $V = 16\pi$. (B) $V = \pi$. (C) $V = \frac{3}{4}\pi$. (D) $V = 12\pi$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1158. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- (A) $V = 8\pi$. (B) $V = 4\pi$. (C) $V = 16\pi$. (D) $V = 12\pi$.

1.4 BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN VỚI KHỐI NÓN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1159. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính $r = 25$ cm. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm. Tính diện tích của thiết diện đó.

- (A) $S = 500 \text{ cm}^2$. (B) $S = 400 \text{ cm}^2$. (C) $S = 300 \text{ cm}^2$. (D) $S = 406 \text{ cm}^2$.

Câu 1160. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 3$ cm, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Tính diện tích tam giác SAB .

- (A) $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$. (B) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$. (C) 6 cm^2 . (D) 3 cm^2 .

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1161. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- (A) $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. (B) $d = a$. (C) $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$. (D) $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

1.5 HÌNH NÓN NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP KHỐI CHÓP

Mức độ Thông hiểu

Câu 1162. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy nội tiếp $ABCD$.

- (A) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$. (B) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$. (C) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$. (D) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.

Câu 1163. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

- (A) $S_{xq} = 6\pi a^2$. (B) $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$. (C) $S_{xq} = 12\pi a^2$. (D) $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1164. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- (A) $V = \frac{\pi a^3}{2}$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. (C) $V = \frac{\pi a^3}{6}$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

1.6 TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN LIÊN QUAN KHỐI NÓN

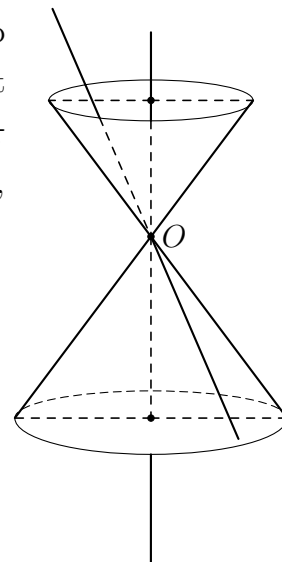
Mức độ Vận dụng cao

Câu 1165. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là

- (A) $10\sqrt{2}$ (cm). (B) $50\sqrt{2}$ (cm). (C) 20 (cm). (D) 25 (cm).

Câu 1166.

Cho một đồng hồ cát như hình vẽ bên (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ lệ thể tích cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



(A) $\frac{1}{8}$.

(B) $\frac{1}{27}$.

(C) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

(D) $\frac{1}{64}$.

2 Bài 1.2 Hình trụ, khối trụ

2.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1167. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T) . Gọi diện tích toàn phần của hình trụ (T) là S_{tp} . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$.

(B) $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$.

(C) $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

(D) $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1168. Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định, phân biệt và điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) Tập hợp các điểm M là một mặt phẳng.

(B) Tập hợp các điểm M là một mặt trụ.

(C) Tập hợp các điểm M là một mặt nón.

(D) Tập hợp các điểm M là một mặt cầu.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1169. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3} \text{ cm}$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Tính thể tích của khối tứ diện $ACDM$.

(A) $V = 3 \text{ cm}^3$.

(B) $V = 4 \text{ cm}^3$.

(C) $V = 6 \text{ cm}^3$.

(D) $V = 7 \text{ cm}^3$.

2.2 TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG SINH, BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO

Mức độ Nhận biết

Câu 1170. Cho khối trụ có thể tích bằng 64π và có độ dài chiều cao h bằng bán kính r của đường tròn đáy. Tính chiều cao h của khối trụ.

- (A) $h = 4$. (B) $h = \frac{4}{3}$. (C) $h = 8$. (D) $h = \frac{8}{3}$.

2.3 TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

Mức độ Nhận biết

Câu 1171. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- (A) $S_{tp} = 4\pi$. (B) $S_{tp} = 2\pi$. (C) $S_{tp} = 6\pi$. (D) $S_{tp} = 10\pi$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1172. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , bán kính bằng R , chiều cao $R\sqrt{3}$; và hình nón có đỉnh là O' , đáy là đường tròn $(O; R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

- (A) 2. (B) 3. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 1173. Tính diện tích xung quanh S của khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 2\sqrt{3}$.

- (A) $S = 6\sqrt{3}\pi$. (B) $S = 12\sqrt{3}\pi$. (C) $S = 6\sqrt{21}\pi$. (D) $S = 3\sqrt{21}\pi$.

2.4 TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRỤ, KHỐI LIÊN QUAN TRỤ

Mức độ Nhận biết

Câu 1174. Tính thể tích khối trụ biết bán kính đáy $r = 4$ cm và chiều cao $h = 6$ cm.

- (A) 32π cm³. (B) 24π cm³. (C) 48π cm³. (D) 96π cm³.

Câu 1175. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối trụ là

- (A) $36\pi a^3$. (B) $60\pi a^3$. (C) $48\pi a^3$. (D) $12\pi a^3$.

Câu 1176. Tính thể tích V của khối trụ có đường kính đáy và chiều cao cùng bằng 10 cm.

- (A) $\frac{250}{3}\pi$ cm³. (B) $250\pi^3$ cm³. (C) 250π cm³. (D) 1000π cm³.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1177. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính thể tích V của hình trụ đó.

- (A) $V = \frac{\pi}{2}$. (B) $V = \pi$. (C) $V = 2\pi$. (D) $V = 4\pi$.

Câu 1178. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

- (A) $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. (B) $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. (C) $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. (D) $\frac{4\pi}{9}$.

Câu 1179. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- (A) $V = 128\pi$. (B) $V = 64\sqrt{2}\pi$. (C) $V = 32\pi$. (D) $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 1180. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a . Tính thể tích V của hình trụ đó.

- (A) $V = \frac{\pi a^3}{5}$. (B) $V = \frac{\pi a^3}{4}$. (C) $V = \frac{\pi a^3}{2}$. (D) $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1181. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- (A) πa^3 . (B) $5\pi a^3$. (C) $4\pi a^3$. (D) $3\pi a^3$.

2.5 BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN

Mức độ Thông hiểu

Câu 1182. Cho khối trụ có bán kính đáy $R = 5\text{cm}$. Khoảng cách 2 đáy $h = 7\text{cm}$. Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Diện tích của thiết diện bằng?

- (A) 46cm^2 . (B) 56cm^2 . (C) 66cm^2 . (D) 36cm^2 .

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1183. Một hình trụ có bán kính $r = 5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Diện tích thiết diện tạo thành là

- (A) 56cm^2 . (B) 55cm^2 . (C) 53cm^2 . (D) 46cm^2 .

Câu 1184. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

- (A) $3\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $2\sqrt{3}$. (D) $2\sqrt{2}$.

2.6 HÌNH TRỤ NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP KHỐI LĂNG TRỤ

Mức độ Thông hiểu

Câu 1185. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

(A) $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$.

(B) $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.

(C) $V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$.

(D) $V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$.

Câu 1186. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

(A) $V = \frac{\pi a^2h}{9}$.

(B) $V = \frac{\pi a^2h}{3}$.

(C) $V = 3\pi a^2h$.

(D) $V = \frac{\pi a^2h}{9}$.

Câu 1187. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

(A) $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

(B) $V = \pi a^3$.

(C) $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

(D) $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 1188. Cho hình lập phương cạnh a . Tính diện tích xung quanh của một hình trụ ngoại tiếp hình lập phương đã cho:

(A) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

(B) $\pi a^2\sqrt{2}$.

(C) $2\pi a^2$.

(D) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1189. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

(A) $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$.

(B) $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$.

(C) $S_{xq} = 2\pi a^2$.

(D) $S_{xq} = \pi a^2$.

2.7 TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI TRỤ

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1190. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

(B) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(C) $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

(D) $\tan \alpha = 1$.

2.8 TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN LIÊN QUAN KHỐI TRỤ

Mức độ Thông hiểu

Câu 1191. Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy $900\pi \text{ cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).

(A) Chiều dài $60\pi \text{ cm}$, chiều rộng 60 cm.

(B) Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.

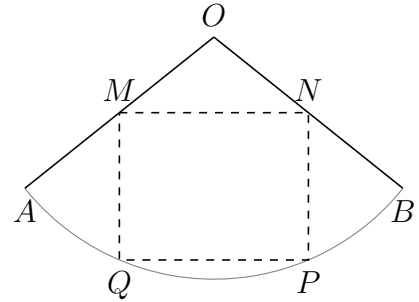
Ⓒ Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm.

Ⓓ Chiều dài 30π cm, chiều rộng 60 cm.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1192.

Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l = 2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của OA và OB . Hỏi khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ có đường sinh PN trùng với MQ thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



Ⓐ $\frac{3\pi(\sqrt{13}-1)}{8}$.

Ⓑ $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{4\pi}$.

Ⓒ $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{12\pi}$.

Ⓓ $\frac{\pi(\sqrt{13}-1)}{9}$.

Câu 1193. Khi thiết kế vỏ lon người ta đặt mục tiêu sao cho chi phí làm ít nhất. Muốn thể tích lon là V mà diện tích toàn phần nhỏ nhất thì bán kính vỏ lon R bằng?

Ⓐ $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Ⓑ $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

Ⓒ $\sqrt[3]{\frac{3\pi}{2V}}$.

Ⓓ $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{3V}}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1194. Một hộp đựng phần hình hộp chữ nhật có chiều dài 30 cm, chiều rộng 5 cm và chiều cao 6 cm. Người ta xếp đứng vào đó các viên phần giống nhau, mỗi viên phần là khối trụ có chiều cao là 6 cm và bán kính đáy là $\frac{1}{2}$ cm. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phần.

Ⓐ 150 viên.

Ⓑ 153 viên.

Ⓒ 151 viên.

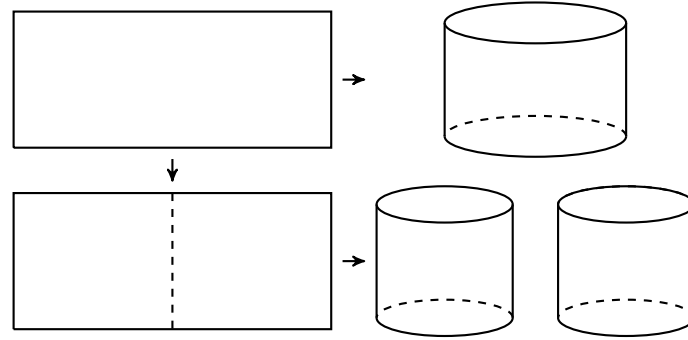
Ⓓ 154 viên.

Bài toán thực tế

Câu 1195. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50 \text{ cm} \times 240 \text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



(A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

(B) $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

(C) $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

(D) $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

3 Bài 2.1 Khối cầu

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1196. Trong mặt phẳng cho góc xOy . Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc $\widehat{xOy}$ cắt Ox , Oy lần lượt tại A , B . Trong (P) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

(A) Điểm M chạy trên một mặt cầu.

(B) Điểm M chạy trên một mặt nón.

(C) Điểm M chạy trên một mặt trụ.

(D) Điểm M chạy trên một đường tròn.

3.2 TÍNH BÁN KÍNH KHỐI CẦU

Mức độ Nhận biết

Câu 1197. Cho khối cầu có thể tích là 36π (cm³). Bán kính R của khối cầu là

(A) $R = 6$ (cm).

(B) $R = 3\sqrt{2}$ (cm).

(C) $R = 3$ (cm).

(D) $R = \sqrt{6}$ (cm).

Mức độ Thông hiểu

Câu 1198. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

(A) $R = 3a$.

(B) $R = \frac{3a}{4}$.

(C) $R = \frac{3a}{2}$.

(D) $R = 2a$.

Câu 1199. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón đó sẽ có bán kính là

(A) $2\sqrt{3}$.

(B) 2.

(C) $\sqrt{3}$.

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1200. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = AC = a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{a^3}{16}$.

(A) $R = \frac{a\sqrt{91}}{8}$. (B) $R = \frac{a\sqrt{13}}{4}$. (C) $R = \frac{13a}{2}$. (D) $R = 6a$.

Câu 1201. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$.

(A) $R = \frac{a\sqrt{14}}{2}$. (B) $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. (D) $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 1202. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

(A) $R = \sqrt{3}a$. (B) $R = \sqrt{2}a$. (C) $R = \frac{25a}{8}$. (D) $R = 2a$.

3.3 TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU

Mức độ Thông hiểu

Câu 1203. Cho hình lập phương cạnh a nội tiếp mặt cầu (S) . Tính diện tích mặt cầu (S) .

(A) πa^2 . (B) $\frac{3\pi a^2}{4}$. (C) $3\pi a^2$. (D) $\frac{\pi a^2}{3}$.

3.4 TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CẦU

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1204. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

(A) $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. (B) $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. (C) $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. (D) $V = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 1205. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Tính thể tích của khối cầu (S) .

(A) $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. (B) $\frac{13\sqrt{131}\pi}{6}$. (C) $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. (D) $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 1206. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

(A) $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{27}$. (B) $\frac{5\pi a^3}{3}$. (C) $\frac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$. (D) $\frac{5\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.

3.5 MẶT CẦU NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP ĐA DIỆN

Mức độ Nhận biết

Câu 1207. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật đó bằng

(A) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$. (B) $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. (C) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. (D) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1208. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp là:

- (A) $\frac{32\sqrt{2}}{9}$. (B) $\frac{128\sqrt{2}}{81}$. (C) $\frac{64\sqrt{2}}{27}$. (D) $\frac{64\sqrt{2}}{81}$.

Câu 1209. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 (B) Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 (C) Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 (D) Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 1210. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $ACB'D'$ là

- (A) $S = 60\pi$. (B) $S = 120\pi$. (C) $S = 80\pi$. (D) $S = 50\pi$.

Câu 1211. Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = 2\sqrt{3}R$. (B) $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$. (C) $a = 2R$. (D) $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Câu 1212. Cho khối tứ diện đều cạnh a . Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối tứ diện đó là

- (A) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. (B) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$. (C) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$. (D) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 1213. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AB'A'C$ là

- (A) πa^3 . (B) $\frac{4\pi a^3}{3}$. (C) $\frac{\pi a^3}{3}$. (D) $4\pi a^3$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1214. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = SB = AB = AC = a$, $SC = a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

- (A) $2\pi a^2$. (B) πa^2 . (C) $8\pi a^2$. (D) $4\pi a^2$.

Câu 1215. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$.

- (A) $\sqrt{2}\pi a^3$. (B) $\frac{\pi a^3}{6}$. (C) $\frac{\pi a^3}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 1216. Khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích khối cầu là

- (A) $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{216}$. (B) $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{144}$. (C) $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{96}$. (D) $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{124}$.

Câu 1217. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{2}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

(A) $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. (B) $S = 13\pi a^2$. (C) $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. (D) $S = 4\pi a^2$.

Câu 1218. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

(A) $S = \frac{28\pi a^2}{9}$. (B) $S = \frac{7\pi a^2}{9}$. (C) $S = \frac{28\pi a^2}{3}$. (D) $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 1219. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

(A) 9π . (B) 6π . (C) 5π . (D) 27π .

Câu 1220. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh a cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối cầu qua các đỉnh của lăng trụ.

(A) $\frac{1}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$. (B) $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.
(C) $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$. (D) $\frac{1}{18\sqrt{2}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Câu 1221. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$ bằng

(A) $14\pi a^2$. (B) $56\pi a^2$. (C) $28\pi a^2$. (D) πa^2 .

Câu 1222. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại $B, AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (SBC) hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

(A) $V = \frac{5\sqrt{10}}{3}a^3\pi$. (B) $V = \frac{5\sqrt{10}}{4}a^3\pi$. (C) $V = \frac{40\sqrt{10}}{3}a^3\pi$. (D) $V = \frac{\sqrt{10}}{3}a^3\pi$.

Câu 1223. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

(A) $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. (B) $R = a$. (C) $R = 2\sqrt{3}a$. (D) $R = a\sqrt{3}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1224. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Biết $AD = a$ và $BA = BC = BD = CA = b$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

(A) $\frac{4\pi a^4}{3a^2 - b^2}$. (B) $\frac{4\pi b^4}{3b^2 - a^2}$. (C) $\frac{4a^4}{3a^2 - b^2}$. (D) $\frac{4b^4}{3b^2 - a^2}$.

Câu 1225. Cho khối tứ diện đều. Tỷ số thể tích khối cầu nội tiếp và ngoại tiếp khối tứ diện đó là

(A) $\frac{1}{27}$. (B) $\frac{1}{9}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{81}$.

3.6 TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI CẦU

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1226. Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

(A) $2h$.

(B) $\frac{h\sqrt{5}}{2}$.

(C) h .

(D) $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1227. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu có bán kính bằng a , tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

(A) $V = \frac{8a^3}{3}$.

(B) $V = \frac{10a^3}{3}$.

(C) $V = 2a^3$.

(D) $V = \frac{32a^3}{3}$.

Câu 1228.

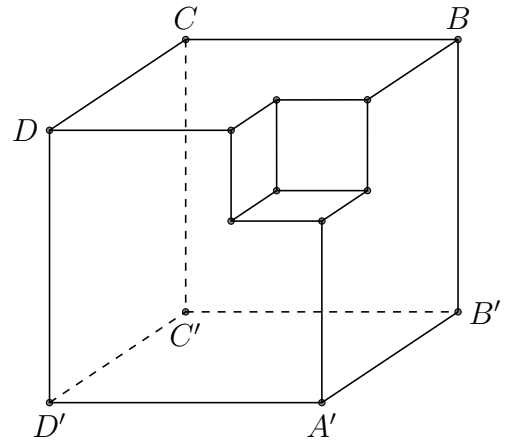
Một khối đa diện H được tạo thành bằng cách từ một khối lập phương cạnh bằng 3, ta bỏ đi khối lập phương cạnh bằng 1 ở một “góc” của nó như hình vẽ. Gọi S là khối cầu có thể tích lớn nhất chứa trong H và tiếp xúc với các mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $(BCC'B')$ và $(DCC'D')$. Tính bán kính của S .

(A) $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$.

(B) $3 - \sqrt{3}$.

(C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(D) $\sqrt{2}$.



4 Bài 2.2 Tổng hợp nón-trụ-cầu

4.1 TOÁN TỔNG HỢP VỀ NÓN-TRỤ-CẦU-ĐA DIỆN

Mức độ Thông hiểu

Câu 1229. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = R\sqrt{2}$. Xét hình nón có đỉnh O' , đáy là hình tròn $(O; R)$. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón, tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là

(A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

(C) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

(D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1230. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2a$, $AA' = 4a$. Lấy M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC', DD' . Biết hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp khối trụ (T) và lăng trụ $ABCD.MNPQ$ nội tiếp mặt cầu (C) . Tỉ số thể tích $\frac{V(T)}{V(C)}$ giữa khối cầu và khối trụ là.

(A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(C) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$.

(D) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$.

Câu 1231. Người ta bỏ 12 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 12 lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn. S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ bằng:

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 4.

Câu 1232. Một chiếc cốc hình trụ có chiều cao $4R$, bán kính đáy R . Đặt vào trong cốc 2 quả bóng hình cầu có bán kính R . Gọi V_1 là phần không gian mà 2 quả bóng chiếm chỗ và V_2 là phần không gian còn lại trong cốc. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

(A) 1.

(B) 2.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

Câu 1233. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

(A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$.

(B) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

(C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$.

(D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1234. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB = 2$ và $CD = 4$. Khi quay hình thang quanh trục CD thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng 6π . Diện tích hình thang $ABCD$ bằng bao nhiêu?

(A) $\frac{9}{2}$.

(B) $\frac{9}{4}$.

(C) 6.

(D) 3.

Câu 1235.

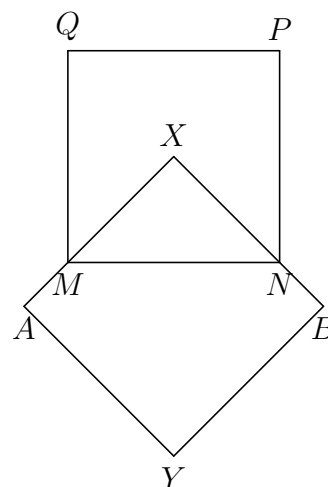
Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY .

(A) $V = \frac{125(1 + \sqrt{2})\pi}{6}$.

(B) $V = \frac{125(5 + 2\sqrt{2})\pi}{12}$.

(C) $V = \frac{125(5 + 4\sqrt{2})\pi}{24}$.

(D) $V = \frac{125(2 + \sqrt{2})\pi}{4}$.



Câu 1236. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

(A) $h = \sqrt{3}R$.

(B) $h = \sqrt{2}R$.

(C) $h = \frac{4R}{3}$.

(D) $h = \frac{3R}{2}$.

4.2 BÀI TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN TỔNG HỢP

Mức độ Thông hiểu

Câu 1237. Một thùng hình trụ đựng đầy nước có đường kính bằng 8 dm, chiều cao 1 m. Một khối lập phương đặc $ABCD.A'B'C'D'$ với cạnh bằng 6 dm được đặt lên hình trụ sao cho các đỉnh

A , C' và hai tâm đáy của hình trụ thẳng hàng. Thể tích lượng nước còn lại trong hình trụ gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau.

- (A) 483,06 (dm^3). (B) 502,4 (dm^3). (C) 497 (dm^3). (D) 286,4 (dm^3).

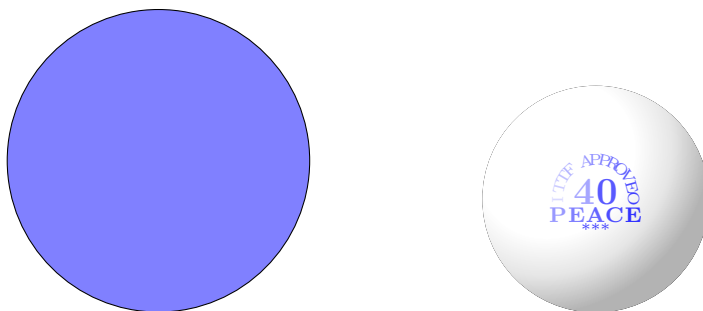
Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1238. Một kiện hàng hình lập phương cạnh a chứa những quả bóng hình cầu có đường kính bằng $\frac{a}{4}$. Hỏi kiện hàng đó chứa tối đa bao nhiêu quả bóng?

- (A) 16. (B) 122. (C) 32. (D) 64.

Bài toán thực tế

Câu 1239. Để tạo ra một quả bóng bàn, người ta gia công các miếng nhựa cứng phẳng hình tròn thành một nửa quả bóng có dạng một nửa mặt cầu, rồi dùng một loại keo chuyên dụng dán hai nửa mặt cầu lại tạo nên quả bóng bàn (các công đoạn này đều sử dụng máy móc hiện đại). Để tạo nên một quả bóng theo chuẩn ITTF có đường kính 40 mm, thì theo lý thuyết cần dùng các miếng nhựa có đường kính chính xác là bao nhiêu milimet, biết rằng sự giãn nở bề mặt miếng nhựa khi gia công là không đáng kể?

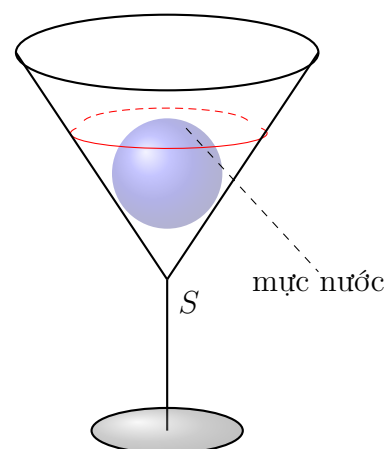


- (A) $40\sqrt{3}$ mm. (B) $40\sqrt{2}$ mm. (C) 40 mm. (D) 20 mm.

Câu 1240.

Một ly nước có dạng như hình vẽ. Phần phía trên chứa nước có dạng hình nón đỉnh S với đường kính đáy và chiều cao cùng bằng 8 cm. Ban đầu ly chứa lượng nước có chiều cao 4 cm so với đỉnh S . Cho vào ly nước một viên bi sắt hình cầu thì nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kính x của viên bi làm tròn đến 2 chữ số thập phân.

- (A) $x = 1,53$ cm. (B) $x = 1,78$ cm.
(C) $x = 1,28$ cm. (D) $x = 1,23$ cm.



Chương 3: PP tọa độ trong không gian

1 Bài 1.1 Hệ trục tọa độ

1.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1241. Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2; -2; 0)$, $B(3; -2; 0)$, $C(3; 3; 0)$, $D(-2; 3; 0)$, $M(-2; -2; 5)$, $N(3; 3; 5)$, $P(3; -2; 5)$, $Q(-2; 3; 5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 3. (B) 9. (C) 8. (D) 6.

Câu 1242. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 2)$, $B(3; 4; 1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AX + BY$ với X, Y là các điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $XY = 1$.

- (A) 3. (B) 5. (C) $2 + \sqrt{17}$. (D) $1 + 2\sqrt{5}$.

1.2 TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VÉCTƠ THỎA ĐK CHO TRƯỚC

Mức độ Nhận biết

Câu 1243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(5; 1; 1)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$

- (A) $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 3)$. (B) $\overrightarrow{AB} = (3; -2; -3)$. (C) $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 3)$. (D) $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 3)$.

Câu 1244. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

- (A) $\vec{u} = (-7; 6; -10)$. (B) $\vec{u} = (-7; 6; 10)$. (C) $\vec{u} = (7; 6; 10)$. (D) $\vec{u} = (-7; -6; 10)$.

Câu 1245. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- (A) $(1; 2; -3)$. (B) $(2; -3; 1)$. (C) $(2; 1; -3)$. (D) $(1; -3; 2)$.

Câu 1246. Cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + 3z + 5 = 0$. Gọi $\vec{n}$ là vec tơ pháp tuyến của (P) , vec-tơ $\vec{m}$ thỏa mãn hệ thức $\vec{m} = -2\vec{n}$ có tọa độ là.

- (A) $\vec{m} = (-2; 4; 6)$. (B) $\vec{m} = (-2; -4; -6)$. (C) $\vec{m} = (2; 4; 6)$. (D) $\vec{m} = (-2; -4; 6)$.

Câu 1247. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba véc-tơ $\vec{a} = (3; 4; -4)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- (A) $\vec{m} = (3; 22; -3)$. (B) $\vec{m} = (3; 22; 3)$. (C) $\vec{m} = (-3; 22; -3)$. (D) $\vec{m} = (3; -22; 3)$.

Câu 1248. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- (A) $I(-2; 2; 1)$. (B) $I(1; 0; 4)$. (C) $I(2; 0; 8)$. (D) $I(2; -2; -1)$.

Câu 1249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có 3 đỉnh $A(1; -2; 3)$, $B(2; 3; 5)$, $C(4; 1; -2)$. Tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- (A) $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; 2\right)$. (B) $G(7; 2; 6)$. (C) $G(8; 6; -30)$. (D) $G(6; 4; 3)$.

Câu 1250. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 0)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(1; 1; 1)$. Tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- (A) $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. (B) $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. (C) $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. (D) $G\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 1251. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; -5; 4)$, $B(3; -1; 7)$, $C(2; 0; 1)$. Trong các điểm sau đây, điểm nào là trọng tâm tam giác ABC ?

- (A) $G(-2; 2; 4)$. (B) $G(2; -4; 2)$. (C) $G(2; -2; 4)$. (D) $G(2; 4; -2)$.

Câu 1252. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{a} + 2\vec{b}$ là

- (A) $(-3; 8; 3)$. (B) $(-3; 6; 1)$. (C) $(-4; 8; 1)$. (D) $(-3; 8; 1)$.

Câu 1253. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- (A) $M(3; 0; 0)$. (B) $N(0; -1; 1)$. (C) $P(0; -1; 0)$. (D) $Q(0; 0; 1)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1254. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(3; -2; 3)$, $B(4; 3; 5)$, $C(1; 1; -2)$. Tính tọa độ D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $D(0; -4; -4)$. (B) $D(0; 4; -4)$. (C) $D(4; 0; 4)$. (D) $D(-4; 0; 4)$.

Câu 1255. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1; 0; -4)$, $B(2; 1; 3)$, $C(-3; 4; 2)$ tọa độ điểm D bằng

- (A) $(-2; 5; -9)$. (B) $(-4; 3; -5)$. (C) $(-5; 3; -4)$. (D) $(5; -2; 9)$.

Câu 1256. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; -1; 3)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-4; 7; 5)$. Gọi I là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC , tọa độ điểm I là

- (A) $(6; -3; -7)$. (B) $\left(\frac{-2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. (C) $\left(\frac{11}{3}; \frac{-2}{3}; 1\right)$. (D) $(-3; 6; -7)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1257. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

- (A) $D(8; 7; -1)$. (B) $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. (D) $D(-12; -1; 3)$.

Câu 1258. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- Ⓐ $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. Ⓑ $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. Ⓒ $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. Ⓓ $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 1259. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 2)$, $C(-3; 3; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- Ⓐ $M(1; 3; 0)$. Ⓑ $M\left(-\frac{2}{3}; -3; 0\right)$. Ⓒ $M\left(\frac{2}{3}; 3; 0\right)$. Ⓓ $M\left(-\frac{2}{3}; 3; 0\right)$.

1.3 TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1260. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- Ⓐ $D(-2; 0; 0)$ hoặc $D(-4; 0; 0)$. Ⓑ $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(-6; 0; 0)$.
Ⓒ $D(6; 0; 0)$ hoặc $D(12; 0; 0)$. Ⓓ $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(6; 0; 0)$.

Câu 1261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- Ⓐ $OA = 3$. Ⓑ $OA = 9$. Ⓒ $OA = \sqrt{5}$. Ⓓ $OA = 5$.

Câu 1262. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Tính độ dài AB .

- Ⓐ 2. Ⓑ $\sqrt{6}$. Ⓒ $\sqrt{2}$. Ⓓ 6.

1.4 BÀI TOÁN VỀ TÍCH VÔ HƯỚNG, GÓC VÀ ỨNG DỤNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1263. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Tính độ dài của $\vec{b} - \vec{a}$.

- Ⓐ $\sqrt{21}$. Ⓑ 3. Ⓒ $\sqrt{39}$. Ⓓ $\sqrt{19}$.

Câu 1264. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 4; 3)$, $B(-1; 3; 5)$, $C(1; 5; 2)$. Số đo góc $\widehat{BAC}$ bằng

- Ⓐ 135° . Ⓑ 45° . Ⓒ 60° . Ⓓ 45° .

1.5 BÀI TOÁN VỀ TÍCH CÓ HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1265. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 0; 2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(2; 3; 0)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- Ⓐ $S = \frac{3}{2}$. Ⓑ $S = \frac{1}{2}$. Ⓒ $S = 3$. Ⓓ $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2 Bài 1.2 Phương trình mặt cầu

2.1 TÌM TÂM VÀ BÁN KÍNH, ĐK XÁC ĐỊNH MẶT CẦU

Mức độ Nhận biết

Câu 1266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

(A) $I(-1; 3; 0), R = 4$.

(B) $I(1; -3; 0), R = 4$.

(C) $I(-1; 3; 0), R = 16$.

(D) $I(1; -3; 0), R = 16$.

Câu 1267. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0.$$

Tìm tọa độ tâm I và độ dài bán kính R của mặt cầu.

(A) $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

(B) $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

(C) $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.

(D) $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.

Câu 1268. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

(A) $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

(B) $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

(C) $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

(D) $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 1269. Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$.

(A) $I(-4; 6; -2), R = \sqrt{46}$.

(B) $I(4; -6; 2), R = \sqrt{46}$.

(C) $I(2; -3; 1), R = 3$.

(D) $I(-2; 3; -1), R = 3$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

(A) $-5 < m < 1$.

(B) $m < -5$ hoặc $m > 1$.

(C) $m < -5$.

(D) $m > 1$.

Câu 1271. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

(A) $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$.

(B) $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$.

(C) $I(1; -2; 4), R = 20$.

(D) $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$.

Câu 1272. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 2z + m = 0$ không phải là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m < 14$.

(B) $m \geq 14$.

(C) $m < 0$.

(D) $m < -14$.

Câu 1273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m > 6$.

(B) $m \geq 6$.

(C) $m \leq 6$.

(D) $m < 6$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0; 0; 1)$, $B(m; 0; 0)$, $C(0; n; 0)$, $D(1; 1; 1)$ với $m > 0; n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó.

- (A) $R = 1$. (B) $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $R = \frac{3}{2}$. (D) $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2.2 PTMC BIẾT TÂM, ĐỂ TÍNH BÁN KÍNH (CHƯA HỌC PTMP)

Mức độ Nhận biết

Câu 1275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1; 0; -1)$, $A(2; 2; -3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A .

- (A) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$. (B) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.
(C) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$. (D) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Câu 1276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 2; 3)$ và có bán kính bằng 2?

- (A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. (B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.
(C) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$. (D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM ?

- (A) $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$. (B) $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
(C) $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$. (D) $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

2.3 PTMC BIẾT 2 ĐẦU MÚT CỦA ĐƯỜNG KÍNH

Mức độ Thông hiểu

Câu 1278. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 0)$, $B(3; -2; 2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB .

- (A) $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 6$. (B) $(x + 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$.
(C) $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$. (D) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$.

Câu 1279. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -1)$, $B(4; -1; 3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- (A) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$. (B) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$.
(C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 6$. (D) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{6}$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1280. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$

và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ 3 \\ z = t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai

đường thẳng đó.

(A) $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$.

(B) $\left(x + \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

(C) $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$.

(D) $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

2.4 PTMC NGOẠI TIẾP TỨ DIỆN

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1281. Phương trình mặt cầu đi qua 4 là điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(2; 2; \sqrt{2})$, $D(0; 0; \sqrt{2})$ là

(A) $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

(B) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$.

(C) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + z - 1 = 0$.

(D) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{9}{2}$.

2.5 PTMC BIẾT TÂM, TIẾP XÚC VỚI MẶT PHẪNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1282. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P) : 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

(A) $m = 1$.

(B) $m = -1$ hoặc $m = -21$.

(C) $m = 1$ hoặc $m = 21$.

(D) $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Câu 1283. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x - 2y - 2z - 8 = 0$?

(A) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

(B) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

(C) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

(D) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

2.6 PTMC BIẾT TÂM VÀ ĐƯỜNG TRÒN TRÊN NÓ

Mức độ Thông hiểu

Câu 1284. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- (A) $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 8$. (B) $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 10$.
 (C) $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$. (D) $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1285. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 12 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 6π . Viết phương trình mặt cầu.

- (A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 8$. (B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 13$.
 (C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. (D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$.

3 Bài 2. Phương trình mặt phẳng (chưa học pt.dt)

3.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- (A) $Q(2; -1; 5)$. (B) $P(0; 0; -5)$. (C) $N(-5; 0; 0)$. (D) $M(1; 1; 6)$.

3.2 TÌM VTPT, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT

Mức độ Nhận biết

Câu 1287. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- (A) $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. (B) $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. (C) $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. (D) $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 1288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- (A) $\vec{i} = (1; 0; 0)$. (B) $\vec{k} = (0; 0; 1)$. (C) $\vec{j} = (0; 1; 0)$. (D) $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1289. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P) : 2x - y + z - 2 = 0$

- (A) $Q(1; -2; 2)$. (B) $N(1; -1; -1)$. (C) $P(2; -1; -1)$. (D) $M(1; 1; -1)$.

Câu 1290. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(4; -1; 5)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) có tọa độ là

- (A) $(-2; 7; 2)$. (B) $(-2; 7; -2)$. (C) $(-2; -7; 2)$. (D) $(2; 7; 2)$.

3.3 PTMP TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1291. Cho $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- (A) $4x + 2y - 12z - 17 = 0$. (B) $4x - 2y - 12z - 17 = 0$.
(C) $4x - 2y + 12z + 17 = 0$. (D) $4x + 2y - 12z + 17 = 0$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1292. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- (A) $3x - y - z = 0$. (B) $3x + y + z - 6 = 0$.
(C) $3x - y - z + 1 = 0$. (D) $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

3.4 PTMP QUA 1 ĐIỂM, ĐỂ TÌM VTPT (KHÔNG DÙNG T.C.H)

Mức độ Nhận biết

Câu 1293. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- (A) $x + y + 2z - 3 = 0$. (B) $x + y + 2z - 6 = 0$.
(C) $x + 3y + 4z - 7 = 0$. (D) $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1294. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

- (A) $x + y - 3z - 8 = 0$. (B) $x - y - 3z + 3 = 0$.
(C) $x + y + 3z - 9 = 0$. (D) $x + y - 3z + 3 = 0$.

Câu 1295. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 0; 2)$, $B(2; -1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với AB .

- (A) $(P) : 2x - y + z - 4 = 0$. (B) $(P) : x - y + z - 3 = 0$.
(C) $(P) : -x + 2y + z - 1 = 0$. (D) $(P) : x + y + z - 3 = 0$.

Câu 1296. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- (A) $3x - 2y + z + 12 = 0$. (B) $3x + 2y + z - 8 = 0$.
(C) $3x - 2y + z - 12 = 0$. (D) $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Câu 1297. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

- (A) $y = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y - z = 0$. (D) $z = 0$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1298. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ và điểm $A(-2; 4; 3)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) là

- (A) $2x - 3y + 6z + 12 = 0$. (B) $2x - 3y + 6z - 9 = 0$.
(C) $2x - 3y + 6z - 2 = 0$. (D) $2x - 3y + 6z + 5 = 0$.

3.5 PTMP QUA 1 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG T.C.H

Mức độ Thông hiểu

Câu 1299. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (Q) : $x + y + 3z = 0$, (R) : $2x - y + z = 0$ là

- (A) $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. (B) $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
(C) $2x + y - 3z - 14 = 0$. (D) $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 1300. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; -3; 0)$, mặt phẳng (α) : $x + 2y - z + 3 = 0$. Tìm mặt phẳng (P) qua A , vuông góc với (α) và song song với Oz .

- (A) $y + 2z + 3 = 0$. (B) $x + 2y - z + 4 = 0$.
(C) $2x + y - 1 = 0$. (D) $2x - y - 7 = 0$.

3.6 PTMP QUA 1 ĐIỂM, CẮT MẶT CẦU

Mức độ Thông hiểu

Câu 1301. Mặt phẳng cắt mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 1 = 0$ có phương trình là

- (A) $2x + 3y - z - 16 = 0$. (B) $2x + 3y - z + 12 = 0$.
(C) $2x + 3y - z - 18 = 0$. (D) $2x + 3y - z + 10 = 0$.

3.7 PTMP QUA 1 ĐIỂM, THOẢ ĐK KHÁC

Mức độ Thông hiểu

Câu 1302. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $H(1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm H và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC là

- (A) (P) : $x + 2y + 3z - 14 = 0$. (B) (P) : $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
(C) (P) : $x + y + z - 6 = 0$. (D) (P) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1303. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Hãy viết trình mặt phẳng (P) .

(A) $2x + y + z - 6 = 0.$

(B) $x + 2y + z - 6 = 0.$

(C) $x + 2y + 2z - 6 = 0.$

(D) $2x + y + z + 6 = 0.$

Câu 1304. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC .

(A) $6x + 3y - 2z - 6 = 0.$

(B) $x + 2y + 3z - 14 = 0.$

(C) $x + 2y + 3z - 11 = 0.$

(D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 3.$

3.8 PTMP QUA 2 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG T.C.H

Mức độ Thông hiểu

Câu 1305. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2), B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm phương trình mặt phẳng (Q) .

(A) $-x + y = 0.$

(B) $3x - 2y - x + 3 = 0.$

(C) $x + y + z - 2 = 0.$

(D) $3x - 2y - x - 3 = 0.$

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1306. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 0), C(-2; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $4x - 2y - z + 4 = 0.$

(B) $4x - 2y + z + 4 = 0.$

(C) $4x + 2y + z - 4 = 0.$

(D) $4x + 2y - z + 4 = 0.$

3.9 PTMP THEO ĐOẠN CHẮN

Mức độ Nhận biết

Câu 1307. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

(A) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1.$ (B) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$ (C) $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$ (D) $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1.$

Mức độ Thông hiểu

Câu 1308. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 0; 0), N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

(A) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0.$
 (C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$

(B) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1.$
 (D) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1309. Mặt phẳng α đi qua điểm $M(4; -3; 12)$ và chắn trên tia Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy có phương trình là

(A) $x + y + 2z + 14 = 0.$ (B) $2x + 2y + z + 14 = 0.$
 (C) $2x + 2y + z - 14 = 0.$ (D) $x + y + 2z - 14 = 0.$

4 Bài 3.1 Phương trình mặt phẳng (có sử dụng pt.dt)

4.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1310. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $\Delta : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

(A) $x + z + 1 = 0.$ (B) $x + y + 1 = 0.$ (C) $y + z + 3 = 0.$ (D) $x + z - 1 = 0.$

4.2 PTMP QUA 1 ĐIỂM, VTPT TÌM BẰNG T.C.H (ĐƯỜNG-MẶT)

Mức độ Thông hiểu

Câu 1311. Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp là:

(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$ (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$ (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$ (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

4.3 PTMP CHỨA 1 ĐƯỜNG THẲNG, THOẢ ĐK VỚI ĐƯỜNG THẲNG KHÁC

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1312. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là

(A) $5x - 4y - z - 16 = 0.$ (B) $5x - 4y + z + 16 = 0.$
 (C) $5x - 4y + z - 16 = 0.$ (D) $5x + 4y + z - 16 = 0.$

Câu 1313. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, biết $S(3; 2; 4)$, $B(1; 2; 3)$, $D(3; 0; 3)$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Mặt phẳng (α) chứa BI và song song với AC nhận vectơ nào sau đây làm một vectơ pháp tuyến?

(A) $\vec{n}(3; -5; 4).$ (B) $\vec{n}(1; 1; 0).$ (C) $\vec{n}(1; -1; 0).$ (D) $\vec{n}(3; 5; 4).$

4.4 PTMP CHỨA 1 ĐƯỜNG THẲNG, THOẢ DK VỚI MP

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1314. Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ và vuông góc với mặt

phẳng $(\alpha) : 2x - y - 4z = 0$ là

(A) $7x + 6y - 2z - 16 = 0.$

(B) $7x - 6y + 2z - 12 = 0.$

(C) $7x + 6y + 2z + 24 = 0.$

(D) $7x + 6y + 2z - 24 = 0.$

4.5 PTMP THOẢ DK ĐỐI XỨNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1315. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2 : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

(A) $(P) : 2x - 2z + 1 = 0.$

(B) $(P) : 2y - 2z + 1 = 0.$

(C) $(P) : 2x - 2y + 1 = 0.$

(D) $(P) : 2y - 2z - 1 = 0.$

4.6 TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẪNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1316. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 4)$, $C(0; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

(A) $M(1; -3; 0).$

(B) $M(1; 3; 0).$

(C) $M(3; 1; 0).$

(D) $M(2; 6; 0).$

Câu 1317. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y - 2z - 3 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right).$

(B) $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right).$

(C) $M(2; 2; -4).$

(D) $M(-2; -2; 4).$

Câu 1318. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 0; 3)$, $C(0; -3; 0)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

(A) $M(3; 3; -3).$

(B) $M(-3; -3; 3).$

(C) $M(3; -3; 3).$

(D) $M(-3; 3; 3).$

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1319. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

(A) $B(0; 0; 1).$

(B) $B(0; 0; -2).$

(C) $B(0; 0; -1).$

(D) $B(0; 0; 2).$

Câu 1320. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

(A) $2x + y - 3z + 3 = 0$.

(B) $x + 2y - z - 1 = 0$.

(C) $3x + 2y - z + 1 = 0$.

(D) $2x - y - 3z + 3 = 0$.

4.7 ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG THOẢ DK

Mức độ Thông hiểu

Câu 1321. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : 3x + y - z - 1 = 0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm M lên mặt phẳng (P) là

(A) $H(1; 1; 3)$.

(B) $H(1; 0; 2)$.

(C) $H(0; 1; -1)$.

(D) $H(2; 0; 5)$.

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1322. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

(A) $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$.

(B) $\frac{AM}{BM} = 2$.

(C) $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$.

(D) $\frac{AM}{BM} = 3$.

5 Bài 3.2 Phương trình đường thẳng

5.1 TÌM VTCP, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT

Mức độ Nhận biết

Câu 1323. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(P) : 3x - 4y + z + 1 = 0$ và $(Q) : x + 2y + 2z - 3 = 0$ có vectơ chỉ phương là?

(A) $(2; 1; 2)$.

(B) $(2; 1; 3)$.

(C) $(2; 1; -3)$.

(D) $(2; 1; -2)$.

Câu 1324. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

(A) $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$.

(B) $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$.

(C) $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$.

(D) $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Câu 1325. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$.

(B) $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$.

(C) $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$.

(D) $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1326. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là

véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{n} = (1; -2; 1)$. (B) $\vec{n} = (1; 2; 1)$. (C) $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. (D) $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

5.2 PTDT QUA 1 ĐIỂM, ĐỂ TÌM VTCP (KHÔNG DÙNG T.C.H)

Mức độ Nhận biết

Câu 1327. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M , N là

- (A) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. (B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
(C) $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. (D) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 1328. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình

chính tắc của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- (A) $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
(C) $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. (D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 1329. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- (A) $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ (B) $x - 2y + z = 0$.
(C) $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. (D) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1330. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x + 3y - z + 5 = 0$?

- (A) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 1331. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; 7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 3 = 0$ là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = -4 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + 4t \\ z = 7 - 4t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 4t \\ z = -2 + 7t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

5.3 PTĐT QUA 1 ĐIỂM, VTCP TÌM BẰNG T.C.H (CHO 2 MP)

Mức độ Thông hiểu

Câu 1332. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P) : x + y + z + 1 = 0$, $(Q) : x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t. \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t. \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t. \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

5.4 PTĐT QUA 1 ĐIỂM, VTCP TÌM BẰNG T.C.H (CHO 2 Đ. THẲNG)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1333. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta' : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' ?

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t. \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t. \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t. \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

Câu 1334. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$, $d_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$.

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}. \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}. \\ \textcircled{C} \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}. \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}.$$

5.5 PTĐT QUA 1 ĐIỂM, CẮT D1, CÓ LIÊN HỆ VỚI D2

Câu 1335. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

$$\textcircled{A} \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}. \quad \textcircled{B} \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}. \\ \textcircled{C} \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}. \quad \textcircled{D} \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}.$$

Câu 1336. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua $A(0; 1; 1)$, vuông

góc với $\Delta_1 : \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và cắt $\Delta_2 : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$ có phương trình là

(A) $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

(B) $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$.

(C) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

(D) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

5.6 PTDT QUA 1 ĐIỂM, CẮT D, CÓ LIÊN HỆ VỚI MP(P)

Mức độ Thông hiểu

Câu 1337. Cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

(A) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

(B) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

(C) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

(D) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

5.7 PTDT QUA 1 ĐIỂM, VỪA CẮT-VỪA VUÔNG GÓC VỚI D

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1338. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Véc-tơ chỉ phương của d là

(A) $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

(B) $\vec{u} = (0; 3; 1)$.

(C) $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

(D) $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

5.8 PTDT NẪM TRONG (P), VỪA CẮT VỪA VUÔNG GÓC VỚI D

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1339. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

(A) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

(B) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

(C) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

(D) $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

5.9 PT ĐƯỜNG VUÔNG GÓC CHUNG CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1340. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d' : \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

(A) $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

(C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

(B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

(D) $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

5.10 PT HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA d LÊN (P)

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1341. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

(A) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$

5.11 TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1342. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

(A) $x_0 = 1$.

(B) $x_0 = 3$.

(C) $x_0 = 0$.

(D) $x_0 = 2$.

6 Bài 3.3 Toán tổng hợp về PP tọa độ không gian

6.1 CÁC CÂU HỎI CHƯA PHÂN DẠNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1343. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x + y - 3z + 6 = 0$ và mặt cầu $(S) : (x-4)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r bằng bao nhiêu?

(A) $r = \sqrt{5}$.

(B) $r = 5$.

(C) $r = 6$.

(D) $r = \sqrt{6}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1344. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha) : x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ của C . Tính $a + b + c$.

(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 7.

6.2 XÉT VTĐD GIỮA 2 ĐƯỜNG THẲNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1345. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+3}{-3} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = -\frac{1}{3}t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

(A) d_1 chéo d_2 .

(B) d_1 cắt và vuông góc với d_2 .

(C) d_1 cắt và không vuông góc với d_2 .

(D) d_1 song song với d_2 .

Mức độ Thông hiểu

Câu 1346. Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) d_1 vuông góc với d_2 .

(B) d_1 song song với d_2 .

(C) d_1 trùng với d_2 .

(D) d_1 và d_2 chéo nhau.

6.3 XÉT VTĐD GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1347. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P) : 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

(A) $m = -2$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = -52$.

(D) $m = 52$.

Câu 1348. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) d cắt và không vuông góc với (P) .

(B) d vuông góc với (P) .

(C) d song song với (P) .

(D) d nằm trong (P) .

Câu 1349. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = -1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P) : mx - 4y + 2z - 2 = 0$. Tìm

giá trị của m để đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (P)

(A) $m = 10$.

(B) $m = 9$.

(C) $m = -8$.

(D) $m = 8$.

6.4 XÉT VTĐ GIỮA MẶT PHẪNG VÀ MẶT CẦU

Mức độ Thông hiểu

Câu 1350. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0$ và mặt phẳng $(P) : 4x + 3y + 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- (A) (P) cắt (S) theo một đường tròn. (B) (S) không có điểm chung với (P) .
(C) (S) tiếp xúc với (P) . (D) (P) đi qua tâm của (S) .

Câu 1351. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- (A) $2x + 3y + 6z - 5 = 0$. (B) $6x + 2y + 3z = 0$.
(C) $6x + 2y + 3z - 55 = 0$. (D) $x + 2y + 2z - 7 = 0$.

6.5 KHOẢNG CÁCH TỪ 1 ĐIỂM ĐẾN 1 MẶT PHẪNG

Mức độ Nhận biết

Câu 1352. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- (A) $d = \frac{5}{9}$. (B) $d = \frac{5}{29}$. (C) $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. (D) $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 1353. Cho điểm $A(1; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 3z - 1 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- (A) $d(A, (P)) = \frac{13}{\sqrt{14}}$. (B) $d(A, (P)) = \frac{14}{\sqrt{13}}$. (C) $d(A, (P)) = \sqrt{14}$. (D) $d(A, (P)) = \sqrt{13}$.

Mức độ Thông hiểu

Câu 1354. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M trên d có cao độ dương sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3 là

- (A) $M(10; 21; 32)$. (B) $M(5; 11; 17)$. (C) $M(1; 3; 5)$. (D) $M(7; 15; 23)$.

6.6 KHOẢNG CÁCH TỪ 1 ĐIỂM ĐẾN 1 ĐƯỜNG THẲNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1355. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến

đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$.

- (A) $\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $2\sqrt{2}$. (D) 3.

6.7 KHOẢNG CÁCH GIỮA 2 ĐỐI TƯỢNG SONG SONG

Mức độ Thông hiểu

Câu 1356. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

- (A) $d = \frac{1}{3}$. (B) $d = \frac{5}{3}$. (C) $d = \frac{2}{3}$. (D) $d = 2$.

Câu 1357. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q) : x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- (A) 1. (B) 3. (C) 9. (D) 6.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1358. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$ và $D(3; 1; 4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- (A) 1 mặt phẳng. (B) 4 mặt phẳng.
(C) 7 mặt phẳng. (D) Có vô số mặt phẳng.

6.8 HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA ĐIỂM LÊN ĐƯỜNG, MẶT (VÀ ỨNG DỤNG)

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1359. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 6; 2)$, $B(2; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- (A) $R = \sqrt{6}$. (B) $R = 2$. (C) $R = 1$. (D) $R = \sqrt{3}$.

6.9 TÌM ĐIỂM THOẢ ĐK ĐỐI XỨNG

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1360. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) . Tính OA' .

- (A) $OA' = 3\sqrt{26}$. (B) $OA' = 5\sqrt{3}$. (C) $OA' = \sqrt{46}$. (D) $OA' = \sqrt{186}$.

6.10 TOÁN MAX-MIN TỔNG HỢP

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1361. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxz . Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0; 4; 0)$ tới điểm C trong đó C là điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox .

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1362. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - 3y + 2z + 37 = 0$ và các điểm $A(4; 1; 5)$, $B(3; 0; 1)$, $C(-1; 2; 0)$. Tìm điểm M thuộc (P) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $(-4; 7; -2)$. (B) $(-3; 6; -5)$. (C) $(1; 8; -8)$. (D) $(-2; 5; -8)$.

Câu 1363. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- (A) $H(-2; -1; 3)$. (B) $I(-1; -2; 3)$. (C) $K(3; 0; 15)$. (D) $J(-3; 2; 7)$.

Câu 1364. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho cùng phương với $\vec{u} = (1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N là lớn nhất. Tính MN .

- (A) $MN = 3$. (B) $MN = 1 + 2\sqrt{2}$. (C) $MN = 3\sqrt{2}$. (D) $MN = 14$.

6.11 TOÁN THỰC TẾ, LIÊN MÔN TỔNG HỢP

Mức độ Vận dụng thấp

Câu 1365. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t, \\ z = 2 \end{cases} d_2 :$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

- (A) $2x - y + 2z + 22 = 0$. (B) $2x - y + 2z + 13 = 0$.
(C) $2x - y + 2z - 13 = 0$. (D) $2x + y + 2z - 22 = 0$.

Mức độ Vận dụng cao

Câu 1366. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1; a; b)$. Tính $T = a - b$.

- (A) $T = -2$. (B) $T = 1$. (C) $T = -1$. (D) $T = 0$.

ĐÁP ÁN

1 C	4 D	7 C	10 A	13 D	16 C	19 B	22 A
2 D	5 A	8 B	11 C	14 D	17 D	20 C	23 B
3 A	6 B	9 A	12 A	15 C	18 B	21 A	24 B

25	B	49	B	73	D	97	A	121	C	145	C	169	A	193	D
26	B	50	A	74	B	98	D	122	C	146	D	170	B	194	D
27	A	51	A	75	A	99	D	123	C	147	B	171	A	195	C
28	D	52	D	76	B	100	D	124	C	148	A	172	B	196	B
29	B	53	B	77	C	101	A	125	B	149	A	173	C	197	B
30	A	54	A	78	B	102	A	126	D	150	A	174	A	198	D
31	C	55	A	79	C	103	A	127	B	151	A	175	C	199	B
32	D	56	C	80	A	104	B	128	C	152	A	176	A	200	A
33	A	57	B	81	B	105	C	129	C	153	A	177	B	201	D
34	B	58	B	82	D	106	B	130	A	154	C	178	C	202	D
35	D	59	D	83	D	107	C	131	D	155	D	179	A	203	C
36	C	60	D	84	D	108	A	132	A	156	B	180	B	204	B
37	A	61	C	85	A	109	B	133	B	157	B	181	C	205	D
38	D	62	B	86	D	110	D	134	B	158	B	182	D	206	D
39	C	63	C	87	A	111	C	135	D	159	C	183	B	207	A
40	C	64	C	88	C	112	C	136	A	160	A	184	C	208	B
41	D	65	B	89	C	113	B	137	C	161	B	185	D	209	D
42	C	66	A	90	B	114	B	138	A	162	C	186	B	210	A
43	C	67	D	91	A	115	D	139	D	163	B	187	B	211	C
44	D	68	C	92	C	116	D	140	A	164	A	188	A	212	C
45	A	69	D	93	A	117	B	141	B	165	B	189	D	213	B
46	B	70	D	94	C	118	D	142	B	166	A	190	C	214	C
47	B	71	B	95	C	119	A	143	D	167	A	191	B	215	C
48	A	72	C	96	D	120	C	144	C	168	D	192	A	216	B

222 B	246 C	270 B	294 D	319 C	343 A	367 C	391 D
223 D	247 B	271 B	295 C	320 A	344 A	368 B	392 D
224 D	248 B	272 D	296 A	321 B	345 C	369 C	393 C
225 D	249 A	273 C	297 D	322 B	346 A	370 C	394 C
226 C	250 A	274 A	298 B	323 B	347 A	371 A	395 A
227 A	251 C	275 C	300 A	324 B	348 B	372 A	396 A
228 B	252 C	276 A	301 C	325 B	349 D	373 B	397 D
229 A	253 C	277 C	302 A	326 C	350 A	374 B	398 B
230 C	254 A	278 B	303 C	327 C	351 B	375 C	399 C
231 D	255 C	279 A	304 B	328 A	352 A	376 A	400 D
232 C	256 B	280 D	305 A	329 C	353 C	377 C	401 C
233 A	257 B	281 A	306 C	330 C	354 C	378 D	402 D
234 B	258 C	282 A	307 B	331 B	355 A	379 C	403 A
235 A	259 A	283 B	308 D	332 D	356 D	380 B	404 D
236 D	260 C	284 B	309 C	333 B	357 C	381 D	405 C
237 D	261 B	285 C	310 A	334 A	358 C	382 A	406 B
238 C	262 A	286 C	311 D	335 A	359 C	383 C	407 B
239 C	263 D	287 D	312 C	336 A	360 B	384 D	408 A
240 B	264 A	288 C	313 D	337 B	361 B	385 D	409 B
241 A	265 A	289 D	314 A	338 C	362 B	386 C	410 A
242 C	266 A	290 D	315 D	339 D	363 A	387 A	411 B
243 B	267 C	291 A	316 A	340 C	364 C	388 D	412 A
244 C	268 D	292 B	317 C	341 D	365 C	389 C	413 C
245 B	269 D	293 A	318 B	342 C	366 A	390 C	414 D
							415 B
							416 B
							417 D
							418 D
							419 A

420 B	444 C	468 C	492 B	516 C	540 B	564 D	588 A
421 B	445 C	469 C	493 C	517 B	541 A	565 B	589 B
422 A	446 B	470 B	494 A	518 A	542 B	566 A	590 C
423 D	447 D	471 C	495 A	519 C	543 B	567 A	591 D
424 C	448 B	472 D	496 A	520 C	544 C	568 D	592 D
425 D	449 D	473 B	497 A	521 C	545 D	569 C	593 D
426 C	450 B	474 D	498 D	522 B	546 D	570 B	594 C
427 A	451 A	475 C	499 C	523 A	547 C	571 A	595 D
428 C	452 A	476 C	500 A	524 A	548 C	572 A	596 D
429 C	453 A	477 A	501 B	525 C	549 A	573 C	597 B
430 C	454 A	478 C	502 A	526 D	550 C	574 C	598 A
431 B	455 C	479 C	503 B	527 C	551 B	575 A	599 D
432 C	456 B	480 C	504 C	528 B	552 D	576 D	600 D
433 D	457 D	481 B	505 D	529 C	553 D	577 D	601 A
434 C	458 A	482 B	506 D	530 C	554 B	578 A	602 D
435 B	459 D	483 B	507 A	531 B	555 C	579 A	603 B
436 D	460 A	484 C	508 C	532 C	556 C	580 D	604 B
437 B	461 B	485 A	509 D	533 C	557 B	581 D	605 C
438 D	462 C	486 B	510 B	534 A	558 A	582 D	606 A
439 A	463 A	487 B	511 D	535 A	559 B	583 C	607 D
440 B	464 B	488 A	512 A	536 B	560 C	584 B	608 A
441 D	465 D	489 A	513 A	537 C	561 B	585 C	609 A
442 B	466 D	490 C	514 D	538 A	562 D	586 D	610 D
443 A	467 A	491 D	515 A	539 B	563 D	587 D	611 D
							612 A
							613 B
							614 D
							615 B
							616 C

617 B	641 C	665 D	689 D	713 D	737 B	761 B	785 A
618 C	642 D	666 C	690 B	714 C	738 C	762 B	786 B
619 B	643 D	667 D	691 A	715 C	739 A	763 A	787 A
620 A	644 A	668 D	692 D	716 D	740 B	764 B	788 D
621 B	645 A	669 C	693 B	717 D	741 D	765 C	789 A
622 A	646 B	670 B	694 A	718 A	742 C	766 B	790 B
623 A	647 D	671 A	695 A	719 B	743 B	767 A	791 A
624 D	648 D	672 C	696 B	720 D	744 B	768 C	792 D
625 B	649 D	673 C	697 D	721 A	745 D	769 B	793 C
626 D	650 D	674 C	698 A	722 B	746 D	770 D	794 A
627 D	651 D	675 D	699 A	723 C	747 A	771 B	795 D
628 A	652 D	676 B	700 A	724 C	748 B	772 C	796 B
629 A	653 A	677 B	701 A	725 D	749 D	773 A	797 D
630 C	654 B	678 A	702 A	726 C	750 B	774 A	798 A
631 B	655 D	679 B	703 A	727 B	751 C	775 D	799 B
632 A	656 B	680 B	704 C	728 B	752 A	776 A	800 B
633 C	657 A	681 A	705 A	729 C	753 C	777 B	801 A
634 A	658 B	682 D	706 D	730 A	754 A	778 D	802 D
635 B	659 C	683 B	707 C	731 B	755 A	779 A	803 B
636 A	660 D	684 C	708 B	732 C	756 B	780 C	804 C
637 D	661 A	685 C	709 D	733 D	757 A	781 C	805 B
638 D	662 D	686 C	710 A	734 D	758 C	782 C	806 B
639 A	663 A	687 C	711 C	735 B	759 D	783 C	807 C
640 D	664 A	688 A	712 A	736 A	760 D	784 A	808 C
							809 A
							810 A
							811 A
							812 D
							813 A

814 A	838 C	862 B	886 A	910 D	934 C	958 D	982 A
815 B	839 A	863 B	887 A	911 D	935 A	959 B	983 D
816 A	840 D	864 C	888 B	912 D	936 A	960 C	984 C
817 B	841 B	865 C	889 B	913 C	937 C	961 C	985 B
818 D	842 A	866 D	890 D	914 A	938 C	962 D	986 A
819 D	843 C	867 B	891 A	915 B	939 D	963 C	987 A
820 C	844 A	868 C	892 B	916 C	940 A	964 C	988 C
821 D	845 C	869 C	893 B	917 D	941 A	965 B	989 C
822 A	846 A	870 B	894 A	918 B	942 B	966 C	990 A
823 B	847 B	871 B	895 C	919 A	943 A	967 D	991 C
824 D	848 C	872 C	896 D	920 A	944 B	968 D	992 B
825 C	849 D	873 D	897 D	921 B	945 C	969 A	993 B
826 D	850 C	874 A	898 C	922 C	946 D	970 C	994 C
827 D	851 B	875 D	899 D	923 C	947 C	971 A	995 C
828 A	852 D	876 D	900 A	924 B	948 C	972 B	996 B
829 D	853 B	877 D	901 C	925 D	949 D	973 D	997 D
830 D	854 B	878 C	902 B	926 C	950 A	974 B	998 D
831 D	855 C	879 C	903 B	927 D	951 D	975 C	999 A
832 D	856 B	880 A	904 D	928 B	952 C	976 A	1000 D
833 D	857 C	881 A	905 A	929 C	953 D	977 A	1001 D
834 A	858 C	882 A	906 A	930 D	954 C	978 B	1002 D
835 C	859 C	883 B	907 B	931 C	955 B	979 B	1003 B
836 B	860 D	884 A	908 B	932 B	956 B	980 D	1004 D
837 A	861 D	885 B	909 A	933 C	957 C	981 C	1005 B
							1006 B
							1007 C
							1008 D
							1009 D
							1010 B

1011 D	1036 A	1060 B	1084 B	1108 D	1132 B	1156 C	1180 B
1012 A	1037 A	1061 C	1085 D	1109 B	1133 C	1157 D	1181 D
1013 C	1038 B	1062 D	1086 A	1110 B	1134 D	1158 C	1182 B
1014 C	1039 C	1063 A	1087 D	1111 D	1135 D	1159 A	1183 A
1015 C	1040 A	1064 D	1088 D	1112 A	1136 D	1160 A	1184 C
1017 B	1041 D	1065 A	1089 D	1113 D	1137 B	1161 D	1185 B
1018 A	1042 D	1066 B	1090 B	1114 B	1138 D	1162 A	1186 B
1019 C	1043 C	1067 B	1091 D	1115 A	1139 D	1163 B	1187 D
1020 A	1044 D	1068 B	1092 B	1116 D	1140 A	1164 C	1188 B
1021 D	1045 A	1069 D	1093 B	1117 A	1141 C	1165 D	1189 D
1022 D	1046 C	1070 D	1094 C	1118 B	1142 D	1166 A	1190 B
1023 B	1047 D	1071 A	1095 D	1119 C	1143 C	1167 C	1191 A
1024 B	1048 B	1072 A	1096 A	1120 C	1144 D	1168 B	1192 A
1025 D	1049 C	1073 B	1097 A	1121 A	1145 A	1169 A	1193 A
1026 C	1050 D	1074 A	1098 D	1122 D	1146 A	1170 A	1194 B
1027 D	1051 D	1075 C	1099 B	1123 D	1147 A	1171 A	1195 C
1028 D	1052 B	1076 D	1100 A	1124 A	1148 A	1172 D	1196 B
1029 C	1053 D	1077 B	1101 A	1125 C	1149 B	1173 B	1197 C
1030 C	1054 B	1078 C	1102 D	1126 C	1150 C	1174 D	1198 C
1031 A	1055 C	1079 A	1103 A	1127 D	1151 C	1175 D	1199 D
1032 C	1056 B	1080 A	1104 A	1128 B	1152 C	1176 C	1200 A
1033 A	1057 A	1081 C	1105 B	1129 C	1153 D	1177 A	1201 A
1034 B	1058 B	1082 B	1106 C	1130 A	1154 A	1178 B	1202 C
1035 B	1059 B	1083 D	1107 A	1131 C	1155 C	1179 B	1203 C
							1204 B
							1205 D
							1206 C
							1207 C
							1208 D

1209 C	1229 C	1249 A	1269 C	1289 B	1309 C	1329 C	1349 D
1210 D	1230 A	1250 D	1270 B	1290 D	1310 A	1330 B	1350 A
1211 D	1231 D	1251 C	1271 D	1291 A	1311 B	1331 B	1351 C
1212 B	1232 B	1252 D	1272 B	1292 A	1312 C	1332 D	1352 C
1213 B	1233 A	1253 B	1273 D	1293 A	1313 D	1333 D	1353 A
1214 D	1234 A	1254 A	1274 A	1294 D	1314 D	1334 B	1354 A
1215 D	1235 C	1255 B	1275 D	1295 B	1315 B	1335 B	1355 C
1216 A	1236 C	1256 B	1276 D	1296 C	1316 B	1336 A	1356 D
1217 C	1237 A	1257 D	1277 A	1297 B	1317 A	1337 C	1357 B
1218 C	1238 D	1258 D	1278 C	1298 C	1318 D	1338 D	1358 C
1219 A	1239 B	1259 D	1279 B	1299 D	1319 A	1339 A	1359 A
1220 B	1240 A	1260 D	1280 D	1300 D	1320 A	1340 A	1360 D
1221 A	1241 B	1261 A	1281 D	1301 D	1321 B	1341 D	1361 C
1222 A	1242 B	1262 B	1282 C	1302 A	1322 A	1342 D	1362 A
1223 D	1243 B	1263 C	1283 C	1303 A	1323 D	1343 D	1363 B
1224 B	1244 B	1264 A	1284 D	1304 B	1324 A	1344 C	1364 C
1225 A	1245 B	1265 D	1285 B	1305 D	1325 A	1345 B	1365 C
1226 B	1246 B	1266 A	1286 D	1306 A	1326 C	1346 C	1366 C
1227 D	1247 A	1267 B	1287 D	1307 C	1327 C	1347 B	
1228 B	1248 B	1268 A	1288 B	1308 D	1328 D	1348 A	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tập xác định $D = \mathbb{R}$ vì $y = x^3 - 3x^2$ là hàm đa thức

Ta chọn đáp án 

Câu 2. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Khi đó, $G(1; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Do đó, $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{MG}|$ nhỏ nhất.

Hơn nữa $M \in Ox$ nên M là hình chiếu của G lên Ox .

Vậy M cần tìm có tọa độ là $(1; 0)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 3. Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ xác định khi và chỉ khi $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Suy ra $x \neq \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 4. Xét hàm số $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$, $f(x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; l\pi\right\}$ $k, l \in \mathbb{Z}$.

$$\bullet \forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}.$$

$$\bullet f(-x) = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\tan x}{\sin x} = f(x).$$

Vậy $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$ là hàm số chẵn.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 5. Lí thuyết hàm số lượng giác: hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 6. Ta có $\tan(x + 3\pi) = \tan x$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2 - \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Nhận xét: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có, } y = f(x) &= \frac{2 \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 5 \tan(x + 3\pi)}{2 - \cos 2x} = \frac{-2 \sin x - 5 \tan x}{2 - \cos 2x} = -\frac{2 \sin x + 5 \tan x}{2 - \cos 2x} \\ f(-x) &= \frac{-2 \sin(-x) - 5 \tan(-x)}{2 - \cos 2x} = \frac{2 \sin x + 5 \tan x}{2 - \cos 2x} = -f(x). \end{aligned}$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Chú ý: ta có thể dùng mode 7 để kiểm tra.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 7. Hàm số $\tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm $\tan \frac{x}{4}$ tuần hoàn với chu kỳ 4π . Hàm $\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π nên hàm $\sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ 4π . Do đó hàm $f(x) = \tan \frac{x}{4} + 2 \sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ 4π .

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 10. $y' = \frac{1 - \sin x - \cos x}{(\sin x + 1)^2} = \frac{1 - (\sin x + \cos x)}{(\sin x + 1)^2} \leq 0$ với $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Do $1 - (\sin x + \cos x) = 1 - \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 0$ với $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Nhận thấy $y' < 0$ hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, mà $y(0) = 2; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 11. Ta có $-\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Vì $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} > 1$ nên phương trình vô nghiệm trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

$y(0) = -1 + \sqrt{3}, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ là $-1 + \sqrt{3}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ là $-\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

Vậy $S = -1 - \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 12. Ta có $2 \sin 2x - \sqrt{3} = 0$.

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy: $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 13. Ta có $\cos 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta có tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 14. Ta có $\cos(\sin x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 2\pi \end{cases}$.

Chỉ có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ với $k = 0; 1; 2$ do xét trên $[0; 2\pi]$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $0 + \pi + 2\pi = 3\pi$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 15. Ta có: $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow k = 0; 1; 2$.

Với $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow k = 0; 1; 2$.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thuộc $(0; 3\pi)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 16. Phương trình: $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 17. Ta có: $2 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là điểm E , điểm F .

Ta chọn đáp án **D**

Ta có $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} \right)^2 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$

Câu 18. $\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{4} (1 - \cos 2x) = \frac{5}{8}$

$\Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Mà $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}.$

Khi đó tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình là $\frac{12\pi}{3}.$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 19. Vì $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1$ nên phương trình $\sin x + 3 = 0$ vô nghiệm.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 21. Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}.$

Từ đây ta giải được $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = 2k\pi \end{cases}.$

- Với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi : 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{1}{4}.$
Hơn nữa, do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$. Khi đó, $x = \frac{\pi}{2}.$

- Với $x = 2k\pi : 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < 2k\pi < \pi \Leftrightarrow 0 < k < \frac{1}{2}.$

Ta thấy không có giá trị k nguyên nào thỏa mãn điều kiện này.

Vậy có duy nhất giá trị $x = \frac{\pi}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 22. Phương trình tương đương với

$$\cos 3x = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 3x = -x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{ \frac{7\pi}{8}; \frac{15\pi}{8}; \frac{\pi}{16}; \frac{9\pi}{16}; \frac{17\pi}{16}; \frac{25\pi}{16} \right\}$. Tổng các nghiệm là 6π .

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 23. Phương trình đã cho có nghiệm khi $1^2 + (m+1)^2 \geq 2^2$, điều đó tương đương với

$$m^2 + 2m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 - \sqrt{3} \\ m \geq -1 + \sqrt{3}. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 24. Ta có $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \Leftrightarrow 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 2 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 1$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 25. Điều kiện phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

$$m^2 + (-3)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow m \leq -4 \text{ hoặc } m \geq 4.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 26. Ta có: $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 3$.

Khi $\cos x = 0$ thì phương trình trở thành $2 \sin^2 x = 3$, vô nghiệm. Do đó, những x thỏa $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Chia hai vế cho $\cos^2 x$ ta được: $2 \tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x = 3(\tan^2 x + 1)$.

Phương trình tương đương với $\tan x = \sqrt{3}$. Hay $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 27. $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \cos x \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x = \cos x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 28. Ta có $\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2$

$$\Leftrightarrow 3 \sin x - 4 \sin^3 x - 6 \sin x \cos x - 1 + 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 \sin x(1 - \cos x) - 4 \sin^3 x + 2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - \cos x)(2 \sin x - 1)(1 + 2 \cos x) = 0 \Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 29. $\sin 2x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x (2 \sin x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2 \sin x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ PTVN \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Trên $(0; \pi)$ chỉ có $x = \frac{\pi}{2}$ thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 30. Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi: $5^2 + m^2 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow m \leq 12.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 31. Ta có $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x) = \frac{1}{2}(\sin 11x + \sin 3x)$

$$\Leftrightarrow \sin 11x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 32.

$$\begin{aligned} \frac{\sin 3x}{3} &= \frac{\sin 5x}{5} \Leftrightarrow 5 \sin 3x = 3 \sin 5x \\ &\Leftrightarrow 4(\sin 5x - \sin 3x) = \sin 5x + \sin 3x \\ &\Leftrightarrow 8 \cos 4x \sin x = 2 \sin 4x \cos x \\ &\Leftrightarrow 4 \cos 4x \sin x = 2 \sin 2x \cos 2x \cos x \\ &\Leftrightarrow (2 \cos^2 2x - 1) \sin x = \sin x \cos 2x \cos^2 x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 2 \cos^2 2x - 1 = \cos 2x \frac{(1 + \cos 2x)}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 3 \cos^2 2x - \cos 2x - 2 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -\frac{2}{3} = \cos \alpha \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{1}{2}\alpha + k\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có, $0 \leq k\pi < \pi \Rightarrow k = 0 \Rightarrow A = 0$

$$\Rightarrow B, C \text{ là hai nghiệm thỏa mãn } \cos 2x = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 1 = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \cos B + \cos C = 0.$$

Vậy $\cos A + \cos B + \cos C = 1.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 33. Ta có: $\sin x + \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Suy ra, trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình có một nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 34. Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin x &= \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x \\ &\Leftrightarrow \sin x(2 \cos x + \sqrt{3}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Bởi vậy, trên $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right)$, phương trình chỉ có một nghiệm $x = \frac{-7\pi}{6}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 35. Ta có: $27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12 \Leftrightarrow 27 \sin^4 x - 54 \sin^2 x + 8 \sin x + 15 = 0$

$$\Leftrightarrow (3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3)(9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0 \\ 9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{TH1: } 3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3} \in (-1; 1) \\ \sin x = \frac{-1 - \sqrt{10}}{3} \notin (-1; 1) \end{cases}$$

Với $\sin x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm. (dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và đường thẳng $y = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$).

$$\text{TH2: } 9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3} \in (-1; 1) \\ \sin x = \frac{1 + \sqrt{6}}{3} \notin (-1; 1) \end{cases}$$

Với $\sin x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm. (dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và đường thẳng $y = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$).

Vậy trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình đã cho có 4 nghiệm

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 36. Số số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau: $A_6^4 = 360$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 37.

- TH1: 5 bóng loại I: C_5^5 .
- TH2: 4 bóng loại I và 1 bóng loại II: $C_5^4.C_7^1$.
- TH3: 3 bóng loại I và 2 bóng loại II: $C_5^3.C_7^2$.

Vậy $C_5^5 + C_5^4.C_7^1 + C_5^3.C_7^2 = 246$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 38. Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 39. Số tập con gồm 2 phần tử của M là số tổ hợp chập 2 của 10 nên bằng C_{10}^2 .

Ta chọn đáp án **C**

Câu 40. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5$ và $a_i \in A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Vì mỗi tập hợp gồm 5 chữ số thuộc tập A chỉ tạo được 1 số thỏa đề bài.

Vậy có $C_{10}^5 = 252$ số cần tìm.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 41. Gọi số cần lập $\overline{a_1a_2a_3}$.

TH1: $a_3 = 0$

Bộ phận a_1a_2 có $A_7^2 = 42$ cách chọn.

TH2: $a_3 \in \{2, 4, 6\}$

Chọn a_3 : có 3 cách chọn.

Tiếp theo, chọn a_1 : có 6 cách chọn, sau đó, chọn a_2 : có 6 cách chọn.

Vậy số các số thỏa mãn đề bài là $A_7^2 + 3.6.6 = 150$ (số).

Ta chọn đáp án **D**

Câu 42. Áp dụng công thức ta có số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử là $A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = 4.5.6.7 = 840$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 43. Số phần tử của S là $5! = 120$ số. Trong các số thuộc S thì

- Số 5 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần (số các số có dạng $\overline{abcd5}$).
- Tương tự các chữ số 5; 6; 7; 8; 9 đều xuất hiện 24 lần ở mỗi hàng.

Do đó, tổng các số thuộc tập S là $24 \cdot (5 + 6 + 7 + 8 + 9) \cdot (1 + 10 + 100 + 1000 + 10000) = 9333240$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 44. Xét số có 6 chữ số đôi một khác nhau có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Vì các chữ số 3, 4, 5 đứng cạnh nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5 nên có hai khả năng 345 hoặc 543. Ta coi 345 và 543 là chữ số đặc biệt A (có 2 chữ số đặc biệt này). Để đếm số các số x thỏa mãn yêu cầu bài toán, ta xét hai trường hợp:

Trường hợp chấp nhận cả $a_1 = 0$:

- Chọn vị trí cho A , có 4 cách chọn.
- Chọn 3 chữ số còn trong tập $\{0; 1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_7^3 cách. Trường hợp này có $2 \cdot 4 \cdot A_7^3$ số.

Trường hợp $a_1 = 0$:

- Chọn vị trí cho A , có 3 cách chọn.
- Chọn 2 chữ số còn trong tập $\{1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_6^2 cách. Trường hợp này có $2 \cdot 3 \cdot A_6^2$ số.

Vậy, số các số cần tìm là $2 \cdot 4 \cdot A_7^3 - 2 \cdot 3 \cdot A_6^2 = 1500$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 45. Bộ 3 điểm bất kỳ được chọn từ 9 điểm đã cho có C_9^3 bộ.

Bộ 3 điểm không tạo thành tam giác có $C_3^3 + C_4^3$ bộ.

Vậy số tam giác tạo thành từ 9 điểm đã cho có: $C_9^3 - (C_3^3 + C_4^3) = 79$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 46. Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$.

- Nếu $a = 1$ thì 2, 5 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.
- Nếu $a = 2$ thì 1, 5 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.
- Nếu $a = 5$ thì 2, 1 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.
- Nếu $a \in 3, 4, 6$ có 3 cách chọn a , 1, 2, 5 có 1 cách chọn, số còn lại C_3^1 cách. Vậy số số tạo thành là $3 \cdot C_3^1 \cdot 4!$.

Vậy số lượng số tạo thành là $3C_4^2 \cdot 4! + 3 \cdot C_3^1 \cdot 4! = 648$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 47. Giả sử số cần tìm có 10 chữ số khác nhau tương ứng với 10 vị trí.

Vì chữ số 0 không đứng vị trí đầu tiên nên có 9 cách xếp vị trí cho chữ số 0.

Có A_9^3 cách xếp các chữ số 7; 8; 9 vào 9 vị trí còn lại.

Vì chữ số 6 đứng trước chữ số 5 nên có 5 cách xếp cho chữ số 6 và một cách xếp cho các chữ số

1; 2; 3; 4; 5 theo thứ tự tăng dần.

Theo quy tắc nhân có $9 \times 5 \times A_9^3 = 22680$ số thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 48. Các khối lập phương cạnh 1 cm có tất cả là 27 đỉnh. Vậy có tất cả C_{27}^3 bộ ba điểm bao gồm các bộ ba điểm thẳng hàng và không thẳng hàng.

+ Trên mp($ABCD$) có 8 bộ ba điểm thẳng hàng, cùng với hai mp song song với nó thì có $8 \cdot 3 = 24$ bộ ba điểm thẳng hàng.

+ Tương tự trên mp($ABB'A'$), cùng với hai mp song song với nó thì có $8 \cdot 3 = 24$ bộ ba điểm thẳng hàng, nhưng trên mỗi mặt có ba bộ thẳng hàng được đếm hai lần, nên số bộ ba thẳng hàng trong trường hợp này là: $24 - 3 \cdot 3 = 15$.

+ Trên mp($BCC'B'$), cùng với hai mp song song với nó thì có $8 \cdot 3 = 24$ bộ ba điểm thẳng hàng, nhưng trên mỗi mặt có sáu bộ thẳng hàng được đếm hai lần, nên số bộ ba thẳng hàng trong trường hợp này là: $24 - 6 \cdot 3 = 6$.

+ Có 4 bộ ba thẳng hàng nằm trên bốn đường chéo của khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm. Do đó số các tam giác tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm là $C_{27}^3 - 24 - 15 - 6 - 4 = 2876$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 49. Số cách chọn thực đơn là $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 = 75$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 50. Chọn 6 người trong 10 người vào 1 nhóm. Sau khi phân nhóm 6 người thì còn lại 4 người được phân vào nhóm còn lại chỉ có 1 cách. Vậy có $C_{10}^6 \cdot 1 = 210$ cách.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 51. Số tam giác tạo thành từ n điểm: C_n^3 .

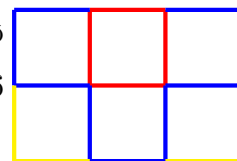
Số đoạn thẳng tạo thành từ n điểm: C_n^2 .

Do đó: $C_n^3 = 2C_n^2 \Leftrightarrow n = 6$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 52. Ta tô màu theo thứ tự sau:

1) Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được ta tô vào ô như sau: chọn 2 cạnh trong hình vuông đơn vị để tô màu thứ nhất có $C_4^2 = 6$ cách (màu thứ 2 tô 2 cạnh còn lại). Do đó, có $6 \cdot C_3^2$ cách tô.



2) Tô 3 ô vuông 3 cạnh (có một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3 \cdot C_2^1 = 6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

3) Tô 2 ô vuông 2 cạnh (có 2 cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác nhau không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $6 \cdot C_3^2 \cdot 6^3 \cdot 4 = 15552$ cách tô.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 53. Đặt $S = \frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}$.

Ta chứng minh được đẳng thức: $\frac{1}{(k+1)(k+2)} C_n^k = \frac{1}{(n+1)(n+2)} C_{n+2}^{k+2}$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } S &= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2}) \\ &= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (C_{n+2}^0 + C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2} - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1) \\ &= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1) = \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - n - 3) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - n - 3).$$

Đồng nhất với vế phải của đẳng thức, ta được $n+2 = 100 \Rightarrow n = 98$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 54. Khi khai triển $(a+2)^{n+6}$ sẽ có $n+7$ số hạng.

Theo đề bài $n+7 = 17 \Leftrightarrow n = 10$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 55.

$$\begin{aligned} \left(2x^4 - \frac{3}{x^3}\right)^4 &= (2x^4)^4 - 4(2x^4)^3 \cdot \frac{3}{x^3} + 6(2x^4)^2 \cdot \left(\frac{3}{x^3}\right)^2 - 4 \cdot 2x^4 \cdot \left(\frac{3}{x^3}\right)^3 + \left(\frac{3}{x^3}\right)^4 \\ &= 16x^{16} - 96x^9 + 216x^2 - 216 \cdot \frac{1}{x^5} + 81 \cdot \frac{1}{x^{12}}. \end{aligned}$$

Vậy hệ số của x^9 là -96 .

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 56. a_8 chính là hệ số của số hạng chứa x^8 , nó bằng tổng hệ số của những số hạng chứa x^8 trong các khai triển $(1+x)^8$; $(1+x)^9$; $(1+x)^{10}$; $(1+x)^{11}$; $(1+x)^{12}$.

Do đó, $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 57. Tổng hệ số bằng $P(1) = (1+1)^8 + (1+1)^9 + (1+1)^{10} + (1+1)^{11} + (1+1)^{12} = 7936$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 59. Số hạng tổng quát trong khai triển $T_k = C_{21}^k \cdot x^{21-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{21}^k (-2)^k x^{21-3k}$.

Số hạng không chứa x tương ứng với $k = 7$.

Do đó số hạng không chứa x là $-2^7 C_{21}^7$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 60. Khai triển theo lũy thừa tăng dần của x : $(a - 2x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} (-2x)^k \cdot C_{20}^k \cdot a^{20-k} = \sum_{k=0}^{20} (-2)^k \cdot a^{20-k} \cdot C_{20}^k \cdot x^k$

Số hạng thứ 4 trong khai triển là: $T_3 = -C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 61. Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển $(1 - 2x)^n$ là: $T_{K+1} = C_n^k (-2)^k x^k$.

Từ đó ta có, $a_0 + a_1 + a_2 = 71 \Leftrightarrow C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 71$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \\ 1 - 2n + 4 \frac{n(n-1)}{2} = 71 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \\ n^2 - 2n - 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 7.$$

Với $n = 7$, ta có hệ số của x^5 trong khai triển $(1 - 2x)^7$ là $a_5 = C_7^5 (-2)^5 = -672$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 62. Hệ số của x^4 trong khai triển $(2 - x)^n$: $C_n^4 \cdot (2)^{n-4} \cdot (-1)^4$.

Ta có phương trình: $C_n^4 \cdot 2^{n-4} = 60 \Leftrightarrow n = 6$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 63. $P(x) = \left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{2018-k} \left(-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (-2)^k x^{2018-\frac{3k}{2}}$.

Hệ số của số hạng chứa x^{518} tương ứng với $2018 - \frac{3k}{2} = 518 \Leftrightarrow k = 1000$.

Hệ số a của số hạng chứa x^{518} trong khai triển $P(x) = \left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{2018}$ là $C_{2018}^{1000} (-2)^{1000}$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 64. Ta có $(x + y)^{21} = \sum_{i=0}^{21} C_{21}^i x^{21-i} y^i$. Số hạng chứa $x^{13} y^8$ ứng với $i = 8$. Khi đó hệ số của số hạng đó là $C_{21}^8 = 203490$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 65. Từ giả thiết ta có $(3 - 1)^n = 2048 \Leftrightarrow n = 11$.

Suy ra hệ số của x^{10} trong khai triển $(x + 2)^{11}$ là $C_{11}^{10} 2 = 22$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 66. Ta có $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (x\sqrt{x})^{n-k} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^k$.

Tổng các hệ số của khai triển trên bằng $S = \sum_{k=0}^n C_n^k = (1 + 1)^n = 2^n = 128 \Rightarrow n = 7$.

Khi $n = 7$ ta có $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{21}{2} - \frac{11}{6}k}$

Lúc đó x^5 ứng với $\frac{21}{2} - \frac{11}{6}k = 5 \Rightarrow k = 3$. Vậy hệ số cần tìm là $C_7^3 = 35$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 67. Khai triển: $P(x) = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{2k} = \sum_{k=0}^{12} a_k x^{2k}$ với $a_k = C_{12}^k 2^k$.

$$a_{k+1} > a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} > C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} > \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k < \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \leq 7.$$

Như vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8$.

$$a_{k+1} < a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} < C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} < \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k > \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \geq 8.$$

Như vậy $a_8 > a_9 > a_{10} > \dots > a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8 = 126720$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 68. Ta có:

$$C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + C_{2019}^4 + C_{2019}^5 + \dots + C_{2019}^{2019} = 2^{2019}$$

$$C_{2019}^0 - C_{2019}^1 + C_{2019}^2 - C_{2019}^3 + C_{2019}^4 - C_{2019}^5 + \dots + (-1)^{2019} C_{2019}^{2019} = 0$$

$$\text{Suy ra: } 2(C_{2019}^1 + C_{2019}^3 + C_{2019}^5 + \dots + C_{2019}^{2019}) = 2^{2019} \Rightarrow T = 2^{2018}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 69. Ta có $(1+x)^{2n} = (1+x)^n (x+1)^n$ (1).

Hệ số x^n trong khai triển $(1+x)^{2n} = \sum_{k=1}^{2n} C_{2n}^k x^k$ là C_{2n}^n (2).

Mặt khác, $(1+x)^n (x+1)^n = (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n)(C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n)$.

Hệ số x^n trong khai triển tích trên là $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$ (3).

Từ (1), (2), (3) ta có: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.

Ta chọn đáp án **(D)**

$$\text{Câu 70. Xác suất cần tính là } p = \frac{C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^2 + C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^1 + C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1}{C_{14}^4} = \frac{80}{143}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 71. Không gian mẫu $n(\Omega) = 36$.

Gọi biến cố A: “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc đó bằng 7”.

$$\Rightarrow A = \{(1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6.$$

$$\text{Xác suất của biến cố A là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 72. Ta có: $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$.

Q: “Chọn 3 học sinh có cả nam và nữ”.

TH1: Chọn 2 nam và 1 nữ có $C_5^2 \cdot C_6^1 = 60$ cách.

TH2: Chọn 2 nữ và 1 nam có $C_5^1 \cdot C_6^2 = 75$ cách.

Nên $n(Q) = 60 + 75 = 135$.

$$\text{Xác suất cần tìm } P(Q) = \frac{n(Q)}{n(\Omega)} = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 73. Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Số phần tử thuận lợi biến cố $A = \text{“Lấy được hai viên bi khác màu”}$: $n(A) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 6 = 74$.

Xác suất: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{74}{105} \approx 70,5\%$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 74. Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$.

Biến cố $A = \text{“Chọn được 4 học sinh có cả nam và nữ”}$. Khi đó: $n(A) = C_{35}^4 - C_{20}^4 - C_{15}^4 = 46150$.

Xác suất biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{46151}{5236}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 75. $n(\Omega) = C_5^2$.

Gọi A là biến cố “trong hai quả lấy ra có hai quả cùng màu”.

$n(A) = C_3^2 + C_2^2$.

Vậy $P(A) = \frac{C_3^2 + C_2^2}{C_5^2} = \frac{2}{5}$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 76. Ta có số phần tử của không gian mẫu khi tung một con súc sắc một lần là $|\Omega| = 6$.

Gọi A là biến cố số chấm trên mặt của con súc sắc là một số nguyên tố.

Ta có số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = 3$.

Suy ra $p(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{2}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 77.

- Số phần tử của không gian mẫu là $C_{11}^2 = 55$.
- Số cách chọn ra 2 quả cùng màu là $C_5^2 + C_6^2 = 25$.
- Vậy xác suất cần tính bằng $\frac{25}{55} = \frac{5}{11}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 78. Ta có: $n(\Omega) = C_{25}^3$.

Gọi A : “Chọn được 3 đoàn viên gồm 2 nam và 1 nữ”.

Khi đó: $n(A) = C_{25}^1 \cdot C_{10}^2$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{92}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 79. Bỏ 4 lá thư vào 4 phong bì ta có số cách bỏ là $4!$ cách.

Ta xét các trường hợp

- **Trường hợp 1:** Chỉ có 1 lá thư bỏ đúng. Giả sử ta chọn 1 trong 4 lá thư để bỏ đúng (có 4 cách), trong mỗi cách đó, chọn 1 lá để bỏ sai (có 2 cách), khi đó 2 lá còn lại nhất thiết là sai (có 1 cách), vậy trong trường hợp này có $4 \cdot 2 \cdot 1 = 8$ cách.
- **Trường hợp 2:** có đúng 2 lá bỏ đúng; tương tự như trên, ta chọn 2 lá để bỏ đúng (có $C_4^2 = 6$ cách), 2 lá còn lại nhất thiết phải sai (có 1 cách). Vậy có 6 cách.
- **Trường hợp 3:** Dễ thấy khi 3 lá thư bỏ đúng thì đương nhiên là cả 4 lá đều bỏ đúng nên chỉ có 1 cách.

Suy ra, có $8 + 6 + 1 = 15$ cách bỏ ít nhất có 1 lá thư vào đúng địa chỉ.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 80. Xếp 11 học sinh có $11!$ cách. Xếp 7 nam có $7!$ cách.

Giữa các nam này có 8 chỗ trống, xếp 4 nữ vào có A_8^4 cách.

Theo quy tắc nhân số cách xếp để 2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau là $7! \cdot A_8^4$.

Gọi biến cố A : “2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau”. Ta có $n(\Omega) = 11!$; $n(A) = 7! \cdot A_8^4$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7! \cdot A_8^4}{11!}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 81. Gọi n là số cạnh của đa giác đều, theo đề bài ta có phương trình $C_n^2 - n = 170 \Rightarrow n = 20$.

Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ 20 đỉnh của đa giác đều có $C_{20}^4 = 4845$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4845$.

Gọi A là biến cố “Bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật”.

Cứ 2 đường chéo đi qua tâm O ta sẽ có một hình chữ nhật. Do đa giác đều có 20 cạnh nên có 10 đường chéo đi qua tâm O nên số hình chữ nhật được tạo thành là $C_{10}^2 = 45 \Rightarrow n(A) = 45$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{4845} = \frac{1}{107.7}$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 82. Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_{10}^7 = 604800$.

Gọi A là biến cố: “Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào mười cái ghế sao cho không có hai ghế trống nào kề nhau”.

Sắp 7 ghế trống và đặt 7 học sinh vào có $7!$ cách.

Giữa 7 học sinh có 8 khoảng trống ta chọn ra 3 chỗ đặt 3 cái ghế còn lại vào có C_8^3 .

Khi đó $n(A) = 7!C_8^3 = 282240$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{282240}{604800} = \frac{7}{15} = 0,4(6)$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 83. - Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

- Chọn ba số tự nhiên liên tiếp, có 8 cách.

- Chọn đúng hai số tự nhiên liên tiếp:

+ TH1: Có cặp (1; 2) hoặc (9; 10). Chọn thêm số thứ ba, có 7 cách. Do đó có tổng cộng $2 \cdot 7 = 14$ cách.

+ TH2: Có một trong bảy cặp (2; 3), (3; 4), ... (8; 9). Chọn số còn lại có 6 cách. Do đó có tổng cộng $7 \cdot 6 = 42$ cách.

Suy ra, số cách chọn ba số tự nhiên trong đó có ít nhất hai số tự nhiên liên tiếp là $8 + 14 + 42 = 64$.

Vậy xác suất để ba số chọn ra không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp là $P = 1 - \frac{64}{120} = \frac{7}{15}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 84. Vì A, B độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,12$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 85. Có 10 đường chéo xuyên tâm O , cứ hai đường chéo xuyên tâm O ta được một hình chữ nhật.

Vậy số hình tứ giác 4 đỉnh tạo thành từ các đỉnh đa giác đều là $n(A) = C_{20}^4 = 4845$.

Vậy số hình chữ nhật tạo thành từ các đỉnh đa giác đều là $n(A) = C_{10}^2 = 45$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 86. Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia”.

Khi đó, $\bar{A}$ là biến cố: “Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia”.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 87. Gọi A là biến cố “trong 3 lượt gieo có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp”.

Xác suất một lượt gieo được kết quả mặt 1 chấm xuất hiện đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$.

Xác suất để cả 3 lượt gieo con súc sắc không xuất hiện mặt 1 chấm, còn đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\left(1 - \frac{1}{12}\right)^3 = \left(\frac{11}{12}\right)^3$.

Vậy: $n(A) = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^3 = \frac{397}{1728}$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 88. Gọi thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván là hai người đã đánh được i ván và gọi $A_{ij}, j \in \{1; 2\}$ là biến cố ở ván thứ i , người thứ j thắng.

Vậy xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng là: $P(A_{(i+1)1}) + P(\overline{A_{(i+1)1}} \cap A_{(i+2)1}) + P(\overline{A_{(i+1)1}} \cap \overline{A_{(i+2)1}} \cap A_{(i+3)1}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 89. Ta có: $a_{n+1} - k = q(a_n - k) \Leftrightarrow k - kq = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{1-q}$.

Đặt $v_n = a_n - k \Rightarrow v_{n+1} = q.v_n = q^2.v_{n-1} = \dots = q^n.v_1$.

Khi đó $v_n = q^{n-1}.v_1 = q^{n-1}.(a_1 - k) = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1-q}\right)$.

Vậy $a_n = v_n + k = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1-q}\right) + k = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1-q}\right) + \frac{3}{1-q} = 5.q^{n-1} + 3.\frac{1-q^{n-1}}{1-q}$.

Do đó: $\alpha = 5; \beta = 3 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 90. Xét hàm số $f(x) = \frac{5-3x}{2x+3}$, $f'(x) = \frac{-19}{(2x+3)^2} < 0, \forall x > 0$ nên hàm số nghịch biến trên

$(0; +\infty)$. Do đó $f(n) > f(n+1) \Leftrightarrow u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}$ là dãy giảm.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 91. Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Do đó dãy số có số hạng tổng quát

$u_n = \frac{2n+1}{n}$ là dãy số giảm.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 92. A sai vì dãy giảm do $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{n+1}{3^{n+1}}}{\frac{n}{3^n}} = \frac{n+1}{3n} < 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B sai vì dãy giảm do $u_{n+1} - u_n = \frac{n+4}{n+2} - \frac{n+3}{n+1} = \frac{-2}{(n+2)(n+1)} < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C đúng do $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 2(n+1) - n^2 - 2n = 3 + 2n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D sai do dãy đan dấu (dấu thay đổi).

Ta chọn đáp án **C**

Câu 93. Ta có $|u_n| = \left| \frac{2n+1}{n+1} \right| < \left| \frac{2n+2}{n+1} \right| = 2, \forall x \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ là dãy bị chặn.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 94. Ta có $u_n = \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$ và $u_n > 0$ nên dãy số $u_n = \frac{n}{n+1}$ là dãy số bị chặn.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 95. Ta có $2C_{14}^{k+1} = C_{14}^k + C_{14}^{k+2} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8. \end{cases}$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 96. Dãy số (u_n) có $u_n = 2n$ có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 2n = 2 = \text{const}$

Vậy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 97. Ta có $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}.$

Ta có $S_{15} = \frac{15}{2} (2 \cdot 2 + 14 \cdot (-3)) = -285.$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 98. Ta có

$$\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_4 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14 \cdot 2 = 29$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 99. $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1}$ ($k \leq 12; k \in \mathbb{N}$)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+2)(k+1)} = \frac{1}{(k+1)(13-k)}$$

$$\Leftrightarrow 4k^2 - 48k + 128 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } k \leq 12; k \in \mathbb{N}).$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 100. Xét cấp số cộng $u_n = -5 + 3d, u_1 = 1$. Khi đó $u_2 = -2 < 0$. Vậy "Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương" là mệnh đề sai.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 101. Dãy số đã cho là cấp số nhân có số hạng đầu $x_1 = 40$ và công bội $q = 1,1$. Do đó:

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 40 \cdot \frac{1 - 1,1^{12}}{1 - 1,1} \approx 855,4.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 103. Ta có $S_n = 2n^2 + 3n \Rightarrow a_1 = S_1 = 5, a_1 + a_2 = S_2 = 14 \Rightarrow a_2 = 9, a_1 + a_2 + a_3 = S_3 = 27 \Rightarrow a_3 = 13 \dots$

Kiểm tra $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{5 + 13}{2}$. Suy ra (a_n) là cấp số cộng.

Mặt khác CSC có công bội $d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 104. Theo giả thiết $AB = AC$ và BC, AH, AB lập thành một cấp số nhân nên ta có hệ

$$\begin{cases} \frac{1}{q} = \frac{BC}{AH} = \frac{2HC}{AH} = 2 \cot C \\ \frac{1}{q} = \frac{AH}{AB} = \sin B \end{cases}$$

Cho nên từ đó ta có kết quả sau $2 \cot C = \sin C$ hay $\cos^2 C + 2 \cos C - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos C = -1 + \sqrt{2} (0^\circ < C < 90^\circ)$

Do C là góc nhọn nên $\sin C = \sqrt{2(\sqrt{2} - 1)}$. Cho nên công bội của cấp số nhân là

$$q = \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\sqrt{2(\sqrt{2} - 1)}} = \frac{1}{2} \sqrt{2(\sqrt{2} + 1)}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 105. BC, AH, AB theo thứ tự lập thành 1 cấp số nhân với công bội q nên $AH = qBC$, $AB = q^2 BC$.

Theo định lý pitago, ta có $AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow (q^2 BC)^2 = (qBC)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$
 $\Leftrightarrow 4q^4 - 4q^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow q^2 = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ (loại) hoặc $q^2 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$. Vậy $q^2 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 106. Ta có $\lim q^n = 0, (|q| < 1), \lim q^n = +\infty, (|q| > 1)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 107. Sử dụng công thức tìm số hạng tổng quát của dãy số $u_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n}{n^2} = \frac{1}{2}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 108. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\sqrt{3x+1} + 1} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 3, b = 2 \Rightarrow P = a^2 + b^2 = 13$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 109. Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 110. Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 111. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^2(x + 2)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{x + 1} = 0$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 112. $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2x+1} - 1)(\sqrt{2x+1} + 1)}{x(\sqrt{2x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{2x+1} + 1)} =$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1} = 1.$$

$$J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3.$$

Vậy $I + J = 4$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 113. Ta có

- $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - 2) = 1 > 0$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} (3 - x) = 0$ và $3 - x < 0$ khi $x \rightarrow 3^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = -1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 114. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 115. $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{2x^2 - 3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{-\sqrt{2 - \frac{3}{x^2}}} = -\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 116. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 1 - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x} = \frac{3}{4}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 117. Hàm số có giới hạn tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = m + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 118. Ta có $f(0) = m^2 - 2m + 2$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{2x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{2x+1} + 1)} = 1$

Hàm số liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 119. Hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$ không xác định tại điểm $x = 1$ nên **không** liên tục tại $x = 1$.

Hàm số $f(x) = \sqrt{1-2x}$ không xác định tại điểm $x = 1$ nên **không** liên tục tại $x = 1$.

Xét hàm số $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 1) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$, $f(1) = 2$

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 2$.

Như vậy hàm số $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4ne2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ nên hàm số **không** liên tục tại điểm $x = 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 120. Theo định nghĩa hàm liên tục trên đoạn.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 121. Với $x \neq \pm 3$ thì $f(x) = \frac{2x+6}{3x^2-27}$ là hàm phân thức nên liên tục với $\forall x \neq \pm 3$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+6}{3x^2-27} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x+3)}{3(x+3)(x-3)} = \infty$ nên hàm số không liên tục tại $x = 3$.

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{3x^2-27} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)}{3(x+3)(x-3)} = \frac{-1}{9}$ nên hàm số liên tục tại $x = -3$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 122. Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3$.

Để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = m \Leftrightarrow m = 3$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 123. Ta có, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (a^2x - 2) = 2a^2 - 2$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x - 2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(\sqrt[3]{3x+2} - 2)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{3x+2} + 4)}{(x - 2)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{3x+2} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x - 6)}{(x - 2)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{3x+2} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{3x+2} + 4)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2a^2 - 2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a^2 = \frac{9}{8} \Leftrightarrow$

$$a = \pm \sqrt{\frac{9}{8}}$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 124.

- Với $x > 0$ thì $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ liên tục.
- Với $x < 0$ thì $f(x) = mx + 2$ liên tục.
- Tại $x = 0$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2.$$

$f(0) = -m$. Nên, hàm số liên tục tại $x = 0$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy, hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m = -2$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 125. Ta có: $f(0) = m + 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m + 1$;

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m + 1 = -1 \Leftrightarrow m = -2.$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 126. Dựa theo định lí :

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 127. Ta có $f(x) = |x - 1| = \sqrt{(x - 1)^2}$ không có đạo hàm tại $x = 1$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 128. Ta có $y' = 4x^3 - 12x$. Do đó $A(1; -8)$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = -8x$.

Hoành độ B là nghiệm phương trình $x^4 - 6x^2 - 3 = -8x \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 24 \Rightarrow B(3; 24)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 129. Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$.

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2)) - xf(2) + 2f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2))}{x - 2} - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2)(x - 2)}{x - 2} = 2f'(2) - f(2).$$

Ta chọn đáp án **C**

$$\textbf{Câu 130. } I = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{xf(x) - x_0f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{xf(x) - xf(x_0) - x_0f(x_0) + x_0f(x_0)}{x - x_0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow x_0} \left[x \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + \frac{f(x_0)(x - x_0)}{x - x_0} \right] = \lim_{x \rightarrow x_0} \left[x \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + f(x_0) \right].$$

$$\text{Do } y = f(x) \text{ có đạo hàm tại } x = x_0 \text{ là } f'(x_0) \text{ nên ta có } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0).$$

$$\text{Vậy } I = x_0 f'(x_0) + f(x_0).$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 131. Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2(m - 1)x + 3$.

$$\text{Do đó, } f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m - 1)x + 3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 4.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 132. Ta có

- $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{1+2x}} \Rightarrow f'(0) = \frac{5}{6}$.
- $g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1$

Vậy $\frac{f'(0)}{g'(0)} = \frac{5}{6}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 133. Ta có: $y' = \frac{5}{(x-2)^2}$.

Tung độ tiếp điểm $y_0 = -1$ suy ra hoành độ tiếp điểm $x_0 = \frac{1}{3}$.

Hệ số góc $k = \frac{9}{5}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 134. Ta có $y' = -\frac{4}{(x-1)^2}$. Với $x = -1 \Rightarrow y = -2$. Tiếp tuyến tại điểm $A(-1; -2)$ là

$$y = y'(-1)(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 135. Cho $y = 0 \Rightarrow x = 1$. Do đó tọa độ giao điểm của (H) với trục hoành là $M(1; 0)$.

Đạo hàm $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(1) = \frac{1}{3}$.

Phương trình tiếp tuyến của (H) tại M là $y = \frac{1}{3}(x-1)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 136. Ta có $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Theo đề bài ta có tọa độ tiếp điểm là $M\left(1; \frac{7}{4}\right)$.

Ta có: $y' = x^3 + x \Rightarrow y'(1) = 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M\left(1; \frac{7}{4}\right)$ là:

$$y = 2(x-1) + \frac{7}{4} = 2x - \frac{1}{4}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 137. Giao điểm của $(\mathcal{C})$ với trục tung là $A(0; 1)$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(0) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(\mathcal{C})$ tại điểm $A(0; 1)$ là: $y = -1(x-0) + 1 \Leftrightarrow y = -x + 1$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 138. Ta có $y' = 4x^3 + 4x$ suy ra hệ số góc của tiếp tuyến bằng $y'(-1) = -8$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -8(x+1) + y(1) = -8x - 6$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 139. Ta có $y' = 2x - 1 \Rightarrow y'_{(1)} = 1$. Có $x = 1 \Rightarrow y = -2$.

Phương trình tiếp tuyến của ĐTHS $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là: $y = y'_{(1)}(x - 1) + y_{(1)} = x - 1 - 2 = x - 3 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 140. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

$$y' = 4x^3 - 4x.$$

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$ nên $y'(x_0) = 3$

$$\Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1. \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(1; 3)$ là $y = 3x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(-1; -3)$ là $y = 3x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(0; 1)$ là $y = 3x + 1$.

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 141. Ta có $y' = \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2}$.

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

- Khi $x = 0$ ta có tiếp tuyến $y = -27$ song song với trục hoành.
- Khi $x = 3$ ta có tiếp tuyến $y = 0$ trùng với trục hoành.

Vậy, chỉ có 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 142. Hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y'(x_0) = \frac{3}{(1-x_0)^2}$ là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (H) tại điểm có hoành độ $x = x_0$.

Tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $d: y = 3x + 2 \Rightarrow \frac{3}{(1-x_0)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2. \end{cases}$

Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = 2$. Điểm $M_1(0; 2) \in d$ nên tiếp tuyến của (H) tại M_1 chính là d .

Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = -4$. Điểm $M_2(2; -4) \notin d$ nên tiếp tuyến của (H) tại M_2 song song với d .

Vậy chỉ có 1 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 143. $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x - 1)^2 + 3 \geq 3$, dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Với $x = 1$, ta có $y = 9$. Vậy tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất là tiếp tuyến tại điểm $M(1; 9)$.

Từ đó suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = 3(x - 1) + 9 \Leftrightarrow y = 3x + 6$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 144. Hoàn chỉnh M, N, P là nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x = k(x + 1) + 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x - 2 - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ f(x) = x^2 - x - 2 - k = 0. \end{cases}$$

$$\text{Để } M, N, P \text{ phân biệt thì } \begin{cases} \Delta_f = 9 + 4k > 0 \\ f(-1) = -k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{4} \\ k \neq 0. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó, theo Vi-ét ta có } \begin{cases} x_N + x_P = 1 \\ x_N x_P = -2 - k. \end{cases}$$

Lại có, đạo hàm của hàm số có đồ thị (C) là $y' = 3x^2 - 3$. Để tiếp tuyến tại N, P vuông góc với nhau thì

$$\begin{aligned} y'(x_N) \cdot y'(x_P) &= -1 \Leftrightarrow 9(x_N^2 - 1)(x_P^2 - 1) = -1 \\ &\Leftrightarrow 9(x_N^2 x_P^2 - x_N^2 - x_P^2 + 1) = -1 \\ &\Leftrightarrow 9k^2 + 18k + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{-3 + 2\sqrt{2}}{3} \\ k_2 = \frac{-3 - 2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{9}. \end{aligned}$$

Chú ý, ta có thể dùng Vi-ét để tính $k_1 \cdot k_2$ nhanh hơn.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 145. Đồ thị (C) có 2 tiếp tuyến phân biệt có cùng hệ số góc k

$$\Leftrightarrow \text{hệ phương trình (I): } \begin{cases} y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3 & (1) \\ k = 3x^2 + 12x + 9 & (2) \end{cases} \text{ có hai nghiệm phân biệt.}$$

$$\Rightarrow \Delta'_{(2)} = 6^2 - 3(9 - k) = 9 + 3k > 0 \Leftrightarrow k > -3$$

$$\text{Từ hệ (I) ta có } \begin{cases} y = \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right)(3x^2 + 12x + 9) - 2x - 3 \\ k = 3x^2 + 12x + 9 \end{cases} \Rightarrow y = \left(\frac{k}{3} - 2\right)x + \frac{2}{3}k - 3 \quad (*)$$

Như vậy $(*)$ là phương trình của đường thẳng đi qua tiếp điểm của 2 tiếp tuyến cần tìm.

$$\text{Khi đó } A\left(\frac{-2k+9}{k-6}; 0\right); B\left(0; \frac{2k-9}{3}\right); (k \neq 6).$$

$$\text{Theo bài ta có } OA = 2017 \cdot OB \Leftrightarrow \left|\frac{2k-9}{k-6}\right| = 2017 \left|\frac{-2k+9}{3}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{9}{2} \\ k = 6057 \\ k = -6045 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 146. Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$: $\frac{1}{x\sqrt{2}} = \frac{x^2}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{x^2\sqrt{2}}$; $g'(x) = \sqrt{2}x$; $f(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = g(1)$ và $f'(1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $g'(1) = \sqrt{2}$.

Hệ số góc của hai tiếp tuyến thoả mãn $-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = -1$ nên hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 147. Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+3}{x+2} = -2x+m \Leftrightarrow g(x) : 2x^2 + (6-m)x + 3-2m =$

0 Ta có d luôn cắt (H) tại hai điểm phân biệt $\forall m \in R$. Khi đó $\begin{cases} k_1 = \frac{1}{(x_1+2)^2} \\ k_2 = \frac{1}{(x_2+2)^2} \end{cases} \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = 1$

Theo $AM - GM$ ta có: $k_1^{2018} + k_2^{2018} \geq 2\sqrt{k_1^{2018} \cdot k_2^{2018}} = 2$. Vậy GTNN của $P = 2$. Khi $k_1 = k_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4 \Leftrightarrow m = -2$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 148. Từ giả thiết suy ra tiếp tuyến có hệ số góc bằng 1 hoặc -1 .

Ta có $y' = -\frac{1}{(2x+3)^2} < 0$ nên $y' = -1 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -2$.

Tại $x = -1$ ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x$ (loại vì đường thẳng này đi qua O).

Tại $x = -2$ ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x - 2$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 149. $v = S' = 3t^2 - 6t - 9$

$a = v' = 6t - 6$

$a = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow v(1) = -12$ (m/s).

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 150. $v(t) = f'(t) = -t^2 + 12t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 12 \end{cases}$

Vậy trong khoảng thời gian 15 giây vật đạt vận tốc 0 một lần.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 151. Ta có $v(t) = S'(t) = t^2 + t - 3$.

$a(t) = v'(t) = 2t + 1$.

$a(2) = 5$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 153. Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 154. $f'(x) = -\sin(x+a) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right); f''(x) = -\sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+\frac{2\pi}{2}\right);$
 $\dots;$
 $f^{(21)}(x) = \cos\left(x+a+\frac{21\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right).$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 155. Tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$ là $G(2; 1)$.

Vì phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$ nên nó biến trọng tâm G của $\triangle ABC$ thành trọng tâm G' của $\triangle A'B'C'$.

$$\text{Ta có } T_{\overrightarrow{BC}}(G) = G' \Leftrightarrow \overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} - 2 = -6 \\ y_{G'} - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} = -4 \\ y_{G'} = -2 \end{cases}.$$

Vậy $G'(-4; -2)$.

Ta chọn đáp án **D**

$$\text{Câu 156. Ta có } T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 1 + 2 = 3 \\ y_{A'} = 2 + 5 = 7 \end{cases}.$$

Vậy $A'(3; 7)$.

Ta chọn đáp án **B**

$$\text{Câu 157. Công thức tọa độ phép tịnh tiến: } \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y' = y - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - 2 = 2 \\ y = 5 - 1 = 4. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 158. d_1 có VTPT là $\vec{n}_1 = (2; -3)$.

d_2 có VTPT là $\vec{n}_1 = (1; 1)$.

Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{-3}{1}$ nên d_1 cắt d_2 .

Do ảnh của đường thẳng qua phép tịnh tiến là một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng ban đầu nên không có phép tịnh tiến nào biến d_1 thành d_2 .

Ta chọn đáp án **B**

Câu 160. Cách 1:

Gọi Q là phép quay tâm A biến C thành B và M' là ảnh của M trong phép quay Q .

Ta có $M'M^2 + M'B^2 = 2AM^2 + MC^2 = MB^2$ nên $M'B \perp M'M$. Kết hợp $M'B \perp MC$ ta được M', M, C thẳng hàng.

Suy ra $\widehat{AMC} = 180^\circ - \widehat{AMM'} = 135^\circ$.

Cách 2:

Đặt $AB = AC = x \Rightarrow BC = x\sqrt{2}$.

Ta có:

$$\cos \widehat{AMC} = \frac{MA^2 + MC^2 - AC^2}{2MA \cdot MC} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}},$$

$$\cos \widehat{BMC} = \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2MB \cdot MC} = \frac{6 - 2x^2}{4\sqrt{2}} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}}.$$

Suy ra $\widehat{AMC} = \widehat{BMC} = \alpha$ với $\alpha > 90^\circ$.

Ta có: $AC^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha$

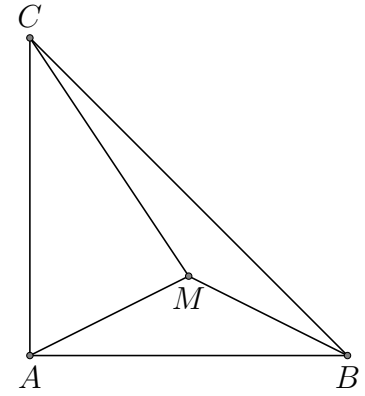
và $AB^2 = 5 - 4 \cos \widehat{AMB} = 5 - 4 \cos(360^\circ - \alpha) = 5 - 4 \cos 2\alpha$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha = 5 - 4 \cos 2\alpha \Leftrightarrow 4 \cos^2 \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Do đó $\alpha = 135^\circ$.

Ta chọn đáp án **(A)**



Câu 162. Gọi $M(x; y)$ là một điểm bất kì thuộc đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$.

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép vị tự đã cho.

$$\text{Ta có, } \overrightarrow{OM'} = -3\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -3x \\ y' = -3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{x'}{3} \\ y = -\frac{y'}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{x'}{3}; -\frac{y'}{3}\right).$$

Do điểm M thuộc đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$ nên $-2x' + 5y' + 9 = 0$.

Vậy ảnh là $-2x + 5y + 9 = 0$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 163. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$ thành đường thẳng $d': 2x + y + c = 0$ ($c \neq -3$).

Ta có $M(0; 3) \in d \Rightarrow V_{(O; 2)}(M) = M' = (0; 6)$.

Vì $M' \in d' \Rightarrow d': 2x + y - 6 = 0$ (thỏa mãn bài toán).

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 164.

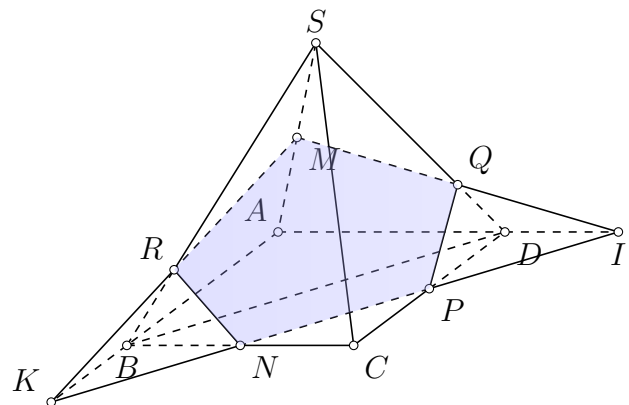
Trong $(ABCD)$, gọi K, I lần lượt là giao điểm của NP với AB và AD .

Trong (ABS) , gọi R là giao điểm của MK với SB .

Trong (SAD) , gọi Q là giao điểm của MI với SD .

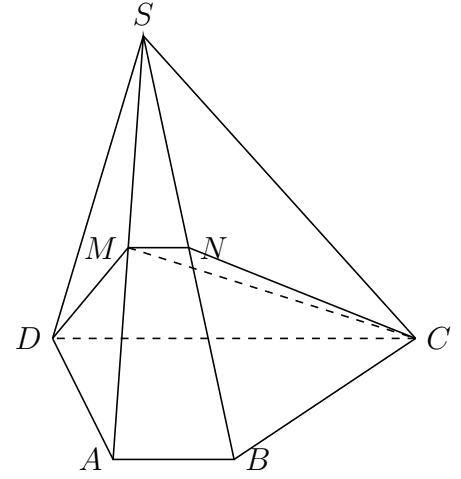
Thiết diện tạo bởi (MNP) cắt hình chóp là ngũ giác $MQPNR$.

Ta chọn đáp án **(A)**



Câu 165.

Hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB, CD và MN là giao tuyến của chúng nên $MN \parallel CD$.



Ta chọn đáp án **(B)**

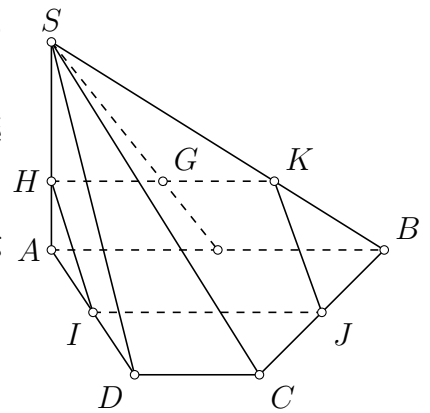
Câu 166.

Qua G kẻ đường thẳng song song với AB cắt SA, SB lần lượt tại H và K .

Thiết diện tạo bởi (IJG) với hình chóp là hình thang $IJKH$. Để $IJKD$ là hình bình hành thì $IJ = HK$.

Mà G là trọng tâm $\triangle SAB$ nên $IJ = \frac{2}{3}AB$ và IJ là đường trung bình của $ABCD$ nên $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$. Do đó

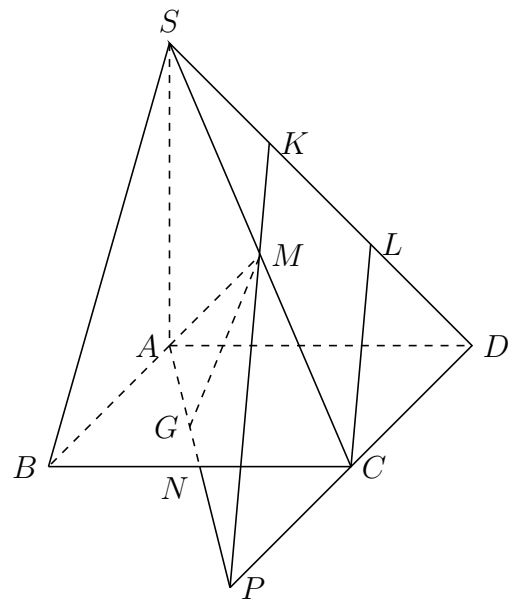
$$\frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow AB = 3CD.$$



Ta chọn đáp án **(A)**

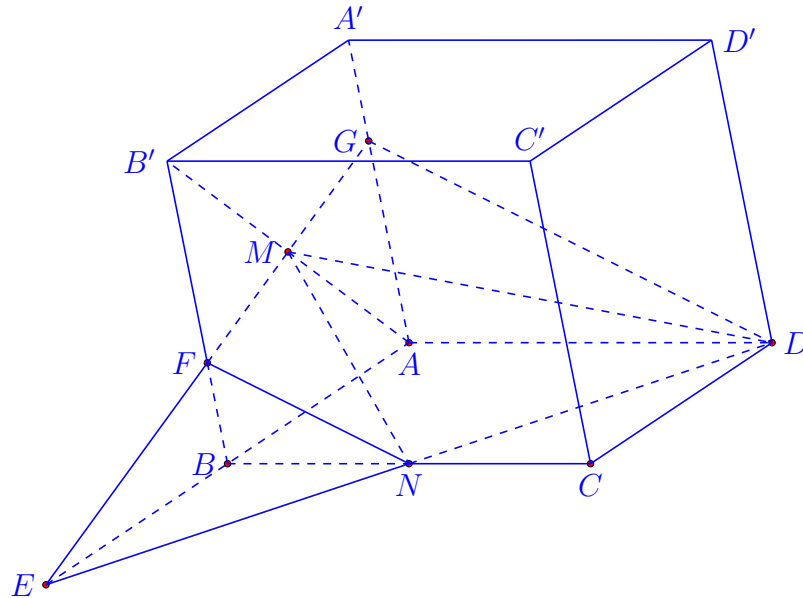
Câu 167.

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của AG với CB, CD ta có $K = PM \cap SD$. Gọi L là trung điểm của KD thì $CL \parallel MK$. Suy ra K là trung điểm của SL . Do vậy $KD = 2KS$, hay $\frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 168.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của ND và AB .

Trong mặt phẳng $ABB'A'$, gọi F, G lần lượt là giao điểm của EM với BB', AA' .

Khi đó mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện là tứ giác $NFGD$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 169. Hai mặt phẳng có ba vị trí tương đối là : song song , cắt nhau, trùng nhau.

Do đó, hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 170. Vì
$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

nên $d = (SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC .

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 171. Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử $\Rightarrow$ số vectơ là $A_4^2 = 12$.

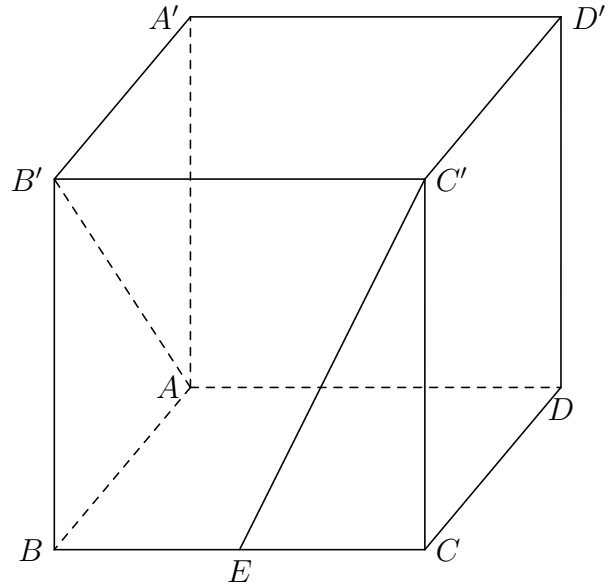
Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 172.

Do tứ diện đều $MNPQ$ nên ta có $MN \perp PQ$ hay $EC' \perp B'F$. Ta có: $\overrightarrow{B'F} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{B'C'}$ và $\overrightarrow{EC'} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{B'B}$.

Khi đó: $\overrightarrow{EC'} \cdot \overrightarrow{B'F} = B'B^2 + \frac{k}{2}B'C'^2 = -4 + \frac{k}{2} \cdot 4 = 0 \Rightarrow k = 2$. Suy ra $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}$.

Vậy F là điểm trên AD sao cho D là trung điểm $AF \Rightarrow DF = 2$ cm.



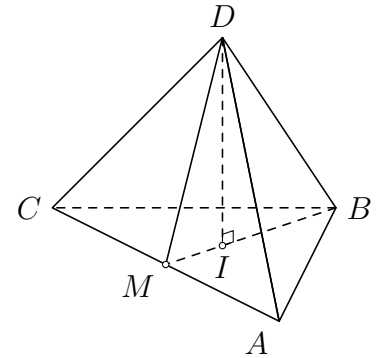
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 174.

Gọi I là tâm của tam giác đều $ABC \Rightarrow DI \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm AC .

Ta có $\begin{cases} AC \perp BM \\ AC \perp DI \text{ (do } DI \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (MBD).$
 $\Rightarrow AC \perp BD$. Vậy $(AC, BD) = 90^\circ$.



Ta chọn đáp án **(A)**

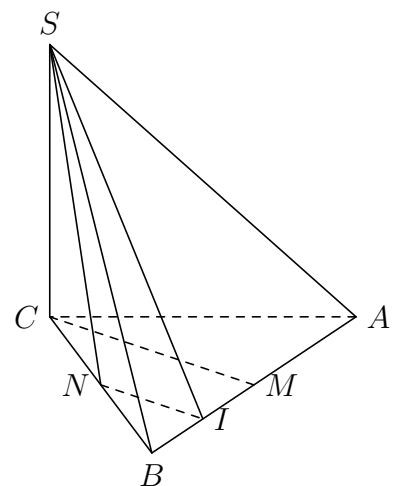
Câu 175.

Gọi I là trung điểm của BM , ta có $NI \parallel CM$ nên góc giữa SN và CM là góc giữa SN và NI . Xét tam giác SNI có $SN = \sqrt{SC^2 + CN^2} = \sqrt{4 + 8} = 2\sqrt{3}$; $NI = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$; $CI = \sqrt{CM^2 + MI^2} = \sqrt{24 + 2} = \sqrt{26} \Rightarrow SI = \sqrt{SC^2 + CI^2} = \sqrt{4 + 26} = \sqrt{30}$.

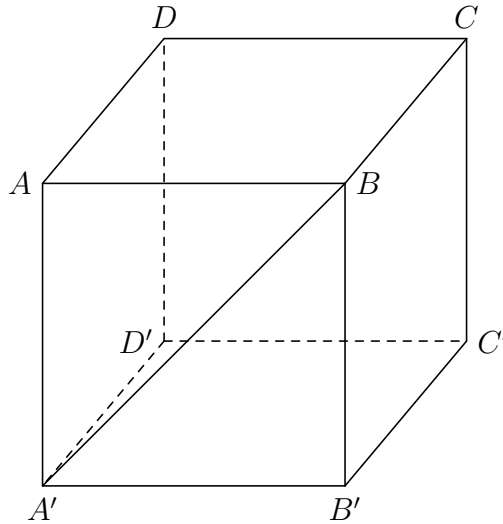
Vậy $\cos \widehat{SNI} = \frac{SN^2 + NI^2 - SI^2}{2SN \cdot NI} = \frac{12 + 6 - 30}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = \frac{-12}{3\sqrt{2} \cdot 4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SNI} = 135^\circ$.

Vậy góc giữa SN và CM bằng 45° .

Ta chọn đáp án **(C)**



Câu 176.

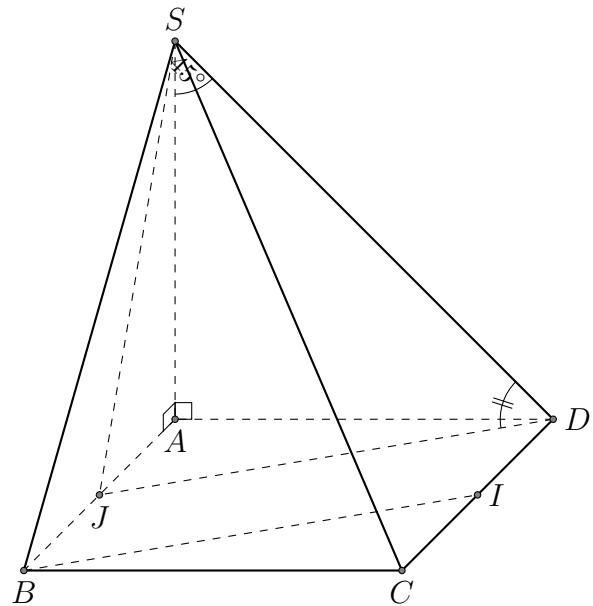


Do $CD \parallel AB$ nên $(BA', CD) = (BA', AB)$. Do $ABB'A'$ là hình vuông nên $(BA', AB) = 45^\circ$.
Ta chọn đáp án **A**

Câu 177.

- Ta có: $(SD, (SAB)) = \widehat{DSA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAD$ vuông cân tại A . Đặt $AD = a \Rightarrow SA = a, SD = a\sqrt{2}$.
- Gọi J là trung điểm của $AB \Rightarrow DJ \parallel BI \Rightarrow (\widehat{BI, SD}) = (\widehat{DJ, SD})$.
- Ta có: $SJ = DJ \Rightarrow \triangle SDJ$ cân tại J và $SJ = DJ = \frac{a\sqrt{5}}{2}$;

$$\cos \widehat{JDS} = \frac{SD^2 + JD^2 - JS^2}{2SD \cdot JD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \widehat{JDS} \approx 51^\circ \Rightarrow (\widehat{BI, SD}) \approx 51^\circ.$$



Ta chọn đáp án **B**

Câu 179. Vì $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của S lên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hơn nữa, tam giác ABC là tam giác vuông tại C nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là trung điểm của cạnh AB .

Hay H là trung điểm của AB .

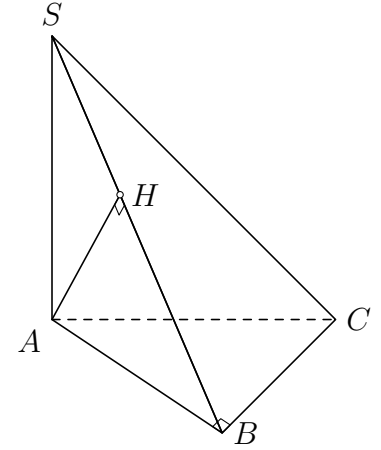
Ta chọn đáp án **A**

Câu 180.

Ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp BC$ và $AH \perp SC$.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Vậy khẳng định **sai** là $AH \perp AC$.



Ta chọn đáp án **(B)**

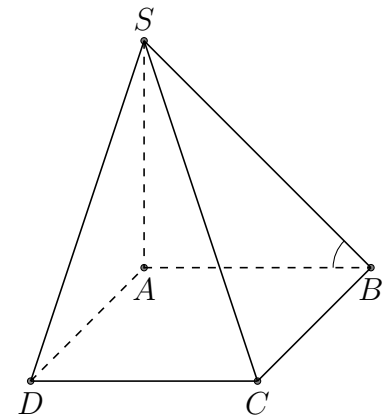
Câu 181.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = a$

và $(SB; \widehat{(ABCD)}) = (\widehat{SA; AB}) = \widehat{SBA}$.

Ta có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = 1$.

Do đó, $(SB; \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 182.

Gọi $O = AC \cap BD$ và H là trung điểm OD .

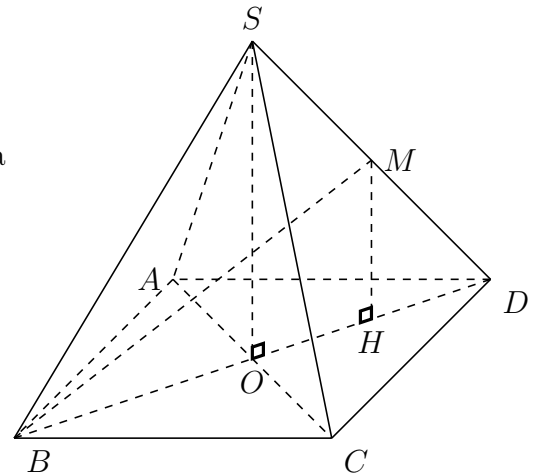
Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $MH \parallel SO$.

Suy ra $MH \perp (ABCD) \Rightarrow (BM, (ABCD)) = \widehat{MBH}$.

$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MH = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ và

$BH = \frac{3}{4}BD = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}$.



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 183. Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Ta chọn đáp án **(B)**

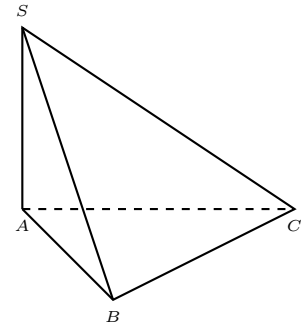
Câu 184.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp BC \end{cases}$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$.

Vậy góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SBA} = \alpha$.

Tam giác SAB vuông tại A nên $\tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.



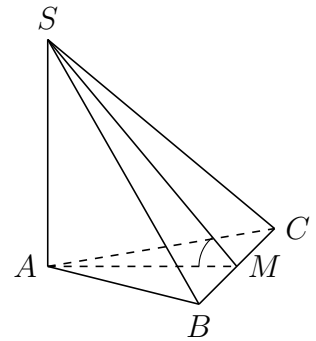
Ta chọn đáp án **C**

Câu 186.

Gọi M là trung điểm BC thì $AM = a$ và $SM \perp BC$.

Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) chính là góc $\widehat{SMA}$.

Ta thấy tam giác SAM vuông cân tại A nên $\widehat{SMA} = 45^\circ$.



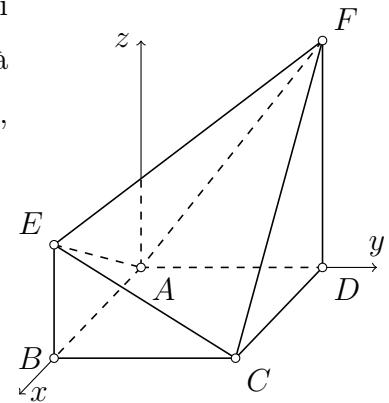
Ta chọn đáp án **B**

Câu 187.

Đặt hình vẽ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với $O(0;0;0)$, B thuộc Ox và có tọa độ $B(a;0;0)$, D thuộc Oy và có tọa độ $D(0;a;0)$. Khi đó ta được $E\left(a;0;\frac{a}{2}\right)$, $C(a;a;0)$, $F(0;a;a)$.

(AEF) có một VTPT là $\vec{n}_1 = [\vec{AE}, \vec{AF}] = \left(-\frac{a^2}{2}; -a^2; a^2\right)$,
nên $\vec{n}_1 = (1; 2; -2)$ cũng là VTPT của (AEF) .

(CEF) có một VTPT là $\vec{n}_2 = [\vec{CE}, \vec{CF}] = \left(-a^2; -\frac{a^2}{2}; -a^2\right)$,
nên $\vec{n}_2 = (2; 1; 2)$ cũng là VTPT của (CEF) .



Ta thấy $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên $\varphi = 90^\circ$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 188.

Gọi H là trung điểm cạnh AC

Ta có $(SAC) \perp (ABC)$ (vì $SA \perp (ABC)$) và $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $HK \perp SC$ thì $SC \perp (BHK) \Rightarrow SC \perp BK$.

$$\Rightarrow ((SAC), (SBC)) = \widehat{SKH} = \varphi.$$

Mặt khác

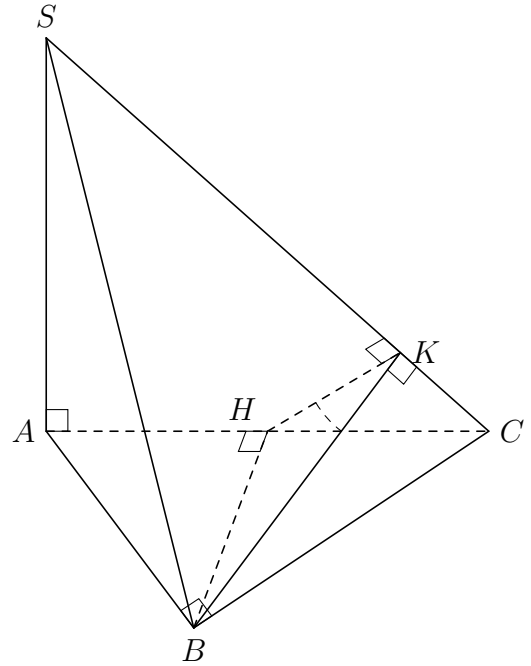
Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$ và $BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hai tam giác CKH và CAS đồng dạng nên $HK = \frac{HC \cdot SA}{SC} \Leftrightarrow HK = \frac{HC \cdot SA}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác BHK vuông tại H có $\tan \varphi = \frac{BH}{BK} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Vậy $((SAC), (SBC)) = 60^\circ$.

Ta chọn đáp án **A**



Câu 189.

Giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là OH ; $\Delta A'OH = \Delta D'OH$.

Từ A' kẻ $A'E \perp OH$ ta suy ra $D'E \perp OH$. Nên góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là góc giữa $A'E$ và $D'E$.

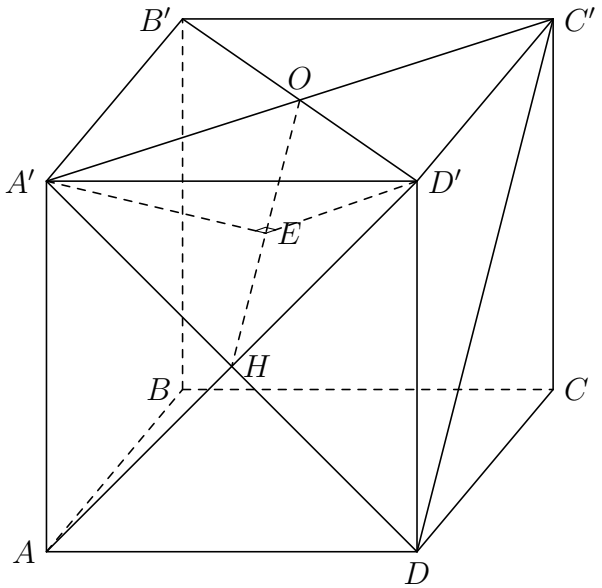
Ta có: $A'H' = \frac{5}{2}$, $OH = \sqrt{5}$, $A'O = \frac{\sqrt{13}}{2}$,

$$A'E = \frac{2S_{A'OH}}{OH} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{61}}{4}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{305}}{10}, D'E = \frac{\sqrt{305}}{10},$$

$$\cos \widehat{A'ED'} = \frac{A'E^2 + D'E^2 - A'D'^2}{2A'E \cdot D'E} = -\frac{29}{61} \Rightarrow \widehat{A'ED'} \approx 118^\circ 24'.$$

Vậy góc giữa hai mặt $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là $\alpha = 61,6^\circ$.

Ta chọn đáp án **D**



Câu 190. Gọi H, I lần lượt là trung điểm CD, AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow BH \perp (ACD). \\ BH \perp CD \end{cases}$$

$$\text{Vì các tam giác } DAB \text{ và } CAB \text{ cân nên } \begin{cases} DI \perp AB \\ CI \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((ABD), (CBD)) = \widehat{CID}.$$

Ta có $BH = AH = \sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow AB = \sqrt{2a^2 - 2x^2}$.
 Vì I là trung điểm AB nên $AI = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}$.

Xét tam giác DIA vuông tại I ta có:

$$DI = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2 - 2x^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2 + 2x^2}{4}}$$

Để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau thì $\widehat{CID} = 90^\circ$, khi đó ta có

$$CD^2 = DI^2 + CI^2 = 2DI^2 \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{2a^2 + 2x^2}{4} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Ta chọn đáp án **C**

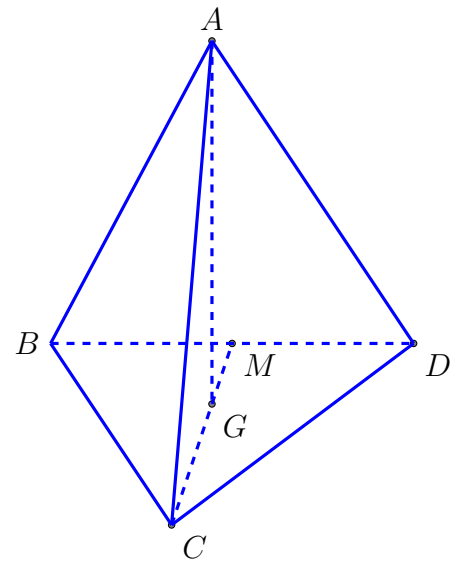
Câu 191.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC , suy ra $GA \perp (BCD)$.

Gọi M là trung điểm của BD .

Đặt $AC = x$ thì $GC = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{3}$. Ta lại có

$$AC^2 - GC^2 = GA^2 \Rightarrow x^2 - \frac{x^2}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Ta chọn đáp án **B**

Câu 192.

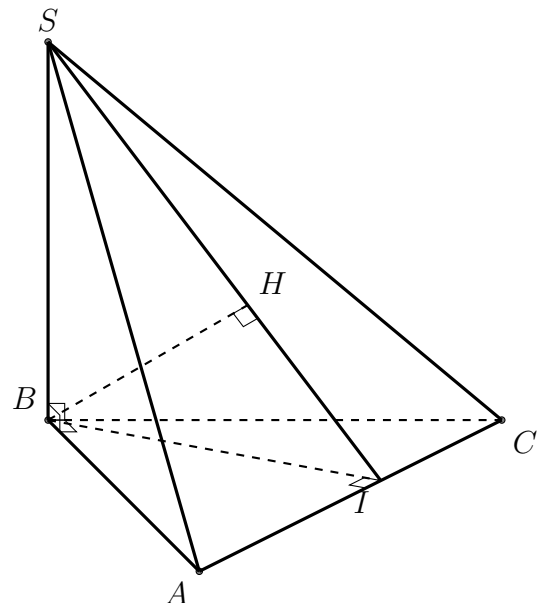
Trong tam giác ABC kẻ $BI \perp AC$ và trong tam giác BSI kẻ $BH \perp SI$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp BI \\ AC \perp SB \end{cases} &\Rightarrow AC \perp (SBI). \\ &\Rightarrow (SAC) \perp (SBI). \end{aligned}$$

Do đó: $BH \perp (SAC)$ tại H nên $d(B, (SAC)) = BH$.

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BI^2} + \frac{1}{BS^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BS^2} = \frac{61}{144a^2}.$$

$$\text{Suy ra: } d(B, (SAC)) = BH = \frac{12a\sqrt{61}}{61}.$$



Ta chọn đáp án **A**

Câu 193. Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) .

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$.

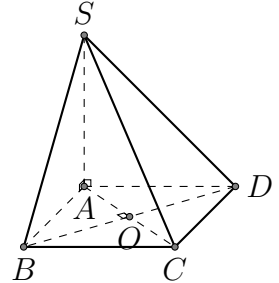
Từ đây ta giải được $d(S, (ABC)) = SH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 194.

Vì $ABCD$ là hình bình hành, $AC \cap BD = O, O \in (SBD)$. Khi đó $AO = CO$ nên khoảng cách từ A tới (SBD) bằng khoảng cách từ C tới (SBD) .

Vậy $d(C; (SBD)) = d(A; (SBD)) = \frac{6a}{7}$.



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 195.

Từ giả thiết ta có tam giác ABD đều và $BG = \frac{BD}{3}$.

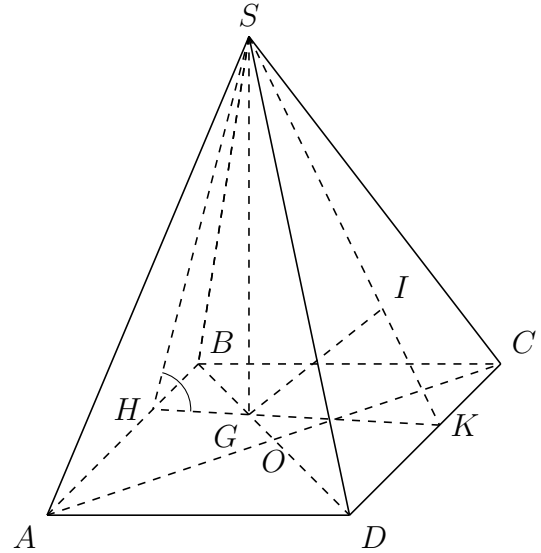
Qua G , kẻ HK vuông góc với AB và CD ($H \in AB, K \in CD$) thì $HK = h_D = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao từ D của tam giác ABC).

Hơn nữa, $\begin{cases} GH \perp AB \\ SG \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHG) \Rightarrow SH \perp AB$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SHG}$.

Ta có $HG = \frac{HK}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ suy ra

$$SH = HG \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$



Trong mặt phẳng (SGK) , kẻ $GI \perp SK$.

Lại có $GI \perp CD$ (do $CD \perp (SGK)$) suy ra $GI \perp (SCD)$.

Ta có $GK = \frac{2}{3} \cdot HK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\frac{1}{GI^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GK^2}$ suy ra $GI = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

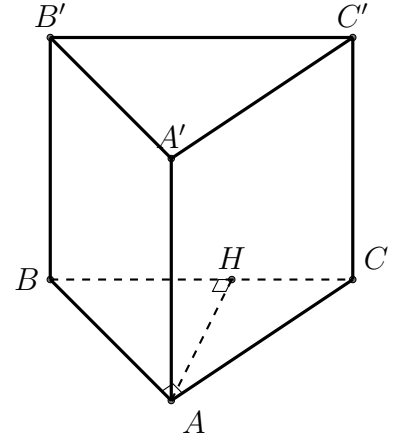
Do đó, $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot d(G, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot GI = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 197.

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ AH vuông góc BC tại H , khi đó $d(AA', (BB'C'C)) = d(A, (BB'C'C)) = AH$.

Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$ nên $AC = a$.
 $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



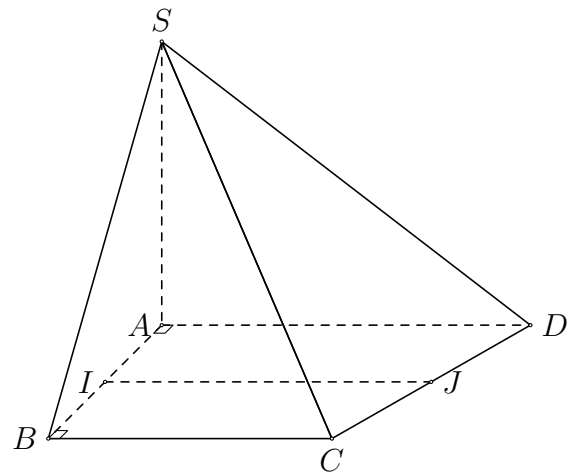
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 198.

Ta có $IJ \parallel AD \Rightarrow IJ \parallel (SAD)$
 $\Rightarrow d(IJ; (SAD)) = d(I; (SAD))$.

Ta có $AB \perp (SAD) \Rightarrow d(B; (SAD)) = AB = a$.

Do I là trung điểm của AB nên
 $d(I; (SAD)) = \frac{1}{2}d(B; (SAD)) = \frac{a}{2}$.



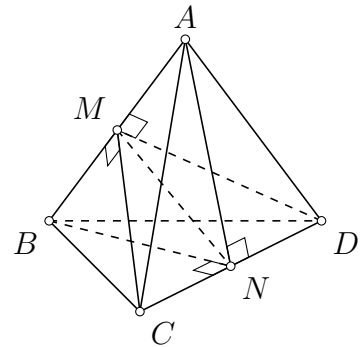
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 199.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD .

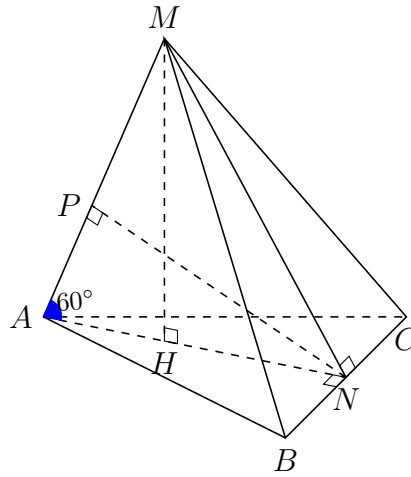
Do $ABCD$ là tứ diện đều nên $MN \perp AB$ và $MN \perp CD$.

Suy ra $d(AB, CD) = MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 200.



Gọi N là trung điểm BC .

Ta có $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$, $AB = AC$.

$\Rightarrow \triangle MAB = \triangle MAC \Rightarrow MB = MC \Rightarrow \triangle MBC$ cân tại M

$$\Rightarrow \begin{cases} BC \perp MN \\ BC \perp AN \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMN).$$

Trong mặt phẳng (AMN) , dựng $NP \perp MA$ thì $NP \perp BC \Rightarrow NP = d(AM, BC)$.

Trong mặt phẳng (AMN) , dựng $MH \perp AN$ thì $MH \perp (ABC) \Rightarrow (AM, (ABC)) = \widehat{MAN} = 60^\circ$.

Mặt khác tam giác ANP vuông tại P có $NP = AN \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{4}$ vì $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 201.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và H là chân đường cao kẻ từ O đến SC .

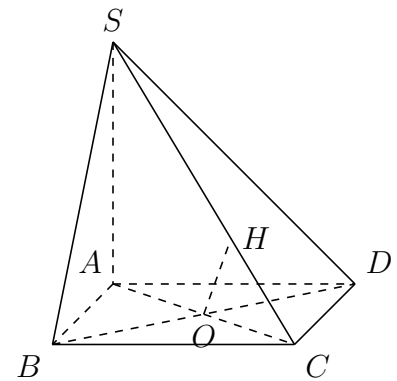
$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH.$$

Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SC và BD .

Xét hai tam giác đồng dạng OHC và SAC , ta có $\frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC}$.

$$\text{Suy ra } OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Ta chọn đáp án **D**



Câu 202.

Ta có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$ suy ra $AC = 2a$, do đó $AO = a$. Vậy tam giác OAB đều.

Gọi I là trung điểm của AO ta có $SI \perp AO$ (tam giác SAO cân) và $BI \perp AO$ (tam giác OAB đều).

Suy ra $AO \perp (SIB)$, do đó $(SIB) \perp (ABCD)$.

Mà $(SAD) \perp (ABCD)$ nên giao tuyến của (SIB) và (SAD) cũng vuông góc với $(ABCD)$.

Kéo dài BI cắt AD tại H thì SH chính là giao tuyến cần tìm, suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Từ đó, góc $\widehat{SDH} = 60^\circ$.

Ta có $AB = a, \widehat{ABH} = 30^\circ$ suy ra $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $HD = AD - AH = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $SH = HD \tan 60^\circ = 2a$.

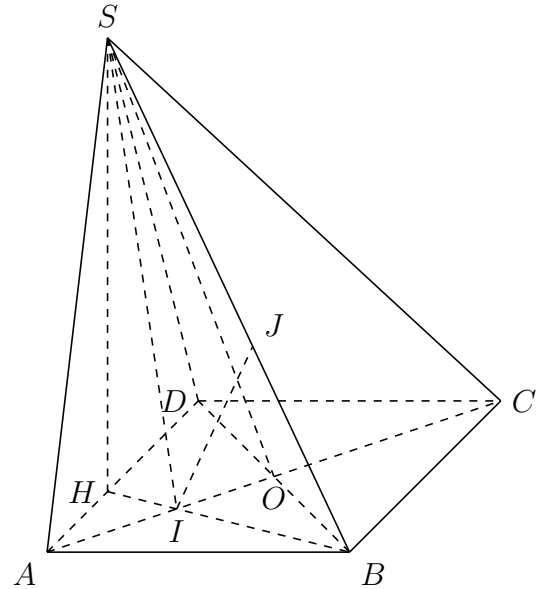
Lại có $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\tan \widehat{SBH} = \frac{SH}{HB} = \sqrt{3}$ suy ra $\widehat{SBH} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng (SHB) , kẻ $IJ \perp SB$ thì IJ là đoạn vuông góc chung của AC và SB .

Ta có $IJ = IB \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{3a}{4}$.

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 203. Nếu lấy 1 điểm di động trên đường này để tính khoảng cách tới đường kia thì khoảng cách đó là một số thay đổi.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 204. Do BD và $A'C'$ lần lượt nằm trên hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ song song với nhau nên $d(A'C'; BD) = d((ABCD); (A'B'C'D'))$.

Mà $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có $d((ABCD); (A'B'C'D')) = AA' = a$.

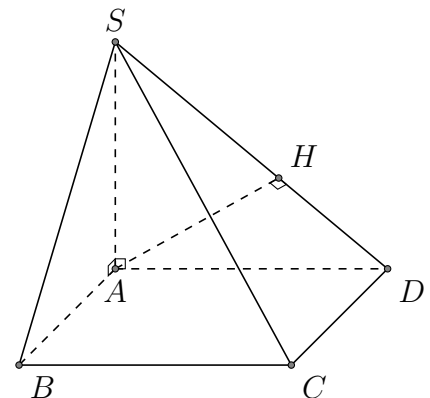
Vậy $d(A'C'; BD) = a$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 205.

Ta có $d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$.

Với $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.



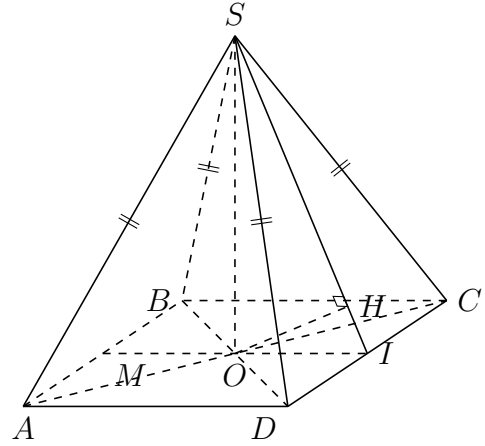
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 206.

Ta có: $DC \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$.

Gọi I là trung điểm $CD \Rightarrow CD \perp OI$. Mà $CD \perp SO \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow (SCD) \perp (SOI)$ theo giao tuyến SI .

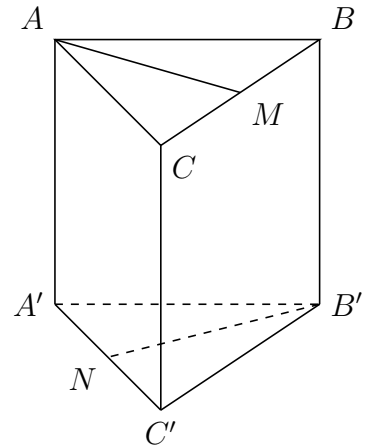
Gọi H là hình chiếu của O lên $SI \Rightarrow OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SOI)$. Vậy $d(AB, SC) = 2d(O; (SCD)) = 2OH = 2\sqrt{\frac{SO^2 \cdot OI^2}{SO^2 + OI^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Ta chọn đáp án **D**

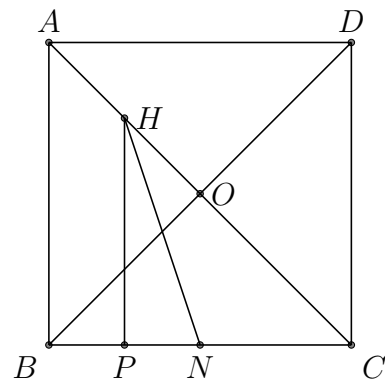
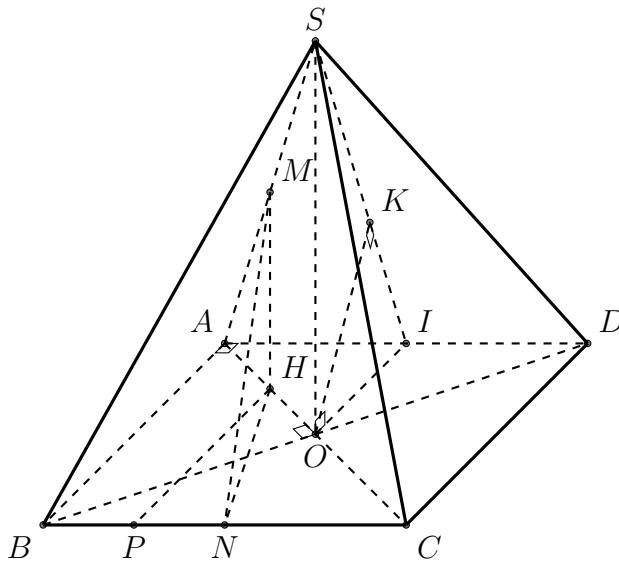
Câu 207.

Ta có $\begin{cases} AM \subset (ABC) \\ B'N \subset (A'B'C') \\ (ABC) \parallel (A'B'C') \end{cases}$
nên $d(AM, B'N) = d((ABC), (A'B'C')) = 2a$.



Ta chọn đáp án **A**

Câu 208.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H là trung điểm AO . Khi đó $MH \parallel SO$ nên góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MNH} = 60^\circ$.

Ta có: $NP = \frac{a}{4}$, $PH = \frac{3a}{4}$ nên $HN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Suy ra $MH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{4} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{30}}{2}$.
Gọi I là trung điểm AD và kẻ $OK \perp SI$, suy ra $d(O, (SAD)) = OK$.

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{62}{15} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{930}}{62}.$$

Ta có $BC \parallel (SAD)$ nên $d(BC, DM) = d(C, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = \frac{a\sqrt{930}}{31}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 209. Xét hàm số $f(x) = x^3$ có $f'(x) = 3x^2 \geq 0, \forall x \in (-1; 1)$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số $f(x) = x^3$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. Do đó mệnh đề “Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ ” là mệnh đề sai.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 210. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) < 0, \forall x \in (-2; 0)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng này.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 211. Trong các phương án chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đi qua điểm $(0; 2)$ và điểm $(2; -2)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 212. Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1; 0), (1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 213.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 214.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 215. Ta có $y' = -3x^2 + 6x$. Hàm số đồng biến khi và chỉ khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 2]$. Do đó hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 216. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Đạo hàm $y' = \frac{3}{(2-x)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 217. Ta có $y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

$y = x^4 + 2x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1) \Rightarrow$ hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$.

$y = -x^3 + x^2 - 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + 1\right) = -3\left[\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{9}\right] < 0 \forall x \in \mathbb{R}$
nên hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 218. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 8x^3$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 219. Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$-\infty$	$\frac{31}{27}$	1	$+\infty$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 220. Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 221. Hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và $y' = -\frac{5}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Do đó hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 222. Ta có $y' = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 223. Do $f'(x) = -x^2 - 4 = -(x^2 + 4) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 224. Do hàm số $y = -x^3 + 1$ có $y' = -3x^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 225. Ta có $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Do đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 226. Ta có $y' = 3x^2 - 3$, do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 227. Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$ có đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 228. Ta có $y' = 8x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 229.

- Xét $y = 3x^3 + 3x - 2$ có $y' = 9x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên chọn $y = 3x^3 + 3x - 2$.
- Xét $y = 2x^3 - 5x + 1$ có $y' = 6x^2 - 5, y' = 0$ là phương trình bậc 2 có nghiệm nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- Xét $y = x^4 + 3x^2$ có $y' = 4x^3 + 6x; y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ nên y' sẽ đổi dấu khi qua $x = 0$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- Xét $y = \frac{x-2}{x+1}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 230. Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 231. Hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ có tập xác định $\mathcal{D} = [-2; 2]$ và có đạo hàm $y' = \frac{-x}{\sqrt{4 - x^2}}$.

$$\text{Ta có } y' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq 0 \\ 4 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ -2 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 0.$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 232. $y = x^3 + 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 233. $y = \frac{2}{x^2 + 1} \Rightarrow y' = -\frac{4x}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ và $y' < 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 234. Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{x+1}{x+3}\right)' &= \frac{2}{(x+3)^2} > 0 \text{ với mọi } x \neq -3. \\ (x^3 + 3x)' &= 3(x^2 + 1) > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}. \\ \left(\frac{x-1}{x-2}\right)' &= \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \text{ với mọi } x \neq 2. \\ (-x^3 - 3x)' &= -3(x^2 + 1) < 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Từ đây suy ra $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 235. TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x = 2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	∞ 0 $+\infty$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$ -4				

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0, 2)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 236. Ta có $y' = x^2 - x - 2; y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 237. Ta có $y' = 3x^2 - 3$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$				3			$+\infty$
	$-\infty$					-1	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 238. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Ta có $y' > 0$ khi $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$ và $y' < 0$ khi $-1 < x < 1$.

Do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1, +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 239. Dựa vào hình vẽ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ kết luận hàm số $f(x) = (x+1)^2(x-2)$.

Ta có: $g(x) = f(x^2 - 2)$

$$g'(x) = [f(x^2 - 2)]' = f'(x^2 - 2) \cdot 2x = (x^2 - 1)^2(x^2 - 4)2x.$$

Bảng biến thiên:

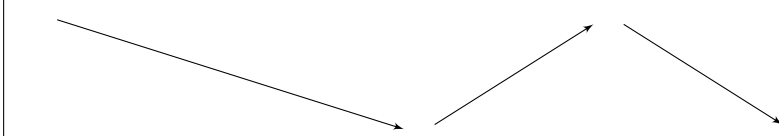
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$					
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$											

Ta chọn đáp án **C**

Câu 240. Ta có $f'(x) = (x^2 - 1)(x + 1)(5 - x)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	5	$+\infty$			
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $[1; 5)$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} 1, 2, 3 \in [1; 5) \\ 1 < 2 < 4 \end{cases} \Rightarrow f(1) < f(2) < f(4).$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 241. Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0, \forall x > 2$ nên $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 242. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'(x) = x^2 - 2mx + 2m + 3 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 243. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. $y' = x^2 - 2mx + 4$.

Khi $\Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ thì $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nếu $\Delta' = m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ tại 1 điểm. Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $S = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 244. Xét trường hợp $m = 0$ thỏa mãn nên loại phương án A và D. Thử với $m = -3$ cũng thỏa mãn nên chọn phương án C.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 245. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0 \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

Ta có $y' = mx^2 - 2(m+1)x + m - 2$.

- Với $m = 0$ ta có $y' = -2x - 2$, khi đó $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$. Vậy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\bullet \text{ Với } m \neq 0, \text{ ta có } y' \leq 0 \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 246. Ta có $y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2 = 3(x+m)(x-3m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = 3m \end{cases}$.

- Nếu $m = 0$ thì $y' = 3x^2 > 0, \forall x \in (0; 1)$, nên hàm số đồng biến trên $(0; 1)$. Do đó $m = 0$ không thỏa mãn.
- Nếu $m < 0$ thì $y' \leq 0, \forall x \in [3m; -m]$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $3m \leq 0 < 1 \leq -m \Rightarrow m \leq -1$.
- Nếu $m > 0$ thì $y' \leq 0, \forall x \in [-m; 3m]$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $-m \leq 0 < 1 \leq 3m \Rightarrow m \geq \frac{1}{3}$.

Vậy: $m \geq \frac{1}{3}$ hoặc $m \leq -1$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 247.

Ta tính đạo hàm $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 - m \end{cases}$

Hàm số nghịch biến trên khoảng (a, b) sao cho $b - a > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - (2 - m) > 3 \\ 2 - m - (-1) > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 0 \end{cases}$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 248. Đạo hàm $y' = -3x^2 + 6x + m$. Yêu cầu bài toán tương đương

$$-3x^2 + 6x + m \leq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq m, \forall x \in (2; +\infty).$$

Đặt hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x, \forall x \in (2; +\infty)$. Ta có, $g'(x) = 6x - 6 > 0, \forall x \in (2; +\infty)$. Bảng biến thiên của hàm g như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$			+
$g(x)$			$+\infty$

Từ đó suy ra $m \leq 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 249. Đây là hàm số bậc 3 có hệ số $a = -1 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow b^2 - 3ac \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$.

Suy ra có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 250. Ta có $y' = mx^2 - 4mx + 3m + 5$.

Với $a = 0 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow y' = 5 > 0$. Trường hợp này hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (nhận $m = 0$).

Với $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (2m)^2 - m(3m + 5) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 5m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 5. \end{aligned}$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 251. TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = 3x^2 + 2x + m$. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } y' = 0 \text{ tại hữu hạn điểm.} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta' = 1 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 252. Ta có $y' = x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = -m - 2 \end{cases}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi $-m - 2 \leq -1 < 1 \leq -m \Leftrightarrow -1 \leq m \leq -1 \Leftrightarrow m = -1$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 253. Hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên $(0; 4)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; 4)$.

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0, \forall x \in (0; 4) \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}, \forall x \in (0; 4).$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}$, với $x \in [0; 4]$ ta có $f'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x + 1)^2}$.
 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \in [0; 4]$.

Ta có: $f(0) = f(4) = 6; f(1) = 3 \Rightarrow \min_{[0;4]} f(x) = 3$ và $\max_{[0;4]} f(x) = 6$.

Từ đó suy ra $m \leq \min_{[0;4]} f(x) \Rightarrow m \leq 3$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 254. TH1. $m = 1$. Ta có $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m = 1$.

TH2. $m = -1$. Ta có $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = -1$.

TH3. $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, dấu “=” chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)(4m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m = 0.$$

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 255. TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3m - 2\}$.

$$f'(x) = \frac{m^2 - 3m + 2}{(x - 3m + 2)^2}.$$

Hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x - 3m + 2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi $f'(x) > 0, \forall x \in \mathcal{D}$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 256. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x + 1)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathcal{D}$ khi và chỉ khi $y' = \frac{m^2 - 4}{(x + 1)^2} < 0$ với mọi $x \in D$.

$$\text{Khi đó } -2 < m < 2$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 257. Đặt $t = \cot x, t \in (0; 1)$.

Ta cần tìm m để $y = \frac{t^2 - 2mt + 2m^2 - 1}{t - m}$ đồng biến trên $(0; 1)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{t^2 - 2mt + 1}{(t - m)^2}.$$

$$\text{Để hàm số đồng biến trên } (0; 1) \text{ thì } \begin{cases} y' \geq 0, \forall t \in (0; 1) \\ m \leq 0 \text{ hoặc } m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t^2 + 1}{t} \geq 2m, \forall t \in (0; 1) \quad (1) \\ m \leq 0 \text{ hoặc } m \geq 1 \quad (2) \end{cases}.$$

Đặt $g(t) = \frac{t^2 + 1}{t};$	t	0	1
$g'(t) = 1 - \frac{1}{t^2};$	$g'(t)$	-	
$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1.$	$g(t)$	$+\infty$	2

Ta có bảng biến thiên sau:

Từ (1) suy ra $2m \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$. Kết hợp (2) ta được $m \leq 0$ hoặc $m = 1$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-2018; 2018]$ thỏa bài toán.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 258. Ta có $y' = m - \cos x$.

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m - \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \cos x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 259. Đặt $t = \tan x \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Khi đó, hàm số ban đầu trở thành $y = \frac{t - 2}{t - m}$ với $0 < t < 1$.

Ta có $y' = \frac{2-m}{(t-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$ khi $\begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 260. Bất phương trình đã cho có dạng

$f(x+2) > f(-x)$ trong đó $f(t) = t(\sqrt{t^2+3}+1)$.

Xét $f(t) = t(\sqrt{t^2+3}+1)$, $t \in \mathbb{R}$;

Ta có $f'(t) = \sqrt{t^2+3}+1+t\left(\frac{t}{\sqrt{t^2+3}}\right) = \sqrt{t^2+3}+1+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+3}} > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Từ đó $f(x+2) > f(-x) \Leftrightarrow x+2 > -x \Leftrightarrow x > -1$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 261. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

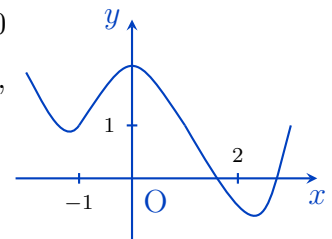
x	$-\infty$	0		2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$		2	$\searrow$	
					-2	$\nearrow$
						$+\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị là $(2; -2)$. Do đó khoảng cách cần tìm bằng 2.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 262.

Từ giả thiết $g'(0) = 0$, $g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ suy ra $g'(0) = 0$, $g''(0) < 0$ nên hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$, do đó trong 4 đồ thị đã cho, đồ thị có dạng như hình bên là đồ thị của hàm số $g(x)$.



Ta chọn đáp án **A**

Câu 263. Ta có: Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7), B(2; -8)$.

Suy ra $\begin{cases} y(1) = -7 \\ y'(1) = 0 \\ y(2) = -8 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = -7 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = -8 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -9 \\ c = 12 \\ d = -12 \end{cases}$

$\Rightarrow y(-1) = -a + b - c + d = -35$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 264. Đặt $u = x^2 - 2x$ ta có $y' = (2x - 2)f'(u)$.

$$\text{Do đó: } y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 2)f'(u) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 3 điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 265. Nhận xét: Số giao điểm của $(C) : y = f(x)$ với Ox bằng số giao điểm của $(C') : y = f(x - 1)$ với Ox . Vì $m > 0$ nên $(C'') : y = f(x - 1) + m$ có được bằng cách tịnh tiến $(C') : y = f(x - 1)$ lên trên m đơn vị.

- TH1: $0 < m < 3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.
- TH2: $m = 3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.
- TH3: $3 < m < 6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.
- TH4: $m \geq 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

Vậy $3 \leq m < 6$. Do $m \in \mathbb{N}^*$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$. Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng 12.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 266. Vì hàm số có hai điểm cực trị nên phương trình $y' = \frac{x^2 + 2x - m}{(x + 1)^2}$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lý Vi-ét, $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 x_2 = -m$.

Chú ý rằng hàm số dạng $y = \frac{u}{v}$ có hai điểm cực trị thì $y_{CT} = \frac{u'}{v'}$.

Với bài toán này, $u = x^2 - mx$, $v = x + 1$ nên $y_{CT} = 2x - m$.

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thì $A(x_1; 2x_1 - m)$, $B(x_2; 2x_2 - m)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } AB^2 = 25 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (2x_1 - m - 2x_2 + m)^2 = 25 \Leftrightarrow 5(x_1 - x_2)^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 5. \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 25 \Leftrightarrow 4 - 4(-m) = 25 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 267. Mệnh đề đúng là: “Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$ ”

Ta chọn đáp án **(C)**

$$\text{Câu 268. Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} y'(-1) = y'(0) = 0 \\ y''(-1) > 0 \\ y''(0) < 0 \\ y(x_A) = 0 \\ y(x_B) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 270. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$. Nên khi $ab < 0$ phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, do đó hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 271. Quan sát đồ thị, dấu $f'(x)$ đổi từ dương sang âm khi qua điểm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 272. Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 273. Nhìn bảng biến thiên ta chọn đáp án đúng.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 274. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị. Do đó phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 275. - Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 276. $y' = -8x^3 + 8x^2, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$ Đa thức bậc 3 có ba nghiệm phân biệt nên sẽ đổi

dấu 3 lần. Do đó hàm có 3 điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 277. Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho không có cực trị.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 278. Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 0 \vee x = 1$. Vậy có 3 điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 279. Ta có $y' = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số không có điểm cực trị nào cả.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 280. Ta có $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Xét dấu y' ta nhận thấy rằng hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$, chúng có cùng giá trị cực tiểu là $y_{CT} = y(-1) = -4$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 281. Ta có $y' = 2017(x-1)^{2016}$, từ đó suy ra $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không có cực trị.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 282. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ và có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Từ đó suy ra hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ không có cực trị. Các hàm số $y = |x|$ và $y = x^4$ đạt cực trị tại $x = 0$, hàm số $y = -x^3 + x$ đạt cực trị tại các điểm $x = -1$ và $x = 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 283. Ta có $y' = 3x^2 - 2x - 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 4 \\ x = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{140}{27} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$				4	
			$\frac{140}{27}$			$-\infty$

Từ bảng biến suy ra hàm số đã cho có 2 cực trị.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 284. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \quad (1) \\ x^2 - 3x = 0 \quad (2) \\ x^2 - 9 = 0 \quad (3) \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \quad (4) \end{cases}$.

(1) có nghiệm $x = 0$.

(2) có nghiệm $x = 0, x = 3$.

(3) có nghiệm $x = \pm 3$.

(4) có nghiệm $x = -1, x = -3$.

$f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x qua các điểm $0; -1$. Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 285. Ta có $y' = 1 + \tan^2 x - 1 - x^2 = \tan^2 x - x^2 = (\tan x + x)(\tan x - x)$.

Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và y' không đổi dấu khi qua $x = 0$ nên hàm số không có cực trị.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 286. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3. Suy ra khẳng định **sai** là "Hàm số có giá trị cực đại bằng 0".

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 287. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$, giá trị cực đại $y_{CD} = 3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 288. Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

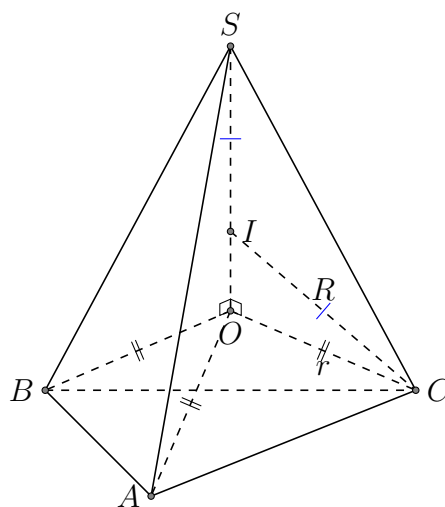
Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 289.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta có $R = \frac{b^2}{2\sqrt{b^2 - r^2}}$, trong đó b là cạnh bên và r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

$$\text{Ta có } r = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BAC}} = \frac{2a}{2 \sin 120^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } R = \frac{(2a)^2}{2\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 290. Cách 1. Có $y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Cách 2. Dùng MODE 7 nhập hàm số vào với khởi tạo $START = -10$, $END = 10$, $STEP = 1$.

Dựa vào giá trị của y để biết các khoảng đồng biến và nghịch biến.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 291. Có $y' = 4x^3 - 8x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2			$+\infty$	
			-2		-2			

Ta chọn đáp án **A**

Câu 292. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x + 2$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$.

$y'' = 6x - 6 = 6(x - 1) \Leftrightarrow y''\left(\frac{3 + \sqrt{3}}{3}\right) = 2\sqrt{3} > 0$.

Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 293. Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1; & y = 4 \\ x = 1; & y = 0 \end{cases}$. Suy ra $y_{CD} = 4$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 294.

- Cách 1: Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

- Cách 2: Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$; $x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$ Khi đó: $y''(1) = 1 > 0$; $y''(-3) = -1 < 0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 295. Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_{\text{CD}} = 0; y_{\text{CD}} = 1 \\ x_{\text{CT}} = 2; y_{\text{CT}} = -3 \end{cases}$

Suy ra hiệu số $y_{\text{CD}} - y_{\text{CT}} = 1 - (-3) = 4$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 296. Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 3$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			7			$+\infty$
	$-\infty$			-25		

Suy ra giá trị cực tiểu của hàm số là -25 .

Ta chọn đáp án **A**

Câu 297. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2x - 3$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\frac{20}{3}$	-4	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3; -4)$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 298. Ta có $y' = 6x^2 + 6x - 36; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3. \end{cases}$

Ta có $y'' = 12x + 6$

- $y''(2) = 30 > 0 \Rightarrow x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số.
- $y''(-3) = -30 < 0 \Rightarrow x = -3$ là điểm cực đại của hàm số.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 299. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. $y' = x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có $y' > 0$ trên $(-\infty; -1)$ và $y' < 0$ trên $(-1; 1)$ nên $x = -1$ là điểm cực đại của hàm số.

$$\text{Vậy } y_{\text{CD}} = y(-1) = \frac{5}{3}.$$

Câu 300. Do đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 5x + 1$ có hai điểm cực trị là A và B nên trung điểm của AB chính là điểm uốn của đồ thị, nghĩa là nghiệm của phương trình $y'' = 0 \Leftrightarrow 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{74}{27}$. Vậy trung điểm của đoạn AB là $M\left(-\frac{1}{3}; \frac{74}{27}\right)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 301. $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$.

Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0; 2), B(1; 1), C(-1; 1)$.

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1), \overrightarrow{AC} = (-1; -1).$$

Dễ thấy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên tam giác ABC vuông tại A .

$$\text{Từ đó suy ra } S = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 1.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 302. $y' = 3x^2 - 6x + m + 1, \Delta' = 6 - 3m$. Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt tức là $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 303. Ta có $y' = 3x^2 - 2x - m$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - m = 0.$$

$$\text{Ta có } \Delta' = 1 + 3m.$$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua hai nghiệm đó $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 304. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. $y' = -3x^2 + 6mx - 6m$.

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Khi đó } \Delta' = 9m^2 - 18m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 305. Ta có $y' = 4(m-1)x^3 - 4(m-3)x = 4x[(m-1)x^2 - (m-3)]$

Xét với $m = 1$: Khi đó $y = 4x^2 + 1$ hàm số không có cực đại. Vậy $m = 1$ thỏa mãn (1)

Xét với $m > 1$: Khi đó hàm số là hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$ để hàm số không có

cực đại thì $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất $x = 0$.

Hay $(m - 1)x^2 - (m - 3) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$.

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{m-3}{m-1} \text{ vô nghiệm hoặc có nghiệm } x = 0 \Leftrightarrow \frac{m-3}{m-1} \leq 0 \Leftrightarrow 1 < m \leq 3 \quad (2)$$

$$\text{Xét với } m < 1: \text{ Hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số } a < 0 \text{ luôn có cực đại} \quad (3)$$

Kết luận: Từ (1), (2), (3) ta có để hàm số không có cực đại thì $1 \leq m \leq 3$.

Ta chọn đáp án **A**

$$\text{Câu 306. } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+2mx+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Vì $f'(x)$ không đổi dấu qua nghiệm $x = 0$ nên hàm số không đạt cực trị tại $x = 0$.

Do đó hàm số $f(x)$ có đúng một cực trị trong các trường hợp sau:

- Phương trình (1) vô nghiệm. Khi đó $m^2 - 5 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$.

- Phương trình (1) có nghiệm kép bằng -1 .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m^2 - 5 = 0 \\ -2m + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm\sqrt{5} \\ m = 3 \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

- Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng -1 .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m^2 - 5 > 0 \\ -2m + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > \sqrt{5} \\ m < -\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow m = 3. \\ m = 3 \end{cases}$$

Vậy giá trị nguyên là $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Ta chọn đáp án **C**

$$\text{Câu 307. Ta có } y' = -4x^3 + 4mx = 4x(-x^2 + m); \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Vì $x = 0$ là điểm cực tiểu nên $y' = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt (do $a = -1 < 0$).

Vì vậy $m > 0$.

Ta chọn đáp án **B**

$$\text{Câu 308. Ta có } y' = x^2 - (m^2 + 1)x + 3m - 2 \text{ và } y'' = 2x - (m^2 + 1). \text{ Do đây là hàm bậc ba}$$

$$\text{đạt cực đại tại } x = 1 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 3m - 2 = 0 \\ -m^2 + 1 < 0 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases} \\ m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 309. Ta có $f'(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 4$.

Điều kiện cần để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là

$$f'(3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 6m + m^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5. \end{cases}$$

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$ và $f'(x) = x^2 - 2x - 3$. Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{14}{3}$	$\searrow -6$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số không đạt cực đại tại $x = 3$.

Khi $m = 5$, hàm số trở thành $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 21x + 3$, $f'(x) = x^2 - 10x + 21$, Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	3	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	30	$\frac{58}{3}$	$+\infty$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. Do đó điều kiện để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là $m = 5$.

Ta chọn đáp án .

Câu 310. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Rightarrow y'(2) = 0 \Leftrightarrow \frac{4 + 4m + m^2 - 1}{(2 + m)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3. \end{cases}$

Ta có $y'' = \frac{2}{(x + m)^3}$.

- Với $m = -1$, ta có $y''(2) = 2 > 0 \Rightarrow x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số.
- Với $m = -3$, ta có $y''(2) = -2 < 0 \Rightarrow x = 2$ là điểm cực đại của hàm số.

Vậy với $m = -3$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 311. Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị nếu đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục Oy.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x + m+3$. Đths có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục Oy

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \text{ có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - m - 3 > 0 \\ m+1 > 0 \\ m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 312. Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 3m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$ (*).

Khi đó $x_1 + x_2 = 2, x_1x_2 = \frac{m}{3}$.

Ta có $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 13 = 0 \Leftrightarrow 4 - m - 13 = 0 \Leftrightarrow m = -9$ (thỏa (*)).

Ta chọn đáp án **C**

Câu 313. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$

. Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Suy ra $y(-2) = -18$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 315. $y' = -3x^2 - 6x$.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm cực trị $A(0; 4)$ và $B(-2; 0)$ có phương trình: $-2x + y - 4 = 0$.

Khoảng cách giữa tâm $I(m; m+1)$ của đường tròn (C) và đường thẳng Δ bằng bán kính đường

tròn (C) . Khi đó: $\frac{|-2m + m + 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|3m - 6|}{5} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8 \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m_1 + m_2 = -6$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 316. $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x \Rightarrow y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$

$$\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+1 \\ x = m-1 \end{cases} \Rightarrow A\left(m+1, \frac{m^3 - 3m - 2}{3}\right); B\left(m-1, \frac{m^3 - 3m + 2}{3}\right)$$

Hai điểm A, B khác phía với đường thẳng d và có khoảng cách tới d bằng nhau tức là trung điểm I của AB thuộc đường thẳng d , ta có:

$$I\left(m, \frac{m^3 - 3m}{3}\right) \in (d) \Rightarrow m^3 - 18m + 27 = 0$$

$$\text{Ta có } (m - 3)(m^2 + 3m - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 0.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 317. Dùng máy tính tính được đường thẳng $AB : y = -8x - 2$. Từ đó ta thấy chỉ có $N(1; -10)$ thuộc AB .

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 318. Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m$. Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 3m + 9 > 0 \Leftrightarrow m > -3$.

Khi đó đường thẳng d qua A, B là $y = \left(\frac{2m}{3} + 2\right)x + 2 - \frac{m}{3}$.

Để $A, B, M(0; 3)$ thẳng hàng thì $M \in d \Leftrightarrow m = -3$ (loại).

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 319. Ta có $y' = -3x^2 + 6mx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi $m \neq 0$. Khi đó, hai điểm cực trị là $M(0; -3m - 1)$ và $N(2m; 4m^3 - 3m - 1)$.

Gọi I là trung điểm của MN thì $I(m; 2m^3 - 3m - 1)$. Do M, N đối xứng qua đường thẳng $d : x + 8y - 74 = 0$ nên I thuộc đường thẳng d . suy ra, $m = 2$.

Thử lại ta có $m = 2$ thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 320. Điều kiện để hàm bậc 3 có cực trị là $b^2 - 3ac > 0$, thay các giá trị của m thì thấy $m = -1, m = -2$ không thỏa mãn nên chỉ có phương án A đúng.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 321. $y' = x^3 - 2mx$

Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm $x = 0, x = \sqrt{2m}, x = -\sqrt{2m}$, với $m > 0$. Do đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $M(0; m^2), N(\sqrt{2m}; 0), P(-\sqrt{2m}; 0)$.

Giả sử phương trình parabol cần tìm có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = m^2 \\ a \cdot 2m + b \cdot \sqrt{2m} + c = 0 \\ a \cdot 2m - b \cdot \sqrt{2m} + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{m}{2} \\ b = 0 \\ c = m^2 \end{cases}.$$

Parabol có phương trình $y = mx^2 + m^2$, parabol đi qua điểm $A(2; 24)$ nên $m = 6$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 322. Cách 1: Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0 (*)$.

Khi đó đồ thị có ba điểm cực trị là $A(0; 1), B(-\sqrt{-m}; -m^2 + 1); C(\sqrt{-m}; -m^2 + 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{-m}; -m^2) \Rightarrow AB = \sqrt{-m + m^4}$.

$$\overrightarrow{AC} = (\sqrt{-m}; -m^2) \Rightarrow AC = \sqrt{-m + m^4}$$

$$\overrightarrow{BC} = (2\sqrt{-m}; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{-4m}$$

Ta thấy $AB = AC \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A . Vậy $\triangle ABC$ chỉ có thể vuông cân tại A .

Khi đó $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2(-m + m^4) = -4m \Leftrightarrow m^4 = -m \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m^3 = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -1 \text{ (thỏa)}.$

Cách 2: Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{8m^3}{8} + 1 = 0 \Leftrightarrow m^3 = -1 \Rightarrow m = -1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 323. Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}$

Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là: $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Do $AB^2 = AC^2$ nên tam giác ABC luôn cân tại A .

Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m = -1 \text{ (nhận)} \end{cases}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 324. Ta có $y' = -4x^3 + 4mx, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m (*) \end{cases}$

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt. Điều này tương đương với $m > 0$.

Giả sử ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 0), B(-\sqrt{m}; m^2), C(\sqrt{m}; m^2)$.

Ta có $AB^2 = m^4 + m, AC^2 = m^4 + m, BC^2 = 4m$.

Để thấy tam giác ABC cân tại A nên để tam giác này đều thì

$$AB = BC \Leftrightarrow AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow m^4 + m = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện $m > 0$ ta được giá trị cần tìm của m là $m = \sqrt[3]{3}$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = \sqrt[3]{3}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 325. $y = x^4 + 2mx^2 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4mx$

Để hàm số có 3 cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì $m < 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{-m} \end{cases}$$

Tọa độ ba điểm cực trị: $O(0; 0)$, $A(\sqrt{-m}; -m^2)$, $B(-\sqrt{-m}; -m^2)$.

Để OAB là tam giác đều thì $OA=AB$.

$$\Rightarrow -4m = m^4 - m \Rightarrow m^4 = -3m \Rightarrow m = -\sqrt[3]{3} \text{ do } m < 0.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 326. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	-	0	+
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$	

ta thấy hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 327. Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 6x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và hàm số không có cực trị.

Lại có $y'' = 12x - 6$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -2$. Suy ra đồ thị hàm số nhận điểm $U\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ làm tâm đối xứng.

Ta chọn đáp án **(C)**

$$\text{Câu 328. Ta có } y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			1			$+\infty$
			0		0		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

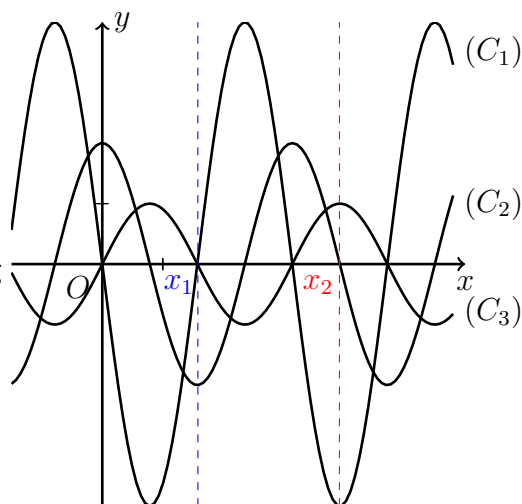
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 329.

- Tại x_1 (C_2) đạt cực tiểu và (C_1) có giá trị bằng 0.
Hơn nữa, khi qua x_1 , (C_1) đổi dấu từ âm sang dương.
Nên (C_3) là đạo hàm của (C_2).
- Tại x_2 (C_3) đạt cực đại và (C_2) có giá trị bằng 0.
Hơn nữa, khi qua x_2 , (C_2) đổi dấu từ dương sang âm. Nên (C_2) là đạo hàm của (C_3).



Ta chọn đáp án **C**

Câu 330. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Điều kiện có hai cực trị là $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a^2 - 3b > 0$.

Ta có $f(x) = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}a\right) \cdot f'(x) + \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}\right)x + c - \frac{1}{9}ab$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $(d): y = \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}\right)x + c - \frac{1}{9}ab$.

Theo đề (d) đi qua gốc tọa độ O nên $c - \frac{1}{9}ab = 0 \Leftrightarrow ab = 9c$.

Khi đó $P = abc + ab + c = 9c^2 + 10c = \left(3c + \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{25}{9} \geq -\frac{25}{9}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $-\frac{25}{9}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 331.

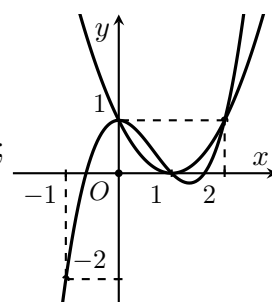
Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1 = f'(x) - (x-1)^2, \forall x \in (-1; 2)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x-1)^2$.

Dựa vào đồ thị bên ta thấy tại $x = 1$ thì $f'(x) = (x-1)^2$, tức là $g'(1) = 0$; đồng thời dấu của $g'(x)$ đổi từ dương sang âm.

Vậy, hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Ta chọn đáp án **B**

**Câu 332.** Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3} = \sqrt{(x-1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **D**

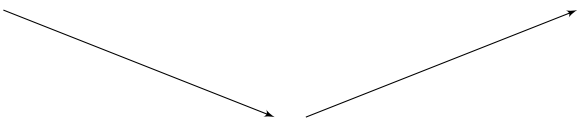
Câu 333. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại điểm x_0 là $y'(x_0)$. Khảo sát hàm số y' cho thấy y' có giá trị lớn nhất khi $a < 0$ và giá trị lớn nhất đó là $y'\left(-\frac{b}{3a}\right)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 334. Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập Bảng biến thiên:

x	-3	-1	1
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 335. Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- $y_{CD} = 5$, $y_{CT} = 4$ chọn A.
- $x_{CT} = 0$, $x_{CD} = 1$ nên loại B.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên loại C, D.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 336. Ta có : $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Khi đó $f(-1) = 4$; $f(1) = 0$; $f(2) = 4$.

Vậy $\max_{[-1;2]} f(x) = 4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 337. $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$y(-1) = -3; y(0) = 1; y(2) = -3.$$

Vậy $M = y(0) = 1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 338. Hàm số đã cho liên tục và có đạo hàm trên $[-3; 2]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Tất cả các giá trị trên đều thuộc $[-3; 2]$.

Ta lại có $y(-3) = 48$; $y(-1) = -16$; $y(0) = -15$; $y(1) = -16$; $y(2) = -7$.

Do đó, $\max_{[-3; 2]} = 48$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 339. $y' = 3x^2 - 6x - 9$

$$\begin{cases} x = -1 & \Rightarrow y = 40 \\ x = 3 & \Rightarrow y = 8. \end{cases}$$

Ta có: $y(4) = 15$, $y(-4) = -41$.

Suy ra: $M = 40$, $m = -41$ nên $T = -42$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 340. Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 14x + 11$ có nghiệm $x = 1 \in [0; 2]$.

Ta có $y(0) = -2$; $y(1) = 3$; $y(2) = 0 \Rightarrow m = \min_{[0; 2]} y = -2$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 341. Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

$f(0) = 3$, $f(1) = 2$, $f(\sqrt{3}) = 6$.

Vậy $M = 6$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 342. Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 4$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (nhận) hoặc $x = -\frac{2}{3}$ (loại).

Ta có $y(1) = 0$, $y(3) = 2$, $y(2) = -3$. Do đó GTLN của hàm số trên đoạn $[1; 3]$ bằng 2.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 343. Hàm xác định và liên tục trên $[-2; 3]$. Ta có: $y' = 4x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}. \end{cases}$

Ta có $f(0) = 5$, $f(-2) = 5$, $f(3) = 50$, $f(\pm\sqrt{2}) = 1$.

Vậy $\max_{[-2; 3]} f(x) = 50$ tại $x = 3$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 344. Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$, $\forall x \in [1; 2]$. Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

Do đó $\max_{[1; 2]} y = y(2) = 1$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 345. Ta có hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ liên tục trên $[-1; 0]$.

$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$, $\forall x \in [-1; 0]$ suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1; 0]$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $y(-1) = 0$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 346. Do $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0; 3]$ nên hàm số đồng biến trên $[0; 3]$. Vậy $m = y(0) = -1$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 347. Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{loại}) \\ x = 3 \end{cases}$ (Do xét trên đoạn $[2; 4]$).

$y(3) = 6; y(2) = 7; y(4) = \frac{19}{3}$, suy ra $\min_{[2;4]} y = 6$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 348. - Do hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ liên tục và đơn điệu trên đoạn $[1; 2]$ nên ta có $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{1+m}{2} + \frac{2+m}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 349. Ta có $y' = -\frac{3}{x^4} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 3}{x^4}, y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3}{x^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} > 0 \\ x = -\sqrt{3} < 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'		-	+
y	$+\infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	0

Như vậy $\min_{x>0} y = y(\sqrt{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 350. Ta có $y' = 3 - \frac{8}{x^3} = \frac{3x^3 - 8}{x^3}; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}$. Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$	$+\infty$
y'		-	+
y	$+\infty$	$3\sqrt[3]{9}$	$+\infty$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 351. Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2; f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$. Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$ nên $\max_{[1;3]} f(x) = f(1) = 5$ và $\min_{[1;3]} f(x) = f(2) = 4$. Vì vậy tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1; 3]$ bằng 20.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 352. Ta có, $y' = \frac{1-x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$, suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Khi đó, $y(0) = 1$, $y(1) = \sqrt{2}$, $y(3) = \frac{4}{\sqrt{10}}$.

Suy ra, $\min_{[0;3]} y = 1$ và $\max_{[0;3]} y = \sqrt{2}$ nên $1^2 + (\sqrt{2})^2 = 3$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 353. Ta có: $\mathcal{D} = [3; 5]$; $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}{2\sqrt{5-x}\sqrt{x-3}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 4$.
 $y(3) = y(5) = \sqrt{2}$, $y(4) = 2$. Suy ra: $T = [\sqrt{2}; 2]$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 354. Cách 1: Ta thấy $y' = \frac{-4}{2\sqrt{5-4x}} < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$.

Tính $y(-1) = 3$, $y(1) = 1$ Nên GTLN của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ là 3.

Cách 2: Nhập máy tính chọn chế độ TABLE, nhập hàm số $f(x) = \sqrt{5-4x}$. Start là -1, End là 1 và Step là 0.2 thì ta thấy GTLN của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ là 3.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 355. Ta có $y' = 2 \cos 2x - 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

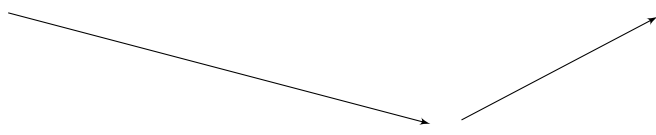
Xét trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì $y' = 0$ có các nghiệm là $\pm \frac{\pi}{6}$.

Ta có: $y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$, $y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do đó hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x_0 = -\frac{\pi}{2}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 356. Ta có bảng biến thiên

x	0	1	3	$\frac{7}{2}$	
y'	—	0	—	0	+
y					

Vậy hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm $x_0 = 3$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 357. Dựa vào đồ thị ta có $\max_{[-2;4]} f(x) = 2$ khi $x = 2$ và $\min_{[-2;4]} f(x) = -3$ khi $x = -1$.

Vậy $\max_{[-2;4]} |f(x)| = 3$ khi $x = -1$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 358. Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Áp dụng BDT B.C.S ta có $[2(x-1) + 3(y-2) + 6(z-2)]^2 \leq (2^2+3^2+6^2)[(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2] =$

$$784 \Rightarrow 2(x-1) + 3(y-2) + 6(z-2) \leq 28.$$

$$\text{Do đó } T = 2x + 3y + 6z = 2(x-1) + 3(y-2) + 6(z-2) + 20 \leq 48.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 359. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \in [0; 1]$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ bằng $2 = y(1) = -2 + m \Rightarrow m = 4$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 360. Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Từ BBT của hàm số ta có $\min_{x \in [-1; 1]} y = m - 4$. Do đó $\min_{x \in [-1; 1]} y = 1 \Leftrightarrow m = 5$.

x	-1	0	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$m - 4$	m	$m - 2$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 361. Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{m^2 + 1}{(x + m)^2} > 0, \forall x \in D$.

- Xét trường hợp 1: $-m < 0 \Leftrightarrow m > 0$, khi đó $\max_{[0; 1]} y = y(1) = \frac{m-1}{1+m} = 2 \Leftrightarrow m = -3$, loại.
- Xét trường hợp 2: $-m > 1 \Leftrightarrow m < -1$, khi đó $\max_{[0; 1]} y = y(1) = \frac{m-1}{1+m} = 2 \Leftrightarrow m = -3$, nhận.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 362. Ta có: $\mathcal{D} = [1, 2]$

$$f'(x) = -\frac{m^2 + 1}{(x - m)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D}$$

$$\Rightarrow \max_{x \in \mathcal{D}} f(x) = f(1) = 3 \Leftrightarrow \frac{m+1}{1-m} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 363. Ta có $y' = \frac{m^3 - 1}{(x + m^2)^2}, \forall x \in [2; 3]$.

- Nếu $m^3 - 1 > 0$, tức $m > 1$, thì $y' > 0, \forall x \in [2; 3]$. Khi đó $\max_{[2; 3]} y = y(3)$.

Điều này tương đương với $\frac{3m+1}{3+m^2} = \frac{5}{6}$. Từ đây ta giải được $m = 3$.

- Nếu $m^3 - 1 < 0$, tức $m < 1$, thì $y' < 0, \forall x \in [2; 3]$. Khi đó $\max_{[2;3]} y = y(2)$.

Điều này tương đương với $\frac{2m+1}{2+m^2} = \frac{5}{6}$. Từ đây ta giải được $m = \frac{2}{5}$.

- Nếu $m = 1$ thì $y = 1, \forall x \in [2; 3]$. Khi đó $\max_{[2;3]} y = 1 \neq \frac{5}{6}$.

Vậy $m = 3, m = \frac{2}{5}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 364. Để $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác thì $f(a) + f(b) > f(c)$. Tương đương với

$$\begin{aligned} a^3 - 3a^2 + 3 + b^3 - 3b^2 + m &> c^3 - 3c^2 + m \quad \forall a, b, c \in [1; 3] \\ \Leftrightarrow m &> (c^3 - 3c^2) - (a^3 - 3a^2) - (b^3 - 3b^2) \quad \forall a, b, c \in [1; 3] \\ \Rightarrow m &> \max_{[1;3]} ((c^3 - 3c^2) - (a^3 - 3a^2) - (b^3 - 3b^2)) \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x^2, x \in [1; 3]$ ta có $\max_{[1;3]} g(x) = 0, \min_{[1;3]} g(x) = -4$.

Do đó, $m > 0 - (-4) - (-4) = 8$. Mà $m < 10$ nên $m = 9$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 365. Đặt $x = \log_2 a, y = \log_2 b, z = \log_2 c$.

Ta có: $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \leq 1; 0 \leq x, y, z \leq 1$.

Biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz)$.

Xét hàm số $f(t) = t - \log_2 t$ với $t \in [1; 2]$. $f'(t) = 1 - \frac{1}{t \ln 2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{1}{\ln 2}$.

Suy ra $f(t) \leq \max\{f(1), f(2), f(t_0)\} = 1, x \in [1; 2]$.

Do đó: $a - x - 1 \leq 0 \Rightarrow a^3 - 3ax - x^3 - 1 = (a - x - 1)(a^2 + x^2 + 1 + a + ax - x) \leq 0$.

Suy ra: $a^3 - 3ax < x^3 + 1$.

Biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz) \leq x^3 + y^3 + z^3 + 3 \leq 4, P_{\min} = 4$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x, y, z \in \{0, 1\}, x^3 + y^3 + z^3 = 1 \Rightarrow x = y = 0, z = 1 \Rightarrow a + b + c = 4$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 366. Ta có: $6 \sin x - \cos 2x + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow 6 \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\sin^2 x - 3 \sin x + 1$.

Đặt $t = \sin x$. Do $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1]$ ta đưa bài toán về dạng. Tìm m để phương trình $m = -t^2 - 3t + 1 (*)$ có nghiệm thuộc $[0; 1]$. Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\min_{t \in [0;1]} f(t) \leq m \leq \max_{t \in [0;1]} f(t)$$

Trong đó, hàm số $f(t) = -t^2 - 3t + 1$. Ta có $f'(t) = -2t - 3 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2} \notin [0; 1]$

Ta có: $f(0) = 1; f(1) = -3 \Rightarrow f(t) \in [-3; 1] \forall t \in [0; 1]$.

Do đó $(*)$ có nghiệm thuộc $[0; 1]$ khi $-3 \leq m \leq 1$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 367. Đạo hàm: $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$.

Với $-1-m > 0 \Rightarrow m < -1 \Rightarrow \min_{[2;4]} y = y(2) \Rightarrow \frac{2+m}{1} = 3 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow$ loại.

Với $-1-m < 0 \Rightarrow m > -1 \Rightarrow \min_{[2;4]} y = y(4) \Rightarrow \frac{4+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow m > 4$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 368. $G(x) = 0,035x^2(15-x) = 0,525x^2 - 0,035x^3$.

$$G'(x) = 1,05x - 0,105x^2; G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow G(0) = 0 \\ x = 10 \Rightarrow G(10) = 17,5. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 369. Mặt đáy của hộp là hình vuông có cạnh bằng $12-2x$ (cm), với $0 < x < 6$. Vậy diện tích của đáy hộp là $S = (12-2x)^2 = 4(6-x)^2$.

Khối hộp có chiều cao $h = x$ (cm).

Vậy thể tích hộp là $V = S \cdot h = 4(6-x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ (cm³).

Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x, 0 < x < 6$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 12x^2 - 96x + 144 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Do $0 < x < 6$ nên ta lấy $x = 2$. Ta có bảng biến thiên:

x	0	2	6	
f'		+	0	-
f			128	
	0			0

Vậy thể tích khối hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2$ (cm).

Ta chọn đáp án **C**

Câu 370. Ta có $200 = (v-8) \cdot t \Rightarrow t = \frac{200}{v-8}$. Khi đó $E(v) = cv^3 \cdot \frac{200}{v-8}$.

Do c là hằng số nên để năng lượng tiêu hao ít nhất thì $E(v) = cv^3 \cdot \frac{200}{v-8}$ nhỏ nhất.

Xét hàm số $E(v)$ trên khoảng $(8, +\infty)$

$$E'(v) = 200 \cdot \frac{3v^2(v-8) - v^3}{(v-8)^2} = 200 \cdot \frac{2v^3 - 24v^2}{(v-8)^2} = 0 \Rightarrow v = 12$$

Lập BBT ta được $\min_{v \in (8, +\infty)} E(v) = E(12)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 371. Chu vi của phần đất hình chữ nhật là 18 m, nên nếu đặt chiều rộng của hình chữ nhật là x thì chiều dài là $9-x$. Diện tích phần đất là

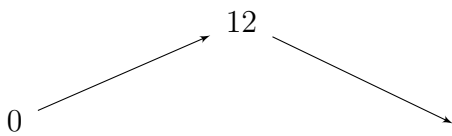
$$S = x(9-x) \leq \frac{1}{4}(x+9-x)^2 = 20,25.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 372. Ta có vận tốc của vật là $v = s'(t) = -3t^2 + 12t$.

Xét hàm số $v(t) = -3t^2 + 12t \Rightarrow v'(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

$\Rightarrow \max_{t \geq 0} v(t) = v(2)$. Khi đó vật đi được quãng đường là $s(2) - s(0) = 16$ m.

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$			

Ta chọn đáp án **A**

Câu 373.

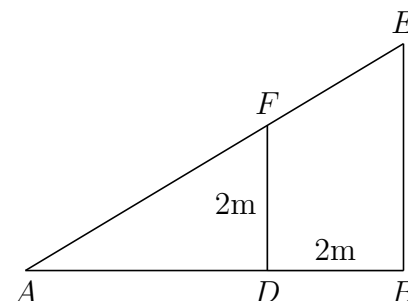
Đặt $AD = x$ ($x > 0$) thì $AF = \sqrt{x^2 + 4}$.

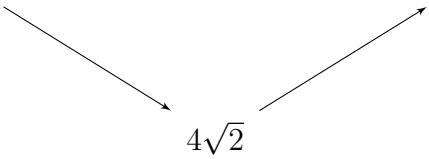
Ta có $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE}$.

Suy ra $AE = \frac{AB \cdot AF}{AD} = \frac{(x+2)\sqrt{x^2+4}}{x}$.

Xét hàm số $y = \frac{(x+2)\sqrt{x^2+4}}{x} = \left(1 + \frac{2}{x}\right)\sqrt{x^2+4}$.

Ta có $y' = \frac{x^3 - 8}{x^2\sqrt{x^2+4}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.



x	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Hàm số đạt GTNN bằng $4\sqrt{2}$ do đó chiều dài tối thiểu của thang là $4\sqrt{2}$ m.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 374.

Gọi $\widehat{IBH} = \alpha$ với $(0^\circ < \alpha < 45^\circ)$.

$$\text{Ta có: } BH = \frac{IH}{\tan \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow BC = 2BH = \frac{2}{\tan \alpha}.$$

$$\sin \widehat{BAH} = \sin(90^\circ - 2\alpha) = \frac{IK}{AI} \Rightarrow AI = \frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{\cos 2\alpha} + 1 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\cos 2\alpha}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\tan \alpha \cdot \cos 2\alpha}.$$

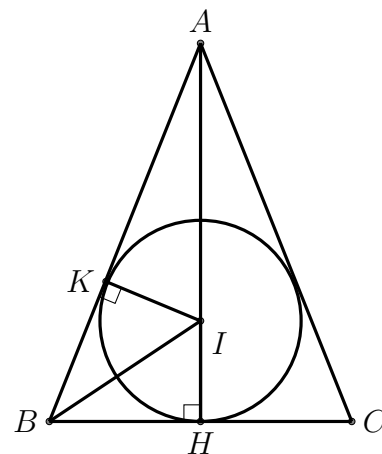
$$\text{Đặt } t = \tan \alpha \text{ với } (0 < t < 1). \text{ Diện tích tam giác } S_{ABC} = \frac{2}{t - t^3}.$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{2}{t - t^3}$ trên khoảng $(0; 1)$.

$$g'(t) = \frac{2 - 6t^2}{(t - t^3)^2}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Do đó min } g(t) = g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 3\sqrt{3}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**



Câu 375. Bể cá có 3 kích thước lần lượt là: $h, x, 3x$.

$$V = h \cdot x \cdot 3x = 3x^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{3x^2}$$

Ông Tâm phải trả ít tiền nhất khi diện tích kính là ít nhất.

$$S = 3x^2 + 2hx + 2h \cdot 3x = 3x^2 + 8xh = 3x^2 + \frac{8}{3x}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = 3x^2 + \frac{8}{3x} \Rightarrow f'(x) = 6x - \frac{8}{3x^2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{4}{9}}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$3\sqrt[3]{\frac{16}{81}} + \sqrt[3]{\frac{98}{43}}$	$+\infty$

Vậy diện tích nhỏ nhất gần bằng: $5,24 \text{ m}^2$. Vậy số tiền ít nhất cần trả là: 2621.000 đồng

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 376. Đặt $OA = x$ ($x > 0$).

Ta sẽ tìm x sao cho góc BOC lớn nhất. Hay, tìm x để $\tan \widehat{BOC}$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{BOC} = \tan(\widehat{AOC} - \widehat{AOB}) = \frac{\tan \widehat{AOC} - \tan \widehat{AOB}}{1 + \tan \widehat{AOC} \cdot \tan \widehat{AOB}} = \frac{\frac{AC}{OA} - \frac{AB}{OA}}{1 + \frac{AC \cdot AB}{OA^2}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}.$$

Khảo sát hàm số $f(x) = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$ trên $(0; +\infty)$ ta tìm được giá trị lớn nhất của $f(x)$ là $\frac{7}{24}$ đạt được khi $x = 2,4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 377.

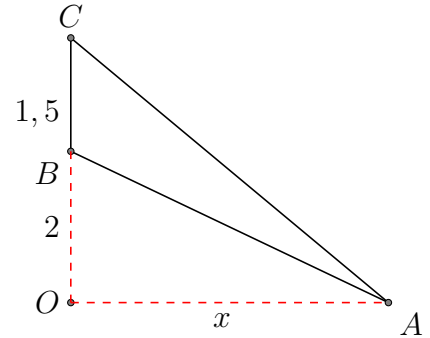
Đặt $OA = x$, ta có $AC^2 = x^2 + 3,5^2$ và $AB^2 = x^2 + 2^2$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có, } \cos \widehat{BAC} &= \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} \\ &= \frac{x^2 + 4 + x^2 + 3,5^2 - 1,5^2}{2\sqrt{x^2 + 4}\sqrt{x^2 + 3,5^2}} = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 4}\sqrt{x^2 + 3,5^2}}. \end{aligned}$$

Để $\widehat{BAC}$ lớn nhất thì $\cos \widehat{BAC}$ nhỏ nhất, suy ra tìm giá trị nhỏ nhất của $f(t) = \frac{t+7}{\sqrt{t+4}\sqrt{t+3,5^2}}$ trên $(0; +\infty)$. Xét $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 7$. Lập BBT ta được $\min_{x \in (0; +\infty)} f(t) = f(7)$. Vậy $x^2 = 7$ suy ra,

$$x = \sqrt{7} \text{ (m)}.$$

Ta chọn đáp án **C**



Câu 378. $M(x) = \frac{T(x)}{x} = \frac{0.001x^2 - 2x + 100000 + 4x}{x} = 0.001x + 2 + \frac{100000}{x}$.

$$M'(x) = 0.001 - \frac{100000}{x^2}.$$

Chi phí đạt được thấp nhất khi $M'(x) = 0$ hay $x = 10000$.

Khi đó chi phí cần tìm là: $0.001x + 2 + \frac{100000}{x} = 22000$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 380.

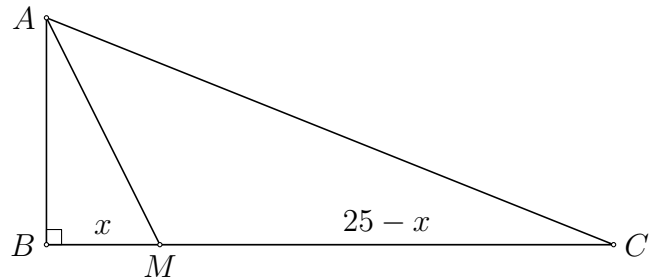
Đặt $BM = x$ (km), $0 < x < 25$.

Ta có $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{x^2 + 100}$ (km),

$MC = 25 - x$ (km).

Thời gian bạn A đi xe buýt từ nhà đến điểm hẹn

$$M \text{ là } t_A = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{30} \text{ (h)}.$$



Thời gian hai bạn A, B đi xe máy từ điểm hẹn M đến nhà bạn C là $t_{AB} = \frac{25-x}{50}$ (h).

Suy ra tổng thời gian bạn A đi từ nhà đến nhà bạn C là: $t(x) = t_A + t_{AB} = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{30} + \frac{25-x}{50}$ (h).

Để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất thì hàm số $t(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $(0; 25)$.

$$\text{Ta có } t'(x) = \frac{x}{30\sqrt{x^2 + 100}} - \frac{1}{50}.$$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2}.$$

Ta có bảng biến thiên như hình bên:

x	0	$\frac{15}{2}$	25
$t'(x)$		–	+
$t(x)$	$\frac{5}{6}$	$\frac{23}{30}$	$\frac{\sqrt{29}}{6}$

Suy ra, $t(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{23}{30}$ (h) khi $x = \frac{15}{2}$ (km).

Khi đó $BM = \frac{15}{2}$ (km) và $MC = 25 - \frac{15}{2} = \frac{35}{2}$ (km).

$$\text{Vậy } 5BM + 3MC = 5 \times \frac{15}{2} + 3 \times \frac{35}{2} = 90 \text{ (km)}.$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 381. Vận tốc tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = v(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ trên

đoạn $[0; 10]$.

Ta có: $y' = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

$y(6) = 54; y(0) = 0; y(10) = 30$.

Do hàm số $y = v(t)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ nên $\max_{[0;10]} y = 54$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 382. Ta thấy $0 \leq x \leq 6$, thể tích của hộp không nắp bằng $f(x) = (12 - 2x)^2 \cdot x$. Dễ thấy trên $[0; 6]$ hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2$ nên chọn phương án A.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 383. Dựa vào đồ thị hàm số kết luận.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 385. $y' = 3x^2 + 2ax + b$. Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $\Delta_{y'} = a^2 - 3b$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 386. Ta có: $y = (x + m)^3 + (x + n)^3 - x^3 = x^3 + 3(m + n)x^2 + 3(m^2 + n^2)x + m^3 + n^3$.

$y' = 3x^2 + 6(m + n)x + 3(m^2 + n^2)$. Hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \cdot n \leq 0$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(n^2 + m^2) - m - n$.

• TH1: $m = n = 0 \Rightarrow P = 0$ (1).

• TH2: $m \cdot n \leq 0$. Ta có: $P = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + 4n^2 + (-n) \geq -\frac{1}{16}$ (2).

Từ (1); (2) $\Rightarrow P_{\min} = -\frac{1}{16}$. Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{8}; n = 0 \vee m = 0; n = \frac{1}{8}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 387. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$y' = \frac{-37}{(x - 9)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D}$. Do đó hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 388. Ta có đường TCD của đồ thị hàm số là $x = -n = 1 \Rightarrow n = -1$.

Vì $y' = \frac{m \cdot n - 1}{(x + n)^2} \Rightarrow y'(2) = \frac{-m - 1}{(2 - 1)^2} = 1 \Rightarrow m = -2$. Vậy $m + n = -3$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 389. Theo định nghĩa đường tiệm cận, ta có:

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ suy ra $y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ suy ra $y = -1$ là đường tiệm cận ngang.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 390. Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2.$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty.$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty.$

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 391. Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x+2} = 1$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-2}{x+2} = -\infty, \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-2}{x+2} = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$.

Vậy giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-2; 1)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 392. Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$ suy ra đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 393. Với $y = \frac{x+2}{x-2}$ ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-2} = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 394. Hàm phân thức hữu tỉ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 395. Ta có $\sqrt{4x^2+4x+3} - \sqrt{4x^2+1} = \frac{4x^2+4x+3 - (4x^2+1)}{\sqrt{4x^2+4x+3} + \sqrt{4x^2+1}} = \frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3} + \sqrt{4x^2+1}}$.

Từ đó suy ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$, do đó đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2+4x+3} - \sqrt{4x^2+1}$ có 2 đường tiệm cận ngang.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 396. Hàm số xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$, từ đó suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

$y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ và hàm số không có cực trị.

Với $x = 1 \Rightarrow y = -3$, do đó đồ thị hàm số không đi qua điểm $A(1; 3)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 397. Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = (-1; +\infty) \setminus \{1\}$.

- $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{-x-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-1}{\sqrt{x+1}} = -\infty.$

- $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} = +\infty.$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} = 0.$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$ có 3 đường tiệm cận, gồm 2 đường tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 398. Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 399. $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)}.$

$\lim_{x \rightarrow -4^+} y = +\infty \Rightarrow x = -4$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$\lim_{x \rightarrow 4} y = \frac{5}{8} \Rightarrow x = -4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị.

Vậy đồ thị có 1 tiệm cận đứng.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 400. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-1} = 0$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 401. Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-3}{-x+2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-3}{-x+2} = -\infty \Rightarrow x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 402.

- Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ vì $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$.
- Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, nhưng không có tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = -1$.
- Hàm số $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ nên không có tiệm cận.
- Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ và

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x^2 - 1} = 0$$

nên không có tiệm cận.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 403.

- Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 1$.
- Hàm số $y = 3^x$ có tiệm cận ngang $y = 0$.
- Hàm số $y = \log_3 x$ có tiệm cận đứng $x = 0$.
- Ta có $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - 1 = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + 1}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} = +\infty.$$

Hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

Vậy cả bốn đồ thị của các hàm số đã cho đều có đường tiệm cận.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 404. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(3x+1)}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = \frac{-7}{6}. \end{aligned}$$

Tương tự ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \frac{-7}{6}$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{(x-2)(x-3)} = +\infty$

và $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 405. Tập xác định: $\mathcal{D} = [-5; +\infty) \setminus \{-4; 0\}$.

Ta có $x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$

Xét $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x} = +\infty$ nên $x = 0$ là một tiệm cận đứng.

Xét $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4+x}{(x^2+4x)(\sqrt{5+x}+1)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{1}{x(\sqrt{5+x}+1)} = -\frac{1}{8}$ nên $x = -4$

không là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có một tiệm cận đứng là $x = 0$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 406. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 2} \right) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 2} \right) = -1$

Tiệm cận ngang là $y = 1, y = -1$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 407. Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy:

- $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Tóm lại, đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 408. Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{3}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên $(\mathcal{C})$ có 2 tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$.

Do $\lim_{x \rightarrow (-\frac{3}{2})^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\frac{3}{2})^+} y = +\infty$ nên $(\mathcal{C})$ có 1 tiệm cận đứng là $x = -\frac{3}{2}$. Do đó $m = 3$.

Mặt khác khi $x = 1$ thì $y = \frac{2}{5}$, suy ra $n = \frac{2}{5}$.

Vậy $m \times n = \frac{6}{5}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 409. Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{-x + 2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{-x + 2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{-x + 2} = -\infty \Rightarrow x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{-x + 2}$ có 2 đường tiệm cận.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 410. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$. Nên có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 0$. Ngoài ra $\lim_{x \rightarrow 3} y = 1$ nên $x = 3$ không phải tiệm cận của đồ thị hàm số.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 411. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = -1$. Do đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 412. Ta có $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x^2 - 5x + 2} = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(x - 2)(2x - 1)}$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

Do hàm số điều kiện của tử số là $x^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$ nên hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng.

Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số là 2.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 413. Vì $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} y = \lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1} = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^\pm} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^\pm} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1} = \mp\infty$ nên $x = \pm 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị đã cho.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 414. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ do đó đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Lại có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} y &= -\frac{3}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\frac{3}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} y &= +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty \end{aligned}$$

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = -1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 415. $y = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. $a_{y'} = 3 > 0 \Rightarrow x = 1$ là hoành độ của điểm cực tiểu.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 416. Tập xác định $D = [1; +\infty)$. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x - 1}}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} =$

1. Vậy hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 417. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x + 1}{x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x + 1}{x^2 + 1} \right) = 0$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 418.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$ vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$.
- Vì mẫu có tập nghiệm $\{2; 3\}$, nên ta xét

$$\lim_{x \rightarrow 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 2)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{x - 3} = -1.$$

và

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \cdot \frac{1}{x - 3} \right) = +\infty$$

do $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x - 3} = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 419. Điều kiện:
$$\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 \neq 0 \end{cases}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4} + x^2 - 2}{3x^2 - 10x + 3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\pm x \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}} + x^2 - 2}{3x^2 - 10x + 3} = \frac{1}{3}$.

Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là đường TCN của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 4} + x^2 - 2}{3x^2 - 10x + 3} = +\infty$ nên $x = 3$ là đường TCD của đồ thị hàm số. ($x = \frac{1}{3}$ không là đường TCD)

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 420. Xét $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x + \sqrt{x^2 + x + 1}) = 1 + \sqrt{3}$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0$ và $x - 1 > 0 \forall x > 1$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1} = +\infty$. Hay đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 1$.

Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + |x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x - 1}$. Do $x \rightarrow +\infty \Rightarrow |x| = x$

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + |x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(1 - \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{\left(1 - \frac{1}{x} \right)} = 2$.

Vậy đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ứng với $x \rightarrow +\infty$.

Tương tự $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(1 - \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{\left(1 - \frac{1}{x} \right)} =$

$$\frac{0}{2} = 0.$$

Vậy đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ứng với $x \rightarrow -\infty$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 421. Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^4}}}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^4}}}{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^4}}}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^4}}}{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}} = 0$$

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang duy nhất là $y = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{(x-2)(x+2)}}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}(x-3)} = -\infty.$$

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(x-2)(x-3)} = +\infty$$

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 3$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 422.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x^3 - 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{(x^2 - 4)x} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}.$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x^3 - 4x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2) \sin x}{(x-2)(x+2)x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1) \sin x}{(x+2)x} = \frac{\sin 2}{8}.$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x^3 - 4x} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x-1)(x-2) \sin x}{(x-2)(x+2)x} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x-1) \sin x}{(x+2)x} = -\infty.$

Suy ra đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng là $x = -2$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 423. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{m + \frac{m}{x} - \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{m}}{2}.$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{m + \frac{m}{x} - \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{m}}{2}.$

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang khi $\sqrt{m}$ có nghĩa và $\sqrt{m} \neq -\sqrt{m}$, suy ra $m > 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 424. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Điều kiện đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $m(x-1)^2 + 4$ có 2 nghiệm khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 425. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y, \lim_{x \rightarrow +\infty} y$ tồn tại và khác nhau.

Do đó hàm số phải xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ tức là $mx^2 + 1 > 0, \forall \Leftrightarrow m > 0$. Do đó loại B.

- $m = 0$ thì $y = x + 1$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

- $m > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}.$

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \pm \frac{1}{\sqrt{m}}.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 426. Đây là trường hợp đặc biệt khi xuất hiện $\ln(x-1)$. Khi $(x-1) \rightarrow 0^+$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x-1)}{x^2 - mx + 4} = +\infty.$

Vậy đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng và ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x^2 - mx + 4} = 0$ nên đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 0.$

Vậy để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận thì $x^2 - mx + 4 = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 427. Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = m$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$. Diện tích hình chữ nhật cần tìm bằng $2|m|$, ta có: $2|m| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 428. Gọi $I(2, 4m)$ là tâm đối xứng của hàm số. Suy ra $A(2, 0)$ là giao điểm của của Ox và tiệm cận đứng và $B(0, 4m)$ là giao điểm của Oy và tiệm cận ngang. Diện tích hình chữ nhật là

$$S_{O A I B} = O A . O B = |8 m| = 2016 \Rightarrow m = \pm 252$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 429. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-4}$ có hai đường tiệm cận là $d_1 : x = 4$ và $d_2 : y = 3.$

Giả sử $d_1 \cap Ox = A \Rightarrow A(4; 0), d_2 \cap Oy = B \Rightarrow B(0; 3).$

Ta có tam giác OAB vuông tại O nên độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng một nửa cạnh huyền, đó đó : $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4^2+3^2}}{2} = \frac{5}{2}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 430. Đường cong $(\mathcal{C})$ có tiệm cận đứng $x - 1 = 0$ và tiệm cận ngang $y - 2 = 0.$

Do $M \in (\mathcal{C})$ nên $M\left(a; 2 + \frac{5}{a-1}\right).$

Ta có $d_1 = d(M, \text{TCĐ}) = \frac{|a-1|}{\sqrt{1}} = |a-1|$ và $d_2 = d(M, \text{TCN}) = \frac{\left|2 + \frac{5}{a-1} - 2\right|}{\sqrt{1}} = \frac{5}{|a-1|}.$

Từ đó suy ra $d_1 \cdot d_2 = |a-1| \cdot \frac{5}{|a-1|} = 5.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 431. $y' = 2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3$

Để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm dương phân biệt x_1 và x_2 .

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 6m - 5 > 0 \\ \frac{m^2 + 4m + 3}{2} > 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < -3.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 432. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm nằm trên đồ thị hàm số; $y' = \frac{10}{(2x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại M : $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Rightarrow y = \frac{10}{(2x_0+1)^2}(x - x_0) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1}$.

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{1}{2}$, tiệm cận ngang: $y = 2$. Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận

$$\text{đứng} \Rightarrow x_A = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_A = \frac{10}{(2x_0+1)^2} \left(-\frac{1}{2} - x_0\right) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1} = \frac{4x_0-8}{2x_0+1}.$$

$$\text{Vậy } A \left(-\frac{1}{2}; \frac{4x_0-8}{2x_0+1}\right).$$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang $\Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow 2 = \frac{10}{(2x_0+1)^2}(x_B - x_0) +$

$$\frac{4x_0-3}{2x_0+1} \Rightarrow x_B = 2x_0 + \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } B \left(\frac{4x_0+1}{2}; 2\right).$$

Giao điểm 2 tiệm cận là $I \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. Ta có: $\overrightarrow{IA} = \left(0; -\frac{10}{2x_0+1}\right) \Rightarrow IA = \left|\frac{10}{2x_0+1}\right|$ $\overrightarrow{IB} = (2x_0+1; 0) \Rightarrow IB = |2x_0+1|$.

Tam giác IAB vuông tại I nên $S_{IAB} = \frac{1}{2}IA \cdot IB = \frac{1}{2} \left|\frac{10}{2x_0+1}\right| \cdot |2x_0+1| = 5$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 433.

- Tại $x = 0$ hàm số không xác định nên loại A.
- Giả thiết hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định nên loại B.
- Hàm số có 1 cực đại $x = 1$ loại C.
- $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} y = -\infty$ suy ra có 1 đường tiệm cận đứng.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 434. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 435. Điều kiện xác định của hàm số là: $x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 436.

- Loại A: vì hàm số có 2 cực trị.
- Loại B: vì hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
- Loại C: vì hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 437. Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$ và đồ thị có hai cực trị nên $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 438.

- Đồ thị có dáng điệu của hàm đa thức bậc 3 nên loại hàm $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên loại hàm $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.
- Hàm số có đạt cực trị tại $x = 0$ và tại $x_0 > 0$ nên loại hàm $y = x^3 + 3x^2 + 2$, hàm này đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = -2 < 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 439. Dựa vào đồ thị kết luận: $a > 0$ và $b < 0$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 440. Đường cong có hình dạng là đồ thị hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$. Suy ra nó là đồ thị của hàm số $y = x^4 - x^2 - 1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 441. Đây là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, hơn nữa ta thấy khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$ do đó $a > 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 442. Từ đồ thị hàm số đã cho, ta thấy đồ thị hàm số đã cho đi qua ba điểm $(0; -2)$, $(-1; 2)$, $(1; 2)$.

Đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 2$ không đi qua điểm $(1; 2)$. Do đó loại hàm số $y = 2x^2 - 2$.

Đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ không đi qua điểm $(1; 2)$. Do đó loại hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$.

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$ không đi qua điểm $(1; 2)$. Do đó loại hàm số $y = x^2 - 2$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 443. Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a < 0$. Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 445. Đồ thị hàm số có 2 cực trị và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.

- Loại A: vì là parabol chỉ có 1 cực trị.
- Loại B: vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.
- Loại D: vì hàm trùng phương nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 446. Dựa vào đồ thị ta thấy $x = 0$ thì $y < 0$ nên loại hai hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ và $y = \frac{2x-2}{x-1}$ không thỏa mãn.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$ nên hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn.

Vậy, trong 4 hàm số đã cho, chỉ có hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 447. Đồ thị có 3 điểm cực trị tại $x = \pm 2, x = 0$ nên

$$y = \int k(x+2)x(x-2)dx = \int k(x^3 - 4x)dx = \frac{kx^4}{4} - 2kx^2 + C$$

Mặt khác $f(2) = -5, y(0) = -1 \Rightarrow k = 1, C = -1$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 448. Đây là đồ thị hàm số bậc ba có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Dựa vào kiểu dáng đồ thị hàm bậc ba ở trên ta loại phương án C và D vì $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 nên $d = -4$, loại phương án A.

Vậy ta chọn phương án B.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 449. Hàm số $y = x^3 - x^2 + x$ có $y' = 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 450. Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$. $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Ta thấy đồ thị có 3 điểm cực trị là $(-1; 0), (0; 1), (1; 0)$ và $y(0) = 1, y(1) = 0$.

$$\text{Từ đó ta có } \begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ c = 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 451. Từ đồ thị nhận xét $a > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án C, D.

Dễ thấy khi thay $x = 2$ vào câu B thì ta có $y > 0$ mà theo đồ thị phải là $y < 0$ nên loại đáp án B.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 452. Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với trục Oy) nên $3ac < 0 \Rightarrow c > 0$.

Ta có: $y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{3a}$.

Ta thấy điểm uốn là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung. Do đó $x = \frac{-b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 453. $y' = 3ax^2 + 2bx + c$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

$$y' = 0 \text{ có 2 nghiệm dương} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 454. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx$.

Dựa vào đồ thị ta thấy các điểm $(-2; 3,5)$ và $(0; -0,5)$ là các điểm cực trị của hàm số nên ta có:

$$\begin{cases} 12a - 4b = 0 \\ -8a + 4b - 0,5 = 3,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3. \end{cases}$$

Vậy $a = 1$; $b = 3$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 455. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{ax - 2}{x + b} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax - 2}{x + b} \right) = a$.

$$\lim_{x \rightarrow -b^+} \left(\frac{ax - 2}{x + b} \right) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -b^-} \left(\frac{ax - 2}{x + b} \right) = -\infty.$$

Do đó $y = a$ là tiệm cận ngang, $x = -b$ là tiệm cận đứng.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số qua điểm $(2, 0)$ suy ra $y(2) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 1$.

Và tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = -b = -1 \Leftrightarrow b = 1$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 456. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a > 0$, do đó nó chỉ có thể là đồ thị của các hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, $y = x^3 - 3x + 2$.

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Nhận thấy hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại $x = -1$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 457. Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 0$ và đường tiệm ngang là $y = \frac{2}{3}$.

Suy ra đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I\left(0; \frac{2}{3}\right)$ thuộc trục tung.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 458. Dựa vào đồ thị, ta được

- Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$ (do $a > 0$)
- Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow d < 0$
- $x = 0 \rightarrow y = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 459. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$. Mặt khác hàm số có ba cực trị nên $a \cdot b < 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 460. Đồ thị là hàm số bậc ba và có hai cực trị nên loại hình 2 và hình 4.

Ta có $y' = 3x^2 + 2bx + c$.

Tích của hai điểm cực của hàm số bằng $\frac{c}{3} < 0 \Rightarrow$ hai điểm cực trái dấu.

Vậy hình 1 thỏa mãn đề bài.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 461. Dựa vào đồ thị ta có:

- Hệ số $a < 0$.
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.
- Cắt trục hoành tại ba điểm $-1 < x_1 < 0$, $-1 < x_2 < 0$ và $x_3 > 2$ nên $x_1 + x_2 + x_3 > 0$ suy ra $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 462. Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có tọa độ điểm cực đại là $(2; 1)$, tọa độ điểm cực tiểu là $(0; -3)$ nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm là 0 và 2.

Khi đó, tổng hai nghiệm của phương trình bằng 2 hay $\frac{-2b}{3a} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = -3$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 463. Hàm số $y = (x - 2)(x^2 - 1)$ có đồ thị (C)

$$\text{Ta có } y = |x - 2|(x^2 - 1) = \begin{cases} (x - 2)(x^2 - 1) & \text{khi } x \geq 2 \\ -(x - 2)(x^2 - 1) & \text{khi } x < 2 \end{cases}$$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ứng với $x \geq 2$.

- Lấy đối xứng đồ thị (C) ứng với $x < 2$ qua trục Ox . Bỏ đồ thị (C) ứng với $x < 2$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 464. Điều kiện $-2 \leq x \leq 2$.

Đặt $t = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} \Rightarrow 2 \leq t \leq 2\sqrt{2}$ và $\sqrt{4-x^2} = \frac{t^2-4}{2}$.

Phương trình đã cho trở thành $m = f(t) = t - \frac{t^2-4}{2}$ với $2 \leq t \leq 2\sqrt{2}$.

Ta có $f'(t) = 1 - t < 0 \forall t \in [2; 2\sqrt{2}]$, do đó $2\sqrt{2} - 2 \leq f(t) \leq 2$.

Từ đó suy ra phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [2\sqrt{2} - 2; 2] \Rightarrow a = 2\sqrt{2} - 2, b = 2$.

Vậy $T = (a+2)\sqrt{2} + b = 6$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 465. Ta có $\max_{x \in \mathbb{R}} (\sin x + \cos x) = \sqrt{2} = M, \min_{x \in \mathbb{R}} (\sin x + \cos x) = -\sqrt{2} = m, M - m = 2\sqrt{2}$.

Vì phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nên chọn đáp án D (chênh lệch giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất bằng 2).

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 466. Từ đồ thị $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Mặt khác hàm số không xác định tại $x = 1 \Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 467. Ta có, $y' = \frac{4a-2b}{(4x-b)^2}$ và đường tiệm cận đứng $x = \frac{b}{4}$.

$$\text{Yêu cầu bài toán tương đương} \begin{cases} y' < 0 \\ \frac{b}{4} < 1 \\ a > 0, b > 0 \\ a, b \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b < 0 \\ b < 4 \\ a > 0, b > 0 \\ a, b \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 2a < b < 4 \\ a, b \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 468. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có hệ số $a < 0$, đồng thời phương trình $-x^4 + 2x^2 - 2$ vô nghiệm nên nó có đồ thị nằm phía dưới trục hoành.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 469. Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số là:

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Khi đó, $A(2; -1), B(1; -1)$.

Vậy $AB = |\overrightarrow{AB}| = 1$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 470. Xét $f(x) = |x^2 - 2x|(|x| - 1)$, ta có

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x & \text{nếu } x \geq 2 \\ -x^3 + 3x^2 - 2x & \text{nếu } 0 \leq x < 2 \\ -x^3 + x^2 + 2x & \text{nếu } x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 & \text{nếu } x > 2 \\ -3x^2 + 6x - 2 & \text{nếu } 0 < x < 2 \\ -3x^2 + 3x + 2 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

Từ đó $f'(x) = 0$ có các nghiệm $x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6}$ và $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{33}}{6}$	0	$\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y						

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $|x^2 - 2x|(|x| - 1) = m$ có tối đa 4 nghiệm.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 471. Ta có $\frac{2x - 1}{x + 1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m - 1)x + m + 1 = 0$ ($x \neq -1$) (*)

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta = (m - 1)^2 - 4(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m > 3 + 2\sqrt{3}$ hoặc $m < 3 - 2\sqrt{3}$.

Ta có $AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (x_1 + m - x_2 - m)^2 = 2(x_1 - x_2)^2$.

Suy ra $AB^2 \leq 4^2 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 \leq 16 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \leq 8$.

Áp dụng định lí Vi-ét, bất đẳng thức cuối cùng tương đương với

$$(m - 1)^2 - 4(m + 1) \leq 8 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 11 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{5} \leq m \leq 3 + 2\sqrt{5}.$$

Kết hợp với điều kiện của m ở trên ta được $m = 7$ (do m nguyên).

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 472. Số giao điểm của hai đồ thị chính bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 giao điểm.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 473. Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$

Vậy có ba giao điểm.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 474. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x^2 - 2x + 3 = x^2 - x + 1 \Rightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ hoặc } x = 2.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 475. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ là

$$\frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1) = (x-1)(x^2-1) \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2(x-3) = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại 2 điểm.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 476. Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, Suy ra $y(0) = 2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 477. Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2x^2 - x + 1 = x^2 - x + 3 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 2x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 478. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C) : y = x^3 - x^2 + x + 1$ và $d : y = 2$ là

$$x^3 - x^2 + x + 1 = 2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

Phương trình trên có nghiệm duy nhất $x = 1$ nên (C) và d cắt nhau tại duy nhất 1 điểm.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 479. Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 + 4$ và $y = -4$ là:

$$\frac{x^4}{2} - 4x^2 + 4 = -4 \Leftrightarrow x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 + 4$ và đường thẳng $y = -4$ có 2 điểm chung.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 480. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 + x^2$ và $y = 4x^2 + 4$ là

$$x^4 + x^2 = 4x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Vậy đồ thị hai hàm số $y = x^4 + x^2$ và $y = 4x^2 + 4$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 481. Để $f(x) = 3m$ có ba nghiệm phân biệt thì $3m < -3 \Leftrightarrow m < -1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 482. Dựa vào bảng biến thiên hàm số $f(x)$ kết luận phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 483. Ta có $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$. Vì $-2 < 2 < 4$ nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 484. Phương trình $|f(x)| = 3$ có hai nghiệm trên khoảng $(0; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ nên phương trình $f(x) = -3$ có một nghiệm, hay phương trình $|f(x)| = 3$ có một nghiệm trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Vậy phương trình $|f(x)| = 3$ có 3 nghiệm.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 485. Phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$.

$$\text{Đặt } t = x^3 - 3x^2 + 2. \text{ Phương trình trở thành: } t^3 - 3t^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 + \sqrt{3} \\ t = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta có:

- Với $t = 1$: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Với $t = 1 + \sqrt{3}$: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = 1 + \sqrt{3}$ có 1 nghiệm.
- Với $t = 1 - \sqrt{3}$: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = 1 - \sqrt{3}$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 486. Dựa trên đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm chung khi và chỉ khi $m > 0$ hoặc $m = -1$.

Do đó khi $m > 0$, phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 487. Đặt $a = x^3 - 3x^2 + 2$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f(a) = 0$ có ba nghiệm a_1, a_2, a_3 trong đó $-1 < a_1 < 0, a_2 = 1, 2 < a_3 < 3$.

- Với $-1 < a_1 < 0$, ta thấy đường thẳng $y = a_1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt, trong đó có hai điểm có hoành độ dương, 1 điểm có hoành độ âm.
- Với $a_2 = 1$, ta thấy đường thẳng $y = a_2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt, trong đó có hai điểm có hoành độ dương, 1 điểm có hoành độ âm.

- Với $2 < a_3 < 3$, ta thấy đường thẳng $y = a_3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất, và có hoành độ dương.

Vậy, phương trình đã cho có đúng 5 nghiệm dương phân biệt.

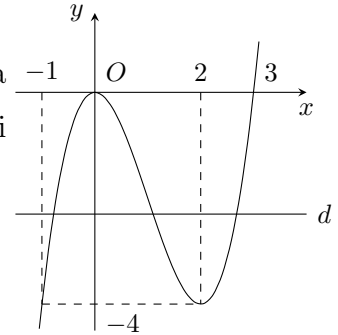
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 488.

Ta có $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m^3 - 3m^2$.

Xét đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi đường thẳng $d: y = m^3 - 3m^2$ cắt đồ thị (C) tại

$$\text{ba điểm phân biệt} \Leftrightarrow -4 < m^3 - 3m^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \\ m \neq 2. \end{cases}$$



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 489. Gọi $(\mathcal{C}): y = x^3 - 3x$ và $d: y = 2m + 1$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi d cắt $(\mathcal{C})$ tại 3 điểm phân biệt
 $\Leftrightarrow -2 < 2m + 1 < 2 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 490. Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 491. Số giao điểm của đường thẳng $y = 2x - 1$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ là số nghiệm của phương trình: $2x - 1 = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.

$$2x - 1 = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x - 1)(x + 1) = x^2 - x - 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 492. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành: $x^3 + (m + 2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2 = 0$ (1) $\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + (m + 3)x + m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (m + 3)x + m^2 = 0 \end{cases}$ (2).

Đồ thị cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 nghiệm phân

$$\text{biệt khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ 1 + m + 3 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3m^2 + 6m + 9 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: 0, 1, 2.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 493. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = mx$ và đồ thị hàm số $y =$

$$x^3 - 6x^2 \text{ là } x^3 - 6x^2 = mx \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x - m = 0. \end{cases}$$

Đường thẳng $y = mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 6x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 9 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -9. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 494. Ta có: $2x^3 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 + 1 = m + 1$.

$$\text{Phương trình trên có duy nhất một nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 < 1 \\ m + 1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 495. Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{3x+m}{x-1} = 2x+1 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 1 - m = 0$ (*)

Để đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d có điểm chung $\Leftrightarrow$ (*) có nghiệm khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - 2(-1 - m) \geq 0 \\ -3 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 496. Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ chính là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $-4 < m < 2$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 497. Phương trình tương đương với $f(x) = -m$. Khi đó, phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị của hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khác 0.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $-1 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 498. Xét phương trình $x^4 - 4x^2 + |\log_3 a| + 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = -|\log_3 a|$.

Đặt $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3, x \in \mathbb{R}$, khi đó, $f'(x) = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{2}$. Ta có bảng biến thiên,

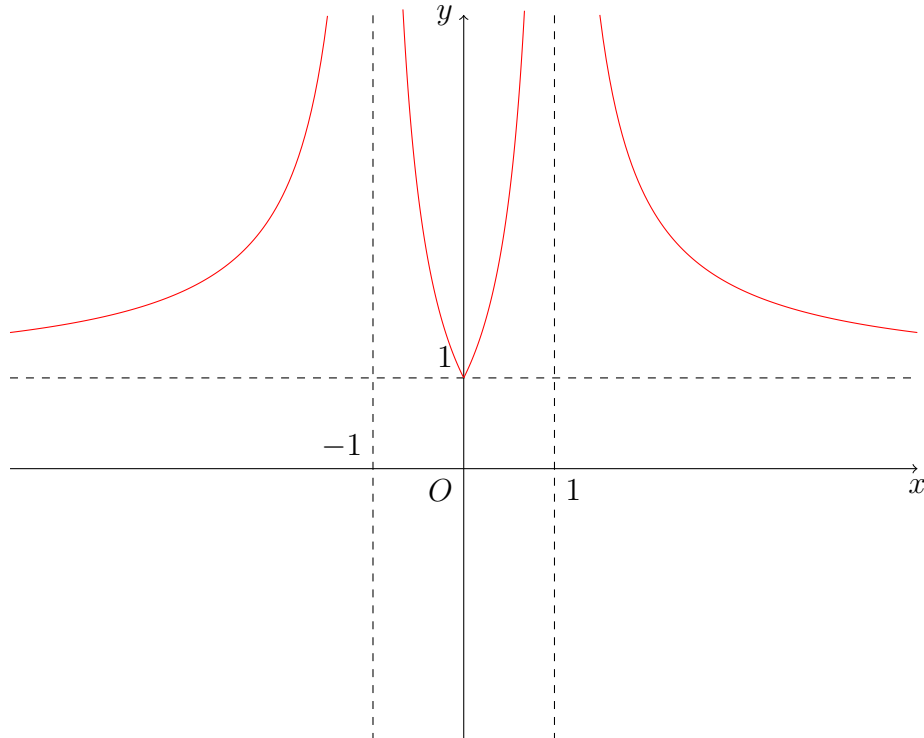
x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		3		-1		$+\infty$

Khi đó, phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

$$-1 < -|\log_3 a| < 3 \Leftrightarrow -3 < |\log_3 a| < 1 \Leftrightarrow -1 < \log_3 a < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < a < 3.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 500. Ta có đồ thị của hàm số $y = \left| \frac{|x| + 1}{|x| - 1} \right|$ như sau:



Phương trình $\left| \frac{|x| + 1}{|x| - 1} \right| = m$ có nghiệm khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = \left| \frac{|x| + 1}{|x| - 1} \right|$ và đường thẳng $y = m$ (đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $M(0; m)$) có điểm chung.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có nghiệm khi $m \geq 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 501. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$ nên các bất phương trình có trong các đáp án đều có nghiệm và có số nghiệm là vô số.

Vậy đáp án của câu hỏi này là : "Bất phương trình $f(x) < m$ có nghiệm với mọi giá trị của m "

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 502. Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x + 1 = \frac{x + 3}{x - 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 4 = 0 \text{ (1)} \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Dễ thấy (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1. Do đó đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Giả sử $A(x_1; x_1 + 1)$ thì $B(x_2; x_2 + 1)$.

Khi đó $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (x_1 + 1 - x_2 - 1)^2 = 2(x_2 - x_1)^2 = 2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2$.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$, từ đó suy ra $AB^2 = 34 \Rightarrow AB = \sqrt{34}$.

Ta chọn đáp án **A**

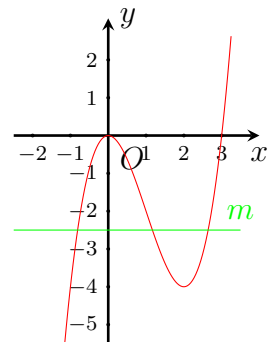
Câu 503. Dựa vào bảng biến thiên đã cho, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m < 2$ hay $m \in (-1; 2)$ vì lúc đó, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 504.

$$x^3 - 3x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m.$$

Khi đó số nghiệm của phương trình ban đầu chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và $y = m$. Dựa vào hình vẽ suy ra $-4 < m < 0$.



Ta chọn đáp án **C**

Câu 505. Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{1-x} = x+m \Rightarrow x^2 + (1+m)x - m - 1 = 0$.
(1)

Để đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1. Điều đó tương đương với $\begin{cases} (1+m)^2 + 4(m+1) > 0 \\ 1^2 + (1+m) \cdot 1 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1 \text{ hoặc } m < -5$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 506. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{x+1} &= m-x, x \neq -1 \\ \Leftrightarrow x+2 &= (x+1)(m-x), x \neq -1 \\ \Leftrightarrow g(x) &= x^2 + (2-m)x + 2-m = 0, x \neq -1 \quad (*) \end{aligned}$$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

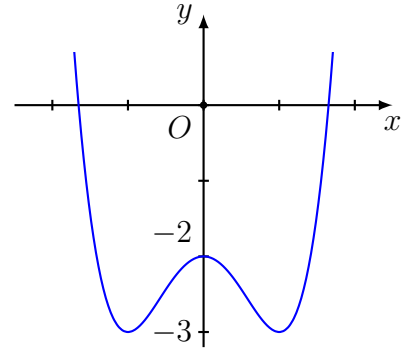
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (2-m)^2 - 4(2-m) > 0 \\ g(-1) = (-1)^2 + (2-m)(-1) + 2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 507.

Từ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$, ta có đường thẳng $y = 2m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ tại 4 điểm phân biệt nếu

$$-3 < 2m + 1 < -2 \Leftrightarrow -2 < m < -\frac{3}{2}$$



Ta chọn đáp án **A**

Câu 508. Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x^2 + x - 1 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow (0; -1) \\ x = 1 \Rightarrow (1; 0) \end{cases}$

Vậy tổng các tung độ bằng -1 .

Ta chọn đáp án **C**

Câu 509. Ta có $y'' = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Suy ra, điểm uốn của đồ thị là $I(1; 1)$.

Do điểm uốn I luôn thuộc đường thẳng đã cho, nên ta chỉ cần tìm điều kiện để đồ thị cắt đường thẳng tại ba điểm phân biệt.

Phương trình hoành độ giao độ của hai đồ thị là:

$$mx - m + 1 = x^3 - 3x^2 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (m - 1)x + m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x - m - 1 = 0(*) \end{cases}$$

$$(*) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m + 2 > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 510. Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng:

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m - 1)x + 2 = 2 - x \Leftrightarrow x[x^2 + 2mx + (3m - 2)] = 0 (*)$$

Để đồ thị cắt đường thẳng tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + (3m - 2) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ 3 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases} (**).$$

Gọi A, B, C là giao điểm của đồ thị và đường thẳng $y = 2 - x$, do B và C không nằm trên trục

$$Oy \text{ nên } A(0; 2), B(x_1; 2 - x_1), C(x_2; 2 - x_2). \text{ Theo định lý vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases}.$$

Do tam giác OBC có diện tích bằng 2 nên $\frac{1}{2}OH \cdot BC = 2$, trong đó OH là khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng $y = 2 - x \Rightarrow OH = \sqrt{2}$.

$$BC = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 8x_1 x_2} = \sqrt{2(-2m)^2 - 4(3m - 2)} = \sqrt{2}\sqrt{4m^2 - 12m + 8}.$$

Ta có phương trình $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{4m^2 - 12m + 8} = 2 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 8 = 4 \Leftrightarrow m = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$. (thỏa mãn)

Ta chọn đáp án **B**

Câu 511. Nhận thấy đường thẳng $y = mx - m + 1$ luôn đi qua điểm uốn $B(1; 1)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$, do vậy nếu nó cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C thì luôn thỏa mãn $AB = BC$. Thử $m = -3$ thì đường thẳng không cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt nên loại trừ các phương án A, B.

Thử $m = -\frac{3}{2}$ thì đường thẳng cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt nên loại trừ các phương án C.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 512. - Để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $(C) : y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt là phương trình hoành độ giao điểm $(x - 1)(x^2 - 2x - 2 + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt, giải ra ra được $m < 3$.

- Nhận thấy (C) có điểm uốn $U(1; -m)$ luôn thuộc đường thẳng $y = -mx$ nên để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $m < 3$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 513. Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và đường thẳng $d : y = mx + m$

$$x^3 - 3x^2 - mx - m + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 4x - m + 4) = 0 \quad (*)$$

Điều kiện để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $m > 0$.

Với $m > 0$ phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 2 - \sqrt{m}; x_3 = 2 + \sqrt{m}$. Tọa độ các giao điểm $A(-1; 0), B(2 + \sqrt{m}; 3m + m\sqrt{m}), C(2 - \sqrt{m}; 3m - m\sqrt{m})$

Khoảng cách từ O đến d : $d = OH = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}}$. $BC = \sqrt{4m + 4m^3}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}} \times \sqrt{4m + 4m^3} = 8 \Leftrightarrow m\sqrt{m} = 8 \Leftrightarrow m = 4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 514. Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m = 0 \quad (17.1)$$

(C) cắt d tại 2 điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (17.1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4m >$

$$0(x \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$$

Gọi $A(x_1, -x_1 + m), B(x_2, -x_2 + m)$, ta có

$$\overrightarrow{OA} = (x_1, -x_1 + m) \Rightarrow OA = \sqrt{2x_1^2 - 2x_1m + m^2}$$

$$\overrightarrow{OB} = (x_2, -x_2 + m) \Rightarrow OB = \sqrt{2x_2^2 - 2x_2m + m^2}$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, -x_2 + x_1) \Rightarrow AB = |x_2 - x_1|\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]| = \frac{1}{2} |x_2 - x_1| \cdot |m|$$

Mặt khác

$$\frac{OA \cdot OB \cdot AB}{4R} = S$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2x_1^2 - 2x_1m + m^2} \cdot \sqrt{2x_2^2 - 2x_2m + m^2} |x_2 - x_1| \sqrt{2}}{4 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} |x_2 - x_1| \cdot |m|$$

$$\Leftrightarrow (2x_1^2 - 2x_1m + m^2) \cdot (2x_2^2 - 2x_2m + m^2) = 16m^2$$

$$\Leftrightarrow 4x_1^2x_2^2 - 4x_1x_2m(x_1 + x_2) + 2m^2(x_1^2 + x_2^2) + 4x_1x_2m^2 - 2m^3(x_1 + x_2) + m^4 - 16m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2(m^2 - 4m - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 6 \end{cases} \quad (\text{do điều kiện có 2 nghiệm phân biệt})$$

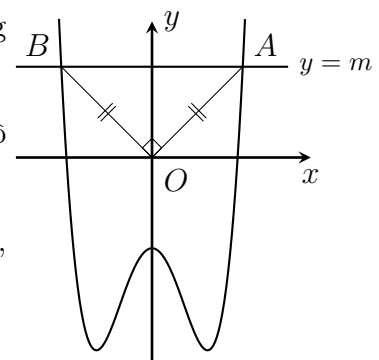
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 515.

Dễ thấy tam giác OAB cân tại O , do đó nếu tam giác OAB vuông thì nó vuông cân tại O .

Từ đó suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 45^\circ$. Giả sử A là điểm có hoành độ dương, thế thì $A(|m|, m)$ và $B(-|m|, m)$.

Do A thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ nên $m^4 - 3m^2 - m - 2 = 0$, từ đó suy ra $m = 2$ là đáp án đúng.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 516. Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ x_0 có hệ số góc là $y'(x_0) = x_0^2 - 6x_0 + 1 = (x_0 - 3)^2 - 8 \geq -8$.

Do đó hệ số góc nhỏ nhất là -8 , xảy ra khi và chỉ khi $x_0 = 3$.

Từ đó ta có phương trình tiếp tuyến tương ứng là $y = -8(x - 3) + f(3) \Leftrightarrow y = -8x + 10$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 517. Ta có $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x - 1)^2}$.

Pttt của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(3; \frac{5}{2}\right)$ là $y = y'(3) \cdot (x - 3) + \frac{5}{2} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 518. Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $y' = \frac{-1}{(2x - 3)^2}$. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M\left(x_0, \frac{x_0 - 1}{2x_0 - 3}\right)$. Khi đó Δ có phương trình:

$$y - \frac{x_0 - 1}{2x_0 - 3} = \frac{-1}{(2x_0 - 3)^2} (x - x_0) \text{ hay } x + (2x_0 - 3)^2 y - 2x_0^2 + 4x_0 - 3 = 0.$$

$$d(I, \Delta) = \frac{|2x_0 - 3|}{\sqrt{(2x_0 - 3)^4 + 1}} \leq \frac{|2x_0 - 3|}{\sqrt{2(2x_0 - 3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } (2x_0 - 3)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 1 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 519. Ta có $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y'(0) = -3 \end{cases} \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến tại $x = 0 : y = -3x + 1$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 520. Phương trình đường thẳng qua điểm $A(-1; 0)$ với hệ số góc a có dạng $y = a(x + 1) = ax + a$ (d).

Đường thẳng (d) là tiếp tuyến khi hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x = ax + a \\ 3x^2 - 6x + 2 = a \end{cases}$ có nghiệm.

Dễ thấy hệ có ba nghiệm $(a; x)$ phân biệt nên có ba tiếp tuyến.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 521. Gọi $M(m; m^3 - 3m)$, phương trình tiếp tuyến Δ tại M của đồ thị (C) là: $y = (3m^2 - 3)(x - m) + m^3 - 3m$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là

$$x(x^2 - 3) = (3m^2 - 3)(x - m) + m^3 - 3m \Leftrightarrow (x - m)^2(x + 2m) = 0$$

Khi đó $x_A = -2m$.

Vì B là giao điểm của Δ với trục hoành nên $x_B = \frac{2m^3}{3m^2 - 2}$.

Điều kiện để M là trung điểm của AB là

$$x_A + x_B = 2x_M \Leftrightarrow -2m + \frac{2m^3}{3m^2 - 2} = 2m \Leftrightarrow m(5m^2 - 6) = 0$$

Vì A khác M nên $m \neq -2m \Leftrightarrow m \neq 0$. Do đó, ta được $5m^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{6}{5}}$.

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 522. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 6}{x + 2}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -2$, đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao của hai đường tiệm cận nên có tọa độ là $I(-2; 2)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 523. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 6x - 3x^2$; $y'' = 6 - 6x$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4$.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2 + 3x^2 - x^3$ là điểm $I(1; 4)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 524. Tập hợp tất cả những điểm trong mặt phẳng cách đều gốc tọa độ O một khoảng bằng 2 là đường tròn $(O; 2)$. Mặt khác, ta lại có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, (C) luôn cắt $(O; 2)$ tại hai điểm phân biệt.

Vậy có 2 điểm M trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến gốc tọa độ bằng 2.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 525. Điểm $M\left(a; \frac{2a+1}{a+2}\right) \in \mathcal{H}$.

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến } d \text{ là } d(M; d) = \frac{\left|3a - \frac{2a+1}{a+2} + 6\right|}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \left|\frac{3a^2 + 10a + 11}{a+2}\right|.$$

Khảo sát hàm số $y = f(a) = \frac{3a^2 + 10a + 11}{a+2}$, ta có bảng biến thiên như sau:

a	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
$f'(a)$	+ 0 -			- 0 +	
$f(a)$	$-\infty$	-8	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$ f(a) $	$+\infty$	8	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Dựa bảng biến thiên trên ta thấy hàm số $y = f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a = -1$.

Khi đó $b = \frac{2a+1}{a+2} = -1$.

Hay khoảng cách nhỏ nhất từ M đến d đạt được khi $a = -1$, $b = -1$. Vậy $a + b = -2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 526. Với $x = 2 \Rightarrow y = 3$. Vậy điểm có tọa độ $(0; 3)$ thuộc (C) .

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 527. Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị có tọa độ là các số nguyên, khi đó
$$\begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 = \frac{2x_0 - 5}{3x_0 - 1} \in \mathbb{Z} \end{cases}.$$

$$\text{Vì } y_0 = \frac{2x_0 - 5}{3x_0 - 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3y_0 = \frac{6x_0 - 15}{3x_0 - 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 - \frac{13}{3x_0 - 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -4 \end{cases} \text{ (do } x_0 \in \mathbb{Z}).$$

Thử lại ta có các điểm có tọa độ nguyên trên đồ thị hàm số đã cho là $M_1(0; 5)$, $M_2(-4; 1)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 528. Áp dụng tính chất: Tiếp tuyến bất kỳ của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ luôn tạo với hai tiệm cận một tam giác có diện tích không đổi.

Chọn $M(3; 0) \in (C)$. Tiếp tuyến tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại $A(-1; y_A)$ và $B(x_B; 1)$ nhận điểm M là trung điểm.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 7 \\ y_A = 2y_M - y_B = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -1); B(7; 1).$$

Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1; 1)$.

Suy ra $IA = |-1 - 1| = 2$ và $IB = |7 - (-1)| = 8$. Vậy $S_{IAB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 = 8$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 529. Do M, N thuộc hai nhánh khác nhau nên $M\left(3 - \alpha; 3 - \frac{8}{\alpha}\right), N\left(3 + \beta; 3 + \frac{8}{\beta}\right)$ với $\alpha, \beta > 0$.

Khi đó $MN^2 = (\alpha + \beta)^2 + \left(\frac{8}{\alpha} + \frac{8}{\beta}\right)^2 = (\alpha + \beta)^2 + \frac{64(\alpha + \beta)^2}{(\alpha\beta)^2} = (\alpha + \beta)^2 \left(1 + \frac{64}{(\alpha\beta)^2}\right) \geq 4\alpha\beta \left(1 + \frac{64}{(\alpha\beta)^2}\right) = 4\left(\alpha\beta + \frac{64}{\alpha\beta}\right) \geq 4 \cdot 2 \cdot 8 = 64$.

Vậy $\min MN = 8$ khi $\begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha\beta = \frac{64}{\alpha\beta} \end{cases} \Leftrightarrow \alpha = \beta = 2\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

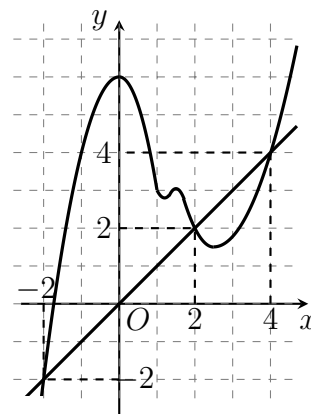
Câu 530.

Ta có $h(x) = 2f(x) - x^2$ nên $h'(x) = 2(f'(x) - x)$.

Dựa vào hình vẽ bên và tính chất của tích phân ta thấy $h(2) - h(-2) =$

$$\int_{-2}^2 h'(x) dx = 2 \int_{-2}^2 (f'(x) - x) dx > 0 \text{ nên } h(2) > h(-2).$$

Tương tự ta có $h(4) > h(-2), h(2) > h(4)$, từ đó chọn phương án C.



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 531. Ta có $2^{\sqrt[3]{x^2}} \cdot 4^{\sqrt[3]{y^2}} \cdot 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128 \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2}} = 2^7 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2} = 7$ (1)

$$(xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2 \Leftrightarrow xy^2 z^4 = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{y^2} \sqrt[3]{z^4} = 1 \quad (2).$$

Đặt $a = \sqrt[3]{x} > 0$ (theo (2)), $b = \sqrt[3]{y}$, $c = \sqrt[3]{z}$

Theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$$7 = a^2 + 2b^2 + 4c^2 = a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2 \geq 7\sqrt[7]{a^2 b^4 c^8} = 7.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a^2 = b^2 = c^2$, hay $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{z^2}$.

Thay vào (1) ta được $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{z^2} = 1$.

Vì $x > 0$ nên có 4 bộ số thỏa mãn là

$$(x, y, z) = (1; 1; 1); (x, y, z) = (1; -1; 1); (x, y, z) = (1; 1; -1); (x, y, z) = (1; -1; -1).$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 532. Ta có $A = 64^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{64} = 8 \cdot 4 \cdot 2 = 64$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 533. Ta viết lại $P = (7 + 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})^{2016}(4\sqrt{3} - 7)^{2016} = (7 + 4\sqrt{3})((7 + 4\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 7))^{2016}$.
Sử dụng máy tính, tính được $(7 + 4\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 7) = -1$. Suy ra $P = (7 + 4\sqrt{3})(-1)^{2016} = (7 + 4\sqrt{3})$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 534.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 535. Với $x > 0$, ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 536. Ta có $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 537. $Q = b^{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = b^{\frac{2}{15}}$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 538. Ta có:

$$(2017)! \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017} = (2017)! \left(\frac{2}{1}\right)^1 \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdots \left(\frac{2017}{2016}\right)^{2016} \left(\frac{2018}{2017}\right)^{2017}$$

$$= (2017)! \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdots \frac{1}{2016} \cdot \frac{2018^{2017}}{2017} = 2018^{2017}.$$

Vậy $a = 2018; b = 2017$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 539. $\frac{1}{a}^{\sqrt{5}} = a^{-\sqrt{5}}$. Do $a > 1$ suy ra $a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 540. Áp dụng lý thuyết: Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương. Do đó hàm số $y = (x - 2)^{\frac{5}{4}}$ xác định khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 541. Vì hàm số $y = (1 - x)^\pi$ là hàm số lũy thừa có số mũ π không nguyên nên hàm số xác định khi

$$1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 542. Điều kiện: $x - 1 > 0$ (vì $\frac{1}{3}$ không nguyên) $\Rightarrow x > 1 \Rightarrow$ tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 543. Với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \forall a \neq 0$. Áp dụng $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 544. Do $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 + m > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m > 0$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 545. Áp dụng công thức $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$, ta có: $y' = (x^{\sqrt{2}})' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 546. Với $a + bx^3 > 0$ ta có $y = (a + bx^3)^{\frac{1}{3}}$ nên $y' = \frac{1}{3}(a + bx^3)^{-\frac{2}{3}} \cdot 3bx^2 = \frac{bx^2}{\sqrt[3]{(a + bx^3)^2}}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 547. Ta có $y' = \frac{4x-1}{3\sqrt[3]{(2x^2-x+1)^2}} \Rightarrow f'(0) = -\frac{1}{3}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 548. Theo tính chất của logarit ta có $a^{\log_a x} = x$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 549. $\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2(1 + \log_2 3) + \log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1} = 2 + \frac{\log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1}$
 $\Rightarrow a = 2, b = -2, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 1$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 550.

- 2^{756839} có chữ số tận cùng khác 0 nên 2^{756839} và $p = 2^{756839} - 1$ có số các chữ số bằng nhau.
- Số các chữ số khi viết trong hệ thập phân của $p = 2^{756839} - 1$ là: $[\log 2^{756839}] + 1 = [756839 \log 2] + 1 = [227831, 2409] + 1 = 227832$.

Suy ra $p = 2^{756839} - 1$ khi viết trong hệ thập phân là số có 227832 chữ số.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 551. Từ giả thiết suy ra $(a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$. Logarit hoá 2 vế theo cơ số 2 ta có: $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 552. $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2\log_a a = 2$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 553. Biểu thức có nghĩa khi và chỉ khi $2 - a > 0$, hay $a < 2$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 554. Từ $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ ta có $\log_b x = \log_b a \log_a x \Rightarrow \log_b a = \frac{3}{2}$.

$$\text{Do đó: } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{\log_b x}{\log_b \left(\frac{a}{b^2}\right)} = \frac{\log_b x}{\log_b a - \log_b b^2} = \frac{3}{\frac{3}{2} - 2} = -6.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 555. $A = 2^{\log_4 9 + \log_2 5} = 2^{\log_4 9} \cdot 2^{\log_2 5} = (2^{\log_2 9})^{\frac{1}{2}} \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 15$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 556. Ta có $P = P = \log_{a^{1/3}} a^3 = 9 \log_a a = 9$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 557. Áp dụng công thức $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ ($0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, c > 0$). Ta có $P = \log_2 3 \cdot (2 \log_3 5) \cdot \log_5 b = 2 \log_2 b$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 558. Ta có $2^{\log_4 3} = \sqrt{3}$ và $5^{\log_{125} 27} = 3$. Suy ra $\sqrt[3]{2^{\log_4 3} \cdot 5^{\log_{125} 27}} = \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 559. Thấy ngay trong các thừa số có $\log_3(2 \cos 60^\circ) = \log_3 1 = 0 \Rightarrow F = 0$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 560. Ta có: $A = \log_a (a^4 \sqrt[3]{b}) - \log_a c^3 = \log_a a^4 + \log_a b^{\frac{1}{3}} - 3 \log_a c = 4 + \frac{1}{3} \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 11$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 561. Ta có $P = \log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 562. Ta có $N = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7} = -\log_3 7 + 2 \log_3 7 + 2 \log_3 7 = 3 \log_3 7$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 563. Ta có $M = 3^{\log_{\frac{1}{27}} 2} = 3^{-\frac{1}{3} \log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 564. Ta có $\log_a b = 5 \Rightarrow b = a^5$, $\log_a c = -3 \Rightarrow c = a^{-3}$.

$$\text{Vậy } \log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right) = \log_a \left(\frac{a^4 \cdot a^{\frac{5}{3}}}{a^{-6}} \right) = \log_a a^{\frac{35}{3}} = \frac{35}{3}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 565. Ta có $\log_a (a^2 b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 566. Ta có $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_a b = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow 4 \log_a b = \log_a b^4 = 8$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 567.

$$\begin{aligned}
P &= \log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \cdots + \log(\tan 89^\circ) \\
&= \log(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdots \tan 89^\circ) \\
&= \log(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdots \tan 44^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \cot 44^\circ \cdots \cot 3^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 1^\circ) \\
&= \log 1 = 0.
\end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 568. Ta có: $\log_a b = \frac{b}{4} \Rightarrow b = a^{\frac{b}{4}}$; $\log_2 a = \frac{16}{b} \Rightarrow a = 2^{\frac{16}{b}}$.

Do đó: $b = \left(2^{\frac{16}{b}}\right)^{\frac{b}{4}} = 2^4 = 16$, suy ra $a = 2$.

Vậy $a + b = 18$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 569. Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a = 2$, $b = 2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 570. - Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x + 3y)^2 = 12xy$ nên $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)} = \frac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x + 3y)^2} = 1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 571. Ta có $\log_a^2 x^2 = \left(-2 \log_a x\right)^2 = 4 \log_a^2 x \neq -4 \log_a^2 x$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 572. Áp dụng công thức sách giáo khoa $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 573. Ta có $\log(a^3) = 3 \log a$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 574. Đáp án C sai vì với $a < b \Rightarrow \begin{cases} 1 < \log_a b \\ \log_b a < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 575. Ta có $5 > 3 \Rightarrow \log_3 5 > \log_3 3 = 1$.

Mặt khác, $4 < 7 \Rightarrow \log_7 4 < \log_7 7 = 1$.

Vậy $\log_3 5 > \log_7 4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 576. Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 577. Ta có $1 < a < b \Rightarrow \begin{cases} \log_a 1 < \log_a a < \log_a b \\ \log_b 1 < \log_b a < \log_b b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 < \log_a b \\ 0 < \log_b a < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 578. Ta có $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2(2a^3) - \log_2(b) = \log_2(2) + \log_2(a^3) - \log_2(b) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 579. Với mọi số dương a, b ta có: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 580.

- $\left(\frac{2017}{2016} \right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$, nếu chọn $x = 1$ ta thấy rõ ràng sai.
- $\log_{2016} 2017 < 1 \Leftrightarrow 2017 < 2016^1$ vô lý.
- $\log_{2017} 2016 > 1 \Leftrightarrow 2016 > 2017^1$ vô lý.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 581.

- Đáp án A sai với $\alpha = 0$.
- Đáp án B sai vì $(\log_a b)^2 = \log_a b \cdot \log_a b$.
- Đáp án C sai vì $\log_a(2b) = \log_a 2 + \log_a b$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 582. $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + \frac{1}{2} \cdot 6\log_a b = 6\log_a b$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 583. Ta có $P = \log_{a^2}(ab^6) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b^6 = \frac{1}{2} \log_a a + \frac{1}{2} \log_a b^6 = \frac{1}{2} + 3\log_a b$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 584. Đặt $t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b) \Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a+b = 9^t \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \left(\frac{2}{3}\right)^t > 0.$

Vậy ta có $a+b = 9^t \Leftrightarrow 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 585. Lấy $b > a > 1$ ta thấy $\log_a \frac{a}{b} < 0.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 586. Ta có $P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 587. Với giả thiết bài toán ta có $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy+x+2y-4 \Leftrightarrow \log_3 3(1-xy)+3(1-xy) = \log_3(x+2y)+x+2y$

Vì hàm số $f(x) = x + \log_3 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên từ trên ta suy ra $3(1-xy) = x+2y \Leftrightarrow 11 = (3x+2)(3y+1).$

Dùng bất đẳng thức $AM - GM$ suy ra $3x+2+3y+1 \geq 2\sqrt{11}.$

Suy ra $x+y \geq \frac{2\sqrt{11}-3}{3}.$ Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} 3x+2=3y+1 \\ 3(1-xy)=x+2y \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{11}-2}{3} \\ y = \frac{\sqrt{11}-1}{3} \end{cases}.$

Vậy phương án đúng là D.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 588. Ta có $\log_4 500 = \frac{1}{2} \log_2(2^2 \cdot 5^3) = \frac{1}{2}(2+3a).$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 589. $\log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} \frac{12}{6}} = \frac{\log_{12} 7}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 590. Ta có $\frac{1}{b} = \log_3 5 \Rightarrow \frac{a}{b} = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5.$ Vậy ta đưa về cơ số 2.

$\log_6 45 = \frac{\log_2(3^2 \cdot 5)}{\log_2 3 + 1} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{a+1} = \frac{2ab+a}{ab+b}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 591. Ta có $\log 9000 = \log(3^2 \cdot 1000) = \log 10^3 + \log 3^2 = 3 \log 10 + 2 \log 3 = 3 + 2a.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 592. Do $a, b > 0$ nên $a+b = \sqrt{(a+b)^2} = \sqrt{a^2+b^2+2ab} = \sqrt{98ab+2ab} = \sqrt{100ab}.$

Suy ra $P = \ln \left(\frac{a+b}{10} \right) = \ln \left(\frac{\sqrt{100ab}}{10} \right) = \ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2} \ln(ab).$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 593. Ta có: $x = a^\alpha = b^\beta \Rightarrow \alpha = \beta \log_a b \Rightarrow \log_a b = \frac{\alpha}{\beta}$.

$$\text{Do đó, } \log_{ab^2} x^2 = \log_{ab^2} a^{2\alpha} = 2\alpha \cdot \frac{1}{\log_a ab^2} = 2\alpha \cdot \frac{1}{1 + 2\log_a b} = 2\alpha \cdot \frac{1}{1 + 2\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 594. Ta có $\alpha = \log_3 189 = \log_3(3^3 \cdot 7) = 3 + \log_3 7 \Rightarrow \log_3 7 = \alpha - 3$.

$$\text{Do đó, ta có } \log_{189} 7 = \frac{1}{\log_7 189} = \frac{1}{\log_7(3^3 \cdot 7)} = \frac{1}{1 + 3\log_7 3} = \frac{\log_3 7}{\log_3 7 + 3} = \frac{\alpha - 3}{\alpha - 3 + 3} = \frac{\alpha - 3}{\alpha}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 595. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 596. Gọi $A(x_1, y_1), B(x_1, y_2)$. Ta có $\begin{cases} y_1 = \log_a x_1 \Leftrightarrow x_1 = a^{y_1} \\ y_2 = \log_b x_1 \Leftrightarrow x_1 = b^{y_2} \end{cases} \Rightarrow a^{y_1} = b^{y_2}.$

Mà $2HA = 3HB$ nên $2y_1 = -3y_2$. Suy ra

$$a^{-\frac{3y_2}{2}} = b^{y_2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a^3}\right)^{y_2} = (b^2)^{y_2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^3} = b^2 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 1.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 598. Hàm số $y = e^{x^2} - 2x$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 599. Hàm số xác định khi $x \neq 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 600. Điều kiện xác định: $\frac{x+3}{x-2} > 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 2 \end{cases}.$

Vậy $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 601. Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 602. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{0,3}(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 > 0 \\ (x+3) \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq -2.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 603. Điều kiện: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 604. Điều kiện: $\begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ \frac{1}{x^2 - 1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ x < -1, x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 2.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 605. Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 606. Đk: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 2^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{8}.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 607. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x + 2 \neq 0 \\ \frac{x - 3}{x + 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty).$

Vậy $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 608. Đk: $\frac{2 - x}{x + 3} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$ hay $x \in (-3; 2)$

Vậy TXĐ: $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 609. Điều kiện xác định: $\frac{3x + 6}{1 - x} > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-2; 1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 610. Điều kiện xác định của hàm số: $\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x - 10} > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x - 2 > 0 \\ x^2 - 3x - 10 < (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x > 2 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 611. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 612. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{2-x}{x+2} > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-x}{x+2} > 0 \\ \frac{-2x}{x+2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x < -2 \\ x \geq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \mathcal{D} = [0; 2)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 613. Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2) \Leftrightarrow -x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$.

$\Leftrightarrow m > \frac{x^2 - 1}{x + 2} = g(x), \forall x \in (1; 2)$.

Xét $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2} = x - 2 + \frac{3}{x + 2} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{3}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \in (1; 2)$.

Do $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \frac{3}{4}$. Vậy $m \geq \frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 614. Ta có $y' = \frac{(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2) \ln 5} = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 615. Công thức đạo hàm của $y = a^x$ là: $y' = a^x \ln a$.

Nên hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = 13^x \ln 13$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 616. Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 617. Ta có : $y' = (5^{\sin x})' = (\sin x)' \cdot 5^{\sin x} \cdot \ln 5 = 5^{\sin x} \cdot \ln 5 \cdot \cos x$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 618. Ta có : $y' = \frac{(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1) \ln 3} = \frac{2x}{(x^2 - 1) \ln 3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 620. Ta có $y' = xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x, y'' = e^x + xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x + xe^x$.

Vậy $y'' - y' = e^x(x + 1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 621. Ta có $y' = e^x(\sin x - \cos x) + (\cos x + \sin x)e^x = (\sin x - \cos x + \cos x + \sin x)e^x = 2e^x \cdot \sin x$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 622. Ta có $y' = \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' = \frac{4^x - (x+1)4^x \ln 4}{4^{2x}} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{4^x}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 623. Ta có $y' = \frac{(1 + \sqrt{x+1})'}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 624. Ta tính

$$y' = \frac{(1 + \sqrt{x})'}{(1 + \sqrt{x}) \ln 2} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \ln 2} = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) \ln 4}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 625.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 626. Ta có: $y' = [(\sin x)^2]' \cdot e^{(\sin x)^2} = 2 \sin x \cdot (\sin x)' \cdot e^{(\sin x)^2} = 2 \sin x \cos x \cdot e^{(\sin x)^2} = \sin 2x \cdot e^{(\sin x)^2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

$$\text{Ta có } y' = 4^{x^2-2x+3} \cdot (x^2 - 2x + 3)' \ln 4$$

$$= 4^{x^2-2x+3} \cdot (2x - 2) \ln 4$$

Câu 627.

$$= (2x - 2)4^3 \cdot 4^{x^2-2x} \cdot \ln 4$$

$$= 128(x - 1) \cdot 4^{x^2-2x} \cdot \ln 4.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 628. Ta có $y' = 2^x \ln 2 + \frac{2x - 1}{(x^2 - x + 1) \ln 10}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 629. Điều kiện xác định: $3x^2 - 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.

Ta có $y' = \frac{6x - 2}{3x^2 - 2x - 1}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ (không thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 630. Điều kiện xác định: $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$.

Ta có $y' = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x - 3}$.

Khi đó, $y' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 2}{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$.

So sánh với điều kiện, ta được $x > 3$.

Vậy $S = (3; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 631. Ta có $y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 2} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 632. Ta có $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \left(\frac{-1}{x^2}\right) \ln x + \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} = -\frac{\ln x}{x^2}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 633. Ta có $f'(x) = \frac{e^{\frac{x}{2018}}}{e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e}}$.

Ta sẽ chứng minh nếu $a + b = 2018$ thì $f'(a) + f'(b) = 1$. Thật vậy, đặt $k = \frac{1}{2018}$ thì

$$\begin{aligned} f'(a) + f'(b) &= \frac{e^{ka}}{e^{ka} + \sqrt{e}} + \frac{e^{kb}}{e^{kb} + \sqrt{e}} \\ &= \frac{2e^{k(a+b)} + \sqrt{e} \cdot e^{ka} + \sqrt{e} \cdot e^{kb}}{(e^{ka} + \sqrt{e}) \cdot (e^{kb} + \sqrt{e})} \\ &= \frac{2e^{k(a+b)} + \sqrt{e} \cdot e^{ka} + \sqrt{e} \cdot e^{kb}}{e^{k(a+b)} + \sqrt{e} \cdot e^{ka} + \sqrt{e} \cdot e^{kb} + e} \\ &= 1 \quad (\text{vì } k = \frac{1}{2018} \text{ và } a + b = 2018) \end{aligned}$$

Mặt khác, $f'(1009) = \frac{1}{2}$, do đó:

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017) = 1008 + \frac{1}{2} = \frac{2017}{2}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 634. Cách 1. $y' = \frac{(\ln x)' \cdot x - x' \cdot \ln x}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{(1 - \ln x)' \cdot x^2 - (x^2)' (1 - \ln x)}{x^4} = \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - 2x(1 - \ln x)}{x^4} = \frac{-x - 2x(1 - \ln x)}{x^4} = -\frac{1 + 2(1 - \ln x)}{x^3} \\ &= -\frac{3 - 2 \ln x}{x^3}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } 2y' + xy'' = 2 \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2} - x \frac{3 - 2 \ln x}{x^3} = \frac{2 - 2 \ln x - 3 + 2 \ln x}{x^2} = -\frac{1}{x^2}.$$

Cách 2. Ta có $xy = \ln x$, lấy đạo hàm hai vế theo biến x , ta được $y + xy' = \frac{1}{x}.$

Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế theo biến x của biểu thức trên ta được $y' + y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$ hay

$$2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 635. Ta có $y = \ln \frac{1}{x+1} = -\ln(x+1)$

$$\Rightarrow e^y = e^{\ln(x+1)^{-1}} = \frac{1}{x+1} \text{ và } y' = \frac{-1}{x+1}$$

$$\text{Vậy } e^y + y' = 0.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 636. Ta có $y' = 2(x-2)e^x + (x-2)^2e^x = x(x-2)e^x$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Mà $y(1) = e, y(3) = e^3, y(2) = 0$, suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-2)^2e^x$ trên $[1; 3]$ là e^3 .

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 637. Ta có $y' = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$

$$\text{Ta được } y(e^{-1}) = e^{-2} + 2; y(1) = 1; y(e) = e^2 - 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ M = e^2 - 2 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 638. Rút gọn biểu thức $P = -\frac{1}{3}\log_3^3 a + \log_3^2 a + 3\log_3 a + 1$.

Đặt $\log_3 a = t$; vì $a \in \left[\frac{1}{9}; 3\right]$ nên $t \in [-2; 1]$.

Ta được hàm số $f(t) = -\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 3t + 1, t \in [-2; 1]$.

Ta có $f'(t) = -t^2 + 2t + 3$, cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3(\text{loại}) \end{cases}$

t	-2	-1	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3}$

Vậy $M = \frac{14}{3}$ và $m = -\frac{2}{3}$ nên $A = 5m + 2M = 6$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 639. Ta có $P = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_c b$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các cặp số dương $\log_a b$ và $\log_b a$; $\log_a c$ và $4\log_c a$; $\log_b c$ và $4\log_c b$ ta được: $P \geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \log_b a} + 2\sqrt{4\log_a c \cdot \log_c a} + 2\sqrt{4\log_b c \cdot \log_c b} \Rightarrow P \geq 10$. Dấu bằng xảy ra

khi và chỉ khi $\begin{cases} a = b \\ c = b^2 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $\begin{cases} m = 10 \\ n = 2 \end{cases}$, suy ra $m + n = 12$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 640. Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} &= x+2y \\ \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) &= 3(x+y) - (2x+y+1) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + (2x+y+1) &= \log_3[3(x+y)] + 3(x+y). \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = f(a) = \log_3 a + a$ trên $(0; +\infty)$.

Dễ thấy hàm số $y = f(a)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó, $(1) \Leftrightarrow f(2x+y+1) = f(3(x+y)) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3(x+y) \Leftrightarrow x+2y=1$.

Ta có $\frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{y}}$

$$\geq \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4}+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4}+y} + \frac{1}{\frac{1}{4}+y}$$

$$\geq \frac{(1+1+1)^2}{x + \frac{1}{4} + y + \frac{1}{4} + y} = \frac{9}{x + 2y + \frac{1}{2}} = 6.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{4}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 641. Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 3(x+y) + \log_{\sqrt{3}}(3(x+y)) &= (x^2+y^2+xy+2) + \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) \end{aligned}$$

Hay $f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2)$ với $f(t) = t + \log_{\sqrt{3}} t$ có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} > 0, \forall t > 0$.

Do vậy

$$\begin{aligned} 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2 \\ \Leftrightarrow (4x^2+4xy+y^2) + 3(y^2-2y+1) - 6(2x+y) + 5 &= 0 \\ \Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 &= -3(y-1)^2 \leq 0 \end{aligned}$$

Suy ra $1 \leq 2x+y \leq 5$. Do đó $P = 1 + \frac{2x+y-5}{x+y+6} \leq 1$.

Vậy $P_{\max} = 1$.

Ta chọn đáp án **(C)**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3 \log_b \left(\frac{a}{b} \right) = \left[2 \log_{\frac{a}{b}} a \right]^2 + 3 \log_b \left(\frac{a}{b} \right) \\ &= 4 \left[\log_{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \cdot b \right) \right]^2 + 3 \log_b \left(\frac{a}{b} \right) \\ &= 4 \left[1 + \log_{\frac{a}{b}} b \right]^2 + 3 \log_b \left(\frac{a}{b} \right) \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_{\frac{a}{b}} b$, điều kiện $t > 0$ (vì $a > b > 1$).

Xét $P = 4(1+t)^2 + \frac{3}{t} = 4t^2 + 8t + \frac{3}{t} + 4 = f(t)$.

Ta có $f'(t) = 8t + 8 - \frac{3}{t^2} = \frac{8t^3 + 8t^2 - 3}{t^2} = \frac{(2t-1)(4t^2+6t+3)}{t^2}$

Khi đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'			$- \quad 0 \quad +$	
y			$+\infty \quad \searrow \quad 15 \quad \nearrow \quad +\infty$	

Ta suy ra $P_{\min} = f\left(\frac{1}{2}\right) = 15$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 643. Ta có $\ln\left(1 + \frac{x}{y}\right) + 3x^2y - \ln 2 = 7y^3 - x(x^2 + 3y^2)$

$$\Leftrightarrow \ln(x+y) + (x+y)^3 = \ln(2y) + (2y)^3, (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t + t^3$ với $t > 2$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t} + 3t^2 > 0$ với $t > 2$.

Hàm số $f(t)$ đồng biến nên (1) tương đương với $x = y$, thay vào ta được

$$T = x + \frac{1}{x+3y} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4x} \geq \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \geq \frac{5}{4}.$$

Suy ra $m = \frac{5}{4}$ đạt được khi $x = y = 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 644. - Giả thiết tương đương với $\log_2(2-2ab) + (2-2ab) = \log_2(a+b) + (a+b) \Leftrightarrow 2-2ab = a+b$ do hàm $f(t) = \log_2 t + t$ đồng biến trên tập xác định.

- Rút a theo b thay vào P , khi đó $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 645. Ta có $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b} = \sqrt{\log_3 2} \sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 3} \sqrt{\log_3 b}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có $P^2 \leq (\log_3 2 + \log_2 3)(\log_2 a + \log_3 b) = \log_3 2 + \log_2 3$. Suy ra $P \leq \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 646. Hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y' = -2\left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1} \cdot \ln\left(\frac{e}{2}\right) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$

do đó hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

Các hàm số $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$; $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 3^x$ và $y = 2017^x$ đều là các hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1 nên chúng đều đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 647. Hàm số xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x) \cdot \ln 2}.$$

$$\text{Vậy hàm số đã cho đồng biến khi } \begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \\ \frac{2x-2}{(x^2-2x) \cdot \ln 2} > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2.$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 648. Các hàm số mũ và logarit đồng biến trên tập xác định của nó khi hàm số đó có cơ số lớn hơn 1.

Hàm số đồng biến trong đề bài: $y = \log_2 x$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 649. Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$ vì $0 < \left(\frac{2}{e}\right) < 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 650. Ta có: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x^2+1-2x^2)}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Lại có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0; f(-1) = -1; f(1) = 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -1 \geq m$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 651. Ta có $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$, nên câu A đúng.

Và $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \ln(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$, nên câu B đúng.

Và $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_7(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$, nên câu C đúng

D sai do $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0 \Leftrightarrow x(1 + x \log_2 7) < 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 652. Ta tính đạo hàm

$$y' = \frac{e^x(x^2+1) - e^x \cdot (2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{e^x(x-1)^2}{(x^2+1)^2} \geq 0 \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 653. Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq \min g(x)$.

Ta có $g'(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
g'		$-$	0	$+$	0	$-$
g	0			1		0
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
			-1			0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\min g(x) = -1$. Vậy $m \leq -1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 654. Ta có $y' = (2ax+b) \cdot e^{ax^2+bx+c}$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ nên $y'(1) = 2a+b = 0$. Mặt khác $y(0) = e^c = e \Rightarrow c = 1$.

Vậy $y(2) = e^{4a+2b+c} = e \cdot e^{2(2a+b)} = e$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 656. Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

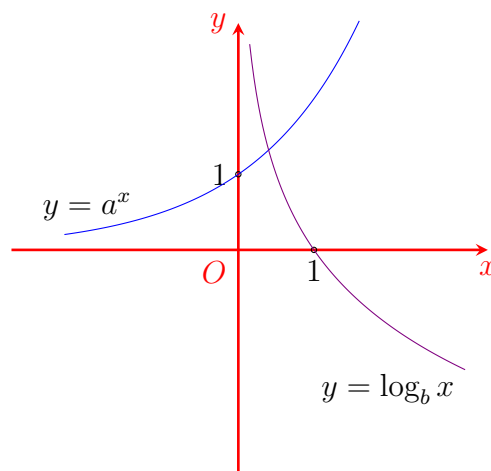
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 657.

Quan sát đồ thị ta thấy.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến nên $a > 1$.

Hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến nên $0 < b < 1$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 658. Từ đồ thị ta thấy $0 < a < 1$ và $b, c > 1$

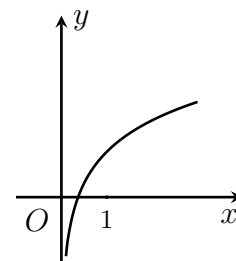
$\forall x_0 : \begin{cases} y_1 = b^{x_0} \\ y_2 = c^{x_0} \end{cases}$ từ đồ thị ta thấy $y_1 > y_2 \Leftrightarrow b^{x_0} > c^{x_0} \Leftrightarrow b > c$. Vậy $a < c < b$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 659.

Chúng ta có $y = f'(x) = \ln x + 1$ nên

- $y = \ln x + 1$ là hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.
- $y(1) = \ln 1 + 1 = 1$, tức là đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$.



Từ đó suy ra, trong bốn đồ thị đã cho ở các phương án **A, B, C, D** chỉ có đồ thị hình bên là thỏa mãn các tính chất trên của hàm số $y = f'(x)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

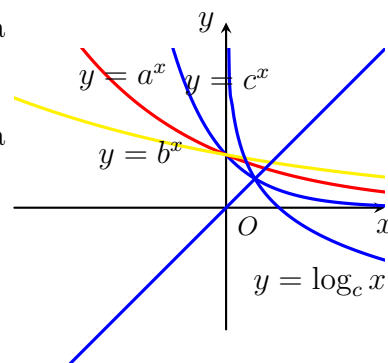
Câu 660. Cả hai đồ thị đều đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên ta có $a > 1, b > 1$. Ngoài ra, vì $\log_a 2 > \log_b 2$ nên phải có $a < b$. Vậy $b > a > 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 662.

Vẽ đồ thị hàm số $y = c^x$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_c x$ qua đường thẳng $y = x$

Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có $c < a < b$.



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 663. Hàm số $y = a^x$ là hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$ và lấy 1 hoành độ bất kỳ đóng lên ta có $c > b > 1$ nên $c > b > a$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 664. Áp dụng công thức tính lãi kép thì số tiền được lĩnh là $T = 100 \cdot (1 + 0,4\%)^6 \approx 102.424.128,4$ (đồng).

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 665. Số tiền thu được là $8.10^7(1 + 6,9\%)^5 \approx 111\,680\,000$ đồng.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 666. Tổng số tiền lĩnh ra sau n năm bằng $50 \cdot (1,06)^n$. Dùng máy tính kiểm tra thấy $n = 12$ thì số tiền lớn hơn 100. Vậy chọn phương án C.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 667. Đặt $\begin{cases} u_1 = 2000000 \\ d = 200000 \\ q = 1 + 0,0055 \end{cases}$. Gọi M_k là số tiền người đó có được sau k tháng gửi tiền $k = 1, 2, 3, \dots, 60$.

Ta có

$$M_1 = u_1 \cdot q$$

$$M_2 = (M_1 + u_1 + d)q = u_1q^2 + u_1q + dq$$

$$M_3 = (M_2 + u_1 + 2d)q = u_1q^3 + u_1q^2 + u_1q + dq^2 + 2dq$$

$$M_4 = (M_3 + u_1 + 3d)q = u_1q^4 + u_1q^3 + u_1q^2 + u_1q + dq^3 + 2dq^2 + 3dq$$

.....

$$M_{60} = u_1q(q^{59} + \dots + q^2 + q + 1) + dq(q^{58} + 2q^{57} + \dots + 58q + 59)$$

$$\text{Ta có } q^{59} + \dots + q^2 + q + 1 = \frac{1 - q^{60}}{1 - q}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{58} + x^{59} = \frac{1 - x^{60}}{1 - x}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 1 + 2x + \dots + 58x^{57} + 59x^{58} \text{ hay } f'(x) = \frac{59x^{60} - 60x^{59} + 1}{(x - 1)^2}.$$

$$\text{Từ đó } 1 + 2x + \dots + 58x^{57} + 59x^{58} = \frac{59x^{60} - 60x^{59} + 1}{(x - 1)^2}$$

$$\text{Thay } x = \frac{1}{q} \text{ ta được}$$

$$q^{58} + 2q^{57} + \dots + 58q + 59 = \frac{59 - 60q + q^{60}}{(1 - q)^2}$$

$$\text{Vậy } M_{60} = u_1q \cdot \frac{1 - q^{60}}{1 - q} + dq \cdot \frac{59 - 60q + q^{60}}{(1 - q)^2} = 539447312 \text{ đồng.}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 668. Đặt $T = 3$ (triệu đồng), $r = 0,67\%$ và $n = 24$

Sau tháng thứ 1 (chưa gửi thêm tiền cho tháng thứ 2), số tiền trong ngân hàng là:

$$P_1 = T(1 + r).$$

Sau tháng thứ 2 (chưa gửi thêm tiền cho tháng thứ 3), số tiền trong ngân hàng là:

$$P_2 = (T + P_1)(1 + r) = T[(1 + r)^2 + (1 + r)]$$

Sau tháng thứ 3 (chưa gửi thêm tiền cho tháng thứ 4), số tiền trong ngân hàng là

$$P_3 = (T + P_2)(1 + r) = T[(1 + r)^3 + (1 + r)^2 + (1 + r)].$$

Sau tháng cuối thứ n (ngân hàng tính lãi và không gửi thêm vào), số tiền trong ngân hàng là

$$P_n = (T + P_{n-1})(1 + r) = T[(1 + r)^n + (1 + r)^3 + (1 + r)^2 + (1 + r)] = \frac{T}{r}(1 + r)[(1 + r)^n - 1]$$

Như vậy $P_{24} = \frac{3 \cdot 10^6}{0,0067} [(1 + 0,0067)^{24} - 1](1 + 0,0067) = 78351483$ đồng.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 669. Gọi a (đồng) là số tiền người đó gửi vào ngân hàng mỗi tháng, r là lãi suất của ngân hàng.

Cuối tháng thứ nhất, người đó có số tiền là: $T_1 = a + a.r = a(1 + r)$. Đầu tháng thứ hai, người đó có số tiền là: $a(1 + r) + a = a[(1 + r) + 1] = \frac{a}{[(1 + r) - 1]} [(1 + r)^2 - 1] = \frac{a}{r} \cdot [(1 + r)^2 - 1]$.

Cuối tháng thứ hai, người đó có số tiền là:

$$T_2 = \frac{a}{r} \cdot [(1 + r)^2 - 1] + \frac{a}{r} \cdot [(1 + r)^2 - 1] \cdot r = \frac{a}{r} \cdot [(1 + r)^2 - 1] (1 + r).$$

Tổng quát, cuối tháng thứ n thì người đó tích lũy được số tiền là: $T_n = \frac{a}{r} \cdot [(1 + r)^n - 1] (1 + r)$.

Theo đề bài ta có: $a = 4000000$, $r = 0,006$, $n = 300$ (tháng). Vậy số tiền người ấy có được sau 25 năm là: $A = T_{300} = \frac{4000000}{0,006} [(1 + 0,006)^{300} - 1] (1 + 0,006) = 3.364.866.655$ (đồng).

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 670. Đặt r là lãi suất hàng tháng và m là số tiền hoàn nợ mỗi tháng.

- Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ nhất là $T_1 = T(1 + r) - m$.
 - Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ hai là $T_2 = T_1(1 + r) - m = T(1 + r)^2 - m[1 + (1 + r)]$.
 - Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ ba là $T_3 = T_2(1 + r) - m = T(1 + r)^3 - m[1 + (1 + r) + (1 + r)^2]$
- $$T_3 = T(1 + r)^3 - m \frac{(1 + r)^3 - 1}{r}.$$

Theo giả thiết có $T_3 = 0 \Rightarrow m = \frac{T.r.(1 + r)^3}{(1 + r)^3 - 1} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 671. Áp dụng công thức tính lãi kép ($A = 200$, $r = 7.5\%$, $n = 5$)

$$S = A.(1 + r)^n = 200 \times 1.075^5 = 287.126 \text{ (triệu đồng)}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 672. Số tiền nợ sau n tháng được tính theo công thức

$$A_n = 20(1 + 1,2\%)^n - \frac{0,8}{0,012} [(1 + 1,2\%)^n - 1]$$

Do đó sau 12 tháng người đó nợ $A_{12} \approx 12,818$ triệu.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 673. - Áp dụng công thức $(1 + 0,15)^m > 2 \Leftrightarrow m > 4,9594$. Vậy sau 5 năm tức là năm 2021.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 674. Ta có $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{2^3} = 78125$

$$s(t) = s(0) \cdot 2^t \Rightarrow 2^t = \frac{s(t)}{s(0)} = 128 \Rightarrow t = 7.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 675. Theo đề bài, ta có phương trình $S = Ae^{r \cdot t}$ thỏa mãn $S(5) = 300, A = 110$ nên suy ra

$$300 = 110e^{5r} \Leftrightarrow r = \frac{1}{5} \ln \frac{300}{110} \simeq \frac{1}{5}.$$

Gọi t_1 (giờ) là thời gian số vi khuẩn tăng lên gấp đôi, ta có phương trình

$$2 = e^{\frac{1}{5}t_1} \Leftrightarrow t_1 = 5 \ln 2 \simeq 3.466 \text{ (h)} \simeq 3 \text{ giờ } 28 \text{ phút}$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 676. Theo giả thiết chu kì ta có $\frac{1}{2}A = A \cdot e^{r \cdot 24360} \Leftrightarrow r = -\frac{\ln 2}{24360}$.

Vậy sau 30000 năm ta còn $S = 6 \cdot e^{r \cdot 30000} \approx 2,555g$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 677. Theo bài ta có $65 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0.65 = (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{0.5} 0.65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65}$.

Do mẫu gỗ còn 63% lượng Cácbon 14 nên ta có:

$$63 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0.63 = (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0.5} 0.63 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0.5} 0.63 = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65} \cdot \log_{0.5} 0.63 \approx 3833.$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 678. Gọi diện tích rừng năm thứ n là S_n , diện tích rừng ban đầu là S_0 .

Diện tích rừng sau năm thứ nhất là $S_1 = S_0 - S_0 \cdot x\% = S_0(1 - x\%)$.

Diện tích rừng sau năm thứ hai là $S_2 = S_1 - S_1 \cdot x\% = S_1(1 - x\%) = S_0(1 - x\%)^2$.

Tương tự: Diện tích rừng năm thứ 4 là: $S_4 = S_0(1 - x\%)^4 = S_0 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$.

Vậy diện tích rừng của nước ta sau 4 năm bằng $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$ diện tích rừng hiện nay.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 679. Giả sử sau x năm kể từ năm 2013, dân số đạt 3 triệu người. Ta có $1,748(1+1,04\%)^x = 3 \Rightarrow x \simeq 52,2$. Ta có $2013 + 53 = 2066$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 680. Gọi T_n là tổng tiền hàng may mặc năm n .

$$T_n = (1 + 10\%)^{n-2016} \cdot 29 > 35 \Rightarrow n - 2016 > 1,97$$

$$\Rightarrow n > 2017,97$$

Vậy năm đầu tiên mà $T_n > 35$ là 2018.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 681. Ta có $y^{5x^2-51x+10} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 5x^2 - 51x + 10 = 0 \end{cases}$.

TH1: Với $y = 1$ từ $xy = 15$ cho ta $x = 15$. Do đó $x + y = 16$.

TH2: Với $5x^2 - 51x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{5} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ nên $x = 10 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ (loại).

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 682.

$$2^{x^2+3x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 683. Ta có

$$3^{x+5} - 3^x = 121 \Leftrightarrow 3^x = \frac{121}{3^5 - 1} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\log_3 2$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 684. Ta có $128 = 2^{x-3} \Leftrightarrow 2^7 = 2^{x-3} \Leftrightarrow 7 = x - 3 \Leftrightarrow x = 10$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 685. Phương trình $\Leftrightarrow 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 686.

$$\text{Ta có } T = \frac{27^x - 3^{-3x} - 4}{9^x + 9^{-x}} = \frac{(3^x - 3^{-x})(3^{2x} + 3^{-2x} + 1) - 4}{(3^x + 3^{-x})^2 - 2} = \frac{4[(3^x + 3^{-x})^2 - 1] - 4}{16 - 2} = 4$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 687. Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 688. Ta có: $2017^{9x+4} = \frac{1}{2017^5} \Leftrightarrow 2017^{9x+4} = 2017^{-5} \Leftrightarrow 9x + 4 = -1 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 689. Phương trình đã cho tương đương với $2^{2x} + 2 \cdot 2^x - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$, ta được: $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 690. Phương trình tương đương với $\begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 691.

$$\begin{aligned} 4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 &= 0 \Leftrightarrow 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-1; 1\}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 692. Đặt $(2 + \sqrt{3})^x = t > 0 \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$. Khi đó phương trình thành $t + \frac{1}{t} = m, t > 0$.

Vì $t > 0$ nên $t + \frac{1}{t} \geq 2$ nên $m \geq 2$ thì phương trình có nghiệm.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 693. Ta có $3^x - 3^{1-x} = 2 \Leftrightarrow 3^x - \frac{3}{3^x} = 2 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 694. Ta có $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 = 0 \\ x = x_2 = \log_3 2 \end{cases}$. Khi đó $2x_1 + 3x_2 = 3 \log_3 2$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 695. Phương trình đã cho tương đương với phương trình $5^{x-1} + \frac{5}{5^{x-2}} = 26 \Leftrightarrow 5^{2x} - 130 \cdot 5^x + 625 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 125 \\ 5^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $S = 3^2 + 1^2 = 10$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 696. Ta có $9^{\frac{1}{x}} + 2.6^{\frac{1}{x}} - 3.4^{\frac{1}{x}} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{x}} + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} - 3 = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ ($t > 0, t \neq 1$), ta được phương trình

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \\ t = -3 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 697. Ta có $49^{x+1} + 7.7^x - 56 = 0 \Leftrightarrow 49.7^{2x} + 7.7^x - 56 = 0$

$$\Leftrightarrow (7^x - 1)(49.7^x + 56) = 0 \Leftrightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{0\}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 698. $5^{1-x} + 5^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{5^x} + 5^x - 6 = 0 \Leftrightarrow 5 + (5^x)^2 - 6 \cdot 5^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 699. Ta có phương trình tương đương $3^8 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^5 \cdot 3^x + 27 = 0$.

Đây là phương trình bậc hai với ẩn là 3^x .

$$\text{Ta có } 3^{x_1+x_2} = \frac{c}{a} = 3^{-5} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -5.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 700. Phương trình: $\log_2 x + \log_x 2 = 5$ (1)

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$.

Đặt $t = \log_2 x$ với $t \neq 0$. Phương trình (1) trở thành:

$$t + \frac{1}{t} = 5 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 1 = 0 \quad (2).$$

Phương trình (2) có $\Delta = 21 > 0$, $t = 0$ không là nghiệm của (2).

$\Rightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1 \neq 0, t_2 \neq 0$.

Theo định lý Viet thì $t_1 + t_2 = 5$.

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) nên:

a) Với $t = t_1 \Rightarrow \log_2 x_1 = t_1 \Leftrightarrow x_1 = 2^{t_1}$.

b) Với $t = t_2 \Rightarrow \log_2 x_2 = t_2 \Leftrightarrow x_2 = 2^{t_2}$.

Do đó $x_1 \cdot x_2 = 2^{t_1+t_2} = 2^5 = 32$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 701. Ta có: $2^{\cos^2 x} + 2^{2\sin^2 x + \cos^2 x} = 5 \Leftrightarrow 2^{\cos^2 x} + 2^{2-\cos^2 x} = 5 \Leftrightarrow 2^{\cos^2 x} + \frac{4}{2^{\cos^2 x}} = 5$.

Đặt $t = 2^{\cos^2 x}$ ($1 \leq t \leq 2$), ta được phương trình:

$$t + \frac{4}{t} = 5 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \\ t = 4 \text{ (không thỏa mãn điều kiện).} \end{cases}$$

Với $t = 1$, ta có: $2^{\cos^2 x} = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 702. Đặt $2^x = 3^y = 6^{-z} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}$.

$$\text{Mặt khác } \log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}.$$

$$\text{Khi đó } M = xy + yz + xz = \log_2 t \cdot \log_3 t - \log_3 t \cdot \log_6 t - \log_2 t \cdot \log_6 t = 0.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 703. Phương trình $3^x = m + 1$ có nghiệm khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Ta có $x > 0 \Rightarrow 3^x > 3^0 = 1$ nên phương trình đã cho có nghiệm dương khi $m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 704. Đặt $t = 2^x$. Ứng với mỗi $t > 0$ ta có được một và chỉ một giá trị x tương ứng.

$$\text{Phương trình đã cho trở thành } t^2 - 2m \cdot t + m + 2 = 0. \quad (1)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\text{Điều này xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 705. Đặt $t = 4^x, t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0 \quad (1)$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $0 < t_1 < 1 < t_2$, hay

$$\begin{cases} S = \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ P = \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ (m+1)[(m+1) - 2(2m-3) + 6m+5] < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right) \\ m \in \left(-\infty; -\frac{5}{6}\right) \cup (1; +\infty) \Leftrightarrow m \in \left(-4; -\frac{5}{6}\right) \\ m \in (-4; -1) \end{cases}$$

Từ đó suy ra $m \in \{-3; -2\}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 706. Giả sử phương trình có nghiệm x_0 của phương trình thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình.

Do phương trình có nghiệm duy nhất nên $2 - x_0 = x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với $x_0 = 1$ thay vào phương trình đã cho ta có $2 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Thử lại với $m = -3$ ta có phương trình: $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2|x-1|} + 2^{|x-1|} - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^{|x-1|} > 0$ ta có $2t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1$ (nhận) hoặc $t = \frac{-3}{2}$ (loại).

Với $2^{|x-1|} = 1 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $m = -3$ thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 707. Đặt $t = 3^x$ điều kiện $t > 0$.

$$\text{Phương trình trở thành: } t^2 - 4t - m + 1 = 0 \quad (1)$$

Với nghiệm t_0 ta có nghiệm $x_0 = \log_3 t_0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 1$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm $t_1, t_2 > 0$ và $\log_3 t_1 + \log_3 t_2 = 1$.

Ta có: $\log_3 t_1 + \log_3 t_2 = 1 \Leftrightarrow \log_3 (t_1 t_2) = 1 \Leftrightarrow t_1 t_2 = 3 \Leftrightarrow m = -2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 708. Đặt $3^x = t$ ($t > 0$), phương trình trở thành $t^2 - 2(m-1)t + 3m - 4 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 - 3m + 4 > 0 \\ t_1 + t_2 = 2(m-1) > 0 \\ t_1 t_2 = 3m - 4 > 0 \end{cases}$$

Ta có $t_1 t_2 = 3^{x_1+x_2} = 27 \Leftrightarrow 3m - 4 = 27 \Leftrightarrow m = \frac{31}{3}$ (thỏa mãn điều kiện).

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 709. Xét phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$.

Đặt $2^x = t > 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + m = 0$.

Ta có $\Delta' = 1 - m$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt khi phương trình $t^2 - 2t + m = 0$ có 2 nghiệm

dương phân biệt, khi đó

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 710. Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + (2m^2 - 5) = 0$ (*).

Yêu cầu bài toán tương đương với “Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt”. Ta có:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (2m^2 - 5) > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ |m| > \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5} \Rightarrow m = 2.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 711. Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$) thì phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 3 = 0$ (*)

Ta có $\Delta' = m^2 - 3m + 3 > 0$ nên (*) có hai nghiệm là $t_{1,2} = m \pm \sqrt{m^2 - 3m + 3}$.

Để $t_{1,2} > 0$ thì $m > \sqrt{m^2 - 3m + 2} \Leftrightarrow m > 1$.

Hơn nữa $x_1 x_2 < 0$ nên ta có thể giả sử $x_1 > 0, x_2 < 0$, suy ra $t_1 > 1, t_2 < 1$.

Suy ra $(t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0$ tức

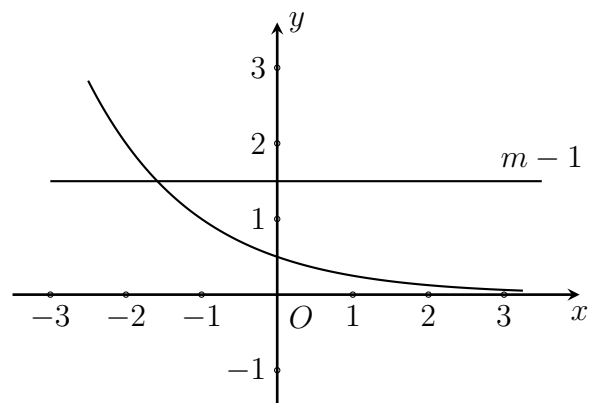
$$\begin{aligned} & (m + \sqrt{m^2 - 3m + 3} - 1)(m - \sqrt{m^2 - 3m + 3} - 1) < 0 \\ \Leftrightarrow & (m - 1)^2 - (m^2 - 3m + 3) < 0 \\ \Leftrightarrow & m - 2 < 0 \\ \Leftrightarrow & m < 2. \end{aligned}$$

Vậy $1 < m < 2$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 712.

Nghiệm của phương trình chính là giao điểm của đồ thị hàm số $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ và $y = m - 1$. Dựa vào đồ thị của hai hàm số, ta được $YCBT \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.



Ta chọn đáp án **A**

Câu 713. Đặt $3^x = t > 0$ ta có $(m-1)t^2 + 2(m-3)t + m+3 = 0$.

Nếu $m = 1 \Rightarrow -4t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ thỏa mãn.

Nếu $m \neq 1$ thì phương trình là phương trình bậc 2 có $\Delta' = -8m + 12 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$.

• **Trường hợp 1** : Có một nghiệm dương $\frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow \frac{m+3}{m-1} < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

• **Trường hợp 2**: Có 2 nghiệm dương $\begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2(m-3)}{m-1} > 0 \\ \frac{m+3}{m-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-3}{m-1} < 0 \\ \frac{m+3}{m-1} > 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow 1 < m < 3$, kết hợp điều kiện của Δ' ta có $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

Kết hợp các trường hợp ta có đáp án là $-3 < m \leq \frac{3}{2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 714. Ta có $6^x + (3+m)2^x + m = 0 \Leftrightarrow -m(2^x + 1) = 6^x + 3 \cdot 2^x \Leftrightarrow -m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} \Leftrightarrow \frac{3^x + 3}{1 + 2^{-x}} = -m$.

Đặt $g(x) = \frac{3^x + 3}{1 + 2^{-x}}$.

$g'(x) = \frac{3^x \ln 3 (1 + 2^{-x}) + 2^{-x} \ln 2 (3^x + 3)}{(1 + 2^{-x})^2} > 0 \Rightarrow g(x)$ luôn đồng biến trên $(0; 1)$.

Ta có $g(0) = 2; g(1) = 4$ suy ra $2 \leq g(x) \leq 4, \forall x \in [0; 1]$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm thuộc $[0; 1]$ khi $2 \leq -m \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq -2$. Có 3 số nguyên thuộc $[-4; -2]$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 715. Ta có $6^x + (3-m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$

+ TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

+ $f'(x) = \frac{12^x \cdot \ln 3 + 6^x \cdot \ln 6 + 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $0 < x < 1 \Leftrightarrow f(0) < f(x) < f(1) \Leftrightarrow 2 < f(x) < 4$ vì $f(0) = 2, f(1) = 4$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ khi $m \in (2; 4)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 716. Với $x > -1$ ta có

$$\begin{aligned} \log_3(3^{x+1} - 1) &= 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2 \\ \Leftrightarrow \log_3(3^{x+1} - 1) + \log_3 2 &= 2x \\ \Leftrightarrow (3^{x+1} - 1) \cdot 2 &= 3^{2x} \\ \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x_1} = 3 - \sqrt{7} \\ 3^{x_2} = 3 + \sqrt{7} \end{cases} \\ \Rightarrow S = 27^{x_1} + 27^{x_2} &= (3^{x_1})^3 + (3^{x_2})^3 = 180 \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 717. Do $2^x = 3^y + 55$ nên $x \geq 2$, suy ra $2^x - 55$ là số nguyên nên $y \geq 2$.

Do x, y chẵn nên $x = 2m, y = 2n$ với $m, n \in \mathbf{N}^*$

Khi đó ta có $(2^m)^2 - (3^n)^2 = 55 \Leftrightarrow (2^m - 3^n)(2^m + 3^n) = 55$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^m - 3^n = 1 \\ 2^m + 3^n = 55 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 2^m - 3^n = 5 \\ 2^m + 3^n = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^m = 28 \\ 3^n = 27 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 2^m = 8 \\ 3^n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \log_2 28 \\ n = 3 \end{cases} \text{ (loại) hoặc } \begin{cases} m = 3 \\ n = 1 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (6; 2)$, do đó phương trình trên có một nghiệm thỏa mãn đề bài.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 718. Gọi số $A = \overline{abcd}$ khi đó số A có $9.10.10.10 = 9000$ cách chọn. $N = \log_3 A$, để N là số tự nhiên thì $A = 3^n$ với n là số tự nhiên. Do A là số tự nhiên có 4 chữ số nên $n = 7, 8$ có 2 trường hợp. Xác suất để N là số tự nhiên là $P = \frac{2}{9000} = \frac{1}{4500}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 719. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x - 1 = 64 \Leftrightarrow x = 65$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 720. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x^2 - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 2\}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 721. Ta có $\log_2(x - 1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 4 \Leftrightarrow x = 5$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 722. Điều kiện: $x < 1$. Ta có

$$\log_2(1 - x) = 2 \Leftrightarrow 1 - x = 4 \Leftrightarrow x = -3.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -3$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 723. Điều kiện: $2x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

Ta có $\log_3(2x + 3) = 1 \Leftrightarrow 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy $S = \{0\}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 724. $\log_6 [x(5-x)] = 1 \Leftrightarrow x(5-x) = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy $S = \{2; 3\}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 725. Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2 \Leftrightarrow x-1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = 5$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 726. Điều kiện: $x > 1$.

Ta có

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-1)(x+1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

So với điều kiện, ta được: $x = 3$.

Vậy phương trình trên có tập nghiệm $S = \{3\}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 727. Phương trình đã cho tương đương với $13x + 3 = 16$. Từ đó ta giải được $x = 1$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 728. Ta có: $\log_3(x^2-6) = \log_3(x-2)+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 6 \\ x > 2 \\ \log_3(x^2-6) = \log_3 3(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{6}; x > \sqrt{6} \\ x > 2 \\ x^2 - 6 = 3x - 6 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x(x-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 729. Ở bước số 2, sửa lại là $4 \log_6(x-3) + 4 \log_6|x-5| = 0$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 730. Tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Với $x \in D$, phương trình đã cho tương đương với

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(x-1)^2}{(x+1)} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \text{ (chọn)} \\ x = 2 - \sqrt{5} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 731. Điều kiện xác định: $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Ta có $\log_2(-x) - \log_2(8x^2) + 1 = 0 \Leftrightarrow -\frac{x}{8x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện).

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 732. Ta có: $\log_5(3x^2 - 2x + 1) = \log_5(x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ 3x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x = 1 \\ x = 0. \end{cases}$ Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{0; 1\}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 733. $\log_3(2x + 1) + \log_3(x + 1) = 1$

$\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}(n) \\ x = -2(l) \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình trên là $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 734. Điều kiện $x > -1$. Phương trình $\Leftrightarrow (x + 1)(x + 3) = x + 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -4 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Vậy phương trình chỉ có một nghiệm $x = 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 735. Điều kiện: $2 < x \in \mathbb{Z}, x \neq 4$.

Khi đó phương trình đã cho tương đương với $2\log_3(x - 2) + 2\log_3|x - 4| = 0 \Leftrightarrow (x - 2)|x - 4| = 1$.

TH1: Nếu $x > 4$ thì $(x - 2)|x - 4| = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{2}$ (loại do $x \in \mathbb{Z}$).

TH2: Nếu $2 < x < 4$ thì $(x - 2)|x - 4| = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận).

Vậy tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là 21 (nghìn đồng).

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 736. Điều kiện: $0 < x \neq 1$. Khi đó phương trình đã cho thành:

$\frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow 2\log_2^2 x - 5\log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm dương.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 737. Điều kiện: $\begin{cases} (x - 1)^2 > 0 \\ x^2 + x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1$.

Phương trình tương đương với $(x - 1)^2 = (x^2 + x + 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = x^2 + x + 1 \\ x - 1 = -x^2 - x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 738. Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Ta có $\log_x (125x) \log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \log_{25}^2 x \cdot \log_x 125 = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \frac{3}{2} \log_{25} x - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{25} x = \frac{1}{2} \\ \log_{25} x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{625} \end{cases}$. Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng $\frac{1}{125}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 739. Phương trình tương đương

$$(\log_3 x - 1)(\log_3 x - 1) = 0$$

Ta có $\log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3, \log_4 x = 1 \Leftrightarrow x = 4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 740. Điều kiện: $x > 3$.

PT đã cho tương đương với $\log[(x+2)(x-3)] + x = \log(x+2) + 4 \Leftrightarrow \log(x-3) = 4-x (*)$.

Vế trái của (*) là hàm tăng, còn vế phải là hàm giảm và $x = 4$ là một nghiệm của (*).

Vậy $x = 4$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 741. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5 \Leftrightarrow \log_2 \left(x + \frac{1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5.$$

Hàm số $y = \log_2 \left(x + \frac{1}{2x} \right)$ và $y = 2^{(x + \frac{1}{2x})}$ đều tăng nên phương trình có nghiệm duy nhất

$$x + \frac{1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0.$$

Do đó: Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 742. Điều kiện: $x > -1$.

Phương trình đã cho tương đương với $3x^2 - 6x + 3 \ln(x+1) + 1 = 0$.

Xét hàm số $y = 3x^2 - 6x + 3 \ln(x+1) + 1$ liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$.

$$y' = 6(x-1) + \frac{3}{x+1} = \frac{6x^2 - 3}{x+1}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

x	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$+\infty$	

Vì $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > 0$, $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) < 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 743. Ta có $(x+1)^3 - x^2 - 6x - 7 = (x^3 + 3x^2 - 3x - 5) - (x^2 + 1)$. Khi đó, phương trình trở thành

$$\log(x^3 + 3x^2 - 3x - 5) + x^3 + 3x^2 - 3x - 5 = \log(x^2 + 1) + x^2 + 1 (*).$$

Xét hàm số $f(t) = \log t + t$ trên $(0; +\infty) \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Mà $(*) \Leftrightarrow f(x^3 + 3x^2 - 3x - 5) = f(x^2 + 1) \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 3x - 5 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là -2 .

Ta chọn đáp án **B**

Câu 744. ĐKXD: $x > 0$.

$\log_2^2 x - 2m \log_2 x + 2m - 1 = 0$ là một phương trình bậc hai theo $\log_2 x$, khi đó :

$$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1 x_2 < 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m)^2 - 4(2m - 1) \geq 0 \\ \log_2(x_1 x_2) < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m - 1)^2 \geq 0 \\ \log_2 x_1 + \log_2 x_2 < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m - 1)^2 \geq 0 \\ 2m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3.$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 745. Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$, với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}]$ thì $t \in [1; 2]$ ta được phương trình $t^2 + t - 2m - 2 = 0 (*)$.

Phương trình đã cho có nghiệm $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $t \in [1; 2]$.

Ta có $(*) \Leftrightarrow f(t) = t^2 + t = 2m + 2$ có nghiệm $t \in [1; 2] \Leftrightarrow f(1) \leq 2m + 2 \leq f(2) \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 746. Với điều kiện $\Delta = 37 - 4m \geq 0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 .

Ta có $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = 3 \Rightarrow x_1 x_2 = 27$.

Từ đó $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 72 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12$

Bởi vậy $\{x_1; x_2\} = \{3; 9\}$.

Suy ra $(\log_3 x_1) \cdot (\log_3 x_2) = 2m - 7 \Rightarrow (\log_3 3) \cdot (\log_3 9) = 2m - 7 \Leftrightarrow 2m - 7 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

Ta chọn đáp án **D**

$$\text{Câu 747. } \log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x - 1)^2 = mx - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = m \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 9}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ta có: $g'(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2}$.

x	1	3	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$	8	4	$+\infty$

Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $4 < m < 8$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m là $\{5, 6, 7\}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 748. Ta có PT $\Leftrightarrow \log_2(m + 6x) = \log_2(3 - 2x - x^2) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m = -x^2 - 8x + 3, \end{cases}$ khảo sát và vẽ bảng biến thiên hàm số $y = -x^2 - 8x + 3, x \in (-3; 1)$ và suy ra $m \in (-6; 18)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 749. Ta có với $x \in [1; 8]: \log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x + 3 = m$.

Do $1 \leq x \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq \log_2 x \leq 3$.

Bài toán trở thành tìm tham số m để phương trình $t^2 - 2t + 3 = m$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; 3]$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[0; 3]$.

t	0	1	3
$f'(t)$	-	0	+
f	3	2	6

Từ bảng biến thiên để phương trình có hai nghiệm thỏa điều kiện đề bài thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt, suy ra $2 < m \leq 3$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 750. Phương trình đã cho có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$ suy ra $\log_3(x_1 x_2) = 4$ hay $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 4$. Do đó theo định lý Viét ta suy ra $m = 4$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 751. Điều kiện: $4x + 4y - 4 > 0$.

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x + 4y - 4) \geq 1 \Leftrightarrow 4x + 4y - 4 \geq x^2 + y^2 + 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 2$ ($\mathcal{C}_1$).

Miền nghiệm của bất phương trình là hình tròn (cả bờ) ($\mathcal{C}_1$) tâm $I_1(2; 2)$, bán kính $R_1 = \sqrt{2}$.

Mặt khác, $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = m$ (*).

Với $m = 0 \Rightarrow x = -1, y = 1$ không thỏa mãn ($\mathcal{C}_1$).

Với $m > 0$ thì (*) là đường tròn ($\mathcal{C}_2$) tâm $I_2(-1; 1)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thì ($\mathcal{C}_1$) và ($\mathcal{C}_2$) tiếp xúc nhau.

TH1: ($\mathcal{C}_1$) và ($\mathcal{C}_2$) tiếp xúc ngoài $\Leftrightarrow R_1 + R_2 = I_1 I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} + \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

TH2: ($\mathcal{C}_1$) và ($\mathcal{C}_2$) tiếp xúc trong $\Leftrightarrow R_2 - R_1 = I_1 I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} - \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

Vậy $m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 752. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 0 < mx - 5 \neq 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 = x^2 + 2x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < mx - 5 \neq 1 \\ x = 2 \vee x = 5. \end{cases}$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 2m - 5 \neq 1 \\ 5m - 5 \leq 0 \vee 5m - 5 = 1 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} 0 < 5m - 5 \neq 1 \\ 2m - 5 \leq 0 \vee 2m - 5 = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} < m \neq 3 \\ m \leq 1 \vee m = \frac{6}{5} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} 1 < m \neq \frac{6}{5} \\ m \leq \frac{5}{2} \vee m = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 10 < 10m \neq 12 \\ 10m \leq 25 \vee 10m = 30. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $10m \in \mathbb{Z}$ nên có 15 giá trị m thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 753. Điều kiện: $x > -1$ và $x \neq 0$.

$$\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{(x+1)^2}{x}$$

$$\text{Xét hàm: } f(x) = \frac{(x+1)^2}{x} \quad (x > -1, x \neq 0); \quad f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên:

x	-1	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 4	$+\infty$ ↗ $+\infty$	

Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 4 \\ m < 0 \end{cases}$.

Vì $m \in [-2017; 2017]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên chỉ có 2018 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu là $m \in \{-2017; -2016; \dots; -1; 4\}$.

Chú ý: Trong, ta đã bỏ qua điều kiện $mx > 0$ vì với phương trình $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ với $0 < a \neq 1$ ta chỉ cần điều kiện $f(x) > 0$ (hoặc $g(x) > 0$)

Ta chọn đáp án **C**

Câu 754. Điều kiện $x \geq 1$.

$$\text{Ta có } \log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^3} + a + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\log_3 x + a\sqrt{3\log_3 x} + a + 1 = 0.$$

Đặt $\sqrt{3 \log_3 x} = t, (t \geq 0) \Rightarrow \log_3 x = \frac{t^2}{3}$, ta có phương trình $\frac{2}{3}t^2 + at + a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{2t^2 + 3}{3(t+1)}$.

Để phương trình $\frac{2}{3}t^2 + at + a + 1 = 0$ có đúng một nghiệm thì đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị $y = -\frac{2t^2 + 3}{3(t+1)}$ tại đúng một điểm, $\forall t \in [0; +\infty)$.

Xét hàm số $y = -\frac{2t^2 + 3}{3(t+1)}$ trên $[0; +\infty)$ ta có

$$y' = -\frac{2t^2 + 4t - 3}{3(t+1)^2}. \text{ Giải phương trình } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} & (\text{loại}) \\ t_2 = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2} & (t/m) \end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên

t	0	t_2	$+\infty$
$y'(t)$	+	0	-
y	-1	y_{CD}	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $a < -1$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 755. Ta sử dụng phương pháp loại trừ

$$\square x = 1: VT = \sqrt[3]{4} + \sqrt{6} > 1 + 2 > 3 - \sqrt{\frac{2016}{2017}} = VT \text{ (không thỏa)} \Rightarrow \text{loại C, D}$$

$$\square x = -2: VT = \sqrt[3]{-5} < 0 < 3 - \sqrt{\frac{2016}{2017}} = VT \text{ (thỏa)} \Rightarrow \text{loại B}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

$$\textbf{Câu 756. } 3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-4; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

$$\textbf{Câu 757. } \text{Phương trình} \Leftrightarrow |x-2| < 2 \Leftrightarrow -2 < x-2 < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 4.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

$$\textbf{Câu 758. } \text{Ta có } 5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow 5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-2; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

$$\textbf{Câu 759. } 5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 760. Ta có $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} \leq 2^{-2x+10} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 \leq -2x + 10$
 $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Có 3 số nguyên dương trong $[-2; 6]$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 761. Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > 9 \Leftrightarrow 3^{-\frac{1}{x}} > 3^2 \Leftrightarrow -\frac{1}{x} > 2 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.
 Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 762. Ta có $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 763. Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > \left(\frac{1}{3}\right)^x \Leftrightarrow \sqrt{x+2} < x$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \sqrt{x+2} < x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x > 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{bmatrix} x < -1 \\ x > 2 \end{bmatrix} \end{cases}$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 764. Điều kiện: $x > -1$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_4(x+7) > \log_2(x+1) &\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+7} > \log_2(x+1) \\ \Leftrightarrow \sqrt{x+7} > x+1 &\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+7 > (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x^2 + x - 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2. \end{aligned}$$

Kết hợp với $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{0; 1\}$ là hai giá trị cần tìm.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 765. BPT $\Leftrightarrow 9^x - 30 \cdot 3^x + 81 < 0 \Leftrightarrow 3 < 3^x < 27 \Leftrightarrow 1 < x < 3$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 766. Với điều kiện $x > 0$ ta có

$$\begin{aligned} f(x) > 1 &\Leftrightarrow \log_2 \frac{3^x}{7^{x^2-1}} > 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2 3^x - \log_2 7^{x^2-1} > 0 \\ &\Leftrightarrow x \log_2 3 > (x^2 - 1) \log_2 7 \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Với mọi $a > 1$, ta có $f(x) > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2} > 1$

Câu 767.

$$\Leftrightarrow \log_a \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2} \right] > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_a \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_a 5^{x^2} > 0 \Leftrightarrow -x \log_a 2 + x^2 \log_a 5 > 0$$

Như vậy với $a = 2$ ta phải có $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x + x^2 \log_2 5 > 0$. Do đó A sai.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 768. Đặt $t = 3^{\sqrt{2x-x^2}}$, $1 \leq t \leq 3$. Bất phương trình trở thành

$$mt^2 - t + 8m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m(t^2 + 8) \leq t + 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{t+1}{t^2+8} = f(t), 1 \leq t \leq 3.$$

Khảo sát hàm $f(t)$, ta có, $f'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 8}{(t^2 + 8)^2}$. Khi đó, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \text{ (L)} \\ t = 2 \text{ (N)} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	1	2	3	
$f'(t)$			+	0	-
$f(t)$			$\frac{1}{4}$		$\frac{4}{17}$

và dựa vào bảng biến thiên suy ra được, bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$\min_{[1;3]} f(t) \leq m \leq \max_{[1;3]} f(t) \Leftrightarrow \frac{2}{9} \leq m \leq \frac{1}{4}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 769. Đặt $t = \sin^2 x$ ($t \in [0; 1]$), bất phương trình trở thành $2^t + 3^{1-t} \geq m \cdot 3^t \Leftrightarrow m \leq \frac{2^t + 3^{1-t}}{3^t}$ (*).

Xét hàm số $f(t) = \frac{2^t + 3^{1-t}}{3^t} \Rightarrow f'(t) = \frac{3^t(2^t \ln 2 + 2^t \ln 3)}{9^t} > 0 \forall t \in [0; 1]$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$.

Suy ra (*) $\Leftrightarrow m \leq \min_{t \in [0; 1]} f(t) = f(0) \Leftrightarrow m \leq 4$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 770. Trong bước 3, học sinh quy đồng bất phương trình (2) khi chưa xét đến dấu của mẫu dẫn đến sai lầm.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 771. TH1: $x^2 + 2y^2 > 1$. Đặt $z = y\sqrt{2}$, suy ra $x^2 + z^2 > 1$ (1). Khi đó:

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x+\frac{z}{\sqrt{2}} \geq x^2+z^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \text{ (2)}.$$

Tập hợp các điểm $M(x; y)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn ($\mathcal{C}_1$): $x^2 + z^2 = 1$ và

miền trong của hình tròn $(\mathcal{C}_2) : (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{8}$.

$$\text{Hệ } \begin{cases} T = 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \\ x^2 + z^2 > 1 \end{cases} \text{ có nghiệm khi đường thẳng } d : 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0 \text{ có điểm chung}$$

với miền (H) .

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d phải tiếp xúc với đường tròn $(\mathcal{C}_2)$, nghĩa là ta có $d(I, d) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow T = \frac{9}{2}$ với $I\left(1; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ là tâm của đường tròn $(\mathcal{C}_2)$.

TH2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$ ta có

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 \Leftrightarrow T = 2x+y < 1 \text{ (loại)}.$$

$$\text{Vậy } \max T = \frac{9}{2}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 772. Điều kiện $x > \frac{1}{2}$. BPT $\Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2$.

Kết hợp điều kiện suy ra tập nghiệm của BPT là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 773. Ta có $\frac{e}{\pi} < 1$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 774. Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 775. Ta có $\log_2(x^2-3x+3) \geq 0 \Leftrightarrow x^2-3x+3 \geq 1 \Leftrightarrow x^2-3x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1 \vee x \geq 2$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 776. Điều kiện $\begin{cases} x-2 > 0 \\ \log_3(x-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Với điều kiện đó ta có $\log_{\frac{\pi}{6}}[\log_3(x-2)] > 0 \Leftrightarrow \log_3(x-2) < 1 \Leftrightarrow x-2 < 3 \Leftrightarrow x < 5$.

So với điều kiện, suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; 5)$.

$$\text{Vậy } b-a = 5-3 = 2.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 777. $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 778. Điều kiện $\log_{\frac{\pi}{\sqrt{13}}}(2x-1) \geq 0 \Leftrightarrow 0 < 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 779.

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) &\geq 0 \Leftrightarrow \log_3(11-2x) \geq \log_3(x-1) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ 11-2x \geq x-1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.\end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 780. Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, bất phương trình đã cho trở thành $t^2 - 5t + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 4 \\ t \leq 1 \end{cases}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 4 \\ \log_2 x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 16 \\ x \leq 2 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 781. Điều kiện xác định $x > 0, x \neq 1, x \neq 2$.

Đặt $t = \log_2 x$, ta được

$$\frac{t-1}{t} - \frac{2t}{t-1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{(2t-1)(t+1)}{t(t-1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ 0 < t \leq \frac{1}{2} \\ t > 1 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} \log_2 x \leq -1 \\ 0 < \log_2 x \leq \frac{1}{2} \\ \log_2 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < x \leq \sqrt{2} \\ x > 2 \end{cases}.$$

Như vậy $S = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 782. Ta có: $\log_2(7x^2 + 7) < \log_2(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ mx^2 + 4x + m > 7x^2 + 7 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow mx^2 + 4x + m > 7x^2 + 7 \Leftrightarrow m > \frac{7x^2 - 4x + 7}{x^2 + 1}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{7x^2 - 4x + 7}{x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^2 - 4}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên trên $(0; +\infty)$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	7	5	7

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \geq 7$ thỏa yêu cầu

Ta chọn đáp án **C**

Câu 783. Đặt $m = 3a$, ta có $\log_m 11 + \log_{\frac{1}{7}}(\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4) \cdot \log_m(x^2 + mx + 12) \geq 0$. (1)

Điều kiện của bất phương trình là: $m > 0; m \neq 1; x^2 + mx + 10 \geq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1 - \log_7(\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4) \cdot \log_{11}(x^2 + mx + 12)}{\log_{11} m} \geq 0. \quad (2)$$

Đặt $u = x^2 + mx + 10, u \geq 0$.

- Với $0 < m < 1$.

$$(2) \Leftrightarrow f(u) = \log_7(\sqrt{u} + 4) \cdot \log_{11}(u + 2) \geq 1 = f(9). \quad (3)$$

Vì $f(u)$ là hàm tăng trên $(0; +\infty)$ nên từ (3) ta có:

$$f(u) \geq f(9) \Leftrightarrow u \geq 9 \Leftrightarrow x^2 + mx + 10 \geq 9. \quad (4)$$

(4) vô số nghiệm vì $\Delta = m^2 - 4 < 0$ với $\forall m \in (0; 1)$. Suy ra $0 < m < 1$ không thỏa bài toán.

- Với $m > 1$.

$$(2) \Leftrightarrow f(u) \leq f(9) \Leftrightarrow 0 \leq u \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 10 \geq 0 & (5) \\ x^2 + mx + 1 \leq 0 & (6) \end{cases}.$$

Xét (6), ta có $\Delta = m^2 - 4$.

+ $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$ thì (6) vô nghiệm. Không thỏa bài toán.

+ $m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì (6) có nghiệm là đoạn $[x_1; x_2]$, lúc này (5) nhận hơn 1 số của $[x_1; x_2]$ làm nghiệm. Không thỏa bài toán.

+ $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ thì (6) có nghiệm duy nhất $x = -1$ và $x = -1$ thỏa (5). Do đó bất phương trình có nghiệm duy nhất là $x = -1$.

$$\text{Vậy khi } m = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 784. Đặt $t = \log x$, phương trình đã cho trở thành: $4 \cdot 3^{2+2t} + 9 \cdot 2^{2+2t} = 78 \cdot 6^t$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -1.$$

Với $t = 1 \Leftrightarrow \log x = 1 \Leftrightarrow x = 10$.

Với $t = -1 \Leftrightarrow \log x = -1 \Leftrightarrow x = 10^{-1}$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho là $10 \times 10^{-1} = 1$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 785. Điều kiện $x > 0; y > 0$.

Đặt $u = \log_9 x; v = \log_6 y$ và $t = \log_4 (x + y)$. Theo giả thiết ta có:
$$\begin{cases} u = v = t \\ 9^u + 6^v = 4^t. \end{cases}$$

Do đó $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. Suy ra $a = 1, b = 5$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 786. Ta có

$$\begin{aligned} 4 + 9 \cdot 3^{x^2-2y} &= (4 + 9^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2} \\ \Leftrightarrow 7^{x^2-2y} (4 + 9 \cdot 3^{x^2-2y}) &= 49 (4 + 9^{x^2-2y}) \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 7^{x^2-2y} + 9 \cdot 21^{x^2-2y} - 49 \cdot 9^{x^2-2y} - 196 &= 0. \quad (*) \end{aligned}$$

Đặt $t = x^2 - 2y$, ta được $(*) \Leftrightarrow 4 \cdot 7^t + 9 \cdot 21^t - 49 \cdot 9^t - 196 = 0$.

- Với $t \leq 0$ thì $4 \cdot 7^t + 9 \cdot 21^t - 49 \cdot 9^t - 196 < 0$ (không thỏa mãn).
- Với $t > 0$ ta có thì $(*) \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^t + 9 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^t - 196 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t - 49 = 0$.

Xét hàm số $f(t) = 4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^t + 9 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^t - 196 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t - 49$, với $t > 0$.

$$\begin{aligned} f'(t) &= 4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{7}{9}\right) + 9 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{7}{3}\right) - 196 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t \ln\left(\frac{1}{9}\right) \\ &= -4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{9}{7}\right) + 9 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{7}{9}\right) + 196 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t \ln 9. \end{aligned}$$

Vì $t > 0$ nên $9 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{7}{9}\right) > 4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^t \cdot \ln\left(\frac{9}{7}\right) \Rightarrow f'(t) > 0$ với mọi $t > 0$.
 $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $f(t)$ có nghiệm duy nhất $t = 2$.

Khi đó $x^2 - 2y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2 - 2}{2}$ và

$$P = \frac{x + 2y + 18}{x} = \frac{x + x^2 + 16}{x} = 1 + x + \frac{16}{x} \geq +1 + 2\sqrt{x \cdot \frac{16}{x}} = 9.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 787. Điều kiện $x - y > 0$

Ta có $\ln(x - y)^x - 2017x = \ln(x - y)^y - 2017y + e^{2018}$

$$\Leftrightarrow (x - y) \ln(x - y) - 2017(x - y) = e^{2018} \Leftrightarrow \ln(x - y) - 2017 - \frac{e^{2018}}{x - y} = 0 \quad (*)$$

Xét hàm $f(t) = \ln t - 2017 - \frac{e^{2018}}{t}$, có $f'(t) = \frac{1}{t} + \frac{e^{2018}}{t^2} > 0$ với $\forall t > 0$

Do đó $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, mà $f(e^{2018}) = 0$.

suy ra $(*) \Leftrightarrow f(x - y) = 0 = f(e^{2018}) \Leftrightarrow x - y = e^{2018} \Leftrightarrow y = x - e^{2018}$

Khi đó $P = e^{2018x} (1 + x - e^{2018}) - 2018x^2 = g(x)$

$$g'(x) = e^{2018x} (2019 + 2018x - 2018e^{2018}) - 4036x$$

$$g''(x) = e^{2018x}(2018 \cdot 2020 + 2018^2x - 2018^2e^{2018}) - 4036$$

$$\leq e^{2018x}(2018 \cdot 2020 + 2018^2 - 2018^2e^{2018}) - 4036 < 0 \text{ với } \forall x \in [-1; 1]$$

Nên $g'(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$, mà $g'(-1) = e^{-2018} + 2018 > 0$,

$g'(0) = 2019 - 2018e^{2018} < 0$ nên tồn tại $x_0 \in (-1; 0)$ sao cho $g'(x_0) = 0$ và khi đó $\max_{[-1; 1]} g(x) = g(x_0)$.

Vậy P lớn nhất tại $x_0 \in (-1; 0)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 788. Hàm số biểu diễn vận tốc của vật là $v(t) = t^2 - 2t + 2$. Do đó, hàm số biểu diễn quãng đường di chuyển được của vật là $s(t) = \int v(t) dx = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 2t + C$. Do khi bắt đầu chuyển động thì quãng đường đi được bằng 0 nên $C = 0$. Vậy quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát là $s(4) = \frac{40}{3}$ km.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 789. Khẳng định $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ chỉ đúng với $k \neq 0$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 790.

- Xét A theo tính chất $\begin{cases} \int f'(x) dx = f(x) + C_1 \\ \int g'(x) dx = g(x) + C_2 \end{cases}$. Khi $C_1 = C_2$ thì A **sai**.
- Xét B từ $f(x) = g(x) + 2017 \Rightarrow f'(x) = g'(x) \Rightarrow \int f'(x) dx = \int g'(x) dx$. Vậy B **đúng**.
- Xét C sai, giả sử chọn $f(x) = x, g(x) = x + 1$ thì $f(x) = g(x) + 1$ nên C **sai**.
- Xét D theo tính chất $\begin{cases} \int f'(x) dx = f(x) + C_1 \\ \int g'(x) dx = g(x) + C_2 \end{cases}$. Khi $C_1 \neq C_2$ thì A **sai**.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 791. Điểm $M(-2; 1)$ biểu diễn số phức $z = -2 + i$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 792. Ta có phương trình li độ theo thời gian t là $s(t) = \int v(t)dt = \int (1 + 2t)dt = t + t^2 + C$.

Do vật bắt đầu chuyển động tại A khi $t = 0$ nên $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$ và $s(t) = t + t^2$.

Khi vật cách A một khoảng 20 m, ta có phương trình $t + t^2 = 20 \Leftrightarrow t = 4; t = -5$ (loại). Khi đó, vận tốc là $v(4) = 9$ (m/s).

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 793. Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1 \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 794. Đặt $x = 3t \Rightarrow dx = 3 dt \Rightarrow \int f(x) dx = 3 \int f(3t) dt = 6t \cdot \ln(9t - 1) + C$
 $\Rightarrow \int f(3t) dt = 2t \cdot \ln(9t - 1) + C.$

Mà nguyên hàm không phụ thuộc vào biến số nên $\int f(3x) dx = 2x \ln(9x - 1) + C.$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 795. Ta có $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 796. Ta có $\int 2x^3 dx = \frac{x^4}{2} + C.$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 797. Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 798. Ta có $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int \cos 2x d(2x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 799. Áp dụng công thức, ta có: $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 800. $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \int \cos 3x d(3x) = \frac{\sin 3x}{3} + C$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 801. Ta có $\int \frac{dx}{5x-2} = \int \frac{1}{5(5x-2)} d(5x-2) = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C.$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 802. $\int f(x) dx = \int \frac{1}{4\sqrt{2x+1}} d(2x+1) = \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} + C.$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 803. $\int f(x) dx = \int \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} d(2018x) = \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} + C$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 804. $\int 3^{2x} dx = \frac{1}{2} \int 3^{2x} d2x = \frac{3^{2x}}{2 \ln 3} + C.$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 805. Cách 1:

Ta có $\int (\tan^2 x + 2) dx = \int \left(1 + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = x + \tan x + C$.

Và $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = 2 \tan x + C$.

Và $\int (\tan^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Cách 2:

Ta có $g'(x) = (\tan x)' = 1 + \tan^2 x$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 806. Ta có

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} (2x-1)^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 807. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $F'(x) = f(x)$

- xét A có $F'(x) = \frac{1}{2x+3} = f(x)$ nên A thỏa mãn.
- xét B có $F'(x) = \frac{2}{4x+6} = \frac{1}{2x+3} = f(x)$ nên B thỏa mãn.
- xét C có $F'(x) = \frac{1}{2(4x+6)} \neq f(x)$ nên C không thỏa mãn.
- xét D có $F'(x) = \frac{1}{2\left(x+\frac{3}{2}\right)} = \frac{1}{2x+3} = f(x)$ nên D thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 808. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 809. $F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$.

Do $F(2) = 1 \Rightarrow C = 1$. Vậy $F(3) = \ln 2 + 1$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 810. Ta có $\int 2x + \sin 2x = x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 811. Áp dụng công thức, ta có: $\int (x^2 + 1) dx = \frac{x^3}{3} + x + C$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 812. Ta có $\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C$, với C là hằng số.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 813. Ta có: $f(x) = \left[\frac{1}{x} + \ln |2x| + C \right]' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 814. Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 815. Ta tính

$$\int \left(\frac{m}{\pi} + \sin x \right) dx = \frac{mx}{\pi} - \cos x + C$$

$$F(0) = 0 \Rightarrow C = 1$$

$$F(\pi) = 5 \Rightarrow m = 3$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 816. Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{x^3}{x-1} dx = \int \left(x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln |x-1| + C$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 817. Ta có

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \frac{2017x}{(x^2+1)^{2018}} dx = \frac{2017}{2} \int (x^2+1)^{-2018} d(x^2+1) \\ &= \frac{2017}{2} \cdot \frac{(x^2+1)^{-2017}}{-2017} + C = -\frac{1}{2(x^2+1)^{2017}} + C = F(x) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } F(1) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2 \cdot 2^{2017}} + C = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{2^{2018}}.$$

Do đó $F(x) = -\frac{1}{2(x^2+1)^{2017}} + \frac{1}{2^{2018}}$. Từ đó suy ra $F(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\frac{1}{2(x^2+1)^{2017}} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow (x^2+1) \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2^{2018}} = \frac{1-2^{2017}}{2^{2018}}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 818. Ta có: $\int \tan 2x dx = \int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx = -\frac{1}{2} \int \frac{d(\cos 2x)}{\cos 2x} = -\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 819. Ta có $f(x) = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^4 x} = \frac{1}{\cos^4 x} + \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} (\tan^2 x + 1) + \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$. Nên

$$\int f(x) dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + \tan x + \tan x - \cot x + C = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 820. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos 3x$ nên $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x + C$.

Mà $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{14}{3}$ nên $\frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + C = \frac{14}{3} \Leftrightarrow C = 5$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 821. Ta có $\int (6x + \sin 3x) dx = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + C$. Mà $F(0) = \frac{2}{3}$ nên $C = 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 822. Ta có: $f'(x) = 2 - 5 \sin x \Rightarrow f(x) = \int (2 - 5 \sin x) dx = 2x + 5 \cos x + C$.

Mà $f(0) = 10 \Rightarrow C = 5 \Rightarrow f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 823. Ta có $\int 5^{2x} dx = \int 25^x dx = \frac{25^x}{\ln 25} + C = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 824. Đặt $t = \sqrt[3]{3x+1} \Rightarrow t^2 dt = dx \Rightarrow \int f(x) dx = \int t^3 dt = \frac{1}{4} t^4 + C = \frac{1}{4} (3x+1)^{\frac{4}{3}} + C$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 825. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases} \Rightarrow F(x) = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 827. Ta có

$$\int \frac{\ln 3x}{x} dx = \int \ln 3x d(\ln 3x) = \frac{1}{2} \ln^2 3x + C$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 828. $f(x) = \int (3 - 5 \sin x) dx = 3x + 5 \cos x + C$.

$f(0) = 10 \Rightarrow 5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$. Vậy hàm số cần tìm: $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 829. Ta có $F(x) = \int x \cdot e^{2x} dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases} \Rightarrow F(x) = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \left(x - \frac{1}{2}\right) + C.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 830. Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = \cos 2x dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} \sin 2x$. Suy ra

$$I = \int x \cos 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 831. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x} \Rightarrow 2x = f(x)e^{2x}$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^{2x} \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2e^{2x}dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int f'(x)e^{2x} dx = f(x)e^{2x} - 2 \int f(x)e^{2x} dx = 2x - 2x^2 + C.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

$$\text{Câu 832. Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \sqrt{x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \end{cases}.$$

Ta có

$$\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \ln x - \int \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \ln x - \frac{2}{3} \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C$$

Ta chọn đáp án **(D)**

$$\text{Câu 833. } \int \frac{1}{x^2 - 4} dx = \frac{1}{4} \int \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{1}{x + 2} \right) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x - 2}{x + 2} \right| + C \text{ suy ra A đúng.}$$

$$\int (\sin x \cdot \sin 3x) dx = -\frac{1}{2} \int (\cos 4x - \cos 2x) dx = -\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C \text{ suy ra B đúng.}$$

$$\text{Tính } I = \int x e^x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \text{ nên } I = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C \text{ suy ra C đúng.}$$

$$\text{Tính } J = \int x(1 + x)^{2018} dx. \text{ Đặt } 1 + x = t \Rightarrow \begin{cases} x = t - 1 \\ dx = dt. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } J = \int (t - 1)t^{2018} dt = \frac{t^{2020}}{2020} - \frac{t^{2019}}{2019} + C = (1 + x)^{2019} \left(\frac{1 + x}{2020} - \frac{1}{2019} \right) + C.$$

Vậy mệnh đề D sai.

Ta chọn đáp án **(D)**

$$\text{Câu 834. } I = \int e^x \left(\ln(ax) + \frac{1}{x} \right) dx = \int e^x \ln(ax) dx + \int \frac{e^x}{x} dx \quad (1)$$

$$\text{Tính } \int e^x \ln(ax) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(ax) \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow \int e^x \ln(ax) dx = e^x \ln(ax) - \int \frac{e^x}{x} dx$$

$$\text{Thay vào (1), ta được } F(x) = e^x \ln(ax) + C.$$

$$\text{Với } \begin{cases} F\left(\frac{1}{a}\right) = 0 \\ F(2018) = e^{2018} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{\frac{1}{a}} \cdot \ln 1 + C = 0 \\ e^{2018} \ln(a \cdot 2018) + C = e^{2018} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 0 \\ \ln(a \cdot 2018) = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{e}{2018}.$$

$$\text{Vậy } a \in \left(\frac{1}{2018}; 1 \right).$$

Ta chọn đáp án **(A)**

$$\text{Câu 835. - Ta có } f(x)e^{2x} = F'(x) = x e^x.$$

$$\text{- Suy ra } \int f'(x)e^{2x} dx = e^{2x} \cdot f(x) - 2 \int f(x)e^{2x} dx = x e^x - 2(x - 1)e^x = (2 - x)e^x + C$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 836. Với $u = \sqrt{1 + 3 \ln x} \Rightarrow u^2 = 1 + 3 \ln x \Rightarrow \frac{u^2 - 1}{3} = \ln x \Rightarrow \frac{2u}{3} du = \frac{1}{x} dx$.

$$\text{Khi đó, } \int_1^e \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + 3 \ln x}} dx = \int_1^2 \frac{\frac{u^2 - 1}{3} \cdot \frac{2u}{3} du}{u} = \frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 837. Đặt $x = \tan t$ với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, suy ra $dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt$.

• Khi $x = 0$ thì $t = 0$.

• Khi $x = 1$ thì $t = \frac{\pi}{4}$.

Ta có

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan t) \cdot \frac{1}{\cos^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dt = \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{2 + \pi}{8}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 838. Ta có $f(2) - f(1) = \int_1^2 f'(x) dx \geq \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln x\right) \Big|_1^2 = \frac{3}{2} + \ln 2$.

Do đó $\min f(2) = \frac{3}{2} + \ln 2 + f(1) = \frac{5}{2} + \ln 2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 839. Ta có $\int_1^3 (f(x) + 3g(x)) dx = 10 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10$. (1)

Ta có $\int_1^3 (2f(x) - g(x)) dx = 6 \Rightarrow 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\int_1^3 f(x) dx = 4$ và $\int_1^3 g(x) dx = 2$.

Vậy $I = \int_1^3 (f(x) + g(x)) dx = 4 + 2 = 6$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 840. Đặt $u = \ln x$ ta có: $du = \frac{1}{x} dx$ và $x = e^u$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \\ x = e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = 1 \end{cases}$.

Từ đó suy ra

$$\int_1^e \frac{1 - \ln x}{x^2} dx = \int_0^1 (1 - u)e^{-u} du$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 841. Giả sử $F(t)$ là nguyên hàm của hàm số $f(t) \Rightarrow F'(t) = f(t)$. Ta tính

$$\begin{aligned}\int_0^{x^2} f(t) dt &= x \cdot \cos(\pi x) \\ \Leftrightarrow F(t) \Big|_{t=0}^{t=x^2} &= x \cdot \cos(\pi x) \\ \Leftrightarrow F(x^2) - F(0) &= x \cdot \cos(\pi x)\end{aligned}$$

Đạo hàm 2 vế $\Rightarrow 2xf(x^2) = \cos \pi x - \pi x \sin \pi x$

$$\stackrel{x=2}{\Rightarrow} 4f(4) = 1 - 0$$

$$\Leftrightarrow f(4) = \frac{1}{4}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 842. $I = \int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 1.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 843. Ta có $\int_a^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_a^2 = \frac{1}{4} (2^4 - a^4) = 4 - \frac{a^4}{4}$

Bởi vậy $\int_a^2 x^3 dx = 2 \Leftrightarrow 4 - \frac{a^4}{4} = 2 \Leftrightarrow \frac{a^4}{4} = 2 \Leftrightarrow a^4 = 8 \Leftrightarrow a = \pm \sqrt[4]{8} = \pm \frac{2}{\sqrt[4]{2}}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 844. $\int_0^2 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = 4 - 2 = 2.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 845. Ta có $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_1^e = \frac{1}{2}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 846. Ta có $\int_{4\pi}^{2017\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_{4\pi}^{2017\pi} = -(\cos 2017\pi - \cos 4\pi) = 2$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 847. Đặt $t = 3x - 3$, khi đó $dt = 3dx$.

Đổi cận: $x = 1 \rightarrow t = 0, x = 4 \rightarrow t = 9.$

Từ đó ta có $\int_1^4 f(3x - 3) dx = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = 3.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 848. $I = \int_0^2 2e^{2x} dx = (e^{2x}) \Big|_0^2 = e^4 - 1.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 849. Áp dụng công thức định nghĩa tích phân, ta có

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 850. Ta có $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 851. Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(-1; 2; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ nên có phương trình $3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 852. Ta có $I = \int_0^1 2e^x \, dx = (2e^x) \Big|_0^1 = 2e - 2.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 853. Ta có $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] \, dx = 4 \int_0^2 f(x) \, dx - 3 \int_0^2 dx = 4 \cdot 3 - 3 \cdot x \Big|_0^2 = 6.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 854. Ta có $\int_0^x e^t \, dt = e^x - 1 = 2^{2017} - 1 \Rightarrow x = 2017 \ln 2$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 855.

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] \, dx \\ &= \int_{-1}^2 x \, dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) \, dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) \, dx \\ &= \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = \frac{17}{2}. \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 856. Ta có $f(x) = \frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \Rightarrow \int f(x) \, dx = \ln|x| - \ln|x+1| + C.$
 Vậy $I = (\ln|x| - \ln|x+1|) \Big|_3^4 = 4 \ln 2 - \ln 3 - \ln 5$ nên $a = 4, b = -1, c = -1 \Rightarrow S = 2.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 857. Ta có $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x \, dx = 1 \Leftrightarrow 2 \sin 2x \Big|_{\pi}^b = 1 \Leftrightarrow \sin 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ b = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$ với $k \in \mathbb{Z}.$

Do $b \in (\pi; 3\pi)$ nên có đúng 4 giá trị của b thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 858. Đặt $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -du$

Đổi cận

x	0	π
u	1	-1

$$\text{Nên } I = \int_1^{-1} u^3 \cdot (-du) = \int_{-1}^1 u^3 \cdot du = \frac{1}{4} u^4 \Big|_{-1}^1 = 0$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 859. Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx$. Đổi cận $x = 1 \Rightarrow u = 0$; $x = 2 \Rightarrow u = 3$.

$$\text{Do đó: } I = \int_1^2 2x \sqrt{x^2 - 1} dx = \int_0^3 \sqrt{u} du.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 860. Vì $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$ nên $\int_{-2}^2 (2f(x) + 3f(-x)) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{4+x^2} dx$

$$\Leftrightarrow 2 \int_{-2}^2 f(x) dx + 3 \int_{-2}^2 f(-x) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{4+x^2} dx. \quad (1)$$

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận: $x = 2 \Rightarrow t = -2$; $x = -2 \Rightarrow t = 2$.

$$\text{Ta có } \int_{-2}^2 f(-x) dx = - \int_2^{-2} f(t) dt = \int_{-2}^2 f(t) dt = \int_{-2}^2 f(x) dx. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra, } \int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{1}{5} \int_{-2}^2 \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) \Big|_{-2}^2 = \frac{\pi}{20}.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 861. Đặt $\begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = x \end{cases}$. Khi đó,

$$\int_0^1 \ln(2x+1) dx = x \ln(2x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2x}{2x+1} dx = \ln 3 - \left(x - \frac{1}{2} \ln |2x+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - 1.$$

Do đó, $a = \frac{3}{2}$, $b = -1$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 862. Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2 dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 2 \Rightarrow t = 4$.

$$\Rightarrow I = \int_0^4 \frac{1}{2} f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = 8.$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 863.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 864. $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{x^2+1}d(x^2+1) = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2+1)^3} \Big|_0^1 = \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3}.$

Suy ra $a = \frac{2}{3}$ và $b = -\frac{1}{3}$, nên $ab = -\frac{2}{9}.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 865. Ta có $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx = \int_0^2 \frac{1}{2x+1} d(2x+1) = \ln|2x+1| \Big|_0^2 = \ln 5.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 866. $\int_1^e \frac{1+m \ln t}{t} dt = \frac{1}{m} \int_1^e (1+m \ln t) d(1+m \ln t) = \frac{1}{2m} (1+m \ln t)^2 \Big|_1^e = \frac{m}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -2$

Vậy $-3 \leq M \leq 0.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 867. Cách 1. Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow 3x+1 = t^2 \Rightarrow dx = \frac{2}{3}t dt$

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 2, x = 5 \Rightarrow t = 4.$ Vậy $I = \int_2^4 \frac{\frac{2t}{3}}{\frac{t^2-1}{3}} t dt = \int_2^4 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt = \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| \Big|_2^4$

$= \ln \frac{3}{5} - \ln \frac{1}{3} = 2 \ln 3 - \ln 5 \Rightarrow a = 2, b = -1.$

Vậy $2a^2 + ab + b^2 = 7.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 868. Ta có

$$\int_a^b f'(x)e^{f(x)}dx = \int_a^b e^{f(x)}df(x) = e^{f(x)} \Big|_{x=a}^{x=b} = e^{f(b)} - e^{f(a)} = 0$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 869. Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx.$

Đổi cận: $x = 1$ thì $t = 1$ và $x = 9$ thì $t = 3.$

Suy ra, $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int_1^3 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(t) dt = 2.$

Đặt $t = \sin x, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow dt = \cos x dx.$

Khi đó, $x = 0 \Rightarrow t = 0$ và $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1.$

Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = \int_0^1 f(t) dt = 2.$

Vậy $I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 2 = 4$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 870. Ta có $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = \int_1^e \left[1 + \frac{\ln x + 1}{1+x\ln x} \right] dx = x \Big|_1^e + \ln |1+x\ln x| \Big|_1^e = e + \ln \left(\frac{e+1}{e} \right).$

Vậy $a = b = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1.$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 871. Ta có $S = \int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx.$

Đặt $u = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow u^2 = 1+x^2 \Rightarrow u du = x dx.$

Khi $x = 1$ thì $u = \sqrt{2}.$

Khi $x = \sqrt{3}$ thì $u = 2.$

Nên

$$\begin{aligned} S &= \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{u^2}{u^2-1} du = \int_{\sqrt{2}}^2 du + \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{(u-1)(u+1)} du \\ &= \int_{\sqrt{2}}^2 du + \frac{1}{2} \int_{\sqrt{2}}^2 \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u+1} \right) du \\ &= u \Big|_{\sqrt{2}}^2 + \frac{1}{2} \ln \frac{u-1}{u+1} \Big|_{\sqrt{2}}^2 = 2 - \sqrt{2} + \ln \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Do đó $m = 2, n = 3.$ Bởi vậy $m^2 - mn + n^2 = 7$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 872. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = \int_0^1 \frac{(e^x + 1) - e^x}{e^x + 1} dx = \int_0^1 dx - \int_0^1 \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1} = x \Big|_0^1 - \ln |e^x + 1| \Big|_0^1 = 1 - \ln \frac{1+e}{2}.$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow S = a^3 + b^3 = 0.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 873. $I = \int_0^2 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^2 f(3x) d(3x) = \frac{1}{3} \int_0^6 f(u) du$ (với $u = 3x$)

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 874. Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx.$ Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2.$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \frac{2(t^2-1)t}{4+2t} dt = \int_1^2 \frac{t^3-t}{t+2} dt = \int_1^2 \frac{(t+2)(t^2-2t+3)-6}{t+2} dt \\ &= \int_1^2 \left(t^2 - 2t + 3 - \frac{6}{t+2} \right) dt = \frac{1}{3} t^3 - t^2 + 3t - 6 \ln t = \frac{7}{3} - 12 \ln 2 + 6 \ln 3. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 7; b = -12; c = 6 \Rightarrow a + b + c = 7 - 12 + 6 = 1.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 875. Cách 1. Tự luận.

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận $x = -\frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{3\pi}{2}$; $x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = -\frac{3\pi}{2}$. Suy ra $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-t)dt$.

Mặt khác $f(t) + f(-t) = \sqrt{2 + 2\cos 2t} = \sqrt{4\cos^2 t} = 2|\cos t|$ (thay $x = t$).

Ta có $2I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} [f(t) + f(-t)] dt = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 2|\cos t| dt$.

Suy ra $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t| dt$.

$I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t| dt = 2 \int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t| dt$. (Do $|\cos t|$ là hàm số chẵn trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$)

$= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos t| dt + 2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t| dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t dt - 2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos t dt = 2 \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \sin t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = 6$.

Cách 2. Trắc nghiệm.

Ta có: $f(x) + f(-x) = 2|\cos x| \Leftrightarrow f(x) + f(-x) = |\cos x| + |\cos(-x)|$

nên ta có thể chọn $f(x) = |\cos x|$.

Suy ra $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x| dx = 6$ (bấm máy).

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 876. Đặt $x = 2 \tan t$, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Suy ra $dx = \frac{2}{\cos^2 t} dt$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

Khi đó, $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dt}{(4 \tan^2 t + 4) \cos^2 t} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{2 \cdot \frac{1}{\cos^2 t} \cdot \cos^2 t} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{2} = \frac{t}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - 0\right) = \frac{\pi}{8} + 0$.

Do đó $b = 8$, $c = 0$. Vậy $b + c = 8$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 877. Đặt $\begin{cases} u = x + 1 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$. Khi đó $I = (x + 1)f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx$.

Suy ra $10 = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)dx \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = -10 + 2 = -8$.

Vậy $\int_0^1 f(x)dx = -8$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 878. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \, dx \\ v = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$, ta có:

$$I = \frac{1}{2}x^2 \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{1}{2}x \, dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{4}x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{2}e^2 - \left(\frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4} \right) = \frac{e^2 + 1}{4}.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 879. Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) \, dx &= \int_0^4 \ln(x^2 + 9) \, d\left(\frac{x^2 + 9}{2}\right) \\ &= \frac{x^2 + 9}{2} \cdot \ln(x^2 + 9) \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{x^2 + 9}{2} \cdot \frac{2x}{x^2 + 9} \, dx \\ &= \frac{25}{2} \ln 25 - \frac{9}{2} \ln 9 - \int_0^4 x \, dx \\ &= 25 \ln 5 - 9 \ln 3 - \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \\ &= 25 \ln 5 - 9 \ln 3 - 8. \end{aligned}$$

Vậy $a = 25, b = -9, c = -8$ nên $a + b + c = 8$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 880. Với $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} \, dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{dx}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow I = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}.$$

Vậy $a = -\frac{1}{2}, b = 1, c = 2 \Rightarrow 2a + 3b + c = 4$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 881. Với $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) \, dx = 4$.

$$\text{Đặt } t = \tan x \Rightarrow d(\tan x) = dt \Rightarrow \frac{dt}{1+t^2} = dx.$$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$.

$$\text{Ta có } J = \int_0^1 \frac{f(t)}{t^2 + 1} \, dt = \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} \, dx = 4.$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 f(x) \, dx = \int_0^1 \frac{(x^2 + 1)f(x)}{x^2 + 1} \, dx = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} \, dx + \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} \, dx = 2 + 4 = 6.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 882. Ta có:

$$\begin{aligned}\int_0^1 \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx &= \int_0^1 \frac{2(2x+5)}{x^2+5x+6} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2+5x+6} dx \\ &= 2 \int_0^1 \frac{1}{x^2+5x+6} d(x^2+5x+6) + \int_0^1 \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx \\ &= 2 \ln(x^2+5x+6) \Big|_0^1 + \ln \frac{x+2}{x+3} \Big|_0^1 = 11.\end{aligned}$$

Cách khác: Dùng máy tính tích phân được kết quả là I , tính được $e^I = \frac{9}{2}$. Từ đó suy ra $a = 9, b = 2$ nên $a + b = 11$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 883. Ta có $\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^a f(-x) dx$.

$$\begin{aligned}\text{Do đó } \int_{-a}^a \frac{x^2}{e^x+1} dx &= \int_0^a \left[\frac{x^2}{e^x+1} + \frac{x^2}{e^{-x}+1} \right] dx = \int_0^a \frac{x^2(e^{-x}+e^x+2)}{e^{-x}+e^x+2} dx = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a \\ &\Rightarrow \frac{a^3}{3} = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow T = \frac{10}{3}\end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 884. Thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$; ($a < b$), xung quanh trục Ox được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 885. Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 886. Dựa vào công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng quanh trục hoành ta có $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 887. Ta có: $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 888. Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ vào tâm của khu vườn, khi đó khu vườn có phương trình là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Phần đồ thị phần phía trên trục Ox có phương trình là $y = f(x) = 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}}$.

Do vậy diện tích của dải đất là $S = 2 \int_{-4}^4 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx$.

Đặt $x = 8 \sin t$ ($-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) $\Rightarrow dx = 8 \cos t dt$ và $\cos t \geq 0$.

Đổi cận: $x = -4 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}$; $x = 4 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow S = 80 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt = 40 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = 40 \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{40\pi}{3} + 20\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Do đó, số tiền cần dùng là $100.000S \approx 7.653.000$ đồng.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 889. Ta có

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_a^b |f(x)| dx \\ S_2 &= \int_a^b |f(x)| dx \\ S_3 &= \int_a^b |-f(x)| dx = \int_a^b |f(x)| dx \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 890. Cho $y = 0 \Rightarrow x = 0$.

$$\text{Do đó } S = \int_{-1}^2 |x^3| dx = \int_{-1}^0 (-x^3) dx + \int_0^2 x^3 dx = \frac{17}{4}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 891. Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị là

$$x^2 - 5x + 3 = -2x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0 \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_1^{\frac{4}{3}} |x^2 - 5x + 3 - (-2x^2 + 2x - 1)| dx = \left| \int_1^{\frac{4}{3}} (3x^2 - 7x + 4) dx \right| = \left| \left(x^3 - \frac{7x^2}{2} + 4x \right) \Big|_1^{\frac{4}{3}} \right| = \frac{1}{54}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 892. Ta có: $x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ suy ra $S = \int_1^2 |x^2 + 2 - 3x| dx = \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2) dx =$

$$\frac{1}{6}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 893. Phương trình tiếp tuyến có dạng $y = f'(1)(x - 1) + 1 = 2x - 1$.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_0^1 x^2 dx - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{3}.$$

$$S_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (x - 1)^2 dx = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 4.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 894. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số:

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{8}{3} - \left(-\frac{5}{12} \right) = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 895. Ta có hoành độ giao điểm của (H) với Ox là $x = 1$.

Trục Oy có phương trình $x = 0$.

$$\text{Vậy } S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx \right| = |x - 2\ln(x+1)|_0^1 = 2\ln 2 - 1.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

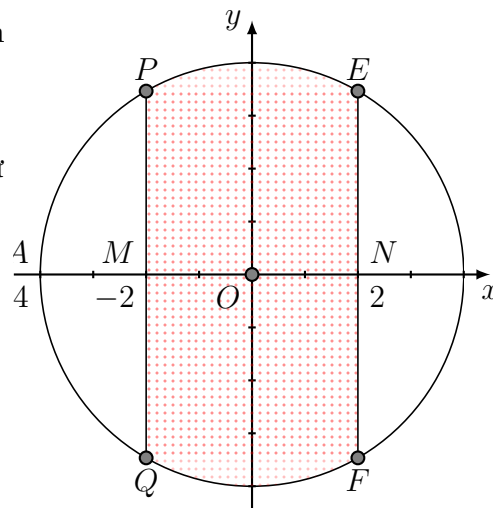
Câu 896. Ta có $S_1 = \int_0^k |e^x| dx = e^k - 1$ và $S_2 = \int_k^{\ln 4} |e^x| dx = 4 - e^k$.

Theo đề bài $S_1 = 2S_2 \Rightarrow e^k - 1 = 2(4 - e^k) \Leftrightarrow e^k = 3 \Leftrightarrow k = \ln 3$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 897.

- Xét đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 16$, điểm $A(-4; 0)$, $B(4; 0)$, $M(-2; 0)$, $N(2; 0)$.
- Khi đó phần diện tích cần tích là phần gạch chéo như trong hình vẽ bên.
- Ta có $S_{PENM} = \int_{-2}^2 \sqrt{16 - x^2} dx = \frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$.
- Vậy $S = \frac{16}{3}\pi + 8\sqrt{3}$.



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 898. Diện tích thiết diện là $S(x) = 3x\sqrt{3x^2 - 2}$.

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là: $V = \int_1^3 S(x) dx = \int_1^3 3x\sqrt{3x^2 - 2} dx$.

Sử dụng MTCT ta được: $V = \frac{124}{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 899. Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và Ox : $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và $x = 2$.

Khi đó $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \frac{16\pi}{15}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 900. Áp dụng công thức tính thể tích vật thể tròn xoay ta có

$$V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx = \frac{\pi e^{2x}}{2} \Big|_{-1}^1 = \frac{e^2 - e^{-2}}{2} \pi$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 901. Thể tích $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi(2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = (\pi + 1)\pi$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 902. Ta có

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2 + \sin x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq y \leq \sqrt{3}$$

Do vậy đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$ không cắt trục hoành. Vậy, ta có

$$V = \pi \int_0^{\pi} (2 + \sin x) dx = (2x - \cos x) \Big|_0^{\pi} = 2\pi(\pi + 1).$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 903. Phương trình hoành độ giao điểm $e^{x-1} = 2 - x \Leftrightarrow e^{x-1} + x - 2 = 0$ (1)

Hàm số $f(x) = e^{x-1} + x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và (1) có nghiệm $x = 1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Đường thẳng $y = 2 - x$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (e^{x-1})^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 e^{2x-2} dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \pi e^{2x-2} \Big|_0^1 - \frac{1}{3} \pi (2-x)^3 \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \pi \left(1 - \frac{1}{e^2}\right) + \frac{1}{3} \pi = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}. \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 904. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$ và trục hoành là

$$2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là

$$V = \int_0^1 \pi [2(x-1)e^x]^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx$$

Xét tích phân $I = \int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = (x-1)^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2(x-1) dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases},$$

$$\text{Ta có: } I = \frac{1}{2} (x-1)^2 e^{2x} \Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1) e^{2x} dx = -\frac{1}{2} - \int_0^1 (x-1) e^{2x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = (x-1) \\ dv_1 = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = dx \\ v_1 = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases},$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } I &= -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} (x-1) e^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx \right) = -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 \right) = -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \right) = \\ &= \frac{e^2 - 5}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = 4\pi I = 4\pi \cdot \frac{e^2 - 5}{4} = (e^2 - 5) \pi.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 905. Ta có $V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \frac{8\pi}{15}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 906. Cho $y = (2 - x)e^{\frac{x}{2}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Suy ra $V = \pi \int_0^2 \left[(2 - x)e^{\frac{x}{2}}\right]^2 dx = \pi \int_0^2 (2 - x)^2 e^x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = (2 - x)^2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -2(2 - x) dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = \pi(2 - x)^2 e^x \Big|_0^2 + 2\pi \int_0^2 (2 - x)e^x dx = -4\pi + 2\pi I_1$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u' = 2 - x \\ dv' = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du' = -dx \\ v' = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = (2 - x)e^x \Big|_0^2 + \int_0^2 e^x dx = -2 + e^x \Big|_0^2 = e^2 - 3$$

$$\text{Do đó } V = -4\pi + 2\pi(e^2 - 3) = \pi(2e^2 - 10).$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 907. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và $x = 2$.

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là } V = \pi \int_0^2 |(x^2)^2 - (2x)^2| dx = \frac{64\pi}{15}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

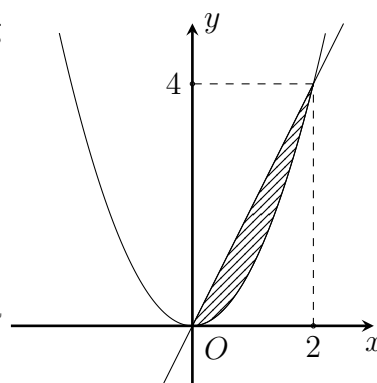
Câu 908.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x$ là

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x$ quay xung quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 909. Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 = x \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{2}$. Khi đó thể tích khối tròn xoay là

$$V = \pi \left(\int_0^{\frac{1}{2}} [x^2 dx - (2x^2)^2] dx \right) = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx - 4\pi \int_0^{\frac{1}{2}} x^4 dx$$

Ta chọn đáp án **(A)**

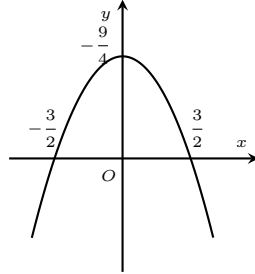
Câu 910. - Ta có $g'(x) = 2(f'(x) - (x + 1))$.

- Từ $g(3) - g(1) = \int_1^3 g'(x) dx = 2 \int_1^3 (f'(x) - (x + 1)) dx < 0$ suy ra $g(3) < g(1)$.

- Tương tự $g(3) - g(-3) = \int_{-3}^3 g'(x) dx = 2 \int_{-3}^3 (f'(x) - (x+1)) dx > 0$ suy ra $g(-3) < g(3)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 911. Gọi phương trình parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = \frac{9}{4} \end{cases} . \text{ Vậy } (P) : y = -x^2 + \frac{9}{4}.$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của cửa parabol là: $S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = \frac{9}{2} \text{ (m)}.$

Số tiền phải trả là $\frac{9}{2} \times 1500000 = 6750000$ (đồng).

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 912. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Phương trình tiếp tuyến d tại $A(-1; 0)$ là $d : y = y'(-1)(x+1) + 0 = (-4a - 2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là $(-4a - 2b)(x+1) = ax^4 + bx^2 + c$.

Theo giả thiết, $x = 0$ và $x = 2$ là hai nghiệm của phương trình này, lần lượt thay $x = 0$ và $x = 2$ vào ta được

$$\begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 0 & (1) \\ 28a + 10b + c = 0 & (2) \end{cases}$$

Mặt khác, diện tích của phần gạch chéo là

$$\begin{aligned} \frac{28}{5} &= \int_0^2 [(-4a - 2b)(x+1) - (ax^4 + bx^2 + c)] dx \\ &= \left[(-4a - 2b) \left(\frac{x^2}{2} + x \right) - \left(\frac{ax^5}{5} + \frac{bx^3}{3} + cx \right) \right] \Big|_0^2 \\ &= (-4a - 2b) \cdot 4 - \left(\frac{32}{5}a + \frac{8}{3}b + 2c \right) \end{aligned}$$

Tương đương với $\frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c = -\frac{28}{5} \quad (3)$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $a = 1, b = -3, c = 2$.

Do đó, $(C) : y = x^4 - 3x^2 + 2$, $d : y = 2x + 2$. Suy ra diện tích của hình giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 0$ là $S = \int_{-1}^0 [(x^4 - 3x^2 + 2) - (2x + 2)] dx = \frac{1}{5}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 913. Chọn mốc thời gian là lúc bắt đầu đạp phanh. Thời điểm xe dừng hẳn là

$$v(t) = -5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ s}$$

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là:

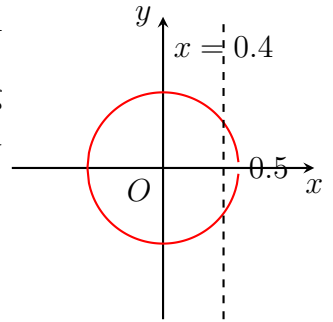
$$S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ m}$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 914.

Trong mặt phẳng Oxy , xét đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi cung $y = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$, trục Ox , Oy và các đường thẳng $x = -0,4$, $x = 0,4$. Thể tích cần tìm đúng bằng thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) xung quanh trục Ox , tức là bằng

$$\begin{aligned} \pi \int_{-0,4}^{0,4} \left(\sqrt{\frac{1}{4} - x^2} \right)^2 dx &= \pi \int_{-0,4}^{0,4} \left(\frac{1}{4} - x^2 \right) dx = \pi \int_{-0,4}^{0,4} \left(\frac{1}{4} - x^2 \right) dx \\ &= \frac{59\pi}{375}. \end{aligned}$$



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 915. Dễ dàng tìm được phương trình của vận tốc trong 1 giờ đầu tiên là $v = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$ còn 2 giờ tiếp theo là $v = \frac{31}{4}$.

Vậy quãng đường mà vật đi được trong 3 giờ đó là

$$s = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4 \right) dt + \int_1^3 \frac{31}{4} dt = \frac{259}{12} \approx 21,58.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 916. - Ta có $v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$.

- Quãng đường đi được $s = \int_0^3 v(t) dt = 24,75$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 917. Quãng đường ô tô đi được trong 5(s) đầu là

$$s_1 = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 7t dt = \frac{7}{2}t^2 \Big|_0^5 = \frac{175}{2} (\text{m}).$$

Phương trình vận tốc khi ô tô phanh là $v(t) = 35 - 35t$, do đó quãng đường ô tô đi được từ khi phanh đến khi dừng hẳn là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = 35 \left(t - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{35}{2} (\text{m}).$$

Vậy quãng đường cần tính là $s = s_1 + s_2 = 105(\text{m})$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 918. Công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ 15 cm đến 18cm là $W = \int_{0,05}^{0,08} 800x \, dx = 1,56\text{J}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 919. Thể tích của khối hộp $V = a^2h = 2(\text{dm}^3)$ suy ra $h = \frac{2}{a^2}$. Tổng diện tích các mặt của hình hộp là $S = 2a^2 + 4ah = 2a^2 + 4a \cdot \frac{2}{a^2} = 2a^2 + \frac{4}{a} + \frac{4}{a} \geq \sqrt[3]{32}$. Khi đó, tổng diện tích các mặt của khối hộp nhỏ nhất bằng $\sqrt[3]{32} (\text{dm}^2)$ đạt được khi $2a^2 = \frac{4}{a} \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{2} \simeq 1.26 (\text{dm}) \Rightarrow h = \sqrt[3]{2} \simeq 1.26 (\text{dm})$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 920. Vận tốc của sau 5 giây là $v(5) = 15 \text{ m/s}$. Quãng đường ô tô đi được sau 10 giây là $\int_0^5 3t \, dt + \int_5^{10} 15 \, dt = 112,5 \text{ m}$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 921. Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ là $M(7; b)$. Dễ thấy các điểm $M(7; b)$ nằm trên đường thẳng $x = 7$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 922. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Điểm biểu diễn của z là điểm $M(a; b)$.

$\Rightarrow 2z = 2a + 2bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M_1(2a; 2b)$.

Ta có $\overrightarrow{OM_1} = 2\overrightarrow{OM}$ suy ra $M_1 \equiv E$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 923. Đặt $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$|z - i| = 5 \Leftrightarrow |x + iy - i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 25.$$

z^2 là số thuần ảo hay $(x + iy)^2$ là số thuần ảo

$$\Leftrightarrow x^2 + 2ixy - y^2 \text{ là số thuần ảo} \Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm y.$$

Vậy ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = y \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = -y. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = y \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} y^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = -y. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y - 12 = 0 \\ x = y \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y^2 - y - 12 = 0 \\ x = -y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = -3 \\ x = -3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = 4 \\ x = -4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = -3 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy ta có 4 số phức thỏa mãn điều kiện trên.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 924. Ta có $z = (1 + 2i)i = -2 + i$. Do đó phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là -2 và 1 .

Ta chọn đáp án **B**

Câu 925. Từ $z = 3 - 2i$ suy ra $\bar{z} = 3 + 2i$. Nên, phần thực của $\bar{z}$ bằng 3 và phần ảo của $\bar{z}$ bằng 2 .

Ta chọn đáp án **D**

Câu 926. Số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Dựa vào hình vẽ suy ra $M(3; -4) \Rightarrow$ phần thực $a = 3$, phần ảo $b = -4$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 927. Số phức $3 - 2\sqrt{2}i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là 3 và $-2\sqrt{2}$. Vậy $a = 3$; $b = -2\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 928. Số phức $0 + bi$, ($b \in \mathbb{R}$) được gọi là số thuần ảo. Vậy số $z = 3i$ là số thuần ảo.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 929. Điểm M có tọa độ là $(-2, 1)$ do đó M biểu diễn số phức $z_3 = -2 + i$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 930. Ta có $z = 1 - i + i^3 = 1 - 2i$. Vậy phần thực của z là 1 , phần ảo của z là -2 .

Ta chọn đáp án **D**

Câu 931. Ta có $\bar{z} = 6 + 5i$ nên $\bar{z}$ có phần thực bằng 6 và phần ảo bằng 5 .

Ta chọn đáp án **C**

Câu 932. Ta có: $w = iz = i(1 - 2i) = 2 + i \Rightarrow$ điểm biểu diễn w là $N(2; 1)$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 933. Gọi số phức $z = a + bi$, ta có

$$|z|^2 = a^2 + b^2 \neq a^2 - b^2 + 2abi = z^2.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 934. Ta có $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = -4 - 4i \Rightarrow z = -4 + 4i \Rightarrow \bar{z} + iz = -8 - 8i$.
Suy ra $|\bar{z} + iz| = |-8 - 8i| = 8\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 935. Ta có $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3 + i)z = -1 + 3i \Leftrightarrow z = i$.
Suy ra $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$.

Vậy $|w| = \sqrt{10}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 936. $z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1 - 13i}{2 - i} \Leftrightarrow z = \frac{(1 - 13i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} \Leftrightarrow z = 3 - 5i$.
 $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 937. Ta có $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i) = 7 + i \Rightarrow |\bar{z}| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 938. Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = a - bi$. Từ đó:

$$|z| = |z + \bar{z}| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ |2a| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do đó có 4 số phức thỏa mãn.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 939. $z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = (4 - 7) + (-3i - 3i) = -3 - 6i$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 940. Sử dụng MTCT tính được $z = \frac{1}{2} + \frac{7}{10}i \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{7}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 941. Ta có $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i \Leftrightarrow 3(a + bi) - (4 + 5i)(a - bi) = -17 + 11i$
 $\Leftrightarrow -a - 5b + (-5a + 7b)i = -17 + 11i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 5b = -17 \\ -5a + 7b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = 6$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 942. Ta có: $z = 2 + 5i \Rightarrow w = iz + \bar{z} + i(2 + 5i) + 2 - 5i = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 5i$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 943. $z = z_1 + z_2 = (5 - 7i) + (2 + 3i) = 7 - 4i$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 944. Đặt $z = a + bi$ ta có $z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + 1 + (b + 3)i - \sqrt{a^2 + b^2} \cdot i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy ta có $S = a + 3b = -5$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 945. Ta có $z = (2i - 1)^2 - (3 + i)^2 = 4i^2 - 4i + 1 - 9 - 6i - i^2 = -11 - 10i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo của z bằng $-11 - 10 = -21$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 946. - Ta có $\begin{cases} a + 2 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ b + 1 = 0 \end{cases}$. Giải ra ta được $b = -1, a = -\frac{3}{4}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 947. - Ta có hệ $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 8 \\ (x - 1)^2 - y^2 = 0 \end{cases}$. Giải ra ta được 3 cặp nghiệm.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 948. Ta có $\bar{z} = 5 + 4i$ nên điểm biểu diễn là $(5; 4)$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 949. Ta có $z = (-3 + 4i)(2 - i) + 5 - 7i = -6 + 3i + 8i - 4i^2 + 5 - 7i = -6 + 11i + 4 + 5 - 7i = 3 + 4i$

Bởi vậy $\bar{z} = 3 - 4i$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 950. Ta có: $z_1 + z_2 = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 951. Ta có $\frac{1}{z} = \frac{1}{(1 - 2i)^2} = \frac{(1 + 2i)^2}{(1 - 2i)^2 \cdot (1 + 2i)^2} = \frac{-3 + 4i}{25}$.

Nên $\left| \frac{1}{z} \right| = \left| \frac{-3 + 4i}{25} \right| = \frac{1}{5}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 952. Bằng cách thử từng đáp án, ta loại ngay các đáp án A, B, D

- $z = 2 + 2i \Rightarrow \omega = 14 + 8i$ (loại A)
- $z = -2 - 2i \Rightarrow \omega = 14 + 8i$ (loại B)
- $z = 2 - 2i \Rightarrow \omega = 30 + 16i$ (loại D)

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 953. Ta có $z = -2(i^2)^5 - 8i + 4 = -2(-1)^5 - 8i + 4 = 2 - 8i + 4 = 6 - 8i$.

Nên $|z| = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = 10$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 954. Ta có $(3+i)|z| = \frac{-2+14i}{z} + 1-3i \Leftrightarrow (3+i)(|z|+i) = \frac{-2+14i}{z}$

Lấy modun 2 vế ta có $\sqrt{10}||z|+i| = \frac{10\sqrt{2}}{|z|}$. Đặt $|z| = x, x > 0$ ta được $|x+i| = \frac{2\sqrt{5}}{x} \Leftrightarrow x\sqrt{x^2+1} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow x^4 + x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x = 2$. Vậy $|z| = 2$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 955. Giả sử $z = a+bi$, với a, b là số thực. Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn số phức z, iz và $z+iz$. Khi đó $M(a; b); N(-b; a); P(a-b; a+b)$. Suy ra $MN = \sqrt{a^2+b^2}; NP = PM = \sqrt{a^2+b^2}$.

Suy ra tam giác MNP vuông cân tại P .

Ta có $S_{\triangle MNP} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot NP \cdot PM = 18 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 18 \Leftrightarrow |z| = \sqrt{a^2+b^2} = 3\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 956. Ta tính $z = i^{2017} = i^{2016} \cdot i = i \Rightarrow z^4 = 1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 957. Ta có

$$z = \frac{2+i}{1-2i} = \frac{(2+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{2+5i+2i^2}{5} = \frac{5i}{5} = i.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 958. Ta có $z = -3+i \Rightarrow \bar{z} = -3-i$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 959. Ta có: $(1+i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1+i} = 1-2i$.

Vậy điểm biểu diễn của z là điểm $Q(1; -2)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 960. Từ $z(2-i) + 5i = 1 \Rightarrow z = \frac{1-5i}{2-i} = \frac{(1-5i)(2+i)}{5} = \frac{7}{5} - \frac{9}{5}i \Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{26}{5}}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 961. Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $w = (3+4i)z + i \Leftrightarrow z = \frac{w-i}{3+4i} = \frac{x+(y-1)i}{3+4i} = \frac{3x-4(y-1) + [3(y-1) + 4x]i}{25}$.

Do đó, ta có: $|z| = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{3x-4y+4}{25}\right)^2 + \left(\frac{4x+3y-3}{25}\right)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 400$.

Suy ra $r = 20$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 962. Ta có $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow (1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + i(1+2i) \Leftrightarrow (1+2i)(|z| - i) = \frac{\sqrt{10}}{z}$
 $\Rightarrow |(1+2i)(|z| - i)| = \left| \frac{\sqrt{10}}{z} \right| \Rightarrow |1+2i| \cdot ||z| - i| = \frac{\sqrt{10}}{|z|} (*)$

Đặt $t = |z|$ thì $t \in \mathbb{R}, t > 0$ và $(*) \Leftrightarrow \sqrt{5} \cdot \sqrt{t^2 + 1} = \frac{\sqrt{10}}{t} \Leftrightarrow t^4 + t^2 = 2 \Rightarrow t = 1$ (do $t > 0$).

Vậy $|z| = t = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 963. $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$ (1).

Ta có $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Thay vào (1) ta được

$(1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = -1.$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 964. Ta có: $z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}.$

Vậy $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 965. Phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$ có nghiệm $z_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{11}}{6}$.

Do đó $|z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{1+11}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 966. Áp dụng định lý Vi-et ta có tổng hai số phức là 2 và tích của chúng là 3 $\Rightarrow$ hai số phức là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 967. Ta có $\Delta' = 4 - 12 = -8 < 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm phức là $\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \\ z_2 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$

Vậy $|z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \right| + \left| \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 968. Ta có $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2 = (z_1 + z_2)^2 - z_1z_2$. Theo vi-et ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 \cdot z_2 = 1 \end{cases}.$

Suy ra $P = 1 - 1 = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 969. Ta có $z + \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow \frac{z^2 - z + 1}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{(z+1)(z^2 - z + 1)}{z} = 0 \Leftrightarrow z^3 = -1$.
Do đó $T = z^{2017} + \frac{1}{z^{2017}} = z \cdot (z^3)^{672} + \frac{1}{z \cdot (z^3)^{672}} = z + \frac{1}{z} = 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 970. Ta có $P = (z_1^2 + z_2^2)^2 - 2z_1^2 z_2^2 = [(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2]^2 - 2z_1^2 z_2^2$.

Theo vi-ét ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 z_2 = 5 \end{cases}$ thay vào P ta được $P = 14$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 971. Bấm máy tính giải ra nghiệm là $z = 1 \pm i \Rightarrow z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \pm i \sin \frac{\pi}{4} \right)$.

Suy ra $z^{2012} = (\sqrt{2})^{2012} \left[\cos \left(2012 \frac{\pi}{4} \right) \pm i \sin \left(2012 \frac{\pi}{4} \right) \right] = 4^{503} (\cos \pi \pm i \sin \pi) = -4^{503}$.

Vậy $P = - \left(4^{503} + \frac{1}{4^{503}} \right) = - \frac{16^{503} + 1}{4^{503}}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 972. Ta có $z^3 + z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + 2z + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + i \\ z_2 = -1 - i \\ z_3 = 1 \end{cases}$

Vậy tổng các nghiệm phức là $z_1 + z_2 + z_3 = -1 + i - 1 - i + 1 = -1$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 973. Ta có $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w} \Rightarrow (z+w)^2 = w^2 + wz + z^2 \Leftrightarrow w^2 + wz + z^2 = 0 \Leftrightarrow w = \frac{-z \pm z\sqrt{3}i}{2}$.

Với $w = \frac{-z - z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z - z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 + i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017$.

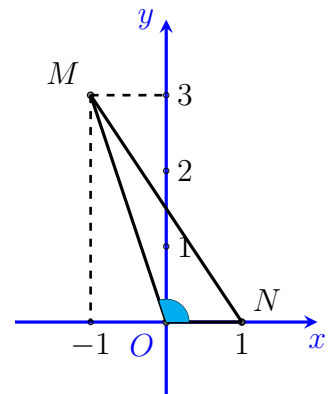
Với $w = \frac{-z + z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z + z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 - i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 974.

Áp dụng công thức cosin

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2 \cdot OM \cdot ON} = \frac{1 + 10 - 13}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}} \\ \Rightarrow \sin \varphi &= \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \Rightarrow \sin 2\varphi &= 2 \sin \varphi \cos \varphi = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 975. Đặt $z = x + yi$ là số phức thoả mãn yêu cầu của bài toán. Từ giả thiết suy ra x, y thoả mãn hệ
$$\begin{cases} x^2 - 4y + y^2 = 0 \\ y \neq 0, \text{ ta thấy hệ có hai nghiệm trong đó nghiệm } (x; y) = (4; 0) \text{ bị loại.} \\ x^2 + (y - 3)^2 = 25 \end{cases}$$
 Vậy chỉ có một số phức z thoả mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 976. Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$ và $z_2 = -1 + \sqrt{2}i$ nên $M(-1; -\sqrt{2})$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 977. Giả sử số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$ thì $\bar{z} = a - bi$.

Khi đó M, N là điểm biểu diễn số phức z và $\bar{z}$ thì $M(a; b), N(a; -b)$ Ta thấy M và N đối xứng nhau qua Ox hay M, N đối xứng nhau qua trục hoành.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 978. Ta có $w = 2 - 6i$ nên điểm biểu diễn là $M(2; -6)$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 979. Xét phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$ có $\Delta' = 64 - 4 \cdot 17 = -4$.

Phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{8 - 2i}{4} = 2 - \frac{1}{2}i, z_2 = \frac{8 + 2i}{4} = 2 + \frac{1}{2}i$.

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$.

Ta có $w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i$. Điểm biểu diễn $w = iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 980. Ta có: $z = 2 - i + 2i - i^2 = 3 + i$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 981. Ta có $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 - \sqrt{2}i \\ z_2 = -1 + \sqrt{2}i \end{cases} \Rightarrow M(-1; -\sqrt{2})$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 982. Xét $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)(z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) = 0 \Rightarrow z_1^3 = -z_2^3$.

Ta có $OA = |z_1|, OB = |z_2|, AB = |z_1 - z_2|$.

Từ $z_1^3 = -z_2^3$ suy ra $|z_1^3| = |z_2^3| \Leftrightarrow |z_1| = |z_2| \Rightarrow OA = OB$.

• $z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2 = 0 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)^2 + z_1z_2 = 0 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)^2 = -z_1z_2 \Rightarrow |z_1 - z_2|^2 = |z_1z_2| = |z_1||z_2| \Rightarrow AB^2 = OA \cdot OB$ nên $OA = OB = AB$.

Chú ý: bài toán này có thể chọn z_1, z_2 đặc biệt và thoả mãn $z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2 = 0$ là được.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 983. Ta có $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i| \Leftrightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| = |x - (y + 3)i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = x^2 + (y + 3)^2$

$$\Leftrightarrow 4x + 4 + 2y + 1 = 6y + 9 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 984. Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) ta có $|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 985. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$|2 + z| = |i - 2z| \Leftrightarrow |(2 + x) + yi| = |-2x + (1 - 2y)i| \Leftrightarrow \sqrt{(2 + x)^2 + y^2} = \sqrt{(-2x)^2 + (1 - 2y)^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x + 4 = 4x^2 + 4y^2 - 4y + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 - 4x - 4y - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}y - 1 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và bán kính $R =$

$$\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{3}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 986. Đặt $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } w = \bar{z} + i \Leftrightarrow x + yi = \bar{z} + i \Leftrightarrow \bar{z} = x + (y - 1)i \Leftrightarrow z = x + (1 - y)i.$$

$$\text{Theo đề } |z| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (1 - y)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 9.$$

Vậy tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là đường tròn tâm $I(0; 1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 987. Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } |\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (-b - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b + 1)^2 = 16.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 988. Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = x - yi$. Từ đó:

$$2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2| \Leftrightarrow 2|(x - 1) + yi| = |2x + 2| \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = |x + 1| \Leftrightarrow y^2 = 4x.$$

Nên tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 989. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Do $|z - 2 - 2i| = 2$ nên tập hợp điểm M là đường tròn $(\mathcal{C}) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Các điểm $A(1; 1), B(5; 2)$ là điểm biểu diễn các số phức $1 + i, 5 + 2i$. Khi đó $P = MA + MB$.

Dễ thấy A nằm trong $(\mathcal{C})$, còn B nằm ngoài $(\mathcal{C})$, mà $MA + MB \geq AB = \sqrt{17}$. Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của AB với $(\mathcal{C})$.

Phương trình đường thẳng $AB : x - 4y + 3 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình sau với $1 < y < 5$.

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} \\ y = \frac{22 + \sqrt{59}}{17} \end{cases}.$$

Vậy $\min P = \sqrt{17}$ khi $z = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} + \frac{22 + \sqrt{59}}{17}i$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 990. Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 5$ (1).

Mặt khác $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (a + 2)^2 + b^2 - [a^2 + (b - 1)^2] = 4a + 2b + 3$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $20a^2 + (64 - 8P)a + P^2 - 22P + 137 = 0$ (*).

Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33 \Rightarrow |w| = \sqrt{1258}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 991. Đặt $z = a + bi$ với $a^2 + b^2 = 1$ thì

$$\begin{aligned} P &= |(a + bi)^2 - (a + bi)| + |(a + bi)^2 + (a + bi) + 1| \\ &= |(a^2 - a - b^2) + (2ab - b)i| + |(a^2 + a + 1 - b^2) + (2ab + b)i| \\ &= \sqrt{(a^2 - a - b^2)^2 + (2ab - b)^2} + \sqrt{(a^2 + a + 1 - b^2)^2 + (2ab + b)^2} \\ &= \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|. \end{aligned}$$

Đặt $f(a) = \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|$ với $-1 \leq a \leq 1$

$$\text{Ta có } f(a) = \begin{cases} \sqrt{2 - 2a} + 2a + 1 & \text{nếu } \frac{1}{2} \leq a \leq 1 \\ \sqrt{2 - 2a} - 2a - 1 & \text{nếu } -1 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } f'(a) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2 - 2a}} + 2 & \text{nếu } \frac{1}{2} < a < 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2 - 2a}} - 2 & \text{nếu } -1 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{7}{8}$$

$$f(-1) = 3, f\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}, f(1) = 3.$$

Bởi vậy $\max_{[-1;1]} f(a) = \frac{13}{4}$ khi $a = \frac{7}{8}, b = \pm \frac{\sqrt{15}}{8}$.

Như vậy, khi $z = \frac{7 + i\sqrt{15}}{8}$ thì $\max P = \frac{13}{4}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 992. Cách 1. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z . Các điểm $A(-2; 1), B(4; 7), C(1; -1)$.

Ta có $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{2}$, mà $AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow MA + MB = AB$.

Suy ra M thuộc đoạn thẳng AB .

Phương trình đường thẳng $AB : y = x + 3$, với $x \in [-2; 4]$.

Ta có $|z-1+i| = MC \Rightarrow |z-1+i|^2 = MC^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-1)^2 + (x+4)^2 = 2x^2 + 6x + 17$

Đặt $f(x) = 2x^2 + 6x + 17$, $x \in [-2; 4]$.

$f'(x) = 4x + 6$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ (nhận)

Ta có $f(-2) = 13$, $f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{25}{2}$, $f(4) = 73$.

Vậy $f(x)_{\max} = f(4) = 73$, $f(x)_{\min} = f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{25}{2}$.

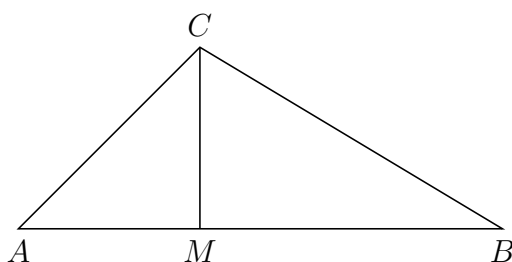
$\Rightarrow M = \sqrt{73}$, $m = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. $\Rightarrow P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

Cách 2. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z .

Các điểm $A(-2; 1)$, $B(4, 7)$, $C(1; -1)$.

Ta có $|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{2}$, mà $AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow MA + MB = AB$

Suy ra M thuộc đoạn thẳng AB .



Phương trình đường thẳng AB : $y = x + 3$, với $x \in [-2; 4]$.

$CM_{\min} = d(C; AB) = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

$CB = \sqrt{73}$; $CA = \sqrt{13} \Rightarrow CM_{\max} = CB = \sqrt{73}$.

Vậy $P = \sqrt{73} + \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{73} + 5\sqrt{2}}{2}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 993. Đặt $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có $|z-1-2i| = 4 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 = 16$.

Khi đó $P = |z+2+i| = \sqrt{(a+2)^2 + (b+1)^2} = \sqrt{(a-1)^2 + (b-2)^2 + 6(a+b)} = \sqrt{16 + 6(a+b)}$.

Áp dụng BDT B.C.S ta có $[(a-1) + (b-2)]^2 \leq 2[(a-1)^2 + (b-2)^2] = 32 \Leftrightarrow -4\sqrt{2} \leq a+b-3 \leq 4\sqrt{2}$.

Mặt khác $P^2 = 16 + 6(a+b) = 34 + 6(a+b-3) \Rightarrow 34 - 24\sqrt{2} \leq P^2 \leq 34 + 24\sqrt{2}$.

Do đó $\begin{cases} M = \max P = \sqrt{34 + 24\sqrt{2}} \\ m = \min P = \sqrt{34 - 24\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow T = 68$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 995. Hình bên có 9 mặt.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 996. Theo lý thuyết, ta có: Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

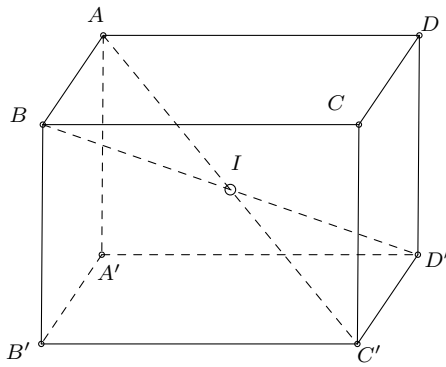
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 997. Hình D không là hình đa diện vì có một cạnh là cạnh của nhiều hơn 2 mặt.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 998. Xét hình tứ diện, có 4 mặt và 4 đỉnh nên nó có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 999.

Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm đối xứng là trung điểm của đường chéo chính AC' .

Ta chọn đáp án **(A)**

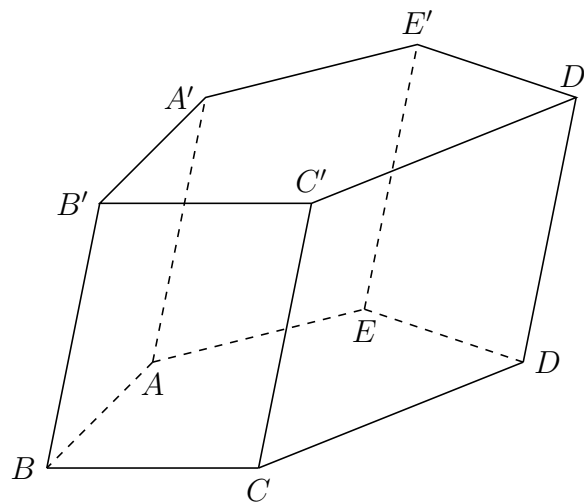
Câu 1000. Có 5 khối đa diện đều có số mặt lần lượt là 4, 6, 8, 12, 20.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1001. Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

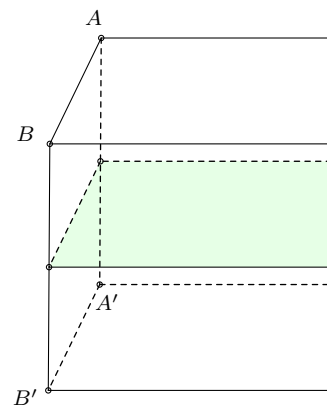
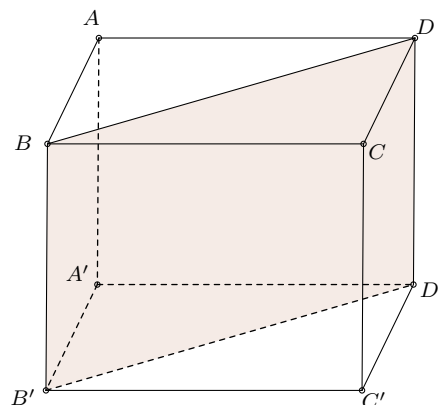
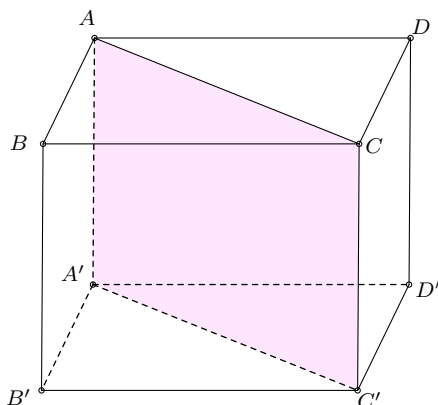
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1002.



Dựa vào hình vẽ ta thấy khối lăng trụ ngũ giác có tất cả 15 cạnh.

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 1003.

Ta chọn đáp án **(B)**

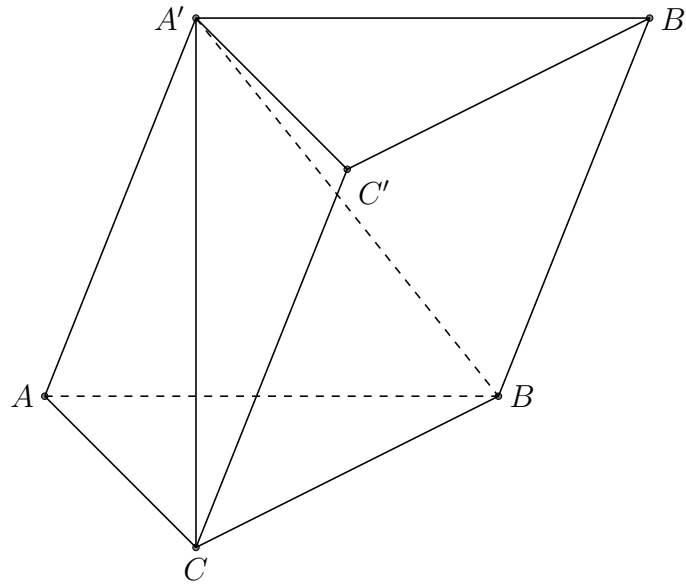
Câu 1004. Hình 3 có một cạnh là cạnh chung của bốn mặt nên hình 3 không phải khối đa diện.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1005. Lắp ghép hai hộp chưa chắc được một khối đa diện lồi.

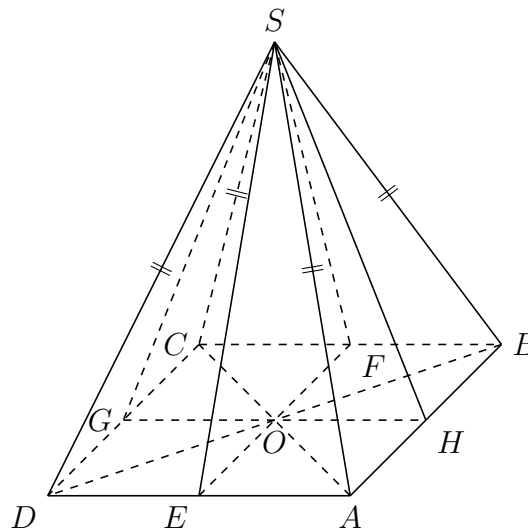
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1006.



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1007.



Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có 4 mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng (SAC) , (SBD) , (SEF) , (SGH) .

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1009. Khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ là khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1010. Mặt bên của hình chóp tam giác đều có thể là tam giác cân bằng nhau.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1011. Có ba loại khối đa diện đều mà mỗi mặt là một tam giác đều, đó là loại $\{3; 3\}$ (khối tứ diện đều), loại $\{3; 4\}$ (khối bát diện đều hay khối tám mặt đều), loại $\{3; 5\}$ (khối hai mươi mặt đều).

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1012. Dễ dàng thấy bát diện đều, hình lập phương và lăng trụ lục giác đều có tâm đối xứng.

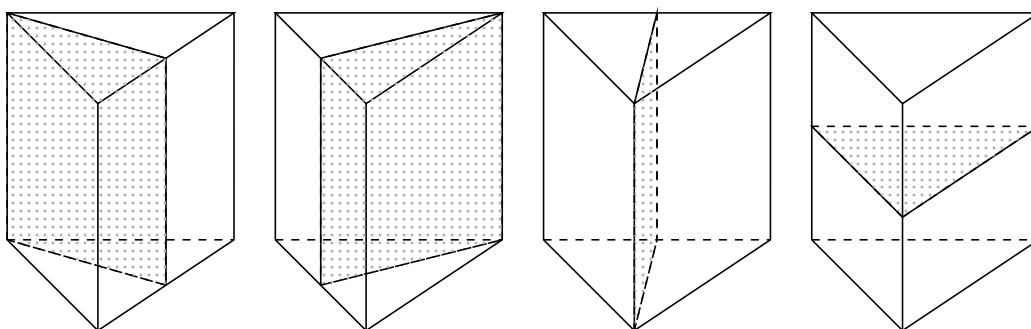
Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1013. Hình lăng trụ tam giác đều có bốn mặt đối xứng như hình vẽ:

Ba mặt phẳng tạo bởi một cạnh bên và trung điểm của hai cạnh đối diện.

Một mặt phẳng tạo bởi trung điểm của ba cạnh bên.

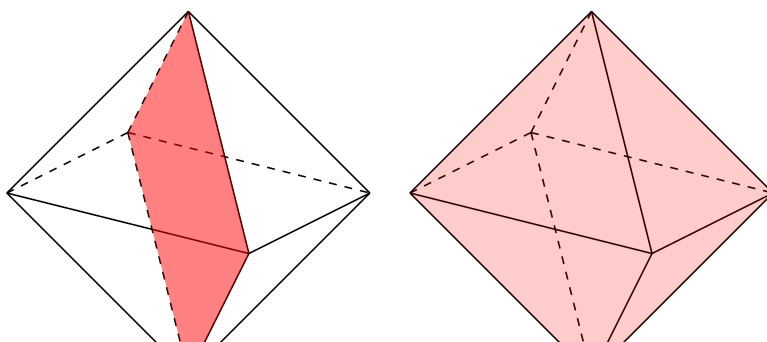


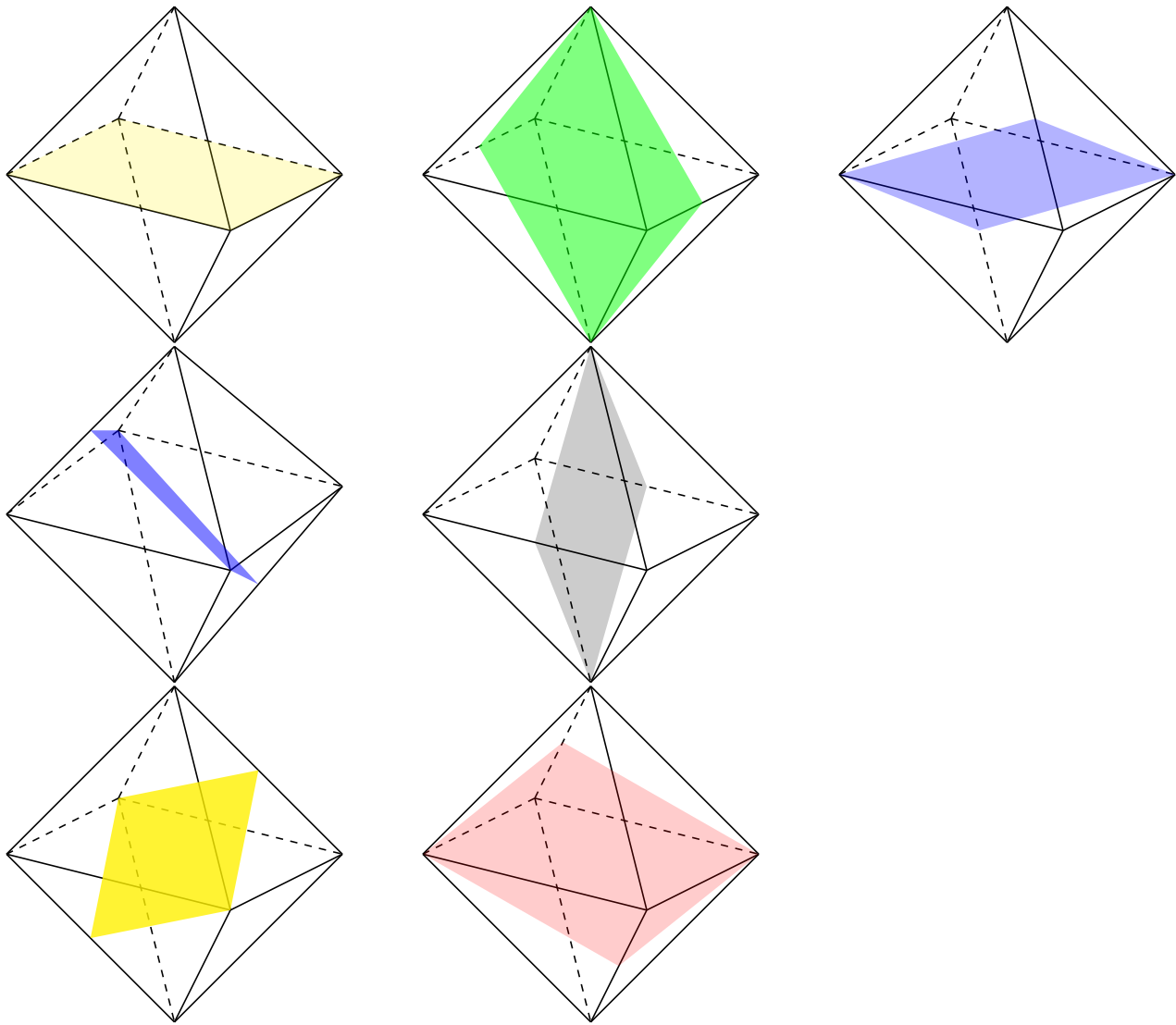
Ta chọn đáp án **C**

Câu 1014. Ta có phép đối xứng tâm I biến hình (H) thành chính nó. Khi đó hình (H) có tâm đối xứng là I suy ra hình lăng trụ tứ giác đều, hình bát diện đều và hình lập phương là các hình đa diện có tâm đối xứng.

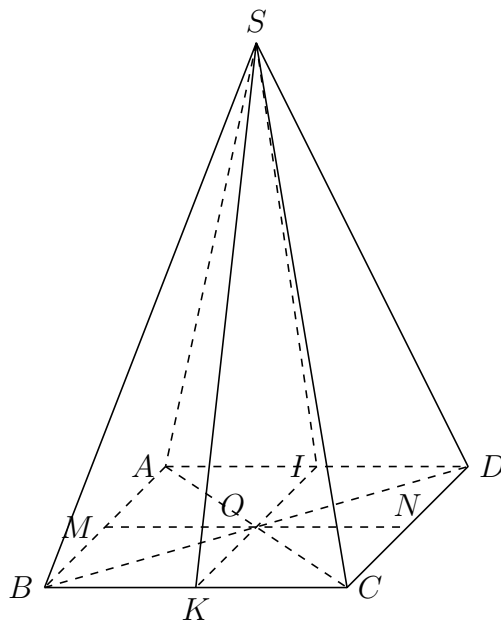
Ta chọn đáp án **C**

Câu 1015.





Ta chọn đáp án **C**



Câu 1016.

Các mặt phẳng đối xứng là (SAC), (SBD), (SIK), (SMN).

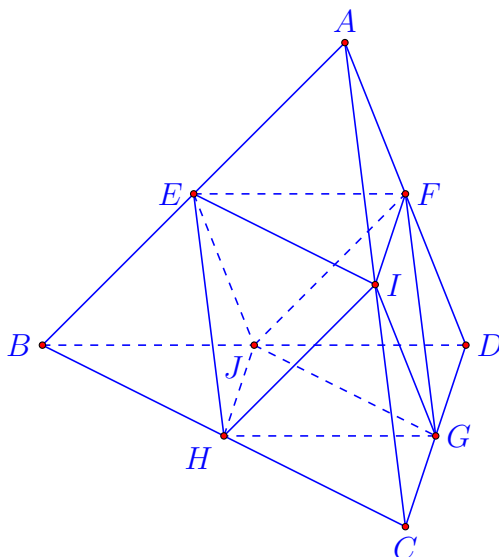
Câu 1017. Hình hộp chữ nhật có các mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng trung trực của các cặp cạnh đối $\Rightarrow$ có 3 mặt đối xứng.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1018. Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}Bh$, với h, B lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của khối chóp.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1019.



Ta có $V_{AEFI} = V_{DFGJ} = V_{CHIG} = V_{BEHJ} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AF}{AD} \cdot \frac{AI}{AC} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{8}V_{ABCD}$.

Mà $V_{(H)} = V_{ABCD} - V_{AEFI} - V_{DFGJ} - V_{CHIG} - V_{BEHJ} = \frac{1}{2}V_{ABCD}$.

Vậy $k = \frac{V_{(H)}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{2}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1020. Ta có thể tích của khối tứ diện $O.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^3$.

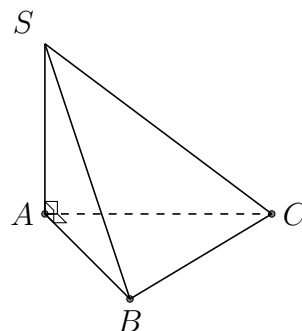
Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1021. Ta có: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \times SA = \frac{1}{3}a^2 \times a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1022.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{a^3}{6}$.

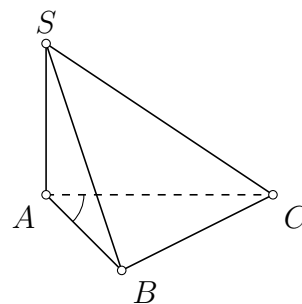


Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1023.

Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1024.

Gọi M là trung điểm của BC , $\triangle SBC$ đều nên $SM \perp BC$ mà $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$ và $SM \perp BC$ suy ra $BC \perp (SAM)$.

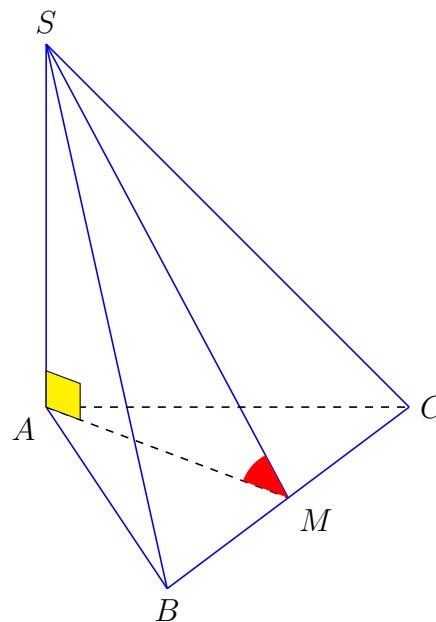
Ta có $\begin{cases} (SAM) \cap (SBM) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} = 30^\circ$.

Xét $\triangle SAM$ vuông tại A có $\sin \widehat{SMA} = \frac{SA}{SM} \Rightarrow SA = \sin 30^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

và $\cos \widehat{SMA} = \frac{AM}{SM} \Rightarrow AM = \cos 30^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}$.

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{3a^2}{8} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

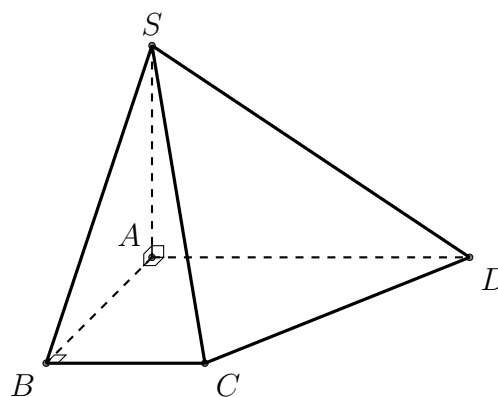
Ta chọn đáp án **(B)**



Câu 1026.

Diện tích mặt đáy $(ABCD)$: $S = \frac{AD + BC}{2} \times AB = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

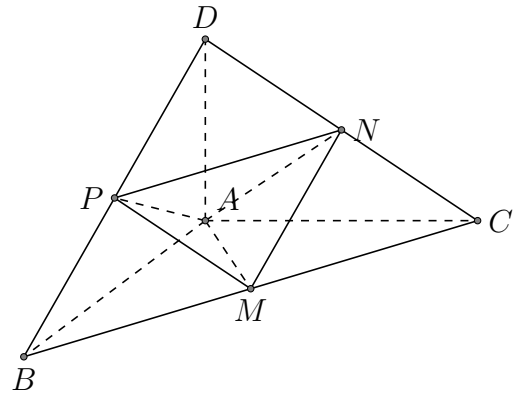


Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1027.

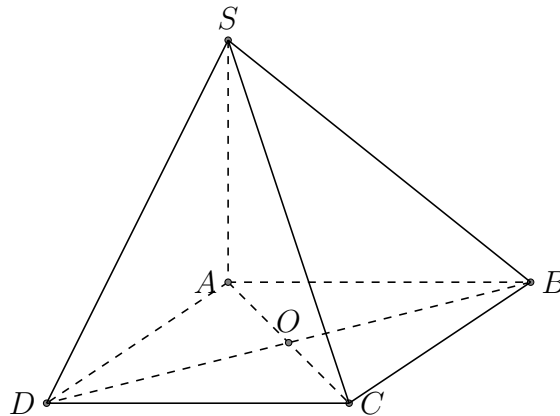
$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3.$$

$$\text{Để thấy } S_{MNP} = \frac{1}{2} \cdot S_{MNDP} = \frac{1}{4} \cdot S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3.$$



Ta chọn đáp án **D**

Câu 1028.



Góc giữa SD và mp (SAB) là $\widehat{ASD} = 30^\circ \Rightarrow SA = a \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{3}a$.

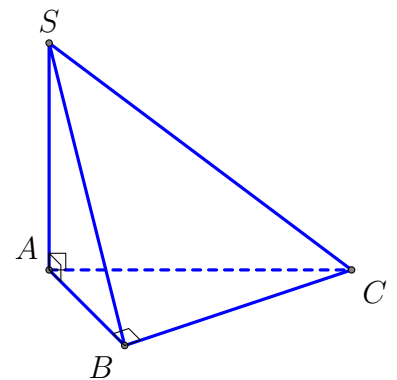
$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} a^2 a \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1029.

$\triangle ABC$ vuông cân tại B có $AC = \sqrt{2} \Rightarrow AB = BC = 1$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2}$.

$$\text{Do } SA \perp (ABC) \text{ nên } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{3}.$$

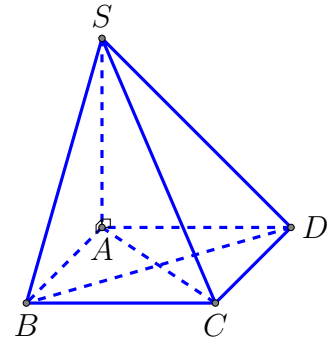


Ta chọn đáp án **C**

Câu 1030.

Góc giữa cạnh SD và đáy là góc $\widehat{SDA} = 60^\circ$. Ta có, $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} \Rightarrow SA = AD \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot a = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Ta chọn đáp án **C**

Câu 1031.

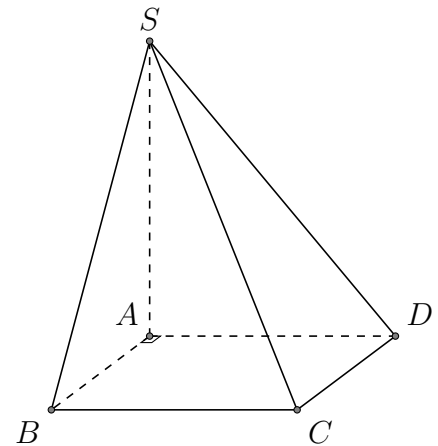
Ta có góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA} = \alpha$

$$SA = AB \tan \alpha = a \tan \alpha.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \tan \alpha \cdot 2a^2$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } \frac{1}{3} a \tan \alpha \cdot 2a^2 = \frac{2a^3}{3} \Leftrightarrow \tan \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ.$$

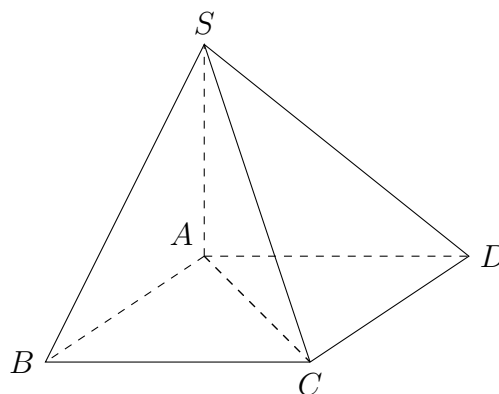


Ta chọn đáp án **A**

Câu 1032. - Từ giả thiết ta có $\widehat{SBA} = 60^\circ$ suy ra $SH = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. Vậy, $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = a^3$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1033.



Ta có $SC \cap (ABCD) = C$, $SA \perp (ABCD)$, $A \in (ABCD)$.

Suy ra AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

Suy ra $[SC, (ABCD)] = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 60^\circ$ (do $SA \perp (ABCD)$).

Xét tam giác SAC vuông tại A có

$$\tan \widehat{SCA} = \tan 60^\circ = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = 5a\sqrt{3}.$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 \Rightarrow BC = 4a \text{ (Pytago).}$$

$$\text{Thể tích hình chóp } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 5\sqrt{3}a \cdot 3a \cdot 4a = 20\sqrt{3}a^3.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1034.

Gọi φ là góc giữa các mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$,

khi đó $\varphi = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$$AB = SA \cdot \cot 60^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

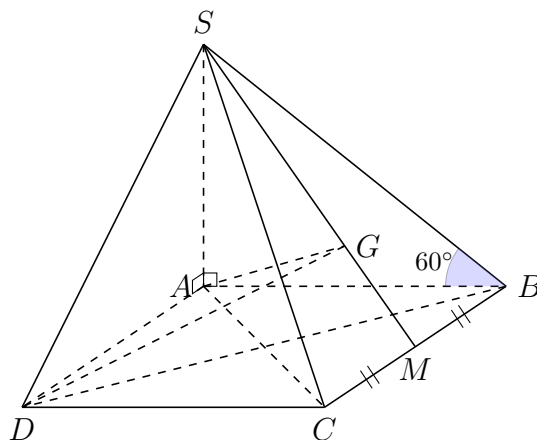
$$V_{S.GAD} = V_{G.SAD} = \frac{1}{3} d(G; (SAD)) \cdot S_{\Delta SAD}.$$

Gọi M là trung điểm BC , ta có $SG = \frac{2}{3} SM \Rightarrow$

$$d(G; (SAD)) = \frac{2}{3} \cdot d(M; (SAD)) = \frac{2}{3} \cdot d(B; (SAD)) = \frac{2}{3} \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}a}{3} = \frac{4\sqrt{3}a}{9}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.GAD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}a}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = \frac{8\sqrt{3}a^3}{27}.$$

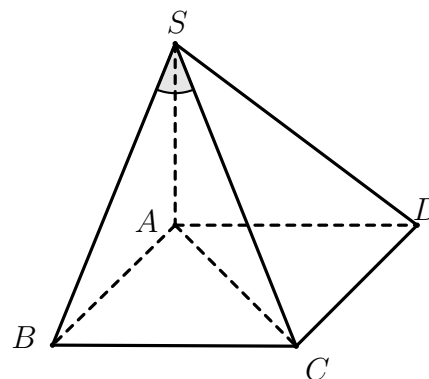
Ta chọn đáp án **(B)**



Câu 1035.

Từ giả thiết ta có góc $\widehat{BSC} = 30^\circ \Rightarrow SB = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{2}a$.

Từ đó suy ra thể tích của khối chóp bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1036. Gọi x là thể tích chóp $S.ABCD$. Ta có $V_{MNAC} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{S.MNC} - V_{M.ABC} - V_{N.ACD} \Rightarrow V_{MNAC} = x - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x \right) = \frac{1}{4}x$.

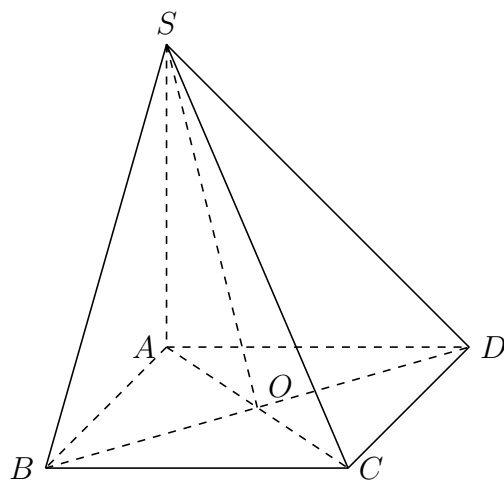
$$\text{Vậy } V_{MNAC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{a^3}{12}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1037. Gọi x là thể tích chóp $S.ABCD$. Ta có $V_{MNAC} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{S.MNC} - V_{M.ABC} - V_{N.ACD} \Rightarrow V_{MNAC} = x - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x \right) = \frac{1}{4}x$.

$$\text{Vậy } V_{MNAC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{a^3}{12}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**



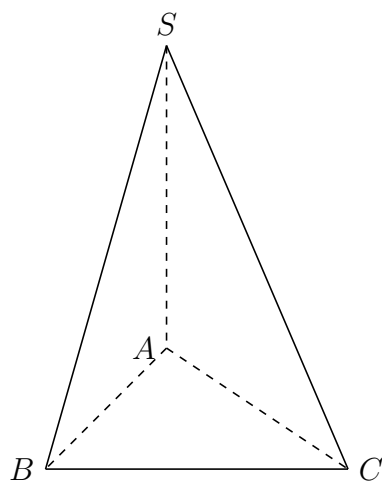
Câu 1038.

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Tam giác SAO vuông tại A và $\widehat{AOS} = 45^\circ$ nên $SA = AO = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

Ta chọn đáp án (B)

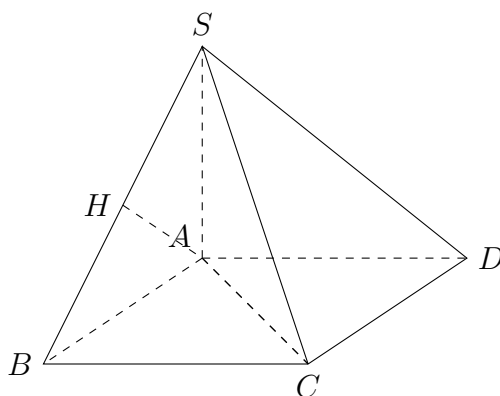


Câu 1039.

$$V = 40$$

Ta chọn đáp án (C)

Câu 1040.



Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $AH \perp SB, H \in SB$.

Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ suy ra $BC \perp (SAB)$.

Do đó $(SAB) \perp (SBC)$ mà $SB = (SAB) \cap (SBC)$ và $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d[A, (SBC)] = AH = a$.

Xét $\triangle SAH$ vuông tại H .

Có $SA^2 = AH^2 + SH^2 \Rightarrow SH = a$ suy ra $\triangle SAH$ là tam giác vuông cân tại H , nên $\widehat{ASB} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle SAB$ là tam giác vuông cân tại A nên $SA = AB = \sqrt{2}a$.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot (\sqrt{2}a)^2 = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1041.

Gọi H là trung điểm cạnh AB .

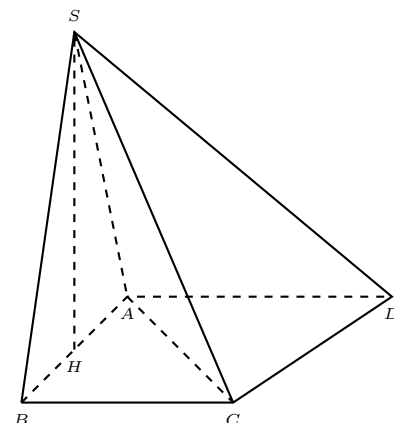
Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$

Khi đó $V_{S.ACD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ACD}$.

Mà $S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot (AD + BC) - \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$.

Và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 1042. Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ là $V = \frac{(a\sqrt{3})^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1043.

Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD và F là trung điểm của cạnh CD . Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG \perp (BCD)$

Tam giác BCD đều có cạnh bằng 2 nên

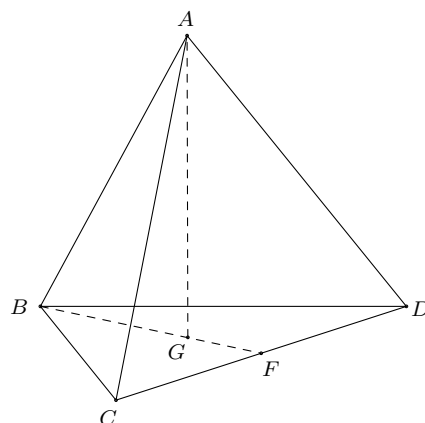
$BG = \frac{2}{3}BF = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $S_{\triangle BCD} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Tam giác ABG vuông tại G có $AB = 2$, $BG = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Nên $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AG \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**



Câu 1044. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1045.

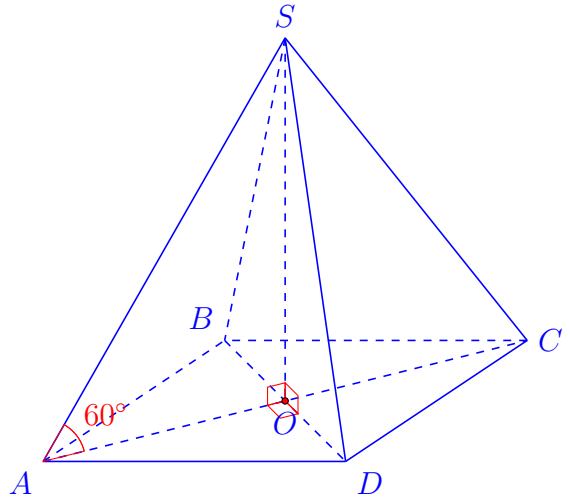
- Gọi O là tâm của hình vuông, ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow OA$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA trên mặt phẳng $(ABCD)$.

- Suy ra $(SA, \widehat{(ABCD)}) = (\widehat{SA, OA}) = \widehat{SAO}$. Do đó, ta có $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

- Tam giác SOA vuông góc tại O và có $\widehat{SAO} = 60^\circ \Rightarrow SO = OA \times \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

- Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \times SO = \frac{1}{3} \times 3^2 \times \frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{9\sqrt{6}}{2}$.

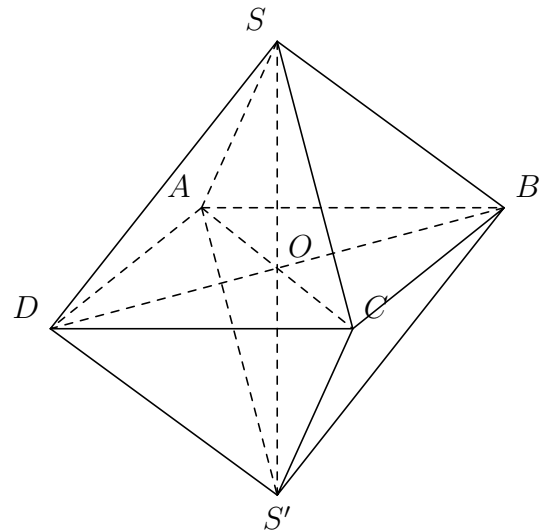
Ta chọn đáp án (A)



Câu 1046.

Có $S_{ABCD} = a^2$ và $SS' = 2SO = 2\sqrt{SB^2 - BO^2} = a\sqrt{2}$.

Do đó $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SS' = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Ta chọn đáp án (C)

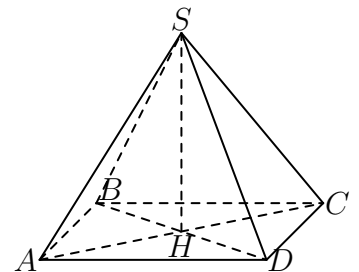
Câu 1047.

Cạnh đáy $AB = a \Rightarrow$ diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Đường chéo $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh bên $SA = 2AB = 2a \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.



Ta chọn đáp án (D)

Câu 1048. Ta có diện tích tam giác đều cạnh 2 là $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Ta chọn đáp án (B)

Câu 1049.

Gọi O là tâm của hình vuông, ta có $SO \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow OA$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(SA, \widehat{(ABCD)}) = (\widehat{SA, OA}) = \widehat{SAO}$. Do đó, ta có $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

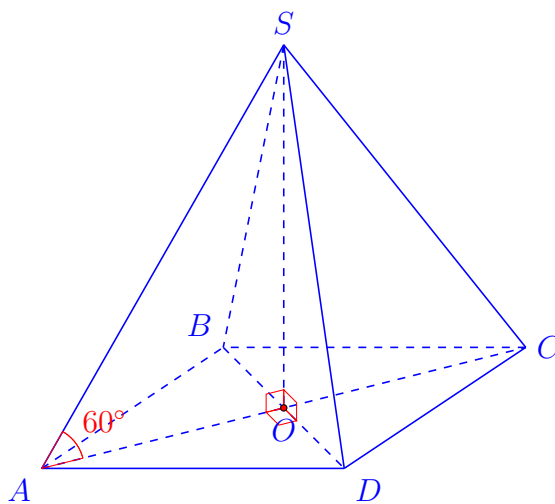
Tam giác SOA vuông góc tại O và có $\widehat{SAO} = 60^\circ$

$$\Rightarrow SO = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

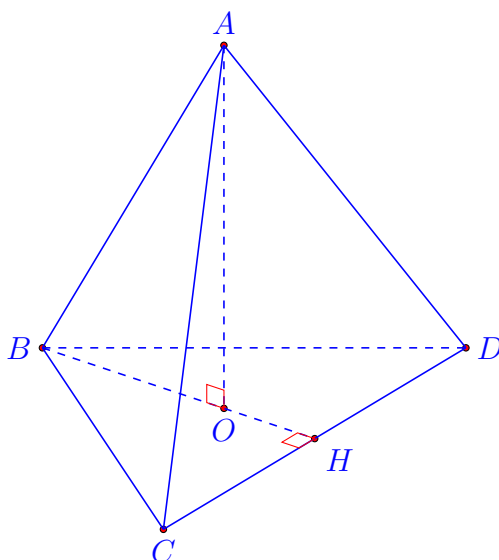
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3}{\sqrt{6}}.$$

Ta chọn đáp án **C**



Câu 1050.



Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , ta có $AO \perp (BCD)$.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $OB = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác AOB vuông tại O nên $AO^2 = AB^2 - OB^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối tứ diện đều $ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{BCD} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ta chọn đáp án **D**

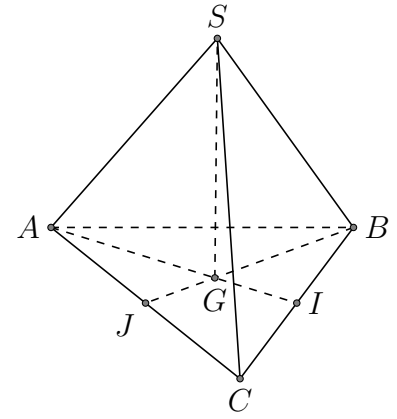
Câu 1051.

Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle ASG$ vuông tại G có $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

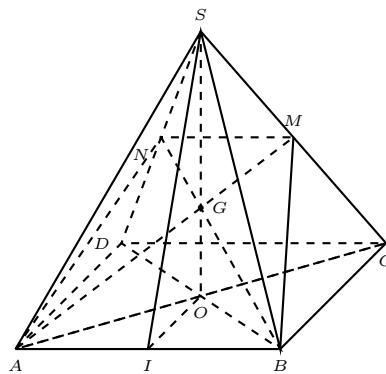
Do đó:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Ta chọn đáp án **D**

Câu 1052.



Vì G là trọng tâm tam giác SAC nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC , tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD .

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB . Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO} = 60^\circ$. Do đó $SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Mặt khác $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABM}$, ta lại có $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$.

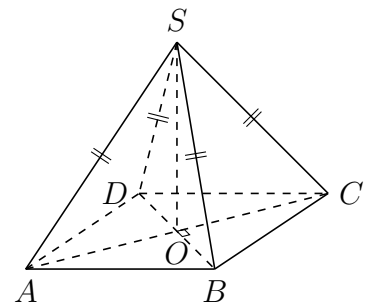
Tương tự ta có $V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V_{S.ACD}$.

Vậy $V_{S.ABMN} = \frac{3}{4}V_{S.ABCD} = a^3\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1053.

Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$ nên độ dài đường chéo $AC = 2a\sqrt{2}$. Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$. Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{7} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.



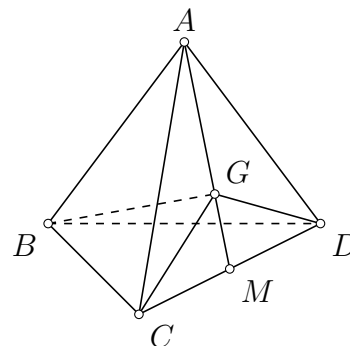
Ta chọn đáp án **D**

Câu 1054.

Gọi M là trung điểm CD . Ta có

$$\frac{d(G, (BCD))}{d(A, (BCD))} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}.$$

Do đó thể tích $G.BCD$ bằng $\frac{V}{3}$.



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1055. Ta có $S_{ABCD} = a^2\sqrt{3}$; $OA = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AD^2}}{2} = a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 2a\sqrt{2}$.

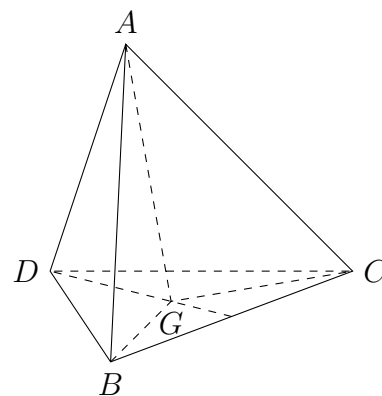
Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} 2a\sqrt{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1056.

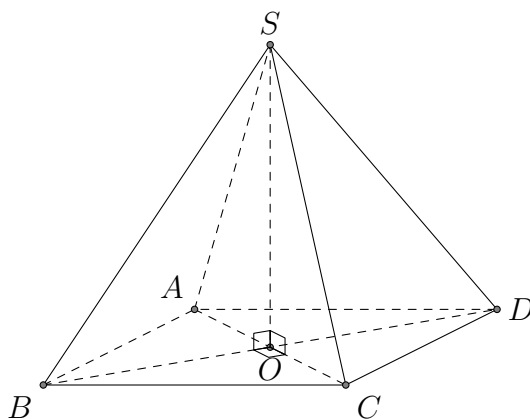
Ta có $d(G, BC) = \frac{1}{3}d(D, BC) \Rightarrow S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCD}$.

$$\begin{aligned} V_{A.GBC} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle GBC} \cdot d(A, (BCD)) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot d(A, (BCD)) = \frac{1}{3} \cdot V_{ABCD} = 4. \end{aligned}$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1057.



$ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1 và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều cạnh 1 có diện tích $S = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ta có diện tích đáy của hình chóp bằng $2S$, suy ra $SO = \frac{3V}{2S} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SOA$ vuông tại O , ta có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1058. Gọi M là trung điểm CD và H là hình chiếu của A trên (BCD) . Do $(ABM) \perp CD$ nên H thuộc BM . Ta có

$$AH = \frac{2S_{ABM}}{BM} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{3x^2}{4} - 3}}{\frac{x\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3x^2 - 12}}{x}.$$

Do $S_{BCD} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ và $V = 2\sqrt{2}$ nên

$$x\sqrt{x^2 - 4} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1059.

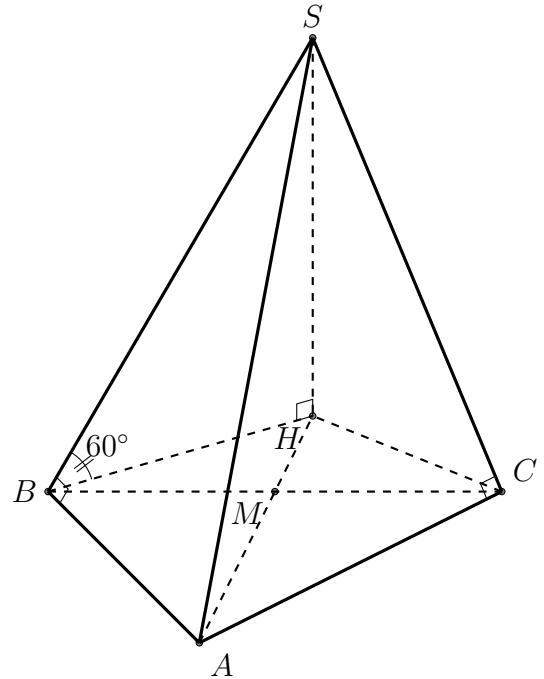
Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) . Khi đó HB, HC lần lượt là hình chiếu của SB và SC lên trên (ABC) . Mà $\triangle SAB$ vuông tại B và $\triangle SAC$ vuông tại C nên $BH \perp AB$ và $CH \perp AC$.

Suy ra: $((\widehat{SAB}), (\widehat{ABC})) = \widehat{SBH} = 60^\circ$.

Hai tam giác $\triangle SAB$ và $\triangle SAC$ bằng nhau nên $\triangle BAH$ bằng $\triangle CAH$ suy ra AH là phân giác góc A . Do đó $BH = BA \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao hình chóp $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = a$ suy ra

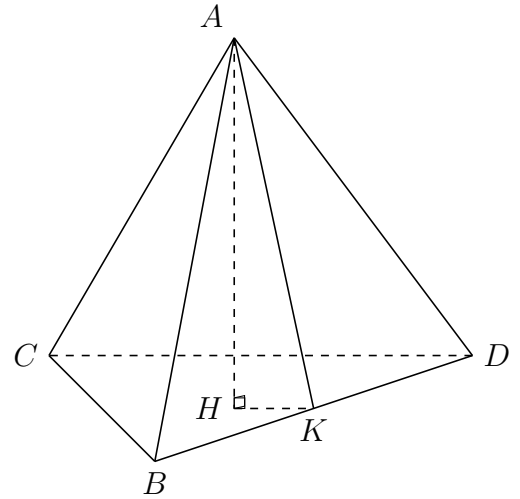
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1060.

Gọi H là hình chiếu của A xuống (BCD) . Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{BCD} \Rightarrow AH = \frac{3V}{S_{BCD}} = \frac{24}{5}$. Gọi K là hình chiếu của A xuống BD . Mặt khác $S_{ABD} = \frac{1}{2}AK \cdot BD \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABD}}{BD} = 6$; $(\widehat{ABD}, \widehat{BCD}) = \widehat{AKH} = \arcsin \frac{AH}{AK} = \arcsin \left(\frac{4}{5} \right)$.



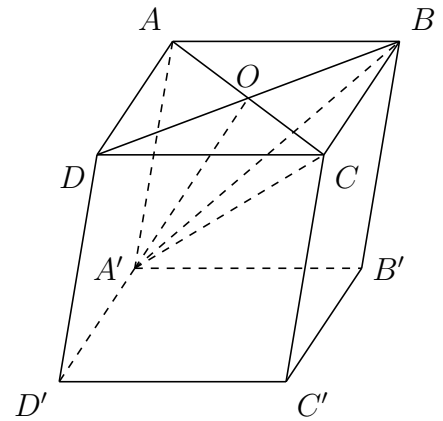
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1061.

Gọi h là độ dài đường cao của lăng trụ xuất phát từ đỉnh A' .

Ta có

$$V_{A'BCO} = \frac{1}{3}h \cdot S_{\triangle BCO} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{4}V = \frac{12}{4} = 3.$$



Ta chọn đáp án **(C)**

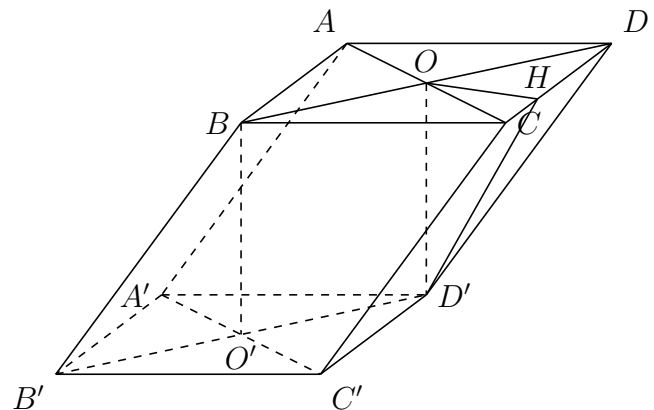
Câu 1062.

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Vì $BO' \perp (A'B'C'D')$ nên $OD' \perp (ABCD)$.

Ta có $AD = a\sqrt{3}$, $DO = \frac{3a}{2}$ nên

$$AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $AC = a\sqrt{3}$, do đó, tam giác ACD đều.



Từ O kẻ $OH \perp CD$, kết hợp với $OD' \perp CD$ (do $OD' \perp (ABCD)$) suy ra $HD' \perp CD$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ là $\widehat{OHD'}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2} \cdot h_A = \frac{a\sqrt{3}}{4}$, $\widehat{OHD'} = \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $OD' = OH \cdot \tan \alpha = \frac{a}{2}$.

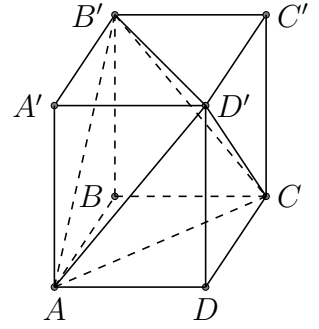
Diện tích đáy hình hộp là $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó, $V = S_{ABCD} \cdot OD' = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1063.

Ta có $V = V_{ACD'B'} + V_{C'B'CD'} + V_{DACD'} + V_{BAB'C} + V_{A'AB'D'} = V_{ACD'B'} + 4\left(\frac{a^3}{6}\right)$
 $\Rightarrow V_{ACD'B'} = a^3 - \frac{2}{3}a^3 = \frac{1}{3}a^3$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1064. Ta có $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1065.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ,

I là giao điểm của SO với AM .

Khi đó, đường thẳng qua I song song với BD cắt SB , SD tại N và P .

Gọi Q là điểm thuộc AM sao cho OQ song song với SC .

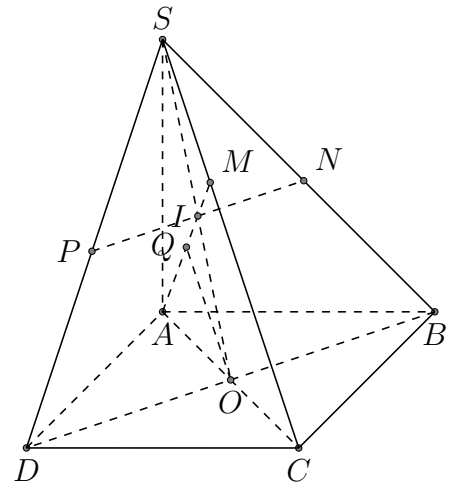
Đặt $k = \frac{MC}{MS} = 2$.

Ta có $\frac{IO}{IS} = \frac{OQ}{SM} = \frac{OQ}{MC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{OA}{AC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{k}{2}$.

Suy ra: $\frac{DP}{PS} = \frac{BN}{NS} = \frac{IO}{IS} = \frac{k}{2}$.

Do đó, $\frac{SM}{SD} = \frac{1}{k+2}$.

Ta cũng có: $\frac{SM}{SC} = \frac{1}{k+1}$.



$$\begin{aligned} V_{S.APMN} &= 2 \cdot V_{S.APM} = 2 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ADC} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABCD} \\ &= \frac{2}{(k+2)(k+1)} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{V}{6}. \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1066. Đặt $\frac{SM}{SA} = x (0 < x < 1)$.

Gọi thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là V , ta có

$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM \cdot SN \cdot SC}{SA \cdot SB \cdot SC} = x^2 \quad (17.2)$$

$$\frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM \cdot SC \cdot SD}{SA \cdot SC \cdot SD} \quad (17.3)$$

ta có $CD = 4AB \Rightarrow S_{ADC} = 4S_{ABC} \Rightarrow S_{ADC} = \frac{4}{5}S_{ABCD}$

$$\Rightarrow V_{S.ADC} = \frac{4}{5}V_{S.ABCD} = \frac{4}{5}V, \quad V_{S.ABC} = \frac{V}{5}.$$

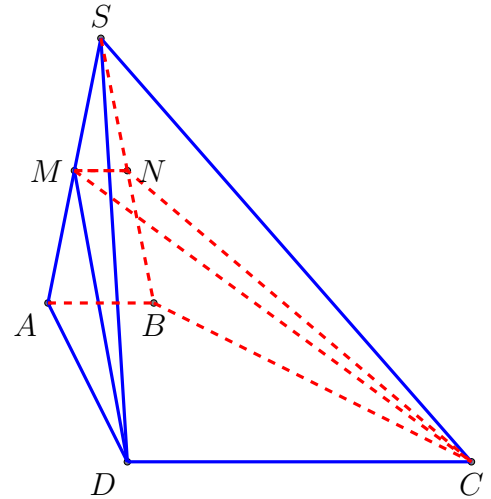
Ta có, $V_{SMNC} = x^2 \cdot \frac{V}{5}$ và $V_{SMCD} = x \cdot \frac{4V}{5}$.

$$V_1 = V_{SMNC} + V_{SMCD} = \frac{V}{5}(x^2 + 4x).$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V} = \frac{(x^2 + 4x)}{5} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 + 3x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow$$

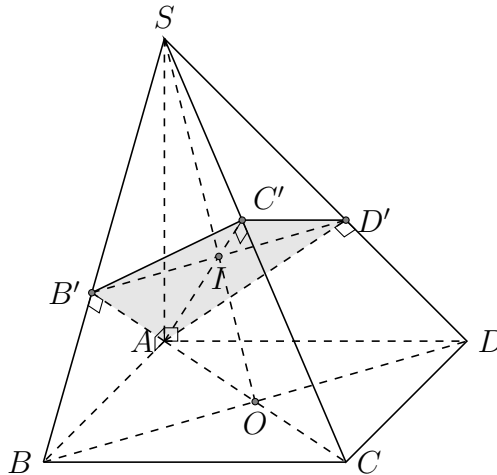
$$\begin{cases} x = \frac{-6 + \sqrt{51}}{3} \\ x = \frac{-6 - \sqrt{51}}{3} (\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-6 + \sqrt{51}}{3}.$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1067.



Ta có $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'}$, (1) mà $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$, (*).

$\triangle SAC$ vuông tại A nên $SC^2 = SA^2 + AC^2 = (2a)^2 + (a\sqrt{2})^2 = 6a^2$ suy ra $SC = a\sqrt{6}$

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$ và $SB \perp AB'$ suy ra $AB' \perp (SBC)$ nên $AB' \perp SC$

Tương tự $AD' \perp SC$. Từ đó suy ra $SC \perp (AB'D') \equiv (AB'C'D')$ nên $SC \perp AC'$

Mà $SC' \cdot SC = SA^2$ suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4a^2}{6a^2} = \frac{2}{3}$.

Ta cũng có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4a^2}{4a^2 + a^2} = \frac{4}{5}$

Từ (*) $\Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{8}{15}$.

Suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{15}V_{SABC} = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{8}{30}V_{SABCD}$ mà $V_{SABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^3}{3}$

Suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{30} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$

Từ (1) suy ra $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'} = \frac{16a^3}{45}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1068.

Kẻ $MQ \parallel SC$, $NP \parallel SC$ thì $MNPQ$ là thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp. Và hình chóp được chia làm hai phần có thể tích là $V_1 = V_{CSMNPQ}$ và $V_2 = V_{BAMNPQ}$.

Gọi $K = MN \cap AB \cap PQ$ (Vì giao tuyến 3 mặt phẳng hoặc đồng quy, hoặc song song).

Theo định lí Menelaus ta có

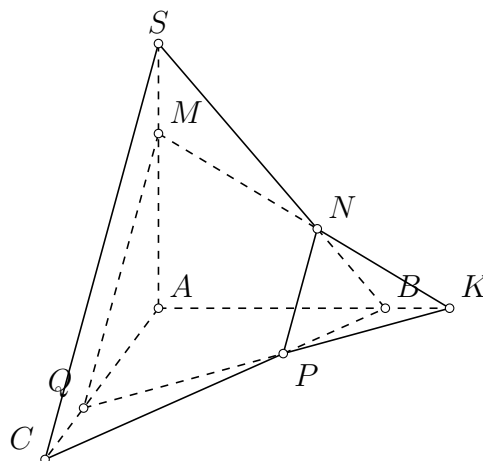
$$\frac{MA}{MS} \cdot \frac{NS}{NB} \cdot \frac{KB}{KA} = 1 \Rightarrow \frac{KB}{KA} = \frac{1}{4}.$$

$$\frac{MS}{BA} \cdot \frac{NB}{NK} \cdot \frac{KA}{SM} = 1 \Rightarrow \frac{KN}{NM} = 1 \Rightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2} = \frac{KP}{KQ}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{KBNP}}{V_{KAMQ}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}. \text{ Mà } \frac{V_{KAMQ}}{V_{BASC}} = \frac{KA \cdot AM \cdot AQ}{BA \cdot AS \cdot AC} = \frac{16}{27}.$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{15}{16} \cdot \frac{16}{27} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**



Câu 1069.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ,

I là giao điểm của SO với AM . Khi đó, đường thẳng qua I song song với BD cắt SB , SD tại N và P .

Gọi Q là điểm thuộc AM sao cho OQ song song với SC .

$$\text{Ta có } \frac{IO}{IS} = \frac{OQ}{SM} = \frac{OQ}{MC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{OA}{AC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{DP}{PS} = \frac{BN}{NS} = \frac{IO}{IS} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Do đó, } \frac{SP}{SD} = \frac{k+2}{k+2}.$$

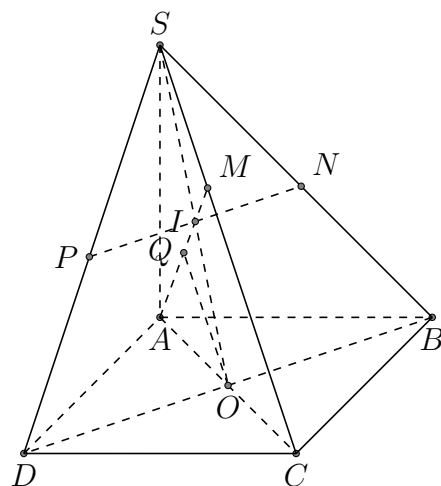
$$\text{Ta cũng có: } \frac{SM}{SC} = \frac{1}{k+1}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } V_{C.APMN} &= \frac{MC}{MS} \cdot V_{S.APMN} = \frac{MC}{MS} \cdot 2V_{S.APM} = \frac{MC}{MS} \cdot 2 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ADC} \\ &= \frac{MC}{MS} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} \cdot V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$

Khảo sát hàm số $f(k) = \frac{2k}{(k+2)(k+1)}$ trên $(0; +\infty)$ ta tìm được giá trị lớn nhất của $f(k)$ là $3 - 2\sqrt{2}$ đạt được khi $k = \sqrt{2}$.

Vậy khi $k = \sqrt{2}$ thì thể tích của $C.APMN$ lớn nhất.

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 1070. Gọi $P = EM \cap AB$, $Q = EM \cap AB$, $R = PN \cap AC$, $E = PN \cap BC$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm BD, BC . Vì M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABD và ABC nên suy ra $MN \parallel IJ$, từ đó suy ra $QR \parallel EF \parallel CD$.

Kẻ $MK \parallel AD$ với $K \in BD$, ta có $DK = \frac{2}{3}DI = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3}ED$, do đó $\frac{DQ}{KM} = \frac{ED}{EK} = \frac{3}{4}$, từ đó ta có $DQ = \frac{3}{4}MK$. Mặt khác $MK = \frac{1}{3}AD$ nên suy ra $DQ = \frac{1}{4}AD$, hay $\frac{AQ}{AD} = \frac{3}{4}$.

Như vậy $\frac{AQ}{AD} = \frac{AR}{AC} = \frac{3}{4}$.

Kẻ $DH \parallel AB$ với $H \in EP$, ta có $DH = \frac{1}{2}PB$. Mặt khác $\frac{DH}{AP} = \frac{QD}{QA} = \frac{1}{3}$ nên suy ra $DH = \frac{1}{3}AP$.

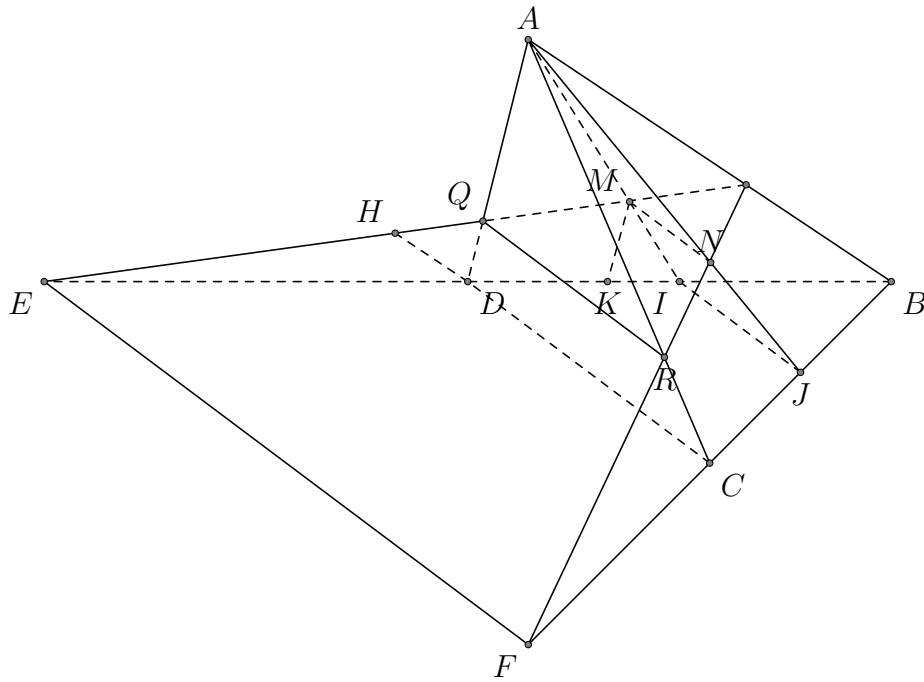
Từ đó ta có $3BP = 2AP \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{3}{5}$.

Tứ diện $ABCD$ đều cạnh a nên $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Bởi vậy:

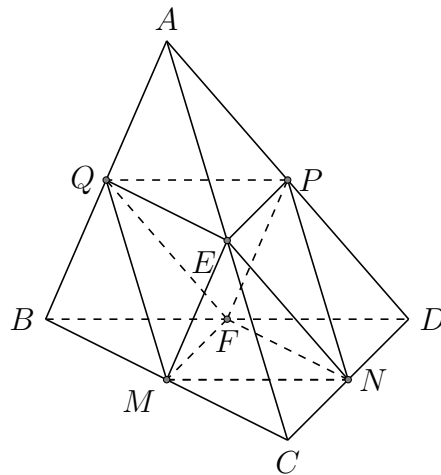
$$\frac{V_{APRQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AP}{AB} \cdot \frac{AQ}{AD} \cdot \frac{AR}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80}$$

Do đó $V_{APRQ} = \frac{27}{80}V_{ABCD} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.



Ta chọn đáp án **D**

Câu 1071.



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a . Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc là cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V'' = 4 \cdot \frac{V}{8} = \frac{V}{2}$.

(Vì với tứ diện cạnh giảm nửa thì thể tích giảm $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$)

Vậy $V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác (giống nhau) có cùng đáy là hình bình hành úp lại. Suy ra: $V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{1}{2}V$

(Do chiều cao giảm một nửa, cạnh đáy giảm một nửa nên diện tích giảm 4)

Cách 3. Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$
 $= 1 - \frac{V_{A.QEP}}{V} - \frac{V_{B.QMF}}{V} - \frac{V_{C.MNE}}{V} - \frac{V_{D.NPF}}{V} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

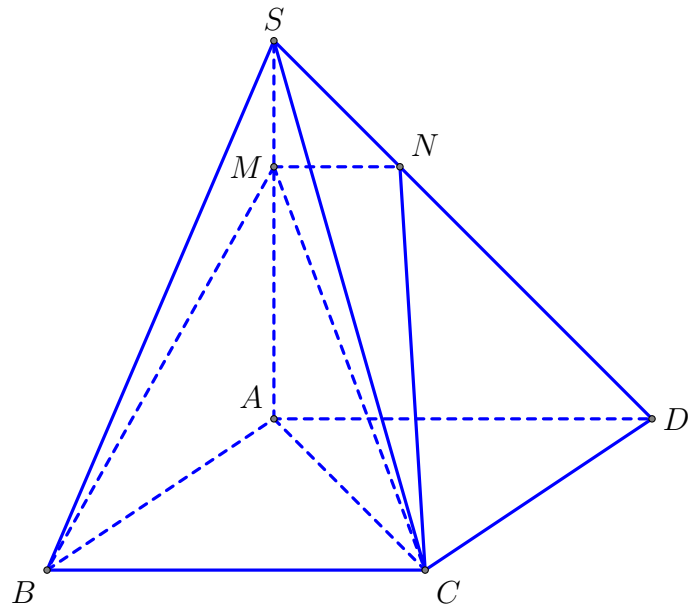
Câu 1072.

Kí hiệu $V = V_{S.ABCD}$. Ta lập tỉ số thể tích

$$\begin{aligned} \frac{V_{SMBC}}{V} &= \frac{V_{S.MBC}}{2V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SA} = \frac{k}{2} \\ \frac{V_{SMCN}}{V} &= \frac{V_{S.MCN}}{2V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{k^2}{2} \\ \Rightarrow \frac{V_{SMBCN}}{V} &= \frac{V_{SMBC}}{V} + \frac{V_{SMCN}}{V} = \frac{k + k^2}{2} \end{aligned}$$

Để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp thành 2 phần bằng nhau khi và chỉ khi

$$\frac{k + k^2}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (do } 0 < k < 1 \text{)}$$



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1073.

Ta có $V_{N.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (ABCD)) \cdot S_{ABCD}$.

Mặt khác, do N là trung điểm CM và M là trung điểm SA

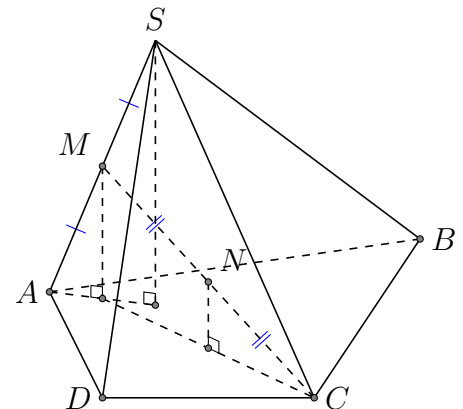
nên:

$$\begin{cases} d(N, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot d(M, (ABCD)) \\ d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot d(S, (ABCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(N, (ABCD)) = \frac{1}{4} \cdot d(S, (ABCD)).$$

$$\text{Do đó } V_{N.ABCD} = \frac{1}{4} \cdot d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD} = \frac{V}{4}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**



Câu 1074. Lưu ý: Hai tam giác đồng dạng theo tỉ số k thì tỉ số diện tích của hai tam giác là k^2 .

$$\text{Áp dụng: } V_{MNPQ} = \frac{1}{3} S_{MNP} \cdot d[Q, (MNP)] = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{EFH} \cdot \frac{1}{2} d[A, (MNP)]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BCD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} d[A, (BCD)] = \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot d[A, (BCD)] = \frac{V}{27}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1075.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

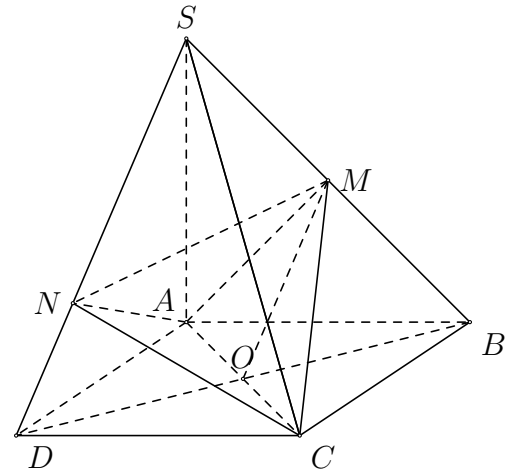
Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì $OM \parallel SD \Rightarrow ND \parallel OM \Rightarrow ND \parallel (MAC)$.

Ta có $d(N; (AMC)) = d(D; (AMC)) = d(B; (AMC))$.

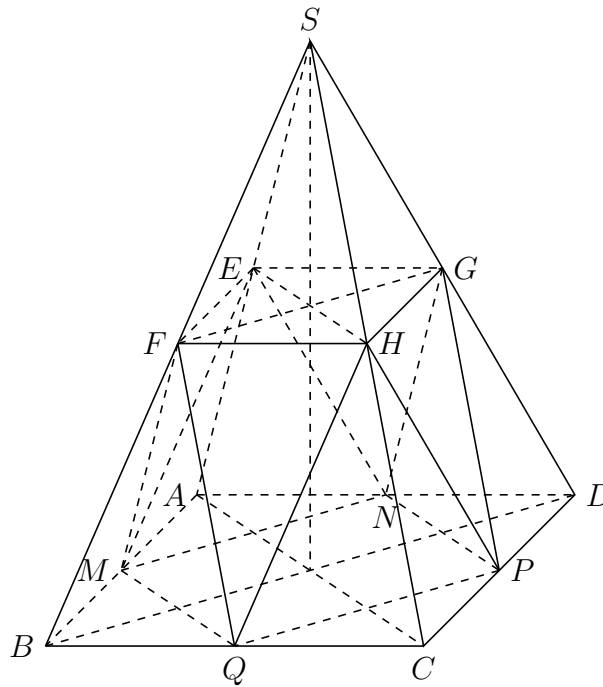
Suy ra $V_{N.MAC} = V_{B.MAC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}$.

Do đó, $V_{ACMN} = \frac{a^3}{12}$.



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1076.



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, có thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2}{3}$.

Gọi $M; N; P; Q; E; F; G; H$ là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp (hình vẽ).

Khi đó $V_{MNPQEFHG} = V_{S.ABCD} - (V_{S.EFGH} + V_{F.MBQ} + V_{H.QCP} + V_{G.PDN} + V_{E.MAN})$, với $V_{S.EFGH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{12}$.

Các khối chóp còn lại cùng chiều cao và diện tích đáy bằng nhau nên thể tích của chúng bằng

$$V_{E.MAN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{24}.$$

Vậy thể tích cần tính $V_{MNPQEFHG} = \frac{2}{3} - \frac{1}{12} - \frac{4}{24} = \frac{5}{12}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1077.

Ta có thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{12} = X$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của NE với CD và ME với AD . Dễ thấy $AQ = CP = \frac{2}{3}a$.

Ta dễ dàng tính được $V_{E.BMN} = \frac{1}{2}X$. Áp dụng tỉ số thể

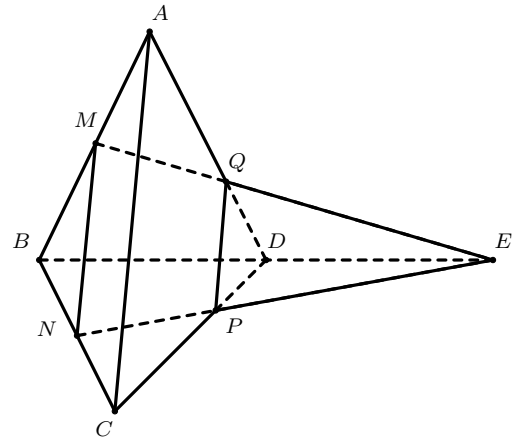
tích ta có $\frac{V_{E.PQD}}{V_{E.BMN}} = \frac{2}{9}$. Suy ra $V_{E.PQD} = \frac{2}{9} \cdot V_{E.BMN} \Rightarrow$

$$V_{BMNEQP} = \frac{7}{9} \cdot V_{E.BMN} = \frac{7}{18}X$$

Tức là phần khối đa diện không chứa điểm A có thể tích bằng $\frac{7}{18}X$, nên phần chứa điểm A có thể tích là

$$\frac{11}{18}X = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}.$$

Ta chọn đáp án (B)



Câu 1079. Gọi $\mathcal{B}$ là diện tích đáy của cả khối chóp và khối lăng trụ, h là chiều cao khối chóp $\Rightarrow \frac{h}{2}$ là chiều cao khối lăng trụ.

Thể tích khối chóp là $V_1 = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_2 = \mathcal{B} \cdot \frac{h}{2} = \frac{3}{2}V_1$.

$$\text{Vậy } \frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}.$$

Ta chọn đáp án (A)

Câu 1080. Gọi m, n lần lượt là chiều cao của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và của khối chóp $S.A'B'C'D'E'$. Gọi S là diện tích của đa giác $ABCDE$.

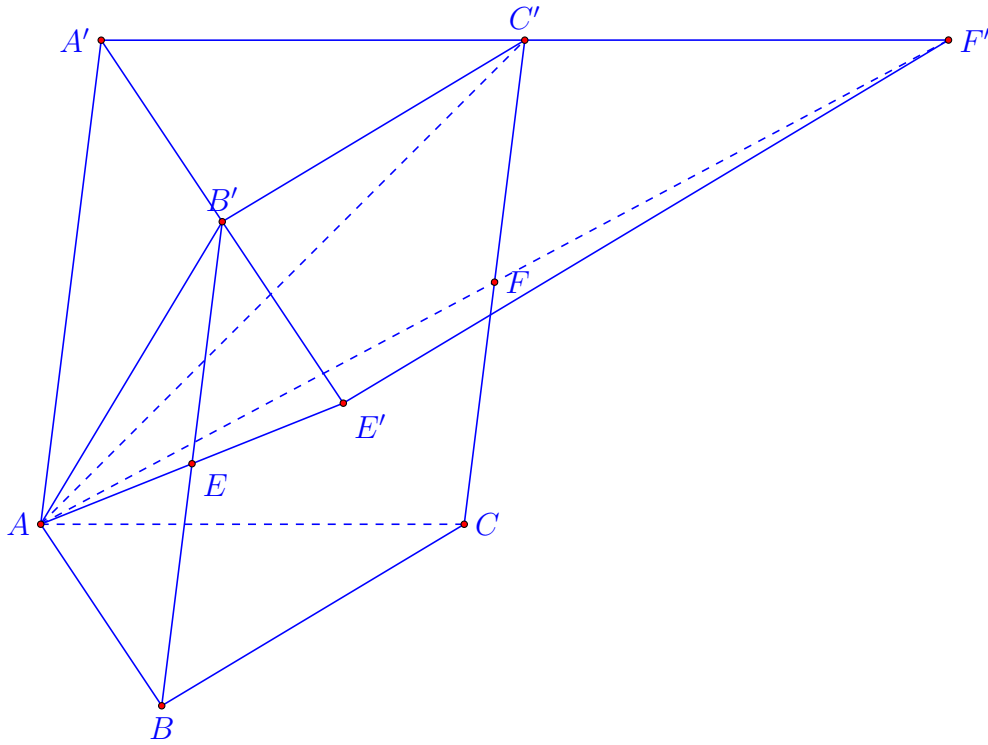
Ta có $V_1 = mS$, $V_2 = \frac{1}{3}nS$.

$$\text{Mà } \frac{m}{n} = \frac{AA'}{SS'} = \frac{7}{5}.$$

$$\text{Vậy } k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{21}{5}.$$

Ta chọn đáp án (A)

Câu 1081.



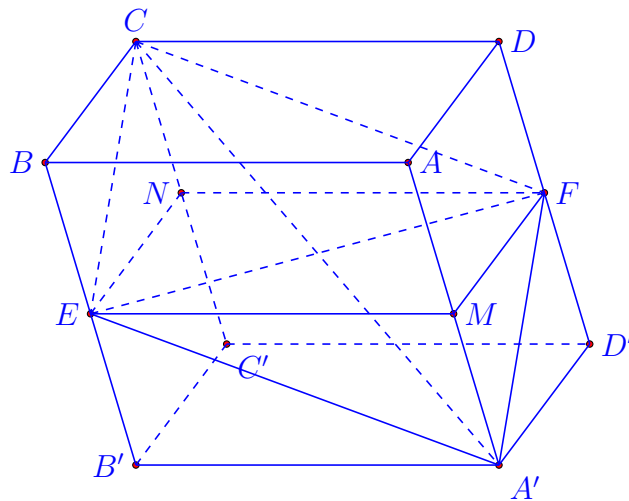
Vì $B'C'$ là đường trung bình của tam giác $A'E'F'$ nên $S_{A'E'F'} = 4S_{A'B'C'}$ và $S_{B'C'F'E'} = 3S_{A'B'C'}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} V_{ABC.A'B'C'} = S_{A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) \\ V_{A.B'C'F'E'} = \frac{1}{3} S_{B'C'F'E'} \cdot d(A, (A'B'C')) = S_{A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) = V_{ABC.A'B'C'}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{A.B'C'F'E'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = 1.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1082.



Mặt phẳng (CEF) cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $CEA'F$. Qua EF vẽ mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt khối hộp theo hình bình hành $EMFN$.

$$\text{Khi đó } V_1 = V_{ABCD.MENF} - V_{CENF} + V_{A'EMF}.$$

$$\text{Vì } V_{CENF} = V_{A'EMF} \text{ nên } V_1 = V_{ABCD.MENF}.$$

$$\text{Do đó } V_2 = V_{A'B'C'D'.MENF}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = 1.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1083. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ do đó $AB = BC = a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = BB' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{2}$.

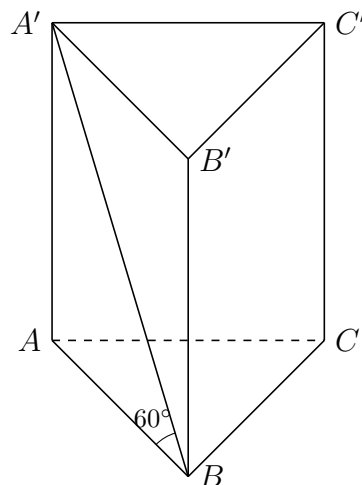
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1084.

Ta có: $AA' \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'BA} = (\widehat{A'B}; (\widehat{ABC})) = 60^\circ$.

Do đó $AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$; $S_{ABC} = \frac{AB^2}{2} = \frac{5a^2}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = Sh = \frac{5a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{2}$.



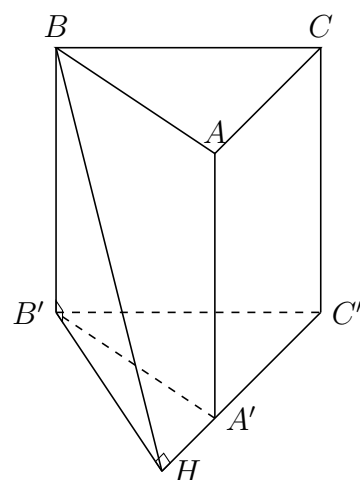
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1085.

Ta có $B'H = \sin 30^\circ \cdot B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\widehat{BHB'} = 60^\circ \Rightarrow BB' = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1086.

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (AA'C'C)$$

Do đó AC' là hình chiếu vuông góc của BC' trên $(AA'C'C)$.

$$\text{Suy ra } (\widehat{BC', (AA'C'C)}) = (\widehat{BC', AC'}) = \widehat{AC'B} = 30^\circ$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A .

$$\text{Ta có: } AB = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

Xét $\triangle ABC'$ vuông tại A .

$$\text{Ta có: } AC' = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 3a$$

Xét $\triangle ACC'$ vuông tại C .

$$\text{Ta có: } CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot CC' = \frac{1}{2}a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2\sqrt{2}a = a^3\sqrt{6}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1087. Ta có: $V = B \cdot h = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1089.

- Góc giữa $A'C$ và $(ABCD)$ bằng $\widehat{A'CA}$.
- Suy ra $AA' = AC \cdot \tan \widehat{A'CA} = a\sqrt{6}.$
- Thể tích lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{6} \cdot a^2 = a^3\sqrt{6}.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1090.

Ta có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 nên diện tích đáy là $\frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$

Mà đường cao lăng trụ cũng bằng 3. Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là

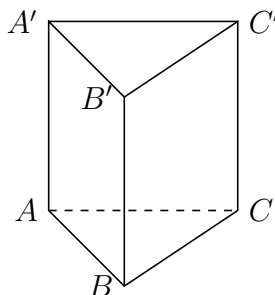
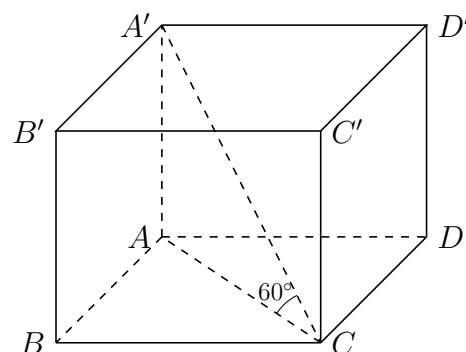
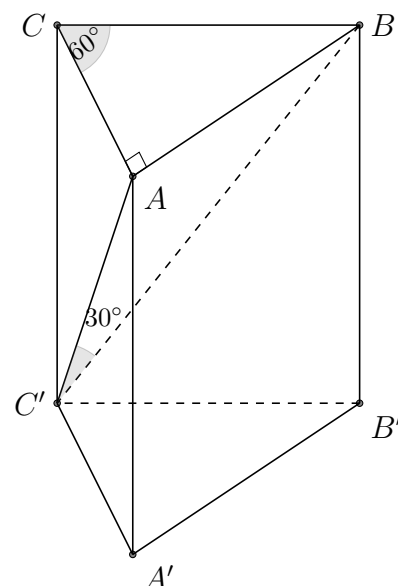
$$V = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1091. Mặt bên là 3 hình vuông cạnh a nên $S_{xq} = 3a^2.$

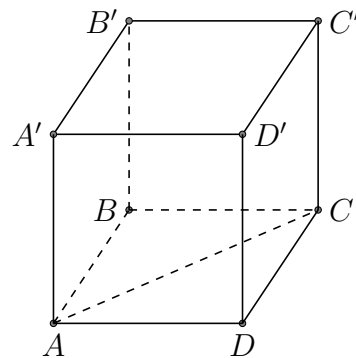
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1092.



Ta có $AC = a\sqrt{2}$ nên khối lập phương có cạnh là a .

Khi đó $V = a^3$.



Ta chọn đáp án (B)

Câu 1093. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Theo đề bài, ta có $A'H \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm BC và vẽ MN vuông góc AA' . Khi đó, MN là đoạn vuông góc chung của AA' và BC .

$$MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}; \sin \widehat{A'AH} = \frac{MN}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^\circ.$$

$$\text{Suy ra: } A'H = AH \cdot \tan \widehat{A'AH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \tan 30^\circ = \frac{a}{3}. \text{ Vậy, } V_{ABCA'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

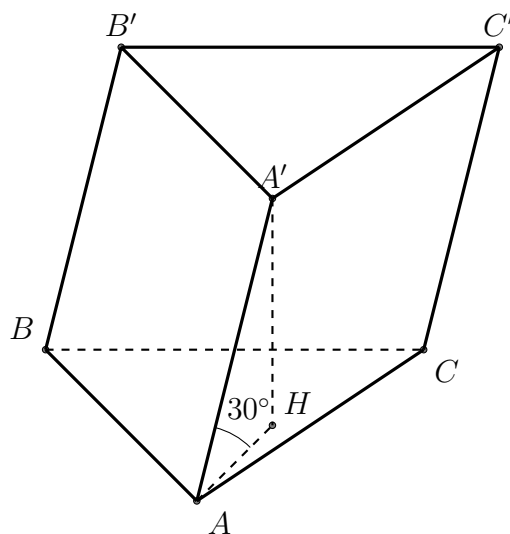
Ta chọn đáp án (B)

Câu 1094.

Gọi hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có H là hình chiếu vuông góc của A' lên trên mặt phẳng đáy (ABC) .

Ta có: $AB = 3$, $AA' = 2\sqrt{3}$ nên $A'H = AA' \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{3}$.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } V = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{27}{4}$$



Ta chọn đáp án (C)

Câu 1095.

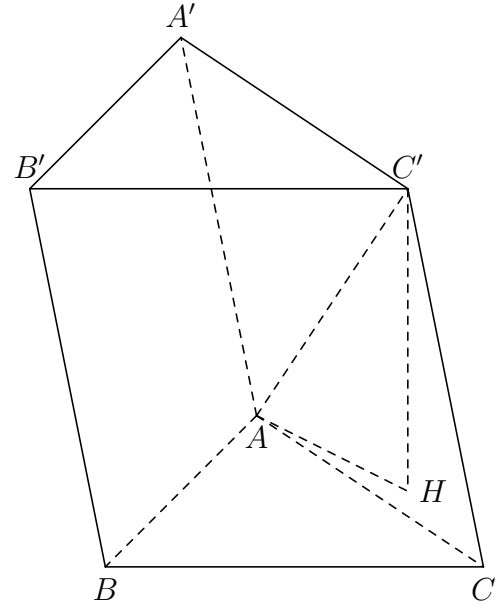
Gọi H là hình chiếu của C' lên đáy

$$(ABC) \Rightarrow \widehat{C'AH} = 60^\circ \Rightarrow C'H = AC' \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}.$$

Từ đó ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(2\sqrt{2})^2 = 4$$

$$\Rightarrow V_{ABCB'C'} = 2V_{AC'BC} = 2 \cdot \frac{1}{3} C'H S_{ABC} = \frac{16\sqrt{3}}{3}.$$



Ta chọn đáp án **(D)**

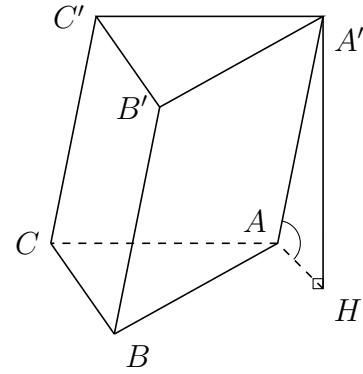
Câu 1096.

Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) , ta có

$$A'H \perp (ABC) \text{ và } (\widehat{AA', (ABC)}) = (\widehat{A'A, AH}) = 45^\circ.$$

$$\text{Mà } A'H = A'A \times \sin 45^\circ = a, S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \times A'H = a^3.$$



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1097.

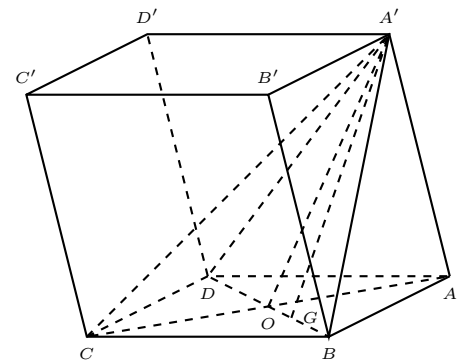
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó góc giữa $A'D$ và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{A'DG} = 45^\circ$.

$$\text{Do tam giác } ABC \text{ đều nên } BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}, DB = a\sqrt{3}, DG = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } A'DG \text{ vuông cân tại } G \text{ nên } A'G = DG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

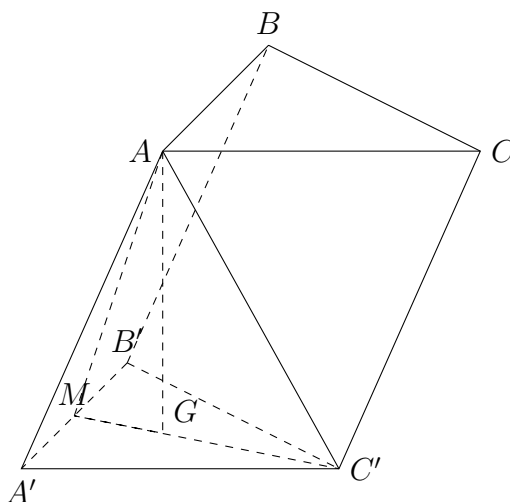
$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'G = a^3$$

Ta chọn đáp án **(A)**



Câu 1098.

Câu 1099.



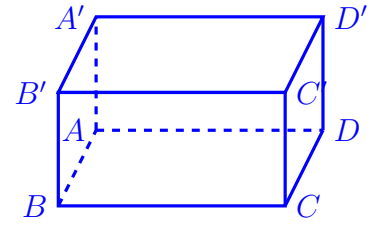
Ta chọn đáp án **A**

Câu 1102.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$.

$AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = 4a$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật là $V = AB \cdot BC \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot 4a = 8a^3$.



Ta chọn đáp án **(D)**

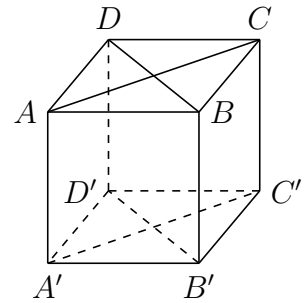
Câu 1103.

Ta có $S_1 = \frac{AC \cdot BD}{2}$ và với V là thể tích khối hộp, ta có

$$\begin{aligned} S_1 S_2 S_3 &= S_1 \cdot (AA' \cdot AC) \cdot (BB' \cdot BD) \\ &= (\sqrt{2} S_1 \cdot AA')^2 = (\sqrt{2} V)^2 = 2V^2 \end{aligned}$$

Vậy $V = \sqrt{\frac{1}{2} S_1 S_2 S_3}$.

Ta chọn đáp án **(A)**



Câu 1104. Hai khối lập phương có thể tích bằng nhau thì cạnh của chúng cũng bằng nhau nên có diện tích toàn phần bằng nhau.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1105. Xét hai khối hộp chữ nhật có ba độ dài là 1; 2; 3 thì diện tích toàn phần $S_{tp} = 2(1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) = 22$ thể tích $V_1 = 6$.

Xét khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 1; 1; 5. Diện tích toàn phần $S_{tp} = 2(1 \cdot 1 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 5) = 22$ tuy nhiên thể tích $V_2 = 1 \cdot 1 \cdot 5 = 5$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1106.

Giả sử hình thoi $ABCD$ có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và có cạnh bằng a .

(Nếu $\widehat{BAC} = 60^\circ$ thì kết quả bài toán vẫn không thay đổi).

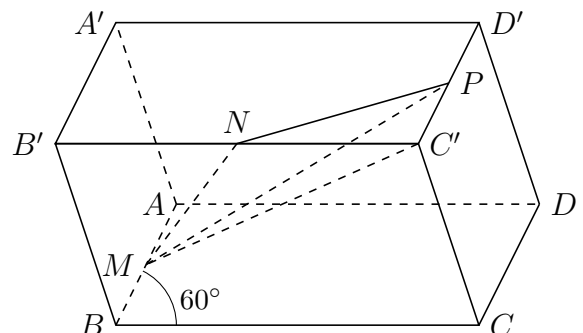
Khi đó chiều cao của khối hộp là a .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{\triangle C'NP} &= \frac{1}{2} C'N \cdot C'P \cdot \sin \widehat{B'C'D'} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{16}. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } V_{C'MNP} = V_{M.C'NP} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot S_{\triangle C'NP} \Leftrightarrow 10 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{16} \Leftrightarrow a^3 = \frac{480}{\sqrt{3}}.$$

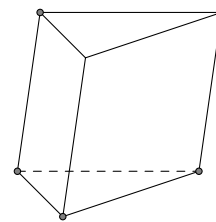
$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = a \cdot S_{ABCD} = a \cdot 2S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2} = \frac{480}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 240 \text{ cm}^3.$$

Ta chọn đáp án **(C)**



Câu 1107.

Thể tích khối lăng trụ (T) là: $V_{(T)} = B \times h \Rightarrow h = \frac{V_{(T)}}{B} = \frac{a^3}{a^2} = a$.



Ta chọn đáp án **(A)**

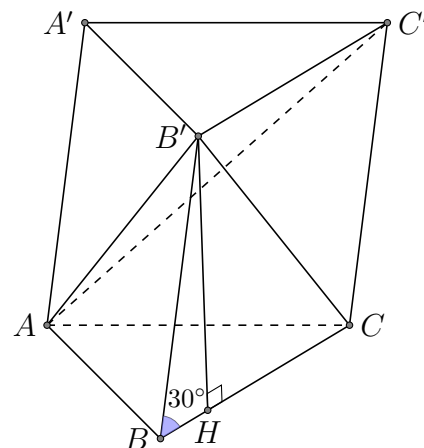
Câu 1108.

Kẻ $B'H$ vuông góc với BC ($H \in BC$) $\Rightarrow B'H \perp (ABC)$.

Ta có $B'H = BB' \cdot \sin 30^\circ = 4a \cdot \frac{1}{2} = 2a$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = B'H \cdot S_{\Delta ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Từ đó } V_{A.CC'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

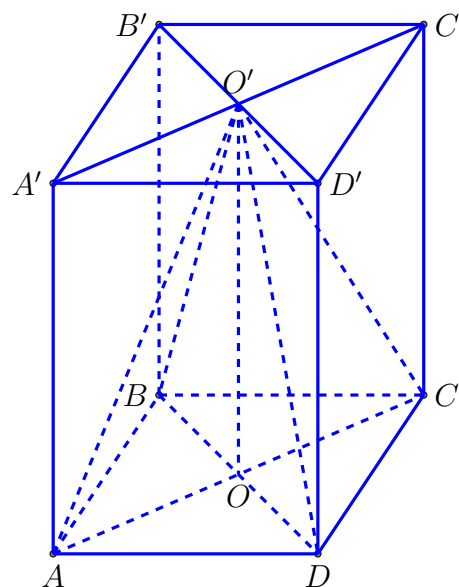


Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1109.

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$ thì $OO' = 3a$.

$$V_{O'.ABCD} = \frac{1}{3}OO' \cdot AB \cdot AD = 2a^3$$

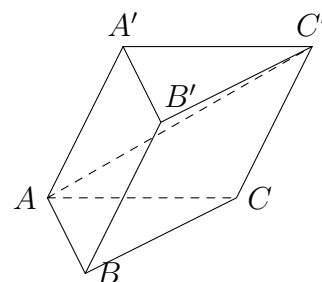


Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1110.

Ta có: $V_{ABCB'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}.$

$$\text{Vậy } V_{ABCB'C'} = \frac{2}{3} \cdot 2017 = \frac{4034}{3}.$$



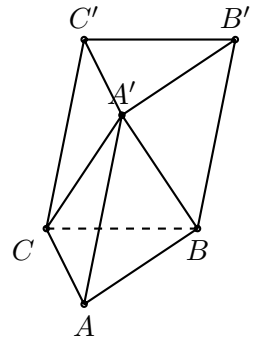
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1112.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'B'C'BC} + V_{A'.ABC}$.

Mà $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Do đó $V_{A'B'C'BC} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.



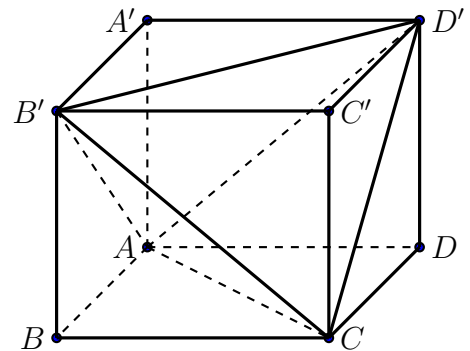
Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1113.

Ta có: $V = V_{B'.ABC} + V_{D'.ACD} + V_{A.A'B'D'} + V_{C.C'B'D'} + V_{D'B'AC}$.

Mà $V_{B'.ABC} = V_{D'.ACD} = V_{A.A'B'D'} = V_{C.C'B'D'} = \frac{1}{6}V$

nên $V_{D'B'AC} = \frac{V}{3}$.



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1114.

Giả sử (MNP) cắt BB' tại điểm Q , suy ra $MN \parallel PQ$ và $NP \parallel MQ$. Do đó mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Gọi I, I' lần lượt là tâm của tứ giác $ABCD, MNPQ$.

Đặt $AA' = a \Rightarrow AM = \frac{a}{2}$ và $PC = \frac{2a}{3}$.

Ta có: $DN + BQ = 2II' = AM + CP = \frac{7a}{6}$.

Ta có: $V_{MNPQ.ADCB} = V_{MNQ.ADB} + V_{NPQ.DCB}$.

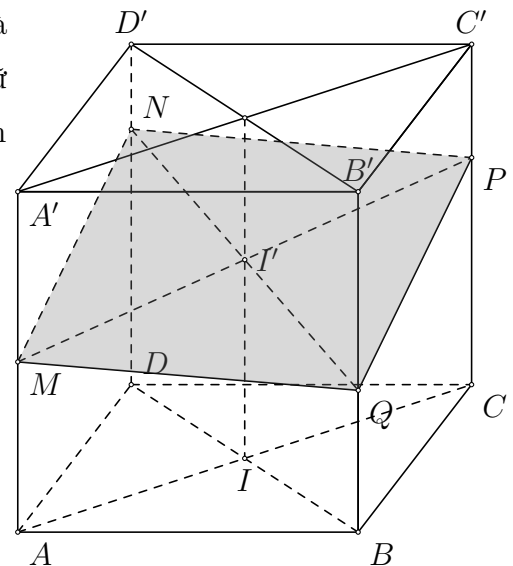
$V_{MNQ.ADB} = \frac{1}{3a}(MA + ND + QB) \cdot V_{ADB.A'D'B'}$.

$V_{NPQ.DCB} = \frac{1}{3a}(ND + PC + QB) \cdot V_{DCB.D'C'B'}$.

$\Rightarrow V_{MNPQ.ADCB} = \frac{7}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

$\Rightarrow V_{A'B'C'D'.MQPN} = \frac{5}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{5}{12} \cdot 2018 = \frac{5045}{6}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

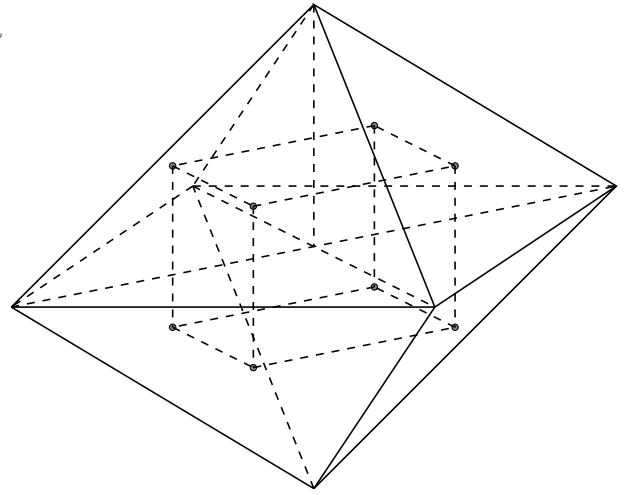


Câu 1115.

Theo giả thiết suy ra cạnh của khối lập phương là

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy thể tích khối lập phương là $V = \frac{8a^3}{27}$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1116. Ta có:

$$\frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{AA'} + \frac{C'P}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$$

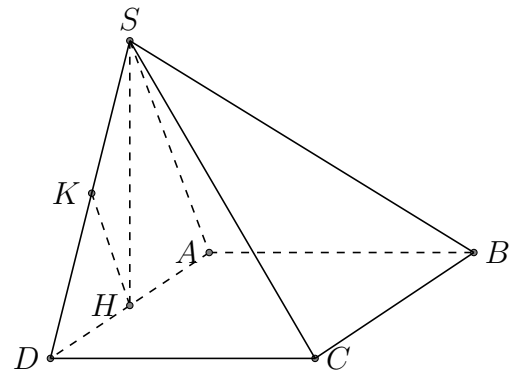
$$\Rightarrow V_{MNPQ.A'D'C'B'} = \frac{5}{12} \cdot V_{ABCD.A'D'C'B'} = \frac{5275}{6}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1118.

$$\bullet \text{ Đặt } SH = x \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot x \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{4}{3}a^3 \Rightarrow x = 2a.$$

$$\bullet \text{ Ta có } d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(H; (SCD)) = 2HK = 2 \cdot \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{4a}{3}.$$



Ta chọn đáp án **(B)**

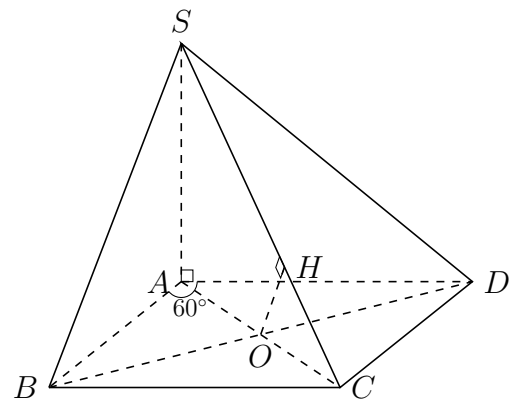
Câu 1119.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Gọi $O = AC \cap BD$. Từ O kẻ $OH \perp SC$, khi đó ta có:

$$\left. \begin{array}{l} OH \perp BD \\ OH \perp SC \end{array} \right\} \Rightarrow d(BD, SC) = OH$$

$$\text{Theo giả thiết ta có: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA \Leftrightarrow \frac{a^3}{4} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \sin 60^\circ \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



$$\text{Ta có: } \triangle SAC \sim \triangle OHC \text{ (g - g), suy ra: } \frac{SA}{OH} = \frac{SC}{OC} \Rightarrow OH = \frac{SA \cdot OC}{SC}.$$

$$\text{Do } \triangle BAD \text{ là tam giác đều cạnh } a \text{ nên } AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} OC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ AC = a\sqrt{3} \end{cases}.$$

Khi đó, ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 + 3a^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

$$\text{Suy ra } OH = \frac{SA \cdot OC}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{15}}{2}} = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$$

$$\text{Vậy } d(BD, SC) = OH = \frac{a\sqrt{15}}{10}$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1120.

Ta có A, B thuộc mặt phẳng $z = 0$, C thuộc Oz do đó $CO \perp (OAB)$.

Hơn nữa, $OA = OB = 5$ nên tam giác OAB cân tại O .

Kẻ các đường cao OM, AN, BP của tam giác ABC ; các đường cao AM, BF, AE của tam giác OAB . Gọi K là trực tâm của tam giác OAB .

Ta thấy $AE \perp OB$ và $AE \perp OC$ suy ra $AE \perp CB$.

Kết hợp với $AN \perp CB$ ta có $CB \perp (ANE)$, suy ra $CB \perp KH$.

Chứng minh tương tự, ta có $AC \perp KH$.

Vậy $KH \perp (ABC)$. Nên $\widehat{KHM} = 90^\circ$.

Mà K và M cố định nên H di chuyển trên đường tròn đường kính KM .

Ta đi tính KM .

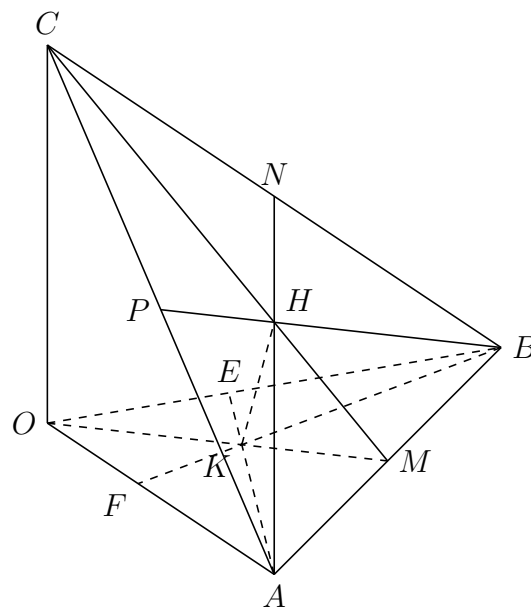
Ta có $KM = MB \tan \widehat{KBM}$. Chú ý rằng $\widehat{KBM} = \widehat{OAM}$.

Ta có $AB = 2\sqrt{5}$ và $\sin \widehat{OAM} = \frac{AM}{OA} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ suy ra $\tan \widehat{OAM} = \frac{1}{2}$.

Vậy $KM = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{5}$.

Do đó bán kính của đường tròn là $\frac{KM}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Ta chọn đáp án **C**



Câu 1121.

Gọi N là trung điểm AD , suy ra $MN \parallel AC$, do đó

$$d(AC; BM) = d(AC; (BMN)) = d(D; (BMN)).$$

Gọi I là hình chiếu của N trên (ABC) , suy ra $NI \parallel AH$ và $NI = \frac{AH}{2}$.

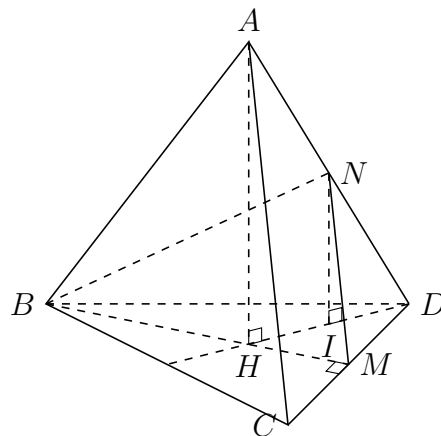
$$\text{Từ đó suy ra } V_{N.BMD} = \frac{1}{3} \cdot NI \cdot S_{\triangle BMD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle BMN} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{16}.$$

$$V_{N.BMD} = V_{D.BMN} = \frac{1}{3} d(D; (BMN)) \cdot S_{\triangle BMN} \Rightarrow$$

$$d(D; (BMN)) = \frac{a \sqrt{22}}{11}$$

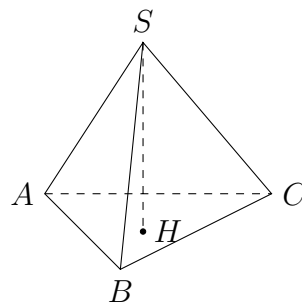
Ta chọn đáp án **A**



Câu 1122.

Do đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$ nên $S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

$$\text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3a^3}{a^2 \sqrt{3}} = \sqrt{3}a.$$



Ta chọn đáp án **D**

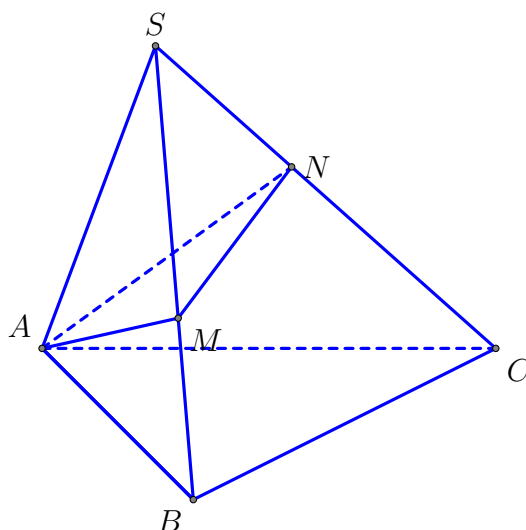
Câu 1123.

Trên SB, SC lấy các điểm M, N sao cho $SM = SN = 3$. Ta có $SAMN$ là tứ diện đều nên $V_{SAMN} = \frac{3^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Áp dụng định lý tỷ số thể tích: $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{27\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Mà } S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB \cdot \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2}, \text{ do đó}$$

$$d(C, (SAB)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{SAB}} = 3\sqrt{6}.$$



Ta chọn đáp án **D**

Câu 1124.

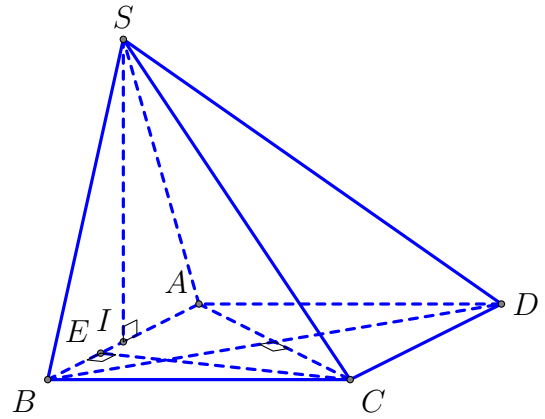
Ta có, đường cao SI của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a}{2}$
 và suy ra diện tích đáy $S_{ABCD} = \frac{3V_{S.ABCD}}{SI} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$
 $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Dựng $CE \perp AB \Rightarrow CE = d[C, (SAB)]$ và

$$\text{ta có } CE = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Khi đó, điểm $E \equiv I$.

Ta chọn đáp án **(A)**



Câu 1125.

Gọi H là trung điểm của BC khi đó $\begin{cases} SH \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH).$

$$V_{S.ABC} = V_{B.AHS} + V_{C.AHS} = \frac{1}{3} \cdot S_{AHS} (HB + HC) = \frac{1}{3} S_{AHS} \cdot BC.$$

$$\text{Ta có: } AH = SH = \sqrt{1 - HB^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}.$$

$$\text{Khi đó } HE = \sqrt{AH^2 - AE^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

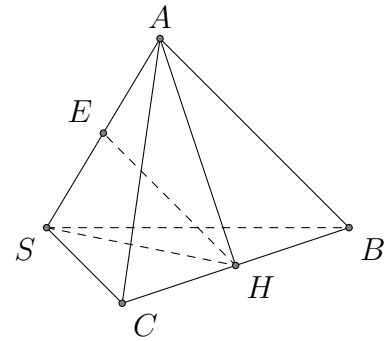
$$\text{Do đó } S_{AHS} = \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}} \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{12} \cdot xy\sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

$$\text{Theo BĐT Cau-Chy ta có: } abc \leq \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Do đó } xy\sqrt{4 - x^2 - y^2} \leq \left(\frac{4}{3} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow x^2 = y^2 = 4 - x^2 - y^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**



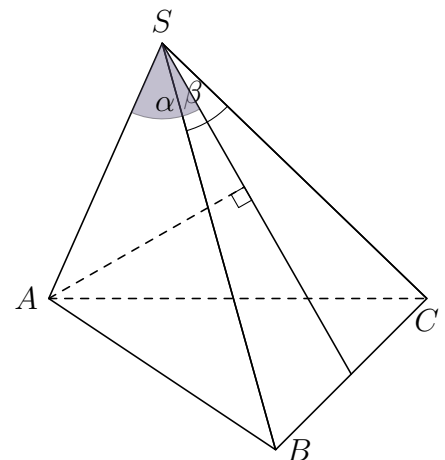
Câu 1126.

Gọi α là góc giữa SA và (ABC) . Gọi $\beta = \widehat{BSC}$.

$$\text{Ta có } V_{SABC} = \frac{1}{3} d(A; (SBC)) \cdot S_{SBC}$$

$$= \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \leq \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Suy ra thể tích $SABC$ lớn nhất bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ khi $\sin \alpha = \sin \beta = 1 \Rightarrow \alpha = \beta = 90^\circ$.



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1127. Do chiều cao cố định nên khối lăng trụ có thể tích lớn nhất khi diện tích đáy lớn nhất. Vì đáy là tam giác cân với cạnh bên bằng x nên ta tính được diện tích

$$S = \frac{1}{2}(30 - 2x) \cdot \sqrt{x^2 - \frac{(30 - 2x)^2}{4}} = (15 - x)\sqrt{30x - 225} \text{ với } x \in (0, 15).$$

$$S' = -\sqrt{30x - 225} + (15 - x) \frac{15}{\sqrt{30x - 225}}, S' = 0 \Leftrightarrow x = 10. \text{ Thử lại các giá trị nhận } x = 10.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1128.

Gọi $I = AC \cap BD \Rightarrow SI \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm CD , kẻ $IH \perp SM \Rightarrow IH \perp (SCD)$.

$$\text{Ta có } AI \cap (SCD) = \{C\} \Rightarrow \frac{d(I; (SCD))}{d(A; (SCD))} = \frac{IC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(I; (SCD)) = IH = a.$$

$$\text{Giả sử hình vuông } ABCD \text{ cạnh } x, \text{ ta có } \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{IM^2} \Rightarrow SI = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - 4a^2}}.$$

$$\text{Do đó } V_{SABCD} = \frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{ax}{\sqrt{x^2 - 4a^2}} = \frac{ax^3}{3\sqrt{x^2 - 4a^2}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 4a^2}}, x > 2a. \text{ Ta có } f'(x) = \frac{2x^2(x^2 - 6a^2)}{(x^2 - 4a^2)\sqrt{x^2 - 4a^2}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = -a\sqrt{6} \text{ (loại)} \\ x = a\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \min_{x > 2a} f(x) = f(a\sqrt{6}), \text{ khi đó } V = 2a^3\sqrt{3}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1129. - Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB . Khi đó ta tính được $AM = BM = 3$, suy ra $MN = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}$.

- Gọi h là chiều cao của khối chóp hạ từ đỉnh A , ta có $h = \frac{x \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}}{3}$ và $h_{\max}$ khi $x = 3\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1130.

Cách 1: Gọi x là cạnh của đáy, y là chiều cao của hình hộp.

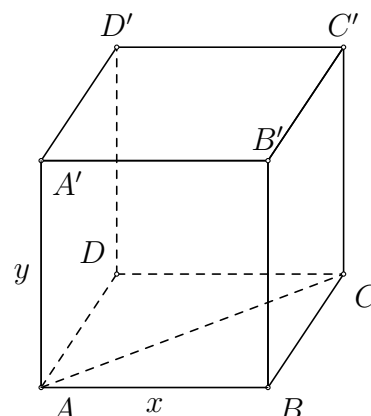
$$\text{Ta có } V = x^2y \Rightarrow y = \frac{V}{x^2}.$$

Gọi S là diện tích toàn phần của lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$.

$$\text{Ta có } S = 2x^2 + 4xy = 2x^2 + \frac{4V}{x} = 2x^2 + \frac{2V}{x} + \frac{2V}{x}.$$

$$\text{Vậy } S \geq 3\sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{2V}{x} \cdot \frac{2V}{x}} = 6\sqrt[3]{V^2}.$$

$$\text{Vậy } S \text{ nhỏ nhất khi } 2x^2 = \frac{2V}{x} \Rightarrow x = \sqrt[3]{V}.$$



Cách 2:

Xét hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{4V}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ ta được kết quả tương tự.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1131. Gọi a là chiều dài cạnh đáy hình vuông của hình hộp chữ nhật, b là chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Khi đó ta có $a^2 \cdot b = 8 \Leftrightarrow ab = \frac{8}{a}$.

Diện tích đáy hình hộp là a^2 , diện tích xung quanh là $4ab$.

Chi phí (nghìn đồng) làm thùng là

$$100a^2 + 50 \cdot 4ab = 100a^2 + \frac{1600}{a} = 100 \left(a^2 + \frac{16}{a} \right) = 100 \left(a^2 + \frac{8}{a} + \frac{8}{a} \right) \geq 100 \cdot 3 \sqrt[3]{a^2 \cdot \frac{8}{a} \cdot \frac{8}{a}} = 1200.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = 2$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1132. Dễ dàng tính được cạnh của hình bát diện đều bằng một nửa đường chéo đáy và bằng $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên suy ra thể tích của nó được tính theo công thức

$$V = \frac{x^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 \cdot \sqrt{2}}{6} = \frac{a^3}{6}$$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1133. Số viên gạch cần xây đáy bể là $22 \cdot 15 = 330$ viên.

Số viên gạch cần 2 xây tường (kích thước $2,2 \times 0,9$ (m²), chỉ tính cao 0.9m) là $2 \cdot 22 \cdot 9 = 396$ viên.

Số viên gạch cần 2 xây tường (kích thước $1,3 \times 0,9$ (m²), chỉ tính cao 0.9m và ngang 1.3m) là $2 \cdot 13 \cdot 9 = 234$ viên.

Tổng cộng có 960 viên.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1134. Đường sinh của hình nón có độ dài bằng đoạn $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1135. Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l = \pi a l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1136. Áp dụng công thức diện tích toàn phần của mặt nón $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$ ta được

$$\pi r 3 + \pi r^2 = 4\pi \Leftrightarrow \begin{cases} r = 1 \\ r = -4 \end{cases}. \text{ Vậy } r = 1.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1137. Ta có $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1138. $S_{xq} = \pi R l = 4\sqrt{3}\pi$ (đvdt).

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1139. Ta có $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1140. Độ dài đường sinh hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 4a$. Do đó $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 2a \cdot 4a = 8\pi a^2$.

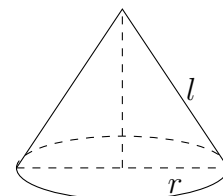
Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1141.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \frac{r}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}}$ cm.

Diện tích xung quanh cần tính là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 6\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1142. Ta có: $S_{xq} = \pi rl = 4a^2\sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1143.

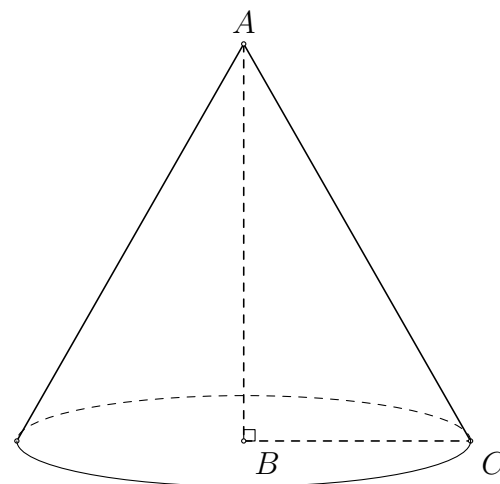
Ta có

$$S_{xq} = \pi rl$$

$$= \pi \cdot BC \cdot AC$$

$$= \pi \cdot a \cdot 2a$$

$$= 2\pi a^2.$$



Ta chọn đáp án **(C)**

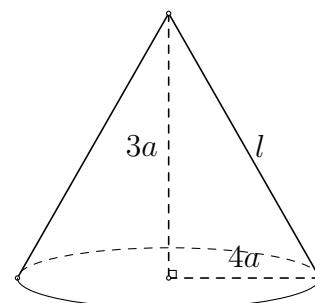
Câu 1144.

Ta có

$$S_{xq} = \pi rl$$

$$= \pi \cdot 4a \cdot \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2}$$

$$= 20\pi a^2.$$

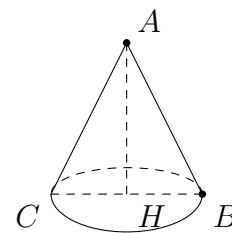


Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1145.

Do tam giác ABC đều cạnh a nên đường cao $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó suy ra $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2 \cdot AH = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1146. Ta có $S_{xq} = \pi r l$ nên $15\pi = 3\pi l \Rightarrow l = 5$.

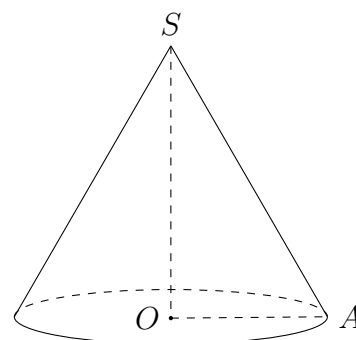
Suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4$. Do đó $V = \frac{1}{2}hS_{\text{đáy}} = \frac{1}{3}h\pi r^2 = 12\pi$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1147.

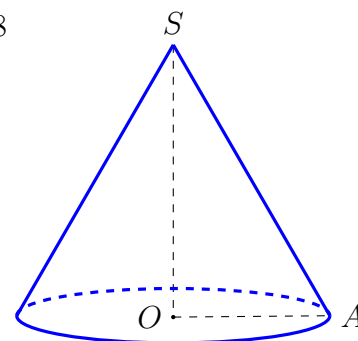
- Gọi R, h, l lần lượt là bán kính đường tròn đáy, độ dài đường cao, độ dài đường sinh của khối nón.
- Ta thấy $R = OA, h = SO, l = SA$.
- Ta có $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = 9\pi \Rightarrow R = 3, S_{xq} = \pi R l = 15\pi \Rightarrow l = 5$.
- Xét tam giác vuông SOA có $h = \sqrt{l^2 - R^2} = 4 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 9\pi = 12\pi$.

Ta chọn đáp án **(A)**

**Câu 1148.**

Khối nón có chiều cao $h = 6$ cm, bán kính đường tròn đáy bằng $r = 8$ cm.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$.



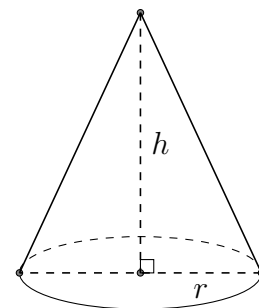
Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1149. Thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3 \cdot 4 = 4\pi$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1150.

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.



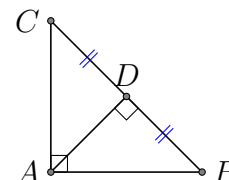
Ta chọn đáp án **C**

Câu 1151.

Gọi D là trung điểm BC , khi đó $AD \perp BC$ và $AD = \frac{BC}{2} = 1, AC = \sqrt{2}$.

Khi quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được hai khối nón có cùng chiều cao $h = 1$ và bán kính đường tròn đáy $r = 1$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay là $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi$.



Ta chọn đáp án **C**

Câu 1152. Gọi r, l, h lần lượt là bán kính đáy, đường sinh và chiều cao hình nón.

Góc ở đỉnh bằng 60° nên $l = 2r$.

Ta có $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 6\pi a^2 \Leftrightarrow \pi r \cdot 2r = 6\pi a^2 \Rightarrow r = a\sqrt{3}, l = 2a\sqrt{3}, h = 3a$.

Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 3\pi a^3$.

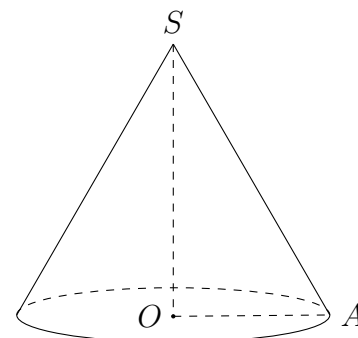
Ta chọn đáp án **C**

Câu 1153.

Giả sử khối nón có đỉnh S , tâm đáy là O , đường sinh SA . Ta có

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{5 - 1} = 2.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi OA^2 \times SO = \frac{2\pi}{3}.$$



Ta chọn đáp án **D**

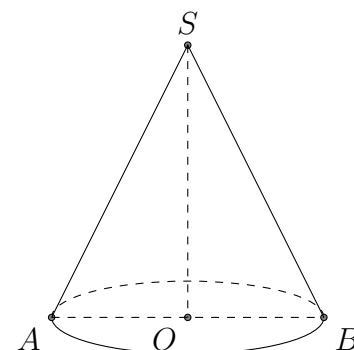
Câu 1154.

Tam giác SAB đều cạnh a nên

$$h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}, R = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Thể tích của khối nón là:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \pi \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$



Ta chọn đáp án **A**

Câu 1155. Ta có $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi.$$

Ta chọn đáp án **C**

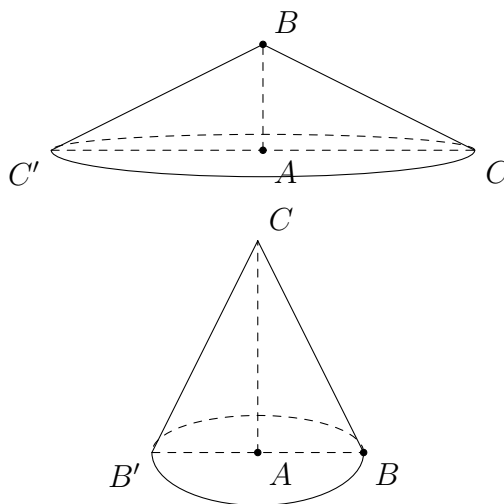
Câu 1156.

Dựa vào hình vẽ ta có được :

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi AC^2 AB.$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi AB^2 AC.$$

Từ đó suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}.$

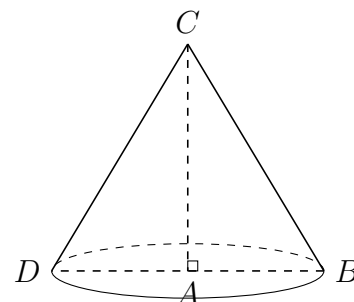


Ta chọn đáp án **C**

Câu 1157.

Công thức tính thể tích khối nón tròn xoay: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$

Áp dụng: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AB^2 \cdot AC = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi.$



Ta chọn đáp án **D**

Câu 1158. Gọi h là đường cao của hình chóp.

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = 3$$

$$V = \frac{1}{3}Sh = 16\pi.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1159.

Giả sử thiết diện qua đỉnh của hình nón (N) là tam giác cân SAB . Gọi

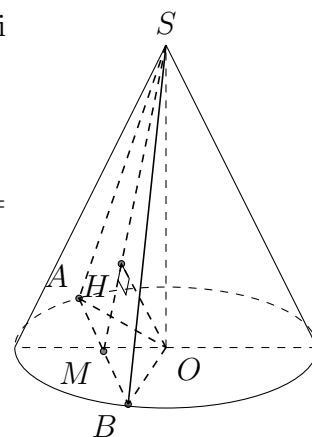
M là trung điểm AB và H là hình chiếu của O lên SM .

Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OM = 15 \text{ cm}.$

Tam giác SMO vuông nên $SO \cdot OM = OH \cdot SM \Rightarrow SM = \frac{SO \cdot OM}{OH} = 25 \text{ cm}.$

Tam giác OMA vuông tại M nên $MA^2 = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 20 \text{ cm}.$

Diện tích thiết diện: $S_{\Delta SAB} = 20 \cdot 25 = 500 \text{ cm}^2.$



Ta chọn đáp án **A**

Câu 1160.

- Theo đề bài ta có góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$ và khi cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB nên mặt phẳng (SAB) không chứa trục của hình nón.

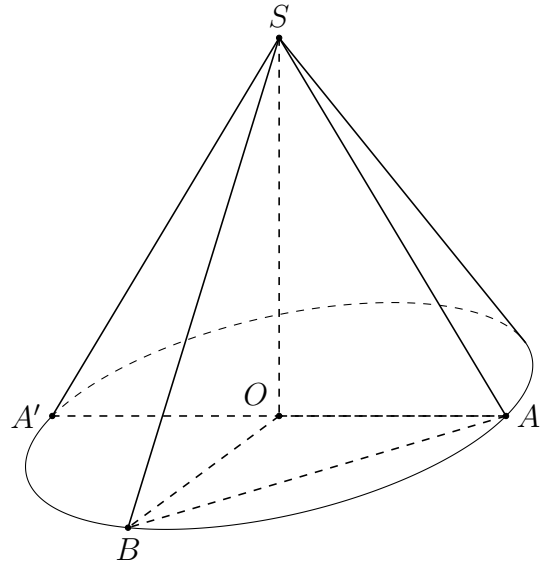
- Do góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$ nên $\widehat{OSA} = 60^\circ$.

- Xét tam giác vuông SOA ta có $\tan \widehat{OSA} = \frac{OA}{SO} \Rightarrow SO = \frac{OA}{\tan \widehat{OSA}} = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$.

- Xét tam giác vuông SOA ta có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = 2\sqrt{3}$.

Do tam giác SAB đều nên $S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2 \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$

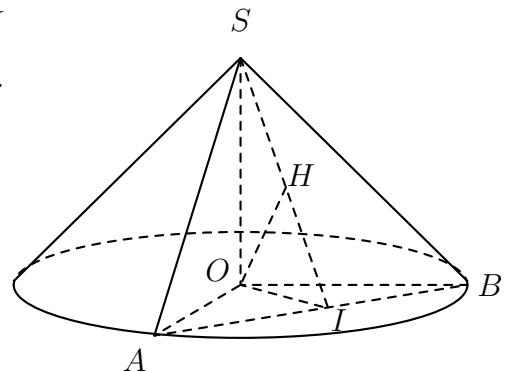
Ta chọn đáp án **A**



Câu 1161.

Gọi O là tâm của đáy hình nón, I là trung điểm của AB , H là chân đường cao của tam giác SOI . Khi đó ta có $d = OH$.

Dễ dàng tính được $OS = OI = a$ nên $d = OH = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.



Ta chọn đáp án **D**

Câu 1162.

Gọi H là trung điểm AB , khi đó

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SH \Rightarrow SH = \frac{2S_{\triangle SAB}}{AB} = 4a.$$

Tam giác SOH vuông tại O có

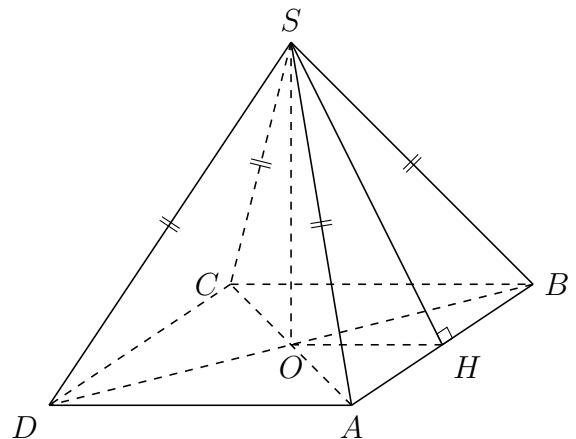
$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{(4a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}a}{2}.$$

Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội

tiếp tứ giác $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot OH^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{3\sqrt{7}a}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}.$$

Ta chọn đáp án **A**



Câu 1163. - Bán kính đáy $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

- Suy ra diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{3} \cdot 3a = \pi a^2 3\sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

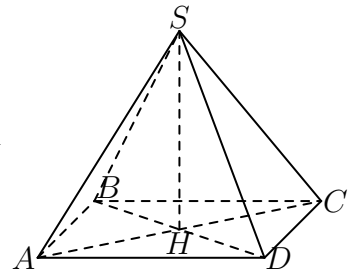
Câu 1164.

Bán kính đáy của hình nón $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Đường chéo hình vuông $ABCD$ có $AC = AB\sqrt{2} = 2a \Rightarrow HA = a$.

Cạnh bên $SA = a\sqrt{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a \Rightarrow$ đường cao hình nón $h = a$.

$\Rightarrow$ thể tích $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{a^3\pi}{6}$.



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1165. Ta có diện tích miếng tôn là $S = 2500\pi$ (cm²).

Diện tích toàn phần của hình nón là:

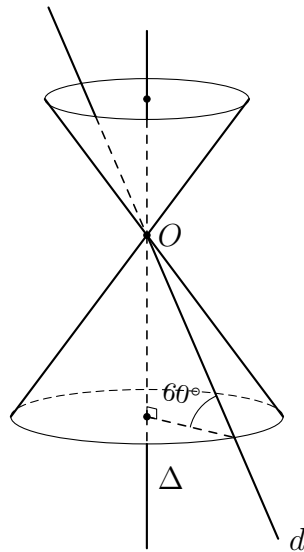
$$S_{\text{tp}} = \pi R^2 + \pi R\ell = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + R\ell = 2500 = A \Leftrightarrow \ell = \frac{A}{R} - R \Rightarrow h = \sqrt{\ell^2 - R^2} = \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A}.$$

Thể tích của khối nón là:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{A^2 R^2 - 2AR^4} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A \left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2} \leq \frac{1}{3}\pi \frac{A}{2} \sqrt{\frac{A}{2}}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $R = \sqrt{\frac{A}{2}} \Leftrightarrow R = 25$ (cm).

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 1166. Theo bài ta có hình vẽ

Gọi x là chiều cao của hình nón phía trên; $30 - x$ là chiều cao đáy dưới

Điều kiện: $0 < x < 15$.

Tam giác OIM vuông tại O có $\widehat{IMO} = 60^\circ$, $OM = OI \cdot \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}(30 - x)$

Tam giác $O'IM'$ vuông tại O' có $\widehat{IM'O'} = 60^\circ$, $O'M' = O'I \cdot \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

Theo giả thiết ta có pt:

$$\frac{\pi}{3} (OI \cdot OM^2 + O'I \cdot O'M'^2) = 1000\pi \Leftrightarrow 3x^2 - 90x + 600 = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ (vì } x < 15 \text{)}$$

Khi đó

$$\text{Thể tích phần trên } V_1 = \frac{1}{9}\pi x^3 = \frac{1000\pi}{9}$$

$$\text{Thể tích phần dưới } V_2 = \frac{1}{9}\pi(30-x)^3 = \frac{8000\pi}{9}$$

Vậy: tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1167. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng của diện tích xung quanh với diện tích hai đáy của hình trụ nên $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1168. Do hai điểm A, B cố định nên khoảng cách giữa hai điểm A, B cố định.

Mà diện tích tam giác MAB không đổi nên khoảng cách từ M đến đoạn thẳng AB không đổi

Suy ra tập hợp các điểm M trong không gian cách đoạn thẳng AB một khoảng không đổi là một hình trụ.

Ta chọn đáp án **(B)**

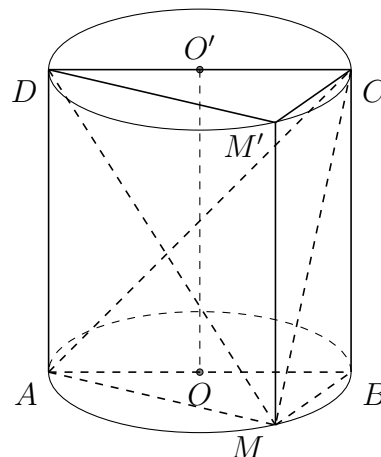
Câu 1169.

Giả sử hình trụ (T) có trục OO' . Thiết diện qua trục là hình chữ vuông $ABCD$ (A, B thuộc đường tròn tâm O và C, D thuộc đường tròn tâm O').

Ta có: $r = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}\text{ cm}$, $h = l = 2\sqrt{3}\text{ cm}$.

Gọi M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O' .

Ta có: $V_{ADMC} = \frac{1}{3}V_{AMB.DM'C} = 3\text{ cm}^3$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1170. $V = \pi r^2 h = \pi h^3 = 64\pi \Rightarrow h = 4$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1171. Hình trụ có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = 1$ nên có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 4\pi$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1172. Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi R.h = 2\pi.R^2\sqrt{3}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 2R$.

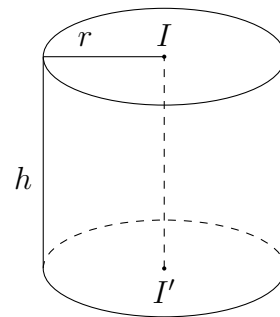
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = \pi Rl = 2\pi R^2$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1173.

$$S = 2\pi r.h = 2\pi \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\pi.$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1174. Thể tích khối trụ là $V = h \cdot S_{\text{đáy}} = 6 \cdot \pi \cdot 4^2 = 96\pi$.

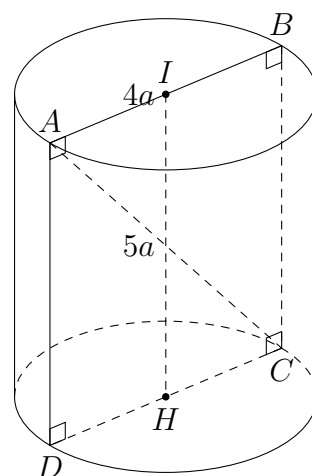
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1175.

Ta có bán kính đáy của khối trụ $R = \frac{AB}{2} = 2a$.

Cạnh bên $AD = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a = h$.

Thể tích khối trụ $V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 4a^2 \cdot 3a = 12a^3\pi$.



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1176. Khối trụ có đường kính đáy và chiều cao cùng bằng 10 cm nên bán kính $R = 5$ cm.

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot 25 \cdot 10 = 250\pi \text{ cm}^3.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

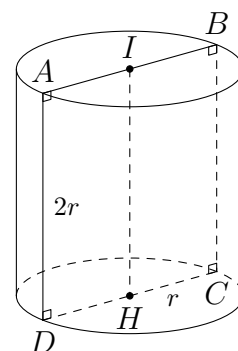
Câu 1177. Hình trụ tạo thành có chiều cao bằng $AD = 2$ và bán kính bằng $\frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}$. Do đó nó có thể tích $V = \pi r^2 h = \frac{\pi}{2}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1178.

$$\text{Ta có } S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 4\pi \Rightarrow 6r^2 = 4 \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } V = \pi r^2 \cdot 2r = \pi \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}.$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1179. Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1180. Hình trụ nói trên có bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$. Do đó: $V = \pi r^2 \cdot h = \frac{\pi a^3}{4}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1181. Chu vi thiết diện qua trục là: $C = 2(2r + h) = 10a \Leftrightarrow 4a + 2h = 10a \Leftrightarrow h = 3a$.

Khi đó $V = \pi r^2 h = 3\pi a^3$.

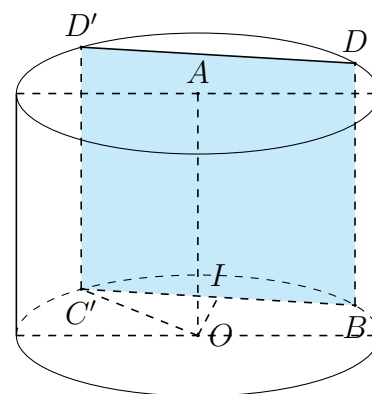
Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1182.

Ta có thiết diện như hình vẽ.

Ta có, $OI = 3\text{cm}$, $OC' = 5\text{cm}$ và $C'I = \sqrt{OC'^2 - OI^2} = 4\text{cm}$

$\Rightarrow BC' = 8\text{cm}$ nên $S = 56\text{cm}^2$.



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1183.

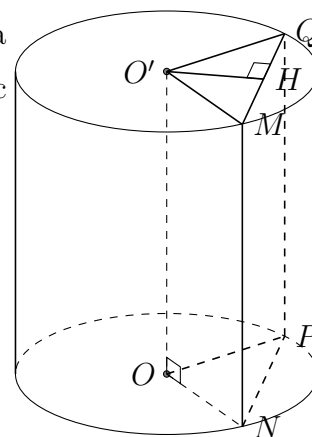
Giả sử hình trụ (T) có trục OO' . Thiết diện qua song song với trục là hình chữ nhật $MNPQ$ (N, P thuộc đường tròn tâm O và M, Q thuộc đường tròn tâm O').

Gọi H là trung điểm MQ khi đó $O'H \perp MQ \Rightarrow O'H \perp (MNPQ)$.

Do đó: $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H = 3\text{ cm}$.

Ta có: $MH = \sqrt{O'M^2 - O'H^2} = 4\text{ cm} \Rightarrow MQ = 2 \cdot MH = 8\text{ cm}$.

Diện tích thiết diện: $S = MH \cdot MN = 56\text{ cm}^2$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1184. Gọi R, h, l lần lượt là bán kính, chiều cao, đường sinh của hình trụ.

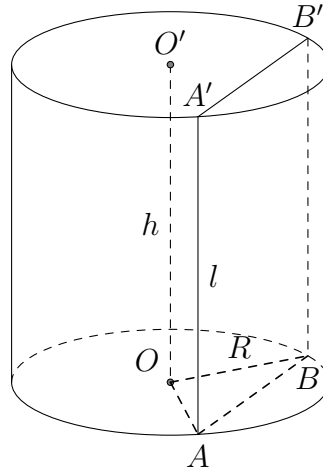
Ta có $S_{xq} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi Rl = 4\pi \Leftrightarrow Rl = 2$.

Giả sử AB là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° .

Ta có $ABB'A'$ là hình chữ nhật có $AA' = h = l$.

Xét tam giác OAB cân tại O , $OA = OB = R$, $\widehat{AOB} = 120^\circ \Rightarrow AB = R\sqrt{3}$.

$S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = R\sqrt{3} \cdot l = R \cdot l\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$



Ta chọn đáp án **C**

Câu 1185.

Gọi x là cạnh đáy của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh x là $\frac{x\sqrt{3}}{3}$, do đó:

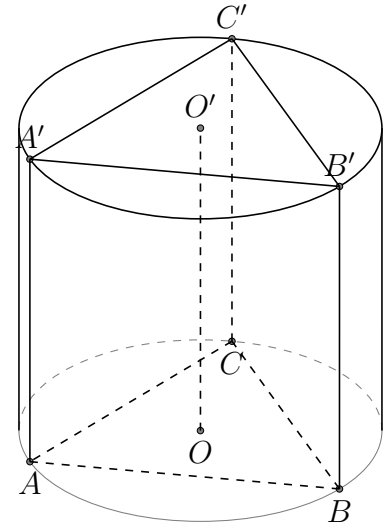
$$\frac{x\sqrt{3}}{3} = a \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$$

Diện tích mặt đáy của hình lăng trụ: $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(a\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là

$$V = Bh = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$$

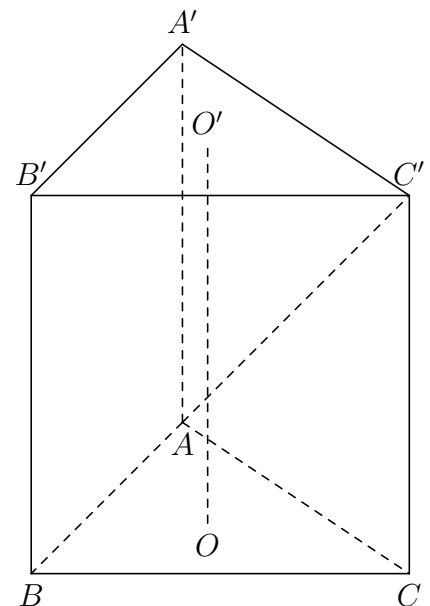
Ta chọn đáp án **B**



Câu 1186.

Khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho cũng có chiều cao là $h = OO'$, trong đó O, O' lần lượt là tâm của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$. Bán kính đáy của khối trụ chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp của mặt đáy là $a\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích lăng trụ là $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.



Ta chọn đáp án **B**

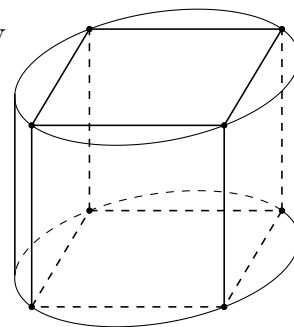
Câu 1187. Vì khối trụ ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng a nên $\begin{cases} R = \frac{a\sqrt{2}}{2} \\ h = a \end{cases}$. Do đó $V =$

$$\pi R^2 h = \frac{\pi a^3}{2}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1188.

Ta có đường kính đáy và chiều cao của hình trụ lần lượt là $a\sqrt{2}$ và a . Vậy diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng $2\pi rh = \pi a^2 \sqrt{2}$.



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1189.

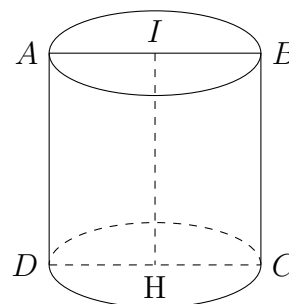
Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi H, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Khi quay hình vuông đó quanh trục IH ta được hình trụ tròn xoay.

Hình trụ tròn xoay tạo ra như trên gọi là hình trụ ngoại tiếp hình lập phương.

Khi đó ta có đường kính đáy bằng chiều cao hình trụ tròn xoay bằng a .

Suy ra diện tích xung quanh mặt trụ tròn xoay là $S_{xq} = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$.

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 1190.

Kẻ đường sinh BC của hình trụ, ta có AC là hình chiếu của AB lên mặt đáy nên $\widehat{BAC} = \alpha$.

Gọi H là hình chiếu của O lên AC .

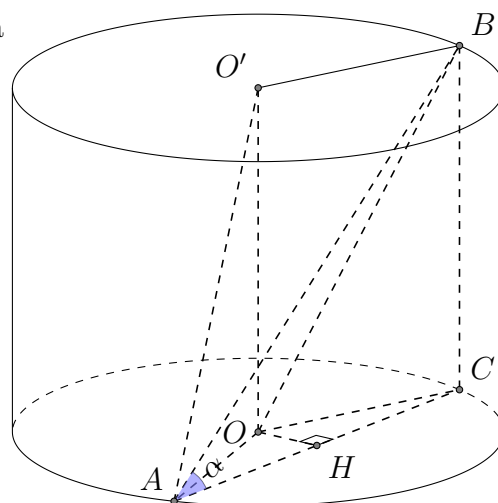
$\triangle ABC$ có $AC = BC \cdot \cot \alpha = 2a \cot \alpha$.

$\triangle OAC$ có $OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = a\sqrt{4 - \cot^2 \alpha}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{OO'AB} &= \frac{1}{2} V_{A.OO'BC} = V_{B.AOC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{AOC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cot \alpha \cdot 2a\sqrt{4 - \cot^2 \alpha} \\ &= \frac{4a^3}{3} \sqrt{4 \cot^2 \alpha - \cot^4 \alpha}. \end{aligned}$$

Đặt $t = \cot \alpha$, xét $f(t) = 4t^2 - t^4$

$$f'(t) = 82t - 4t^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2}. \end{cases}$$



Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, suy ra hàm số $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất khi $t = \sqrt{2}$.

Vậy khi $\cot \alpha = \sqrt{2} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì thể tích khối $OO'AB$ sẽ lớn nhất.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1191. Gọi $r > 0$ là bán kính đáy nôi. Ta có diện tích đáy $S = \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow \pi \cdot r^2 = 900\pi \Rightarrow r = 30$ cm.

Vậy miếng kim loại hình chữ nhật có chiều dài $l = 2\pi \cdot r = 60\pi$ cm và chiều rộng 60 cm.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1192. Độ dài cung AB chính là chu vi đường tròn đáy hình nón, do đó $l_{AB} = 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

Suy ra: $\widehat{AOB} = \frac{l_{AB}}{OA} = \frac{2\pi}{3}$.

Áp dụng định lí cô-sin trong tam giác OAB ta có:

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos(\widehat{AOB})} = 2\sqrt{3}.$$

$$PQ = MN = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } MH = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

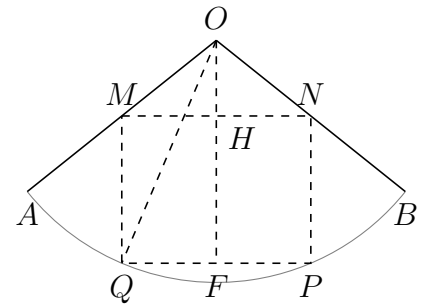
$$OH = \sqrt{OM^2 - MH^2} = \frac{1}{2}.$$

$$OF = \sqrt{OQ^2 - QF^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Do đó, } MQ = HF = OF - OH = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}.$$

$$\text{Thể tích hình trụ là } V = \pi MH^2 \cdot MQ = \frac{3\pi(\sqrt{13} - 1)}{8}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**



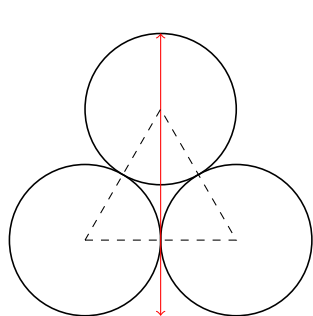
Câu 1193. Chiều cao của lon là $h = \frac{V}{\pi R^2} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} S_{tp} &= 2\pi R^2 + 2\pi Rh \\ &= 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} \\ &= 2\left(\pi R^2 + \frac{V}{R}\right) \\ &= 2\left(\pi R^2 + \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R}\right) \\ &\geq 2 \cdot 3\sqrt[3]{\pi R^2 \cdot \frac{V}{2R} \cdot \frac{V}{2R}} \\ &= 6\sqrt[3]{\pi \cdot \frac{V^2}{4}} \end{aligned}$$

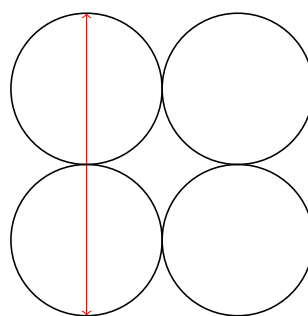
$$\text{Dấu} = \text{xảy ra} \Leftrightarrow \pi R^2 = \frac{V}{2R} \Leftrightarrow \boxed{R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1194.



Hình 1



Hình 2

Ta có hai phương án xếp phần theo hình 1 và hình 2.

- Xếp theo hình 1 thì hai hàng liên tiếp sẽ có một hàng 4 viên và một hàng 5 viên. Chiều dài của hai hàng là $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm (hai lần bán kính đáy cộng với chiều cao của tam giác đều nổi ba tâm).

Chiều dài của n hàng là $1 + \frac{(n-1)\sqrt{3}}{2}$ cm. Do chiều dài hộp là 30 cm nên $1 + \frac{(n-1)\sqrt{3}}{2} \leq 30 \Leftrightarrow n = 34$. Vậy số viên phần xếp được là $17 \cdot 5 + 17 \cdot 4 = 153$ viên.

- Xếp theo hình 2 thì hai hàng liên tiếp đều có 5 viên. Chiều dài của hai hàng 2 cm. Chiều dài hộp là 30 cm nên ta sẽ xếp được 30 hàng, tức là 150 viên.

Vậy có thể xếp được tối đa 153 viên.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1195. Ban đầu bán kính đáy là R , sau khi cắt và gò ta được 2 khối trụ có bán kính đáy là $\frac{R}{2}$.

Đường cao của các khối trụ không thay đổi.

Ta có: $V_1 = S_d \cdot h = \pi R^2 \cdot h$; $V_2 = 2(S_{d_1} \cdot h) = 2\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi R^2 h}{2}$.

Khi đó: $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1196.

- Xét mặt phẳng (P) tại một vị trí cụ thể thì tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB , chứa trong mặt phẳng (P) .
- Gọi Ot là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$. Khi mặt phẳng (P) thay đổi, luôn vuông góc Ot thì tập hợp các điểm M là mặt nón đỉnh O , trục Ot với Ox, Oy là các đường sinh.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1197. Ta có $\frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1198. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $ABB'C'$ bằng với bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho và cũng bằng nửa độ dài đường chéo dài nhất của hình hộp. Suy ra $R = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \frac{3a}{2}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1199. Hình nón đã cho có bán kính đáy $r = 1$ và độ dài đường sinh $l = 2$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $\pi r^2 + \pi rl = 3\pi$.

Gọi x là bán kính của mặt cầu đã cho, ta có $4\pi x^2 = 3\pi \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta chọn đáp án **D**

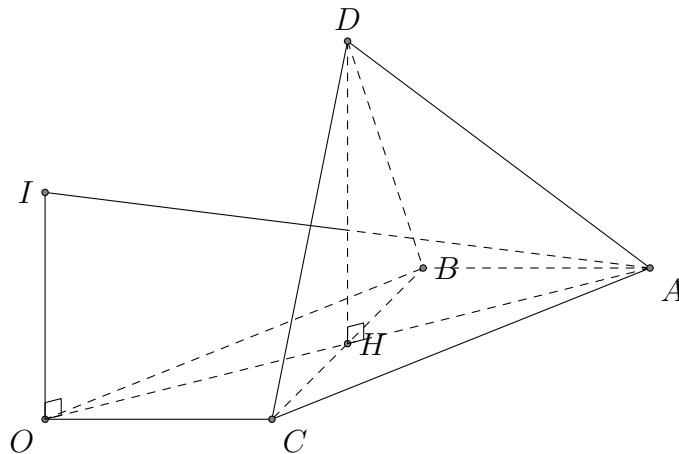
Câu 1200. Gọi H là trung điểm BC , O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có H là trung điểm của AO . Ta có $DH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ ta có $IO \perp (ABC)$. Do $IA = R$, $OA = a$ nên $IO = \sqrt{R^2 - a^2}$.

Do $HO \perp IO$, $HO \perp HD$ nên ta có

$$\left(\frac{a\sqrt{3}}{4} \pm \sqrt{R^2 - a^2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = R^2$$

Giải phương trình trên ta được $R = \frac{a\sqrt{91}}{8}$.



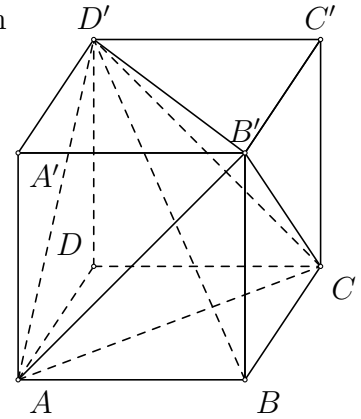
Ta chọn đáp án **A**

Câu 1201.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $BD' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{14a^2} = a\sqrt{14}$.

Suy ra $R = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.



Ta chọn đáp án **A**

Câu 1202.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD ,

$GI \perp SD, I \in SO$.

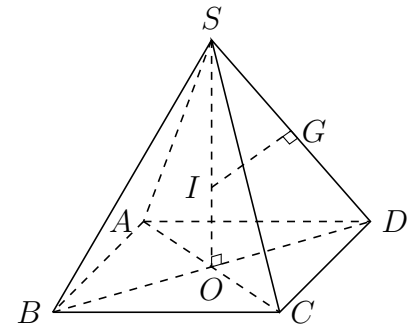
Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD = 3\sqrt{2}a \cdot \sqrt{2} = 6a, OD = 3a$.

Xét $\triangle SOD$ vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 4a$.

Ta có $\triangle SGI$ đồng dạng với $\triangle SOD$ (g-g), suy ra

$$\frac{SO}{SG} = \frac{SD}{SI} \Rightarrow 4a \cdot R = \frac{1}{2}(5a)^2 \Rightarrow R = \frac{25a}{8}.$$

Ta chọn đáp án **C**



Câu 1203. Đường chéo của hình lập phương cạnh a là $a\sqrt{3}$. Mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lập phương nên có đường kính là đường chéo của hình lập phương đó. Do đó diện tích của (S) là $4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Ta chọn đáp án **C**

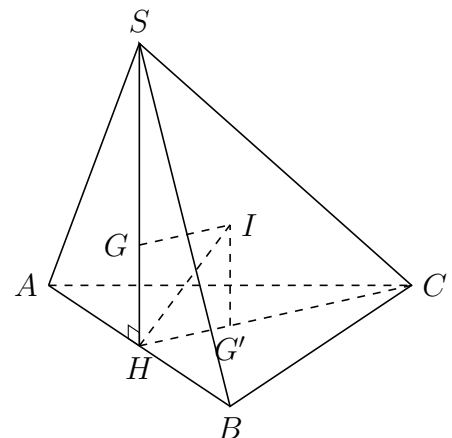
Câu 1204.

Đặt R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Dựng hình như hình bên với IG' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và IG là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB .

$$\text{Ta có: } G'H = \frac{\sqrt{3}}{6}; GH = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Do vậy } R = \sqrt{IH^2 + HA^2} = \frac{\sqrt{15}}{6} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$



Ta chọn đáp án **B**

Câu 1205. Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, suy ra $r = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A).

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu } (S) \text{ là } R = \sqrt{r^2 + d^2(O, (ABC))} = \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{29\sqrt{29}\pi}{6}.$$

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1206.

Gọi G và K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và tam giác SAB . I là đỉnh của hình vuông $HGIK$, ta dễ thấy I chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

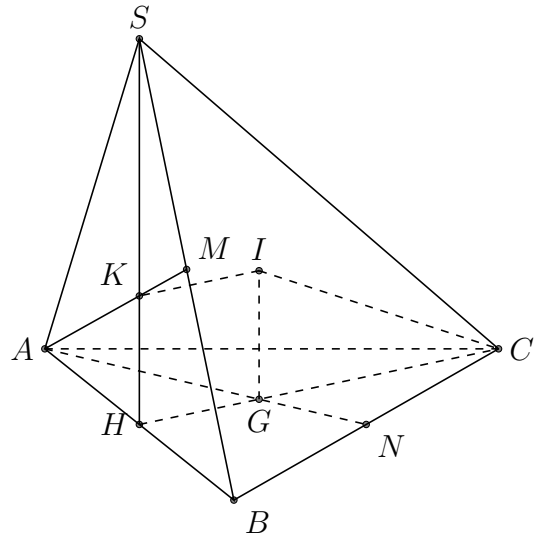
Xét tam giác vuông IGC .

$$\text{Ta có } GC = \frac{2}{3}HC = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3};$$

$$IG = \frac{1}{2}SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = a\sqrt{\frac{5}{12}}$$

chính là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, từ đó suy ra thể tích của khối cầu ngoại tiếp bằng $\frac{54}{5\pi a^3 \sqrt{15}}$.

Ta chọn đáp án **C**



Câu 1207. Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là trung điểm đường chéo.

Đường chéo của hình hộp chữ nhật có độ dài $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1208.

Đặt hình vuông cạnh x , suy ra

$$OE = OS = \frac{x}{2}, SB = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

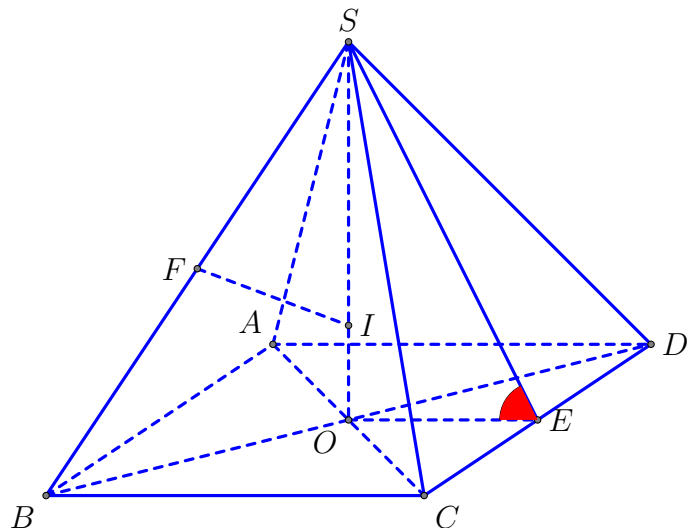
Mặt khác

$$SI = \frac{SB^2}{2SO} \Leftrightarrow x = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Do đó

$$V = \frac{1}{3} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} \right)^2 = \frac{64\sqrt{2}}{81}$$

Ta chọn đáp án **D**

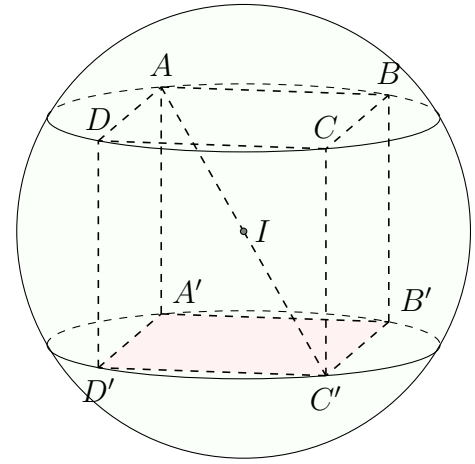


Câu 1209. Trong các tứ giác trên, chỉ có hình thang cân là tứ giác luôn nội tiếp trong một đường tròn.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1210.

- Ta có: $A'C = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2 + A'D'^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.
- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là $R = \frac{1}{2}A'C = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.
- Do đó $S_{\text{mặt cầu}} = 4\pi R^2 = 50\pi$.

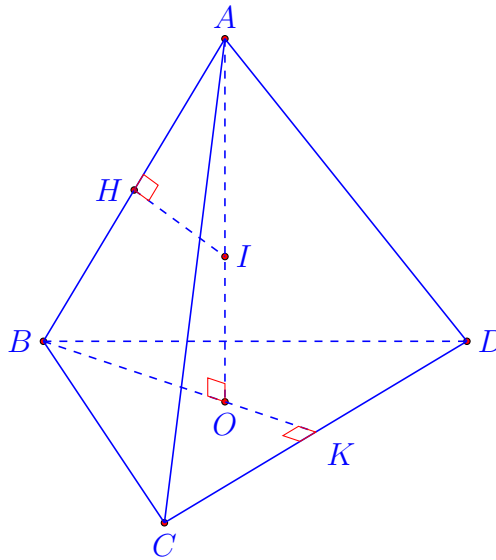


Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1211. Hình lập phương có độ dài đường chéo là $a\sqrt{3}$. Từ đó bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do vậy $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1212.



Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , ta có $AO \perp (BCD)$. Suy ra AO là trục của tam giác đều BCD .

Trong mặt phẳng (ABO) , kẻ đường trung trực của AB cắt AO tại I , ta có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Gọi H là trung điểm của AB , ta có $\triangle AHI \sim \triangle AOB$.

Suy ra $\frac{IA}{AB} = \frac{AH}{AO}$ hay $IA = \frac{AB \cdot AH}{BO} = \frac{AB^2}{2AO}$.

Gọi K là trung điểm của BC , ta có $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $OA = \frac{2}{3}BK = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác AOB vuông tại O nên $AO^2 = AB^2 - OB^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra $IA = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi IA^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1213.

Gọi I là trung điểm cạnh CB'

Ta có

Tam giác ACB' vuông tại A (vì $AC \perp AB$ và $AC \perp AA'$ nên $AC \perp AB'$)

$$\Rightarrow IA = IC = IB' = \frac{1}{2}CB'$$

Tam giác $A'B'C$ vuông tại A (vì $A'B' \perp A'C'$ và $A'B' \perp AA'$ nên $A'C \perp A'B'$)

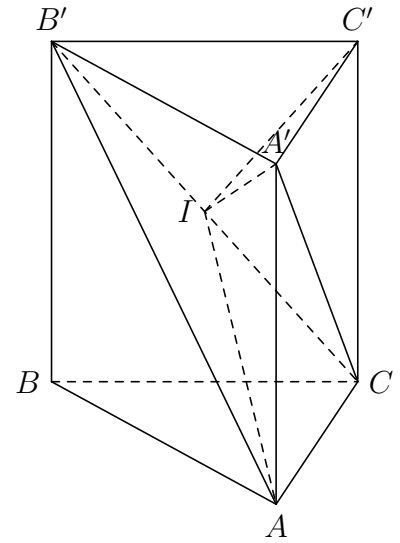
$$\Rightarrow IA' = IC = IB' = \frac{1}{2}CB'$$

$$\Rightarrow I \text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện } AB'A'C, \text{ bán kính } R = \frac{1}{2}CB' = \frac{1}{2}\sqrt{BB'^2 + BC^2}$$

$$\text{Mà } BC = a\sqrt{2} \text{ (vì tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } A, AB = AC = a) \Rightarrow R = a$$

Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp khối tứ diện $AB'A'C$ là $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Ta chọn đáp án **(B)**



Câu 1214.

Gọi H là trung điểm của BC ta có: $AH \perp BC$.

Do $(ABC) \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

$$\text{Đặt } AH = x \Rightarrow HC = \sqrt{a^2 - x^2} = HB = SH$$

$\Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại S

(do đường trung tuyến bằng một nửa cạnh đối diện).

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{3}.$$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

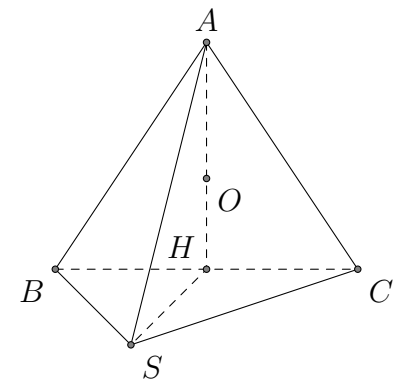
$$\Rightarrow O \in AH \Rightarrow OA = OB = OC = OS.$$

$$\text{Ta có: } R = R_{ABC} = \frac{AC}{2\sin B},$$

$$\text{trong đó } \sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{AS^2 - SH^2}}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } R = a \Rightarrow S_{xq} = 4\pi R^2 = 4\pi a^2.$$

Ta chọn đáp án **(D)**



Câu 1215.

Từ giả thiết ta có $BC \perp (SAB)$. Suy ra $BC \perp AH$.

Hơn nữa, $AH \perp SB$.

Nên $AH \perp (SBC)$.

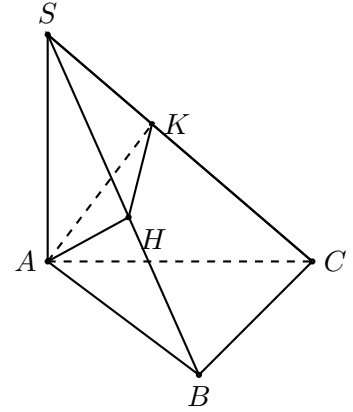
Suy ra $AH \perp HC$. Hay H thuộc mặt cầu đường kính AC .

Mặt khác, B, K cũng thuộc mặt cầu đường kính AC .

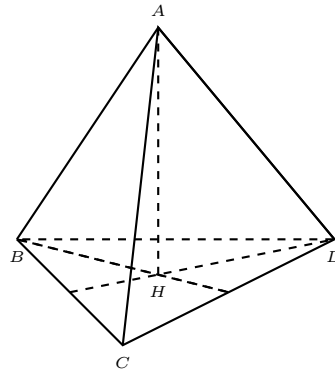
Do đó, $A.HKB$ nội tiếp mặt cầu đường kính AC .

Thể tích mặt cầu này là $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Ta chọn đáp án **D**



Câu 1216.



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$r = d(G, (ABC)) = d(G, (BCD)) = d(G, (ACD)) = d(G, (ABD))$$

$$\text{Ta có } V_{G.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(G, (BCD)) \Rightarrow d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}}.$$

$$\text{Mà } V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD} \text{ vì } S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}.$$

$$\text{Do } BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}, AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ nên } V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Vậy } r = d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1217.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và SA ; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Do ABC cân tại A nên $O \in AM$.

Qua O dựng Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ($\Delta \parallel SA$).

Trong (SAM) , kẻ đường thẳng qua N vuông góc với SA cắt Δ tại I . Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$$\triangle AMC \text{ có } \cos \widehat{ACM} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow AB = AC = 3a\sqrt{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}CA.CB.\sin \widehat{ACB} = \frac{1}{2}3a\sqrt{2}.2a\sqrt{2}.\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 4a^2\sqrt{2}.$$

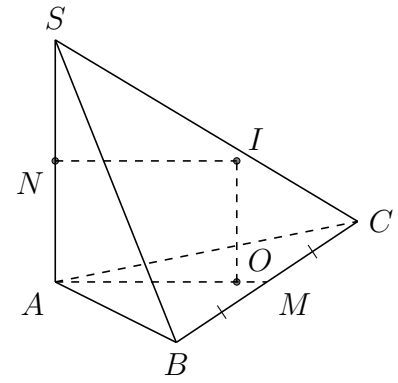
$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4.OA} \Rightarrow OA = \frac{9}{4}a.$$

$$\text{Tứ giác } NAOI \text{ là hình chữ nhật nên } AI = \sqrt{NA^2 + AO^2} = \frac{\sqrt{97}a}{4}.$$

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu } R = \frac{\sqrt{97}a}{4}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = \frac{97\pi a^2}{4}$$

Ta chọn đáp án **C**



Câu 1218.

Gọi O, O' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Ta có OO' là trục của mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$

Trong mặt phẳng (AA', OO') , dựng đường trung trực d của cạnh AA'

Khi đó d cắt OO' tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, bán kính $R = IB = \sqrt{OI^2 + OB^2}$

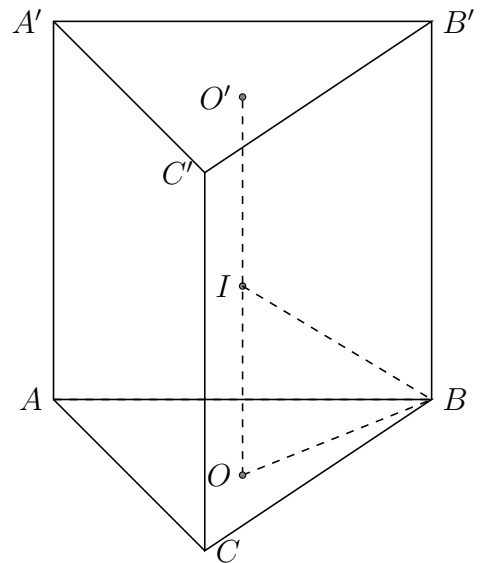
Mặt khác

Tam giác ABC đều cạnh $2a$, có O là trọng tâm nên

$$OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $S = 4\pi R^2 = \frac{28\pi a^2}{3}$

Ta chọn đáp án **C**



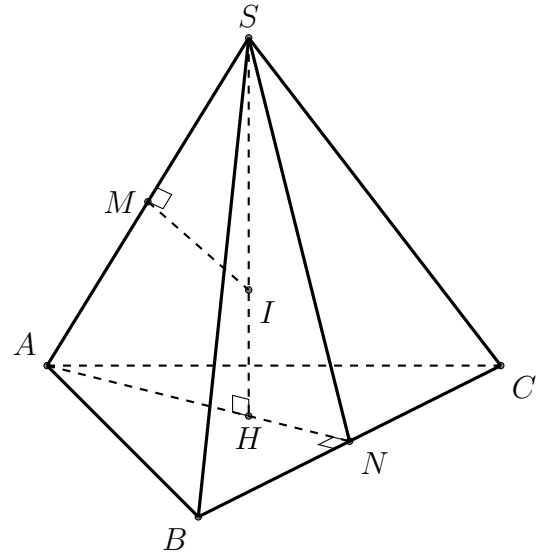
Câu 1219.

Gọi H là tâm của tam giác ABC , M, N là trung điểm SA và BC . Kẻ đường trung trực SA trong mặt phẳng (SAN) . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$.

Ta có: $SH = 1$; $AB = \sqrt{6}$; $AH = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2}$; $SA = \sqrt{AH^2 + SH^2} = \sqrt{3}$.

$$SI \cdot SH = SM \cdot SA \Rightarrow r = SI = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{3}{2}.$$

Mặt cầu có bán kính $r = \frac{3}{2}$ nên diện tích mặt cầu 9π .



Ta chọn đáp án **(A)**

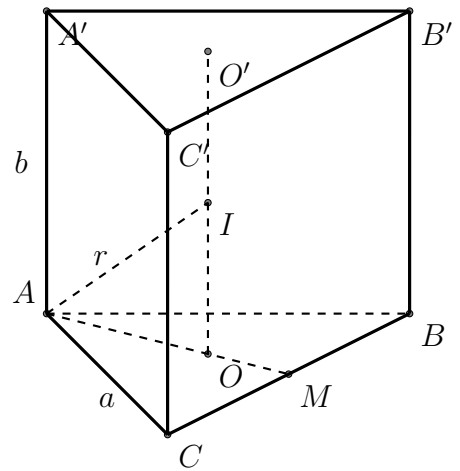
Câu 1220.

Giả sử hình lăng trụ đều tam giác $ABC.A'B'C'$ có O, O' lần lượt tâm của hai đáy. Khi đó tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lăng trụ là trung điểm I của đoạn OO' .

$$\text{Ta có: } AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}, OI = \frac{1}{2}OO' = \frac{b}{2}$$

$$\text{suy ra: } r^2 = \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{3} = \frac{4a^2 + 3b^2}{12} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{4a^2 + 3b^2}}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu (S): } V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1221.

- Gọi M là trung điểm AB , từ M dựng đường $Mx \parallel OA$.
- Trong mặt phẳng (OC, M) , từ trung điểm N của OC , dựng $Ny \perp OC$, $Ny \cap Mx = I$.

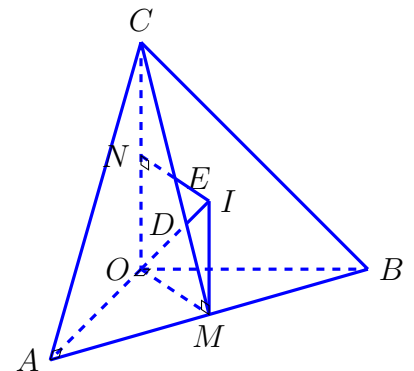
Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $O.ABC$. Bán kính mặt cầu $R = IO = \sqrt{IN^2 + NO^2}$.

$$\bullet \text{ Ta có } ON = \frac{OC}{2} = \frac{3a}{2}; IN = OM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\bullet \text{ Từ đó tính được } R = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 14\pi a^2$.

Ta chọn đáp án **(A)**



Câu 1222.

Ta có: $BC = (SBC) \cap (ABC)$.

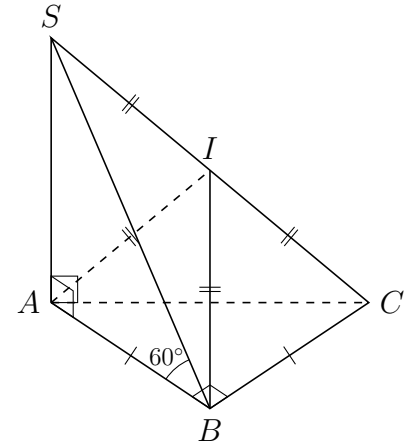
$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Suy ra góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng góc giữa AB và SB .

$$SA = AB \cdot \tan \widehat{ABS} \Leftrightarrow SA = a\sqrt{6}.$$

Do $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại B nên $AC = 2a$.

Xét $\triangle SAC$ là tam giác vuông tại A nên $SC = a\sqrt{10}$.



Ta có: $\left. \begin{array}{l} AC \perp SA \\ BC \perp SB \end{array} \right\}$ suy ra bốn điểm S, A, B, C cùng thuộc mặt cầu đường kính SC .

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

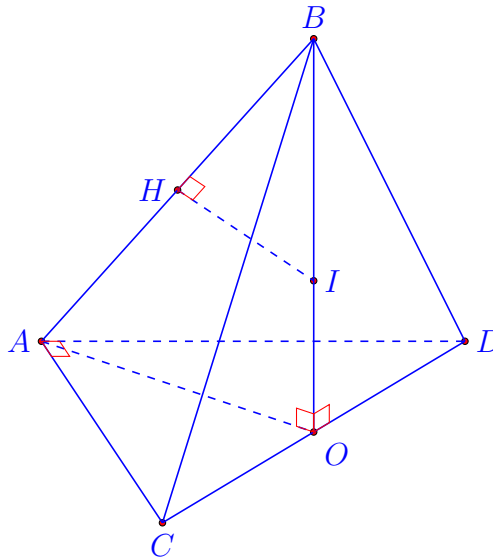
$$\text{Tính thể tích } V \text{ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{10}}{3}a^3\pi$$

Ta chọn đáp án (A)

Câu 1223. Cạnh hình lập phương bằng $2a \Rightarrow$ đường chéo hình lập phương bằng $2a\sqrt{3} \Rightarrow$ bán kính mặt cầu bằng $a\sqrt{3}$.

Ta chọn đáp án (D)

Câu 1224.



Gọi O là trung điểm của CD , ta có: $BO \perp CD$.

Mà $(ACD) \perp (BCD)$ theo giao tuyến CD nên $BO \perp (ACD)$.

Ta lại có: $BA = BC = BD$ nên $OA = OB = OC$.

Suy ra tam giác ACD vuông tại A và BO là trục của tam giác ACD .

Trong mặt phẳng (ABO) , kẻ đường trung trực của AB cắt BO tại I , ta có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Gọi H là trung điểm của AB , ta có $\triangle BHI \sim \triangle BOA$.

$$\text{Suy ra } \frac{IB}{AB} = \frac{BH}{BO} \text{ hay } IB = \frac{AB \cdot BH}{BO} = \frac{AB^2}{2BO}.$$

$$\text{Tam giác } ACD \text{ vuông tại } A \text{ nên } OA = \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } ABO \text{ vuông tại } O \text{ nên } BO^2 = AB^2 - OA^2 = b^2 - \frac{a^2 + b^2}{4} = \frac{3b^2 - a^2}{4}$$

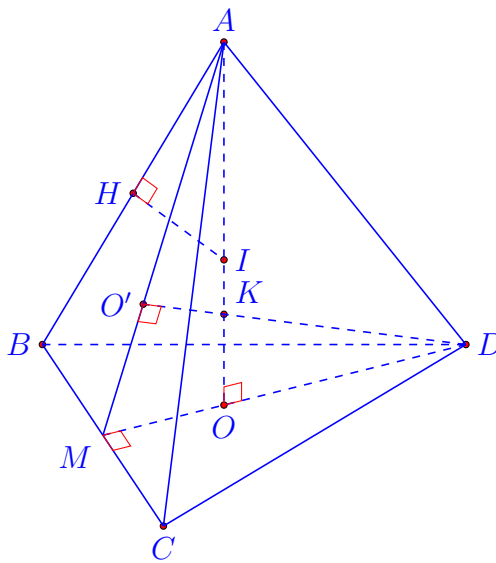
$$\Rightarrow BO = \frac{\sqrt{3b^2 - a^2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện } ABCD \text{ là } IB = \frac{b^2}{\sqrt{3b^2 - a^2}}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện } ABCD \text{ là } S = 4\pi \cdot IB^2 = \frac{4\pi b^4}{3b^2 - a^2}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1225.



Giả sử khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh a .

Gọi O, O' lần lượt là tâm của các tam giác đều BCD, ABC . Khi đó, ta có: $AO \perp (BCD)$ và $DO' \perp (ABC)$. Suy ra AO, DO' lần lượt là trục của các tam giác đều BCD, ABC và AO, DO' đồng phẳng.

Gọi $K = AO \cap DO'$, ta có K là tâm của mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $\triangle KOD \sim \triangle MO'D$.

$$\text{Suy ra } \frac{KO}{MO'} = \frac{OD}{O'D} \text{ hay } KO = \frac{OD \cdot MO'}{O'D} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

Trong mặt phẳng (ABO) , kẻ đường trung trực của AB cắt AO tại I , ta có: I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Gọi H là trung điểm của AB , ta có $\triangle AHI \sim \triangle AOB$.

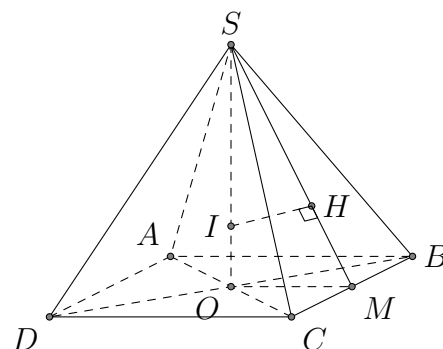
$$\text{Suy ra } \frac{IA}{AB} = \frac{AH}{AO} \text{ hay } IA = \frac{AB \cdot AH}{AO} = \frac{AB^2}{2AO} = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu nội tiếp, ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, ta có:

Ta chọn đáp án **A**

Ta chọn đáp án **B**

Với hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ ngoại tiếp mặt cầu (S) tâm I bán kính a thì $I \in SO$ với O là tâm hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu của I trên (SBC) . Theo cách dựng thì $IH \perp (SBC)$ nên $IH = IO = a$.



Đặt $SO = h$, $AB = 2x$ ta có

$$\frac{a}{h-a} = \sin \widehat{OSM} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \Rightarrow h = \frac{2x^2 a}{x^2 - a^2}.$$

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4x^2 \cdot \frac{2x^2 a}{x^2 - a^2} = \frac{8a}{3} \cdot \frac{x^4}{x^2 - a^2}.$

Xét $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - a^2}$ trên $(a; +\infty)$ có $f'(x) = \frac{2x^3(x^2 - 2a^2)}{(x^2 - a^2)^2}.$

Nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$. Ta có bảng biến thiên

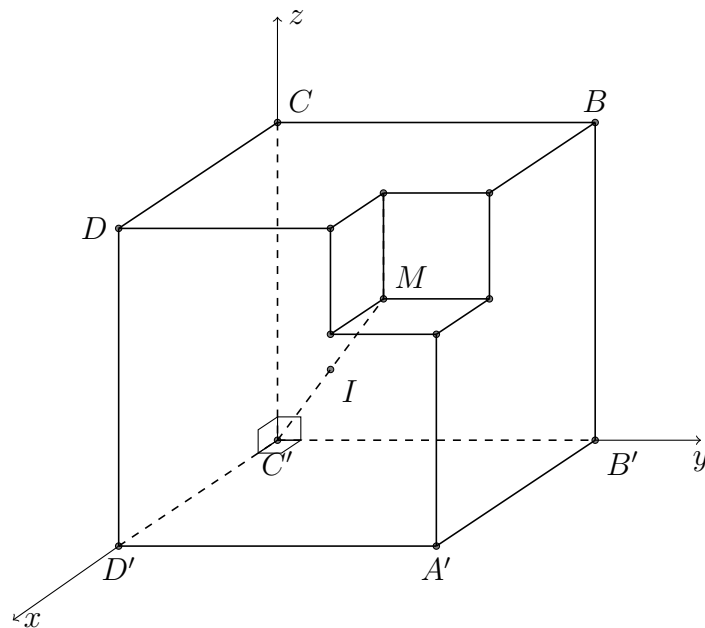
x	a	$a\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'		-	0	+
y	$+\infty$		$4a^2$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(x) \geq f(a\sqrt{2}) = 4a^2$.

Suy ra $V_{S.ABCD} \geq \frac{8a}{3} \cdot 4a^2 = \frac{32a^2}{3}.$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1228.



Gọi M là đỉnh của hình lập phương có cạnh bằng 1 nằm trên đường chéo AC' và nằm trên khối còn lại sau khi cắt. Gọi I là tâm của khối cầu có thể tích lớn nhất thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có $d(I, (A'B'C'D')) = d(I, (BCC'B')) = d(I, (DCC'D'))$

Suy ra I thuộc đoạn thẳng $C'M$ và mặt cầu tâm I cần tìm đi qua điểm M .

Đặt $d(I, (DCC'D')) = a$, ta có $IC' = a\sqrt{3}$. Mà $C'A = 3\sqrt{3}$, $AM = \sqrt{3}$. Suy ra $IM = 2\sqrt{3} - a\sqrt{3}$

Ta có $d(I, (DCC'D')) = IM \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3} - a\sqrt{3} \Leftrightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = 3 - \sqrt{3}.$

Cách khác:

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $C'(0; 0; 0)$, $B'(0; 3; 0)$, $D'(3; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$.

Khi đó $M(2; 2; 2)$. Ta có phương trình đường thẳng $C'M$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \Rightarrow I(t; t; t) \text{ với } 2 > t > 0 \text{ do } I \\ z = t \end{cases}$$

thuộc đoạn thẳng $C'M$.

Ta có $d(I, (Oyz)) = IM \Leftrightarrow |t| = \sqrt{3(t-2)^2} \Leftrightarrow t = (2-t)\sqrt{3} \Leftrightarrow t = 3 - \sqrt{3}$.

Suy ra $R = IM = 3 - \sqrt{3}$.

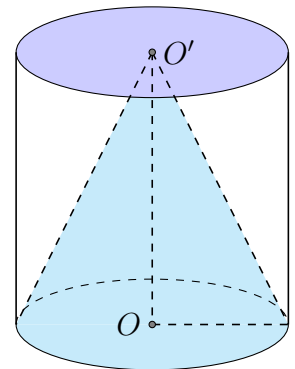
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1229.

Ta có

$$l = \sqrt{(R\sqrt{2})^2 + R^2} = R\sqrt{3}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi Rh}{\pi Rl} = \frac{2h}{l} = \frac{2R\sqrt{2}}{R\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$



Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1230. Xét lăng trụ T có $R = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}$, $h = 4a \Rightarrow V = 8\pi a^3$.

Xét mặt cầu (C) có $R_C = \frac{AP}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R_C^3 = 4\pi\sqrt{3}a^3$.

Vậy tỉ số bằng $\frac{8}{4\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1231. Gọi R, h lần lượt là bán kính và chiều cao của chiếc hộp hình trụ, r là bán kính mỗi quả bóng bàn $\Rightarrow S_1 = 3.4\pi r^2 = 12\pi r^2$

Ta có đáy hình trụ bằng hình tròn lớn quả bóng bàn bằng đường kính của quả bóng bàn $\Rightarrow R = r$

Chiều cao chiếc hộp hình trụ bằng 12 lần đường kính quả bóng bàn $\Rightarrow h = 12 \times 2r = 24r$, do đó

$$S_2 = 2\pi Rh = 2\pi r \times 24r = 48\pi r$$

Vậy $\frac{S_2}{S_1} = 4$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1232.

- Thể tích của chiếc cốc hình trụ là $4\pi R^3$.

- Tổng thể tích của hai quả bóng hình cầu là $V_1 = 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$.

Ta có $V_2 = 4\pi R^3 - \frac{8}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$. Vậy tỉ số cần tìm bằng 2.

Ta chọn đáp án (B)

Câu 1233. - Ta có $V_2 = \frac{256\pi}{3}$.

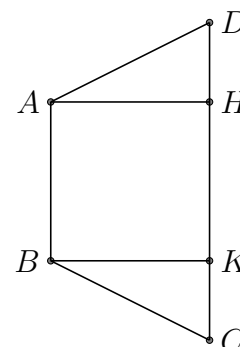
- Bán kính đáy của trụ $r = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$, suy ra $V_1 = 4 \cdot \pi(2\sqrt{3})^2 = 48\pi$.

Ta chọn đáp án (A)

Câu 1234.

Ta có: $V = \pi AH^2 \cdot AB + \frac{1}{3}\pi AH^2 (DH + CK) = 2\pi AH^2 + \frac{2}{3}\pi AH^2 = 6\pi$

$$\Leftrightarrow 2AH^2 + \frac{2}{3}AH^2 = 6 \Leftrightarrow AH = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot AH = \frac{9}{2}.$$



Ta chọn đáp án (A)

Câu 1235.

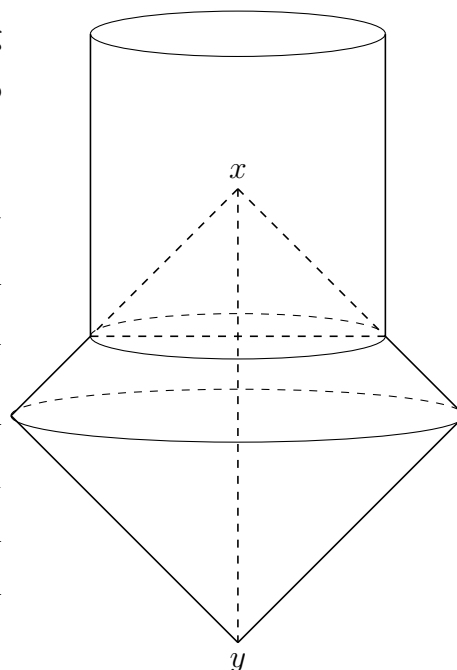
Ta thấy rằng khi xoay hình xung quanh trục XY thì hình vuông ở trên sẽ tạo thành hình trụ có bán kính đáy là $\frac{5}{2}$ và chiều cao là 5, khi đó thể tích của nó là $V_1 = 5\pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{125\pi}{4}$.

Hình vuông ở dưới sẽ tạo thành hai hình nón có chung mặt đáy và có đường kính đáy là AB như hình bên. Chiều cao và bán kính đáy của hình nón này là $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích của khối hai nón ghép lại là $V_2 = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$. Tuy nhiên, hai hình này có chung phần hình nón tạo thành khi xoay phần màu cam xung quanh XY . Để thấy phần chung này cũng là hình nón nhưng chiều cao và bán kính đáy là $\frac{5}{2}$. Do đó, thể tích phần

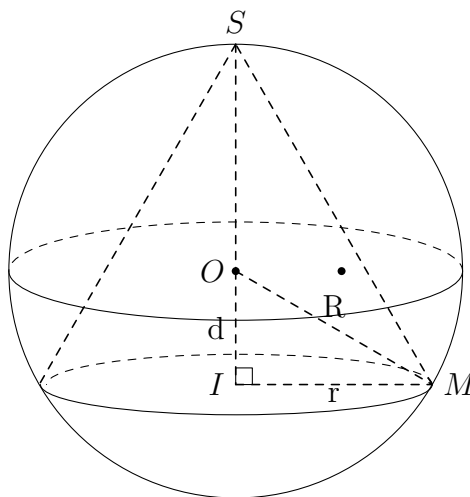
$$\text{chung là } V_3 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{125\pi\sqrt{2}}{24}$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 - V_3 = \frac{125(5 + 4\sqrt{2})\pi}{24}.$$

Ta chọn đáp án (C)



Câu 1236.



Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là

Xét hàm $f(h) = -h^3 + 2h^2R, h \in (R, 2R)$, có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$.

$\max f(h) = \frac{32}{27}R^3$, tại $h = \frac{4R}{3}$. Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là

Cách khác:

Ta có $OI = h - R$ và $r^2 = R^2 - OI^2 = 2Rh - h^2$.

$$V = \frac{1}{3}h.S_{(C)} = \frac{1}{3}h.\pi.r^2 = \frac{1}{3}h.\pi.[R^2 - (h - R)^2] = \frac{1}{3}\pi h^2(2R - h).$$

Do đó V lớn nhất khi $h = 4R - 2h \Leftrightarrow h = \frac{4R}{3}$

Câu 1237.

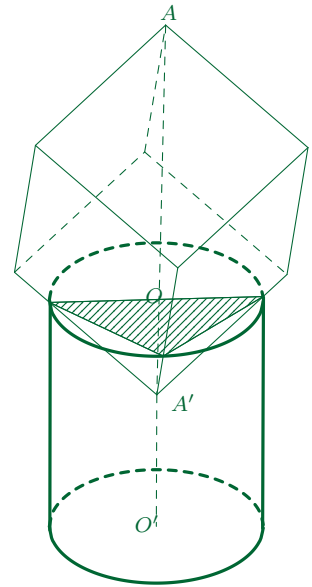
Thể tích nước chứa trong khối trụ là $V_{\text{nước}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi \text{ dm}^3$. Phần bị chìm trong nước của khối lập phương là một hình chóp tam giác đều. Tâm O của khối trụ trùng với tâm của hình chóp tam giác đều, nên ta có độ dài trung tuyến của tam giác đáy $m = \frac{3}{2} \cdot R = 6 \text{ (dm)}$. Cạnh của tam giác $a = \frac{m}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3} \text{ (dm)}$. Mỗi mặt bên của khối chóp tam giác đều này một tam giác vuông cân, nên cạnh bên được tính bằng $b = \frac{a}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6} \text{ (dm)}$. Độ cao $h = \sqrt{b^2 - R^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - 4^2} = 2\sqrt{2} \text{ (dm)}$.

Thể tích khối chóp tam giác cũng chính là thể tích nước bị tràn ra

$$V_{\text{nước tràn}} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot (4\sqrt{3})^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{6} \text{ dm}^3.$$

Thể tích nước còn lại bằng $160\pi - 8\sqrt{6} \simeq 483.06 \text{ dm}^3$.

Ta chọn đáp án (A)



Câu 1238. Xếp các quả bóng vào đáy thùng: cạnh hình lập phương có độ dài gấp 4 lần đường kính quả bóng nên xếp được $4 \cdot 4 = 16$ quả bóng.

Chiều cao bằng 4 lần đường kính, suy ra xếp được tất cả: $16 \cdot 4 = 64$ quả bóng.

Ta chọn đáp án (D)

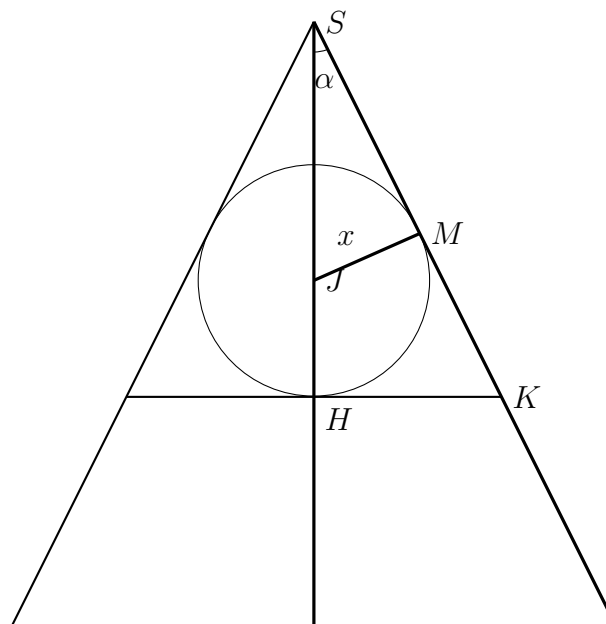
Câu 1239. Diện tích của miếng nhựa phẳng hình tròn để làm một nửa quả bóng bàn là một nửa diện tích mặt cầu có bán kính $R = 20 \text{ mm}$.

Gọi R' là bán kính đường tròn. Ta có $R'^2 \pi = \frac{1}{2} S_{mc} \Leftrightarrow R'^2 \pi = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R' = \sqrt{2}R = 20\sqrt{2}$.

Vậy đường kính của miếng nhựa là $40\sqrt{2} \text{ mm}$

Ta chọn đáp án (B)

Câu 1240.



Đặt α bằng nửa góc ở đỉnh của hình nón, ta có $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

Gọi V_1 là thể tích lượng nước ban đầu, khi đó $V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16\pi}{3}$.

Gọi x là bán kính viên bi, ta có thể tích viên bi là $V_2 = \frac{4}{3}\pi x^3$

Tổng thể tích cả nước và bi là $V = V_1 + V_2 = \frac{16\pi}{3} + \frac{4}{3}\pi x^3$ (*).

Sau khi thả bi vào ly nước thì nước dâng lên ngập bi, đặt $SH = h$ là chiều cao mực nước ta có $h = SJ + JH = \sqrt{JM^2 + SM^2} + JH$; với $SM = \frac{JM}{\tan \alpha} = 2x$, $JH = x$ suy ra $h = (\sqrt{5} + 1)x$ và

$$HK = SH \cdot \tan \alpha = \frac{h}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{1}{12}\pi h^3 = \frac{1}{12}\pi (1 + \sqrt{5})^3 x^3.$$

$$\text{Thay vào (*) ta có } \frac{1}{12}\pi (1 + \sqrt{5})^3 x^3 = \frac{4}{3}\pi x^3 + \frac{16\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{64}{(1 + \sqrt{5})^3 - 16}} \approx 1,53(\text{cm})$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1241. Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 0; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (5; 0; 0)$ nên $ABCD$ là hình bình hành.

Mặt khác, $\overrightarrow{AD} = (0; 5; 0) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AD \\ AB = AD = 5 \end{cases}$. Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Tương tự, $MNPQ$ cũng là hình vuông.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (0; 0; 5)$ nên $AM \perp (ABCD)$ và $AM = AB = AD$.

Vậy 8 điểm trên tạo thành một hình lập phương nên có 9 mặt phẳng đối xứng.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1242. Đặt $X(a; b; 0)$, $Y(c; d; 0)$ thì $(a - c)^2 + (b - d)^2 = 1$.

Theo bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(3 - c)^2 + (4 - d)^2} + \sqrt{(c - a)^2 + (d - b)^2} \geq 5.$$

Suy ra $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(3 - c)^2 + (4 - d)^2} \geq 4$. Lại áp dụng bất đẳng thức Minkowski, ta có

$$AX + BY = \sqrt{a^2 + b^2 + 4} + \sqrt{(3 - c)^2 + (4 - d)^2 + 1} + \sqrt{(c - a)^2 + (d - b)^2} \geq 5$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1245. Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; -3; 1)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1246. Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; 3) \Rightarrow \vec{m} = (-2; -4; -6)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1247. Ta có $\vec{m} = (3.3 - 2.3 - 6; 3.4 - 2.0 + 1; 3.(-4) - 2.4 - 1) = (3; 22; -3)$;

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1248. Trung điểm AB là $(1; 0; 4)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1249. Công thức tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

$$\begin{aligned} G &= \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right) \\ &= \left(\frac{1 + 2 + 4}{3}; \frac{-2 + 3 + 1}{3}; \frac{3 + 5 - 2}{3} \right) = \left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; 2 \right). \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1250. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $\begin{cases} x_G = \frac{1 + 3 + 1}{3} = \frac{5}{3} \\ y_G = \frac{2 + (-1) + 1}{3} = \frac{2}{3} \\ z_G = \frac{0 + 1 + 1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1251. Ta có $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2$; $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -2$; $z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 4$.

Vậy trọng tâm tam giác ABC là $G(2; -2; 4)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1252.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1253. Hình chiếu vuông góc của $A(3; -1; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1254. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 5; 2)$ và $\overrightarrow{DC} = (1 - x_D; 1 - y_D; -2 - z_D)$. Suy ra

$$\begin{cases} 1 - x_D = 1 \\ 1 - y_D = 5 \\ -2 - z_D = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = -4 \\ z_D = -4 \end{cases} \text{ Vậy } D = (0; -4; -4).$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1255. Gọi $D(x, y, z)$. Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (1)

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 7)$, $\overrightarrow{DC} = (-3 - x; 4 - y; 2 - z)$

$$\text{Theo (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 1 \\ 4 - y = 1 \\ 2 - z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \\ z = -5 \end{cases} \Rightarrow D(-4; 3; -5)$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1256. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -4) \Rightarrow AB = \sqrt{26}; \overrightarrow{AC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow AC = 2\sqrt{26}$.

Gọi $I(x, y, z)$ là chân đường phân giác trong của góc A , ta có :

$$\overrightarrow{IB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{IC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases}$$

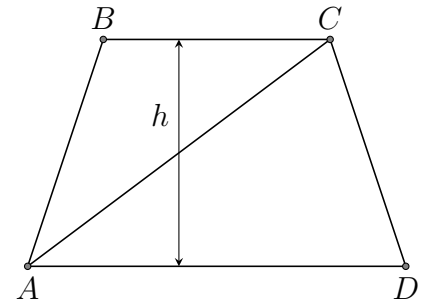
Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1257.

Ta có $S_{ABCD} = 3S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot h \cdot (AD + BC) = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot BC$

$$\Leftrightarrow AD + BC = 3BC \Leftrightarrow AD = 2BC \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = 2(x_C - x_B) \\ y_D - y_A = 2(y_C - y_B) \\ z_D - z_A = 2(z_C - z_B) \end{cases} \Leftrightarrow D(-12; -1; 3).$$



Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1258. Gọi I là điểm thỏa $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow 4\overrightarrow{OI} = 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

Từ đó suy ra $I\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

$$\begin{aligned} 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2 \\ &= 4MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2. \end{aligned}$$

Vậy để $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $M \equiv I \Leftrightarrow M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1259. Ta có ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi $G = \left(-\frac{2}{3}; 3; \frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ nên

$$\begin{aligned} P &= MA^2 + MB^2 + MC^2 \\ &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \end{aligned}$$

Suy ra P nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng Oxy , suy ra $M = \left(-\frac{2}{3}; 3; 0\right)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1260. Do $D \in Ox$ nên $D = (d; 0; 0)$.

Khi đó $AD = \sqrt{(d-3)^2 + (16)}, BC = 5$.

Theo giả thiết $AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(d-3)^2 + (16)} = 5 \Leftrightarrow (d-3)^2 + 16 = 25 \Leftrightarrow (d-3)^2 = 9$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d-3 = -3 \\ d-3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ d = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D(0; 0; 0) \\ D(6; 0; 0) \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1261. Ta có $OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1262. Ta có $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1263. Ta có $|\vec{b} - \vec{a}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a}\vec{b} + |\vec{b}|^2$
 $= |\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos 120^\circ + |\vec{b}|^2 = 4 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ + 25 = 39 \Rightarrow |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{39}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1264. Ta có $\vec{AB} = (-2; -1; 2)$ và $\vec{AC} = (0; 1; -1)$. Suy ra $\cos(\widehat{BAC}) = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $\widehat{BAC} = 135^\circ$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1265. Ta có $\vec{AB} = (0; 1; -1)$, $\vec{AC} = (1; 3; -2)$.

Do đó $S_{ABC} = \frac{1}{2}|\vec{AB}, \vec{AC}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1267. Tâm $I(1; -2; 3)$; $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 9} = \sqrt{5}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1268. Dựa vào dạng tổng quát của phương trình mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1269. Ta có
$$\begin{cases} -2a = -4 \\ -2b = 6 \\ -2c = -2 \\ d = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \\ d = 5. \end{cases}$$

Do đó (S) có tâm $I(2; -3; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2 - 5} = 3$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1270. Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 + (2m)^2 + m^2 - 5m^2 - 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -5 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1271.

- Pt mặt cầu $(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + (z - z_o)^2 = R^2$ có tâm là $I(x_o; y_o; z_o)$, bán kính là: R .
- Do đó mặt cầu $(x - 1)^2 + (y - (-2))^2 + (z - 4)^2 = (2\sqrt{5})^2$ có tâm $I(1; -2; 4)$ và bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1272. Để phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu thì

$$a^2 + b^2 + c^2 - d \leq 0 \Leftrightarrow 4 + 9 + 1 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 14.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1273. Phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu khi $1 + 1 + 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1274. Gọi $I(1; 1; 0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy) .

Ta có phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + z = 1$.

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx + my + mnz - mn = 0$.

Mặt khác $d(I; (ABC)) = \frac{|1 - mn|}{\sqrt{m^2 + n^2 + m^2n^2}} = 1$ (vì $m + n = 1$) và $ID = 1$.

$\Rightarrow ID = d(I; (ABC))$.

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D . Khi đó $R = 1$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1275. Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1276. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 3)$ và có bán kính bằng 2 có phương trình là:

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1277. Hình chiếu vuông góc của M trên Ox là $I(1; 0; 0)$. Mặt khác $IM = \sqrt{13} \Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1278. Tâm I là trung điểm $AB \Rightarrow I(2; 0; 1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Vậy pt mặt cầu (S) là $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1279. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có $I(3; -2; 1)$

Suy ra I là tâm của mặt cầu đang tìm.

Ta có $AB = \sqrt{(4-2)^2 + (-1+3)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{6}$.

Mà bán kính mặt cầu là: $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1280. Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in d_1$, $B(2-2t'; 3; t') \in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2t' - t; t + 2; t' - 2t)$.

d_1 có một VTCP là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, d_2 có một VTCP là $\vec{u}_2 = (-2; 0; 1)$.

Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2t' - t) - (t + 2) + 2(t' - 2t) = 0 \\ -2(-2t' - t) + (t' - 2t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t' = 0 \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $B(2; 3; 0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\frac{11}{6}; \frac{13}{6}; -\frac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1281. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu, ta có

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b - 4c = 7 \\ 2a + 2b + (2\sqrt{2} - 4)c = 4 \\ -2a - 2b + (2\sqrt{2} - 4)c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$$

Với $R = ID = \sqrt{\frac{9}{2}}$. Vậy phương trình mặt cầu là $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{9}{2}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1282. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi (P) tiếp xúc (S) , từ đó suy ra $d(I, (P)) = R$.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) - m|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 0^2}} = 2 \Leftrightarrow |11 - m| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21 \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1283. Gọi mặt cầu cần tìm là (S) .

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính R .

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ nên ta có

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1284.

- khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d = 3$.
- bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.
- phương trình mặt cầu là $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1285.

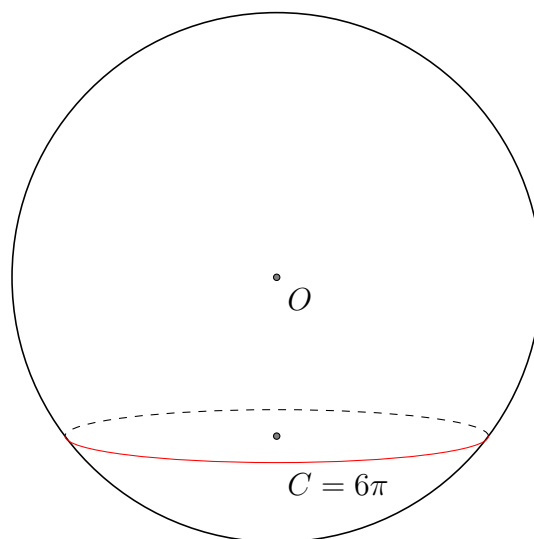
Ta có, $d(I, (P)) = \frac{|2 - 2 - 2 \cdot 3 + 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 2$.

Bán kính của đường tròn giao tuyến là $r = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$.

Vậy bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Vậy mặt cầu có phương trình

$$(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 13.$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1286. Sử dụng chức năng CALC của MTCT tìm được $M(1; 1; 6)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1287. Ta có : $(P) : 3x + 0y - z + 2 = 0$ nên $(3; 0; -1)$ là tọa độ vectơ pháp tuyến của (P) .

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1288. Mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1289. Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) + (-1) - 2 = 0$.

Suy ra điểm N thuộc mặt phẳng (P) .

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1290. Ta có: $\vec{AB} = (3; 0; -3)$, $\vec{AC} = (5; -2; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-6; -21; -6) = -3(2; 7; 2)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1291. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB qua trung điểm $I\left(0; \frac{5}{2}; -1\right)$ của AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{AB} = (-2; -1; 6)$ là $\boxed{4x + 2y - 12z - 17 = 0}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1292. Ta có $\overrightarrow{AB}(-6; 2; 2)$, trung điểm của AB là $I(1; 1; 2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB nhận véc-tơ $\vec{n}(3; -1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm $I(1; 1; 2)$. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$3(x - 1) - (y - 1) - (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1293. Mặt phẳng (P) qua A và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$x + (y - 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0.$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1294. Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2; 1; 2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA} = (-1; -1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-x - y + 3z - 3 = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 3 = 0$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1295. Ta có pt $(P) \begin{cases} \text{qua } A(1; 0; 2) \\ \vec{n} = \overrightarrow{AB}(1; -1; 1) \end{cases}$ là $(x - 1) - y + (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + z - 3 = 0$

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1296. Mặt phẳng vuông góc với Δ nhận $\vec{u}_{\Delta} = (3; -2; 1)$ làm vtpt $\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $3(x - 3) - 2(y + 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1297. Mặt phẳng (Oyz) vuông góc với trục Ox do đó nó nhận $(1, 0, 0)$ là véc-tơ pháp tuyến, hơn nữa (Oyz) đi qua điểm $O(0, 0, 0)$. Vậy phương trình mặt phẳng (Oyz) là $1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0$ hay $x = 0$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1298. Ta có $(Q) : \begin{cases} \text{qua } A(-2; 4; 3) \\ VTPT \vec{n}_{(Q)} = \vec{n}_{(P)} = (2; -3; 6) \end{cases}$ nên $(Q) : 2x - 3y + 6z - 2 = 0$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1299. Ta có $\vec{n}_1 = (1; 1; 3), \vec{n}_2 = (2; -1; 1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(Q), (R)$.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q), (R)$ nên $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Từ đó suy ra mặt phẳng (P) có phương trình $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1300. VTCP của Oz là $\vec{k} = (0, 0, 1)$, VTPT của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1, 2, -1) \Rightarrow$ mặt phẳng $(P) \perp (\alpha)$ và $//Oz$ nên $\vec{n}_P = [\vec{k}, \vec{n}_\alpha] = (-2, 1, 0)$

Do đó mặt phẳng (P) qua $A(2, -3, 0)$ có VTPT $\vec{n}_P = (-2, 1, 0)$ có phương trình là $2x - y - 7 = 0$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1301. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; -3)$ và $R = 2\sqrt{3}$.

Ta có: Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z - 16 = 0$ là $d_1 = \frac{14}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z + 12 = 0$ là $d_1 = \frac{14}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z - 18 = 0$ là $d_1 = \frac{16}{2\sqrt{3}} > R$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x + 3y - z + 10 = 0$ là $d_1 = \frac{12}{2\sqrt{3}} = R$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1302. Ta có $OABC$ là tam diện vuông mà H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Do đó pt $(P) \begin{cases} \text{qua } H(1; 2; 3) \\ \vec{n} = \overrightarrow{OH}(1; 2; 3) \end{cases}$ là $(x - 1) + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$

Ta chọn đáp án **(A)**

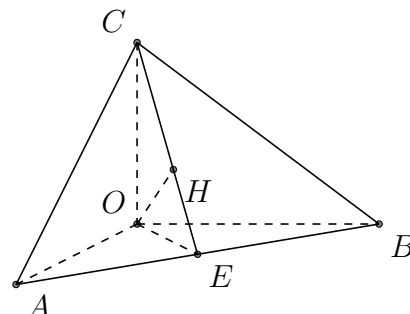
Câu 1303.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp CH \end{cases} \Rightarrow AB \perp OH$,

tương tự $BC \perp OH$.

Do đó $OH \perp (ABC) \Rightarrow \overrightarrow{n_{ABC}} = \overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$.

Suy ra $P : 2x + y + z - 6 = 0$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1304.

Ta có $AM \perp BC$ và $OA \perp BC$ nên $BC \perp OM$.

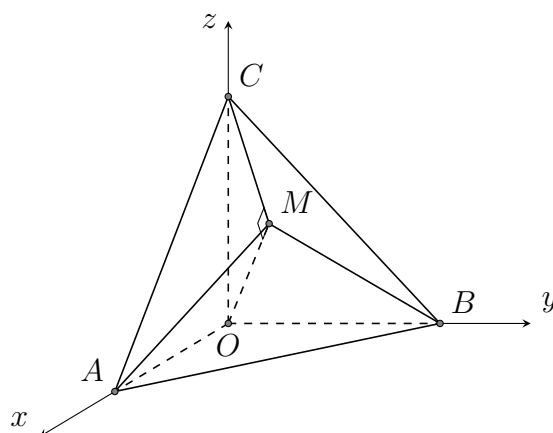
Ta có $BM \perp AC$ và $OB \perp AC$ nên $AC \perp OM$.

Vậy $OM \perp (ABC)$ nên (P) nhận $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ nên

$(P) : x - 1 + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1305. Ta có $\vec{n_P} = (1; 1; 1); \vec{AB} = (1; 2; -1)$.

Do mặt phẳng Q chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng $P \Rightarrow \vec{n_Q} = [\vec{n_P}; \vec{AB}] = (-3; 2; 1)$.

Do đó $Q: 3x - 2y - z - 3 = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1306. Ta có $\vec{AB} = (2; -3; -2), \vec{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; 6; -8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + 6y - 8z + 10 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x + y + z - 2 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\vec{n_P} \perp \vec{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22; 31; 26)$.

Mặt phẳng $(P) \perp (ABC)$ nên $\vec{n_P} \perp \vec{n_{(ABC)}} = (1; 6; -8)$.

Vậy $[\vec{n_{(ABC)}}; \vec{u_{AH}}] = (404; -202; -101)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) .

Chọn $\vec{n_P} = (4; -2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 2y - z + 4 = 0$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1307. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1308.

Cách 1. • Ta có $\vec{MN} = (-2; -1; 0), \vec{MP} = (-2; 0; 2) \Rightarrow [\vec{MN}, \vec{MP}] = (-2; 4; -2) \Rightarrow \vec{n} = (1; -2; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

• Mặt phẳng (MNP) đi qua điểm $M(2; 0; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 1)$ nên có phương trình $1(x - 2) - 2(y - 0) + 1(z - 0) = 0$ hay $x - 2y + z = 2$.

• Từ đó suy ra mặt phẳng (MNP) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Cách 2. Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được $(MNP): \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1309. Cách 1: Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{2a} = 1$, thay tọa độ $M(4; -3; 12)$ vào ta được $a = 7$, từ đó ta có phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x + 2y + z - 14 = 0$.

Cách 2: Thử thấy chỉ có mặt phẳng $2x + 2y + z + 14 = 0$ chứa M .

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1310. (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1(1; 2; -1)$, Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2(1; 1; -1)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 0; -1)$. Vì mặt phẳng (P) cần tìm song song với d và Δ nên nó nhận $\vec{n}(1; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình (P) có dạng $x + z + d = 0$.

Vì (S) tiếp xúc với (P) nên

$$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|d - 3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ d = 1 \end{cases}$$

Vậy ta được hai mặt phẳng là $x + z + 1 = 0$ và $x + z + 5 = 0$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1311.

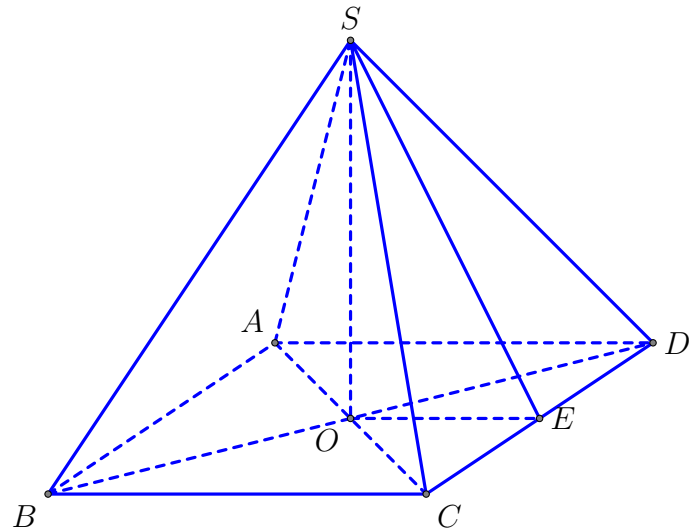
Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy

khí và chỉ khí

$$4 \times \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \times a = 2a^2 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Do đó

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$



Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1312. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 .

Véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$.

Mặt khác $M(3; 1; 5) \in d_2 \subset (P) \Rightarrow M \in (P)$.

Phương trình $(P) : 5(x - 3) - 4(y - 1) + 1(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$.

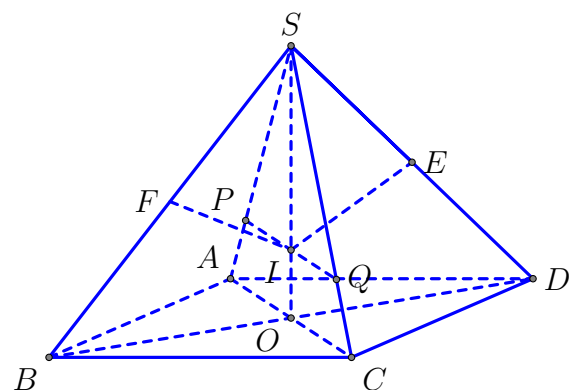
Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1313.

Bước đầu tiên, ta tìm tọa độ tâm I . Gọi $E\left(3, 1, \frac{7}{2}\right), F\left(2, 2, \frac{7}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm của SD, SB . Ta có

$$\vec{SB} = (-2, 0, 1), \vec{SD} = (0, -2, -1)$$

$$\vec{n} = [\vec{SB}, \vec{SD}] = (-2, -2, 4)$$



Để dàng viết được phương trình mặt phẳng trung trực của $SB : 2x + z - \frac{15}{2} = 0$ và $SD : 2y + z - \frac{11}{2} = 0$, phương trình mặt phẳng $(SBD) : x + y - 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm $I \left(\frac{13}{6}, \frac{7}{6}, \frac{19}{6} \right)$ là nghiệm của 3 phương trình mặt phẳng trên. Từ đó ta có

$$\overrightarrow{BI} = \left(\frac{7}{6}, -\frac{5}{6}, \frac{1}{6} \right) \Rightarrow \vec{n}_{(BPQ)} = [\vec{n}, \overrightarrow{BI}] = (3, 5, 4)$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1314. Đường thẳng d đi qua $M(2; 1; 2)$ và có VTCP $\vec{u} = (0; -1; 3)$, (α) có VTPT $\vec{n} = (2; -1; -4)$.

Mặt phẳng chứa d và vuông góc với (α) đi qua $M(2; 1; 2)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{u}, \vec{n}] = (7; 6; 2)$ nên có phương trình $7x + 6y + 2z - 24 = 0$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1315. Ta có d_1 đi qua điểm $A(2; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$.

d_2 đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$.

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 1; -1)$.

Khi đó (P) có dạng $y - z + D = 0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C.

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M \left(0; \frac{1}{2}; 1 \right)$ của AB .

Do đó $P : 2y - 2z + 1 = 0$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1316. Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Tọa độ I là $I(1; 3; 3)$. Khi đó $T = |4\overrightarrow{MI}| = 4MI$. Để P nhỏ nhất thì MI nhỏ nhất, tức là M là hình chiếu của I lên (Oxy) . Vậy tọa độ M là $M(1; 3; 0)$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1317. Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(0; 0; 0)$.

Từ đó:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |4\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC})| = 4IM \geq 4IH$$

với H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) .

Từ đó suy ra $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv H$. Phương trình

đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}.$$

Tọa độ điểm H là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \\ x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra $H = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Vậy, tọa độ điểm M cần tìm là $M = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1318. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ (1)

Ta có $\overrightarrow{IA}(-3-a; -b; -c)$, $\overrightarrow{IB}(-a; -b; 3-c)$, $\overrightarrow{IC}(-a; 3-b; -c)$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -3-a=0 \\ b-3=0 \\ 3-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=3 \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow I(-3; 3; 3).$$

Nhận thấy $I(-3; 3; 3) \in (P)$

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{MI}| = MI \geq 0.$$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất bằng 0 khi $M(-3; 3; 3)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1319.

Gọi B_1 là điểm đối xứng với B qua (P) .

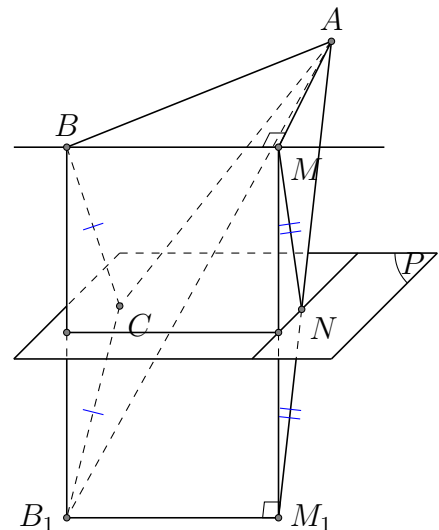
$$P_{ABC} = AB + BC + CA = AB + B_1C + CA \geq AB + AB_1$$

Gọi M là hình chiếu của A lên trục Oz , M_1 là điểm đối xứng của M qua (P)

$$AB + AB_1 \geq AM + AB_1 \geq AM + AM_1 \text{ (hằng số).}$$

Vậy P_{ABC} nhỏ nhất khi $B \equiv M$ và C là giao điểm của AM_1 với (P) .

Từ đó suy ra tọa độ của điểm B là $(0; 0; 1)$.



Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1320. - Đường thẳng d đi qua $M_0(0; 0; 1)$ có VTCP $\vec{u}(1; 1; 1)$.

- Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và d . Ta có $d(A, (P)) = AH \leq AK$. Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Do đó $d(A, (P))_{\max} = AK$. Khi đó (P) đi qua $M_0(0; 0; 1)$ nhận $\overrightarrow{AK}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

- Do $K \in d$ nên $K(t; t; 1+t)$ và $\overrightarrow{AK} = (t-3; t-2; t+2)$.

$$\text{Ta có : } \overrightarrow{AK} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AK} = (-2; -1; 3) \text{ nên } (P) : 2x + y - 3z + 3 = 0.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

$$\text{Câu 1321. Pt đường thẳng } MH \begin{cases} \text{qua } M(4; 1; 1) \\ \vec{u} = \vec{n}_{(P)}(3; 1; -1) \end{cases} \text{ là } \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

$$\text{Vì } H = MH \cap (P) \Rightarrow H(1; 0; 2).$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1322. $M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z); \overrightarrow{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}; \overrightarrow{AM} = (x + 2; -3; z - 1)$

$$\text{và } A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z - 1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2) \Rightarrow BM = \sqrt{118} = 2AB.$$

Cách khác $\frac{AM}{BM} = \frac{d(A; (Oxz))}{d(B; (Oxz))} = \frac{1}{2}.$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1323. Ta có vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -4; 1)$ và $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (1; 2; 2)$. Suy ra, vectơ chỉ phương của giao tuyến là $\vec{u}_{\Delta} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = -5(2; 1; -2)$. Suy ra, một vectơ chỉ phương là $(2; 1; -2)$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1324. Véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1325. Đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1326. Từ phương trình tham số, suy ra véc-tơ chỉ phương là $\vec{n} = (-1; -2; 1)$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1327. Đường thẳng MN đi qua $N(0; 1; 3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-1; 3; 2)$ có phương trình là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1328. Dựa vào phương trình tham số ta suy ra d qua $A(1; 0; -2)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 3; 1)$ nên suy ra d có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1329. Ta có $\overrightarrow{BC}(-2; 1; 1)$. Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng BC nên ta chọn $\vec{u}(-2; 1; 1)$ làm một véc-tơ chỉ phương của nó.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1330. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_{(P)} = (1; 3; -1)$ làm véc-tơ chỉ

$$\text{phương} \Rightarrow \text{phương trình đường thẳng là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -t \end{cases}$$

$$\text{Lấy } t = -1 \Rightarrow N(1; 0; 1) \text{ thuộc đường thẳng} \Rightarrow \text{đáp án đúng là: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1331. Đường thẳng $d \perp$ mặt phẳng (P) nên vtcp $\vec{u}_d$ cùng phương vtpt $\vec{n}_{(P)}$.

$$\text{Chọn vtcp } \vec{u}_d = (2; 4; -4) \text{ và } d \text{ qua } A(1; 4; 7) \Rightarrow \text{ptts } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + 4t \\ z = 7 - 4t \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1332. (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1(1; 1; 1)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2(1; -1; 1)$.

Ta có $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 0; -2)$.

Đường thẳng cần tìm nhận véc-tơ $\vec{u}(1; 0; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường

$$\text{thẳng cần tìm là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1333. Δ và Δ' có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$.

Khi đó $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7; 7; 7) \Rightarrow$ đường thẳng vuông góc với d và Δ có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (-1; 1; 1) \Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1334. Ta có $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; -1)$, $\vec{u}_{d_2} = (-1; 1; 3)$.

Gọi (P) là mặt phẳng song song với d và chứa d_1 thì (P) đi qua $A(-1; -1; 2)$ và có một VTPT là $\vec{n}_1 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_1}] = (0; -1; -1)$. Do đó $(P): y + z - 1 = 0$.

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với d và chứa d_2 thì (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$ và có một VTPT là $\vec{n}_2 = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d_2}] = (4; -2; 2)$. Do đó $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$.

Khi đó, đường thẳng cần tìm Δ là giao điểm của (P) và (Q) , ta có

$$\Delta: \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Hay $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1335.

Cách 1 :

- phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d là $(P) : x+y+2z-5=0$.
- giao điểm của d và (P) là $B(2; 1; 1)$.
- khi đó đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng đi qua A và B có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$

Cách 2 :

- Gọi $B(1+b; b; -1+2b)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d .
- ta có Δ vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$ hay $b+b+2(2b-3)=0$ suy ra $b=1$ và $B(2; 1; 1)$.
- khi đó đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng đi qua A và B có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1336. $(P) : -2x+2y+z-3=0$ là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với Δ_1 . (P) giao với Δ_2 tại $M(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 2)$.

Đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng AM có phương trình $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1337. Gọi $A = d \cap (P) \Rightarrow A(1, 1, 1) \in \Delta$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (2, 1, 3)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (1, 2, 1)$

$$\Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}, \vec{u}_d] = (5, -1, -3)$$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1338. Gọi H là giao điểm của d và Δ , khi đó giá của $\overrightarrow{MH}$ vuông góc với đường thẳng Δ .

Ta có $H(1+2t; -1+t; -t)$, $\overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$ và véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$.
Do $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + 1(t-2) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ hay $\vec{u} = (1; -4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1339. Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases}$$

Như vậy $A(1; 1; 1)$.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{n} \wedge \vec{u} = (5; -1; -3)$$

Do Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt d nên Δ đi qua điểm $A(1; 1; 1)$. Phương trình đường thẳng Δ là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1340. Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; -5)$, đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (3; -2; -1)$.

Gọi Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' , gọi $A = (2 + 2a; 3 + 3a; -4 - 5a)$ và $B = (-1 + 3b; 4 - 2b; 4 - b)$ lần lượt là giao điểm của Δ với d và d' .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2a + 3b - 3; -3a - 2b + 1; 5a - b + 8)$. Vì Δ đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' nên

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}' \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}' \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (-2a + 3b - 3) \cdot 2 + (-3a - 2b + 1) \cdot 3 + (5a - b + 8) \cdot (-5) = 0 \\ (-2a + 3b - 3) \cdot 3 + (-3a - 2b + 1) \cdot (-2) + (5a - b + 8) \cdot (-1) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -38a + 5b = 43 \\ -5a + 14b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Như vậy $A = (0; 0; 1)$ và $B = (2; 2; 3)$, nên $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 2)$. Do đó Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{w} = (1; 1; 1)$, bởi vậy Δ có phương trình là

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$$

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1341. Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1; -5; 3)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (2; -1; 4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P) : x + 3 = 0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1; -5; 3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P; \vec{u}_d] = (0; 4; 1)$

$\Rightarrow (Q) : 4y + z + 17 = 0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases} 4y + z + 17 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t. \\ z = 7 + 4t \end{cases}$$

Cách 2. Trắc nghiệm.

Gọi $I = d \cap (\alpha)$, suy ra $I(-3; -3; -5)$.

Dễ thấy chỉ có đáp án D thỏa mãn

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1342. Gọi I là trung điểm của AM , ta có $I(2; -1; 0)$.

$$\begin{aligned} MA^4 + MB^4 &= (MA^2 + MB^2)^2 - 2MA^2 \cdot MB^2 \\ &= \left(2MI^2 + \frac{AB^2}{2}\right)^2 - 2\left(MI^2 - \frac{AB^2}{4}\right)^2 \\ &= 4MI^2 + 2MI^2 \cdot AB^2 + \frac{AB^4}{4} - 2MI^2 + MI^2 \cdot AB^2 - \frac{AB^4}{8} \\ &= 2MI^4 + 3MI^2 \cdot AB^2 + \frac{AB^4}{4} \\ &= 2\left(MI^2 + \frac{3AB^2}{4}\right)^2 - \frac{7}{10}AB^4 \end{aligned}$$

Do đó $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên d .

Lấy $M(2 + t; -1 + 2t; 3t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (t; 2t; 3t)$.

Ta có $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t + 4t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M(2; -1; 0) \equiv I$.

Vậy $x_0 = 2$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1343. Gọi $I(4; -5; -2)$ là tâm của mặt cầu (S) .

Ta có $d[I, (P)] = \frac{|3 \cdot 4 - 5 - 3 \cdot (-2) + 6|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{19} \Rightarrow r = \sqrt{25 - 19} = \sqrt{6}$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1344.

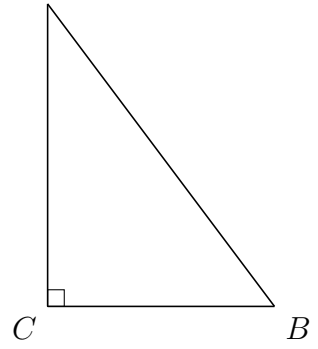
Ta thấy đường thẳng AB có một VTCP là $\vec{u} = (1; 1; -4)$, mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n} = (1; 0; 1)$ nên góc giữa AB và (α) là φ với

$$\sin \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + (-4) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\varphi = 30^\circ = \widehat{BAC}$.

Hơn nữa, $AC \subset (\alpha)$ và $BC \perp AC$ nên C là hình chiếu của B trên (α) .

Ta tìm tọa độ của B .



Ta viết lại $AB : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = -8 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Điểm A là giao điểm của AB và (α) .

Xét phương trình $(3 + t) + (-8 - t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -2$. Vậy $A(1; 2; 0)$.

Gọi $B(3 + t'; 4 + t'; -8 - 4t')$, ta có $AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (t' + 2)^2 + (t' + 2)^2 + (-4t' - 8)^2 = 18$.

Suy ra $t' = -1$ hoặc $t' = -3$. Mà B có hoành độ dương nên ta chọn $t = -1$, khi đó $B(2; 3; -4)$.

Đường thẳng BC vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n} = (1; 0; 1)$ làm một VTCP, do đó

$$BC : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 \\ z = -4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

C chính là giao điểm của BC và (α) . Xét phương trình $(2 + t) + (-4 + t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$.

Suy ra $C\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right)$. Vậy $a + b + c = 4$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1345. Ta có $\vec{u}_{d_1} = (1; -2; -3)$, $\vec{u}_{d_2} = \left(3; 2; -\frac{1}{3}\right)$

Suy ra, $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0$ nên d_1 cắt và vuông góc với d_2 .

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1346. Đường thẳng d_1 qua $M(1, 2, 3)$ có VTCP $\vec{u} = (2, 3, 4)$

Đường thẳng d_2 qua $N(3, 5, 7)$ có VTCP $\vec{v} = (4, 6, 8)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2, 3, 4)$ suy ra $\vec{u} // \vec{v}$ và $\vec{u} // \overrightarrow{MN} \Rightarrow d_1 \equiv d_2$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1347.

- Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (5; 1; 1)$.
- Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (10; 2; m)$.
- Δ vuông góc với (P) khi và chỉ khi $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{n}$ cùng phương. Hay $\frac{10}{5} = \frac{2}{1} = \frac{m}{1}$ suy ra $m = 2$.

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1348. Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1; 0; 5)$ có vtcp $\vec{u} = (1; -3; -1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (3; -3; 2)$. $M \notin P \Rightarrow$ loại đáp án D.

$\vec{n}, \vec{u}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B.

$\vec{n} \cdot \vec{u} = 10 \Rightarrow \vec{n}, \vec{u}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án C.

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1349. Để $d \subset (P) \Rightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \Rightarrow m - 2.4 + 2.0 = 0 \Rightarrow m = 8$.

Thử lại thấy $m = 8$ thỏa.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1350. Mặt cầu (S) có tâm $I(1, 0, 1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. Ta tính

$$d(I, (P)) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1 < R$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1351. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$, bán kính $R = 7$.

Với $(\alpha) : 6x + 2y + 3z - 55 = 0$ ta có $d(I; (\alpha)) = \frac{|6 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 2 - 55|}{\sqrt{6^2 + 2^2 + 3^2}} = 7 = R$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1352. Ta có $d(A; (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1353. Ta có

$$d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 3(-4) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{14}}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1354. Ta có $M \in d \Rightarrow M(t; 1 + 2t; 2 + 3t)$.

$$\text{Do đó } d(M; (P)) = \frac{|t + 2(1 + 2t) - 2(2 + 3t) + 3|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{|-t + 1|}{3} = 3 \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M(10; 21; 32) \\ M(-8; -15; -22) \text{ (Loại)} \end{cases}$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1355. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 3; 2)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases} \text{ là}$$

$$1 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 3) + (-1) \cdot (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0$$

Hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng đã cho có tọa độ là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

Như vậy $H = (1; 1; 0)$, do đó khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng đã cho là

$$d = MH = \sqrt{(1-1)^2 + (1-3)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1356. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -2; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -2; -1)$.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) = 0$.

Thế tọa độ $M(1; -2; 1)$ vào phương trình của mặt phẳng (P) ta có $2 + 4 - 1 + 1 = 0$ (vô lý).

Vậy $\Delta \parallel (P)$.

Suy ra $d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 2$.

Ta chọn đáp án **D**

Câu 1357. Lấy $M(0; 0; -3) \in (P)$. Do $(P) \parallel (Q)$ nên $d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|0 + 0 - 2(-3) + 3|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = 3$.

Ta chọn đáp án **B**

Câu 1358.

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC) ta được $(ABC): x + z - 1 = 0$. Kiểm tra tọa độ điểm D ta suy ra 4 điểm $A; B; C; D$ không đồng phẳng.
- Gọi (P) là mặt phẳng cách đều 4 điểm ta có 2 trường hợp:
 - + Trường hợp 1 (có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm còn lại): có 4 mặt phẳng.
 - + Trường hợp 2 (mỗi phía có 2 điểm): có $C_3^2 = 3$ mặt phẳng.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1359. - Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(3; 2; 1)$ và bán kính $R' = \sqrt{18}$.

- H luôn thuộc mặt phẳng (P) và mặt cầu đường kính AB .

- Khoảng cách từ I đến (P) là $d = 2\sqrt{3}$. Từ đó suy ra $R = \sqrt{6}$.

Ta chọn đáp án **A**

Câu 1360. Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với mp (P) nên d có VTCP là $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (6; -2; 1)$

$$\text{PTTS của } d : \begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 3 - 2t \\ z = 6 + t. \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu của A trên mp (P) . Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 3 - 2t \\ z = 6 + t \\ 6x - 2y + z - 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 5 \\ y = 1 \\ z = 7 \end{cases} \text{ Suy ra } H(5; 1; 7).$$

Vì A' là điểm đối xứng của A qua (P) nên H là trung điểm của AA' . Suy ra $A'(11; -1; 8)$.

Vậy $OA' = \sqrt{186}$.

Ta chọn đáp án **(D)**

Câu 1361. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$Oxz \text{ là } \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

Gọi $C = (a; b; c)$, mặt phẳng (P) đi qua C và vuông góc với Δ có phương trình $y - b = 0$. Hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng Δ là giao điểm H của mặt phẳng (P) với đường thẳng Δ . Suy ra $H = (0; b; 1)$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc K của C trên trục Ox là $K = (a; 0; 0)$.

Theo đề bài: $d(C; \Delta) = d(C; Ox) \Leftrightarrow CH = CK \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (1 - c)^2} = \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + 2c - 1$.

Ta có $BC = \sqrt{a^2 + (b - 4)^2 + c^2} = \sqrt{b^2 + 2c - 1 + b^2 - 8b + 16 + c^2} = \sqrt{2(b - 2)^2 + (c + 1)^2 + 6} \geq \sqrt{6}$.

Do đó $\min BC = \sqrt{6}$.

Ta chọn đáp án **(C)**

Câu 1362. Gọi $M(x; y; z)$, do $M \in (P)$ nên $3x - 3y + 2z + 37 = 0$.

Ta có $\vec{MA} = (4 - x; 1 - y; 5 - z)$, $\vec{MB} = (3 - x; -y; 1 - z)$, $\vec{MC} = (-1 - x; 2 - y; -z)$.

Khi đó, $S = 3[(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 - 5]$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy - Schwarz ta có:

$$[3(x - 2) - 3(y - 1) + 2(z - 2)]^2 \leq (3^2 + 3^2 + 2^2)[(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2] \Leftrightarrow 44^2 \leq 22 \left(\frac{S}{3} + 5 \right) \Leftrightarrow S \geq 249.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{(x - 2)}{3} = \frac{(y - 1)}{-3} = \frac{(z - 2)}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \\ z = -2 \end{cases}.$$

Ta chọn đáp án **(A)**

Câu 1363. Phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}.$$

Theo đề bài B là giao điểm của đường thẳng d và (P) nên giá trị tham số t ứng với tọa độ điểm B là nghiệm phương trình:

$$2(1 + 3t) + 2(2 + 4t) - (-3 - 4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

Ta thấy M nằm trên giao tuyến của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P) . Do đó MB lớn nhất khi nó là đường kính, hay M là hình chiếu của A trên (P) .

Gọi d' là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Đường thẳng $d' \perp (P)$ có VTCP $\vec{m} = (2; 2; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = -3 - t' \end{cases}.$$

Do M là hình chiếu của A trên (P) nên giá trị tham số t' ứng với tọa độ điểm M là nghiệm phương trình $2(1 + 2t') + 2(2 + 2t') - (-3 - t') + 9 = 0 \Leftrightarrow t' = -2$.

Do đó tọa độ điểm $M(-3; -2; -1)$. Từ đó $\overrightarrow{MB} = (1; 0; 2)$.

Vậy phương trình đường thẳng MB là
$$\begin{cases} x = -3 + a \\ y = -2 \\ z = -1 + 2a \end{cases}.$$
 Chỉ có tọa độ điểm $I(-1; -2; 3)$ thỏa mãn

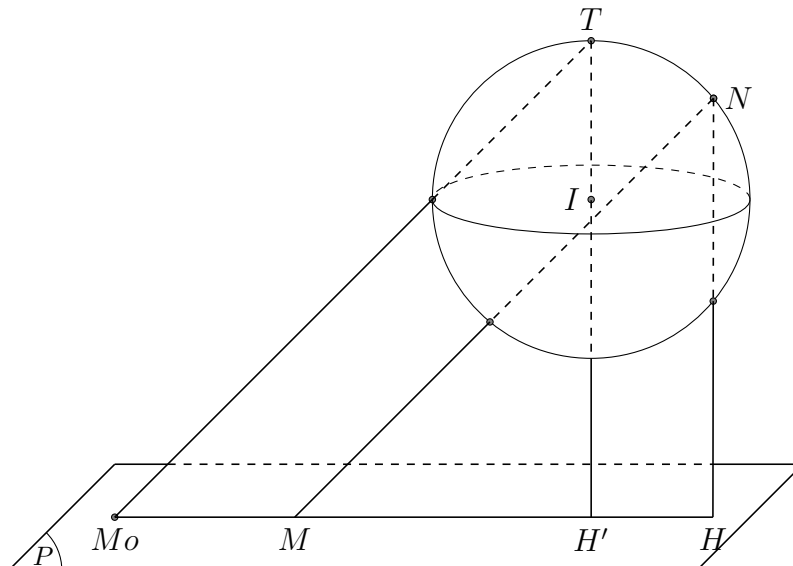
phương trình đường thẳng MB .

Ta chọn đáp án **(B)**

Câu 1364. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ bán kính $R = 1$.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|-1 - 4 + 2 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2 > R$ nên (P) không cắt (S) .

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) . Gọi T là giao điểm của d và mặt cầu (S) thỏa $d(T; (P)) > d(I; (P))$.



Ta có $d(T, (P)) = d(I, (P)) + R = 2 + 1 = 3$.

Ta có $\cos(\vec{u}, \vec{n}_{(P)}) = \frac{1.1 - 2.0 + 1.2}{\sqrt{1 + (-2)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Đường thẳng MN có vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ nên ta có

$\sin(MN, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n}_{(P)})| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (MN, (P)) = 45^\circ$.

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) . Ta có $MN = \frac{NH}{\sin 45^\circ} = NH \cdot \sqrt{2}$.

Do đó MN lớn nhất khi NH lớn nhất.

Điều này xảy ra khi $N \equiv T$ và $H \equiv H'$ với H' là hình chiếu của I lên (P) .

Khi đó $NH_{\max} = TH' = 3$ và $MN_{\max} = NH_{\max} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1365. Giao của d_1 và (P) là điểm $M(4; -1; 2)$. Các mặt phẳng trong 4 phương án cùng vuông góc với d_2 nhưng chỉ có mặt phẳng ở phương án C đi qua $M(4; -1; 2)$ nên chọn C.

Ta chọn đáp án **C**

Câu 1366. Ta thấy M nằm bên trong mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và $M \in (P)$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{4})$ trong đó H là hình chiếu vuông góc của O lên (P) .

Đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán khi Δ nằm trong (P) và $\Delta \perp HM$ nên Δ nhận $[\vec{OH}, \vec{HM}] = (12; -12; 0) = 12(1; -1; 0)$ làm vectơ chỉ phương. Suy ra $\vec{u}(1; -1; 0)$ nên $T = -1$.

Ta chọn đáp án **C**