ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TUYỂN TẬP 30 ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II MÔN TOÁN 12

ÔN TẬP KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

ĐỀ SỐ 1

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int x^3\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\dfrac{x^4}{4}$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+C$. **C.** $F(x)=x^3+C$. **D.** $3x^2+C$.

Câu 2. **[NB]** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khi đó $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in K$.

B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

C. $\int kf(x)\,\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

Câu 3. **[NB]** Khẳng định nào say đây **đúng**?

A. $\int\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x$. **C.** $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$. **B.** $\int\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int x^2\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Câu 4. **[NB]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-x$ thỏa mãn $F(0)=2$, giá trị của $F(2)$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{-8}{3}$. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 5. **[NB]** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

(I) $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

(II) $\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

(III) $\int k.f(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi số thực k.

(IV) $\int f'(x)dx=f(x)+C$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. **[NB]** Cho hàm số $f'(x)=1-2\sin x$ và $f(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(x)=x-2\cos x+2$. **B.** $f(x)=x-2\cos x-1$.

C. $f(x)=x+2\cos x+2$. **D.** $f(x)=x+2\cos x-1$.

Câu 7. **[NB]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+1)^{10}$ là

A. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^9}{18}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{11}}{11}+C$.

C. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{11}}{22}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^9}{9}+C$.

Câu 8. **[NB]** Cho $\int_1^2 f(x)dx=-3$; $\int_1^2 g(x)dx=5$. Khi đó giá trị của biểu thức $\int_1^2[3g(x)-2f(x)]dx$ là

A. 21. **B.** -14. **C.** 10. **D.** -24.

Câu 9. **[NB]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = -F(b) - F(a)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 10. **[NB]** Tích phân $I = \int\limits_0^2 2xdx$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I = \int\limits_0^2 2xdx = 2\Big|_0^2$. **B.** $I = \int\limits_0^2 2xdx = 4x^2\Big|_0^2$. **C.** $I = \int\limits_0^2 2xdx = x^2\Big|_2^0$. **D.** $I = \int\limits_0^2 2xdx = x^2\Big|_0^2$.

Câu 11. **[NB]** Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\int\limits_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx + \int\limits_a^b g(x)dx$. **B.** $\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx - \int\limits_a^b g(x)dx$

C. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx.\int\limits_a^b g(x)dx$. **D.** $\int\limits_a^b kf(x)dx = k\int\limits_a^b f(x)dx$.

Câu 12. **[NB]** Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;2]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng** ?

A. $\int\limits_0^2 f(x)dx = \int\limits_0^1 f(x)dx + \int\limits_1^2 f(x)dx$. **B.** $\int\limits_0^2 f(x)dx = \int\limits_0^1 f(x)dx - \int\limits_1^2 f(x)dx$.

C. $\int\limits_0^2 f(x)dx = \int\limits_0^1 f(x)dx + \int\limits_2^1 f(x)dx$. **D.** $\int\limits_0^2 f(x)dx = \int\limits_1^2 f(x)dx + \int\limits_1^0 f(x)dx$.

Câu 13. **[NB]** Cho $f(x); g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a,b,c. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int\limits_a^a f(x)dx = 0$.

B. $\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx - \int\limits_a^b g(x)dx$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^b f(t)dt$.

D. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]dx = \int\limits_a^b f(x)dx.\int\limits_a^b g(x)dx$.

Câu 14. **[NB]** Cho $\int\limits_0^3 f(x)dx = 2$ và $\int\limits_0^3 g(x)dx = 5$. Khi đó tích phân $\int\limits_0^3 [2f(x)-g(x)]dx$ bằng.

A. -1. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -5.

Câu 15. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-2)$ và $N(2;2;1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Câu 16. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $(2;3;0)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(0;2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 17. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ .Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I(1;2;3), R=5$. **B.** $I(1;-2;3), R=5$. **C.** $I(1;2;-3), R=-5$. **D.** $I(1;2;3), R=-5$.

Câu 18. **[NB]** Cho mặt phẳng $(P):3x-2z+2=0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;0;-2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;0)$.

Câu 19. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;2)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Câu 20. **[NB]** Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P):x-2y+z-5=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 21. **[TH]** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(e^x-1)^3$ thỏa mãn $F(0)=-\dfrac{1}{6}$ là

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}-\dfrac{3}{2}e^{2x}+3e^x-x$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}-\dfrac{3}{2}e^{2x}+3e^x-x-2$.

C. $F(x)=3e^{3x}-6e^{2x}+3e^x$. **D.** $F(x)=3e^{3x}-6e^{2x}+3e^x-2$.

Câu 22. **[TH]** Cho $\int 4x.(5x-2)^6\,\mathrm{d}x=A(5x-2)^8+B(5x-2)^7+C$ với $A,B\in\mathbb{Q}$ và $C\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $50A+175B$ là

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 23. **[TH]** Biết hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=6x^2+4x-2m-1$, $f(1)=2$ và đồ thị của hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3. Hàm số $f(x)$ là

A. $2x^3+2x^2+x-3$. **B.** $2x^3+2x^2-3x-3$. **C.** $2x^3-2x^2+x-3$. **D.** $12x+4$.

Câu 24. **[TH]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x+\dfrac{1}{x})$ là

A. $\dfrac{x^2}{2}(\dfrac{x^2}{2}+\ln x)+C$. **B.** $\dfrac{x^3}{3}+x+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{6}(\dfrac{x^3+x}{\ln x})+C$. **D.** $x+C$.

Câu 25. **[TH]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3\ln^2 x}{x}$ là

A. $\ln^3 x+\ln x+C$. **B.** $\ln^3 x+C$. **C.** $\ln^3 x+x+C$. **D.** $\ln(\ln x)+C$.

Câu 26. **[TH]** Tích phân $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\ln\dfrac{2}{3}$. **B.** $\ln 6$. **C.** $\ln\dfrac{4}{3}$. **D.** $\ln 3$.

Câu 27. Cho $\displaystyle\int_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x=2$, $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(t)\mathrm{d}t=-4$. Tính $\displaystyle\int_{3}^{5} f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I=-3$. **B.** $I=-5$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=-6$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^3 \left(f(x)+3x^2\right)\mathrm{d}x=17$. Tính $\displaystyle\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -5 **B.** -7. **C.** -9. **D.** -10.

Câu 29. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}dx = \frac{a}{3} + b\ln 2 + c\ln 3$ với a,b,c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 30. **[TH]** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x.\cos x\, dx = \frac{1}{160}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$). Tìm n

A. 3 . **B.** 6. **C.** 5 . **D.** 4.

Câu 31. **[TH]** Cho $\int_0^1 (x-3)e^x dx = a + be$. Tính $a-b$

A. 1 . **B.** -7 . **C.** -1 . **D.** 7 .

Câu 32. **[TH]** Cho $A(0;2;-2), B(-3;1;-1), C(4;3;0), D(1;2;m)$. Tìm m để 4 điểm A,B,C,D đồng phẳng.

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+2(m-3)y+2z+3m^2+3=0$ là phương trình mặt cầu:

A. $-1<m<7$. **B.** $-7<m<1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>7 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-7 \\ m>1 \end{array}\right.$.

Câu 34. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y-2z+m-1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+5=0$. Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì tổng các giá trị của tham số m là:

A. -8. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 35. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;3)$ và chứa trục Oz là $ax+by=0$. Tính tỉ số $T=\frac{a}{b}$.

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 3.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. **[VD]** Tính $S=\int_0^1 \frac{2x^3+x^2.e^x+6x+3.e^x+\sqrt{3}}{x^2+3}dx$.

Bài 2 . **[VD]** Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45°; \widehat{ACB}=30°$ và $AC=2a$. Tính thể tích khối tròn xoay nhận được khi quay đường gấp khúc BAC quanh trục BC ?

Bài 3. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ và thỏa mãn: $f'(x)=\frac{1}{x^2-1}$. Biết rằng $f(-3)+f(3)=0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=2$. Tính $T=f(-2)+f(0)+f(4)$.

Bài 4. **[VDC]** Tính tích phân sau $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{4\sin^2 x+1}{\cos x+\sqrt{3}.\sin x}dx$.

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM

1B	2D	3B	4A	5B	6D	7C	8A	9D	10D	11C	12A	13D	14A	15D
16B	17A	18C	19B	20A	21B	22A	23A	24B	25B	26C	27D	28D	29A	30D
31D	32D	33B	34C	35A										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int x^3\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\dfrac{x^4}{4}$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+C$. **C.** $F(x)=x^3+C$. **D.** $3x^2+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$.

Câu 2. **[NB]** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khi đó $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$.

B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

C. $\int kf(x)\,\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

Lời giải

Các nguyên hàm có thể có hằng số khác nhau.

Câu 3. **[NB]** Khẳng định nào say đây **đúng**?

A. $\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x$. **C.** $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$.

B. $\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int x^2\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Lời giải

Theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp: $\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$.

Câu 4. **[NB]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-x$ thỏa mãn $F(0)=2$, giá trị của $F(2)$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{-8}{3}$. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+C$.

$F(0)=2\Rightarrow C=2$.

$\Rightarrow F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+2$.

$\Rightarrow F(2)=\dfrac{2^3}{3}-\dfrac{2^2}{2}+2=\dfrac{8}{3}$.

Câu 5. **[NB]** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

(I) $\int\left[f(x)+g(x)\right]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

(II) $\int\left[f(x).g(x)\right]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

(III) $\int k.f(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi số thực k.

(IV) $\int f'(x)dx=f(x)+C$.

A. 1. **<u>B</u>.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Khẳng định (II) và (III) là sai, vì $k\neq 0$.

Câu 6. **[NB]** Cho hàm số $f'(x)=1-2\sin x$ và $f(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(x)=x-2\cos x+2$. **B.** $f(x)=x-2\cos x-1$.

C. $f(x)=x+2\cos x+2$. **<u>D</u>.** $f(x)=x+2\cos x-1$.

Lời giải

Ta có $\int f'(x)dx=f(x)+C$. Từ đó suy ra

$f(x)=\int(1-2\sin x)dx=\int dx-2\int \sin xdx=x+2\cos x+C$.

$f(0)=1\Leftrightarrow 0+2.1+C=1\Rightarrow C=-1$.

Vậy hàm $f(x)=x+2\cos x-1$.

Câu 7. **[NB]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+1)^{10}$ là

A. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^9}{18}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{11}}{11}+C$.

<u>C</u>. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{11}}{22}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^9}{9}+C$.

Lời giải

Ta có:

$$\int(2x+1)^{10}dx=\frac{1}{2}\int(2x+1)^{10}d(2x+1)=\frac{1}{2}.\frac{(2x+1)^{11}}{11}+C=\frac{(2x+1)^{11}}{22}+C.$$

Vậy $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{11}}{22}+C$.

Câu 8. **[NB]** Cho $\int\limits_1^2 f(x)dx=-3$; $\int\limits_1^2 g(x)dx=5$. Khi đó giá trị của biểu thức $\int\limits_1^2\left[3g(x)-2f(x)\right]dx$ là

<u>A</u>. 21. **B.** -14. **C.** 10. **D.** -24.

Lời giải

Ta có:

$$\int\limits_1^2\left[3g(x)-2f(x)\right]dx=\int\limits_1^2 3g(x)dx-\int\limits_1^2 2f(x)dx=3\int\limits_1^2 g(x)dx-2\int\limits_1^2 f(x)dx=3.5-2.(-3)=21.$$

Câu 9. **[NB]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(a)-F(b)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=-F(b)-F(a)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$.

D. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Chọn D;

Câu 10. **[NB]** Tích phân $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = 2\Big|_0^2$.

B. $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = 4x^2\Big|_0^2$.

C. $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = x^2\Big|_2^0$.

D. $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = x^2\Big|_0^2$.

Lời giải

Áp dụng định nghĩa tích phân: $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Ta có: $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = x^2\Big|_0^2$.

Câu 11. **[NB]** Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\int\limits_a^b [f(x) + g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b kf(x)dx = k\int\limits_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Chọn C;

Câu 12. **[NB]** Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;2]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng** ?

A. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_2^1 f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

FB tác giả: Hương Liễu Lương

Áp dụng tính chất $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x, (a < c < b)$.

Ta có: $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13. **[NB]** Cho $f(x); g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a, b, c. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

B. $\int_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

D. $\int_a^b [f(x).g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo tính chất tích phân ta chọn D.

Câu 14. **[NB]** Cho $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^3 g(x)\mathrm{d}x = 5$. Khi đó tích phân $\int_0^3 [2f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ bằng.

A. -1. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -5.

Lời giải

Ta có : $\int_0^3 [2f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = 2\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^3 g(x)\mathrm{d}x = 2.2 - 5 = -1$.

Câu 15. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-2)$ và $N(2;2;1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}(2-1;2-1;1+2) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(1;1;3)$.

Câu 16. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $(2;3;0)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(0;2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow M(x;y;z)$.

Vậy $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k} \Rightarrow M(2;0;3)$.

Câu 17. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ .Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I(1;2;3), R = 5$. **B.** $I(1;-2;3), R = 5$.

C. $I(1;2;-3), R = -5$. **D.** $I(1;2;3), R = -5$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 18. **[NB]** Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2z + 2 = 0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n} = (3;-2;0)$. **B.** $\vec{n} = (3;0;2)$.

C. $\vec{n} = (3;0;-2)$. **D.** $\vec{n} = (3;2;0)$.

Lời giải

Vecto pháp tuyến $\vec{n} = (3;0;-2)$

Câu 19. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;2)$.

C. $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Lời giải

Ta có (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(2;1;2)$.

Câu 20. **[NB]** Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Điểm $M(m;1;5)\in(P)\Leftrightarrow m-2.1+6-5=0\Leftrightarrow m=1$.

Câu 21. **[TH]** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\left(e^x-1\right)^3$ thỏa mãn $F(0)=-\dfrac{1}{6}$ là

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}-\dfrac{3}{2}e^{2x}+3e^x-x$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}-\dfrac{3}{2}e^{2x}+3e^x-x-2$.

C. $F(x)=3e^{3x}-6e^{2x}+3e^x$. **D.** $F(x)=3e^{3x}-6e^{2x}+3e^x-2$.

Lời giải

$$F(x)=\int\left(e^x-1\right)^3\mathrm{d}x=\int\left[\left(e^x\right)^3-3\left(e^x\right)^2+3e^x-1\right]\mathrm{d}x=\int\left(e^{3x}-3e^{2x}+3e^x-1\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{3}e^{3x}-\frac{3}{2}e^{2x}+3e^x-x+C$$

Mà $F(0)=-\dfrac{1}{6}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}.e^{3.0}-\dfrac{3}{2}.e^{2.0}+3.e^{1.0}-0+C=-\dfrac{1}{6}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{2}+3+C=-\dfrac{1}{6}\Leftrightarrow C=-2$.

Nên $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}-\dfrac{3}{2}e^{2x}+3e^x-x-2$.

Câu 22. **[TH]** Cho $\int 4x.(5x-2)^6\mathrm{d}x=A(5x-2)^8+B(5x-2)^7+C$ với $A,B\in\mathbb{Q}$ và $C\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $50A+175B$ là

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}f(x)=4x.(5x-2)^6\\F(x)=A(5x-2)^8+B(5x-2)^7+C\end{cases}$.

Theo đề bài ta có:

$$F'(x)=f(x)\Rightarrow\left[A(5x-2)^8+B(5x-2)^7+C\right]'=4x.(5x-2)^6$$

$$\Leftrightarrow 8.5.A.(5x-2)^7+7.5.B.(5x-2)^6=4x.(5x-2)^6$$

$$\Leftrightarrow\left[40A(5x-2)+35B\right].(5x-2)^6=4x(5x-2)^6$$

$$\Leftrightarrow(200Ax-80A+35B).(5x-2)^6=4x(5x-2)^6.$$

Đồng nhất hệ số ta được: $\begin{cases}200A=4\\-80A+35B=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=\dfrac{1}{50}\\B=\dfrac{8}{175}\end{cases}$.

Vậy $50A+175B=9$.

Câu 23. **[TH]** Biết hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=6x^2+4x-2m-1$, $f\left(1\right)=2$ và đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3. Hàm số $f\left(x\right)$ là

A. $2x^3+2x^2+x-3$. **B.** $2x^3+2x^2-3x-3$. **C.** $2x^3-2x^2+x-3$. **D.** $12x+4$.

Lời giải

Ta có: $f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(6x^2+4x-2m-1\right)\mathrm{d}x=2x^3+2x^2-\left(2m+1\right)x+C$.

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases} f\left(1\right)=2 \\ f\left(0\right)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.1^3+2.1^2-2m-1+C=2 \\ C=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ C=-3 \end{cases}$.

Vậy $f\left(x\right)=2x^3+2x^2+x-3$.

Câu 24. **[TH]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x+\frac{1}{x})$ là

A. $\frac{x^2}{2}(\frac{x^2}{2}+\ln x)+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}+x+C$. **C.** $\frac{x^2}{6}(\frac{x^3+x}{\ln x})+C$. **D.** $x+C$.

Lời giải

$I=\int x(x+\frac{1}{x})\mathrm{d}x=\int(x^2+1)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 25. **[TH]** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{3\ln^2 x}{x}$ là

A. $\ln^3 x+\ln x+C$. **B.** $\ln^3 x+C$. **C.** $\ln^3 x+x+C$. **D.** $\ln\left(\ln x\right)+C$.

Lời giải

Xét $I=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3\int\frac{\ln^2 x}{x}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$.

Khi đó $I=\int 3t^2\mathrm{d}t=t^3+C=\ln^3 x+C$.

Câu 26. **[TH]** Tích phân $\int\limits_1^2\frac{1}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\ln\frac{2}{3}$. **B.** $\ln 6$. **C.** $\ln\frac{4}{3}$. **D.** $\ln 3$.

Lời giải

$\int\limits_1^2\frac{1}{x^2+x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^2(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1})\mathrm{d}x=\left(\ln|x|-\ln|x+1|\right)\Big|_1^2=\ln\left|\frac{x}{x+1}\right|\Bigg|_1^2=\ln\frac{4}{3}$.

Câu 27. Cho $\int\limits_{-1}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$, $\int\limits_{-1}^{5}f\left(t\right)\mathrm{d}t=-4$. Tính $\int\limits_{3}^{5}f\left(y\right)\mathrm{d}y$.

A. $I=-3$. **B.** $I=-5$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=-6$

Lời giải

Ta có

$\int\limits_3^5 f\left(y\right)\mathrm{d}y=\int\limits_3^{-1}f\left(y\right)\mathrm{d}y+\int\limits_{-1}^5 f\left(y\right)\mathrm{d}y=-\int\limits_{-1}^3 f\left(y\right)\mathrm{d}y+\int\limits_{-1}^5 f\left(y\right)\mathrm{d}y=-\int\limits_{-1}^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^5 f\left(t\right)\mathrm{d}t=-6$.

Câu 28. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^3\left(f\left(x\right)+3x^2\right)\mathrm{d}x=17$. Tính $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. -5 **B.** -7. **C.** -9. **D.** -10.

Lời giải

Ta có

$$\int\limits_0^3\left(f\left(x\right)+3x^2\right)\mathrm{d}x=17\Leftrightarrow\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 3x^2\mathrm{d}x=17\Leftrightarrow\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+27=17\Leftrightarrow\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-10.$$

Câu 29. Cho $\int\limits_0^3\frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow x=t^2-1\Rightarrow\mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=2$; $x=3\Rightarrow t=4$.

Khi đó:

$$\int\limits_1^2\frac{t^2-1}{4+2t}.2t\mathrm{d}t=\int\limits_1^2\frac{t^3-t}{t+2}\mathrm{d}t=\int\limits_1^2\left(t^2-2t+3-\frac{6}{t+2}\right)\mathrm{d}t=\left.\left(\frac{t^3}{3}-t^2+3t-6\ln\left|t+2\right|\right)\right|_1^2=\frac{7}{3}-12\ln 2+6\ln 3$$

Suy ra $\begin{cases}a=7\\b=-12\\c=6\end{cases}\Rightarrow a+b+c=1$.

Câu 30. **[TH]** Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^n x.\cos x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{160}$ (với $n\in\mathbb{N}^*$). Tìm n

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{160}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^n x.\cos x\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^n x\mathrm{d}\left(\sin x\right)=\left.\frac{\sin^{n+1}x}{n+1}\right|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{1}{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\Rightarrow n=4$

Câu 31. **[TH]** Cho $\int\limits_0^1\left(x-3\right)e^x\mathrm{d}x=a+be$. Tính $a-b$

A. 1. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 7.

Lời giải

Đặt $u=x-3\Rightarrow\mathrm{d}u=\mathrm{d}x;\mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow v=e^x$

Ta có: $\int\limits_0^1\left(x-3\right)e^x\mathrm{d}x=\left.\left(x-3\right)e^x\right|_0^1-\int\limits_0^1 e^x\mathrm{d}x=-2e+3-\left.e^x\right|_0^1=4-3e$. $\Rightarrow a=4;b=-3\Rightarrow a-b=7$

Câu 32. **[TH]** Cho $A\left(0;2;-2\right),B\left(-3;1;-1\right),C\left(4;3;0\right),D\left(1;2;m\right)$. Tìm m để 4 điểm A,B,C,D đồng phẳng.

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(-3;-1;1\right),\overrightarrow{AC}=\left(4;1;2\right),\overrightarrow{AD}=\left(1;0;m+2\right)$.

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}-1&1\\1&2\end{vmatrix},\begin{vmatrix}1&-3\\2&4\end{vmatrix},\begin{vmatrix}-3&-1\\4&1\end{vmatrix}\right)=\left(-3;10;1\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=m-1$$

A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-3)y + 2z + 3m^2 + 3 = 0$ là phương trình mặt cầu:

A. $-1 < m < 7$. **B.** $-7 < m < 1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 7 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -7 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-3)y + 2z + 3m^2 + 3 = 0$ có dạng

$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a = m,\ b = -(m-3),\ c = -1,\ d = 3m^2 + 3$.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$\Leftrightarrow m^2 + (m-3)^2 + 1 - 3m^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow -m^2 - 6m + 7 > 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1$.

Câu 34. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + m - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0$. Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì tổng các giá trị của tham số m là:

A. -8. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) thì $d\left(I,(P)\right) = R \Leftrightarrow \dfrac{\left|2.2 + (-1) - 2.3 + m - 1\right|}{3} = 5$

$\Leftrightarrow |m-4| = 15 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 4 = 15 \\ m - 4 = -15 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 19 \\ m = -11 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các giá trị của m là: $19 + (-11) = 8$.

Câu 35. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;3)$ và chứa trục Oz là $ax + by = 0$. Tính tỉ số $T = \dfrac{a}{b}$.

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OA} = (-1;2;3)$ và $\vec{k} = (0;0;1)$ là hai vecto có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (P) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{OA}, \vec{k}\right] = (2;1;0)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;0)$ nên có phương trình là: $2x + y = 0$. Vậy $T = 2$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. **[VD]** Tính $S = \displaystyle\int_0^1 \frac{2x^3 + x^2.e^x + 6x + 3.e^x + \sqrt{3}}{x^2 + 3}dx$

Lời giải

Ta có $S = \displaystyle\int_0^1 \frac{2x^3 + x^2.e^x + 6x + 3.e^x + \sqrt{3}}{x^2 + 3}dx = \int_0^1 \frac{2x\left(x^2 + 3\right) + e^x\left(x^2 + 3\right) + \sqrt{3}}{\left(x^2 + 3\right)}dx$

$$=\int_0^1\left(e^x+2x\right)dx+\sqrt{3}\int_0^1\frac{dx}{x^2+3}=\left(e^x+x^2\right)\Big|_0^1+\sqrt{3}\int_0^1\frac{dx}{x^2+3}=e+\sqrt{3}\int_0^1\frac{dx}{x^2+3}.$$

Xét $I=\sqrt{3}\int_0^1\frac{dx}{x^2+3}$.

Đặt $x=\sqrt{3}\tan t\Rightarrow dx=\sqrt{3}\frac{dt}{\cos^2 t}$.

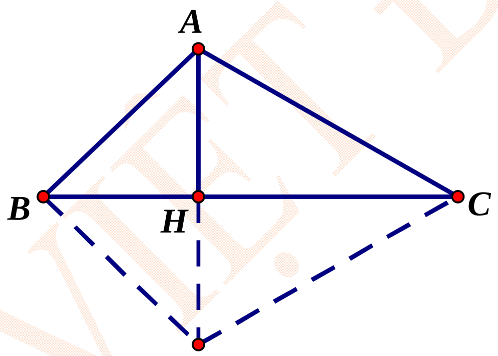
Đổi cận ta có $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$.

Vậy $I=\sqrt{3}\int_0^1\frac{dx}{x^2+3}=\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{3}\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{dt}{\left(\tan^2 t+1\right)\cos^2 t}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}dt=t\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{\pi}{6}$.

Vậy $S=e+\frac{\pi}{6}$.

Bài 2 . **[VD]** Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45^\circ;\widehat{ACB}=30^\circ$ và $AC=2a$. Tính thể tích khối tròn xoay nhận được khi quay đường gấp khúc BAC quanh trục BC?

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC.

Xét tam giác ACH vuông tại H, có $AC=2a$, $\widehat{ACB}=30^\circ$ nên

$AH=\frac{1}{2}.AC=\frac{1}{2}.2a=a$ và $HC=\frac{\sqrt{3}}{2}.AC=a\sqrt{3}$.

Tam giác ABH vuông tại H, có $AH=a$, $\widehat{ABC}=45^\circ$ nên $BH=AH=a$.

Quay đường gấp khúc BAC quanh trục BC thu được khối tròn xoay có hình dạng là hai khối nón đỉnh B và đỉnh C, chung đáy là đường tròn $(H;HA)$.

Xét khối nón (N_1) có đỉnh là B, đáy là đường tròn $(H;HA)$ có $V_{N_1}=\frac{1}{3}\pi.BH.AH^2=\frac{1}{3}\pi a^3$

Xét khối nón (N_2) có đỉnh là C, đáy là đường tròn $(H;HA)$ có $V_{N_2}=\frac{1}{3}\pi.CH.AH^2=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$

Vậy thể tích khối tròn xoay nhận được bằng: $V=V_{N_1}+V_{N_2}=\frac{\sqrt{3}+1}{3}\pi a^3$.

Bài 3. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và thỏa mãn: $f'(x)=\frac{1}{x^2-1}$. Biết rằng $f(-3)+f(3)=0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=2$. Tính $T=f(-2)+f(0)+f(4)$.

Lời giải

Ta có: $f(x)=\int \frac{1}{x^2-1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C$

Với $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$: $f(x)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_1$.

Mà $f(-3)+f(3)=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\ln\left|\frac{-3-1}{-3+1}\right|+C_1+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{3-1}{3+1}\right|+C_1=0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln 2+C_1+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}+C_1=0\Leftrightarrow C_1=0$.

Do đó với $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$: $f(x)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\Rightarrow f(-2)=\frac{1}{2}\ln 3$; $f(4)=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{5}$.

Với $x\in(-1;1)$: $f(x)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_2$.

Mà $f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=2\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\ln\left|\frac{-\frac{1}{2}-1}{-\frac{1}{2}+1}\right|+C_2+\frac{1}{2}.\ln\left|\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1}\right|+C_2=2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln 3+C_2+\frac{1}{2}\ln 3+C_2=2\Leftrightarrow C_2=1$.

Do đó với $x\in(-1;1)$: $f(x)=\frac{1}{2}.\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+1\Rightarrow f(0)=1$.

Vậy $T=f(-2)+f(0)+f(4)=1+\frac{1}{2}\ln\frac{9}{5}$.

Bài 4. **[VDC]** Tính tích phân sau $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{4\sin^2 x+1}{\cos x+\sqrt{3}.\sin x}\mathrm{d}x$

Lời giải

Giả sử: $4\sin^2 x+1=(A\sin x+B\cos x)\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)+C\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)$

$\Leftrightarrow 4\sin^2 x+1=\left(A\sqrt{3}+C\right)\sin^2 x+\left(A+B\sqrt{3}\right)\sin x\cos x+(B+C)\cos^2 x$

Đồng nhất hai vế ta có: $\begin{cases}A\sqrt{3}+C=4\\A+B\sqrt{3}=0\\B+C=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=\sqrt{3}\\B=-1\\C=2\end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\left(\sqrt{3}\sin x-\cos x\right)\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)+2}{\cos x+\sqrt{3}\sin x}\mathrm{d}x$$

$$=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\left(\sqrt{3}\sin x-\cos x\right)\mathrm{d}x+2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\cos x+\sqrt{3}\sin x}=\left(-\sqrt{3}\cos x-\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+J=2-\sqrt{3}+J$$

$$J=2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\cos x+\sqrt{3}\sin x}=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{2\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)}$$

$$=\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)}=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\left[\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\right]}{\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)}=\ln\left|\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\right|\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{2}\ln 3.$$

$$\Rightarrow I=2-\sqrt{3}+\frac{1}{2}\ln 3.$$

ĐỀ SỐ 2

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u = F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+3x^2+1$ là

A. $\frac{x^4}{4}+x^3+x+C$. **B.** x^4+x^3+x+C.

C. $\frac{x^4}{4}+2x^3+x^2+C$. **D.** $\frac{x^4}{4}+3x^3+2x+C$.

Câu 3. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 4. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{x+1}$ là

A. $\ln|x+1|+C$. **B.** $2\ln|x+1|+C$. **C.** $\frac{1}{2}\ln|x+1|+C$. **D.** $\ln|x|+C$.

Câu 5. **[TH]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{2}$.

A. $F(x)=2e^x+x^2-\frac{1}{2}$. **B.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{3}{2}$.

C. $F(x)=e^x+x^2+\frac{5}{2}$. **D.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 6. **[NB]** Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int \alpha.f(x)\mathrm{d}x = \alpha\int f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 7. **[TH]** Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$, khi đó $\int f(-5x+1)\mathrm{d}x$ là

A. $F(-5x+1)+C$. **B.** $-\frac{1}{5}F(-5x+1)+C$. **C.** $-5F(-5x+1)+C$. **D.** $\frac{1}{5}F(x)+C$.

Câu 8. **[NB]** Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = f(b)-f(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$.

Câu 9. **[NB]** $\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 2$.

Câu 10. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11. **[NB]** Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$. Khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 4. **D.** -8.

Câu 12. **[NB]** Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_a^b (f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b (f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b (f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_b^a g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b (f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_b^a g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13. **[NB]** Biết $\int_1^3 f(x)dx=-2$. Tính $\int_1^3 5f(x)dx$.

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 14. **[NB]** Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx=5$ và $\int_2^6 f(x)dx=-3$. Tính $\int_{-1}^6 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 15. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là:

A. $(1;3;2)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-1;3;2)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 16. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;2;-3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $N(1;0;-3)$. **D.** $M(0;2;0)$.

Câu 17: **[NB]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z-7=0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=8$. **B.** $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R=\sqrt{7}$.

C. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=4$. **D.** $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=\sqrt{2}$.

Câu 18 . **[NB]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ là

A. $2x-y+3z-4=0$. **B.** $x-2y-4=0$.

C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Câu 19. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α)?

A. $(P): x-y+2z-2=0$. **B.** $(R): x+y-2z+1=0$.

C. $(Q): x+y-2z-2=0$. **D.** $(S): x+y+2z-1=0$.

Câu 20. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=-1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 21. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$

A. $2\sin 2x+C$. **B.** $-\sin 2x+C$. **C.** $\frac{-1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 22 . **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\sin 2x$ và $f(0)=1$ .Khi đó $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 23. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-2x$ là

A. $-\sin x-2+C$. **B.** $-\sin x-x^2+C$. **C.** $\sin x-2x^2+C$. **D.** $\sin x-x^2+C$.

Câu 24. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-1+\frac{2}{x^2}$ là

A. $\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{x}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-x-\frac{2}{x}+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{3x^3}+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{x^3}+C$.

Câu 25. **[TH]**Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int 2x\ln(x-1)\mathrm{d}x = x^2\ln(x-1)-\int (x+1)\mathrm{d}x$.

B. $\int 2x\ln(x-1)\mathrm{d}x = x\ln(x-1)-\int (x-1)\mathrm{d}x$.

C. $\int 2x\ln(x-1)\mathrm{d}x = (x^2-1)\ln(x-1)+\int (x+1)\mathrm{d}x$.

D. $\int 2x\ln(x-1)\mathrm{d}x = (x^2-1)\ln(x-1)-\int (x+1)\mathrm{d}x$.

Câu 26. **[NB]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và thỏa mãn $f(-1)=-2,\ f(3)=5$. Giá trị của $I=\int_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=-7$. **B.** $I=4$. **C.** $I=3$. **D.** $I=7$.

Câu 27. **[NB]** Biết $F(x)=\frac{\ln x}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Giá trị của $I=\int_1^{e}\left[\frac{1}{e}-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\frac{1}{e^2}+\frac{3}{e}$. **B.** $I=1-\frac{1}{e}-e^2$. **C.** $I=\frac{1}{e^2}-\frac{3}{e}$. **D.** $I=1-\frac{3}{e}$.

Câu 28. **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int\limits_1^2 f(x)dx=2$ và $\int\limits_1^5 f(x)dx=6$. Khi đó $\int\limits_2^5 f(x)dx$ bằng?

A. -4. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 29. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc nhất liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^2 f(x)dx=2$ và $\int\limits_0^4 f(x)dx=4$. Tính $\int\limits_{-1}^2 f(f(2x-1))dx$?

A. 15. **B.** 0. **C.** 6. **D.** -15.

Câu 30. **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_1^3 \frac{xf(x^2+1)}{x^2+1}dx=2$. Tính $I=\int\limits_2^{10}\frac{f(x)}{x}dx$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 31. **[TH]** Kết quả của tích phân $I=\int\limits_1^3 (x+1)e^x dx$ được viết dưới dạng $I=ae^3+be$ với a,b là các số hữu tỷ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b=1$. **B.** $a^2+b^2=8$. **C.** $a-b=2$. **D.** $ab=-3$.

Câu 32. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MC}$. Khi đó $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng

A. 45. **B.** 42. **C.** 44. **D.** 43.

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;4;1)$, $B(-8;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=26$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=26$.

C. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=52$. **D.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=52$.

Câu 34. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(-2;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z+9=0$. **B.** $2x-2y+3z+9=0$.

C. $4x-4y-6z+9=0$. **D.** $2x-2y+3z-9=0$.

Câu 35. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(-3;3;4)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z-2=0$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 2.

II – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(10)=0$, $f(4)=-1$ và $\int\limits_1^3 f(3x+1)dx=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_4^{10} xf'(x)dx$.

Câu 2. **[VD]** Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h=5a$, bán kính đáy $r=7a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $4a$. Tính diện tích của thiết diện đó.

Câu 3. **[VDC]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ thỏa mãn điều kiện $f\left(2\right)=5$ và $x^2\left(6-f'\left(x\right)\right)=2\left(x.f\left(x\right)+1\right),\forall x>0$. Tính $f\left(3\right)$.

Câu 4. **[VDC]** Tính $\int e^{2x}\sin 3x\mathrm{d}x$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.D	4.B	5.D	6.C	7.B	8.C	9.D	10.A
11.A	12.D	13.D	14.A	15.B	16.D	17.C	18.D	19.D	20.D
21.D	22.C	23.D	24.B	25.D	26.D	27.D	28.D	29.D	30.D
31.D	32.C	33.A	34.B	35.B					

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u = F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Các nguyên hàm sai khác nhau hằng số nên **C** là đáp án sai.

Câu 2. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+3x^2+1$ là

A. $\frac{x^4}{4}+x^3+x+C$. **B.** x^4+x^3+x+C.

C. $\frac{x^4}{4}+2x^3+x^2+C$. **D.** $\frac{x^4}{4}+3x^3+2x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int (x^3+3x^2+1)dx = \int x^3dx + \int 3x^2dx + \int dx = \frac{x^4}{4}+x^3+x+C$.

Câu 3. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\cos x + C$. **B.** $-\cos x + C$. **C.** $-\sin x + C$. **D.** $\sin x + C$.

Lời giải

Dựa theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp, ta chọn D.

Câu 4. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{x+1}$ là

A. $\ln|x+1|+C$. **B.** $2\ln|x+1|+C$. **C.** $\frac{1}{2}\ln|x+1|+C$. **D.** $\ln|x|+C$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{2}{x+1}\mathrm{d}x = 2\int \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x = 2\ln|x+1|+C$.

Câu 5. **[TH]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{2}$.

A. $F(x)=2e^x+x^2-\frac{1}{2}$. **B.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{3}{2}$.

C. $F(x)=e^x+x^2+\frac{5}{2}$. **D.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int (e^x+2x)dx = e^x+x^2+C$.

Mà: $F(0)=\frac{3}{2}$ nên $e^0+0+C=\frac{3}{2}\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}$.

Vậy: $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 6. **[NB]** Xét các hàm số $f(x),g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int \alpha.f(x)\mathrm{d}x=\alpha\int f(x)\mathrm{d}x$.　　**B.** $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.　　**D.** $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Phương án $\int \alpha.f(x)\mathrm{d}x=\alpha\int f(x)\mathrm{d}x$ sai khi $\alpha=0$.

Phương án $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$ sai vì lý thuyết.

Phương án $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$ sai vì lý thuyết.

Câu 7. **[TH]** Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$, khi đó $\int f(-5x+1)\mathrm{d}x$ là

A. $F(-5x+1)+C$.　**B.** $-\frac{1}{5}F(-5x+1)+C$.　**C.** $-5F(-5x+1)+C$.　**D.** $\frac{1}{5}F(x)+C$.

Lời giải

$$\int f(-5x+1)\mathrm{d}x=-\int f(-5x+1).\frac{1}{5}.\mathrm{d}(-5x+1)=-\frac{1}{5}\int f(-5x+1)\mathrm{d}(-5x+1)=-\frac{1}{5}F(-5x+1)+C$$

Câu 8. **[NB]** Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn$[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.　　**B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.　　**D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

Lời giải

Theo định nghĩa, ta có $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

Câu 9. **[NB]** $\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.　**B.** $\frac{3}{4}$.　**C.** $\ln 3$.　**D.** $\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|\Big|_1^2=\ln 2-\ln 1=\ln 2$

Câu 10. **[NB]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.　　**B.** $V=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo công thức tính thể tích vật tròn xoay khi quay hình D quanh trục hoành là:

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 11. **[NB]** Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$. Khi đó $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 4. **D.** -8.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Câu 12. **[NB]** Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_a^b\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_b^a g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_b^a g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo tính chất của tích phân ta có:

$$\int_a^b\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_b^a g(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 13. **[NB]** Biết $\int_1^3 f(x)dx=-2$. Tính $\int_1^3 5f(x)dx$.

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 5f(x)dx=5.\int_1^3 f(x)dx=5.(-2)=-10$.

Câu 14. **[NB]** Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx=5$ và $\int_2^6 f(x)dx=-3$. Tính $\int_{-1}^6 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^6 f(x)dx=\int_{-1}^2 f(x)dx+\int_2^6 f(x)dx=5-3=2$.

Câu 15. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là:

A. $(1;3;2)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-1;3;2)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}\Leftrightarrow\vec{u}(-1;2;-3)$.

Câu 16. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;2;-3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $N(1;0;-3)$. **D.** $M(0;2;0)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;-3)$ lên trục Oy là điểm $M(0;2;0)$.

Câu 17: **[NB]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z-7=0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=8$. **B.** $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R=\sqrt{7}$.

C. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=4$. **D.** $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu đa cho có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\ \left(a^2+b^2+c^2>d\right)$

$\Rightarrow a=1,\ b=-2,\ c=-2,\ d=-7$.

Vậy tâm mặt cầu là $I(1;-2;-2)$ và bán kính mặt cầu $R=\sqrt{1+4+4+7}=4$.

Câu 18 . **[NB]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ là

A. $2x-y+3z-4=0$. **B.** $x-2y-4=0$.

C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$, véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$ có phương trình là

$2(x-1)-1(y-2)+3(z+3)=0$

$\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

Câu 19. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α)?

A. $(P): x-y+2z-2=0$. **B.** $(R): x+y-2z+1=0$.

C. $(Q): x+y-2z-2=0$. **D.** $(S): x+y+2z-1=0$.

Lời giải

Vì $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}\neq\frac{2}{-1}$ nên mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (S).

Câu 20. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=-1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Phương trình mặt chắn đi qua ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ $(a,b,c\neq 0)$ là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Nên phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2)$ là $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 21. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$

A. $2\sin 2x+C$. **B.** $-\sin 2x+C$. **C.** $\frac{-1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

Ta có $\int \cos 2x dx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$

Câu 22 . **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\sin 2x$ và $f(0)=1$ .Khi đó $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có $\int_a^b f'(x)dx=f(b)-f(a)$ nên $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 2xdx=-\frac{1}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}=f\left(\frac{\pi}{4}\right)-f(0)$

Mà $f(0)=1$ suy ra $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$

Câu 23. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-2x$ là

A. $-\sin x-2+C$. **B.** $-\sin x-x^2+C$. **C.** $\sin x-2x^2+C$. **D.** $\sin x-x^2+C$.

Lời giải

Ta có:

$\int(\cos x-2x)dx=\sin x-2.\frac{x^2}{2}+C=\sin x-x^2+C$.

Câu 24. **[NB]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-1+\frac{2}{x^2}$ là

A. $\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{x}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-x-\frac{2}{x}+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{3x^3}+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-x+\frac{2}{x^3}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(x-1+\frac{2}{x^2}\right)dx=\int xdx-\int dx+2\int\frac{1}{x^2}dx=\frac{x^2}{2}-x-\frac{2}{x}+C$.

Câu 25. **[TH]**Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int 2x\ln(x-1)dx=x^2\ln(x-1)-\int(x+1)dx$.

B. $\int 2x\ln(x-1)dx=x\ln(x-1)-\int(x-1)dx$.

C. $\int 2x\ln(x-1)dx=(x^2-1)\ln(x-1)+\int(x+1)dx$.

D. $\int 2x\ln(x-1)dx=(x^2-1)\ln(x-1)-\int(x+1)dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức nguyên hàm từng phần: $\int u\,dv=uv-\int v\,du$.

Đặt: $\begin{cases}u=\ln(x-1)\\dv=2xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{dx}{x-1}\\v=x^2-1\end{cases}$.

$\Rightarrow\int 2x\ln(x-1)dx=(x^2-1)\ln(x-1)-\int(x+1)dx$.

Câu 26. **[NB]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và thỏa mãn $f\left(-1\right)=-2,\ f\left(3\right)=5$. Giá trị của $I=\int\limits_{-1}^{3} f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=-7$. **B.** $I=4$. **C.** $I=3$. **D.** $I=7$.

Lời giải

$$I=\int\limits_{-1}^{3} f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f(3)-f(-1)=5+2=7$$

Câu 27. [NB] Biết $F(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Giá trị của $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}}-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}+\dfrac{3}{\mathrm{e}}$. **B.** $I=1-\dfrac{1}{\mathrm{e}}-\mathrm{e}^2$. **C.** $I=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}-\dfrac{3}{\mathrm{e}}$. **D.** $I=1-\dfrac{3}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

$$I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\left[\frac{1}{\mathrm{e}}-2f(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\frac{1}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x-2\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{\mathrm{e}}\left(\mathrm{e}-1\right)-2\left.\frac{\ln x}{x}\right|_{1}^{\mathrm{e}}$$

$$=1-\frac{3}{\mathrm{e}}.$$

Câu 28. **[TH]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{1}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$. Khi đó $\int\limits_{2}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng?

A. -4. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{1}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow\int\limits_{2}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=6-2=4$.

Vậy $\int\limits_{2}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$.

Câu 29. **[VD]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc nhất liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{0}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int\limits_{-1}^{2} f\left(f\left(2x-1\right)\right)\mathrm{d}x$?

A. 15. **B.** 0. **C.** 6. **D.** -15.

Lời giải

Ta có $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc nhất vậy phương trình hàm số $y=f\left(x\right)$ có dạng: $f\left(x\right)=mx+n\quad\left(m\neq 0\right)$.

Mà $\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\Rightarrow\int\limits_{1}^{2}\left(mx+n\right)\mathrm{d}x=2\Rightarrow\left.\left(\dfrac{1}{2}mx^2+nx\right)\right|_{1}^{2}=2$.

$\Rightarrow\left(2m+2n\right)-\left(\dfrac{1}{2}m+n\right)=2\Rightarrow\dfrac{3}{2}m+n=2$.

$\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 4 \Rightarrow \int\limits_0^4 (mx+n)\mathrm{d}x = 4 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}mx^2+nx\right)\Big|_0^4 = 4 \Rightarrow 8m+4n=4$.

Vậy $\begin{cases} 8m+4n=4 \\ \frac{3}{2}m+n=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=5 \end{cases} \Rightarrow f(x)=-2x+5$.

Khi đó $f(2x-1)=-2(2x-1)+5=-4x+7 \Rightarrow f(f(2x-1))=-2(-4x+7)+5=8x-9$.

Nên $\int\limits_{-1}^2 f(f(2x-1))\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^2 (8x-9)\mathrm{d}x \Rightarrow (4x^2-9x)\Big|_{-1}^2 = -15$.

Câu 30. **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_1^3 \frac{xf(x^2+1)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 2$. Tính $I=\int\limits_2^{10}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **<u>D.</u>** 4.

Lời giải

Đặt $t=x^2+1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2x\mathrm{d}x \Rightarrow x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=2,\ x=3 \Rightarrow t=10$.

Khi đó $\frac{1}{2}\int\limits_2^{10}\frac{f(t)}{t}\mathrm{d}t = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\int\limits_2^{10}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = 2 \Leftrightarrow I=4$.

Câu 31. **[TH]** Kết quả của tích phân $I=\int\limits_1^3 (x+1)e^x\mathrm{d}x$ được viết dưới dạng $I=ae^3+be$ với a,b là các số hữu tỷ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b=1$. **B.** $a^2+b^2=8$. **C.** $a-b=2$. **<u>D.</u>** $ab=-3$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u=x+1 \\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=e^x \end{cases}$.

Khi đó $I=(x+1)e^x\Big|_1^3 - \int\limits_1^3 e^x\mathrm{d}x = (x+1)e^x\Big|_1^3 - e^x\Big|_1^3 = 3e^3-e$.

Suy ra $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$. Vậy $ab=-3$.

Câu 32. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MC}$. Khi đó $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng

A. 45. **B.** 42. **<u>C.</u>** 44. **D.** 43.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-3;4)$, $\overrightarrow{MC}=(-2-a;3-b;3-c)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-a=1 \\ 3-b=-3 \\ 3-c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=6 \\ c=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow P=a^2+b^2-c^2 = (-3)^2+6^2-(-1)^2=44$.

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;4;1)$, $B(-8;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=26$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=26$.

C. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=52$. **D.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=52$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-3;3;1)$ là tâm của mặt cầu cần tìm.

Bán kính $R=IA=\sqrt{(2+3)^2+(4-3)^2+(1-1)^2}=\sqrt{26}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=26$.

Câu 34. [TH] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(-2;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z+9=0$. **B.** $2x-2y+3z+9=0$.

C. $4x-4y-6z+9=0$. **D.** $2x-2y+3z-9=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(0;3;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(0;3;-1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-4;4;-6)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $-4(x-0)+4(y-3)-6(z+1)=0$ hay $2x-2y+3z+9=0$.

Câu 35. [TH] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(-3;3;4)$ đến mặt phẳng $(\alpha):2x-2y-z-2=0$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $d(M,(\alpha))=\dfrac{|2.(-3)-2.3-4-2|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=6$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(10)=0$, $f(4)=-1$ và $\int\limits_1^3 f(3x+1)\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_4^{10} xf'(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Đặt $t=3x+1 \Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=4$; $x=3 \Rightarrow t=10$.

Khi đó: $\int\limits_1^3 f(3x+1)\mathrm{d}x=\int\limits_4^{10}\frac{1}{3}f(t)\mathrm{d}t=2 \Rightarrow \int\limits_4^{10} f(t)\mathrm{d}t=6 \Rightarrow \int\limits_4^{10} f(x)\mathrm{d}x=6$.

* Xét tích phân: $I=\int\limits_4^{10} xf'(x)\mathrm{d}x$

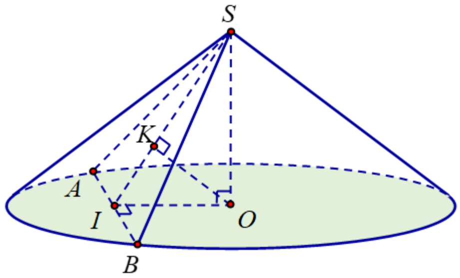
Đặt: $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}$

Khi đó $I=xf(x)\Big|_4^{10}-\int\limits_4^{10} f(x)\mathrm{d}x=10.f(10)-4.f(4)-6=-2$.

* Vậy $I=-2$.

Câu 2. **[VD]** Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h=5a$, bán kính đáy $r=7a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $4a$. Tính diện tích của thiết diện đó.

Lời giải



Giả sử thiết diện SAB đi qua đỉnh S cắt đường tròn đáy tại A và B (như hình vẽ).

Gọi I là trung điểm của dây cung AB. Từ tâm O của đáy vẽ $OK\perp SI$ thì $OK\perp(SAB)$.

Theo bài ra ta có $AO=r=7a$; $SO=h=5a$; $OK=4a$.

Trong tam giác vuông SOI ta có:

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OI^2}+\frac{1}{OS^2}\Rightarrow OI=\frac{OS.OK}{\sqrt{OS^2-OK^2}}=\frac{5a.4a}{\sqrt{25a^2-16a^2}}=\frac{20a}{3}.$$

$$SI=\sqrt{SO^2+OI^2}=\sqrt{25a^2+\frac{400a^2}{9}}=\frac{25a}{3}.$$

Xét tam giác vuông OAI ta có: $AB=2AI=2\sqrt{AO^2-OI^2}=2\sqrt{49a^2-\frac{400a^2}{9}}=\frac{2a\sqrt{41}}{3}$.

Vậy diện tích của thiết diện SAB là $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}.\frac{25a}{3}.\frac{2a\sqrt{41}}{3}=\frac{25a^2\sqrt{41}}{9}$.

Câu 3. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn điều kiện $f(2)=5$ và $x^2(6-f'(x))=2(x.f(x)+1),\forall x>0$. Tính $f(3)$.

Lời giải

Từ giả thiết, ta có: $x^2(6-f'(x))=2(xf(x)+1)\Leftrightarrow x^2f'(x)+2x.f(x)=6x^2-2$.

Suy ra $\left[x^2f(x)\right]'=6x^2-2\Rightarrow x^2f(x)=\int(6x^2-2)\mathrm{d}x\Rightarrow x^2f(x)=2x^3-2x+C$

Lại có $f(2)=5\Rightarrow C=8\Rightarrow f(x)=2x-\frac{2}{x}+\frac{8}{x^2}$.

Vậy $f(3)=\frac{56}{9}$.

Câu 4. **[VDC]** Tính $\int e^{2x}\sin 3x\mathrm{d}x$.

Lời giải

* Xét $I=\int e^{2x}\sin 3x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x}\\ \mathrm{d}v=\sin 3x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2e^{2x}\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{3}\cos 3x\end{cases}$

Khi đó $I=-\frac{1}{3}e^{2x}.\cos 3x+\frac{2}{3}\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x$ (1)

* Xét $J=\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u_1 = e^{2x} \\ dv_1 = \cos 3x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = 2e^{2x} dx \\ v_1 = \dfrac{1}{3}\sin 3x \end{cases}$

$J = \dfrac{1}{3}e^{2x}.\sin 3x - \dfrac{2}{3}\int e^{2x}\sin 3x dx = \dfrac{1}{3}e^{2x}.\sin 3x - \dfrac{2}{3}I$ (2)

Thay (2) vào (1) ta có: $I = -\dfrac{1}{3}e^{2x}.\cos 3x + \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3}e^{2x}.\sin 3x - \dfrac{2}{3}I\right)$

Vậy $I = \dfrac{e^{2x}}{13}.(2\sin 3x - 3\cos 3x) + C$.

ĐỀ SỐ 3 **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. **[NB]** Tìm khẳng định **sai**

A. $\int \left[f(x)+g(x) \right] \mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x, a<c<b$.

C. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x . \int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x)+c$.

Câu 2. **[NB]** Tìm $\int 7^x \mathrm{d}x$?

A. $\int 7^x \mathrm{d}x = \frac{7^x}{\ln 7} + C$. **B.** $\int 7^x \mathrm{d}x = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int 7^x \mathrm{d}x = 7^x . \ln 7 + C$. **D.** $\int 7^x \mathrm{d}x = 7^x + C$.

Câu 3. **[NB]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

A. $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) \mathrm{d}x = x^3 - 3x^2 + \ln x + C.$ **B.** $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) \mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

C. $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) \mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$. **D.** $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) \mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.

Câu 4. **[NB]** Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + \sin x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + \sin x$. **B.** $e^x - \sin x$. **C.** $e^x - \cos x$. **D.** $e^x + \cos x$.

Câu 5. **[TH]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x+2}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}e^{3x+2} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{3x+2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 3e^{3x+2} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = (3x+2)e^{3x+2} + C$.

Câu 6. **[TH]** Tính $\int (x - \sin 2x)dx$

A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

C. $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 7. **[VD]** Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - 3\cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2} \right) = 3$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$. **B.** $F(x) = x^2 - 3\sin x - \frac{\pi^2}{4}$.

C. $F(x) = x^2 - 3\sin x + \frac{\pi^2}{4}$. **D.** $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 8. **[2D3-1-4]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ thỏa mãn $F(0) = -\ln 2$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln\left(e^x + 1\right) = 3$

A. $S=\{\pm 3\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\varnothing$. **D.** $S=\{-3\}$

Câu 9. **[NB]** Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10. **[NB]** Tích phân $\mathrm{I}=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $\ln 2$. **B.** $\ln 2-1$. **C.** $1-\ln 2$. **D.** $-\ln 2$.

Câu 11. **[NB]** Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 12. **[NB]** Giá trị của tích phân $\int_1^2 (3x^2-2x+3)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 13. **[TH]** Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (1+\tan^2 x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 14. **[TH]** Giả sử $\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{2x-1}=\frac{1}{2}\ln c$. Giá trị đúng của c là

A. 1. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 15. **[TH]** Biết $\int_0^b (2x-4)\mathrm{d}x=0$, khi đó b nhận giá trị bằng

A. $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=4 \end{array}\right.$.

Câu 16. **[VD]** Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 2$ $(a,\, b\in\mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=0$. **B.** $2a-b=0$. **C.** $a-b=0$. **D.** $a+b=0$.

Câu 17. **[VD]** Biết $I=\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5}\mathrm{d}x=a+b\ln 2$ với a,b là số nguyên. Tính $S=a+b$.

A. $S=3$. **B.** $S=-3$. **C.** $\mathrm{S}=5$. **D.** $\mathrm{S}=7$.

Câu 18. **[VDC]** Một chiếc ôtô chuyển động với vận tốc $v(t)=2+\frac{t^2-4}{t+4}(\mathrm{m/s})$. Quãng đường ôtô đó đi được trong 4 giây đầu tiên là (kết quả làm tròn đến hàng trăm)

A. $8,23m$. **B.** $8,31m$. **C.** $8,24m$. **D.** $8,32m$.

Câu 19. **[NB]** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức:

A. $S=\int_a^b |f(x)|dx$. **B.** $S=\int_a^b f(x)dx$.

C. $S=\int_a^0 f(x)dx+\int_0^b f(x)dx$. **D.** $S=\int_a^0 f(x)dx-\int_0^b f(x)dx$.

Câu 20. **[NB]** Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2, y=2x+3$ và hai đường $x=0,\ x=2$. Công thức nào sau đây tính diện tích hình phẳng (H)?

A. $S=\int_0^2\left(x^2-2x-3\right)dx$. **B.** $S=\int_0^2\left|x^2-2x-3\right|dx$.

C. $S=\int_0^2\left|x^2-2x+3\right|dx$. **D.** $S=\int_0^2\left|x^2+2x+3\right|dx$.

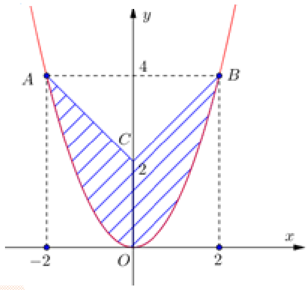
Câu 21. **[NB]** Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, hai đường thẳng $x=a, x=b\ (a<b)$ quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int_a^b\left|f(x)\right|dx$. **B.** $V=\int_a^b\left|f(x)\right|dx$. **C.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$. **D.** $V=\int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 22. **[TH]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2$ và trục hoành là

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{24}{7}$.

Câu 23. **[VD]** Tính diện tích S của phần hình phẳng giới hạn bởi đường Parabol đi qua gốc tọa độ và hai đoạn thẳng AC và BC như hình vẽ sau.

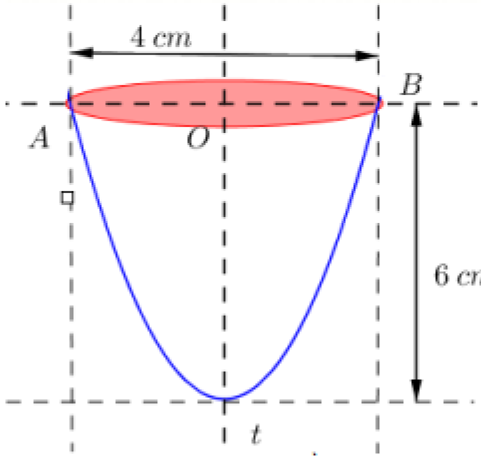


A. $S=\frac{25}{6}$. **B.** $S=\frac{20}{3}$. **C.** $S=\frac{10}{3}$. **D.** $S=9$.

Câu 24. **[VD]**Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0, x=e$ quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}\left(be^3-2\right)$. Tìm a và b

A. $a=27; b=5$. **B.** $a=26; b=6$. **C.** $a=24; b=5$. **D.** $a=27; b=6$

Câu 25. **[VDC]**Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây:



Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng qua trục đối xứng là một Parabol. Tính thể tích $V(cm^3)$ của vật thể đã cho

A. $V=\frac{72\pi}{5}$. **B.** $V=12$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=\frac{72}{5}$

Câu 26. **[2H3-1-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Câu 27. **[2H3-1-1]** Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}=(-2;2;5),\vec{b}=(0;1;2)$ trong không gian bằng:

A. 10. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 14.

Câu 28. **[2H3-1-2]** Trong không gian với hệ toạ độ $oxyz$ cho các véctơ $\vec{a}=(1;2;-1)$, $\vec{b}=(0;4;3)$, $\vec{c}=(-2;1;4)$. Gọi $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+5\vec{c}$. Tìm toạ độ $\vec{u}$.

A. $(-8;-3;9)$. **B.** $(-9;5;10)$. **C.** $(-8;21;27)$. **D.** $(12;-13;-31)$.

Câu 29. **[2H3-1-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(2;-1;2)$, $B(3;0;1)$ và tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(-4;1;-1)$. Tọa độ đỉnh C là

A. $C(-17;4;-6)$. **B.** $C(17;-4;6)$. **C.** $C(-4;17;6)$. **D.** $C(4;1;5)$.

Câu 30. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A,B có tọa độ là

A. $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2};0;0\right)$. **D.** $M\left(0;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 31. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai véctơ $\vec{a}=(-2;-1;3)$, $\vec{b}=(-1;-4;5)$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

A. $(1;-1;6)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(7;7;7)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu 32. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(1;2;m)$ và $\vec{c}=(5;1;7)$. Giá trị của m để $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;2;1), B(1;0;2)$ và $C(-1;2;3)$. Diện tích tam giác ABC là

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 34. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;6;2)$, $B(4;0;6)$, $C(5;0;4)$ và $D(5;1;3)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{3}{7}$. **C.** $V=\frac{2}{3}$. **D.** $V=\frac{3}{5}$.

Câu 35. **[VD]** Cho ΔABC có 3 đỉnh $A(m;0;0), B(2;1;2), C(0;2;1)$. Để $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{35}}{2}$ thì:

A. **A.** $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Câu 36. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Mặt cầu có tâm I và bán kính R là:

A. $I(-1;2;-3)$ *và* $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ *và* $R=\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ *và* $R=5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ *và* $R=5$.

Câu 37. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;0;-1)$; $A(2;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Câu 38. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có đường kính AB với $A(1;3;-4)$ và $A(1;-1;0)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=8$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$.

Câu 39. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích $V=972\pi$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$ **B.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=9$ **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$

Câu 40. **[VDC]**Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu đi qua bốn điểm $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$ và $D(4;1;0)$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+3=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x+4y-6z-3=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4x+2y+6z-3=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-3=0$.

Câu 41. **[NB]**Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2z+z+2017=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;4)$. **C.** $\vec{n}=(-2;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;2;1)$.

Câu 42. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;1;-1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ có phương trình là

A. $2x-y+2z-1=0$. **B.** $2x-y+2z+3=0$. **C.** $2x+y-2z-1=0$. **D.** $2x+2y-z+1=0$.

Câu 43. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mp$(P): 2x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng *(Q)* đi qua A song song với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+3z-7=0$. **B.** $2x+y+z+7=0$. **C.** $2x+y+z=0$. **D.** $2x+y+z-7=0$.

Câu 44. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y+1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $y+2z-5=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 45. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $x+y+2z-9=0$. **B.** $x+y+2z+9=0$. **C.** $x+y+2z=0$. **D.** $x+y+2z-15=0$.

Câu 46. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\\z=2t\end{cases}$ có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;1;2)$. **C.** $\vec{u}=(2;3;0)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;2)$.

Câu 47. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;7)$ là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-2t\\z=-3+7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+2t\\z=7-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+7t\\y=2-2t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+7t\end{cases}$.

Câu 48. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;3;-1), B(1;2;4)$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là:

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=3+2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-1+3t\\z=5-t\end{cases}$.

Câu 49. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-2t\\y=1+3t\\z=3-t\end{cases}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Phương trình tham số đường thẳng d đi qua điểm A đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases}x=1-5t\\y=-2-3t\\z=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2+3t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2-3t\\z=3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-3t\\z=3+2t\end{cases}$.

Câu 50. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=3-2t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=1-2t\\z=2-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=3\\z=1-t\end{cases}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.D	5.A	6.D	7.D	8.B	9.D	10.A
11.D	12.C	13.C	14.B	15.D	16.D	17.B	18.D	19.A	20.B
21.C	22.A	23.C	24.A	25.C	26.B	27.B	28.A	29.D	30.C
31.C	32.A	33.A	34.C	35.C	36.B	37.D	38.C	39.A	40.D
41.C	42.A	43.D	44.A	45.D	46.B	47.A	48.C	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[NB]** Tìm khẳng định **sai**

A. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$. **B.** $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx, a<c<b$.

C. $\int f(x)g(x)dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$. **D.** $\int f'(x)dx=f(x)+c$.

Lời giải

Chọn C

Theo lý thuyết SGK Giải tích 12 Cơ bản

Câu 2. **[NB]** Tìm $\int 7^x dx$?

A. $\int 7^x dx=\frac{7^x}{\ln 7}+C$. **B.** $\int 7^x dx=\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$.

C. $\int 7^x dx=7^x.\ln 7+C$. **D.** $\int 7^x dx=7^x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int 7^x dx=\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Câu 3. **[NB]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{x}$.

A. $\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)dx=x^3-3x^2+\ln x+C.$ **B.** $\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

C. $\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 4. **[NB]** Nếu $\int f(x)dx=e^x+\sin x+C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x+\sin x$. **B.** $e^x-\sin x$. **C.** $e^x-\cos x$. **D.** $e^x+\cos x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=\left(e^x+\sin x+C\right)'=e^x+\cos x$.

Câu 5. **[TH]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+2}$

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^{3x+2}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3e^{3x+2}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\left(3x+2\right)e^{3x+2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int e^{3x+2}dx=\frac{1}{3}\int e^{3x+2}d\left(3x+2\right)=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$.

Câu 6. **[TH]** Tính $\int(x-\sin 2x)dx$

A. $\frac{x^2}{2}+\sin x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$.

C. $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int(x-\sin 2x)dx=\int xdx-\int\sin 2xdx=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 7. **[VD]** Biết $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x-3\cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$. Tìm $F\left(x\right)$.

A. $F(x)=x^2-3\sin x+6+\frac{\pi^2}{4}$. **B.** $F(x)=x^2-3\sin x-\frac{\pi^2}{4}$.

C. $F(x)=x^2-3\sin x+\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $F(x)=x^2-3\sin x+6-\frac{\pi^2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$F\left(x\right)=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(2x-3\cos x\right)\mathrm{d}x=x^2-3\sin x+C$.

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)=3\Leftrightarrow\frac{\pi^2}{4}-3\sin\frac{\pi}{2}+C=3\Leftrightarrow C=6-\frac{\pi^2}{4}$.

Câu 8. **[2D3-1-4]** Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{e^x+1}$ thỏa mãn $F\left(0\right)=-\ln 2$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $F\left(x\right)+\ln\left(e^x+1\right)=3$

A. $S=\left\{\pm 3\right\}$. **B.** $S=\left\{3\right\}$. **C.** $S=\varnothing$. **D.** $S=\left\{-3\right\}$

Lời giải

Chọn B

$\int\frac{1}{e^x+1}\mathrm{d}x$. Đặt $t=e^x+1\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}t=e^x\mathrm{d}x\\ e^x=t-1\end{cases}$.

Ta được: $\int\frac{1}{e^x+1}\mathrm{d}x=\int\frac{e^x}{e^x\left(e^x+1\right)}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}t}{t\left(t-1\right)}=\int\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\ln\left|t-1\right|-\ln\left|t\right|+C$

$$=\ln\left|\frac{t-1}{t}\right|+C=\ln\left|\frac{e^x}{e^x+1}\right|+C.$$

Mà: $F\left(0\right)=-\ln 2\Rightarrow\ln\left|\frac{e^0}{e^0+1}\right|+C=-\ln 2\Rightarrow C=0$.

Vậy: $F(x)=\ln\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

Giảipt: $F(x)+\ln\left(e^x+1\right)=3\Leftrightarrow \ln\dfrac{e^x}{e^x+1}+\ln\left(e^x+1\right)=3\Leftrightarrow \ln e^x=3\Leftrightarrow x=3$.

Câu 9. **[NB]** Cho $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-3$. Khi đó $\int\limits_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 \mathrm{g}(x)\mathrm{d}x=1-(-3)=4$.

Câu 10. **[NB]** Tích phân $\mathrm{I}=\int\limits_0^1\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $\ln 2$. **B.** $\ln 2-1$. **C.** $1-\ln 2$. **D.** $-\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

$\mathrm{I}=\int\limits_0^1\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\left(\ln\left|x+1\right|\right)\Big|_0^1=\ln 2$.

Câu 11. **[NB]** Giá trị của tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}2\cos 2x\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}2\cos 2x\mathrm{d}x=\left[\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=1-0=1$.

Câu 12. **[NB]** Giá trị của tích phân $\int\limits_1^2\left(3x^2-2x+3\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_1^2\left(3x^2-2x+3\right)\mathrm{d}x=\left[x^3-x^2+3x\right]_1^2=10-3=7$.

Câu 13. **[TH]** Giá trị của tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}(1+\tan^2 x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}(1+\tan^2 x)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{1}{\cos^2 x}dx=\left[\tan x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=\sqrt{3}-0=\sqrt{3}$.

Câu 14. **[TH]** Giả sử $\int_1^2 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\ln c$. Giá trị đúng của c là

A. 1. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

$\int_1^2 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\left[\left|\ln(2x-1)\right|\right]_1^2 = \frac{1}{2}[\ln 3] \Rightarrow c = 3$.

Câu 15. **[TH]** Biết $\int_0^b (2x-4)dx = 0$, khi đó b nhận giá trị bằng

A. $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^b (2x-4)dx = 0 \Leftrightarrow \left[x^2-4x\right]_0^b = 0 \Leftrightarrow b^2-4b=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=4 \end{array}\right.$.

Câu 16. **[VD]** Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}dx = a\ln 5 + b\ln 2$ $(a,\ b \in \mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=0$. **B.** $2a-b=0$. **C.** $a-b=0$. **D.** $a+b=0$.

Lời giải

Chọn D

$\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}dx = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right)dx = \left(\ln|x| - \ln|x+3|\right)\Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2$.

Vậy $a=1, b=-1$.

Câu 17. **[VD]** Biết $I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5}dx = a + b\ln 2$ với a,b là số nguyên. Tính $S=a+b$.

A. $S=3$. **B.** $S=-3$. **C.** $S=5$. **D.** $S=7$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{2x+1} \Rightarrow t^2 = 2x+1 \Rightarrow 2tdt = 2dx$.

Đổi cận: $\left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=4 \Rightarrow t=3 \end{array}\right.$.

$I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5}dx = \int_1^3 \frac{t}{t-5}dt = \int_1^3 \left(1+\frac{5}{t-5}\right)dt = \left(t + 5\ln|t-5|\right)\Big|_1^3 = 2 - 5\ln 2$.

Suy ra: $a=2; b=-5 \Rightarrow S=a+b=-3$.

Câu 18. **[VDC]** Một chiếc ôtô chuyển động với vận tốc $v(t) = 2 + \frac{t^2-4}{t+4}(\text{m/s})$. Quãng đường ôtô đó đi được trong 4 giây đầu tiên là (kết quả làm tròn đến hàng trăm)

A. $8,23m$. **B.** $8,31m$. **C.** $8,24m$. **D.** $8,32m$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S là quãng đường ôtô đi được trong 4 giây đầu tiên

Ta có: $S=\int_0^4 v(t)dt=\int_0^4\left(2+\frac{t^2-4}{t+4}\right)dt=\int_0^4\left(t-2+\frac{12}{t+4}\right)dt=\left[\frac{t^2}{2}-2t+12\ln|t+4|\right]_0^4$

$=12\ln 2\approx 8,32m$.

Câu 19. **[NB]** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức:

A. $S=\int_a^b |f(x)|dx$. **B.** $S=\int_a^b f(x)dx$.

C. $S=\int_a^0 f(x)dx+\int_0^b f(x)dx$. **D.** $S=\int_a^0 f(x)dx-\int_0^b f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20. **[NB]** Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2, y=2x+3$ và hai đường $x=0,\ \ x=2$. Công thức nào sau đây tính diện tích hình phẳng (H)?

A. $S=\int_0^2 (x^2-2x-3)dx$. **B.** $S=\int_0^2 |x^2-2x-3|dx$.

C. $S=\int_0^2 |x^2-2x+3|dx$. **D.** $S=\int_0^2 |x^2+2x+3|dx$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng lý thuyết: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị: $(C_1): y=f(x)$, $(C_2): y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ được xác định bởi công thức: $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$.

Khi đó diện tích hình phẳng H = $\int_0^2 |x^2-2x-3|dx$.

Câu 21. **[NB]** Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$ quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int_a^b |f(x)|dx.$ **B.** $V=\int_a^b |f(x)|dx.$ **C.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx.$ **D.** $V=\int_a^b f^2(x)dx.$

Lời giải

Chọn C

$V=\pi\int_a^b |f^2(x)|dx=\pi\int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 22. **[TH]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2$ và trục hoành là

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{24}{7}$.

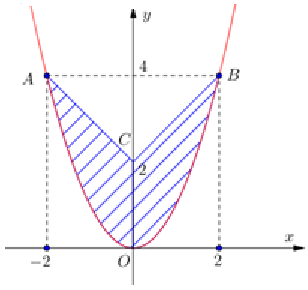
Lời giải

Chọn A

Đặt $(C): y=-x^3+3x^2$. Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3+3x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$

Khi đó: $S=\int\limits_0^3\left|-x^3+3x^2\right|dx=\left|\int\limits_0^3\left(-x^3+3x^2\right)dx\right|=\left|\left(-\frac{x^4}{4}+x^3\right)\Big|_0^3\right|=\frac{27}{4}$.

Câu 23. **[VD]** Tính diện tích S của phần hình phẳng giới hạn bởi đường Parabol đi qua gốc tọa độ và hai đoạn thẳng AC và BC như hình vẽ sau.



A. $S=\frac{25}{6}$.　　**B.** $S=\frac{20}{3}$.　　**C.** $S=\frac{10}{3}$.　　**D.** $S=9$.

Lời giải

Chọn C

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2, y=x+2, x=0, x=2$.

$\Rightarrow S_1=\int\limits_0^2\left(x+2-x^2\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+2x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2=\frac{2^2}{2}+2.2-\frac{2^3}{3}=\frac{10}{3}$.

Câu 24. **[VD]**Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0, x=e$ quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}\left(be^3-2\right)$. Tìm a và b

A. $a=27; b=5$.　　**B.** $a=26; b=6$.　　**C.** $a=24; b=5$.　　**D.** $a=27; b=6$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $x\ln x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=1 \end{cases} \rightarrow x=1$.

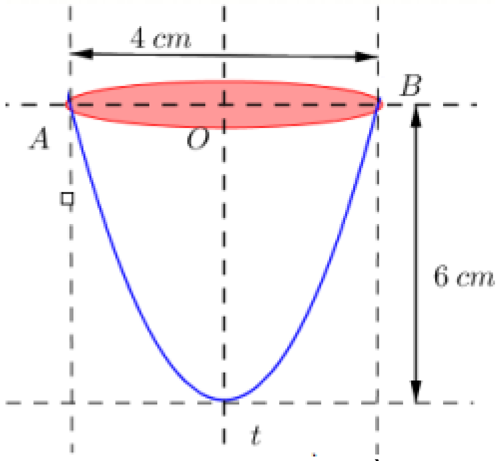
Áp dụng công thức trên ta có:

$V=\pi\int\limits_1^e\left(x\ln x\right)dx=\frac{1}{3}x^3\ln^3 x\Big|_1^e-\frac{2}{3}\int\limits_1^e x^2\ln x dx=\frac{1}{3}e^3-\left(\frac{2}{3}e^3+\frac{1}{9}\right)=\left(5e^3-2\right)\frac{\pi}{27}$.

Do đó $a=27, b=5$.

Khi đó diện tích hình phẳng phần gạch chéo là $S=2.S_1=\frac{20}{3}$.

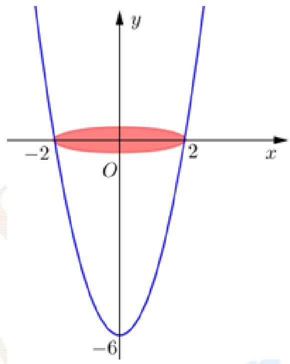
Câu 25. **[VDC]**Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây:



Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng qua trục đối xứng là một Parabol. Tính thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho

A. $V=\dfrac{72\pi}{5}$. **B.** $V=12$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=\dfrac{72}{5}$

Lời giải



Chọn C

Thể tích của vật là thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) giới hạn bởi các đường

$x=\sqrt{\dfrac{2y+12}{3}}, x=0, y=-6, y=0$ quanh trục tung.

Khi đó $V=\pi\displaystyle\int_{-6}^{0}\dfrac{2y+12}{3}dy=\pi\left(\dfrac{1}{3}y^2+4y\right)\Bigg|_{-6}^{0}=12\pi$.

Câu 26. **[2H3-1-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 0 \Rightarrow I(1;0;4). \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases}$$

Câu 27. **[2H3-1-1]** Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (-2;2;5), \vec{b} = (0;1;2)$ trong không gian bằng:

A. 10. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

$\vec{a}.\vec{b} = -2.0 + 2.1 + 5.2 = 12$.

Câu 28. **[2H3-1-2]** Trong không gian với hệ toạ độ $oxyz$ cho các véctơ $\vec{a} = (1;2;-1)$, $\vec{b} = (0;4;3)$, $\vec{c} = (-2;1;4)$. Gọi $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$. Tìm toạ độ $\vec{u}$.

A. $(-8;-3;9)$. **B.** $(-9;5;10)$. **C.** $(-8;21;27)$. **D.** $(12;-13;-31)$.

Lời giải

Chọn A

$$\left.\begin{matrix} 2\vec{a} = (2;4;-2) \\ -3\vec{b} = (0;-12;-9) \\ 5\vec{c} = (-10;5;20) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (-8;-3;9).$$

Câu 29. **[2H3-1-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(2;-1;2)$, $B(3;0;1)$ và tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(-4;1;-1)$. Tọa độ đỉnh C là

A. $C(-17;4;-6)$. **B.** $C(17;-4;6)$. **C.** $C(-4;17;6)$. **D.** $C(4;1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $G(-4;1;-1)$ là trọng tâm của tam giác ABC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_G = x_A + x_B + x_C \\ 3y_G = y_A + y_B + y_C \\ 3z_G = z_A + z_B + z_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.(-4) = 2 + 3 + x_C \\ 3.1 = -1_A + 0 + y_C \\ 3.(-1) = 2 + 1 + z_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -17 \\ y_C = 4 \\ z_C = -6 \end{cases}.$$

Vậy $C(-17;4;-6)$.

Câu 30. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

A. $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2};0;0\right)$. **D.** $M\left(0;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$M \in Ox \Rightarrow M(a;0;0)$.

M cách đều hai điểm A, B nên $MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + 1^2 = (2-a)^2 + 2^2 + 1^2$.

$\Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \dfrac{3}{2}$.

Câu 31. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai véctơ $\vec{a}=(-2;-1;3)$, $\vec{b}=(-1;-4;5)$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

A. $(1;-1;6)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(7;7;7)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a}=(-2;-1;3)$; $\vec{b}=(-1;-4;5)$.

Do đó: $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(7;7;7)$.

Câu 32. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(1;2;m)$ và $\vec{c}=(5;1;7)$. Giá trị của m để $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-m+4,-3m-2,7)$. Để $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì $\begin{cases}-m+4=5\\-3m-2=1\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;2;1), B(1;0;2)$ và $C(-1;2;3)$. Diện tích tam giác ABC là

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Có $\overrightarrow{AB}=(3;-2;1);\overrightarrow{AC}=(1;0;2)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-4;-5;2)$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2+(-5)^2+2^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta ABC}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 34. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;6;2)$, $B(4;0;6)$, $C(5;0;4)$ và $D(5;1;3)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{3}{7}$. **C.** $V=\frac{2}{3}$. **D.** $V=\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3;-6;4),\overrightarrow{AC}=(4;-6;2),\overrightarrow{AD}=(4;-5;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;10;6)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=12.4+10.(-5)+6=4$.

Vậy $V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{2}{3}$.

Câu 35. **[VD]** Cho ΔABC có 3 đỉnh $A(m;0;0), B(2;1;2), C(0;2;1)$. Để $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{35}}{2}$ thì:

A. A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$. Do đó ta sẽ đi tìm $\overrightarrow{AB}=(2-m;1;2)$; $\overrightarrow{AC}=(-m;2;1)$.

Mà $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-m-2;-m+4)$.

Khi đó $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}.\sqrt{9+(-m-2)^2+(-m+4)^2}=\frac{\sqrt{35}}{2}$.

$\Leftrightarrow 2m^2-4m+29=35\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-1\end{array}\right.$.

Câu 36. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Mặt cầu có tâm I và bán kính R là:

A. $I(-1;2;-3)$ *và* $R=\sqrt{5}$.
B. $I(1;-2;3)$ *và* $R=\sqrt{5}$.
C. $I(1;-2;3)$ *và* $R=5$.
D. $I(-1;2;-3)$ *và* $R=5$.

Lời giải

Chọn B

Tâm $I(1;-2;3); R=\sqrt{1+4+9-9}=\sqrt{5}.$

Câu 37. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;0;-1)$; $A(2;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$.
B. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.
C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$.
D. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{1+4+4}=3.$

Câu 38. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có đường kính AB với $A(1;3;-4)$ và $A(1;-1;0)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=8$.
B. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.
D. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

Tâm I là trung điểm của đường kính $AB\Rightarrow I(1;1;-2)$, bán kính mặt cầu là $R=IB=2\sqrt{2}$ nên phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Câu 39. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích $V=972\pi$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$
B. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$
C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=9$
D. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$

Lời giải

Chọn A

Gọi $R>0$ là bán kính mặt cầu (S).

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi R^3=972\pi\Leftrightarrow R^3=729\Leftrightarrow R=9$.

Suy ra phương trình của mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$.

Câu 40. **[VDC]**Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu đi qua bốn điểm $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$ và $D(4;1;0)$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+3=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x+4y-6z-3=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-4x+2y+6z-3=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi mặt cầu (S) cần tìm có dạng là $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$.

Vì $A,B,C,D\in(S)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}49+6a-2b+3c+d=0 & (1)\\37+0.a+b+6c+d=0 & (2)\\5+2a+0b-c+d=0 & (3)\\17+4a+b+0c+d=0 & (4)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(1)-(2):12+6a-3b-3c=0\\(2)-(3):32-2a+b+7c=0\\(3)-(4):-12-2a-b-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-4\\b=2\\c=-6\end{cases}\Rightarrow d=-3.$$

Vậy $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-3=0$.

Câu 41. **[NB]**Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2z+z+2017=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;4)$. **C.** $\vec{n}=(-2;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(-2;2;-1)$.

Câu 42. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;1;-1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ có phương trình là

A. $2x-y+2z-1=0$. **B.** $2x-y+2z+3=0$. **C.** $2x+y-2z-1=0$. **D.** $2x+2y-z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;1;-1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ có phương trình dạng: $(\alpha):2(x-2)-1(y-1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow(\alpha):2x-y+2z-1=0$.

Câu 43. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mp$(P):2x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A song song với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+3z-7=0$. **B.** $2x+y+z+7=0$. **C.** $2x+y+z=0$. **D.** $2x+y+z-7=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Q) song song với mp(P) nên có phương trình dạng: $2x+y+z+m=0$.

Mà mp(Q)đi qua $A(1;2;3)$ nên ta có: $2.1+2+3+m=0\Leftrightarrow m=-7$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x+y+z-7=0$.

Câu 44. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y+1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $y+2z-5=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-4;2;0)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình dạng: $-4(x-0)+2(y-1)+0(z-2)=0 \Leftrightarrow -4x+2y-2=0 \Leftrightarrow 2x-y+1=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x-y+1=0$.

Câu 45. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $x+y+2z-9=0$. **B.** $x+y+2z+9=0$. **C.** $x+y+2z=0$. **D.** $x+y+2z-15=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điềm của $AB \Rightarrow I(2;3;5)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;4)$.

Suy ra: $Mp\begin{cases} qua\, I(2;3;5) \\ vtpt\, \overrightarrow{AB}=(2;2;4) \end{cases}$ có phương trình là $2x+2y+4z-30=0 \Leftrightarrow x+y+2z-15=0$.

Câu 46. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=3+t \\ z=2t \end{cases}$ có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;1;2)$. **C.** $\vec{u}=(2;3;0)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\begin{cases} qua\, A(2;3;0) \\ VTCP\, \vec{u}=(-1;1;2) \end{cases}$.

Câu 47. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;7)$ là

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-2t \\ z=-3+7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+2t \\ z=7-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+7t \\ y=2-2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-2t \\ z=-3+7t \end{cases}$.

Câu 48. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;3;-1), B(1;2;4)$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A,B là:

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=-1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=4-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-t \\ z=-1+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+3t \\ z=5-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-t \\ z=-1+5t \end{cases}$.

Câu 49. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=2-2t \\ y=1+3t \\ z=3-t \end{cases}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Phương trình tham số đường thẳng d đi qua điểm A đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x=1-5t \\ y=-2-3t \\ z=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=-2+3t \\ z=3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=-2-3t \\ z=3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-3t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{u_{\Delta}}=(-2;3;-1)$

Gọi giao điểm của đường thẳng d và Δ là B. Vì B thuộc đường thẳng Δ nên tọa độ B có dạng $B(2-2t_0;1+3t_0;3-t_0)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1-2t_0;3+3t_0;-t_0)$.

Vì $d\perp\Delta \Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_{\Delta}} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{\Delta}}=0$ $\Rightarrow -2.(1-2t_0)+3.(3+3t_0)-(-t_0)=0$ $\Rightarrow t_0=-2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(5;-3;2)$. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+5t \\ y=-2-3t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Câu 50. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1,\ d_2$ là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-2t \\ z=2-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=3 \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng cần tìm

Gọi $A=d\cap d_1, B=d\cap d_2$

$A\in d_1 \Rightarrow A(2+a;\ 1-a;\ 2-a)$

$B\in d_2 \Rightarrow B(b;\ 3;\ -2+b)$

$\overrightarrow{AB}=(-a+b-2;\ a+2;\ a+b-4)$

d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1}=(1;\ -1;\ -1)$

d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(1;\,0;\,1)$

$$\begin{cases} d\perp d_1 \\ d\perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{a_1} \\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{a_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{a_1}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{a_2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow A(2;\,1;\,2);B(3;\,3;\,1)$$

d đi qua điểm $A(2;\,1;\,2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\overrightarrow{AB}=(1;\,2;\,-1)$.

Vậy phương trình của d là $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$.

ĐỀ SỐ 4

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. [NB] $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 2. [NB] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.
C. $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3. [TH] $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\frac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\frac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Câu 4. [NB] $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5. [NB] $\int(x+5^x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.

C. $1+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

Câu 6. [VD] $\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)^2\left[(1+3\ln x)^2-1\right]+C$.

B. $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

D. $\frac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7 : [VDC]. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases} e^{3x}(4f(x)+f'(x))=2\sqrt{f(x)} \\ f(x)>0 \end{cases}, \forall x\ge 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{12}$. **B.** $I=-\frac{1}{12}$. **C.** $I=\frac{37}{320}$. **D.** $I=\frac{7}{640}$.

Câu 8. [TH]. Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Câu 9. [TH]. Tính $I=\int\limits_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.dx$.

A. $I=\frac{4}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{10}{3}$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Câu 10. [NB] Cho $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{e}dx$ bằng

A. $\frac{-3}{e}$. **B.** e^2 **C.** $3e^2$. **D.** $\frac{3}{e}$.

Câu 11. [NB] $\int\limits_{-2}^1 \left(3x^2-2x\right)dx$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Câu 12. [NB] $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}dx$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Câu 13. [TH] Biết rằng $\int\limits_0^3 \frac{1-e^{3x}}{e^{2x}+e^x+1}dx=a-e^b$ với $a,\, b\in\mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$. **B.** $b-a=-1$. **C.** $b-a=7$. **D.** $b-a=-7$.

Câu 14. [TH] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ sao cho $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{x}dx=3-\ln 2$ và $f\left(2\right)=3$.

Tính $I=\int\limits_1^2 f'\left(x\right).\ln x dx$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

Câu 15. [VD] Biết $I=\int\limits_{-3}^3 \frac{\left|x-2\right|-3\left|x+1\right|}{x+4}dx=-10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$

.

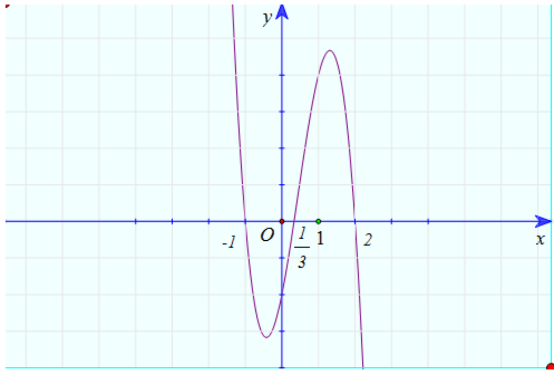
A. $T=-4$. **B.** $T=21$. **C.** $T=9$. **D.** $T=-12$.

Câu 16: [VD] Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $\left[0;3\right]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính

tích phân $I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(x\right)}dx$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Câu 17: [NB] Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

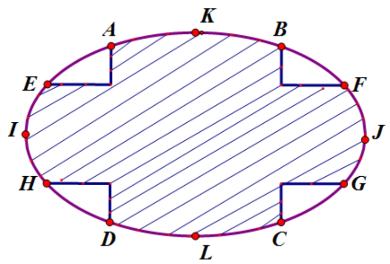
Câu 18: **[TH]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=(x-1)(2-x)(x^2+1)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{117}{20}$.

Câu 19. **[TH]** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\frac{3}{2}$ **B.** $S=\frac{11}{2}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Câu 20. **[VDC]** Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I, J, K, L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/m^2, hãy tính số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.

C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Câu 21.[TH] Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu (khi $t=0$) có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Câu 22. [**TH**] Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi\ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 23. [**VD**] Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\frac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 24. [**NB**] Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. **[VDC]** Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $A=13$. **B.** $A=19$. **C.** $A=21$. **D.** $A=29$.

Câu 26: **[TH]** Vận tốc (tính bằng $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.
Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?

A. $\frac{32}{3}\mathrm{m}$. **B.** $\frac{71}{3}\mathrm{m}$. **C.** $\frac{38}{3}\mathrm{m}$. **D.** $\frac{71}{6}\mathrm{m}$.

Câu 27: **[NB]** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: **[VD]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Câu 29. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5), \vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Câu 30. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Câu 31. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=(-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 32. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\frac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Câu 34. [NB] Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35. [NB] Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 36. [TH] Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2+y^2+z^2=14$. **B.** $(x+4)^2+y^2+z^2=14$.

C. $x^2+(y-4)^2+z^2=14$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14$.

Câu 38. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 39. [VDC] Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ $(a>0,\ b>0,\ c>0)$. Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi $V_{A.BCD}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. [VD] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3);F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 41. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5), B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Câu 42. [NB] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P):4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.
C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Câu 43. [TH] Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q):x-3y+z-4=0$ và $(R):2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.
C. $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Câu 44. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.
C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Câu 45. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **D.** $a+b+c=-7$.

Câu 46. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$.
C. $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Câu 47. [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P):2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$.
C. $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Câu 48. [NB] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Câu 49. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{2}{21}$. **C.** $\frac{1}{21}$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}}{21}$.

Câu 50: [VDC] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{23}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.C	5.A	6.C	7C	8.C	9.C	10.D
11.A	12.B	13.B	14.A	15.C	16.C	17.D	18.A	19.D	20.C
21.C	22.C	23.B	24.B	25.D	26.D	27.D	28.D	29.D	30.A
31.B	32.C	33.A	34.B	35.C	36.A	37.A	38.A	39.A	40.C
41.B	42.D	43.C	44.A	45.D	46.A	47.A	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [NB] $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **<u>B.</u>** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x=3\frac{x^3}{3}+x+C=x^3+x+C$.

Câu 2. [NB] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.
<u>C.</u> $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(2\cos x-\sin x)\mathrm{d}x=2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3. [TH] $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x$ bằng

<u>A.</u> $\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\frac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\frac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Lời giải

Đặt $t=x^2+1$, ta được $\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$.

Khi đó $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x=\int t^4\mathrm{d}t=\frac{t^5}{5}+C$.

Thay $t=x^2+1$, ta được $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x=\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$.

Câu 4. [NB] $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

<u>C.</u> $-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5. [NB] $\int(x+5^x)\mathrm{d}x$ bằng

<u>A.</u> $\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.

C. $1+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x+5^x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$

Câu 6. [VD] $\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)^2\left[(1+3\ln x)^2-1\right]+C$.

B. $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

D. $\frac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$, suy ra $t^2=1+3\ln x$.

Ta có: $2t\mathrm{d}t=\frac{3}{x}\mathrm{d}x$; $\ln x=\frac{t^2-1}{3}$.

Khi đó

$$\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int t\cdot\frac{t^2-1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot t\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\int\left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\left(\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3}\right)+C$$

Hay $\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\frac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7 : [VDC]. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases}e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}\\ f(x)>0\end{cases}$, $\forall x\ge 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{12}$. **B.** $I=-\frac{1}{12}$. **C.** $I=\frac{37}{320}$. **D.** $I=\frac{7}{640}$.

Lời giải

Ta có: $\mathrm{e}^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}\Leftrightarrow 2\mathrm{e}^{2x}\sqrt{f(x)}+\mathrm{e}^{2x}.\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\frac{1}{\mathrm{e}^x}\Leftrightarrow\left(\mathrm{e}^{2x}.\sqrt{f(x)}\right)'=\frac{1}{\mathrm{e}^x}$.

Do đó $\mathrm{e}^{2x}.\sqrt{f(x)}$ là một nguyên hàm của $\frac{1}{\mathrm{e}^x}$, tức $\mathrm{e}^{2x}.\sqrt{f(x)}=-\frac{1}{\mathrm{e}^x}+C$.

Thay $x=0$ vào ta được $C=2$. Tìm được $f(x)=\left(\frac{2}{\mathrm{e}^{2x}}-\frac{1}{\mathrm{e}^{3x}}\right)^2$.

$$I=\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\ln 2}\left(\frac{2}{\mathrm{e}^{2x}}-\frac{1}{\mathrm{e}^{3x}}\right)^2\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\ln 2}\left(\frac{4}{\mathrm{e}^{4x}}-\frac{4}{\mathrm{e}^{5x}}+\frac{1}{\mathrm{e}^{6x}}\right)\mathrm{d}x=\frac{37}{320}.$$

Câu 8. [TH]. Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int (x+1)\sin x\mathrm{d}x = \int (x+1)(-\cos x)'\,\mathrm{d}x = -(x+1)\cos x + \int \cos x\,\mathrm{d}x$

$= -(x+1)\cos x + \sin x + C$

Lúc này, xét $g(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + C$ với $g(0)=0$ ta có $C=1$.

Tức $g(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + 1$.

Vậy $g(\pi) = \pi + 2$.

Câu 9. [TH].Tính $I = \int\limits_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{4}{3}$. **B.** $I = 2$. **<u>C.</u>** $I = \frac{10}{3}$. **D.** $I = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$I = \int\limits_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x = \int\limits_1^4 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right).\mathrm{d}x = \left(\frac{1}{3}\sqrt{x^3} - \sqrt{x}\right)\Big|_1^4 = \frac{10}{3}.$$

Câu 10. [NB] Cho $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-3}{\mathrm{e}}$. **B.** e^2 **C.** $3\mathrm{e}^2$. **<u>D.</u>** $\frac{3}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x = \frac{1}{\mathrm{e}}\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{\mathrm{e}}$.

Câu 11. [NB] $\int\limits_{-2}^1 (3x^2 - 2x)\mathrm{d}x$ bằng

<u>A.</u> 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^1 (3x^2 - 2x)\mathrm{d}x = (x^3 - x^2)\Big|_{-2}^1 = 12$.

Câu 12. [NB] $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **<u>B.</u>** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}\mathrm{d}x = 2\int\limits_{-2}^1 \frac{1}{x-2}\mathrm{d}x = 2\ln|x-2|\Big|_{-2}^1 = -4\ln 2$.

Câu 13. [TH] Biết rằng $\int\limits_0^3 \frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + 1}\mathrm{d}x = a - \mathrm{e}^b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, hãy tính $b - a$.

A. $b - a = 1$. **<u>B.</u>** $b - a = -1$. **C.** $b - a = 7$. **D.** $b - a = -7$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^3 \frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + 1}\mathrm{d}x = \int\limits_0^3 \frac{(1-\mathrm{e}^x)(\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + 1)}{\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + 1}\mathrm{d}x = \int\limits_0^3 (1-\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x = (x - \mathrm{e}^x)\Big|_0^3 = 4 - \mathrm{e}^3$.

Suy ra $a = 4; b = 3$.

Câu 14. [TH] Cho hàm số $y=f(x)$ sao cho $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=3-\ln 2$ và $f(2)=3$.

Tính $I=\int\limits_1^2 f'(x).\ln x dx$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=f'(x)dx \end{cases}$, chọn $\begin{cases} du=\frac{1}{x}dx \\ v=f(x) \end{cases}$.

Ta có $I=\left[f(x).\ln x\right]\Big|_1^2-\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=f(2).\ln 2-3+\ln 2=4\ln 2-3$.

Câu 15. [VD] Biết $I=\int\limits_{-3}^{3}\frac{|x-2|-3|x+1|}{x+4}dx=-10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$

.

A. $T=-4$. **B.** $T=21$.

C. $T=9$. **D.** $T=-12$.

Lời giải

Đặt $f(x)=|x-2|-3|x+1|$.

Ta có bảng phá dấu trị tuyệt đối trong biểu thức $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$\lvert x-2\rvert$		$-x+2$		$-x+2$	0	$x-2$	
$-3\lvert x+1\rvert$		$3x+3$	0	$-3x-3$		$-3x-3$	
$f(x)$		$2x+5$		$-4x-1$		$-2x-5$	

Từ đó $I=\int\limits_{-3}^{-1}\frac{2x+5}{x+4}dx+\int\limits_{-1}^{2}\frac{-4x-1}{x+4}dx+\int\limits_{2}^{3}\frac{-2x-5}{x+4}dx$

$I=\int\limits_{-3}^{-1}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)dx-\int\limits_{-1}^{2}\left(4-\frac{15}{x+4}\right)dx-\int\limits_{2}^{3}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)dx$

$I=-10-6\ln 3+12\ln 2+3\ln 7$.

Vậy ta có $a=12, b=-6, c=3\Rightarrow T=9$.

Câu 16: [VD] Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3\frac{1}{2+f(x)}dx$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} f(x).f(3-x)=4 \\ f(x)>0, \forall x\in[0;3] \end{cases}\Rightarrow f(3-x)=\frac{4}{f(x)}$.

$I=\int\limits_0^3\frac{1}{2+f(x)}dx$

Đặt $t=3-x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=3; x=3 \Rightarrow t=0$.

Thay vào ta được

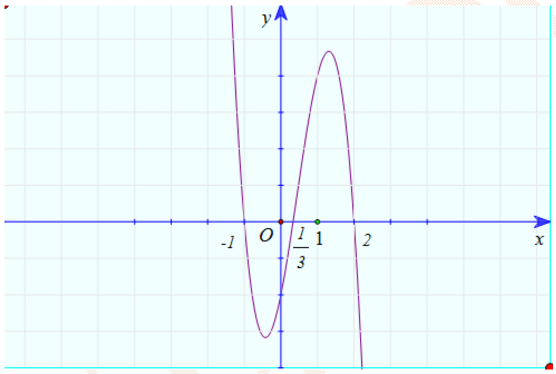
$$I=\int_0^3 \frac{1}{2+f(3-t)}\mathrm{d}t=\int_0^3 \frac{1}{2+f(3-x)}\mathrm{d}x=\int_0^3 \frac{1}{2+\dfrac{4}{f(x)}}\mathrm{d}x=\int_0^3 \frac{f(x)}{2f(x)+4}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^3 \frac{f(x)}{f(x)+2}\mathrm{d}x.$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^3 \frac{f(x)+2-2}{f(x)+2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^3\left(1-\frac{2}{f(x)+2}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\Big|_0^3-\int_0^3 \frac{1}{f(x)+2}\mathrm{d}x=\frac{3}{2}-I$$

$$\Rightarrow I=\frac{3}{2}-I \Rightarrow 2I=\frac{3}{2} \Rightarrow I=\frac{3}{4}.$$

Vậy $I=\dfrac{3}{4}$.

Câu 17: [NB] Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

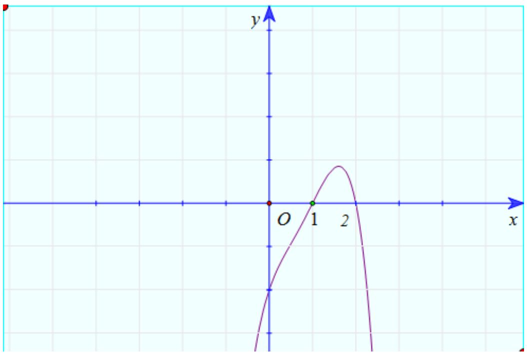
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức

$$\int\limits_{-1}^{2}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 18: [TH] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=(x-1)(2-x)(x^2+1)$ và trục Ox.

A. $\dfrac{11}{20}$. **B.** $\dfrac{1}{20}$. **C.** $\dfrac{19}{20}$. **D.** $\dfrac{117}{20}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox là $\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)=0$.

Phương trình nêu trên có tập nghiệm là $\{1;2\}$ và $f\left(x\right)\geq 0,\ \forall x\in\left[1;2\right]$.

Do đó, diện tích mà ta cần tính là

$$S=\int_1^2\left|\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)\right|\mathrm{d}x=\int_1^2\left[\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{11}{20}.$$

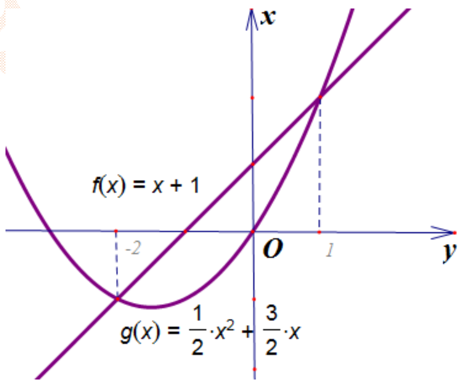
Câu 19. [TH] Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\frac{3}{2}$ **B.** $S=\frac{11}{2}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là

$$\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}=x+1$$
$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1=0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right..$$



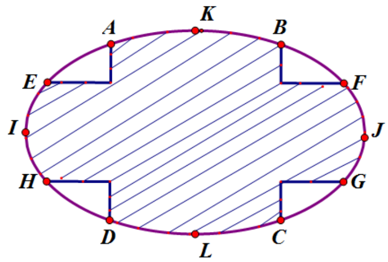
Cách 1. (Dựa vào đồ thị)

Ta có $S=\int_{-2}^{1}\left(x+1-\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left(-\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+1\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{4}+x\right)\Bigg|_{-2}^{1}=\frac{9}{4}$.

Cách 2. (Không vẽ đồ thị)

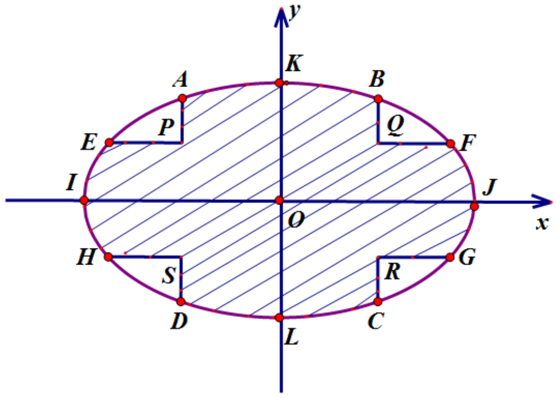
Ta có $S=\left|\int_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}-x-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{4}-x\right)\Bigg|_{-2}^{1}\right|=\left|-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}$.

Câu 20. [VDC] Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I,J,K,L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/m^2, hãy tính số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.
C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Lời giải



Gọi Elip đã cho là (E).

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó (E) có phương trình là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Suy ra

+ Phần phía trên trục Ox của (E) có phương trình là $y=\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}$.

+ Phần phía bên phải trục Oy của (E) có phương trình là $x=\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), AD, BC$ là

$$S_1=4\int_0^{2,5}\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{12}{5}\left(\frac{25\pi}{12}+\frac{25\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\mathrm{m}^2.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), EF, GH$ là

$$S_2=4\int_0^{1,5}\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}\,\mathrm{d}y=\frac{20}{3}\left(\frac{9\pi}{12}+\frac{9\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\mathrm{m}^2.$$

Diện tích phần đất trồng hoa (phần gạch sọc) là

$$S=S_1+S_2-S_{PQRS}=2.\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)-15\,\mathrm{m}^2.$$

Vậy số tiền dùng để trồng hoa là : $S.50000$ đồng, làm tròn đến hàng đơn vị là 2119834 đồng.

Câu 21. **[TH]** Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu (khi $t=0$) có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Lời giải

Ta có $P(t)=\int P'(t)\mathrm{d}t=\int \frac{5000}{1+0,2t}\mathrm{d}t=5000.\frac{1}{0,2}\ln(1+0,2t)+C=25000.\ln(1+0,2t)+C$.

$P(0)=1000 \Leftrightarrow C=1000$.

Vậy biểu thức tính số lượng virut Corona với thời gian t bất kỳ là $P(t)=25000.\ln(1+0,2t)+1000$.

Với $t=3$ giờ ta có $P(3)=25000.\ln(1+0,2.3)+1000\approx 12750,09$.

Vậy số lượng virut khi $t=3$ giờ khoảng 12750 con.

Câu 22. [**TH**] Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi\ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay nêu trên là $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int_1^2 \frac{2}{x}\mathrm{d}x=2\pi\ln x\Big|_1^2=2\pi\ln 2=\pi\ln 4$.

Vậy $a=4$.

Câu 23. [**VD**] Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\frac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Do trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ ta có $\cos x\ge \sin x$ nên thể tích của khối đã nêu là

$$V=\pi\int_a^b \cos^2 x\mathrm{d}x-\pi\int_a^b \sin^2 x\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{2}$$

Trong khoảng $(2;10)$ có 7 số nguyên.

Câu 24. [**NB**] Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

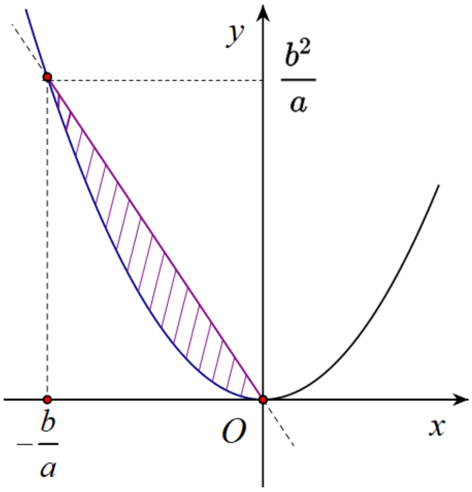
Lời giải

Công thức tính thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox là $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. **[VDC]** Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $A=13$. **B.** $A=19$. **C.** $A=21$. **D.** $A=29$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng đã cho là $ax^2=-bx$.

Do $ax^2=-bx \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\frac{b}{a} \end{array}\right.$ nên các giao điểm là O và $M\left(-\frac{b}{a};\frac{b^2}{a}\right)$

(Tham khảo hình vẽ kèm theo)

Đến đây ta có:

$+\ V_1=\pi\int\limits_{-\frac{b}{a}}^{0}(-bx)^2\,\mathrm{d}x-\pi\int\limits_{-\frac{b}{a}}^{0}\left(ax^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi b^2.\left.\frac{x^3}{3}\right|_{-\frac{b}{a}}^{0}-\pi a^2.\left.\frac{x^5}{5}\right|_{-\frac{b}{a}}^{0}=\frac{2\pi b^5}{15a^3}$ (đơn vị thể tích).

$+\ V_2=\pi\int\limits_{0}^{\frac{b^2}{a}}\left(-\sqrt{\frac{y}{a}}\right)^2\mathrm{d}y-\pi\int\limits_{0}^{\frac{b^2}{a}}\left(-\frac{y}{b}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\left.\frac{y^2}{2a}\right|_{0}^{\frac{b^2}{a}}-\pi\left.\frac{y^3}{3b^2}\right|_{0}^{\frac{b^2}{a}}=\frac{\pi b^4}{6a^3}$ (đơn vị thể tích)

Do vậy $V_1=V_2 \Leftrightarrow \frac{2\pi b^5}{15a^3}=\frac{\pi b^4}{6a^3}\Leftrightarrow b=\frac{5}{4}$.

Câu 26: [TH] Vận tốc (tính bằng $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?

A. $\frac{32}{3}$ m. **B.** $\frac{71}{3}$ m. **C.** $\frac{38}{3}$ m. **D.** $\frac{71}{6}$ m.

Lời giải

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là

$\int\limits_1^5|v(t)|\,\mathrm{d}t=\int\limits_1^5\left|t^3-8t^2+17t-10\right|\mathrm{d}t=\int\limits_1^2\left|t^3-8t^2+17t-10\right|\mathrm{d}t+\int\limits_2^5\left|t^3-8t^2+17t-10\right|\mathrm{d}t$

$=\int\limits_1^2\left(t^3-8t^2+17t-10\right)\mathrm{d}t+\int\limits_2^5-\left(t^3-8t^2+17t-10\right)\mathrm{d}t$

$=\left.\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{17}{2}t^2-10t\right)\right|_1^2-\left.\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{17}{2}t^2-10t\right)\right|_2^5=\frac{71}{6}$ (m).

Câu 27: [NB] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4x^3+1)\mathrm{d}x = x^4 + x + C$.

Xét $F(x) = x^4 + x + C$ với $F(0)=1$ ta tìm được $C=1$, tức $F(x) = x^4 + x + 1$.

Vậy $F(1) = 3$.

Câu 28: [VD] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \dfrac{1}{x-2}$, $f(1) = 2020$, $f(3) = 2021$. Tính $P = f(4) - f(0)$.

A. $P = 4$. **B.** $P = \ln 2$. **C.** $P = \ln 4041$. **D.** $P = 1$.

Lời giải

Ta có $\int f'(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{x-2}\mathrm{d}x = \ln|x-2| + C = \begin{cases} \ln(x-2) + C_1 & khi\ x > 2 \\ \ln(2-x) + C_2 & khi\ x < 2 \end{cases}$.

Theo giả thiết: $f(1) = 2020$, $f(3) = 2021 \Rightarrow \begin{cases} \ln 1 + C_1 = 2021 \\ \ln 1 + C_2 = 2020 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 2021 \\ C_2 = 2020 \end{cases}$.

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln(x-2) + 2021 \text{ khi } x > 2 \\ \ln(2-x) + 2020 \text{ khi } x < 2 \end{cases}$.

Do đó $P = f(4) - f(0) = \ln 2 + 2021 - \ln 2 - 2020 = 1$.

Câu 29. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;-2;5), \vec{b} = (0;2;-1)$. Nếu $\vec{c} = \vec{a} - 4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (1;-2;5)$; $4\vec{b} = (0;8;-4)$.

Vậy tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 4\vec{b} = (1;-10;9)$.

Câu 30. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (5;1;-2)$.

$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{30}$.

Câu 31. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2;-3;4)$, $\vec{v} = (-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 2.(-3) + (-3).(-2) + 4.2 = 8$.

Câu 32. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-7)$, $\overrightarrow{AC}=(0;4;-6)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(16;-6;-4)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ là vectơ pháp tuyến của (ABC), vì thế $\vec{n}=(8;-3;-2)$ cũng là vectơ pháp tuyến của (ABC).

Phương trình của mặt phẳng (ABC) là:

$8(x-1)-3y-2(z-6)=0\Leftrightarrow 8x-3y-2z+4=0$.

Gọi r là bán kính của (S), ta có (S) tiếp xúc với $(ABC)\Leftrightarrow r=d\left(I,(ABC)\right)$.

Vậy $r=\dfrac{\left|8.(2)-3.(2)-2.(-1)+4\right|}{\sqrt{8^2+(-3)^2+(-2)^2}}=\dfrac{16\sqrt{77}}{77}$.

Câu 33. [NB] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Lời giải

Dựa vào phương trình của (S) ta thấy tọa độ tâm $I(-1;2;1)$ và $R=2$.

Câu 34. [NB] Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ nên $AB=\sqrt{24}$.

Vì (S) có tâm B và đi qua điểm A nên bán kính của (S) là $R=AB$.

Do đó (S) có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35. [NB] Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Lời giải

Do (S) có đường kính AB nên nó nhận trung điểm I của AB làm tâm và $\dfrac{AB}{2}$ làm bán kính.

Ta có:

+ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)\Rightarrow AB=6$.

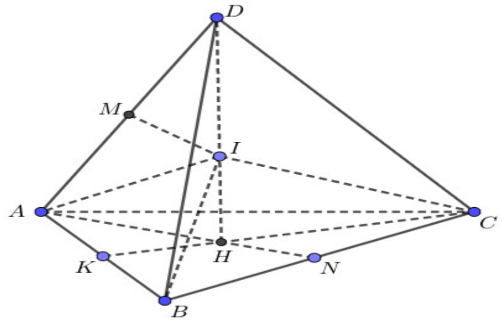
+ $I(0;0;2)$.

Vậy (S) có phương trình là $x^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 36. [TH] Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên DH là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Mặt phẳng trung trực của cạnh AD cắt DH tại I suy ra ID là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
Gọi M là trung điểm cạnh AD ta có $\Delta DMI \backsim \Delta DHA$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DH} = \frac{DI}{DA}.$$

$$\Rightarrow ID = \frac{DA^2}{2DH} = \frac{AD^2}{2.\sqrt{AD^2 - AH^2}} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $A.BCD$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi.ID^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 37. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14$.	**B.** $(x+4)^2 + y^2 + z^2 = 14$.
C. $x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 14$.	**D.** $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 14$.

Lời giải

Gọi $I(a;0;0)$ thuộc trục Ox là tâm của (S).

Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + (-1)^2 = (2-a)^2 + 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow a = 4$.

Suy ra $I(4;0;0)$ và $IA^2 = 14$.

Vậy phương trình của (S) là $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14$.

Câu 38. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.	**B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.	**D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Ta có $d(I,(P)) = \dfrac{|2.1 - 2.(-2) + 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{12}{3} = 4$.

(S) tiếp xúc với $(P) \Leftrightarrow d(I,(P))$ bằng bán kính của (S).

Vậy phương trình của (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

Câu 39. [VDC] Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ $(a>0,\ b>0,\ c>0)$. Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi $V_{A.BCD}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$, $\overrightarrow{AD}=\left(a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$.

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix} b & 0 \\ 0 & c\end{vmatrix};\begin{vmatrix} 0 & -a \\ c & -a\end{vmatrix};\begin{vmatrix} -a & b \\ -a & 0\end{vmatrix}\right)=(bc;ac;ab).$$

Vì diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sqrt{(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Leftrightarrow(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=3.$$

Thể tích của tứ diện $ABCD$ là:

$$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}\left|abc\sqrt{b^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+b^2}\right|$$

$$=\frac{1}{6}\left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki: $(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2$

$$\le[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2](a^2b^2+a^2c^2+a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2+b^2c^2)$$

$$\Leftrightarrow(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le 2[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2]^2$$

$$\Leftrightarrow(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le 2.3^2$$

$$\Leftrightarrow(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le 18$$

$$\Leftrightarrow\left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|\le 3\sqrt{2}$$

$V_{A.BCD}\le\frac{3\sqrt{2}}{6}$ hay $V_{A.BCD}\le\frac{\sqrt{2}}{2}$.

nên $\max V_{A.BCD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Ta có: $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1),\overrightarrow{AD}=\left(\sqrt{2};\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Nên: $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=\left(\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix}\right)=\left(-\sqrt{2};2\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Do đó: $S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{12}=\sqrt{3}$.

Vậy $d(B,(ACD))=\dfrac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta ACD}}=\dfrac{3.\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3);F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $I(m;n;p)$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IE}=(1-m;1-n;3-p);\overrightarrow{IF}=(-m;1-n;-p)$.

$$2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-m)+3m=0\\2(1-n)-3(1-n)=0\\2(3-p)+3p=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\n=1\\p=-6\end{cases}\Rightarrow I(-2;1;-6).$$

Ta có $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|=\left|2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE})-3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF})\right|=\left|\overrightarrow{IM}\right|=MI$.

$\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Khi đó :

$\overrightarrow{MI}=(-2-a;1-b;-6-c)$ cùng phương với vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$; $M\in(P)$

Tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases}a-b=-3\\b-c=7\\a+b+c-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\b=\dfrac{11}{3}\\c=\dfrac{-10}{3}\end{cases}\Rightarrow T=3a+2b+c=6.$

Câu 41. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5),B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm AB thì $M(2;1;2),\overrightarrow{AB}=(2;-2;-6)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến, do đó nó có phương trình là

$2(x-2)-2(y-1)-6(z-2)=0\Leftrightarrow x-y-3z+5=0.$

Câu 42. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P):4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.

C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;1;-1)$.

Vì $(Q)//(P)$ nên $\vec{n}=(4;1;-1)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(-1;2;4)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;1;-1)$ nên nó có phương trình là $4(x+1)+1.(y-2)-1.(z-4)=0 \Leftrightarrow 4x+y-z+6=0$.

Câu 43. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x-3y+z-4=0$ và $(R): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.

<u>C.</u> $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{(Q)}=(1;-3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q).

$\vec{n}_{(R)}=(2;-1;3)$ là một vectơ pháp tuyến của (R).

Vì $(P)\perp(Q)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(Q)}$,

$(P)\perp(R)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(R)}$.

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(Q)},\vec{n}_{(R)}\right]=(-8;-1;5)$ một vectơ pháp tuyến của (P).

(P) đi qua điểm $M(-4;1;2)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(-8;-1;5)$ nên nó có phương trình là $-8(x+4)-(y-1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow -8x-y+5z-41=0 \Leftrightarrow 8x+y-5z+41=0$.

Câu 44. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

<u>A.</u> $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.

C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Lời giải

(S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

Dễ thấy $A\in(S)$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) tại A nên $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P) đi qua $A(1;3;-1)$ nhận $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến nên (P) có phương trình là $2(x-1)+1.(y-3)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-7=0$.

Câu 45. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **<u>D.</u>** $a+b+c=-7$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;-1;5)$, (P) nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do (Q) qua A, B và vuông góc với (P) nên (Q) nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(3;14;4)$ làm vectơ pháp tuyến, tức (Q) có phương trình là $3(x-1)+14y+4(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x+14y+4z+5=0$.

$\Rightarrow a=3, b=-14, c=4$.

Vậy $a+b+c=-7$.

Câu 46. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$.
C. $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Lời giải

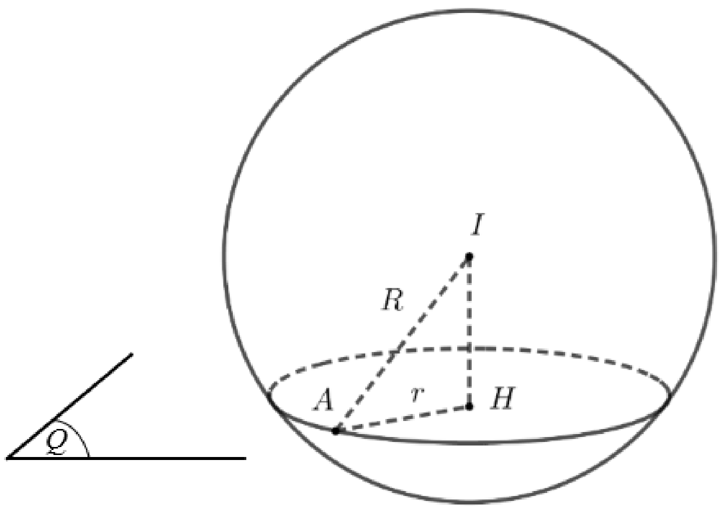
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1), \overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$; Vì $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;6;-6)$ nên một vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Ta có (ABC) qua $A(0;1;2)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến nên (ABC) có phương trình là $1(x-0)+1(y-1)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-z+1=0$.

Câu 47. [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$.
C. $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Lời giải



Vì $(Q)//(P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x-2y+z+D=0$ $(D\neq 17)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-1)$, bán kính $R=5$.

Trên hình vẽ, ta có tam giác ΔIHA vuông tại $H \Rightarrow IH^2+r^2=R^2$

$\Leftrightarrow \left[d(I,(Q))\right]^2+r^2=R^2 \Leftrightarrow d(I,(Q))=\sqrt{R^2-r^2} \Rightarrow d(I,(Q))=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\Rightarrow \dfrac{|2.0-2.2-1+D|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=4 \Leftrightarrow |D-5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D-5=12 \\ D-5=-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=17 \\ D=-7 \end{array}\right.$ (loại $D=17$).

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x-2y+z-7=0$.

Câu 48. [NB] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): y=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ và đi qua gốc tọa độ nên nó trùng với mặt phẳng (Oxz).

Câu 49. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{2}{21}$. **<u>C.</u>** $\frac{1}{21}$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-4=0$

Khi đó: $d(M,(ABC))=\frac{|0+0+3-4|}{\sqrt{4^2+2^2+1^2}}=\frac{1}{21}$.

Câu 50: **[VDC]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **<u>D.</u>** $a+b=\frac{23}{5}$.

Lời giải

Vì $MA=MB$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB.

Ta có (Q) đi qua trung điểm $I(3;1;-1)$ của AB và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$ nên (Q) có phương trình là

$2(x-3)+4(y-1)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-6=0.$

Vì $M\in(P)$ và $M\in(Q)$ nên M thuộc giao tuyến Δ của (P) và (Q).

(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(0;0;1)$, (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-1)$. Khi đó Δ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(-2;1;0)$.

Chọn $N(2;2;0)$ là một điểm chung của (P) và (Q). Δ đi qua N nên có phương trình

$$\begin{cases} x=2-2t \\ y=2+t \\ z=0 \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$$

Vì $M\in\Delta$ nên $M=(2-2t;2+t;0)$. Theo định lý cosin trong tam giác MAB, ta có

$$\cos\widehat{AMB}=\frac{MA^2+MB^2-AB^2}{2MA\cdot MB}=\frac{2MA^2-AB^2}{2MA^2}=1-\frac{AB^2}{2MA^2}.$$

Vì AB không đổi nên từ biểu thức trên ta có $\widehat{AMB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $\cos\widehat{AMB}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MA^2 nhỏ nhất.

Ta có $MA^2=(2t)^2+(t+3)^2=5t^2+6t+9=5\left(t+\frac{3}{5}\right)^2+\frac{36}{5}\geq\frac{36}{5}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t=-\frac{3}{5}$, khi đó $M\left(\frac{16}{5};\frac{7}{5};0\right)$.

Vậy $a+b=\frac{23}{5}$.

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 35 câu TN, 3 câu tự luận)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=x^4+6x^2+3$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 2. **[NB]** Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-3\right)=\log_2 2x$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 3. **[NB]** Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x^2+2$; $y=1-x$; $x=0$; $x=2$ bằng

A. $\left|\int\limits_0^2\left(x^3-3x^2+x+1\right)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\int\limits_0^2\left(x^3-3x^2+x+1\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^2\left(x^3-3x^2-x+3\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^2\left|x^3-3x^2+x+1\right|\mathrm{d}x$.

Câu 4. **[NB]** Cho hai hàm số $y=f(x), y=g(x)$ liên tục trên tập D và $a,b\in D, c\in\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A. $\int\limits_a^b\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b cf(x)\mathrm{d}x=c\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 5. **[NB]** Khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 1. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 6. **[NB]** Cho khối nón có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 2. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Câu 7. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục tung là điểm nào dưới đây?

A. $M_1(0;2;0)$. **B.** $M_2(-1;2;-3)$. **C.** $M_3(1;0;3)$. **D.** $M_4(0;0;3)$.

Câu 8. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-3=0$. Véc tơ nào sau đây **không phải** véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-4;0)$.

Câu 9. **[NB]** Tính tích phân $\int\limits_0^4\dfrac{dx}{\sqrt{2x+1}}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 10. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4=0$. Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-3;0),\ R=\sqrt{14}$. **B.** $I(-1;3;0), R=\sqrt{14}$.

C. $I(1;-3;0), R=\sqrt{10}$. **D.** $I(-1;3;0), R=\sqrt{10}$.

Câu 11. **[NB]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Hiệu số $F(2)-F(1)$ bằng

A. $\int_2^1 F(x)dx$. **B.** $\int_1^2 F(x)dx$. **C.** $\int_2^1 f(x)dx$. **D.** $\int_1^2 f(x)dx$.

Câu 12. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$ và $C(0;0;5)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{5}=1$.

Câu 13. **[NB]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x+3}+C$. **B.** $\frac{2}{3}e^{2x+3}+C$. **C.** $\frac{3}{2}e^{2x+3}+C$. **D.** $\frac{1}{3}e^{2x+3}+C$.

Câu 14. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\,2;\,3), B(-1;\,4;\,1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12$.

Câu 15. **[TH]** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 16. **[TH]** Cho $\log_6 45 = a+\frac{\log_2 5+b}{\log_2 3+c}$ với a,b,c là các số nguyên. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 17. **[TH]** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1): y=2x$ và $(C_2): y=x^2-x+2$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi D quay quanh Ox là

A. $V=\frac{29}{30}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{29}{30}\pi$. **D.** $V=\frac{1}{6}\pi$.

Câu 18. **[TH]** Tích phân $\int_0^{\sqrt{2}} x^3(x^2+1)^5 dx=\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a nguyên dương. Tính giá trị biểu thức $a+b-5$

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Câu 19. **[TH]** Cho khối lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$, đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt đáy (ABC) góc 60^o. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $V=3a^3$. **B.** $V=3a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 20. **[TH]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{\ln x+1}.\ln x}{x}$ là

A. $\frac{x^5}{5}-\frac{x^3}{3}+C$. **B.** $\frac{\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{5}-\frac{\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3}+C$.

C. $-\frac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^5}{5}+\frac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3}+C$. **D.** $\frac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^5}{5}-\frac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3}+C$.

Câu 21. **[TH]** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a$, $AD=a$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ, diện tích toàn phần của hình trụ đó là

A. $6\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Câu 22. **[TH]** Trong không gian cho hai mặt phẳng $(\alpha):(m-1)x+(m-2)y+3z-4=0$ và $(\beta):2x+y+3z-3=0$. Giá trị của m để hai mặt phẳng trên song song là

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 23. **[TH]** Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) nhận $\vec{v}=(1;0;1)$ làm vec tơ chỉ phương và đi qua $E(1;2;-1)$, $F(1;-1;1)$?

A. $3x-2y+3z+2=0$. **B.** $3x-2y+3z-2=0$.

C. $3x+2y+3z-2=0$. **D.** $3x-2y-3z-2=0$.

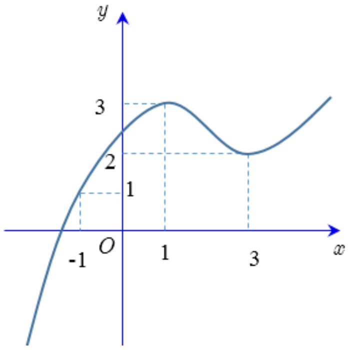
Câu 24. **[TH]** Cho $\vec{u}=(-1;1;0),\vec{v}=(0;-1;0)$. Tính giữa hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $35°$. **B.** $45°$. **C.** $145°$. **D.** $135°$.

Câu 25. **[TH]** Tính $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}\frac{x}{\sin^2 x}dx$.

A. $\pi\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



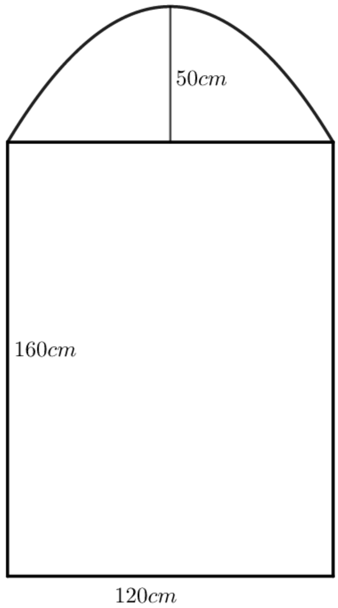
Tìm m để bất phương trình $m+x^2\le f(x)+\frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với $\forall x\in(0;3)$

A. $m<f(0)$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m\le f(3)$. **D.** $m<f(1)-\frac{2}{3}$.

Câu 27. **[TH]** Bất phương trình $\frac{4^x-3.2^{x+1}+8}{2^{x+1}-1}\ge 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 28. **[VD]** Người ta muốn sơn một bức tường được tạo thành từ 20 bức tường nhỏ có số đo và hình dạng như hình vẽ bên dưới. Biết mỗi 1 lít sơn được $5\,m^2$ tường và phần tường phía trên là phần trong của 1 Parabol. Lượng sơn cần dùng gần với giá trị nào dưới đây



A. $16{,}12$. **B.** $16{,}9$. **C.** $11{,}12$. **D.** $12{,}16$.

Câu 29. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. E,F lần lượt là trung điểm của SB, SD. M là điểm nằm trên SC sao cho $3SM = 2MC$. Tính tỉ lệ diện tích 2 khối đa diện: $SAEMF$ trên $ABCDFME$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Câu 30. [VD] Cho hàm số $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right).e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(-x^2+9x-1\right).e^{-x}$. Tính $P=a-b+c^2$.

A. 0. **B.** -28. **C.** 30. **D.** 44.

Câu 31. [VD] Cho $d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\ y=3+2t\\ z=-2+6t\end{cases}$ và $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1, song song với d_2 và khoảng cách từ d_2 tới (P) là lớn nhất.

A. $-x+2y+2z+5=0$. **B.** $x-2y-9=0$.

C. $x-2y-2z+5=0$. **D.** $x-2y+9=0$.

Câu 32. [VDC] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;2)$, $B(-3;2;0)$, $C(1;-2;4)$ và mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $T=MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ là

A. 0. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 33. [VDC] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x\left(x^2-1\right)\sqrt{x^2+3}$. Giả sử a,b là hai số thực thay đổi sao cho $a<b\le 1$. Giá trị nhỏ nhất của $f(a)-f(b)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}-64}{15}$. **B.** $\frac{33\sqrt{3}-64}{15}$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $-\frac{11\sqrt{3}}{5}$.

Câu 34. [VD] Cho $y=\left|x^4-2x^3+x^2+m\right|$. Có bao nhiêu số nguyên m sao cho $\max\limits_{[-1;2]} y\le 100$.

A. 197. **B.** 196. **C.** 200. **D.** 201.

Câu 35. **[VD]** Cho $y=f\left(x\right)>0$ xác định, có đạo hàm trên đoạn $\left[0;1\right]$ và thỏa mãn $g\left(x\right)=1+2018\int\limits_0^x f\left(t\right)\mathrm{d}t$, $g\left(x\right)=f^2\left(x\right)$. Tính $\int\limits_0^1 \sqrt{g\left(x\right)}\mathrm{d}x$

A. $\frac{1011}{2}$. **B.** $\frac{1009}{2}$. **C.** $\frac{2019}{2}$. **D.** 505.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. a) Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{x}{x^2+1}$.

b) Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\pi}\left(3x+2\right)\cos^2 x\,\mathrm{d}x$.

Câu 2. **a) [TH]** Trong không gian , viết phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ đi qua bốn điểm $O, A\left(1;0;0\right), B\left(0;-2;0\right)$ và $C\left(0;0;3\right)$.

b) [VD] Viết phương trình mặt cầu có tâm $I\left(1;2;3\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right): x+2y-2z-2=0$?

Câu 3. **[VD]** Tìm m để hàm số $y=2x^3-4x^2+3\left(m+1\right)x-m$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1=3x_2$.

BẢNG ĐÁP ÁN TN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	D	D	D	A	C	A	A	B	A	D	D	A	C	D	D	C	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	D	A	C	D	D	D	B	C	D	B	D	D	D	B	A	A	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=x^4+6x^2+3$. **D.** $y=2x+1$.

Lời giải

Ta có hàm số $y=2x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. **[NB]** Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-3\right)=\log_2 2x$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\log_2\left(x^2-3\right)=\log_2 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3=2x \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x=3$.

Câu 3. **[NB]** Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x^2+2$; $y=1-x$; $x=0$; $x=2$ bằng

A. $\left|\int\limits_0^2\left(x^3-3x^2+x+1\right)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\int\limits_0^2\left(x^3-3x^2+x+1\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^2\left(x^3-3x^2-x+3\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^2\left|x^3-3x^2+x+1\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng (H) bằng $\int\limits_0^2\left|x^3-3x^2+x+1\right|\mathrm{d}x$.

Câu 4. **[NB]** Cho hai hàm số $y=f(x), y=g(x)$ liên tục trên tập D và $a,b\in D, c\in\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A. $\int\limits_a^b\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b cf(x)\mathrm{d}x=c\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$ sai nếu c không thuộc tập xác định của hàm số $y=f(x)$.

Câu 5. **[NB]** Khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 1. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{4}{3}$.

Câu 6. **[NB]** Cho khối nón có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 2. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Lời giải

FB tác giả: Tuân Mã

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.3=4\pi$.

Câu 7. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục tung là điểm nào dưới đây?

A. $M_1(0;2;0)$. **B.** $M_2(-1;2;-3)$. **C.** $M_3(1;0;3)$. **D.** $M_4(0;0;3)$.

Lời giải

Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục tung thì $M_1(0;2;0)$.

Câu 8. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-3=0$. Véc tơ nào sau đây **không phải** véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-4;0)$.

Lời giải

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra $\overrightarrow{n_2}, \overrightarrow{n_3}, \overrightarrow{n_4}$ là véc tơ pháp tuyến của (P).

Câu 9. **[NB]** Tính tích phân $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{2}\int_0^4 (2x+1)^{-\frac{1}{2}}d(2x+1)=\sqrt{2x+1}\,\Big|_0^4=2$.

Câu 10. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4=0$. Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-3;0)$, $R=\sqrt{14}$. **B.** $I(-1;3;0), R=\sqrt{14}$.

C. $I(1;-3;0), R=\sqrt{10}$. **D.** $I(-1;3;0), R=\sqrt{10}$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-3)^2+4}=\sqrt{14}$.

Câu 11. **[NB]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Hiệu số $F(2)-F(1)$ bằng

A. $\int_2^1 F(x)dx$. **B.** $\int_1^2 F(x)dx$. **C.** $\int_2^1 f(x)dx$. **D.** $\int_1^2 f(x)dx$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 f(x)dx = F(x)\Big|_1^2 = F(2) - F(1)$.

Câu 12. [NB] Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$ và $C(0;0;5)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{5}=1$.

Lời giải

Áp dụng phương trình của mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{5}=1$.

Câu 13. [NB] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x+3}+C$. **B.** $\frac{2}{3}e^{2x+3}+C$. **C.** $\frac{3}{2}e^{2x+3}+C$. **D.** $\frac{1}{3}e^{2x+3}+C$.

Lời giải

Vì $\int e^x dx = e^x + C$ nên theo hệ quả ta có: $\int e^{2x+3}dx = \frac{1}{2}e^{2x+3}+C$.

Câu 14. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\,2;\,3)$, $B(-1;\,4;\,1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12$.

Lời giải

Ta có $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-1-1)^2+(4-2)^2+(1-3)^2} = 2\sqrt{3}.$

Gọi I là trung điểm của AB khi đó $I(0;\,3;\,2)$.

Bán kính $R=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3$.

Câu 15. [TH] Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định: $D=[-4;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Tại $x=0$, ta có: $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}$

và $\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}$.

Suy ra $x=0$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Tại $x=-1$, ta có: $\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ (hoặc $\lim_{x\to(-1)^-}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$).

Suy ra đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 16. **[TH]** Cho $\log_6 45 = a + \dfrac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$ với a,b,c là các số nguyên. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\log_6 45 = \dfrac{\log_2 45}{\log_2 6} = \dfrac{\log_2 5 + 2\log_2 3}{\log_2 3 + 1} = \dfrac{2(\log_2 3 + 1) + \log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1} = 2 + \dfrac{\log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1}$.

Suy ra $a = 2; b = -2; c = 1$.

Vậy $a+b+c = 1$.

Câu 17. **[TH]** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1): y = 2x$ và $(C_2): y = x^2 - x + 2$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi D quay quanh Ox là

A. $V = \dfrac{29}{30}$. **B.** $V = \dfrac{1}{6}$. **C.** $V = \dfrac{29}{30}\pi$. **D.** $V = \dfrac{1}{6}\pi$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là nghiệm của phương trình:

$$2x = x^2 - x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right..$$

Trong khoảng $(1;2)$, hai hàm số cùng dương nên thể tích khối tròn xoay sinh bởi D quay quanh Ox là $V = \pi.\int\limits_1^2 \left|(x^2 - x + 2)^2 - (2x)^2\right| \mathrm{dx} = \dfrac{29}{30}\pi$.

Câu 18. **[TH]** Tích phân $\int\limits_0^{\sqrt{2}} x^3(x^2+1)^5 \mathrm{dx} = \dfrac{a}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a nguyên dương. Tính giá trị biểu thức $a+b-5$

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Đặt $x^2 + 1 = t$ suy ra : $\mathrm{dt} = 2x.\mathrm{dx} \Rightarrow x.\mathrm{dx} = \dfrac{1}{2}\mathrm{dt}$

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 & \to t = 1 \\ x = \sqrt{2} & \to t = 3 \end{cases}$.

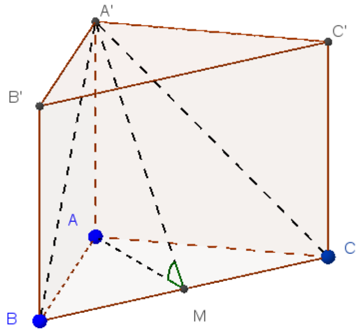
Suy ra $I = \int\limits_1^3 (t-1).t^5.\dfrac{1}{2}.\mathrm{dt} = \dfrac{1}{2}.\int\limits_1^3 (t^6 - t^5)\mathrm{dt} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{t^7}{7} - \dfrac{t^6}{6}\right)\Bigg|_1^3 = \dfrac{2005}{21}$.

Vậy $a = 2005, b = 21 \Rightarrow a + b - 5 = 2021$.

Câu 19. **[TH]** Cho khối lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$, đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt đáy (ABC) góc 60^o. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $V = 3a^3$. **B.** $V = 3a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải



Tam giác ABC đều nên diện tích đáy là

$S_đ = S_{ABC} = AB^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm BC thì $BC \perp (A'AM)$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'MA} = 60^o$. Suy ra $\dfrac{AA'}{AM} = \tan 60^o = \sqrt{3} \Rightarrow h = A'A = AM.\sqrt{3} = 3a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S_đ.h = 3a^3\sqrt{3}$.

Câu 20. **[TH]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{\ln x+1}.\ln x}{x}$ là

A. $\dfrac{x^5}{5} - \dfrac{x^3}{3} + C$.
B. $\dfrac{\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{5} - \dfrac{\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3} + C$.
C. $-\dfrac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^5}{5} + \dfrac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3} + C$.
D. $\dfrac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^5}{5} - \dfrac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3} + C$.

Lời giải

Tính $\displaystyle\int \dfrac{\sqrt{\ln x+1}.\ln x}{x}dx$.

Đặt $t = \sqrt{\ln x+1} \Rightarrow t^2 = \ln x+1 \Rightarrow 2tdt = \dfrac{1}{x}dx$.

Khi đó: $\displaystyle\int \dfrac{\sqrt{\ln x+1}.\ln x}{x}dx = 2\int t\left(t^2-1\right)tdt = 2\int\left(t^4-t^2\right)dt$

$= \dfrac{2t^5}{5} - \dfrac{2t^3}{3} + C = \dfrac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^5}{5} - \dfrac{2\left(\sqrt{\ln x+1}\right)^3}{3} + C$.

Câu 21. **[TH]** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = a$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ, diện tích toàn phần của hình trụ đó là

A. $6\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Lời giải

Hình trụ tạo thành có chiều cao $h = AB = 2a$, bán kính đáy $r = AD = a$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi a^2 + 4\pi a^2 = 6\pi a^2$.

Câu 22. **[TH]** Trong không gian cho hai mặt phẳng $(\alpha): (m-1)x + (m-2)y + 3z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x + y + 3z - 3 = 0$. Giá trị của m để hai mặt phẳng trên song song là

A. $m = 2$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Hai mặt phẳng trên song song khi $\dfrac{m-1}{2} = \dfrac{m-2}{1} = \dfrac{3}{3} \neq \dfrac{-4}{3} \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 23. **[TH]** Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) nhận $\vec{v} = (1;0;1)$ làm vec tơ chỉ phương và đi qua $E(1;2;-1)$, $F(1;-1;1)$?

A. $3x - 2y + 3z + 2 = 0$.
B. $3x - 2y + 3z - 2 = 0$.
C. $3x + 2y + 3z - 2 = 0$.
D. $3x - 2y - 3z - 2 = 0$.

Lời giải

(P) đi qua $E(1;2;-1)$, $F(1;-1;1)$ nên nhận $\overrightarrow{EF}=(0;-3;2)$ làm một vec tơ chỉ phương.

Khi đó (P) nhận $\vec{u}=\left[\vec{v},\overrightarrow{EF}\right]=(3;-2;-3)$ làm vec tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) qua $E(1;2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(3;-2;-3)$ làm vec tơ pháp tuyến là:

$3(x-1)-2(y-2)-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-3z-2=0$.

Câu 24. **[TH]** Cho $\vec{u}=(-1;1;0), \vec{v}=(0;-1;0)$. Tính giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $35°$. **B.** $45°$. **C.** $145°$. **<u>D.</u>** $135°$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=-1.0+1.(-1)+0.0=-1$ và $|\vec{u}|.|\vec{v}|=\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}.\sqrt{0^2+(-1)^2+0^2}=\sqrt{2}$.

Khi đó: $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\vec{u},\vec{v}\right)=135^0$.

Câu 25. **[TH]** Tính $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \dfrac{x}{\sin^2 x}dx$.

A. $\pi\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$. **<u>D.</u>** $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

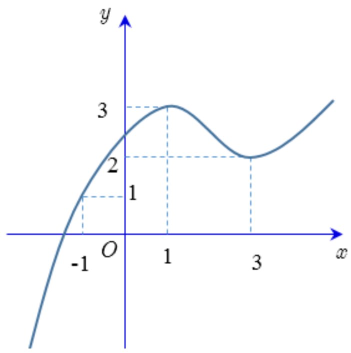
Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\dfrac{dx}{\sin^2 x} \end{cases}$. Suy ra $du=dx$, chọn $v=-\cot x$.

Khi đó

$$I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{x}{\sin^2 x}dx=-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cot x dx=-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1}{\sin x}d(\sin x)$$

$$=\left(-x\cot x+\ln|\sin x|\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}=\frac{\pi\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 26. **[VD]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để bất phương trình $m+x^2 \le f(x)+\dfrac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với $\forall x \in (0;3)$

A. $m<f(0)$. **<u>B.</u>** $m \le f(0)$. **C.** $m \le f(3)$. **D.** $m<f(1)-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $m+x^2 \le f(x)+\frac{1}{3}x^3 \Leftrightarrow m \le f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2$

Đặt $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2$.

Ta có $g'(x)=f'(x)+x^2-2x$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+x^2-2x=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x^2+2x$.

Lại có $\forall x\in(0;3) \Rightarrow f'(x)>1; -3<-x^2+2x\le 1 \Rightarrow f'(x)>-x^2+2x$. Khi đó ta có BBT của $y=g(x)$ như sau

x	0		3
y'		$+$	
y	$f(0)$	$\nearrow$	$f(3)-3$

Từ BBT ta có được $m\le f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2\ \forall x\in(0;3) \Leftrightarrow m\le f(0)$.

Câu 27. **[TH]** Bất phương trình $\frac{4^x-3.2^{x+1}+8}{2^{x+1}-1}\ge 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 2. **B.** -1. **<u>C.</u>** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\frac{4^x-3.2^{x+1}+8}{2^{x+1}-1}\ge 0 \Leftrightarrow \frac{(2^x)^2-6.2^x+8}{2.2^x-1}\ge 0$. Đặt $2^x=t\ ,(t>0)$

Lập bảng xét dấu của $f(t)=\frac{t^2-6t+8}{2t-1}$,

t	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		4		$+\infty$
$f(t)$		$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$+$	

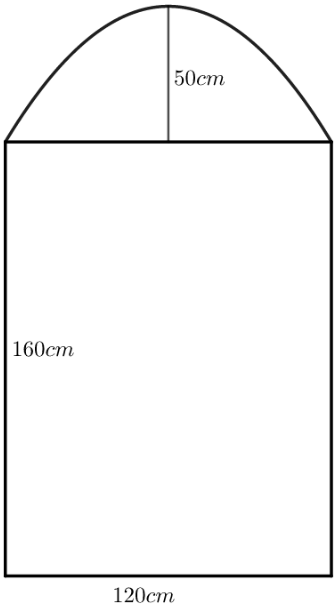
Từ bảng xét dấu ta có: $f(t)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}<t\le 2\\ 4\le t\end{array}\right.$

Nên $\frac{(2^x)^2-6.2^x+8}{2.2^x-1}\ge 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x\ge 4\\ \frac{1}{2}<2^x\le 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ -1<x\le 1\end{array}\right.$.

Vậy bất phương trình không có nghiệm nguyên âm.

Câu 28. **[VD]** Người ta muốn sơn một bức tường được tạo thành từ 20 bức tường nhỏ có số đo và hình dạng như hình vẽ bên dưới. Biết mỗi 1 lít sơn được $5\,m^2$ tường và phần tường phía trên là phần trong của 1 Parabol. Lượng sơn cần dùng gần với giá trị nào dưới đây

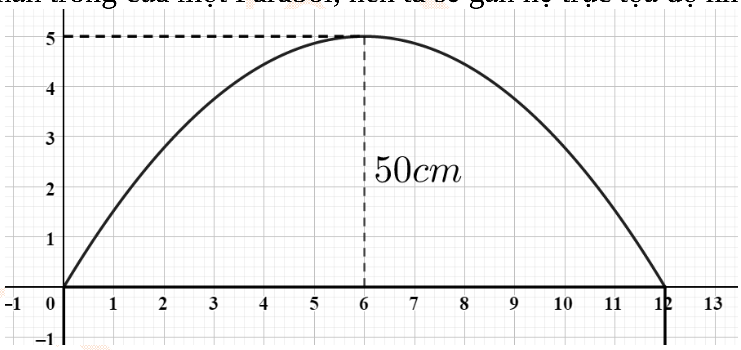


A. $16,12$. **B.** $16,9$. **C.** $11,12$. **<u>D.</u>** $12,16$.

Lời giải

Bức trường con gồm hai phần, một phần là hình chữ nhật có diện tích là $S_1 = 1,6.(1,2) = 1,92\,\text{m}^2$

Phần phía trên là phần trong của một Parabol, nên ta sẽ gắn hệ trục tọa độ như sau:



Từ đó ta có phương trình đường cong là: $y = \frac{-5}{36}x^2 + \frac{5}{3}x$.

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có:

$$S_2 = \int_0^{1,2}\left(\frac{-5}{36}x^2 + \frac{5}{3}x\right)dx = \left(\frac{-5}{108}x^3 + \frac{5}{6}x^2\right)\Bigg|_0^{1,2} = 1,12\,m^2$$

Suy ra diện tích 1 bức tường con là: $S = S_1 + S_2 = 3,04\,m^2$.

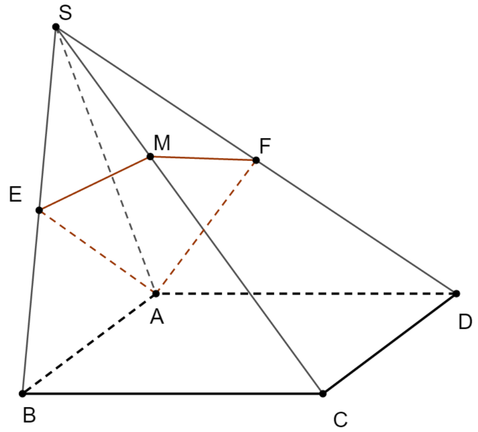
Suy ra diện tích cả bức tường to là: $S_{tp} = 20.(3,04) = 60,8\,m^2$

Suy ra thể tích sơn cần dùng là: $V = \frac{S_{tp}}{5} = 12,16\,l$.

Câu 29. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. E, F lần lượt là trung điểm của SB, SD. M là điểm nằm trên SC sao cho $3SM = 2MC$. Tính tỉ lệ diện tích 2 khối đa diện: $SAEMF$ trên $ABCDFME$.

A. $\frac{1}{3}$. **<u>B.</u>** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải



Từ giả thiết $3SM = 2MC$ ta suy ra: $\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{2}{5}$

Khi đó: $\dfrac{V_{S.AEM}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SE}{SB}.\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{1}{5}$ và $\dfrac{V_{S.AFM}}{V_{S.ADC}}=\dfrac{SF}{SD}.\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{1}{5}$

Mà $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ADC}\Rightarrow V_{S.ABC}=V_{S.ADC}$

Suy ra $\dfrac{V_{SAEMF}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow\dfrac{V_{SAEMF}}{V_{ABCDFME}}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 30. **[VD]** Cho hàm số $F(x)=(ax^2+bx+c).e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(-x^2+9x-1).e^{-x}$. Tính $P=a-b+c^2$.

A. 0. **B.** -28 . **C.** 30. **D.** 44 .

Lời giải

$F(x)=(ax^2+bx+c).e^{-x}\Rightarrow F'(x)=(2ax+b).e^{-x}-(ax^2+bx+c).e^{-x}=\left[-ax^2+(2a-b)x+b-c\right].e^{-x}$

$F'(x)=f(x)\Leftrightarrow\left[-ax^2+(2a-b)x+b-c\right].e^{-x}=(-x^2+9x-1).e^{-x}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-7\\c=-6\end{cases}$

Vậy $P=a-b+c^2=1+7+(-6)^2=44$.

Câu 31. **[VD]** Cho $d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=3+2t\\z=-2+6t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 , song song với d_2 và khoảng cách từ d_2 tới (P) là lớn nhất.

A. $-x+2y+2z+5=0$. **B.** $x-2y-9=0$.

C. $x-2y-2z+5=0$. **D.** $x-2y+9=0$.

Lời giải

Ta có $A(-3;3;-2)\in d_1\Rightarrow A\in(P)$

Vec tơ chỉ phương của d_1 là $\overrightarrow{u_1}=(4;2;6)$, vec tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}=(2;1;3)$, $A\notin d_2$ nên $d_1\,//\,d_2$

Gọi H là hình chiếu của A trên d_2. Do $(P)//d_2$ nên khoảng cách giữa d_2 và (P) là khoảng cách giữa H và (P)

Giả sử I là hình chiếu của H trên (P) ta có $AH\ge AI$ nên HI lớn nhất khi $A\equiv I$

Vậy mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng qua A và nhận $\overrightarrow{AH}$ làm vec tơ pháp tuyến

$H \in d_2 \Rightarrow H(1+2t;t;1+3t)$ vì H là hình chiếu của A trên d_2 nên

$AH \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}=0 \Rightarrow 2.(2t+4)+t-3+3.(3t+3)=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow H(-1;-1;-2), \overrightarrow{AH}=(2;-4;0)$

Vậy (P): $2.(x+3)-4(y-3)=0 \Leftrightarrow x-2y+9=0$.

Câu 32. **[VDC]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;2)$, $B(-3;2;0)$, $C(1;-2;4)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $T=MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ là

A. 0. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 1. **<u>D.</u>** 2.

Lời giải

Gọi I là trung điểm AC và J là trung điểm BI. Suy ra $I(1;-1;3)$ và $J\left(-1;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Khi đó $T = MA^2+2MB^2+MC^2 = 2MB^2+2MI^2+\frac{1}{2}AC^2 = 4MJ^2+BI^2+\frac{1}{2}AC^2$.

Do đó T nhỏ nhất khi MJ ngắn nhất. Suy ra M là hình chiếu của J trên mặt phẳng (P).

Đường thẳng JM đi qua J và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là $\begin{cases} x=-1+t \\ y=\frac{1}{2}+t \\ z=\frac{3}{2}-t \end{cases}$.

Tọa độ điểm M tương ứng với x,y,z là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ x=-1+t \\ y=\frac{1}{2}+t \\ z=\frac{3}{2}-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=0 \\ y=\frac{3}{2} \\ z=\frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy $M\left(0;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right) \Rightarrow a+b+c=2$

Câu 33. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x(x^2-1)\sqrt{x^2+3}$. Giả sử a,b là hai số thực thay đổi sao cho $a<b\le 1$. Giá trị nhỏ nhất của $f(a)-f(b)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}-64}{15}$. **<u>B.</u>** $\frac{33\sqrt{3}-64}{15}$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $-\frac{11\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Ta có: $y'=f'(x) = x(x^2-1)\sqrt{x^2+3}$ suy ra $y=f(x)=\int x(x^2-1)\sqrt{x^2+3}\mathrm{d}x$

Đặt $t=\sqrt{x^2+3} \Rightarrow t^2-3=x^2 \Rightarrow x\mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

Suy ra

$\int x(x^2-1)\sqrt{x^2+3}\mathrm{d}x=\int(t^2-4)t^2\mathrm{d}t=\int(t^4-4t^2)\mathrm{d}t=\frac{t^5}{5}-\frac{4}{3}t^3+C$, với C là hằng số.

Từ đó: $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2+3\right)^2\sqrt{x^2+3}}{5}-\dfrac{4\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+3}}{3}+C$

Mặt khác $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x\left(x^2-1\right)\sqrt{x^2+3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$ ↘		f(-1)	↗	f(0)	↘	f(1)	↗	$+\infty$

Dựa và bảng biến thiên, ta có nhận xét:

Trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ hàm nghịch biến, do đó với $a<b<-1\Rightarrow f\left(a\right)>f\left(b\right)$ nên $f\left(a\right)-f\left(b\right)>0$.

Trên đoạn $\left[-1;1\right]$, để $f\left(a\right)-f\left(b\right)$ đạt GTNN thì $f\left(a\right)$ đạt GTNN và $f\left(b\right)$ đạt GTLN.

Do đó $\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}$, vì $a<b\le1$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $f\left(a\right)-f\left(b\right)=f\left(-1\right)-f\left(0\right)$.

Vậy $f\left(-1\right)-f\left(0\right)=\left(\dfrac{16.2}{5}-\dfrac{16.2}{3}\right)-\left(\dfrac{9\sqrt{3}}{5}-\dfrac{12\sqrt{3}}{3}\right)=\dfrac{33\sqrt{3}-64}{15}$

Câu 34. **[VD]** Cho $y=\left|x^4-2x^3+x^2+m\right|$. Có bao nhiêu số nguyên m sao cho $\max\limits_{[-1;2]}y\le100$.

A. 197. **B.** 196. **C.** 200. **D.** 201.

Lời giải

Xét $g\left(x\right)=x^4-2x^3+x^2+m$ trên $\left[-1;2\right]$

$g'\left(x\right)=4x^3-6x^2+2x$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow4x^3-6x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$M=\max\limits_{[-1;2]}g\left(x\right)=\max\left\{g\left(-1\right);g\left(2\right);g\left(0\right);g\left(1\right);g\left(\frac{1}{2}\right)\right\}$$

$$=\max\left\{m+4;m+4;m;m;m+\frac{1}{16}\right\}=m+4$$

$\min\limits_{[-1;2]}g\left(x\right)=m$

Suy ra $\max\limits_{[-1;2]}y=\max\left\{\left|m+4;\left|m\right|\right|\right\}\le100$

Trường hợp 1: $|m+4| \le |m| \le 100 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 \ge (m+4)^2 \\ -100 \le m \le 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -2 \\ -100 \le m \le 100 \end{cases} \Leftrightarrow -100 \le m \le -2$

Trường hợp 2: $|m| \le |m+4| \le 100 \Leftrightarrow \begin{cases} (m+4)^2 \ge m^2 \\ -100 \le m+4 \le 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -2 \\ -104 \le m \le 96 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le 96$

Vậy $m \in \{-100;96\}$ nên có 197 giá trị của m.

Câu 35. **[VD]** Cho $y = f(x) > 0$ xác định, có đạo hàm trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $g(x) = 1 + 2018\int\limits_0^x f(t)\mathrm{d}t$, $g(x) = f^2(x)$. Tính $\int\limits_0^1 \sqrt{g(x)}\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{1011}{2}$. **B.** $\dfrac{1009}{2}$. **C.** $\dfrac{2019}{2}$. **D.** 505.

Lời giải

Ta có $g(x) = 1 + 2018\int\limits_0^x f(t)dt \Rightarrow g'(x) = 2018f(x) = 2018\sqrt{g(x)}$.

Suy ra $\dfrac{g'(x)}{\sqrt{g(x)}} = 2018 \Rightarrow \int\limits_0^t \dfrac{g'(x)}{\sqrt{g(x)}}dx = 2018\int\limits_0^t dx \Rightarrow \left(2\sqrt{g(x)}\right)\Big|_0^t = 2018x\Big|_0^t$.

Vì $g(0) = 1$ nên $2\left(\sqrt{g(t)} - 1\right) = 2018t$

$\Rightarrow \sqrt{g(t)} = 1009t + 1 \Rightarrow \int\limits_0^1 \sqrt{g(t)}dt = \left(\dfrac{1009}{2}t^2 + t\right)\Big|_0^1 = \dfrac{1011}{2}$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. **a)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2x\mathrm{d}x \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}t}{2} = x\mathrm{d}x$.

Khi đó $\int \dfrac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int \dfrac{\mathrm{d}t}{t} = \dfrac{\ln|t|}{2} + C = \dfrac{\ln(x^2+1)}{2} + C$.

b) Tính tích phân $I = \int\limits_0^{\pi} (3x+2)\cos^2 x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

$I = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\pi}(3x+2)(1+\cos 2x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\left[\int\limits_0^{\pi}(3x+2)\mathrm{d}x + \int\limits_0^{\pi}(3x+2)\cos 2x\,\mathrm{d}x\right] = \dfrac{1}{2}(I_1 + I_2)$.

$I_2 = \int\limits_0^{\pi}(3x+2)\cos 2x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = 3x+2 \\ \mathrm{d}v = \cos 2x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 3\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{1}{2}\sin 2x \end{cases}$.

Khi đó $I_2 = \frac{1}{2}(3x+2)\sin 2x\Big|_0^{\pi} - \frac{3}{2}\int_0^{\pi} \sin 2x\,dx = 0 + \frac{3}{4}(\cos 2x)\Big|_0^{\pi} = 0$.

$I_1 = \int_0^{\pi}(3x+2)\,dx = \left(\frac{3}{2}x^2 + 2x\right)\Big|_0^{\pi} = \frac{3}{2}\pi^2 + 2\pi$.

Vậy $I = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\pi^2 + 2\pi\right) = \frac{3}{4}\pi^2 + \pi$.

Câu 2. a) [TH] Trong không gian , viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$.

Lời giải

Giả sử phương trình mặt cầu có dạng

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0\left(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0\right)$

Vì mặt cầu (S) đi qua $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ nên thay tọa độ bốn điểm lần lượt vào phương trình ta được

$$\begin{cases} d = 0 \\ 1 - 2a + d = 0 \\ 4 + 4b + d = 0 \\ 9 - 6c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 3z = 0.$$

Câu 2. b) [VD] Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$?

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = d(I,(P)) = \frac{|1+4-6-2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 1$.

Do đó phương trình phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 3. [VD] Tìm m để hàm số $y = 2x^3 - 4x^2 + 3(m+1)x - m$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1 = 3x_2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 6x^2 - 8x + 3(m+1)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 8x + 3(m+1) = 0\ (*)$

Phương trình $(*)$ có $\Delta' = -18m - 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow -18m - 2 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{9}$.

Do hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 nên x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

Theo Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{4}{3} \\ x_1 x_2 = \dfrac{m+1}{2} \end{cases}$ (1).

Theo giả thiết: $x_1 = 3x_2$ (2).

Thế (2) vào (1) ta được: $\begin{cases} 4x_2 = \dfrac{4}{3} \\ 3x_2^2 = \dfrac{m+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \dfrac{1}{3} \\ x_2^2 = \dfrac{m+1}{6} \end{cases}$. Do đó $\dfrac{m+1}{6} = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{3}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = -\dfrac{1}{3}$ là giá trị cần tìm.

ĐỀ SỐ 6 — **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Tìm $F(x)=\int (2x+1)^{100}\,dx$

A. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{100}}{200}+C.$ **B.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{101}}{101}+C.$

C. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{101}}{202}+C.$ **D.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{101}}{102}+C.$

Câu 2. **[NB]** Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thoả mãn $\int f(x)dx=\ln|x+3|+C$?

A. $f(x)=(x+3)\ln(x+3)-x$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{x+3}$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$. **D.** $f(x)=\ln(\ln(x+3))$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $f(x)=2^x+x+1$. Tìm $\int f(x)dx$.

A. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{x+1}2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$. **B.** $\int f(x)dx=2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{\ln 2}2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=2^x+x^2+x+C$.

Câu 4. **[NB]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$

A. $-3\cos 3x+C$. **B.** $3\cos 3x+C$. **C.** $\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 5 . [TH] Cho các số thực $a;b;c$ thỏa mãn $\int (2x-3e^x)dx=ax^2+b.e^x+c$. Khi đó $3a+b$ bằng ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6 . [TH] $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$ thỏa mãn $F(3)=0$ .Tính $F(4)$?

A. $F(4)=1+\ln 8$. **B.** $F(4)=1+\ln 4$. **C.** $F(4)=1+\ln 6$. **D.** $F(4)=1+\ln 2$.

Câu 7 . [NB] Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int [f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

B. $\int 3f(x)dx=3\int f(x)dx$.

C. $\int f'(x)dx=f(x)+C$.

D. $\int [f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

Câu 8 . [NB] Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

(I) $\int (x+1)^2dx=\dfrac{1}{3}(x+1)^3+C$

(II) $\int 3f(x)dx=3+\int f(x)dx$

(III) $\int \ln x dx=\dfrac{1}{x}+C$

(IV) $\int \sin x dx = cosx + C$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9. **[TH]** Tìm hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + e^x$ biết $F(0) = 2021$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2020$. **B.** $F(x) = x^2 + e^x - 2020$.

C. $F(x) = x^2 + e^x - 2022$. **D.** $F(x) = x^2 + e^x + 2022$.

Câu 10. **[TH]** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$ là

A. $F(x) = 2x + \sin 2x + C$. **B.** $F(x) = 2x - \sin 2x + C$.

C. $F(x) = 2x + 2\sin 2x + C$. **D.** $F(x) = 2x - 2\sin 2x + C$.

Câu 11. **[Mức độ]** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^{2021}$ là

A. $F(x) = \dfrac{(2x+1)^{2022}}{2022} + C$. **B.** $F(x) = 2(2x+1)^{2022} + C$.

C. $F(x) = \dfrac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$. **D.** $F(x) = (2x+1)^{2020} + C$.

Câu 12. **[TH]** Tìm các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x}{1 + 3\cos x}$.

A. $\int f(x)dx = \ln|1 + 3\cos x| + C$. **B.** $\int f(x)dx = \dfrac{\ln|1 + 3\cos x|}{3} + C$.

C. $\int f(x)dx = 3\ln|1 + 3\cos x| + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\dfrac{\ln|1 + 3\cos x|}{3} + C$.

Câu 13. **[NB]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) + F(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = -F(a) - F(b)$.

Câu 14. **[NB]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. **B.** $\int_a^a f(x)dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 15. **[NB]** Cho các số thực a, b $(a < b)$. Nếu hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. **B.** $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 16. **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^{3} f'(x)dx$.

A. $I=-4$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=4$.

Câu 17. **[NB]** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(3)=5;\ f(1)=-1$. Giá trị của tích phân $I=\int_1^3\left(f'(x)+2\right)dx$ bằng:

A. 6. **B.** 2. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 18. **[NB]** Cho $\int_1^2 f(x)dx=2$, tích phân $I=\int_1^2\left[2f(x)-4\right]dx$ bằng:

A. 0. **B.** 8. **C.** -2. **D.** 10.

Câu 19. **[NB]** Nếu cho $\int_1^5 f(x)dx=4,\int_5^7 f(x)dx=-2$ thì $\int_1^7 f(x)dx$ bằng:

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 20. **[NB]** Cho $\int_2^4 f(x)dx=3$. Giá trị của $\int_2^4[5f(x)-3]dx$

A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 21. **[TH]** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{10} f(x)dx=7$ và $\int_0^7 f(x)dx=-5$ thì $\int_7^{10} f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** -12. **C.** -2. **D.** 12.

Câu 22. **[TH]** Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{dx}=3$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{dx}=-1$. Giá trị $\int_0^2\left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{dx}$ bằng:

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 23. **[TH]** Tích phân $\int_0^2\frac{x}{x^2+3}\mathrm{dx}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}\log\frac{7}{3}$. **B.** $\ln\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$.

Câu 24. **[TH]** Giá trị của tích phân $\int_0^{\pi} x\cos x dx$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 25. **[TH]** Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{dx}=3$. Khi đó $\int_0^4\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{dx}$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 26. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;5;6)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $G(0;-1;3)$. **B.** $G(0;1;3)$. **C.** $G(0;1;-3)$. **D.** $G(0;-1;-3)$.

Câu 27. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(-3;0;1)$ và $\vec{c}=(2;3;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(6;4;-4)$. **B.** $\vec{u}=(2;4;-4)$. **C.** $\vec{u}=(6;-2;-4)$. **D.** $\vec{u}=(6;4;-2)$.

Câu 28. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(4;-1;-5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MB=2MA$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(-2;5;1\right)$. **B.** $M\left(-2;1;-3\right)$. **C.** $M\left(-2;-5;1\right)$. **D.** $M\left(2;1;-3\right)$.

Câu 29. [NB] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-8x+2y-7=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của $\left(S\right)$ là

A. $I\left(-4;0;1\right)$ và $R=\sqrt{17}$. **B.** $I\left(-4;1;0\right)$ và $R=2\sqrt{6}$.

C. $I\left(4;0;-1\right)$ và $R=\sqrt{17}$. **D.** $I\left(4;-1;\,0\right)$ và $R=2\sqrt{6}$.

Câu 30. [TH] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I\left(2;-3;7\right)$ và đi qua điểm $M\left(-4;0;1\right)$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+6y-7z+19=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-6y+14z-19=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4x+6y-14z-19=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+4x-6y+14z+19=0$.

Câu 31. [NB] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A\left(7;0;0\right)$, $B\left(0;-1;0\right)$, $C\left(0;0;2\right)$ là

A. $\frac{x}{7}-\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{7}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

C. $\frac{x}{7}-\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{7}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$.

Câu 32. [NB] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua điểm $A\left(2;7;2\right)$ và song song với mặt phẳng tọa độ $\left(Oxz\right)$ là

A. $x-2=0$. **B.** $y-7=0$.

C. $z-2=0$. **D.** $2x+7y+2z=0$.

Câu 33. [NB] Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right):x+2y+3z+4=0$ là ?

A. $\vec{n}=\left(0;-2;-3\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(0;-2;3\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;3;4\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(1;2;3\right)$.

Câu 34. [TH] Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua 3 điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0;3\right)$ có phương trình là

A. $6x+3y+2x-6=0$. **B.** $6x+3y+2x+6=0$.

C. $x+2y+3x-1=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Câu 35. [TH] Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua hai điểm $A\left(2;-1;0\right)$, $B\left(1;2;-3\right)$ và vuông góc mặt phẳng $\left(\beta\right):x+y-2z-3=0$?

A. $y+z+1=0$. **B.** $3x+5y+4z-1=0$.

C. $y+z-1=0$. **D.** $3x+5y+4z+1=0$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [VD] Gọi $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\left(2x-1\right)e^{4x}}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay $\left(H\right)$ quanh trục Ox.

Câu 2. [VD] Tính tích phân $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 15}\frac{1}{e^{-x}\left(\sqrt{e^x+1}+e^x-1\right)}dx$.

Câu 3. **[VDC]** Tính tích phân: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(4\cos 2x+3\sin 2x)\ln(\cos x+2\sin x)\mathrm{d}x$.

Câu 4. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$ cho $mp(Q): 2x+y-2z+1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. C	2. B	3. C	4. D	5. A	6. A	7. D	8. A	9. A
10. B	11. C	12. D	13. B	14. A	15. D	16. D	17. D	18. A
19. C	20. D	21. D	22. D	23. D	24. D	25. A	26. B	27. A
28. D	29. D	30. C	31. C	32. B	33. D	34. A	35. B	

LỜI GIẢI.

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **[NB]** Tìm $F(x)=\int(2x+1)^{100}\mathrm{d}x$

A. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{100}}{200}+C.$

B. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{101}}{101}+C.$

C. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{101}}{202}+C.$

D. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{101}}{102}+C.$

Lời giải

Áp dụng công thức $\int(ax+b)^n\mathrm{d}x=\dfrac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}+C$, với $n\neq -1$ và $a\neq 0$.

Ta có $F(x)=\int(2x+1)^{100}\mathrm{d}x=\dfrac{(2x+1)^{101}}{202}+C$.

Câu 2. **[NB]** Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x+3|+C$?

A. $f(x)=(x+3)\ln(x+3)-x$.

B. $f(x)=\dfrac{1}{x+3}$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$.

D. $f(x)=\ln(\ln(x+3))$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x+3|+C \Rightarrow f(x)=(\ln|x+3|+C)'=\dfrac{(x+3)'}{x+3}=\dfrac{1}{x+3}$.

Câu 3. **[NB]** Cho hàm số $f(x)=2^x+x+1$. Tìm $\int f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{x+1}2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\ln 2}2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x+x^2+x+C$.

Lời giải

Có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2^x+x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\ln 2}2^x+\dfrac{1}{2}x^2+x+C$.

Câu 4. **[NB]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$

A. $-3\cos 3x+C$. **B.** $3\cos 3x+C$. **C.** $\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

Lời giải

$\int \sin 3x\,\mathrm{d}x=-\dfrac{\cos 3x}{3}+C$.

Câu 5 . [TH] Cho các số thực $a;b;c$ thỏa mãn $\int(2x-3e^x)\mathrm{d}x=ax^2+b.e^x+c$. Khi đó $3a+b$ bằng ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\int(2x-3e^x)\mathrm{d}x=x^2-3.e^x+c$ nên $\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$. Do đó $3a+b=0$.

Câu 6 . [TH] $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$ thỏa mãn $F(3)=0$ .Tính $F(4)$?

A. $F(4)=1+\ln 8$. **B.** $F(4)=1+\ln 4$. **C.** $F(4)=1+\ln 6$. **D.** $F(4)=1+\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int\dfrac{x+1}{x-2}\mathrm{d}x=\int\left(1+\dfrac{3}{x-2}\mathrm{d}x\right)=x+3\ln|x-2|+C$. Mà $F(3)=0$ nên $3+C=0\Leftrightarrow C=-3$

Vậy $F(x)=x+3\ln|x-2|-3$. Do đó $F(4)=4+3\ln 2=4+\ln 8$.

Câu 7 . [NB] Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int 3f(x)\mathrm{d}x=3\int f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

D. $\int[f(x).g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có $\int[f(x).g(x)]\mathrm{d}x\neq\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 8 . [NB] Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

(I) $\int(x+1)^2\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}(x+1)^3+C$

(II) $\int 3f(x)\mathrm{d}x=3+\int f(x)\mathrm{d}x$

(III) $\int \ln x\text{d}x = \frac{1}{x} + C$

(IV) $\int \sin x\text{d}x = cosx + C$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Xét (I): $\int (x+1)^2\,\text{d}x = \int (x+1)^2\,\text{d}(x+1) = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C$ nên (I) đúng.

Xét (II): $\int 3f(x)\text{d}x = 3\int f(x)\text{d}x$ nên (II) sai.

Xét (III): $\int \ln x\text{d}x = x\ln x - x + C$ nên (III) sai.

Xét (IV): $\int \sin x\text{d}x = -cosx + C$ nên (IV) sai.

Câu 9. **[TH]** Tìm hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + e^x$ biết $F(0) = 2021$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2020$. **B.** $F(x) = x^2 + e^x - 2020$.

C. $F(x) = x^2 + e^x - 2022$. **D.** $F(x) = x^2 + e^x + 2022$.

Lời giải

Ta có $\int (2x + e^x)\text{d}x = x^2 + e^x + C.$

$F(0) = 2021 \Rightarrow 1 + C = 2021 \Rightarrow C = 2020.$

Câu 10. **[TH]** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$ là

A. $F(x) = 2x + \sin 2x + C$. **B.** $F(x) = 2x - \sin 2x + C$.

C. $F(x) = 2x + 2\sin 2x + C$. **D.** $F(x) = 2x - 2\sin 2x + C$.

Lời giải

Ta có $4\sin^2 x = 2 - 2\cos 2x$.

Do đó $\int 4\sin^2 x\text{d}x = \int (2 - 2\cos 2x)\text{d}x = 2x - \sin 2x + C.$

Câu 11. **[Mức độ]** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^{2021}$ là

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2022}}{2022} + C$. **B.** $F(x) = 2(2x+1)^{2022} + C$.

C. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$. **D.** $F(x) = (2x+1)^{2020} + C$.

Lời giải

Ta có $\int (2x+1)^{2021}\text{d}x$

Đặt $2x + 1 = t \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt.$

Khi đó $\int (2x+1)^{2021}\text{d}x = \int \frac{1}{2}t^{2021}\text{d}t = \frac{t^{2022}}{4044} + C = \frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C.$

Câu 12. **[TH]** Tìm các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3\cos x}$.

A. $\int f(x)\text{d}x = \ln|1 + 3\cos x| + C$. **B.** $\int f(x)\text{d}x = \frac{\ln|1 + 3\cos x|}{3} + C$.

C. $\int f(x)\text{d}x = 3\ln|1 + 3\cos x| + C$. **D.** $\int f(x)\text{d}x = -\frac{\ln|1 + 3\cos x|}{3} + C$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{\sin x}{1+3\cos x}dx = -\frac{1}{3}\int \frac{1}{1+3\cos x}d(1+3\cos x) = -\frac{1}{3}\ln|1+3\cos x| + C$.

Câu 13. **[NB]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) + F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = -F(a) - F(b)$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 14. **[NB]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 15. **[NB]** Cho các số thực $a,b\ (a<b)$. Nếu hàm số $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ thì

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^b F(x)\mathrm{d}x = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b F(x)\mathrm{d}x = f(a) - f(b)$.

D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Câu 16. **[TH]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = -4$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Ta có $I = \int_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_{-1}^{3} = f(3) - f(-1) = 2 - (-2) = 4$.

Vậy $I = 4$.

Câu 17. **[NB]** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(3)=5; f(1)=-1$. Giá trị của tích phân $I=\int_1^3 \left(f'(x)+2\right)dx$ bằng:

A. 6. **B.** 2. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $I=\int_1^3 \left(f'(x)+2\right)dx=\int_1^3 f'(x)dx+2\int_1^3 dx=f(3)-f(1)+4=5+1+4=10$.

Câu 18. **[NB]** Cho $\int_1^2 f(x)dx=2$, tích phân $I=\int_1^2 \left[2f(x)-4\right]dx$ bằng:

A. 0. **B.** 8. **C.** -2. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $I=\int_1^2 \left[2f(x)-4\right]dx=2\int_1^2 f(x)dx-4x\Big|_1^2=2.2-4(2-1)=0$.

Câu 19. **[NB]** Nếu cho $\int_1^5 f(x)dx=4, \int_5^7 f(x)dx=-2$ thì $\int_1^7 f(x)dx$ bằng:

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có:

$$\int_1^7 f(x)dx=\int_1^5 f(x)dx+\int_5^7 f(x)dx=4-2=2.$$

Câu 20. **[NB]** Cho $\int_2^4 f(x)dx=3$. Giá trị của $\int_2^4 [5f(x)-3]dx$

A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

$$\int_2^4 [5f(x)-3]dx=5\int_2^4 f(x)dx-3\int_2^4 dx$$

$$=5\int_2^4 f(x)dx-3x\Big|_2^4=5.3-3.2=9.$$

Câu 21. **[TH]** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{10} f(x)dx=7$ và $\int_0^7 f(x)dx=-5$ thì $\int_7^{10} f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** -12. **C.** -2. **D.** 12.

Lời giải

Ta có:

$$\int_7^{10} f(x)dx=\int_7^0 f(x)dx+\int_0^{10} f(x)dx=-\int_0^7 f(x)dx+\int_0^{10} f(x)dx=-(-5)+7=12.$$

Câu 22. **[TH]** Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$. Giá trị $\int_0^2 \left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 \left[f(x) - 5g(x) + x \right] \mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - 5\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^2 x\,\mathrm{d}x$

$= 3 - 5.(-1) + \frac{1}{2}\left(2^2 - 0\right) = 10$.

Câu 23. **[TH]** Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{1}{2}\log\frac{7}{3}$. **B.** $\ln\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$.

Lời giải

Đặt $u = x^2 + 3 \Rightarrow \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x \Rightarrow x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}u$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow u = 3$; $x = 2 \Rightarrow u = 7$, ta có:

$I = \frac{1}{2}\int_3^7 \frac{1}{u}\,\mathrm{d}u = \frac{1}{2}\ln|u|\Big|_3^7 = \frac{1}{2}\ln 7 - \frac{1}{2}\ln 3 = \frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$.

Câu 24. **[TH]** Giá trị của tích phân $\int_0^{\pi} x\cos x\mathrm{d}x$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = \sin x \end{cases}$.

Suy ra $\int_0^{\pi} x\cos x\mathrm{d}x = \left(x\sin x\right)\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x = 0 + \cos x\Big|_0^{\pi} = \cos\pi - \cos 0 = -2$.

Câu 25. **[TH]** Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int_0^4 \frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

$\int_0^4 \frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\int_0^4 f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}\left(\sqrt{x}\right) = 2\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t = 2.3 = 6$.

Câu 26. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;5;6)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $G(0;-1;3)$. **B.** $G(0;1;3)$. **C.** $G(0;1;-3)$. **D.** $G(0;-1;-3)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} x_G = \dfrac{0+1-1}{3} = 0 \\ y_G = \dfrac{0-2+5}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{0+3+6}{3} = 3 \end{cases}$

Vậy $G(0;1;3)$.

Câu 27. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(-3;0;1)$ và $\vec{c}=(2;3;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(6;4;-4)$. **B.** $\vec{u}=(2;4;-4)$. **C.** $\vec{u}=(6;-2;-4)$. **D.** $\vec{u}=(6;4;-2)$.

Lời giải

$\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=(6;4;-4)$.

Câu 28. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(4;-1;-5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MB=2MA$, tọa độ điểm M là

A. $M(-2;5;1)$. **B.** $M(-2;1;-3)$. **C.** $M(-2;-5;1)$. **D.** $M(2;1;-3)$.

Lời giải

Gọi $M(x;y;z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MB=2MA\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AM}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3=3(x-1)\\-3=3(y-2)\\-3=3(z+2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\\z=-3\end{cases}$$

Vậy $M(2;1;-3)$.

Câu 29. **[NB]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y-7=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-4;0;1)$ và $R=\sqrt{17}$. **B.** $I(-4;1;0)$ và $R=2\sqrt{6}$.

C. $I(4;0;-1)$ và $R=\sqrt{17}$. **D.** $I(4;-1;0)$ và $R=2\sqrt{6}$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y-7=0$ có tâm $I(4;-1;0)$ và bán kính

$R=\sqrt{4^2+(-1)^2+(0)^2+7}=2\sqrt{6}$.

Câu 30. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;-3;7)$ và đi qua điểm $M(-4;0;1)$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+6y-7z+19=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-6y+14z-19=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4x+6y-14z-19=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+4x-6y+14z+19=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{IM}=(-6;3;-6)$

Bán kính mặt cầu $R=\left|\overrightarrow{IM}\right|=\sqrt{(-6)^2+3^2+(-6)^2}=9$

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2-4x+6y-14z-19=0$.

Câu 31. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(7;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;2)$ là

A. $\frac{x}{7}-\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{7}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

C. $\frac{x}{7}-\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{7}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được: $\frac{x}{7}+\frac{y}{(-1)}+\frac{z}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{7}-\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$

Câu 32. [NB] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;7;2)$ và song song với mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $x-2=0$.
B. $y-7=0$.
C. $z-2=0$.
D. $2x+7y+2z=0$.

Lời giải

Vì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng tọa độ (Oxz) nên nhận vectơ đơn vị của trục Oy là $\vec{j}=(0;1;0)$ làm vec tơ pháp tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng (α) là $y-7=0$.

Câu 33. [NB] Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x+2y+3z+4=0$ là ?

A. $\vec{n}=(0;-2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(0;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;4)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x+2y+3z+4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Câu 34. [TH] Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là

A. $6x+3y+2x-6=0$.
B. $6x+3y+2x+6=0$.
C. $x+2y+3x-1=0$.
D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$.

Câu 35. [TH] Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;0), B(1;2;-3)$ và vuông góc mặt phẳng $(\beta): x+y-2z-3=0$?

A. $y+z+1=0$.
B. $3x+5y+4z-1=0$.
C. $y+z-1=0$.
D. $3x+5y+4z+1=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;3;-3)$; Mặt phẳng (β) có một VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=(1;1;-2)$.

Khi đó, mp (α) qua điểm $A(2;-1;0)$ và có một VTPT là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{n_\beta},\overrightarrow{AB}\right]=(3;5;4)$.

Vậy mp (α) có pt là

$3(x-2)+5(y+1)+4(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x+5y+4z-1=0$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [VD] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{(2x-1)e^{4x}}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{(2x-1)e^{4x}}=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\sqrt{(2x-1)e^{4x}}\right)^2dx=\pi\int_{\frac{1}{2}}^{1}(2x-1)e^{4x}dx.$$

Đặt $\begin{cases}u=2x-1\\dv=e^{4x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2dx\\v=\frac{1}{4}e^{4x}\end{cases}$.

$$\Rightarrow V=\frac{1}{4}\pi(2x-1)e^{4x}\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}-\int_{\frac{1}{2}}^{1}2\pi.\frac{1}{4}e^{4x}dx=\left[\frac{\pi}{4}(2x-1)e^{4x}-\frac{\pi}{8}e^{4x}\right]\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}.$$

$$=\frac{\pi}{4}e^4-\frac{\pi}{8}e^4+\frac{\pi}{8}e^2=\frac{\pi}{8}\left(e^4+e^2\right).$$

Câu 2. **[VD]** Tính tích phân $I=\int_{\ln 3}^{\ln 15}\frac{1}{e^{-x}\left(\sqrt{e^x+1}+e^x-1\right)}dx$

Lời giải

Ta có:

$$I=\int_{\ln 3}^{\ln 15}\frac{1}{e^{-x}\left(\sqrt{e^x+1}+e^x-1\right)}dx=\int_{\ln 3}^{\ln 15}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}+e^x-1}dx$$

Đặt $u=\sqrt{e^x+1}\Leftrightarrow u^2=e^x+1\Rightarrow 2udu=e^xdx$

Đổi cận: $x=\ln 3\Rightarrow u=2; x=\ln 15\Rightarrow u=4$

$$\Rightarrow I=\int_2^4\frac{2u}{u+u^2-2}du=\int_2^4\left[\frac{2}{3(u-1)}+\frac{4}{3(u+2)}\right]du=\left(\frac{2}{3}\ln|u-1|+\frac{4}{3}\ln|u+2|\right)\Big|_2^4$$

$$=\frac{2}{3}\ln 3+\frac{4}{3}\ln 6-\frac{4}{3}\ln 4=\frac{2}{3}\ln 3+\frac{4}{3}\ln 2+\frac{4}{3}\ln 3-\frac{8}{3}\ln 2=2\ln 3-\frac{4}{3}\ln 2.$$

Câu 3. **[VDC]** Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(4\cos 2x+3\sin 2x)\ln(\cos x+2\sin x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(4\cos 2x+3\sin 2x)\ln(\cos x+2\sin x)\mathrm{d}x$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2(\cos x+2\sin x)(2\cos x-\sin x)\ln(\cos x+2\sin x)\mathrm{d}x.$$

Đặt $t=\cos x+2\sin x\Rightarrow \mathrm{d}t=(-\sin x+2\cos x)\mathrm{d}x$.

Với $x=0$ thì $t=1$.

Với $x=\frac{\pi}{2}$ thì $t=2$.

Suy ra $I=\int_1^2 2t\ln t\mathrm{d}t=\int_1^2 \ln t\mathrm{d}\left(t^2\right)=\left(t^2.\ln t\right)\Big|_1^2-\int_1^2 t\mathrm{d}t=4\ln 2-\frac{t^2}{2}\Big|_1^2=4\ln 2-\frac{3}{2}$.

Câu 4. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$ cho $mp\left(Q\right):2x+y-2z+1=0$ và mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ song song với $\left(Q\right)$ và cắt $\left(S\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.

Lời giải

Ta có tâm và bán kính mặt cầu (S) là : $I(1;0;1);R=5$.

Vì $\left(P\right)$ cắt $\left(S\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=4$ nên khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng $\left(P\right)$ là $d\left(I;(P)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=3$.

Vì $\left(P\right)//(Q)$ nên $\left(P\right)$ có dạng $2x+y-2z+m=0$ $(m\neq 1)$.

Ta có: $d\left(I;(P)\right)=\frac{|m|}{3}=3\Rightarrow m=\pm 9$.

Vậy phương trình $\left(P\right)$ là $2x+y-2z+9=0$ hoặc $2x+y-2z-9=0$.

ĐỀ SỐ 7

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x = k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

B. $\int f\left(x\right).g\left(x\right)\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x.\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x - \int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Hàm số $F\left(x\right)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2021x^{2020}$?

A. $F\left(x\right) = x^{2021}$. **B.** $F\left(x\right) = x^{2020}$. **C.** $F\left(x\right) = 2020x^{2021}$. **D.** $F\left(x\right) = 2020x^{2021}$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 8x$.

A. $\int \sin 8x.dx = 8\cos 8x + C$. **B.** $\int \sin 8x.dx = -\frac{1}{8}\cos 8x + C$.

C. $\int \sin 8x.dx = \frac{1}{8}\cos 8x + C$. **D.** $\int \sin 8x.dx = \cos 8x + C$.

Câu 4. Tính $\int\left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ kết quả là

A. $\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x| + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{3}x^2 + \ln|x|$. **C.** $\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.**D.** $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x|$.

Câu 5. Biết $\int \frac{1}{16x^2 - 24x + 9}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a\left(4x-3\right)} + C$, với a là số nguyên khác 0. Tìm a.

A. 12. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 6. Một nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f(x) = \cos 5x.\cos 3x$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8} + \frac{\sin 2x}{2}\right)$. **B.** $F(x) = \sin 8x$.

C. $F(x) = \cos 8x$. **D.** $F(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)$.

Câu 7. Giả sử hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\int_b^a f\left(t\right)\mathrm{d}t$. **B.** $\int_a^a f\left(x\right)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x \neq \int_a^b f\left(t\right)\mathrm{d}t$. **D.** $\int_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 1$ là

A. $S = -\frac{1}{2}$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = \frac{1}{2}$. **D.** $S = 1$.

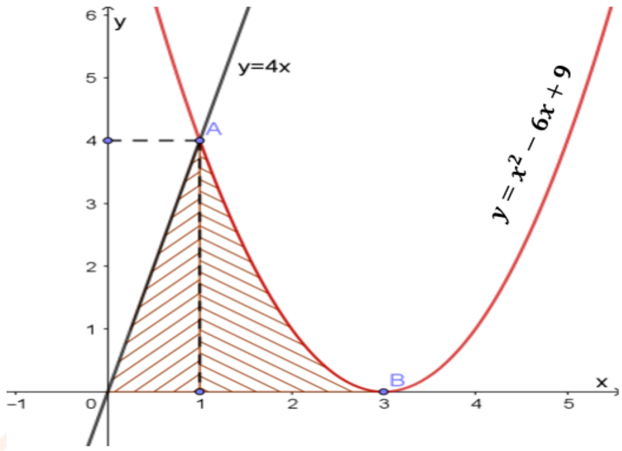
Câu 9. Biết $F\left(x\right) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2\left[1 + f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{18}{3}$. **B.** 12. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 8.

Câu 10. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^1 3^x\,dx$. **B.** $S=\int_0^1 3^{3x}\,dx$. **C.** $S=\pi\int_0^1 3^{3x}\,dx$. **D.** $S=\int_0^1 3^x\,dx$.

Câu 11. Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo (tam giác cong OAB) trong hình vẽ bên.



A. $\frac{67\pi}{3}$. **B.** $\frac{67}{3}$.

C. $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 12. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(2\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2-3}$.

A. $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{3}\right)\pi$. **B.** $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{2}\right)\pi$. **C.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{2}$. **D.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Câu 13. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}, y=0, x=1$ và $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^2 e^{3x}dx$. **B.** $\pi\int_1^2 e^{3x}dx$. **C.** $\int_1^2 e^{6x}dx$. **D.** $\pi\int_1^2 e^{6x}dx$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;4;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;-3)$. **B.** $(1;-3;-3)$. **C.** $(1;-3;3)$. **D.** $(-1;3;3)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $M\left(1;-\frac{1}{2};-3\right)$, $N\left(0;-\frac{1}{2};1\right)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;-4;1)$, $C(2,0,2)$, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;1;-3)$, $N(1;0;2)$; $P(2;-3;5)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n}(12;4;8)$. **B.** $\vec{n}(8;12;4)$. **C.** $\vec{n}(3;1;2)$. **D.** $\vec{n}(3;2;1)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;-3)$, $B(0;2;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x+2y+2z+6=0$. **B.** $-x+2y+2z+3=0$.

C. $-2x+4y+4z-6=0$. **D.** $2x-4y-4z+3=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-7t\\z=2\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}(2;-7;0)$. **B.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-7;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-7;2)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+4t\\z=-2+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=1t\\y=-2+3t\\z=1-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=3-2t\\z=-2+7t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Câu 21. Xét tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}\mathrm{d}x$. Thực hiện phép biến đổi $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}\mathrm{d}t$. **B.** $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **C.** $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **D.** $-\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$.

Câu 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^x$ thoả mãn $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^5}$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **B.** $\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$. **C.** $-\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **D.** $-\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$.

Câu 24. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+3)\mathrm{e}^x$ thoả mãn $F(0)=9$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-4)+13$. **B.** $F(x)=\mathrm{e}^x(x+4)+5$.

C. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-2)+11$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^x(x+2)+7$.

Câu 25. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $F(1)=0$. Tính $F(2)$.

A. $2-\frac{2}{\ln 2}$. **B.** $2-\frac{3}{\ln 2}$. **C.** $2-\frac{1}{\ln 2}$. **D.** $2+\frac{2}{\ln 2}$.

Câu 26. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx=a+b\sqrt{3}+c\pi^2$ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27. Biết $I=\int\limits_{1}^{3}\frac{x-1}{x}\mathrm{d}x=a-\ln b$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -5.

Câu 28. Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{3}|2x-1|\mathrm{d}x$ bằng tích phân nào sau đây?

A. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(2x-1)\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(1-2x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $I=\int_{-1}^{3}(2x-1)\,\mathrm{d}x$.

C. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\,\mathrm{d}x$. **D.** $I=\int_{-1}^{3}(1-2x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;-1),B(0;1;4),C(2;0;3)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{110}}{2}$. **B.** $\sqrt{110}$. **C.** $\frac{\sqrt{55}}{2}$. **D.** $\sqrt{55}$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-6z-3m+17=0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-4;1)$.

C. $m\in(-1;4)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

Câu 31. Tìm phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(0;1;-2)$ và mặt cầu này đi qua điểm $E(2;1;-4)$.

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=8$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P):2x+2y+z-1=0$ và $(Q):x+3y+z-5=0$. Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;2)$ đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q) có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d):\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$.

C. $2x-y+3z+7=0$. **D.** $2x-y+3z-7=0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-z+2=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-3}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=-1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 36. Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ và thỏa mãn $F(1)=\frac{5}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.   **B.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.

C. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.   **D.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Câu 37. . Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2021)$ viết dưới dạng hỗn số bằng

A. $2021\frac{1}{2022}$.   **B.** $2020\frac{1}{2021}$.   **C.** $2019\frac{1}{2021}$.   **D.** $2020\frac{1}{2022}$.

Câu 38. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\frac{b}{x^2}(a,b\in\mathbb{R};x\neq 0)$; biết $F(2)=2$, $F(1)=3$, $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{8}$.

A. $F(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.   **B.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.   **C.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}$.   **D.** $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

Câu 39. Cho tích phân $I=\int\limits_0^4\frac{dx}{(x+2)\sqrt{2x+1}}$. Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ ta có $I=\int\limits_1^3\frac{a}{bt^2+c}dx$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và a,c nguyên tố cùng nhau. Tính $T=2a-b+3c$

A. 12.   **B.** 8.   **C.** 10.   **D.** 14.

Câu 40. Cho tích phân $I=\int\limits_2^3\ln(x+1)dx=a\ln 2+b\ln 3+c\ \ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$

A. 1.   **B.** 2.   **C.** 3.   **D.** 4.

Câu 41. Cho $\int\limits_1^e\frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}dx=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b-c-d$?

A. 16.   **B.** 15.   **C.** 10.   **D.** 17.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng (d), có bán kính nhỏ nhất, tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$.   **B.** $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

C. $(S):\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.
B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.
C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.
D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và chắn trên ba trục tọa độ các đoạn thẳng có độ dài bằng nhau và khác 0.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2)$, $C(0;-2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất, phương trình của (P) là

A. $2x-y+3z-12=0$. **B.** $3x+y+2z-13=0$.
C. $3x+2y+z-11=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+2f(x)=1-x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{1} f(x)dx=\frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2?

A. 11. **B.** 41. **C.** 305. **D.** 65.

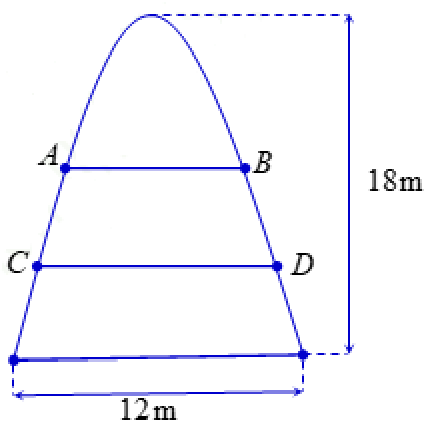
Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Biết $f(3)=1$ và $f(x).f(3-x)=e^{2x^2-6x}$, với mọi $x\in[0;3]$.

Tính tích phân $I=\int_0^3 \frac{(x^3-9x^2)f'(x)}{f(x)}dx$.

A. $\frac{243}{5}$. **B.** $-\frac{243}{10}$. **C.** $-\frac{486}{5}$. **D.** $-\frac{243}{5}$.

Câu 48. Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-2;3)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1$, điểm N thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+2z+4=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất độ dài MN.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=9$ và tam giác ABC có $A(5;0;0), B(0;3;0), C(4;5;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 77. **B.** 38. **C.** 17. **D.** 55.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.C	5.D	6.A	7.C	8.D	9.D	10.D
11.D	12.D	13.D	14.D	15.D	16.A	17.D	18.B	19.A	20.D
21.A	22.A	23.D	24.D	25.C	26.B	27.B	28.C	29.A	30.A
31.D	32.D	33	34.C	35.D	36.D	37.D	38.D	39.A	40.D
41.C	42.D	43.A	44.B	45.C	46.D	47.D	48.C	49.B	50.A

Câu 1. **[NB]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$ là mệnh đề sai.

Câu 2. **[NB]** Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2021x^{2020}$?

A. $F(x)=x^{2021}$.	**B.** $F(x)=x^{2020}$.

C. $F(x)=2020x^{2021}$.	**D.** $F(x)=2020x^{2021}$.

Lời giải

Ta có: $\left(x^{2021}\right)' = 2021.x^{2020} = f(x) \Rightarrow F(x)=x^{2021}$.

Câu 3. **[NB]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 8x$.

A. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = 8\cos 8x + C$.	**B.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = -\frac{1}{8}\cos 8x + C$.

C. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \frac{1}{8}\cos 8x + C$.	**D.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \cos 8x + C$.

Lời giải

Theo công thức nguyên hàm mở rộng: $\int \sin(ax+b).\mathrm{d}x = \frac{-1}{a}\cos(ax+b)+C$, ta có:

$\int \sin 8x.dx = \frac{-\cos 8x}{8} + C$.

Câu 4. **[NB]** Tính $\int\left(x^3-3x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ kết quả là

A. $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3}x^2+\ln|x|$.

C. $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|$.

Lời giải

Ta có : $\int\left(x^3-3x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = \frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$.

Câu 5. **[NB]** Biết $\int \frac{1}{16x^2-24x+9}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a(4x-3)}+C$, với a là số nguyên khác 0. Tìm a.

A. 12.	**B.** 8.	**C.** 6.	**D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\int \frac{1}{16x^2-24x+9}dx=\int \frac{1}{(4x-3)^2}dx=-\frac{1}{4(4x-3)}+C$.

Vậy $a=4$.

Câu 6. **[NB]** Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 5x.\cos 3x$ là

A. $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$. **B.** $F(x)=\sin 8x$.

C. $F(x)=\cos 8x$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x+\frac{1}{4}\sin 4x\right)$.

Lời giải

Ta có: $\int \cos 5x.\cos 3x.dx=\int \frac{1}{2}(\cos 8x+\cos 2x)dx=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)+C$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$.

Câu 7. **[NB]** Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(t)dt$. **B.** $\int_a^a f(x)dx=0$.

C. $\int_a^b f(x)dx\neq\int_a^b f(t)dt$. **D.** $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Do tích phân chỉ phụ thuộc vào f và các cận a, b, c không phụ thuộc vào biến số x hay t nên $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt$.

Câu 8. **[NB]** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=2x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1; x=1$ là

A. $S=-\frac{1}{2}$. **B.** $S=0$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Ta có $2x^3\le 0$ trên đoạn $[-1;0]$ và $2x^3\ge 0$ trên đoạn $[0;1]$.

Áp dụng công thức $S=\int_a^b |f(x)|dx$ ta có:

$$S=\int_{-1}^{1}|2x^3|dx=\int_{-1}^{0}(-2x^3)dx+\int_0^1 2x^3dx=-\left.\frac{x^4}{2}\right|_{-1}^{0}+\left.\frac{x^4}{2}\right|_0^1=1.$$

Câu 9. **[NB]** Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2[1+f(x)]dx$ bằng

A. $\frac{18}{3}$. **B.** 12. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2[1+f(x)]dx=\left.(x+x^3)\right|_1^2=10-2=8$.

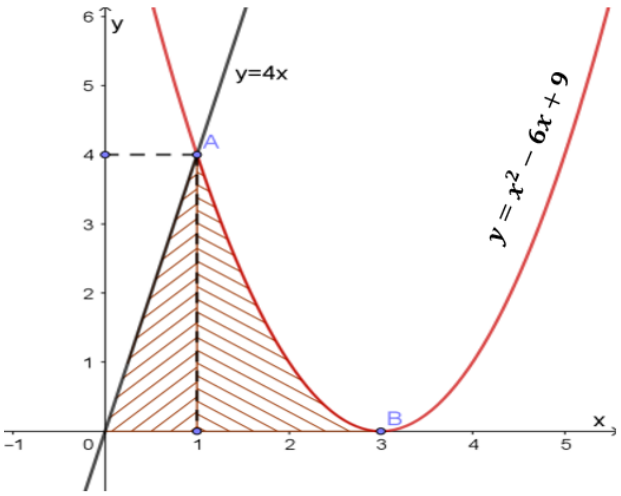
Câu 10. **[NB]** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^1 3^x\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^1 3^{3x}\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_0^1 3^{3x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^1 3^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

$S=\int_0^1 \left|3^x\right|\mathrm{d}x=\int_0^1 3^x\,\mathrm{d}x$ (do $3^x>0,\forall x\in[0;1]$).

Câu 11. **[NB]** Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo (tam giác cong OAB) trong hình vẽ bên.



A. $\frac{67\pi}{3}$. **B.** $\frac{67}{3}$. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_0^1 4x\mathrm{d}x+\int_1^3\left(x^2-6x+9\right)\mathrm{d}x=2\left(x^2\right)\Big|_0^1+\frac{(x-3)^3}{3}\Big|_1^3=2+\frac{8}{3}=\frac{14}{3}.$$

Vậy $S=\frac{14}{3}$.

Câu 12. **[NB]** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(2\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2-3}$.

A. $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{3}\right)\pi$. **B.** $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{2}\right)\pi$. **C.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{2}$. **D.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Lời giải

Diện tích thiết diện là: $S(x)=x.\sqrt{x^2-3}$.

Thể tích vật thể là: $V=\int_2^3 x.\sqrt{x^2-3}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{x^2-3}\Rightarrow t^2=x^2-3\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$ và $x=2\Rightarrow t=1$; $x=3\Rightarrow t=\sqrt{6}$.

$\Rightarrow V = \int_1^{\sqrt{6}} t^2 \mathrm{d}t = \left.\frac{t^3}{3}\right|_1^{\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Câu 13. **[NB]** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}, y = 0, x = 1$ và $x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^2 e^{3x}\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^2 e^{3x}\mathrm{d}x$. **C.** $\int_1^2 e^{6x}\mathrm{d}x$. **<u>D.</u>** $\pi\int_1^2 e^{6x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$V = \pi\int_1^2 \left(e^{3x}\right)^2 \mathrm{d}x = \pi\int_1^2 e^{6x}\mathrm{d}x.$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;4;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;-3)$. **B.** $(1;-3;-3)$. **C.** $(1;-3;3)$. **<u>D.</u>** $(-1;3;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;3;3)$.

Câu 15. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $M\left(1;-\frac{1}{2};-3\right)$, $N\left(0;-\frac{1}{2};1\right)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** 4. **<u>D.</u>** $\sqrt{17}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1;0;4) \Rightarrow MN = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{17}$.

Câu 16. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;-4;1)$, $C(2,0,2)$, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

<u>A.</u> -1. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;-2;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (1;2;-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 1.1 + (-2).2 + (-2).(-1) = -1$.

Câu 17. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;1;-3)$, $N(1;0;2)$; $P(2;-3;5)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n}(12;4;8)$. **B.** $\vec{n}(8;12;4)$. **C.** $\vec{n}(3;1;2)$. **<u>D.</u>** $\vec{n}(3;2;1)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1;-1;5)$; $\overrightarrow{MP} = (0;-4;8) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right] = (12;8;4) \Rightarrow \vec{n} = (3;2;1)$.

Câu 18. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;-3)$, $B(0;2;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x + 2y + 2z + 6 = 0$. **<u>B.</u>** $-x + 2y + 2z + 3 = 0$.

C. $-2x + 4y + 4z - 6 = 0$. **D.** $2x - 4y - 4z + 3 = 0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M(1;0;-1)$; $\overrightarrow{AB} = (-2;4;4)$

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Khi đó (P) đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2;4;4)$ làm VTPT $\Rightarrow (P): -2(x-1) + 4(y-0) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4y + 4z + 6 = 0$

$-x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Câu 19. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-7t\\z=2\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}(2;-7;0)$. **B.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-7;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-7;2)$.

Lời giải

Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(2;-7;0)$.

Câu 20. **[NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+4t\\z=-2+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=1t\\y=-2+3t\\z=1-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=3-2t\\z=-2+7t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1;3;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình là: $\begin{cases}x=1\\y=3-2t\\z=-2+7t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

Câu 21. **[TH]** Xét tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}dx$. Thực hiện phép biến đổi $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}dt$. **B.** $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}dt$. **C.** $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}dt$. **D.** $-\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}dt$.

Lời giải

Ta có: $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin x dx$.

Khi $x=\frac{-\pi}{4}$ thì $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$; khi $x=0$ thì $t=1$.

Vậy $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}dx=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2\sin x\cos x}{\cos x-1}dx=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}(-dt)=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}dt$.

Câu 22. **[TH]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^x$ thoả mãn $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Áp dụng quy tắc nguyên hàm từng phần: $F(x)=\int xe^x dx=\int x de^x=xe^x-\int e^x dx=xe^x-e^x+C$.

Do $F(0)=3$ nên $C=4$. Suy ra $F(x)=xe^x-e^x+4$. Tính được $F(1)=4$.

Câu 23. **[TH]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^5}$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **B.** $\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$. **C.** $-\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **D.** $-\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \frac{2x}{\left(x^2+1\right)^5}\mathrm{d}x=\int \frac{\mathrm{d}\left(x^2+1\right)}{\left(x^2+1\right)^5}=-\frac{1}{4\left(x^2+1\right)^4}+C$.

Câu 24. [TH] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+3)\mathrm{e}^x$ thoả mãn $F(0)=9$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-4)+13$.
B. $F(x)=\mathrm{e}^x(x+4)+5$.
C. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-2)+11$.
D. $F(x)=\mathrm{e}^x(x+2)+7$.

Lời giải

Áp dụng nguyên tắc nguyên hàm từng phần:

$F(x)=\int(x+3)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x(x+3)-\int \mathrm{e}^x dx=\mathrm{e}^x(x+3)-\mathrm{e}^x+C=\mathrm{e}^x(x+2)+C$.

Do $F(0)=9$ nên $C=7$. Suy ra $F(x)=\mathrm{e}^x(x+2)+7$.

Câu 25. [TH] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $F(1)=0$. Tính $F(2)$.

A. $2-\frac{2}{\ln 2}$.
B. $2-\frac{3}{\ln 2}$.
C. $2-\frac{1}{\ln 2}$.
D. $2+\frac{2}{\ln 2}$.

Lời giải

Áp dụng nguyên tắc nguyên hàm từng phần:

$F(x)=\int \log_2 x\mathrm{d}x=x\log_2 x-\int x\mathrm{d}\log_2 x=x\log_2 x-\frac{1}{\ln 2}\int \mathrm{d}x=x\log_2 x-\frac{x}{\ln 2}+C$.

Do $F(1)=0$ nên $C=\frac{1}{\ln 2}$. Suy ra $F(x)=x\log_2 x-\frac{x}{\ln 2}+\frac{1}{\ln 2}$. Tính được $F(2)=2-\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 26. [TH] Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx=a+b\sqrt{3}+c\pi^2$ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của $S=a+b+c$.

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

Lời giải

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)\mathrm{d}x=12\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}2x\mathrm{d}x+12\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos x\mathrm{d}x=12\left(x^2\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+12(\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=-6+6\sqrt{3}+\pi^2.$$

Do đó, ta có $a=-6, b=6, c=1$, suy ra $S=1$.

Câu 27. **[TH]** Biết $I=\int_1^3 \frac{x-1}{x}\mathrm{d}x=a-\ln b$. Tính $a+b$.

A. -1.
B. 5.
C. 6.
D. -5.

Lời giải

Ta có $I=\int_1^3 \frac{x-1}{x}\mathrm{d}x=\int_1^3\left(1-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(x-\ln|x|\right)\Big|_1^3=2-\ln 3$

Suy ra $a=2; b=3 \Rightarrow a+b=5$.

Câu 28. **[TH]** Tích phân $I=\int_{-1}^{3}|2x-1|\mathrm{d}x$ bằng tích phân nào sau đây?

A. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(2x-1)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(1-2x)\mathrm{d}x$.

B. $I=\int_{-1}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$.

C. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$.

D. $I=\int_{-1}^{3}(1-2x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có $|2x-1|=\begin{cases}2x-1 & khi\ x\ge\frac{1}{2}\\ 1-2x & khi\ x<\frac{1}{2}\end{cases}$.

Do đó $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$

Câu 29. **[TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;-1),B(0;1;4),C(2;0;3)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{110}}{2}$.

B. $\sqrt{110}$.

C. $\frac{\sqrt{55}}{2}$.

D. $\sqrt{55}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;5),\overrightarrow{BC}=(2;-1;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(2;9;-5)$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{4+81+25}=\frac{\sqrt{110}}{2}$.

Câu 30. **[TH]** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-6z-3m+17=0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$.

B. $m\in(-4;1)$.

C. $m\in(-1;4)$.

D. $m\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $a=m;b=-2;c=3;d=-3m+17$

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow m^2+4+9+3m-17>0$

$\Leftrightarrow m^2+3m-4>0$

$\Leftrightarrow m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$

Câu 31. **[TH]** Tìm phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(0;1;-2)$ và mặt cầu này đi qua điểm $E(2;1;-4)$.

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

B. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=8$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.

D. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R=IE=\sqrt{4+0+4}=\sqrt{8}$

$\Rightarrow$ phương trình mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Câu 32. **[TH]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$ và $(Q): x+3y+z-5=0$. Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;2)$ đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q) có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **<u>D.</u>** $x+y-4z+8=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là (α).

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), (Q) lần lượt là: $\overrightarrow{n_1}=(2;2;1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1;3;1)$.

Mặt phẳng (α) đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q), suy ra (α) có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-1;-1;4)$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(-1;1;2)$ suy ra phương trình tổng quát của mp(α) là :

$-1(x+1)-1.(y-1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y+4z-8=0 \Leftrightarrow x+y-4z+8=0$.

Câu 33. **[TH]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$. **C.** $2x-y+3z+7=0$. **D.** $2x-y+3z-7=0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì $(\alpha)\perp(d) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}=\vec{u}_{(d)}=(2;-1;3)$

Ta có: (α) đi qua $A(1;3;-2)$ và có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;-1;3)$.

Do đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) là:

$2(x-1)-1(y-3)+3(z+2)=0$ hay $2x-y+3z+7=0$.

Câu 34. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$. **<u>C.</u>** $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Lời giải

Ta thấy: $A\in(P)$. Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-1)$, đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$

Vì đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) nên đường thẳng Δ có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n},\vec{u}_d\right]=(5;0;5)$ hay $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$

Khi đó, phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$.

Câu 35. **[TH]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=-1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(2;-1;-1)$ và có $VTCP$: $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$.

mặt phẳng (P) có $VTPT$: $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-2)$

Nhận thấy $\begin{cases}M\notin(P)\\ \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{u_d}\neq 0\end{cases}\Rightarrow d$ cắt (P). Ta có $d\cap(P)=\{A\}\Rightarrow A(1;-2;0)$.

Phương trình đường Δ $\begin{cases}qua\ A(1;-2;0)\\ \overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;0;1)\end{cases}$.

$\Rightarrow$ Phương trình đường Δ là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Câu 36. **[VD]** Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ và thỏa mãn $F(1)=\frac{5}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$. **B.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.

C. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+1$. **D.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Lời giải

$I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sqrt{x}\ln x.\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=\sqrt{x}\mathrm{d}x\end{cases}$ ta có $\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\end{cases}$.

$I=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x-\frac{2}{3}\int\sqrt{x}\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x-\frac{4}{9}x\sqrt{x}+C=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$

vì $F(1)=\frac{5}{9}$ nên $\Rightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Câu 37. **[VD]**. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng

$(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2021)$ viết dưới dạng hỗn số bằng

A. $2021\frac{1}{2022}$. **B.** $2020\frac{1}{2021}$. **C.** $2019\frac{1}{2021}$. **D.** $2020\frac{1}{2022}$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}=\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$.

Đặt $t=x(x+1)=x^2+x\Rightarrow \mathrm{d}t=(2x+1)\mathrm{d}x$.

Khi đó $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t=-\frac{1}{t}+C=-\frac{1}{x(x+1)}+C$.

Mặt khác, $F(1)=\frac{1}{2}\Rightarrow -\frac{1}{2}+C=\frac{1}{2}\Rightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=-\frac{1}{x(x+1)}+1$.

Suy ra

$$S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2021)=-\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\ldots+\frac{1}{2021.2022}\right)+2021$$

$$=-\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2021}-\frac{1}{2022}\right)+2021=-\left(1-\frac{1}{2022}\right)+2021$$

$$=2020+\frac{1}{2022}=2020\frac{1}{2022}.$$

Câu 38. **[VD]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\frac{b}{x^2}(a,b\in\mathbb{R};x\neq 0)$; biết $F(2)=2$, $F(1)=3$, $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{8}$.

A. $F(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$. **B.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

C. $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

Lời giải

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$. Ta có: $F(x)=\int(ax+\frac{b}{x^2})\mathrm{d}x=\frac{ax^2}{2}-\frac{b}{x}+C$

$F(2)=2a-\frac{b}{2}+C=2$; $F(1)=\frac{a}{2}-b+C=3$; $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a}{8}-2b+C=\frac{19}{8}$

Suy ra: $a=-1,b=1,C=\frac{9}{2}$

Vậy: $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$

Câu 39. **[VD]** Cho tích phân $I=\int\limits_0^4\frac{\mathrm{d}x}{(x+2)\sqrt{2x+1}}$. Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ ta có $I=\int\limits_1^3\frac{a}{bt^2+c}\mathrm{d}x$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và a,c nguyên tố cùng nhau. Tính $T=2a-b+3c$

A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 14.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{2x+1}\Rightarrow t^2=2x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$

$x=4\Rightarrow t=3$

Suy ra: $I=\int\limits_1^3 \frac{t\mathrm{d}t}{\left(\frac{t^2-1}{2}+2\right)t}=\int\limits_1^3 \frac{2}{t^2+3}\mathrm{d}t$

Vậy: $a=2,b=1,c=3$ hay $T=2a-b+3c=12$

Câu 40. **[VD]** Cho tích phân $I=\int\limits_2^3 \ln(x+1)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3+c\quad (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $u=\ln(x+1)\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$

$\mathrm{d}v=\mathrm{d}x$ chọn $v=x+1$.

Ta có: $I=\int\limits_2^3 \ln(x+1)\mathrm{d}x=(x+1)\ln(x+1)\Big|_2^3-\int\limits_2^3 \mathrm{d}x=8\ln 2-3\ln 3-1$.

Vậy: $P=a+b+c=8-3-1=4$.

Câu 41. **[VD]** Cho $\int\limits_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b-c-d$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 17.

Lời giải

Đặt $t=2+\ln x\Rightarrow \ln x=t-2\Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{x}=\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2;\quad x=e\Rightarrow t=3$. Khi đó:

$$I=\int\limits_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\int\limits_2^3 \frac{2(t-2)+1}{t^2}\mathrm{d}t=\int\limits_2^3\left(\frac{2}{t}-\frac{3}{t^2}\right)\mathrm{d}t=\left(2\ln|t|+\frac{3}{t}\right)\Bigg|_2^3=\ln\frac{9}{4}-\frac{1}{2}.$$

Vậy $a+b+c+d=9+4-1-2=10$.

Câu 42. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng (d), có bán kính nhỏ nhất, tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

C. $(S):\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Lời giải

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S). Ta có: $I\in(d)$.

$\Rightarrow I(1+t;1-t;4t)\Rightarrow \overrightarrow{AI}=(t;-t-1;4t)$. (S) tiếp xúc với (P) và A nên ta có:

$R = AI = d_{(I,(P))} \Leftrightarrow \sqrt{18t^2+2t+1} = |1-3t| \Leftrightarrow 9t^2+8t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow R=1 \\ t=-\dfrac{8}{9} \Rightarrow R=\dfrac{11}{3} \end{array}\right.$.

Do mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất nên ta chọn $t=0$, suy ra $I(1;1;0), R=1$.

Vậy $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Câu 43. **[VD]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.
B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.
C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.
D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Lời giải

Giả sử $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB}=(-1;-2;3) \Rightarrow -a-2b+3c=0 \Rightarrow a=-2b+3c.$

$(P): \mathrm{ax+by+cz-a}=0 \Rightarrow d(C;(P)) = \dfrac{|b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

$\Leftrightarrow \sqrt{3}|b+c| = 2\sqrt{b^2+c^2+(-2b+3c)^2} \Leftrightarrow 17b^2-54bc+37c^2=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=c \\ b=\dfrac{37}{17}c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=c=1 \\ c=17, b=37 \end{array}\right.$

TH1: $b=c=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow (P): \mathrm{x+y+z-1}=0$.

TH2: $b=37, c=17 \Rightarrow a=-23 \Rightarrow (P): -23\mathrm{x}+37\mathrm{y}+17\mathrm{z}+23=0$.

Câu 44. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và chắn trên ba trục tọa độ các đoạn thẳng có độ dài bằng nhau và khác 0.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a.b.c \neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng đi qua $M(2;1;1)$ nên $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1\,(*)$.

Theo bài ra ta có $OA=OB=OC \Leftrightarrow |a|=|b|=|c| \Leftrightarrow \begin{cases} b=\pm a \\ c=\pm a \end{cases}$.

Trường hợp 1 : $\begin{cases} b=a \\ c=a \end{cases}$ từ $(*) \Rightarrow \dfrac{4}{a}=1 \Rightarrow a=4 \Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{4}=1$.

Trường hợp 2 : $\begin{cases} b=a \\ c=-a \end{cases}$ từ $(*) \Rightarrow \dfrac{2}{a}=1 \Rightarrow a=2 \Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{2}=1$.

Trường hợp 3 : $\begin{cases} b=-a \\ c=a \end{cases}$ từ $(*) \Rightarrow \dfrac{2}{a}=1 \Rightarrow a=2 \Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$

Trường hợp 4 : $\begin{cases} b=-a \\ c=-a \end{cases}$ từ $(*) \Rightarrow 0=1$ vô nghiệm suy ra không tồn tại mặt phẳng.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. **[VD]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2)$, $C(0;-2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất, phương trình của (P) là

A. $2x-y+3z-12=0$. **B.** $3x+y+2z-13=0$. **C.** $3x+2y+z-11=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C lên mặt phẳng (P) và đoạn thẳng AB.

Ta có $CH = d(C,(P)) \le CK \Rightarrow d(C,(P))$ lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

Ta có $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{n_{(ABC)}}, \overrightarrow{AB}\right] = (-9;-6;-3)$

$\Rightarrow (P): 3x+2y+z-11=0.$

Câu 46. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+2f(x)=1-x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2?

A. 11. **B.** 41. **C.** 305. **D.** 65.

Lời giải

Đặt $t=f(x)$ thì $t^3+2t=1-x$, suy ra $(3t^2+2)\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Với $x=-2$ ta có $t^3+2t-3=0$, suy ra $t=1$.

Với $x=1$ ta có $t^3+2t=0$, suy ra $t=0$.

Ta có $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = -\int_{1}^{0} t(3t^2+2)\mathrm{d}t = \int_{0}^{1}(3t^3+2t)\mathrm{d}t = \left.\left(\frac{3}{4}t^4+t^2\right)\right|_0^1 = \frac{7}{4}$.

Vậy $a^2+b^2=49+16=65$.

Câu 47. **[VDC]** Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$. Biết $f(3)=1$ và $f(x).f(3-x)=\mathrm{e}^{2x^2-6x}$, với mọi $x\in[0;3]$.

Tính tích phân $I=\int_0^3 \frac{(x^3-9x^2)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{243}{5}$. **B.** $-\frac{243}{10}$. **C.** $-\frac{486}{5}$. **D.** $-\frac{243}{5}$.

Lời giải

Theo giả thiết, ta có $f(x).f(3-x)=\mathrm{e}^{2x^2-6x}$ và $f(x)$ nhận giá trị dương nên

$\ln\left[f(x).f(3-x)\right]=\ln \mathrm{e}^{2x^2-6x} \Leftrightarrow \ln f(x)+\ln f(3-x)=2x^2-6x$.

Mặt khác, với $x=0$, ta có $f(0).f(3)=1$ và $f(3)=1$ nên $f(0)=1$.

Xét $I=\int_0^3 \frac{(2x^3-9x^2)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$, ta có $I=\int_0^3 (2x^3-9x^2).\frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u=2x^3-9x^2 \\ \mathrm{d}v=\frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \mathrm{d}u=(6x^2-18x)\mathrm{d}x \\ v=\ln f(x) \end{cases}$

Suy ra $I=\left[\left(2x^3-9x^2\right)\ln f\left(x\right)\right]_0^3-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f\left(x\right)dx=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f\left(x\right)dx\ \ (1)$.

Đến đây, đổi biến $x=3-t\Rightarrow dx=-dt$. Khi $x=0\to t=3$ và $x=3\to t=0$.

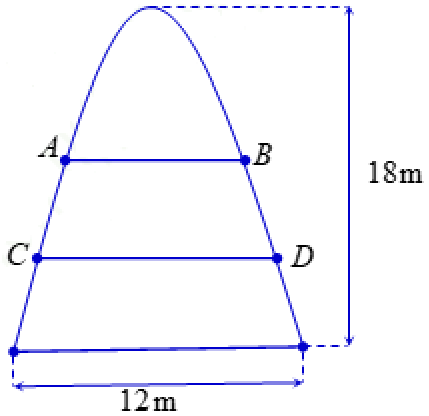
Ta có $I=-\int\limits_3^0\left(6t^2-18t\right).\ln f\left(3-t\right)\left(-dt\right)=-\int\limits_0^3\left(6t^2-18t\right).\ln f\left(3-t\right)dt$

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên $I=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f\left(3-x\right)dx\ \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta cộng vế theo vế, ta được $2I=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\left[\ln f\left(x\right)+\ln f\left(3-x\right)\right]dx$

Hay $I=-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\left(2x^2-6x\right)dx=-\dfrac{243}{5}$.

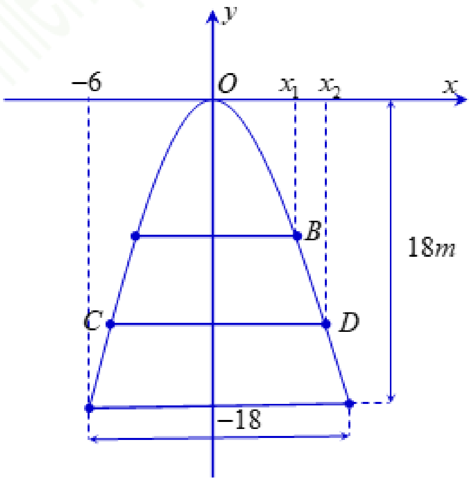
Câu 48. **[VDC]** Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\dfrac{AB}{CD}$ bằng



A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\dfrac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình Parabol có dạng $y=a.x^2\ \ (P)$.

(P) đi qua điểm có tọa độ $(-6;-18)$ suy ra: $-18=a.(-6)^2 \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y=-\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD}=\frac{x_1}{x_2}$.

Diện tích hình phẳng giới bạn bởi Parabol và đường thẳng $AB: y=-\frac{1}{2}x_1^2$ là

$$S_1=2\int_0^{x_1}\left[-\frac{1}{2}x^2-\left(-\frac{1}{2}x_1^2\right)\right]dx=2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}x_1^2x\right)\Bigg|_0^{x_1}=\frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng CD $y=-\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2=2\int_0^{x_2}\left[-\frac{1}{2}x^2-\left(-\frac{1}{2}x_2^2\right)\right]dx=2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}x_2^2x\right)\Bigg|_0^{x_2}=\frac{2}{3}x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2=2S_1 \Leftrightarrow x_2^3=2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Vậy $\frac{AB}{CD}=\frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 49. **[VDC]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;0;1), B(1;-2;3)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1$, điểm N thuộc mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+4=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất độ dài MN
.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5

Lời giải

Giả sử $M(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{MA}=(x+1;y;z-1), \overrightarrow{MB}=(x-1;y+2;z-3)$.

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1 \Leftrightarrow x^2-1+y^2+2y+z^2-4z+3=1 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.

Suy ra tập hợp điểm M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(0;-1;2)$ bán kính $R=2$.

Ta có $d(I;(P))=3>R$ nên mặt phẳng không cắt mặt cầu.

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P), K là giao điểm đoạn IH với mặt cầu (S). Ta dễ dàng chứng minh được $MN \ge KH = IH-R=d(I;(P))-R=3-2=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất độ dài MN bằng 1.

Câu 50. **[VDC]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=9$ và tam giác ABC có $A(5;0;0), B(0;3;0), C(4;5;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 77. **B.** 38. **C.** 17. **D.** 55.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$ và bán kính $R=3$

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $z=0$.

Mà $d(I,(ABC))=5>R$ suy ra mặt phẳng (ABC) không cắt mặt cầu (S).

Thể tích tứ diện $MABC$ là $V=\frac{1}{3}d(M,(ABC)).S_{ABC}$

Để V có thể tích lớn nhất thì $d(M,(ABC))$ phải lớn nhất

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow M = d \cap (S) \Rightarrow d(M,(ABC))$ lớn nhất khi $I \in d$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5+t \end{cases}$. Thế vào pt mặt cầu ta tìm được $\left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-3 \end{array}\right.$

Vậy ta có $M_1(2;3;8)$, $M_2(2;3;2)$. Nhận thấy $d(M_1,(ABC)) > d(M_2,(ABC))$.

Do đó tọa độ M là $M(2;3;8)$.

ĐỀ SỐ 8

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 60 phút
(Đề gồm 40 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. Tính tích phân $J=\int\limits_{-1}^{0} x^2(x+1)^3dx$

A. $J=\frac{2}{15}$. **B.** $J=-\frac{3}{70}$. **C.** $J=\frac{1}{60}$. **D.** $J=-\frac{1}{60}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^{2x}$?

A. $\frac{25^x}{\ln 25}$. **B.** $\frac{5^{2x}}{\ln 5}$. **C.** $\frac{5^{2x}}{2\ln 5}$. **D.** $\frac{25^x}{2\ln 5}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(0;\sqrt{2};\sqrt{2})$ và $\vec{v}=(-\sqrt{2};-\sqrt{2};0)$. Tính góc φ giữa hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $\varphi=120°$. **B.** $\varphi=30°$. **C.** $\varphi=60°$. **D.** $\varphi=150°$.

Câu 4. Cho $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{5\ln x+4}}{x}dx=\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $a^2-ab-4b^2=-26$. **B.** $2a-3b=31$.
C. $a+b=52$. **D.** $ab=570$

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x+3}$ thỏa mãn $F(-2)=1$. Hỏi $F(3)$ bằng bao nhiêu ?

A. $F(3)=-\ln 6+1$. **B.** $F(3)=\ln 6+1$. **C.** $F(3)=\ln 6$. **D.** $F(3)=\ln 6-1$.

Câu 6. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int 2f(x)dx=2\int f(x)dx$.
B. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.
C. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.
D. $\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

Câu 7. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1)=17$ và $\int\limits_{1}^{4} f'(x)dx=33$. Tính $f(4)$.

A. $f(4)=11$. **B.** $f(4)=50$. **C.** $f(4)=16$. **D.** $f(4)=25$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;0)$ và $B(1;2;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB.

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=32$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=8$.
C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=32$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=8$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không là phương trình của mặt cầu ?

A. $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-8=0$. **B.** $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y-24z+16=0$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $2x^2+2y^2+2z^2-4x+2y+2z+4=0$.

Câu 10. Cho $\int f(x)\,dx = x\sin x + \cos x + C$. Tìm $f(x)$

A. $f(x) = x.\sin x$.
B. $f(x) = x.\sin x - \cos x$.
C. $f(x) = x.\cos x$.
D. $f(x) = x.\cos x + \sin x$.

Câu 11. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$

A. $F(x) = e^x + 2x^2 + \frac{1}{2}$.
B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.
C. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$
D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2x - 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - 6y + m^2z - m - 4 = 0$, với m là tham số thực .Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau .

A. $m = 2 \vee m = -2$.
B. $m = 2$.
C. $m = 4 \vee m = -4$
D. $m = -2$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Tìm biểu thức số hạng tổng quát của dãy số này.

A. $u_n = 3n - 5$.
B. $u_n = 5 - 2n$.
C. $u_n = -5 - 2n$.
D. $u_n = 1 - 2n$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;2;-1), B(2;1;1)$ và $C(0;1;2)$. Gọi $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Tính $a+b+c$

A. $a+b+c=-4$.
B. $a+b+c=-8$.
C. $a+b+c=8$.
D. $a+b+c=4$.

Câu 15. Biết rằng hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{25} f(t)\,dt = 10$ .Tính $\int_0^5 f(5x)dx$.

A. $\int_0^5 f(5x)dx = 5$
B. $\int_0^5 f(5x)dx = 50$
C. $\int_0^5 f(5x)dx = 10$
D. $\int_0^5 f(5x)dx = 2$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ .Tìm phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z - 1 = 0$.
B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 10z - 7 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y + 10z - 7 = 0$
D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$

Câu 17. Tìm họ nguyên hàm $\int x.\ln x dx$

A. $\int x.\ln x dx = \frac{x^2.\ln x}{2} + \frac{x^2}{4} + C$
B. $\int x.\ln x dx = \ln x + 1 + C$
C. $\int x.\ln x dx = \ln x + C$
D. $\int x.\ln x dx = \frac{x^2.\ln x}{2} - \frac{x^2}{4} + C$.

Câu 18. Biết $\int_{-1}^{0} \frac{x-2}{3x^2 - 7x + 4} dx = a\ln 2 + b\ln 7$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = -4$.
B. $a + 2b = -1$.
C. $a + 2b = 0$.
D. $a + 2b = -3$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm $A(1;-2;3); B(-2;1;5); C(3;2;-4)$.

A. $(\alpha): 29x - 17y + 18z - 117 = 0$.
B. $(\alpha): 29x + 17y + 18z - 49 = 0$.
C. $(\alpha): 29x + 41y - 18z + 107 = 0$.
D. $(\alpha): 29x - 41y - 18z - 57 = 0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(-1;2;0); B(-2;1;1)$ và có tâm nằm trên trục Oz.

A. $(S): x^2+y^2+z^2+z-5=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2+x-2y-10=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-x+2y-10=0=0$. **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-z-5=0$.

Câu 21. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^4 x.\sin x$

A. $\int f(x)dx=\cos x+\frac{\sin^5 x}{5}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\frac{\cos^5 x}{5}+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{\sin^5 x}{5}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{\cos^5 x}{5}+C$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết các đỉnh $A(3;1;2)$, $B(1;-4;2)$ và $C(2;0;-1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxz). Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-2;0;-1)$. **B.** $H(0;-1;0)$. **C.** $H(2;0;1)$. **D.** $H(2;-1;1)$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\frac{\cos 2x}{\sin^2 x\cos^2 x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ biết đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{4};0\right)$.

A. $F(x)=\cot x-\tan x$. **B.** $F(x)=\cot x+\tan x+2$.

C. $F(x)=-\cot x-\tan x+2$. **D.** $F(x)=-\cot x-\tan x-2$.

Câu 24. $F(x)=\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{\cos 2x}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x$ $=-\cot x-\tan x+C$.

Câu 25. Vì đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{4};0\right)$ nên $-\cot\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{4}+C=0\Leftrightarrow C=2$.

Câu 26. Giả sử $I=\int_{-2}^{-1}\frac{2x^2+5x-6}{x-1}\mathrm{d}x=a\ln\frac{2}{3}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $4a^2+b^2$.

A. $4a^2+b^2=20$. **B.** $4a^2+b^2=30$. **C.** $4a^2+b^2=65$. **D.** $4a^2+b^2=6$.

Câu 27. Cho $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x)=2\sin^2 x$ thỏa mãn $F_1(0)=0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x)=2\cos^2 x$ thỏa mãn $F_2(0)=0$. Tìm nghiệm của phương trình $F_1(x)=F_2(x)$.

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 28. Ta có $F_1(x)=\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int 2\sin^2 x\mathrm{d}x=\int(1-\cos 2x)\,\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\sin 2x+C_1$.

Vì $F_1(0)=0$ nên $C_1=0$.

$F_2(x)=\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int 2\cos^2 x\mathrm{d}x=\int(1+\cos 2x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\sin 2x+C_2$.

Vì $F_2(0)=0$ nên $C_2=0$.

Do đó $F_1(x) = F_2(x) \Leftrightarrow x - \frac{1}{2}\sin 2x = x + \frac{1}{2}\sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 29. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[-2;2]$. Biết $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số chẵn và $\int_0^2 f(x)dx = 5; \int_0^2 g(x)dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 0$.

B. $\int_{-2}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]dx = 24$.

C. $\int_{-2}^{2} g(x)dx = 14$.

D. $\int_{-2}^{2}\left[f(x)+2g(x)\right]dx = 28$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ, $B(1;0;0), D(0;1;0)$ và $A'(0;0;3)$. Gọi M là trung điểm cạnh CC'. Tính thể tích V của khối tứ diện $A'BDM$.

A. $V = \frac{3}{4}$.

B. $V = \frac{9}{4}$.

C. $V = \frac{9}{2}$.

D. $V = \frac{3}{2}$.

Câu 31. Cho $I = \int e^{\sin^2 x}.\sin x \cdot \cos^3 x dx$. Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì kết luận nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2}\int e^t \cdot (1+t)dt$.

B. $I = 2\int e^t \cdot (1+t)dt$.

C. $I = 2\int e^t \cdot (1-t)dt$.

D. $I = \frac{1}{2}\int e^t \cdot (1-t)dt$.

Câu 32. Cho $\int_e^{e^5} f(\ln x).\frac{1}{x}dx = 5$. Tính $\int\limits_1^5 f(x)dx$.

A. $\int\limits_1^5 f(x)dx = 5$.

B. $\int\limits_1^5 f(x)dx = \ln 5$.

C. $\int\limits_1^5 f(x)dx = -5$.

D. $\int\limits_1^5 f(x)dx = \frac{1}{\ln 5}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và cách điểm B một khoảng lớn nhất.

A. $(\alpha): x - z + 2 = 0$.

B. $(\alpha): x - z - 2 = 0$.

C. $(\alpha): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

D. $(\alpha): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi Q là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $QC = 2QB$. Độ dài đoạn AQ là

A. $AQ = \sqrt{29}$.

B. $AQ = 5\sqrt{2}$.

C. $AQ = \sqrt{5}$.

D. $AQ = \sqrt{21}$.

Câu 35. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{5x^2+3x+1}{\sqrt{2x-3}}$ và $F(x) = (ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ với $x > \frac{3}{2}$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính tích $P = abc$ để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

A. $P = 14$.

B. $P = -30$.

C. $P = 30$.

D. $P = 15$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;3;1)$, $B(1;1;0)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $P = \left|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tính giá trị của biểu thức $a + 2b$

A. $a+2b=2$ **B.** $a+2b=-2$ **C.** $a+2b=1$ **D.** $a+2b=-1$

Câu 37. Cho $I=\int \frac{5\sin x+3\cos x}{2\sin x+\cos x}\mathrm{d}x = mx+n\cdot\ln\left|2\sin x+\cos x\right|+C$ với m, $n\in\mathbb{R}$. Tính tỉ số $\frac{m}{n}$.

A. $\frac{m}{n}=5$. **B.** $\frac{m}{n}=\frac{13}{5}$. **C.** $\frac{m}{n}=13$. **D.** $\frac{m}{n}=\frac{5}{13}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\cos^3 x+\cos^5 x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Đặt $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=a$, tính giá trị biểu thức $K=5a+8$.

A. $K=14$. **B.** $K=\frac{6}{5}$. **C.** $K=20$. **D.** $K=\frac{12}{5}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2)=18$ và $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $K=\int\limits_0^1 x\cdot f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $K=6$. **B.** $K=3$. **C.** $K=12$. **D.** $K=15$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có các đỉnh $B(3;0;1)$, $D(1;2;7)$, đáy $ABCD$ là hình thoi, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính tổng $B+C+D$ biết phương trình mặt phẳng (SAC) có dạng $x+By+Cz+D=0$.

A. $B+C+D=7$. **B.** $B+C+D=18$. **C.** $B+C+D=-15$. **D.** $B+C+D=-14$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tính tích phân $J=\int\limits_{-1}^{0} x^2(x+1)^3dx$

A. $J=\frac{2}{15}$. **B.** $J=-\frac{3}{70}$. **C.** $J=\frac{1}{60}$. **D.** $J=-\frac{1}{60}$.

Lời giải

Chọn C

$J=\int\limits_{-1}^{0} x^2(x+1)^3dx=\int\limits_{-1}^{0} x^2(x^3+3x^2+3x+1)dx=\int\limits_{-1}^{0}(x^5+3x^4+3x^3+x^2)dx$

$=\left(\frac{x^6}{6}+3\frac{x^5}{5}+3\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{0}=\frac{1}{60}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^{2x}$?

A. $\frac{25^x}{\ln 25}$. **B.** $\frac{5^{2x}}{\ln 5}$. **C.** $\frac{5^{2x}}{2\ln 5}$. **D.** $\frac{25^x}{2\ln 5}$.

Lời giải

Chọn B

Do $\left(\frac{5^{2x}}{\ln 5}\right)'=\left(\frac{25^x}{\ln 5}\right)'=\frac{25^x.\ln 25}{\ln 5}=2.25^x$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(0;\sqrt{2};\sqrt{2})$ và $\vec{v}=(-\sqrt{2};-\sqrt{2};0)$. Tính góc φ giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $\varphi=120°$. **B.** $\varphi=30°$. **C.** $\varphi=60°$. **D.** $\varphi=150°$.

Lời giải

Chọn A

$\cos\varphi=\frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}=\frac{-2}{2.2}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi=120°$

Câu 4. Cho $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{5\ln x+4}}{x}dx=\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $a^2-ab-4b^2=-26$. **B.** $2a-3b=31$.
C. $a+b=52$. **D.** $ab=570$

Lời giải

Chọn C

Đặt $\sqrt{5\ln x+4}=t\Rightarrow\ln x=\frac{t^2-4}{5}\Rightarrow\frac{dx}{x}=\frac{2tdt}{5}$

Khi đó: $I=\int\limits_{2}^{3}\frac{2t^2}{5}dt=\frac{38}{15}\Rightarrow a=38,b=15$. Khi đó: $a+b=53\Rightarrow$ đáp án C sai.

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x+3}$ thỏa mãn $F(-2)=1$. Hỏi $F(3)$ bằng bao nhiêu ?

A. $F(3)=-\ln 6+1$. **B.** $F(3)=\ln 6+1$. **C.** $F(3)=\ln 6$. **D.** $F(3)=\ln 6-1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $F(x)=\int \frac{1}{x+3}dx=\int \frac{1}{x+3}d(x+3)=\ln|x+3|+C$.

Do $F(-2)=1$ nên $C=1$, từ đó $F(3)=\ln 6+1$.

Câu 6. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int 2f(x)dx=2\int f(x)dx$.

B. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

C. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.

D. $\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 7. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1)=17$ và $\int_1^4 f'(x)dx=33$. Tính $f(4)$.

A. $f(4)=11$.　　**B.** $f(4)=50$.　　**C.** $f(4)=16$.　　**D.** $f(4)=25$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int_1^4 f'(x)dx=f(x)\Big|_1^4=f(4)-f(1)=f(4)-17=33\Rightarrow f(4)=50$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;0)$ và $B(1;2;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB.

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=32$.　　**B.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=8$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=32$.　　**D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=8$.

Lời giải

Chọn D.

Tọa độ trung điểm AB là $I(-1;2;2)$ và $AB=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\Rightarrow R=2\sqrt{2}$.

Suy ra $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=8$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không là phương trình của mặt cầu ?

A. $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-8=0$.　　**B.** $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y-24z+16=0$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.　　**D.** $2x^2+2y^2+2z^2-4x+2y+2z+4=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-8=0$ là phương trình một mặt cầu vì $d=-8<0$

$(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ là phương trình một mặt cầu

$3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y-24z+16=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=\frac{47}{3}$ là phương trình một mặt cầu

$2x^2+2y^2+2z^2-4x+2y+2z+4=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{1}{2}$ không là phương trình một mặt cầu

Câu 10. Cho $\int f(x)\,dx = x\sin x+\cos x+C$. Tìm $f(x)$

A. $f(x)=x.\sin x$. **B.** $f(x)=x.\sin x-\cos x$.

C. $f(x)=x.\cos x$. **D.** $f(x)=x.\cos x+\sin x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=(x.\sin x+\cos x+C)'=\sin x+x.\cos x-\sin x=x.\cos x$

Câu 11. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$

A. $F(x)=e^x+2x^2+\frac{1}{2}$. **B.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

C. $F(x)=2e^x+x^2-\frac{1}{2}$ **D.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)=\int f(x)\,dx=\int(e^x+2x)\,dx=e^x+x^2+C$

$F(0)=e^o+C=\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{1}{2}\Rightarrow F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2x-3=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x-6y+m^2z-m-4=0$, với m là tham số thực .Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau .

A. $m=2 \vee m=-2$. **B.** $m=2$.

C. $m=4 \vee m=-4$ **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(P)\,||\,(Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1}=\frac{-6}{-3}=\frac{m^2}{2}\neq\frac{-4}{-3} \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=-2$. Tìm biểu thức số hạng tổng quát của dãy số này.

A. $u_n=3n-5$. **B.** $u_n=5-2n$. **C.** $u_n=-5-2n$. **D.** $u_n=1-2n$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;2;-1), B(2;1;1)$ và $C(0;1;2)$. Gọi $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Tính $a+b+c$

A. $a+b+c=-4$. **B.** $a+b+c=-8$. **C.** $a+b+c=8$. **D.** $a+b+c=4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-1;-5;0)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): 1(x-2)+5(y-1)+0(z-1)=0 \Leftrightarrow x+5y-7=0$.

H là trực tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \\ H\in(ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1).(-2)+(b-2).0+(c+1).1=0 \\ (a-2).(-1)+(b-1).(-1)+(c-1).3=0 \\ a+5b-7=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-c-3=0 \\ a+b-3c=0 \\ a+5b-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow a+b+c=4$.

Câu 15. Biết rằng hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{25} f(t)dt=10$ .Tính $\int_0^5 f(5x)dx$.

A. $\int_0^5 f(5x)dx=5$ **B.** $\int_0^5 f(5x)dx=50$ **C.** $\int_0^5 f(5x)dx=10$ **D.** $\int_0^5 f(5x)dx=2$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=5x \Rightarrow dt=5dx$; đổi cận $x=0 \Rightarrow t=0; x=5 \Rightarrow t=25$

$\int_0^5 f(5x)dx=\frac{1}{5}\int_0^{25} f(t)dt=2$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$ .Tìm phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A,B,C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

A. $(S): x^2+y^2+z^2+2x+2z-1=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2-6x+8y-10z-7=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-6x-8y+10z-7=0$ **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(a,b,c)$ là tâm của mặt cầu (S)

Ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \\ I\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+b^2+(c-1)^2=(a-1)^2+b^2+c^2 \\ (a-2)^2+b^2+(c-1)^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 \\ a+b+c-2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} a+c-2=0 \\ a-b-1=0 \\ a+b+c-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow I(1;0;1) \Rightarrow R=IA=1$

$(S): (x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.

Câu 17. Tìm họ nguyên hàm $\int x.\ln x dx$

A. $\int x.\ln x dx=\frac{x^2.\ln x}{2}+\frac{x^2}{4}+C$ **B.** $\int x.\ln x dx=\ln x+1+C$

C. $\int x.\ln x dx=\ln x+C$ **D.** $\int x.\ln x dx=\frac{x^2.\ln x}{2}-\frac{x^2}{4}+C$.

Lời giải:

Chọn D .

đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

$$\int x.\ln x dx = \ln x.\frac{x^2}{2} - \int \frac{x}{2}dx = \frac{x^2}{2}.\ln x - \frac{x^2}{4} + C.$$

Câu 18. Biết $\int\limits_{-1}^{0} \dfrac{x-2}{3x^2-7x+4}dx = a\ln 2 + b\ln 7$ với $a,b \in \mathbb{Q}$. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-4$. **B.** $a+2b=-1$. **C.** $a+2b=0$. **D.** $a+2b=-3$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x-2}{3x^2-7x+4} = \frac{x-2}{(x-1)(3x-4)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{3x-4}$$

Suy ra $\dfrac{x-2}{(x-1)(3x-4)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{3x-4} = \dfrac{(3A+B)x + (-4A-B)}{(x-1)(3x-4)}$

Thực hiện đồng nhất ta có $\begin{cases} 3A+B=1 \\ -4A-B=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-2 \end{cases}$

$$\int\limits_{-1}^{0} \frac{x-2}{3x^2-7x+4}dx = \int\limits_{-1}^{0}\left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{3x-4}\right)dx = \left(\ln|x-1| - \frac{2}{3}\ln|3x-4|\right)\Big|_{-1}^{0} = \ln 1 - \frac{2}{3}\ln 4 - \ln 2 + \frac{2}{3}\ln 7$$

$=\dfrac{-7}{3}\ln 2 + \dfrac{2}{3}\ln 7$. Do đó

$a = \dfrac{-7}{3}; b = \dfrac{2}{3} \Rightarrow a+2b=-1$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm $A(1;-2;3); B(-2;1;5); C(3;2;-4)$.

A. $(\alpha): 29x - 17y + 18z - 117 = 0$. **B.** $(\alpha): 29x + 17y + 18z - 49 = 0$.

C. $(\alpha): 29x + 41y - 18z + 107 = 0$. **D.** $(\alpha): 29x - 41y - 18z - 57 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB} = (-3;3;2); \overrightarrow{AC} = (2;4;-7); \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-29;-17;-18)$

(α) đi qua 3 điểm $A(1;-2;3); B(-2;1;5); C(3;2;-4)$ có VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-29;-17;-18)$

Pttq $(\alpha): 29(x-1) + 17(y+2) + 18(z-3) = 0 \Leftrightarrow 29x + 17y + 18z - 49 = 0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(-1;2;0); B(-2;1;1)$ và có tâm nằm trên trục Oz.

A. $(S): x^2+y^2+z^2+z-5=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2+x-2y-10=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-x+2y-10=0=0$. **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-z-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(0;0;c)$ là tâm mặt cầu.

Mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(-1;2;0);B(-2;1;1)$ nên $IA=IB\Leftrightarrow\sqrt{1^2+(-2)^2+c^2}=\sqrt{2^2+(-1)^2+(c-1)^2}\Leftrightarrow c^2+5=(c-1)^2+5\Leftrightarrow c=\frac{1}{2}$

Bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{1^2+(-2)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ và có bán kính $R=\frac{\sqrt{21}}{2}$

$(S):x^2+y^2+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{21}{4}\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-z-5=0$.

Câu 21. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^4x.\sin x$

A. $\int f(x)dx=\cos x+\frac{\sin^5x}{5}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\frac{\cos^5x}{5}+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{\sin^5x}{5}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{\cos^5x}{5}+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin xdx$

$\int f(x)dx=-\int t^4dt=-\frac{t^5}{5}+C=\frac{-\cos^5x}{5}+C$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết các đỉnh $A(3;1;2)$, $B(1;-4;2)$ và $C(2;0;-1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxz). Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-2;0;-1)$. **B.** $H(0;-1;0)$. **C.** $H(2;0;1)$. **D.** $H(2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G(2;-1;1)$.

Hình chiếu của G lên (Oxz) là $H(2;0;1)$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\frac{\cos 2x}{\sin^2x\cos^2x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ biết đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{4};0\right)$.

A. $F(x)=\cot x-\tan x$. **B.** $F(x)=\cot x+\tan x+2$.

C. $F(x)=-\cot x-\tan x+2$. **D.** $F(x)=-\cot x-\tan x-2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24. $F(x)=\int f(x)dx=\int\frac{\cos 2x}{\sin^2x\cos^2x}dx=\int\frac{\cos^2x-\sin^2x}{\sin^2x\cos^2x}dx=\int\left(\frac{1}{\sin^2x}-\frac{1}{\cos^2x}\right)dx$

$=-\cot x-\tan x+C$.

Câu 25. Vì đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{4};0\right)$ nên $-\cot\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{4}+C=0\Leftrightarrow C=2$.

Câu 26. Giả sử $I=\int\limits_{-2}^{-1}\frac{2x^2+5x-6}{x-1}\mathrm{d}x=a\ln\frac{2}{3}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $4a^2+b^2$.

A. $4a^2+b^2=20$. **B.** $4a^2+b^2=30$. **C.** $4a^2+b^2=65$. **D.** $4a^2+b^2=6$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int\limits_{-2}^{-1}\frac{2x^2+5x-6}{x-1}\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{-1}\left(2x+7+\frac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x=\left(x^2+7x+\ln|x-1|\right)\Big|_{-2}^{-1}=\ln\frac{2}{3}+4$, suy ra $a=1,b=4$.

Câu 27. Cho $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x)=2\sin^2 x$ thỏa mãn $F_1(0)=0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x)=2\cos^2 x$ thỏa mãn $F_2(0)=0$. Tìm nghiệm của phương trình $F_1(x)=F_2(x)$.

A. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 28. Ta có $F_1(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int 2\sin^2 x\mathrm{d}x=\int(1-\cos 2x)\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\sin 2x+C_1$.

Vì $F_1(0)=0$ nên $C_1=0$.

$F_2(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int 2\cos^2 x\mathrm{d}x=\int(1+\cos 2x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\sin 2x+C_2$.

Vì $F_2(0)=0$ nên $C_2=0$.

Do đó $F_1(x)=F_2(x)\Leftrightarrow x-\frac{1}{2}\sin 2x=x+\frac{1}{2}\sin 2x\Leftrightarrow \sin 2x=0\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}$.

Câu 29. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[-2;2]$. Biết $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số chẵn và $\int_0^2 f(x)dx=5;\int_0^2 g(x)dx=7$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_{-2}^2 f(x)dx=0$. **B.** $\int_{-2}^2[f(x)+g(x)]dx=24$.

C. $\int_{-2}^2 g(x)dx=14$. **D.** $\int_{-2}^2[f(x)+2g(x)]dx=28$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^2 f(x)dx=0$. Mặt khác $\int\limits_{-2}^{2}g(x)dx=2\int\limits_{0}^{2}g(x)dx=14$.

Suy ra $\int_{-2}^2[f(x)+g(x)]dx=14$

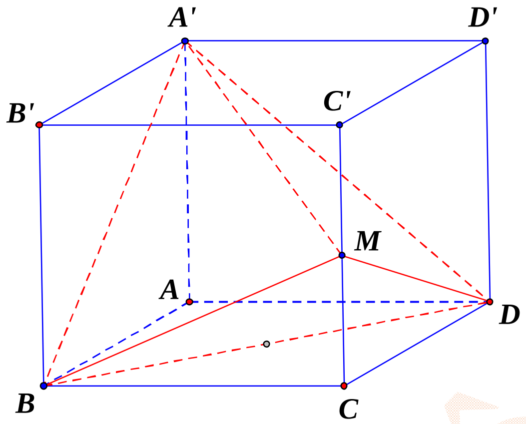
Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ, $B(1;0;0),D(0;1;0)$ và $A'(0;0;3)$. Gọi M là trung điểm cạnh CC'. Tính thể tích V của khối tứ diện $A'BDM$.

A. $V=\frac{3}{4}$. **B.** $V=\frac{9}{4}$.

C. $V=\frac{9}{2}$. **D.** $V=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $C(1;1;0), M\left(1,1,\frac{3}{2}\right)$.

$V_{A'BDM} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA'}\right]\overrightarrow{BM}\right|$.

$\overrightarrow{BD}(-1;1;0), \overrightarrow{BA'}(-1;0;3), \overrightarrow{BM}\left(0;1;\frac{3}{2}\right)$.

Suy ra $V_{A'BDM} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA'}\right]\overrightarrow{BM}\right| = \frac{1}{6}.\frac{9}{2} = \frac{3}{4}$.

Câu 31. Cho $I = \int e^{\sin^2 x}.\sin x\cdot\cos^3 x dx$. Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì kết luận nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2}\int e^t\cdot(1+t)dt$. **B.** $I = 2\int e^t\cdot(1+t)dt$.

C. $I = 2\int e^t\cdot(1-t)dt$. **D.** $I = \frac{1}{2}\int e^t\cdot(1-t)dt$.

Lời giải

Chọn D

$I = \int e^{\sin^2 x}.\sin x\cdot\cos^3 x dx = \frac{1}{2}\int e^{\sin^2 x}.(1-\sin^2 x)\sin 2x dx$

Đổi biến số $t = \sin^2 x$. Khi đó $dt = \sin 2x dx$. Do đó $I = \frac{1}{2}\int e^t\cdot(1-t)dt$

Câu 32. Cho $\int_e^{e^5} f(\ln x).\frac{1}{x}dx = 5$. Tính $\int_1^5 f(x)dx$.

A. $\int_1^5 f(x)dx = 5$. **B.** $\int_1^5 f(x)dx = \ln 5$.

C. $\int_1^5 f(x)dx = -5$. **D.** $\int_1^5 f(x)dx = \frac{1}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x}dx$.

Khi $x = e \Rightarrow t = 1; Khi\, x = e^2 \Rightarrow t = 2$.

Khi đó $5=\int_e^{e^5} f(\ln x).\frac{1}{x}dx=\int_1^5 f(t)dt=\int_1^5 f(x)dx$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và cách điểm B một khoảng lớn nhất.

A. $(\alpha): x-z+2=0$. **B.** $(\alpha): x-z-2=0$.

C. $(\alpha): 3x+2y+z-10=0$. **D.** $(\alpha): x+2y+3z-14=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của B lên (α)

Khi đó: $d(B,(\alpha))=BH\le BA$ (không đổi)

Dấu $=$ xảy ra $H\equiv A$.

Lúc đó (α) đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;0;-2)$ làm vtpt nên có pt: $2(x-1)+0(y-2)-2(z-3)=0\Leftrightarrow x-z+2=0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi Q là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $QC=2QB$. Độ dài đoạn AQ là

A. $AQ=\sqrt{29}$. **B.** $AQ=5\sqrt{2}$. **C.** $AQ=\sqrt{5}$. **D.** $AQ=\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn A

Q là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $QC=2QB\Leftrightarrow \overrightarrow{BQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}\Rightarrow Q(-1;4;2)\Rightarrow AQ=\sqrt{29}$.

Câu 35. Cho hai hàm số $f(x)=\frac{5x^2+3x+1}{\sqrt{2x-3}}$ và $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ với $x>\frac{3}{2}$ và $a,\ b,\ c\in\mathbb{R}$. Tính tích $P=abc$ để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

A. $P=14$. **B.** $P=-30$. **C.** $P=30$. **D.** $P=15$.

Lời giải

Chọn C

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

$\Leftrightarrow F'(x)=f(x)\ \forall x\in\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$ (1)

Tính $F'(x)=(2ax+b)\sqrt{2x-3}+(ax^2+bx+c).\frac{1}{\sqrt{2x-3}}$

$=\frac{(2ax+b)(2x-3)+ax^2+bx+c}{\sqrt{2x-3}}=\frac{5ax^2+(3b-6a)x-3b+c}{\sqrt{2x-3}}$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \frac{5ax^2+(3b-6a)x+(-3b+c)}{\sqrt{2x-3}}=\frac{5x^2+3x+1}{\sqrt{2x-3}}\ \forall x\in\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

$\Leftrightarrow 5ax^2+(3b-6a)x+(-3b+c)=5x^2+3x+1\ \forall x\in\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

$$\begin{cases}5a=5\\3b-6a=3\\-3b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\\c=10\end{cases}\Rightarrow P=30.$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;3;1)$, $B(1;1;0)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $P=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tính giá trị của biểu thức $a+2b$

A. $a+2b=2$ **B.** $a+2b=-2$ **C.** $a+2b=1$ **D.** $a+2b=-1$

Lời giải

Chọn B

Gọi điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow I(0;-1;-1)$.

$P=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|=\left|-\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}\right)\right|=MI$

P đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của lên I mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow M(0;-1;0)\Rightarrow a=0;\ b=-1\Rightarrow a+2b=-2$.

Câu 37. Cho $I=\int\frac{5\sin x+3\cos x}{2\sin x+\cos x}dx=mx+n\cdot\ln\left|2\sin x+\cos x\right|+C$ với m, $n\in\mathbb{R}$. Tính tỉ số $\frac{m}{n}$.

A. $\frac{m}{n}=5$. **B.** $\frac{m}{n}=\frac{13}{5}$. **C.** $\frac{m}{n}=13$. **D.** $\frac{m}{n}=\frac{5}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{5\sin x+3\cos x}{2\sin x+\cos x}=\frac{A(2\cos x-\sin x)}{2\sin x+\cos x}+\frac{B}{2\sin x+\cos x}+C$, $\forall x$

Suy ra $A=\frac{1}{5}$, $B=0$, $C=\frac{13}{5}$.

Từ đó $I=\frac{1}{5}\ln\left|2\sin x+\cos x\right|+\frac{13}{5}x$ hay $m=\frac{13}{5}$, $n=\frac{1}{5}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\cos^3x+\cos^5x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Đặt $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=a$, tính giá trị biểu thức $K=5a+8$.

A. $K=14$. **B.** $K=\frac{6}{5}$. **C.** $K=20$. **D.** $K=\frac{12}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f(-x)dx$.

Từ đó $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+f(-x)\right]dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos^3x+\cos^5x\right)dx$

$$\Leftrightarrow 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos^2 x)\cos^2 x\cdot\cos x\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (2-\sin^2 x)(1-\sin^2 x)\mathrm{d}(\sin x)$$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x-3\sin^2 x+2)\mathrm{d}(\sin x)$$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin^5 x}{5}-\sin^3 x+2\sin x\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{5}+\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2)=18$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $K=\int_0^1 x\cdot f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $K=6$. **B.** $K=3$. **C.** $K=12$. **D.** $K=15$.

Lời giải

Chọn A

Xét tích phân K: đặt $t=2x\Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=2$.

$$K=\frac{1}{4}\int_0^2 t\cdot f'(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{4}\int_0^2 x\cdot f'(x)\mathrm{d}x=\left[\frac{x}{4}f(x)\right]\Big|_0^2-\frac{1}{4}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}f(2)-3=6.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có các đỉnh $B(3;0;1)$, $D(1;2;7)$, đáy $ABCD$ là hình thoi, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính tổng $B+C+D$ biết phương trình mặt phẳng (SAC) có dạng $x+By+Cz+D=0$.

A. $B+C+D=7$. **B.** $B+C+D=18$. **C.** $B+C+D=-15$. **D.** $B+C+D=-14$.

Lời giải

Chọn A

Do $ABCD$ là hình thoi nên $AC\perp BD$, lại có $SA\perp BD$ nên $BD\perp(SAC)$.

Mặt phẳng (SAC) qua trung điểm $I(2;1;4)$ của BD, nhận $\overrightarrow{BD}=(-2;2;6)$ làm véctơ pháp tuyến nên $(SAC):-2(x-2)+2(y-1)+6(z-4)=0\Leftrightarrow x-y-3z+11=0$.

Do đó $B=-1$, $C=-3$, $D=11$.

ĐỀ SỐ 9

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. **[2D3.1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)$.
C. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.
D. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$.

Câu 2. **[2D3.1-1]** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+3x+1$ là

A. $3x^2+3+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+1+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+x+C$. **D.** x^4+3x^2+x+C.

Câu 3. **[2D3.1-2]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+3}$. Biết $F(-2)=2018$.

A. $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+2018$. **B.** $\frac{1}{2}\ln|2x+3|-2018$. **C.** $\ln|2x+3|+2018$. **D.** $2\ln|2x+3|+2018$.

Câu 4. **[2D3.1-2]** Tính $\int \mathrm{e}^x.\mathrm{e}^{x+1}\mathrm{d}x$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $\mathrm{e}^x.\mathrm{e}^{x+1}+C$. **B.** $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+1}+C$. **C.** $2\mathrm{e}^{2x+1}+C$. **D.** $\mathrm{e}^{x^2+x}+C$.

Câu 5. **[2D3.1-3]** Cho $F(x)=\frac{1}{mx^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$ (m là hằng số khác 0). Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.
B. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.
C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\frac{1}{m}\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$.
D. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}-\frac{1}{x^2}\right)+C$.

Câu 6. **[2D3.1-1]** Xét $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.
B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.
C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b).F(a)$.
D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)+F(b)$.

Câu 7. **[2D3.1-1]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b k.\mathrm{d}x=k(b-a),\ \forall k\in\mathbb{R}$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$ với $c\in[a;b]$.

D. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 8. **[2D3.2-2]** Tìm k biết $\int\limits_0^k\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=6$

A. $k=1$, $k=-3$. **B.** $k=2$. **C.** $k=2$, $k=-3$. **D.** $k=-1$, $k=-6$.

Câu 9. **[2D3.2-2]** Biết $I=\int\limits_2^3\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $S=a+b$?

A. $S=-1$. **B.** $S=5$. **C.** $S=1$. **D.** $S=-5$

Câu 10. **[2D3.2-2]** Cho hàm f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_a^d f\left(x\right)\mathrm{d}x=10$, $\int\limits_b^d f\left(x\right)\mathrm{d}x=8$, $\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$.

Tính $I=\int\limits_b^c f\left(x\right)\mathrm{d}x$ ta được kết quả là:

A. $I=-5$. **B.** $I=7$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-7$.

Câu 11. **[2D3.3-1]** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Diện tích của hình phẳng H được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx.$ **B.** $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx-\int\limits_a^b\left|g\left(x\right)\right|dx.$

C. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|dx.$ **D.** $S=\pi\int\limits_a^b\left|f^2\left(x\right)-g^2\left(x\right)\right|dx.$

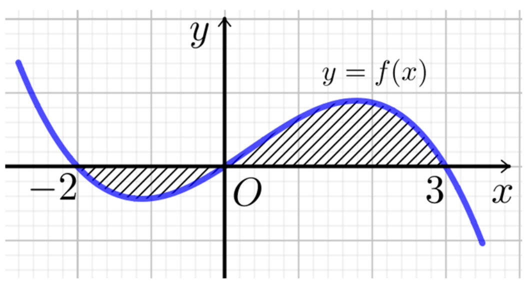
Câu 12. **[2D3.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx.$ **B.** $V=2\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x.$ **C.** $V=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\pi^2\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

Câu 13. **[2D3.3-1]** Cho hình $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $x=0$, $x=1$ và trục hoành. Công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $\left(H\right)$ quanh trục Ox là

A. $V=\pi\int\limits_0^1 x^2dx.$ **B.** $V=\pi^2\int\limits_0^1\left(x^2\right)^2dx.$ **C.** $V=\int\limits_0^1\left(x^2\right)^2dx.$ **D.** $V=\pi\int\limits_0^1\left(x^2\right)^2dx$.

Câu 14. **[2D3.3-2]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:



A. $S=\int\limits_{-2}^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-2}^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-2}^{0} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{3}^{0} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 15. **[2D3.3-2]** Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{x}+1, y=0, x=1, x=k$ $\left(k>1\right)$ quay xung quanh trục Ox. Tìm k để thể tích $V=\pi\left(\dfrac{15}{4}+\ln 16\right)$.

A. $k=\mathrm{e}^2$. **B.** $k=2\mathrm{e}$. **C.** $k=4$. **D.** $k=8$.

Câu 16. **[2D4.1-2]** Tính mô đun của số phức $z=a+2ai$ (a là số thực dương)

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $5a^2$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 17. **[2D4.1-2]** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. Số phức $z=i^2$ là số thuần ảo.

B. Số 3 không phải là số phức.

C. Số phức $z=3i+4$ có phần thực là 3 và phần ảo là 4.

D. Số phức liên hợp của $z=3i+4$ là $z=4-3i$.

Câu 18. **[2D4.1-1]** Điểm biểu diễn của số phức $z=3-4i$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

A. $\left(3;4\right)$. **B.** $\left(3;-4\right)$. **C.** $\left(-3;-4\right)$. **D.** $\left(-4;3\right)$.

Câu 19. **[2D4.2-2]** Cho hai số phức $z=a+bi$ và $z'=a'+b'i$. Điều kiện giữa a,b,a',b' để $z.z'$ là một số thực là:

A. $aa'+bb'=0$. **B.** $aa'-bb'=0$. **C.** $ab'+a'b=0$. **D.** $ab'-a'b=0$.

Câu 20. **[2D4.2-2]** Đặt $f\left(z\right)=\overline{z}+i\left|z\right|$. Tính $\left|f\left(3+4i\right)\right|$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 21. **[2D4.2-2]** Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i\left(3i+1\right)$.

A. $\overline{z}=3-i$. **B.** $\overline{z}=-3+i$. **C.** $\overline{z}=3+i$. **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Câu 22. **[2D4.3-1]** Thực hiện phép chia sau $z=\dfrac{2+i}{3-2i}$

A. $z=\dfrac{4}{13}+\dfrac{7}{13}i$. **B.** $z=\dfrac{7}{13}+\dfrac{4}{13}i$. **C.** $z=\dfrac{4}{13}-\dfrac{7}{13}i$. **D.** $z=\dfrac{7}{13}-\dfrac{4}{13}i$.

Câu 23. **[2D4.2-2]** Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left(1+i\right)z+2\overline{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=2$.

Câu 24. **[2D4.3-1]** Điểm biểu diễn số phức $z=\dfrac{\left(2-3i\right)\left(4-i\right)}{3+2i}$ có tọa độ là:

A. $A\left(-1;-4\right)$. **B.** $A\left(1;4\right)$. **C.** $A\left(-4;-1\right)$. **D.** $A\left(-4;1\right)$.

Câu 25. **[2D4.2-3]** Số phức z thỏa mãn: $\left|z-\left(2+i\right)\right|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$ là:

A. $z=3-4i$. **B.** $z=4-3i$. **C.** $z=4+3i$. **D.** $z=3+4i$.

Câu 26. **[2H3.1-1]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(x_1;\ y_1;\ z_1\right)$ và $B\left(x_2;\ y_2;\ z_2\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\left(x_1+x_2;\ y_1+y_2;\ z_1+z_2\right)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+\left(z_2-z_1\right)^2}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\left(x_2-x_1;\ y_2-y_1;\ z_2-z_1\right)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\left(x_1-x_2;\ y_1-y_2;\ z_1-z_2\right)$.

Câu 27. **[2H3.1-1]** Cho $\vec{u}=3\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ vectơ $\vec{u}$ là:

A. $(-3;-2;3)$. **B.** $(3;2;-3)$. **C.** $(3;2;3)$. **D.** $(3\vec{i};\ 2\vec{j};\ -3\vec{k})$.

Câu 28. **[2H3.1-1]** Cho $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(3;1;1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(1;1;2)$. **B.** $D(4;1;0)$. **C.** $D(-1;-1;-2)$. **D.** $D(-3;-1;0)$.

Câu 29. **[2H3.1-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;2)$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 30. **[2H3.1-2]** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1)$, $B(-2;-6;2)$, $C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, để $MA^2-MB^2-MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 31. **[2H3.1-2]** Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ là một vectơ, kí hiệu $[\vec{a},\vec{b}]$, được xác định bằng tọa độ

A. $(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$. **B.** $(a_2b_3+a_3b_2;a_3b_1+a_1b_3;a_1b_2+a_2b_1)$.

C. $(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1+a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$. **D.** $(a_2b_2-a_3b_3;a_3b_3-a_1b_1;a_1b_1-a_2b_2)$.

Câu 32. **[2H3.1-2]** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}=(2;-1;2)$, $\vec{b}=(3;-2;1)$ Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là:

A. $[\vec{a},\vec{b}]=(3;4;1)$. **B.** $[\vec{a},\vec{b}]=(3;4;-1)$. **C.** $[\vec{a},\vec{b}]=(-3;4;-1)$. **D.** $[\vec{a},\vec{b}]=(3;-4;-1)$.

Câu 33. **[2H3.1-2]** Cho $\vec{u}=(2;-1;1)$, $\vec{v}=(m;3;-1)$, $\vec{w}=(1;2;1)$. Với giá trị nào của m thì ba vectơ trên đồng phẳng

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $-\frac{8}{3}$.

Câu 34. **[2H3.1-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 35. **[2H3.1-2]** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;-8)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện.

A. $\frac{45}{7}$. **B.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36. **[2H3.1-1]** Cho mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2018$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I(1;2;-3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $I(3;-2;-1)$. **D.** $I(1;2;3)$.

Câu 37. **[2H3.1-1]** Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là

A. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=16$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4=0$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. **D.** $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-2=0$.

Câu 38. **[2H3.1-2]** Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-4)$ có phương trình là

A. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\sqrt{46}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=46$.

C. $(x-4)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{46}$. **D.** $(x-4)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=46$.

Câu 39. **[2H3.1-2]** Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.   **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.   **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 40. **[2H3.1-2]** Cho phương trình: $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu:

A. $m<-5$ hoặc $m>1$.   **B.** $m\le -5$ hoặc $m\ge 1$.

C. $-5\le m\le 1$.   **D.** $-5<m<1$.

Câu 41. **[2H3.2-1]** Cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;2;3)$.   **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.   **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$.   **D.** $\vec{n}=(1;-2;-3)$.

Câu 42. **[2H3.2-1]** Cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-10=0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P)

A. $(2;2;0)$.   **B.** $(2;-2;0)$.   **C.** $(1;2;0)$.   **D.** $(2;1;2)$.

Câu 43. **[2H3.2-1]** Cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-4=0$. Tính khoảng cách từ điểm $A(2;3;-1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d(A,(P))=\dfrac{12}{\sqrt{14}}$.   **B.** $d(A,(P))=\dfrac{8}{\sqrt{14}}$.   **C.** $d(A,(P))=\dfrac{1}{\sqrt{14}}$.   **D.** $d(A,(P))=\dfrac{8}{\sqrt{6}}$.

Câu 44. **[2H3.2-2]** Mặt phẳng qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình.

A. $x-2y+3z=1$.   **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=6$.   **C.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$.   **D.** $6x-3y+2z=6$.

Câu 45. **[2H3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+1=0$ và hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;2;-1)$. Viết Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2x+2y+3z-7=0$.   **B.** $(Q): 2x-2y+3z-7=0$.

C. $(Q): 2x+2y+3z-9=0$.   **D.** $(Q): x+2y+3z-7=0$.

Câu 46. **[2H3.3-1]** Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và nhận vecto $\vec{u}=(1;2;3)$ làm vecto chỉ phương.

A. $(d)\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$.   **B.** $(d)\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1+3t\end{cases}$.   **C.** $(d)\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$.   **D.** $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$.

Câu 47. **[2H3.3-1]** Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(-4;2;-6)$ và song song với đường thẳng: $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{1}$.

A. $\begin{cases}x=-4-2t\\y=2-4t\\z=-6-t\end{cases}$.   **B.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=1-4t\\z=-3-t\end{cases}$.   **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+4t\\z=-3+t\end{cases}$.   **D.** $\begin{cases}x=-4+2t\\y=-2+4t\\z=6+t\end{cases}$.

Câu 48. **[2H3.3-1]** Cho d là đường thẳng qua $M(1;-2;3)$ và vuông góc với $mp(Q): 4x+3y-7z+1=0$. Tìm phương trình tham số của d ?

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+4t \\ z=3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=-2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$.

Câu 49. **[2H3.3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$ và $D(4;0;6)$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z-3}{3}$. **B.** $\dfrac{x+5}{6}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z+3}{3}$.

C. $\dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x+6}{5}=\dfrac{y+5}{1}=\dfrac{z+3}{3}$.

Câu 50. **[2H3.3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+2y-z+1=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Đường thẳng d cắt (P) tại điểm M, đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d và nằm trong mặt phẳng (P). Tìm phương trình đường thẳng Δ.

A. $\begin{cases} x=4t' \\ y=-2-2t' \\ z=-3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4t' \\ y=2-2t' \\ z=-3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4t' \\ y=2+2t' \\ z=-3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4t' \\ y=2+2t' \\ z=3 \end{cases}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	B	A	A	D	C	B	C	C	C	D	C	C	A	D	B	C	D	D	A	A	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	D	B	A	B	D	C	A	A	D	D	B	A	B	B	B	D	A	D	A	B	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[2D3.1-1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=f'\left(x\right)+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=f'\left(x\right)$.

C. $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)+C$. **D.** $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phát biểu **C** là đúng.

Câu 2. **[2D3.1-1]** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3+3x+1$ là

A. $3x^2+3+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+1+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+x+C$. **D.** x^4+3x^2+x+C.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int\left(x^3+3x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+x+C$.

Câu 3. **[2D3.1-2]** Tìm nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2x+3}$. Biết $F\left(-2\right)=2018$.

A. $\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+2018$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|-2018$. **C.** $\ln\left|2x+3\right|+2018$. **D.** $2\ln\left|2x+3\right|+2018$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $F\left(x\right)=\int\frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+C$.

Mà $F\left(-2\right)=2018\Leftrightarrow\frac{1}{2}\ln\left|2.\left(-2\right)+3\right|+C=2018\Leftrightarrow C=2018$.

Vậy $F\left(x\right)=\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+2018$.

Câu 4. **[2D3.1-2]** Tính $\int\mathrm{e}^x.\mathrm{e}^{x+1}dx$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $\mathrm{e}^x.\mathrm{e}^{x+1}+C$. **B.** $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+1}+C$. **C.** $2\mathrm{e}^{2x+1}+C$. **D.** $\mathrm{e}^{x^2+x}+C$.

Lời giải

Chọn B.

$\int\mathrm{e}^x.\mathrm{e}^{x+1}dx=\int\mathrm{e}^{2x+1}dx=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+1}+C.$

Câu 5. **[2D3.1-3]** Cho $F\left(x\right)=\frac{1}{mx^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f\left(x\right)}{x}$ (m là hằng số khác 0). Tìm nguyên hàm của hàm số $f'\left(x\right)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = -\frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = \frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = -\frac{1}{m}\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = -\frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}-\frac{1}{x^2}\right)+C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\frac{f(x)}{x}=\left(\frac{1}{mx^2}\right)'=-\frac{2}{mx^3}\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{mx^2}$

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{\mathrm{d}x}{x} \\ v=f(x) \end{cases}$.

Ta được $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = f(x)\ln x-\int\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=-\frac{2\ln x}{mx^2}-\frac{1}{mx^2}+C=-\frac{1}{m}\left(\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.

Câu 6. **[2D3.1-1]** Xét $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b).F(a)$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)+F(b)$.

Lời giải

Chọn A.

Theo định nghĩa.

Câu 7. **[2D3.1-1]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b k.\mathrm{d}x=k(b-a),\ \forall k\in\mathbb{R}$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$ với $c\in[a;b]$.

D. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D.

Theo lí thuyết thì **D** sai.

Câu 8. **[2D3.2-2]** Tìm k biết $\int\limits_0^k(2x+1)\mathrm{d}x=6$

A. $k=1,\ k=-3$. **B.** $k=2$. **C.** $k=2,\ k=-3$. **D.** $k=-1,\ k=-6$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int\limits_0^k (2x+1)dx = 6 \Leftrightarrow \left(x^2+x\right)\Big|_0^k = 6 \Leftrightarrow k^2+k-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=2 \\ k=-3 \end{array}\right.$.

Câu 9. **[2D3.2-2]** Biết $I=\int\limits_2^3 \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $S=a+b$?

A. $S=-1$. **B.** $S=5$. **C.** $S=1$. **D.** $S=-5$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $I=\int\limits_2^3 \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x|\Big|_2^3 = \ln 3 - \ln 2 = \ln\frac{3}{2}$.

Suy ra $a=3$ và $b=2$. Vậy $S=5$.

Câu 10. **[2D3.2-2]** Cho hàm f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_a^d f(x)\mathrm{d}x=10$, $\int\limits_b^d f(x)\mathrm{d}x=8$, $\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x=7$.

Tính $I=\int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x$ ta được kết quả là:

A. $I=-5$. **B.** $I=7$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-7$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int\limits_a^d f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_b^d f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 10 = 7 - I + 8 \Leftrightarrow I = 5$.

Câu 11. **[2D3.3-1]** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Diện tích của hình phẳng H được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b \left[f(x)-g(x)\right]dx$. **B.** $S=\int\limits_a^b |f(x)|dx - \int\limits_a^b |g(x)|dx$.

C. $S=\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|dx$. **D.** $S=\pi\int\limits_a^b \left|f^2(x)-g^2(x)\right|dx$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 12. **[2D3.3-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_a^b |f(x)|dx$. **B.** $V=2\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 13. **[2D3.3-1]** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $x=0$, $x=1$ và trục hoành. Công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox là

A. $V=\pi\int\limits_0^1 x^2dx$. **B.** $V=\pi^2\int\limits_0^1 \left(x^2\right)^2dx$. **C.** $V=\int\limits_0^1 \left(x^2\right)^2dx$. **D.** $V=\pi\int\limits_0^1 \left(x^2\right)^2dx$.

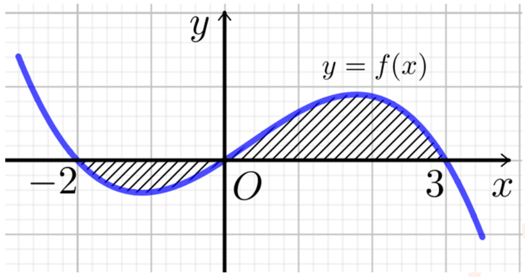
Lời giải

Chọn D

Theo công thức, thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục hoành là

$V=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^2\right)^2 dx$.

Câu 14. **[2D3.3-2]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:



A. $S=\int\limits_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-2} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{3}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ, ta có $f(x)<0$ trên $(-2;0)$ và $f(x)>0$ trên $(0;3)$.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng, Ta có

$$S=\int\limits_{-2}^{3}|f(x)|\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}|f(x)|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3}|f(x)|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{-2} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 15. **[2D3.3-2]** Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{x}+1, y=0, x=1, x=k\ (k>1)$ quay xung quanh trục Ox. Tìm k để thể tích $V=\pi\left(\frac{15}{4}+\ln 16\right)$.

A. $k=\mathrm{e}^2$.

B. $k=2\mathrm{e}$.

C. $k=4$.

D. $k=8$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức, thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng đã cho quanh trục hoành là

$$V=\pi\int\limits_{1}^{k}\left(\frac{1}{x}+1\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{1}^{k}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}+1\right)\mathrm{d}x=\pi\left(-\frac{1}{x}+2\ln x+x\right)\Bigg|_{1}^{k}=$$

$$=\pi\left[\left(-\frac{1}{k}+2\ln k+k\right)-\left(-\frac{1}{1}+2\ln 1+1\right)\right]$$

$$=\pi\left(k-\frac{1}{k}+\ln k^2\right)$$

Theo giả thiết, $V=\pi\left(\frac{15}{6}+\ln 16\right)\Rightarrow k=4$.

Câu 16. **[2D4.1-2]** Tính mô đun của số phức $z=a+2ai$ (a là số thực dương)

A. $a\sqrt{5}$.

B. $5a^2$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$\left|z\right|=\sqrt{a^2+\left(2a\right)^2}=a\sqrt{5}$.

Câu 17. **[2D4.1-2]** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. Số phức $z=i^2$ là số thuần ảo.

B. Số 3 không phải là số phức.

C. Số phức $z=3i+4$ có phần thực là 3 và phần ảo là 4.

D. Số phức liên hợp của $z=3i+4$ là $z=4-3i$.

Lời giải

Chọn D.

□ $z=i^2=-1$ là số thực $\to$ A sai.

□ Số 3 là số phức có phần ảo bằng 0 $\to$ B sai.

□ Số phức $z=3i+4$ có phần thực là 4 và phần ảo là 3 $\to$ C sai.

□ Số phức liên hợp của $z=3i+4$ là $z=4-3i$ $\to$ D đúng.

Câu 18. **[2D4.1-1]** Điểm biểu diễn của số phức $z=3-4i$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

A. $\left(3;4\right)$. **B.** $\left(3;-4\right)$. **C.** $\left(-3;-4\right)$. **D.** $\left(-4;3\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Điểm biểu diễn của số phức $z=3-4i$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là $\left(3;-4\right)$.

Câu 19. **[2D4.2-2]** Cho hai số phức $z=a+bi$ và $z'=a'+b'i$. Điều kiện giữa a,b,a',b' để $z.z'$ là một số thực là:

A. $aa'+bb'=0$. **B.** $aa'-bb'=0$. **C.** $ab'+a'b=0$. **D.** $ab'-a'b=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z.z'=\left(a+bi\right)\left(a'+b'i\right)=aa'-bb'+\left(ab'+ba'\right)i$

Để $z.z'$ là một số thực thì $ab'+a'b=0$.

Câu 20. **[2D4.2-2]** Đặt $f\left(z\right)=\overline{z}+i\left|z\right|$. Tính $\left|f\left(3+4i\right)\right|$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f\left(3+4i\right)=3-4i+i\sqrt{3^2+4^2}=3+i$.

Nên $\left|f\left(3+4i\right)\right|=\left|3+i\right|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

Câu 21. **[2D4.2-2]** Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i\left(3i+1\right)$.

A. $\overline{z}=3-i$. **B.** $\overline{z}=-3+i$. **C.** $\overline{z}=3+i$. **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=i\left(3i+1\right)=-3+i\Rightarrow\overline{z}=-3-i$.

Câu 22. **[2D4.3-1]** Thực hiện phép chia sau $z=\dfrac{2+i}{3-2i}$

A. $z=\dfrac{4}{13}+\dfrac{7}{13}i$. **B.** $z=\dfrac{7}{13}+\dfrac{4}{13}i$. **C.** $z=\dfrac{4}{13}-\dfrac{7}{13}i$. **D.** $z=\dfrac{7}{13}-\dfrac{4}{13}i$.

Lời giải

Chọn A.

Sử dụng MTBT.

Câu 23. **[2D4.2-2]** Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$

$\Leftrightarrow (3a-b)+(a-b)i=3+2i \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $P=-1$.

Câu 24. **[2D4.3-1]** Điểm biểu diễn số phức $z=\dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ có tọa độ là:

A. $A(-1;-4)$. **B.** $A(1;4)$. **C.** $A(-4;-1)$. **D.** $A(-4;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Sử dụng MTBT.

Câu 25. **[2D4.2-3]** Số phức z thỏa mãn: $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$ là:

A. $z=3-4i$. **B.** $z=4-3i$. **C.** $z=4+3i$. **D.** $z=3+4i$.

Lời giải

Chọn D

Với $z=a+ib(a,b\in\mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z}=a-ib$

Ta có $\begin{cases} |z-(2+i)|=\sqrt{10} \\ z.\overline{z}=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a+ib-2-i|=\sqrt{10} \\ (a+ib)(a-ib)=25 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |(a-2)+i(b-1)|=\sqrt{10} \\ a^2+b^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+(b-1)^2=10 \\ a^2+b^2=25 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-4a-2b=5 \\ a^2+b^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=20 \\ a^2+b^2=25 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=10-2a \\ a^2+b^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=10-2a \\ a^2+(10-2a)^2=25 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=10-2a \\ \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3,\ b=4 \Rightarrow z=3+4i \\ a=5,\ b=0 \Rightarrow z=5 \end{array}\right.$

Câu 26. **[2H3.1-1]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$ và $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=(x_1+x_2;\ y_1+y_2;\ z_1+z_2)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$.

C. $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;\ y_2-y_1;\ z_2-z_1)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(x_1-x_2;\ y_1-y_2;\ z_1-z_2)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;\ y_2-y_1;\ z_2-z_1)$.

Câu 27. **[2H3.1-1]** Cho $\vec{u}=3\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ vectơ $\vec{u}$ là:

A. $(-3;-2;\ 3)$. **B.** $(3;\ 2;-3)$. **C.** $(3;\ 2;\ 3)$. **D.** $(3\vec{i};\ 2\vec{j};\ -3\vec{k})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}=3\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}\Rightarrow\vec{u}=(3;2;-3)$.

Vậy tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là $(3;\ 2;-3)$.

Câu 28. **[2H3.1-1]** Cho $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(3;1;1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(1;1;2)$. **B.** $D(4;1;0)$. **C.** $D(-1;-1;-2)$. **D.** $D(-3;-1;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$, với $\overrightarrow{AD}=(x_D-1;y_D;z_D)$, $\overrightarrow{BC}=(3;1;0)$

$\Rightarrow D(4;1;0)$.

Câu 29. **[2H3.1-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;2)$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn D.

Để tam giác MNP vuông tại N thì $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0$, với $\overrightarrow{NM}=(3;2;-2)$, $\overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$

$\Leftrightarrow 3.2+2.(m-2)-2.1=0\ \Leftrightarrow m=0$.

Câu 30. **[2H3.1-2]** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1)$, $B(-2;-6;2)$, $C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, để $MA^2-MB^2-MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(m-2;m-5;m-1)$, $\overrightarrow{BM}=(m+2;m+6;m-2)$, $\overrightarrow{CM}=(m-1;m-2;m+1)$

$T=MA^2-MB^2-MC^2=\overrightarrow{AM}^2-\overrightarrow{BM}^2-\overrightarrow{CM}^2=-3m^2+24m-20=-3(m-4)^2+28\le 28$

$\Rightarrow T_{\max}=28$ khi $m=4$.

Câu 31. **[2H3.1-2]** Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ là một vectơ, kí hiệu $[\vec{a},\vec{b}]$, được xác định bằng tọa độ

A. $(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$. **B.** $(a_2b_3+a_3b_2;a_3b_1+a_1b_3;a_1b_2+a_2b_1)$.

C. $(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1+a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$. **D.** $(a_2b_2-a_3b_3;a_3b_3-a_1b_1;a_1b_1-a_2b_2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$.

Câu 32. **[2H3.1-2]** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}=(2;-1;2)$, $\vec{b}=(3;-2;1)$ Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là:

A. $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;4;1)$. **B.** $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;4;-1)$. **C.** $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-3;4;-1)$. **D.** $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn B.

$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & 3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & -2\end{vmatrix}\right)=(3;4;-1)$.

Câu 33. **[2H3.1-2]** Cho $\vec{u}=(2;-1;1)$, $\vec{v}=(m;3;-1)$, $\vec{w}=(1;2;1)$. Với giá trị nào của m thì ba vectơ trên đồng phẳng

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $-\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $[\vec{u},\vec{w}]=(-3;-1;5)$; $[\vec{u},\vec{w}].\vec{v}=-3m-8$.

Để ba vec tơ đã cho đồng phẳng thì $[\vec{u},\vec{w}].\vec{v}=0\Leftrightarrow m=-\frac{8}{3}$.

Câu 34. **[2H3.1-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;1)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;2;-1)$

$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 35. **[2H3.1-2]** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;-8)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện.

A. $\frac{45}{7}$. **B.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(4;0;6)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-12;0;8)$ và $\overrightarrow{AD}=(-7;-7;-9)$.

$\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=30$; $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=14$.

Khi đó thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.DH$, với H là chân đường cao từ D của tứ diện.

$\Rightarrow DH=\frac{3V}{S_{ABC}}=\frac{45}{7}$.

Câu 36. **[2H3.1-1]** Cho mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2018$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I(1;2;-3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $I(3;-2;-1)$. **D.** $I(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2018$ có tâm $I(1;2;-3)$.

Câu 37. **[2H3.1-1]** Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là

A. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=16$.

B. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4=0$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

D. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-2=0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=16$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-2=0$.

Câu 38. **[2H3.1-2]** Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-4)$ có phương trình là

A. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\sqrt{46}$.

B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=46$.

C. $(x-4)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{46}$.

D. $(x-4)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=46$.

Lời giải

Chọn D.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{46}$.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-4)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=46$.

Câu 39. **[2H3.1-2]** Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-2=0$ nên có bán kính là $R=d(I,(P))=\dfrac{|-1-2.2-2.1-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 40. **[2H3.1-2]** Cho phương trình: $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu:

A. $m<-5$ hoặc $m>1$.

B. $m\le -5$ hoặc $m\ge 1$.

C. $-5\le m\le 1$.

D. $-5<m<1$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình: $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ có:

$a=m+2$, $b=-2m$, $c=m$, $d=5m^2+9$.

Phương trình đã ho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi $a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow (m+2)^2+(-2m)^2+m^2-(5m^2+9)=m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>1 \end{array}\right.$.

Câu 41. **[2H3.2-1]** Cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 42. **[2H3.2-1]** Cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-10=0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P)

A. $(2;2;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;2)$.

Lời giải

Chọn B.

Tọa độ điểm $(2;-2;0)$ nghiệm đúng phương trình mp(P) nên chọn B.

Câu 43. **[2H3.2-1]** Cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-4=0$. Tính khoảng cách từ điểm $A(2;3;-1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d(A,(P))=\frac{12}{\sqrt{14}}$. **B.** $d(A,(P))=\frac{8}{\sqrt{14}}$. **C.** $d(A,(P))=\frac{1}{\sqrt{14}}$. **D.** $d(A,(P))=\frac{8}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(A,(P))=\frac{|2x_A+3y_A+z_A-4|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\frac{|2.2+3.3-1-4|}{\sqrt{14}}=\frac{8}{\sqrt{14}}$.

Câu 44. **[2H3.2-2]** Mặt phẳng qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình.

A. $x-2y+3z=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=6$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $6x-3y+2z=6$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $A\in Ox$, $B\in Oy$, $C\in Oz$ nên phương trình theo đoạn chắn của mp(ABC) là:

$\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x-3y+2z-6=0$.

Câu 45. **[2H3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+1=0$ và hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;2;-1)$. Viết Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2x+2y+3z-7=0$. **B.** $(Q): 2x-2y+3z-7=0$.

C. $(Q): 2x+2y+3z-9=0$. **D.** $(Q): x+2y+3z-7=0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;4;-4)$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$

Vì $\begin{cases} A,B\in(Q) \\ (P)\perp(Q) \end{cases} \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của mp(Q) là $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}\right]=(-4;-4;-6)$.

Khi đó mp(Q) đi qua điểm A nhận $\vec{n}_{(Q)}=(2;2;3)$ làm vectơ pháp tuyến nên có pt:

$2x+2y+3z-7=0$.

Câu 46. **[2H3.3-1]** Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;2;3)$ làm vectơ chỉ phương.

A. $(d)\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$. **B.** $(d)\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. **C.** $(d)\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;2;3)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$.

Câu 47. **[2H3.3-1]** Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(-4;2;-6)$ và song song với đường thẳng: $d:\frac{x}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z}{1}$.

A. $\begin{cases}x=-4-2t\\y=2-4t\\z=-6-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=1-4t\\z=-3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+4t\\z=-3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4+2t\\y=-2+4t\\z=6+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đường thẳng đi qua $A(-4;2;-6)$ và song song với đường thẳng d nên nhận $\vec{u}_d=(2;4;1)$ làm một vtcp nên ta có phương trình đường thẳng: $\begin{cases}x=-4-2t\\y=2-4t\\z=-6-t\end{cases}$.

Câu 48. **[2H3.3-1]** Cho d là đường thẳng qua $M(1;-2;3)$ và vuông góc với $mp(Q):4x+3y-7z+1=0$. Tìm phương trình tham số của d?

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+4t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2+3t\\z=3-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=-2+3t\\z=3-7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Cho d là đường thẳng qua $M(1;-2;3)$ và vuông góc với $mp(Q):4x+3y-7z+1=0$ nên nhận $\vec{n}_Q=(4;3;-7)$ làm một vtcp nên ta có phương trình đường thẳng d : $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2+3t\\z=3-7t\end{cases}$.

Câu 49. **[2H3.3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$ và $D(4;0;6)$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{x-5}{6}=\frac{y-1}{5}=\frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x+5}{6}=\frac{y+1}{5}=\frac{z+3}{3}$.

C. $\dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x+6}{5}=\dfrac{y+5}{1}=\dfrac{z+3}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$\overrightarrow{BC}=(4;-6;2)$, $\overrightarrow{BD}=(3;-6;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(-12;-10;-6)=-2.(6;5;3)$.

Đường cao kẻ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$ sẽ đi qua điểm A và nhận $\vec{u}=(6;5;3)$ làm véc tơ chỉ phương, có phương trình là $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 50. **[2H3.3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+2y-z+1=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2t\\ z=-2+t\end{cases}$.

Đường thẳng d cắt (P) tại điểm M, đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d và nằm trong mặt phẳng (P). Tìm phương trình đường thẳng Δ.

A. $\begin{cases}x=4t'\\ y=-2-2t'\\ z=-3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4t'\\ y=2-2t'\\ z=-3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4t'\\ y=2+2t'\\ z=-3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4t'\\ y=2+2t'\\ z=3\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ của M là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\ y=2t\\ z=-2+t\\ x+2y-z+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=-2\\ z=-3\\ t=-1\end{cases}\Rightarrow M(0;-2;-3)$.

$\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-1)$ và $\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-2;0)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và nhận véc tơ $\vec{u}=(4;-2;0)$ làm véc tơ chỉ phương, có phương trình là $\begin{cases}x=4t'\\ y=-2-2t'\\ z=-3\end{cases}$.

ĐỀ SỐ 10 **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int 0dx = C$ (C là hằng số). **B.** $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số).

C. $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số). **D.** $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x - 2$ là

A. $e^x + \frac{x^2}{2} - x + C$. **B.** $e^x + \frac{x^2}{2} - 2x + C$. **C.** $e^x + x^2 - 2x + C$. **D.** $e^{2x} + \frac{x^2}{2} - 2x + C$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{7})$ là

A. $-\frac{1}{2}\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$. **B.** $\frac{1}{2}\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$. **C.** $-\frac{1}{2}\cos(x - \frac{\pi}{7}) + C$. **D.** $-\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

A. $\ln(x+1) + C$. **B.** $\ln|x-1| + C$. **C.** $\ln|x+1| + C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|x+1| + C$.

Câu 5: Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$. **B.** $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

C. $\int_a^a f(x)dx = 0$. **D.** $\int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

Câu 6: Cho $M = \int_1^2 \frac{x^2+2}{2x^2}dx$. Giá trị của M là

A. 2. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{11}{2}$.

Câu 7: Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.

A. $I = 2e - 2$. **B.** $I = 2e$. **C.** $I = 2e + 2$. **D.** $I = e^2 - 2e$.

Câu 8: Tích phân $\int_1^2 2xdx$ có giá trị là

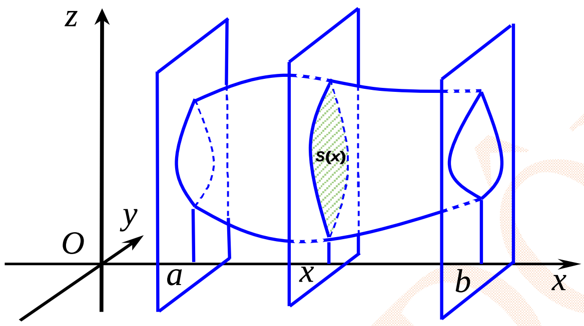
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 9: Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$..

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. **B.** $S = \int_a^b (|f(x)| - |g(x)|)dx$.

C. $S=\int_a^b\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)dx$. **D.** $S=\pi\int_a^b\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|dx$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng $\left(P\right)$, $\left(Q\right)$ vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x, $\left(a\le x\le b\right)$ cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S\left(x\right)$ với $y=S\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\left[a;b\right]$. Thể tích V của thể tích đó được tính theo công thức



A. $V=\pi\int_a^b S^2\left(x\right)dx$ **B.** $V=\pi\int_a^b S\left(x\right)dx$ **C.** $V=\int_a^b S\left(x\right)dx$ **D.** $V=\int_a^b S^2\left(x\right)dx$

Câu 11: Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x+1$; $y=0$; $x=0$; $x=1$ quay xung quanh trục Ox là:

A. $V=7\pi$. **B.** $V=7$. **C.** $V=\frac{7}{3}\pi$. **D.** $V=\frac{7}{3}$.

Câu 12: Hai điểm M và M' phân biệt và đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oxy). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm M và M' có cùng tung độ và cao độ.

B. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và cao độ.

C. Hai điểm M và M' có hoành độ đối nhau.

D. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và tung độ.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=\left(1;5;2\right)$, $\overrightarrow{ON}=\left(3;7;-4\right)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ điểm P.

A. $P\left(2;6;-1\right)$. **B.** $P\left(5;9;-10\right)$. **C.** $P\left(7;9;-10\right)$. **D.** $P\left(5;9;-3\right)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 15: Viết phương trình mặt cầu (*S*), biết mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(2;2;-3\right)$ và bán kính $R=3$.

A. $\left(x-2\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+3\right)^2=9$. **B.** $\left(x+2\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+3\right)^2=9$.

C. $\left(x-2\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=9$. **D.** $\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z+3\right)^2=9$.

Câu 16: Viết phương trình mặt cầu (*S*), biết mặt cầu $\left(S\right)$ có đường kính *AB* với $A\left(1;3;1\right)$, $B\left(-2;0;1\right)$.

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-1)^2=\frac{9}{2}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-1)^2=\frac{9}{2}$.

C. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z+1)^2=\frac{9}{2}$. **D.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-1)=\frac{9}{2}$.

Câu 17: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz ?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y-1=0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;0;0)$ có phương trình là

A. $y+z=0$. **B.** $y+z-1=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $2x-1=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-y-z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;\ 0;\ 1)$, $B(-1;\ 2;\ 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3,-1,2)$, $N(4,-1,-1)$, $P(2,0,2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $3x+3y-z+8=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$.

C. $3x+3y+z-8=0$. **D.** $3x+3y-z-8=0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+y-3z-5=0$ có phương trình là

A. $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+3}{2}$. **B.** $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-3}$.

C. $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-3}$. **D.** $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-5=0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P)?

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 25: Nếu $\int f(x)\,dx=\frac{x^3}{3}+e^x+C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $f\left(x\right)=\dfrac{x^4}{3}+e^x$. **B.** $f\left(x\right)=3x^2+e^x$. **C.** $f\left(x\right)=\dfrac{x^4}{12}+e^x$. **D.** $f\left(x\right)=x^2+e^x$.

Câu 26: Hàm số $F\left(x\right)=e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f\left(x\right)=e^{x^3}$. **B.** $f\left(x\right)=3x^2.e^{x^3}$. **C.** $f\left(x\right)=\dfrac{e^{x^3}}{3x^2}$. **D.** $f\left(x\right)=x^3.e^{x^3-1}$.

Câu 27: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2+\cos x}.\sin x dx$. Nếu đặt $t=2+\cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{t}dt$. **B.** $I=\int\limits_3^2\sqrt{t}dt$. **C.** $I=\int\limits_2^3\sqrt{t}dt$. **D.** $I=2\int\limits_3^2\sqrt{t}dt$.

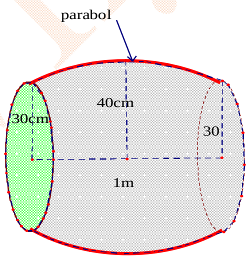
Câu 28: Cho hàm số $y=f\left(x\right),y=g\left(x\right)$ là các hàm số có đạo hàm và liên tục trên $\left[0;2\right]$ và $\int\limits_0^2 g\left(x\right)f'\left(x\right)dx=2$, $\int\limits_0^2 g'\left(x\right)f\left(x\right)dx=3$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2\left[g\left(x\right)f\left(x\right)\right]'dx$.

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=1$.

Câu 29: Nếu $C(1;-4;0)$, $\int\limits_5^7 f\left(x\right)dx=9$ thì $\int\limits_2^7 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 30: Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi\left(cm^2\right)$, chiều dài của trống là $1m$. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?



A. $425,2$ (lít). **B.** 425162 (lít). **C.** $212,6$ (lít). **D.** 212581 (lít).

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;3\right)$, $B\left(1;0;2\right)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{29}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M\left(2;-3;5\right)$, $N\left(4;7;-9\right)$, $E\left(3;2;1\right)$, $F\left(1;-8;12\right)$. Bộ ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. M,N,F. **B.** M,E,F. **C.** N,E,F. **D.** M,N,E.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(1;2;0\right),B\left(-1;1;3\right),C\left(0;-2;5\right)$. Để 4 điểm A,B,C,D đồng phẳng thì tọa độ điểm D là

A. $D\left(-2;5;0\right)$. **B.** $D\left(1;2;3\right)$. **C.** $D\left(1;-1;6\right)$. **D.** $D\left(0;0;2\right)$.

Câu 34: Cho $A\left(1;-2;0\right),B\left(3;3;2\right),C\left(-1;2;2\right),D\left(3;3;1\right)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 35: Viết phương trình mặt cầu (S), biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc mặt phẳng

(α): $16x-15y-12z+75=0$.

A. $x+y^2+z^2=9$.　　**B.** $x^2+y^2+z=9$.

C. $x^2+y^2+z^2=-9$.　　**D.** $x^2+y^2+z^2=9$.

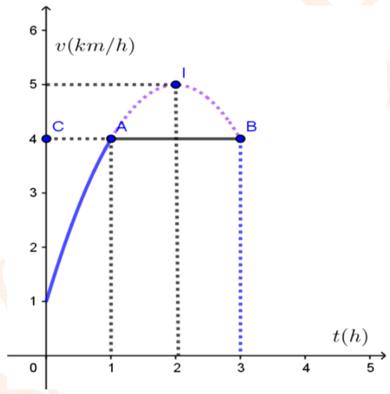
Câu 36: Xác định số a dương sao cho $\int\limits_0^a \frac{x^2+2x+2}{x+1}dx=\frac{a^2}{2}+a+\ln 3$. Giá trị của a là

A. $a=-4$.　　**B.** $a=1$.　　**C.** $a=2$.　　**D.** $a=3$.

Câu 37: Cho $\int\limits_0^1 \frac{\left(x^2+x\right)e^x}{x+e^{-x}}dx=a.e+b\ln\left(e+c\right)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=1$.　　**B.** $P=-1$.　　**C.** $P=0$.　　**D.** $P=-2$.

Câu 38: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v\left(km/h\right)$ phụ thuộc vào thời gian $t\left(h\right)$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(2;5\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $15\left(km\right)$.　　**B.** $\frac{32}{3}\left(km\right)$.　　**C.** $12\left(km\right)$.　　**D.** $\frac{35}{3}\left(km\right)$.

Câu 39: Xét $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=a$ $\left(a>0\right)$. Giá trị của a sao cho thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(H\right)$ quanh trục hoành bằng 57π là

A. $a=2$.　　**B.** $a=3$.　　**C.** $a=5$.　　**D.** $a=4$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(0;-1;2\right)$, $B\left(2;-3;0\right)$, $C\left(-2;1;1\right)$, $D\left(0;-1;3\right)$. Gọi $\left(L\right)$ là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1$. Biết rằng $\left(L\right)$ là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r=\frac{\sqrt{11}}{2}$.　　**B.** $r=\frac{\sqrt{7}}{2}$.　　**C.** $r=\frac{\sqrt{3}}{2}$.　　**D.** $r=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(1;-2;0\right)$, $B\left(3;3;2\right)$, $C\left(-1;2;2\right)$, $D\left(3;3;1\right)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là

A. $\dfrac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{9}{7}$. **C.** $\dfrac{9}{\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{9}{14}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A\left(-2;2;6\right), B\left(-3;1;8\right), C\left(-1;0;7\right), D\left(1;2;3\right)$. Gọi H là trung điểm của CD, $SH\perp\left(ABCD\right)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{27}{2}$ (đvtt) thì có hai điểm S_1, S_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm I của S_1S_2

A. $I\left(0;-1;-3\right)$. **B.** $I\left(1;0;3\right)$. **C.** $I\left(0;1;3\right)$. **D.** $I\left(-1;0;-3\right)$.

Câu 43: Viết phương trình mặt cầu (*S*) biết: (*S*) qua bốn điểm $A\left(1;2;-4\right)$, $B\left(1;-3;1\right)$, $C\left(2;2;3\right)$, $D\left(1;0;4\right)$.

A. $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=26$. **B.** $\left(x+2\right)^2+\left(y+1\right)^2+z^2=26$.

C. $\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=26$. **D.** $\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2+4z^2=26$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;1;1\right)$, $B\left(-1;2;0\right)$, $C\left(2;-3;2\right)$. Tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là một đường thẳng d. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-8-3t\\y=t\\z=15+7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-8+3t\\y=t\\z=15-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-8+3t\\y=-t\\z=-15-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-8+3t\\y=t\\z=15+7t\end{cases}$.

Câu 45: Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F\left(x\right)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\dfrac{3\pi-11\ln 2}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi-\ln 2}{4}$.

Câu 46: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;1\right]$ thoả mãn $3f\left(x\right)+xf'\left(x\right)=x^{2018}$, với mọi $x\in\left[0;1\right]$. Tính $I=\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx$.

A. $I=\dfrac{1}{2018.2021}$. **B.** $I=\dfrac{1}{2019.2020}$.

C. $I=\dfrac{1}{2019.2021}$. **D.** $I=\dfrac{1}{2018.2019}$.

Câu 47: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2$, $y=\dfrac{x^2}{27}$, $y=\dfrac{27}{x}$.

A. $S=234$. **B.** $S=27\ln 3$. **C.** $S=\dfrac{26}{3}$. **D.** $S=27\ln 3-\dfrac{26}{3}$.

Câu 48: Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm $I\left(2;3;-1\right)$ và cắt đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$ tại hai điểm *A*, *B* với $AB=16$.

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=76$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=76$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=76$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=76$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, $AB=3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ điểm C, giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=\sqrt{3}$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $m=\frac{\sqrt{21}}{2}$, $M=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\frac{5}{2}$, $M=3$.

C. $m=\frac{\sqrt{5}}{2}$, $M=\sqrt{3}$. **D.** $m=\sqrt{3}$, $M=2\sqrt{2}$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: [2D3.1-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int 0dx = C$ (C là hằng số). **B.** $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số, $x \neq 0$).

C. $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số). **D.** $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

Lời giải

Chọn C

Vì khẳng định không đúng khi $\alpha = -1$.

Câu 2: [2D3-1-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x - 2$ là

A. $e^x + \frac{x^2}{2} - x + C$. **B.** $e^x + \frac{x^2}{2} - 2x + C$. **C.** $e^x + x^2 - 2x + C$. **D.** $e^{2x} + \frac{x^2}{2} - 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\,dx = \int (e^x + x - 2)dx = e^x + \frac{x^2}{2} - 2x + C$.

Câu 3: [2D3-1-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{7})$ là

A. $-\frac{1}{2}\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$. **B.** $\frac{1}{2}\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$.

C. $-\frac{1}{2}\cos(x - \frac{\pi}{7}) + C$. **D.** $-\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\,dx = \int \sin(2x + \frac{\pi}{7})dx = -\frac{1}{2}\cos(2x + \frac{\pi}{7}) + C$.

Câu 4: [2D3-1-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

A. $\ln(x+1) + C$. **B.** $\ln|x-1| + C$. **C.** $\ln|x+1| + C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|x+1| + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\,dx = \int \frac{1}{x+1}dx = \ln|x+1| + C$

Câu 5: [2D3.2-1] Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$. **B.** $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

C. $\int_a^a f(x)dx = 0$. **D.** $\int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

Lời giải

Chọn D

Các đáp án A, B, C là các tính chất của tích phân. Đáp án D không phải là tính chất của tích phân.

Câu 6: [2D3.2-1] Cho $M=\int_1^2 \frac{x^2+2}{2x^2}dx$. Giá trị của M là

A. 2. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M=\int_1^2 \frac{x^2+2}{2x^2}dx=\int_1^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{x^2}\right)dx=\left.\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{x}\right)\right|_1^2=1$.

Câu 7: [2D3.2-1] Tích phân $I=\int_0^1 2e^x dx$ có giá trị là

A. $I=2e-2$. **B.** $I=2e$. **C.** $I=2e+2$. **D.** $I=e^2-2e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_0^1 2e^x\mathrm{d}x=\left.2e^x\right|_0^1=2e-2$.

Câu 8: [2D3.2-1] Tích phân $\int_1^2 2x\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 2x\mathrm{d}x=\left.x^2\right|_1^2=3$.

Câu 9: [2D3.3-1] Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$.

A. $S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b\left(\left|f(x)\right|-\left|g(x)\right|\right)\mathrm{d}x$.

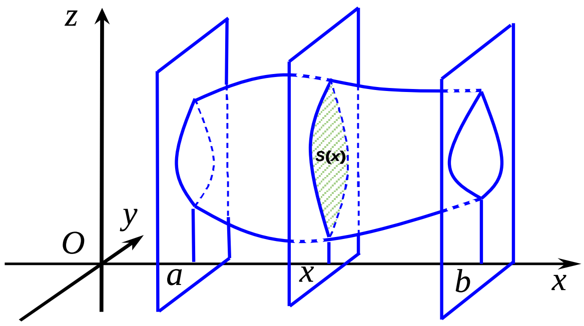
C. $S=\int_a^b\left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

$S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|dx.$

Câu 10: [2D3.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x, $(a\le x\le b)$ cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ với $y=S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$. Thể tích V của thể tích đó được tính theo công thức



A. $V=\pi\int\limits_a^b S^2(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_a^b S^2(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa ta có: $V=\int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$

Câu 11: [2D3.3-1] Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x+1$; $y=0$; $x=0$; $x=1$ quay xung quanh trục Ox là

A. $V=7\pi$. **B.** $V=7$. **C.** $V=\frac{7}{3}\pi$. **D.** $V=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=\pi\int\limits_0^1 (x+1)^2\,\mathrm{d}x=\frac{7}{3}\pi$.

Câu 12: [2H3.1-1] Hai điểm M và M' phân biệt và đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oxy). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm M và M' có cùng tung độ và cao độ.
B. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và cao độ.
C. Hai điểm M và M' có hoành độ đối nhau.
D. Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và tung độ.

Lời giải

Chọn D

"Hai điểm M và M' có cùng hoành độ và tung độ" là mệnh đề đúng.

Câu 13: [2H3.1-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ điểm P.

A. $P(2;6;-1)$. **B.** $P(5;9;-10)$. **C.** $P(7;9;-10)$. **D.** $P(5;9;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)\Rightarrow M(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)\Rightarrow N(3;7;-4)$.

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP nên ta suy ra được

$$\begin{cases} x_P=2x_N-x_M=5 \\ y_P=2y_N-y_M=9 \\ z_P=2z_N-z_M=-10 \end{cases}\Rightarrow P(5;9;-10)$$

Câu 14: [2H3-2-1] Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (-1;0;1), \overrightarrow{AC} = (1;1;1)$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 15: [2H3-4-1] Viết phương trình mặt cầu (*S*), biết mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-3)$ và bán kính $R = 3$.

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. **B.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. **D.** $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu tâm $I(2;2;-3)$ và bán kính $R = 3$, có phương trình: (*S*):

$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Câu 16: [2H3-4-1] Viết phương trình mặt cầu (*S*), biết mặt cầu (S) có đường kính *AB* với $A(1;3;1)$, $B(-2;0;1)$.

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{9}{2}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{9}{2}$.

C. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z+1)^2 = \frac{9}{2}$. **D.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z-1) = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3;-3;0) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$.

Gọi *I* là trung điểm *AB*$\Rightarrow I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$.

Mặt cầu tâm $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, có phương trình:

(*S*): $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{9}{2}$.

Câu 17: [2H3-2-1] Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz ?

A. $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $z = 0$. **D.** $y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng Oxz có phương trình là $y=0$.

Câu 18: [2H3-2-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;0;0)$ có phương trình là

A. $y+z=0$. **B.** $y+z-1=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $2x-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng: $2(x-1)=0 \Leftrightarrow x-1=0$.

Câu 19: [2H3-2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-y-z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua $I(-1;0;1)$ nhận $\overrightarrow{BA}=(4;4;4)$ là vectơ pháp tuyến: $4(x+1)+4y+4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+z=0$.

Câu 20: [2H3-2-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Do $(P)//Ox$ nên $(P): by+cz+d=0$.

Do (P) chứa các điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ nên $\begin{cases} c+d=0 \\ 2b+2c+d=0 \end{cases} \Rightarrow 2b+c=0$.

Ta chọn $b=1 \Rightarrow c=-2$. Khi đó $d=2$.

Vậy phương trình $(P): y-2z+2=0$.

Câu 21: [2H3-2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3,-1,2)$, $N(4,-1,-1)$, $P(2,0,2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $3x+3y-z+8=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$.

C. $3x+3y+z-8=0$. **D.** $3x+3y-z-8=0$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{MN}=(1;0;-3)$, $\overrightarrow{MP}=(-1;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(3;3;1)$ là một VTPT của mặt phẳng (MNP). Suy ra phương trình mặt phẳng (MNP): $3(x-3)+3(y+1)+(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 3x+3y+z-8=0$.

Câu 22: **[2H3-3-1]** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ có phương trình: $\dfrac{x-x_0}{u_1}=\dfrac{y-y_0}{u_2}=\dfrac{z-z_0}{u_3}$.

Suy ra đường thẳng đi qua điểm có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Câu 23: **[2H3-3-1]** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+y-3z-5=0$ có phương trình là

A. $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. **B.** $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$.

C. $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$. **D.** $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-1;2)$ nhận vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-3)$ là vectơ chỉ phương nên có phương trình là $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$.

Câu 24: **[2H3.3-1]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-5=0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P)?

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Vì d đi qua điểm $A(3;-2;1)$ nên loại B, **C.**

$d\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{u_d}=0$ nên loại A vì $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}$.

Câu 25: **[2D3.1-2]** Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+e^x+C$ thì $f(x)$ bằng

A. $f(x)=\dfrac{x^4}{3}+e^x$. **B.** $f(x)=3x^2+e^x$. **C.** $f(x)=\dfrac{x^4}{12}+e^x$. **D.** $f(x)=x^2+e^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}+e^x+C\Rightarrow f(x)=\left(\dfrac{x^3}{3}+e^x+C\right)'=x^2+e^x$.

Câu 26: **[2D3.1-2]** Hàm số $F(x)=e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x)=e^{x^3}$. **B.** $f(x)=3x^2e^{x^3}$. **C.** $f(x)=\dfrac{e^{x^3}}{3x^2}$. **D.** $f(x)=x^3e^{x^3-1}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $F(x)=e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số

$f(x)=F'(x)=\left(e^{x^3}\right)'=\left(x^3\right)'e^{x^3}=3x^2e^{x^3}$.

Câu 27: **[2D3.2-2]** Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2+\cos x}.\sin x dx$. Nếu đặt $t=2+\cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

A. $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{t}dt$. **B.** $I=\int_3^2\sqrt{t}dt$. **C.** $I=\int_2^3\sqrt{t}dt$. **D.** $I=2\int_3^2\sqrt{t}dt$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2+\cos x}.\sin x dx=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2+\cos x}d(\cos x)$

$=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2+\cos x}d(\cos x+2)=-\int_3^2\sqrt{t}dt=\int_2^3\sqrt{t}dt$.

Câu 28: **[2D3.2-2]** Cho hàm số $y=f(x),y=g(x)$ là các hàm số có đạo hàm và liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 g(x)f'(x)dx=2$, $\int_0^2 g'(x)f(x)dx=3$. Tính tích phân $I=\int_0^2\left[g(x)f(x)\right]'dx$.

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=1$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int_0^2\left[g(x)f(x)\right]'dx=\int_0^2\left[g'(x)f(x)+g(x).f'(x)\right]dx$

$=\int_0^2 g'(x)f(x)dx+\int_0^2 g(x)f'(x)dx=3+2=5$.

Câu 29: **[2D3.2-2]** Nếu $C(1;-4;0)$, $\int_5^7 f(x)dx=9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng

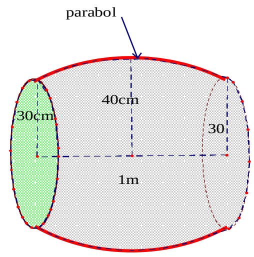
A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

$\int_2^7 f(x)dx=\int_2^5 f(x)dx+\int_5^7 f(x)dx=12$.

Câu 30: **[2D3.3-2]** Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi\left(cm^2\right)$, chiều dài của trống là $1m$. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?

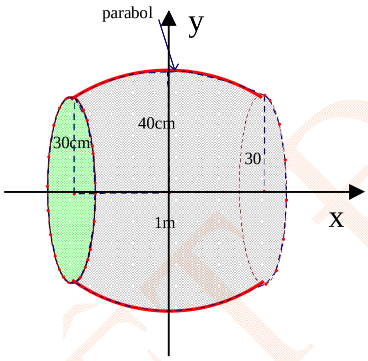


A. $425,2$ (lít). **B.** 425162 (lít). **C.** $212,6$ (lít). **D.** 212581 (lít).

Lời giải

Chọn A

Ta có chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là hình tròn.

có bán kính r có diện tích là $1600\pi\left(cm^2\right)$, nên.

$r^2\pi = 1600\pi \Rightarrow r = 40cm$.

Ta có: Parabol có đỉnh $I\left(0;40\right)$ và qua $A\left(50;30\right)$.

Nên có phương trình $y = -\dfrac{1}{250}x^2 + 40$.

Thể tích của trống là.

$V = \pi\int\limits_{-50}^{50}\left(-\dfrac{1}{250}x^2 + 40\right)^2 dx = \pi.\dfrac{406000}{3}cm^3 \approx 425,2dm^3 = 425,2$ (lít).

Câu 31: **[2H3.1-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;3\right)$, $B\left(1;0;2\right)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức về khoảng cách giữa hai điểm ta có:

$AB = \sqrt{\left(1+1\right)^2 + \left(0-2\right)^2 + \left(2-3\right)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3$.

Câu 32: **[2H3.1-2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M\left(2;-3;5\right)$, $N\left(4;7;-9\right)$, $E\left(3;2;1\right)$, $F\left(1;-8;12\right)$. Bộ ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. M, N, F. **B.** M, E, F. **C.** N, E, F. **D.** M, N, E.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{MN}=\left(2;10;-14\right)$, $\overrightarrow{MF}=\left(-1;-5;7\right)$ suy ra $\overrightarrow{MN}=-2\overrightarrow{MF}$.

Vậy M, N, F thẳng hàng.

Câu 33: **[2H3-2-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(1;2;0\right),B\left(-1;1;3\right),C\left(0;-2;5\right)$. Để 4 điểm A,B,C,D đồng phẳng thì tọa độ điểm D là

A. $D\left(-2;5;0\right)$. **B.** $D\left(1;2;3\right)$. **C.** $D\left(1;-1;6\right)$. **D.** $D\left(0;0;2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Lập phương trình (ABC) và thế toạ độ D vào phương trình tìm được.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;-1;3),\overrightarrow{AC}(-1;-4;5)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(7;7;7)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua $A\left(1;2;0\right)$

và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là

$:1(x-1)+1(y-2)+1(z-0)=0\Leftrightarrow x+y+x-3=0$

Thay tọa độ điểm D từng đáp án ta có đáp án **A.**

Câu 34: **[2H3-2-2]** Cho $A\left(1;-2;0\right),B\left(3;3;2\right),C\left(-1;2;2\right),D\left(3;3;1\right)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Tính $\overrightarrow{AB}=\left(2;5;2\right),\overrightarrow{AC}=\left(-2;4;2\right),\overrightarrow{AD}=\left(2;5;1\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(2;-8;18)$

$V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=3$.

Câu 35: **[2H3-4-2]** Viết phương trình mặt cầu (*S*), biết mặt cầu (*S*) có tâm *O* và tiếp xúc mặt phẳng $\left(\alpha\right)$: $16x-15y-12z+75=0$.

A. $x+y^2+z^2=9$. **B.** $x^2+y^2+z=9$.

C. $x^2+y^2+z^2=-9$. **D.** $x^2+y^2+z^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Do (*S*) tiếp xúc với $\left(\alpha\right)\Leftrightarrow d\left(O,\left(\alpha\right)\right)=R\Leftrightarrow R=\frac{75}{25}=3.$

Mặt cầu tâm $O\left(0;0;0\right)$ và bán kính $R=3$, có phương trình (*S*): $x^2+y^2+z^2=9$.

Câu 36: **[2D3.2-3]** Xác định số a dương sao cho $\int\limits_0^a\frac{x^2+2x+2}{x+1}dx=\frac{a^2}{2}+a+\ln 3$. Giá trị của a là

A. $a=-4$. **B.** $a=1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^a\frac{x^2+2x+2}{x+1}dx=\int\limits_0^a\left(x+1+\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(\frac{1}{2}x^2+x+\ln\left|x+1\right|\right)\Big|_0^a=\frac{a^2}{2}+a+\ln\left|a+1\right|$.

Do a là số dương nên $a=2$.

Câu 37: **[2D3.2-3]** Cho $\int\limits_0^1\frac{\left(x^2+x\right)e^x}{x+e^{-x}}dx=a.e+b\ln\left(e+c\right)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int\limits_0^1 \frac{\left(x^2+x\right)e^x}{x+e^{-x}}dx=\int\limits_0^1 \frac{\left(x+1\right)e^x xe^x}{xe^x+1}dx$.

Đặt $t=xe^x+1 \Rightarrow dt=\left(1+x\right)e^x dx$.

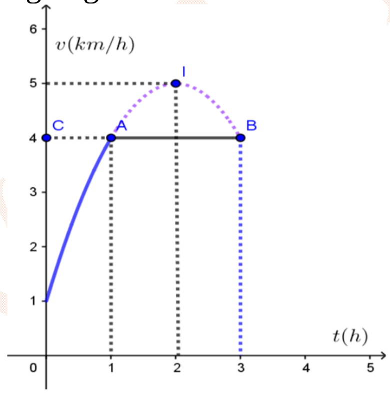
Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1$; $x=1 \Rightarrow t=e+1$.

Khi đó: $I=\int\limits_1^{e+1} \frac{t-1}{t}dt=\int\limits_1^{e+1}\left(1-\frac{1}{t}\right)dt=\left(t-\ln\left|t\right|\right)\Big|_1^{e+1}=e-\ln\left(e+1\right)$.

Suy ra: $a=1$, $b=-1$, $c=1$.

Vậy: $P=a+2b-c=-2$.

Câu 38: **[2D3.3-3]** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v\left(km/h\right)$ phụ thuộc vào thời gian t $\left(h\right)$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(2;5\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $15\left(km\right)$. **B.** $\frac{32}{3}\left(km\right)$. **C.** $12\left(km\right)$. **D.** $\frac{35}{3}\left(km\right)$.

Lời giải

Chọn B

Parabol có đỉnh $I\left(2;5\right)$ và đi qua điểm $\left(0;1\right)$ có phương trình $y=-x^2+4x+1$.

Quãng đường vật đi được trong 1 giờ đầu là:

$$S_1=\int\limits_0^1\left(-x^2+4x+1\right)dx=\left(-\frac{x^3}{3}+2x^2+x\right)\Big|_{x=0}^{x=1}=\frac{8}{3}$$

Quãng đường vật đi được trong 2 giờ sau là $S_2=2.4=8$

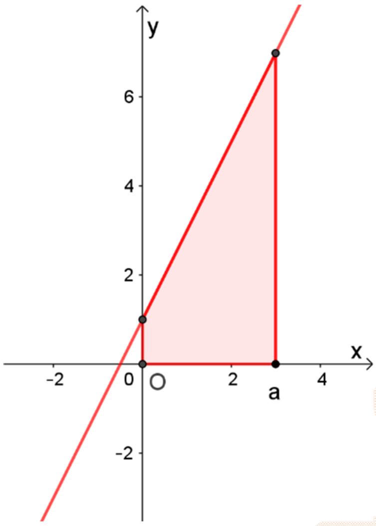
Vậy trong ba giờ vật đi được quãng đường là $S=S_1+S_2=\frac{8}{3}+8=\frac{32}{3}\left(km\right)$.

Câu 39: **[2D3.3-3]** Xét $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=a$ $\left(a>0\right)$. Giá trị của a sao cho thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(H\right)$ quanh trục hoành bằng 57π là

A. $a = 2$. **B.** $a = 3$. **C.** $a = 5$. **D.** $a = 4$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là:

$$V = \pi\int_0^a (2x+1)^2\,dx = 57\pi \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x\right)\Bigg|_0^a = 57 \Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3 + 2a^2 + a - 57 = 0$$

$\Leftrightarrow a = 3$ (thỏa mãn $a > 0$).

Vậy $a = 3$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 40: **[2H3.1-3]** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-1;2)$, $B(2;-3;0)$, $C(-2;1;1)$, $D(0;-1;3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = 1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r = \frac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$ là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có

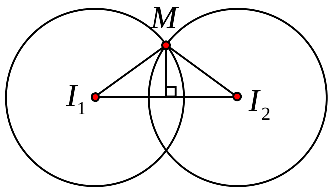
$\overrightarrow{AM} = (x;y+1;z-2)$, $\overrightarrow{BM} = (x-2;y+3;z)$, $\overrightarrow{CM} = (x+2;y-1;z-1)$,

$\overrightarrow{DM} = (x;y+1;z-3)$.

Từ giả thiết: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1\\ \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = 1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x(x-2)+(y+1)(y+3)+z(z-2)=1\\ x(x+2)+(y+1)(y-1)+(z-1)(z-3)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z+2=0\\ x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0\end{cases}$$

Suy ra quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm $I_1(1;-2;1)$, $R_1 = 2$ và mặt cầu tâm $I_2(-1;0;2)$, $R_2 = 2$.



Ta có: $I_1I_2 = \sqrt{5}$.

Dễ thấy: $r = \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{I_1I_2}{2}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 41: [2H3-2-3] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(3;3;2)$, $C(-1;2;2)$, $D(3;3;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{9}{7}$. **C.** $\frac{9}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Lời giải

Chọn A

Tính $\overrightarrow{AB}(2;5;2), \overrightarrow{AC}(-2;4;2), \overrightarrow{AD}(2;5;1)$

$V = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right| = 3$

$V = \frac{1}{3}B.h$, với $B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right| = 7\sqrt{2}$, $h = d(D,(ABC))$

$\Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3.3}{7\sqrt{2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}$.

Câu 42: [2H3-2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A(-2;2;6), B(-3;1;8), C(-1;0;7), D(1;2;3)$. Gọi H là trung điểm của CD, $SH \perp (ABCD)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{27}{2}$ (đvtt) thì có hai điểm S_1, S_2 thỏa mãn yêu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm I của S_1S_2.

A. $I(0;-1;-3)$. **B.** $I(1;0;3)$. **C.** $I(0;1;3)$. **D.** $I(-1;0;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;2), \overrightarrow{AC} = (1;-2;1) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overrightarrow{DC} = (-2;-2;4), \overrightarrow{AB} = (-1;-1;2) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = 2.\overrightarrow{AB} \Rightarrow ABCD$ là hình thang và

$S_{ABCD} = 3S_{ABC} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

Vì $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$

Lại có H là trung điểm của $CD \Rightarrow H(0;1;5)$

Gọi $S(a;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{SH} = (-a;1-b;5-c) \Rightarrow \overrightarrow{SH} = k\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = k(3;3;3) = (3k;3k;3k)$

Suy ra $3\sqrt{3}=\sqrt{9k^2+9k^2+9k^2}\Rightarrow k=\pm 1$

+) Với $k=1\Rightarrow \overrightarrow{SH}=(3;3;3)\Rightarrow S(-3;-2;2)$

+) Với $k=-1\Rightarrow \overrightarrow{SH}=(-3;-3;-3)\Rightarrow S(3;4;8)$

Suy ra $I(0;1;3)$

Câu 43: [2H3-4-3] Viết phương trình mặt cầu (*S*) biết: (*S*) qua bốn điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$, $D(1;0;4)$.

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=26$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=26$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26$. **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2+4z^2=26$.

Lời giải

Chọn C

a) **Cách 1:** Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết: $\begin{cases} IA=IB\\ IA=IC\\ IA=ID\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} IA^2=IB^2\\ IA^2=IC^2\\ IA^2=ID^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -y+z=-1\\ x+7z=-2\\ y-4z=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-2\\ y=1\\ z=0\end{cases}$.

Do đó: $I(-2;1;0)$ và $R=IA=\sqrt{26}$. Vậy (*S*): $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26$.

Cách 2: Gọi phương trình mặt cầu (*S*): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$, $(a^2+b^2+c^2-d>0)$.

Do $A(1;2;-4)\in(S)\Leftrightarrow -2a-4b+8c+d=-21$ (1)

Tương tự: $B(1;-3;1)\in(S)\Leftrightarrow -2a+6b-2c+d=-11$ (2)

$C(2;2;3)\in(S)\Leftrightarrow -4a-4b-6c+d=-17$ (3)

$D(1;0;4)\in(S)\Leftrightarrow -2a-8c+d=-17$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có $a,\ b,\ c,\ d$, suy ra phương trình mặt cầu (*S*):

$(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26$.

Câu 44: [2H3-3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(2;-3;2)$. Tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là một đường thẳng d. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=-8-3t\\ y=t\\ z=15+7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-8+3t\\ y=t\\ z=15-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-8+3t\\ y=-t\\ z=-15-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-8+3t\\ y=t\\ z=15+7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;-1)$; $\overrightarrow{BC}=(3;-5;2)$.

Ta thấy $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

M cách đều hai điểm A, B nên điểm M nằm trên mặt trung trực của AB.

M cách đều hai điểm B, C nên điểm M nằm trên mặt trung trực của BC.
Do đó tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là giao tuyến của hai mặt trung trực của AB và BC.

Gọi (P), (Q) lần lượt là các mặt phẳng trung trực của AB và BC.

$K\left(0;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm AB; $N\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};1\right)$ là trung điểm BC.

(P) đi qua K và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;1;-1)$ làm véctơ pháp tuyến nên

$(P):-2x+\left(y-\frac{3}{2}\right)-\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$ hay $(P):2x-y+z+1=0$.

(Q) đi qua N và nhận $\overrightarrow{BC}=(3;-5;2)$ làm véctơ pháp tuyến nên

$(Q):3\left(x-\frac{1}{2}\right)-5\left(y+\frac{1}{2}\right)+2(z-1)=0$ hay $(Q):3x-5y+2z-6=0$.

Ta có $d:\begin{cases}2x-y+z+1=0\\3x-5y+2z-6=0\end{cases}$

Nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-3;1;7)$.

Cho $y=0$ ta sẽ tìm được $x=-8$, $z=15$ nên $(-8;0;15)\in d$.

Vậy đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=-8-3t\\y=t\\z=15+7t\end{cases}$.

Câu 45: [2D3-1-3] Hàm số $f(x)=\dfrac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{8}$.

Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\dfrac{3\pi-11\ln 2}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi-\ln 2}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\dfrac{\frac{3}{2}(\sin x+\cos x)+\frac{11}{2}(-\sin x+\cos x)}{\cos x+\sin x}=\frac{3}{2}+\frac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}$

$\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{3}{2}+\frac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x+\int\frac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}x$

$=\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}\int\dfrac{1}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}(\cos x+\sin x)=\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}\ln|\cos x+\sin x|+C$.

Bài ra $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{8}\Rightarrow\frac{3\pi}{8}+\frac{11}{2}\ln\sqrt{2}+C=\frac{3\pi}{8}\Rightarrow C=-\frac{11}{4}\ln 2$

Do đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\pi}{4}+C=\frac{3\pi}{4}-\frac{11}{4}\ln 2$.

Câu 46: [2D3.2-4] Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;1\right]$ thoả mãn $3f\left(x\right)+xf'\left(x\right)=x^{2018}$, với mọi $x\in\left[0;1\right]$. Tính $I=\int_0^1 f\left(x\right)dx$.

A. $I=\frac{1}{2018.2021}$.   **B.** $I=\frac{1}{2019.2020}$.

C. $I=\frac{1}{2019.2021}$.   **D.** $I=\frac{1}{2018.2019}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

$3f\left(x\right)+xf'\left(x\right)=x^{2018}\Rightarrow 3x^2f\left(x\right)+x^3.f'\left(x\right)=x^{2020}\Rightarrow\left(x^3f\left(x\right)\right)'=x^{2020}$

$\Rightarrow x^3f\left(x\right)=\int x^{2020}dx=\frac{1}{2021}x^{2021}+c$.

Chọn $x^3f\left(x\right)=\frac{1}{2021}x^{2021}\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{1}{2021}x^{2018}$.

Do đó $\int_0^1 f\left(x\right)dx=\int_0^1\frac{1}{2021}x^{2018}dx=\frac{1}{2021}.\frac{1}{2019}x^{2019}\Big|_0^1=\frac{1}{2021.2019}$.

Cách 2:

Từ $3f\left(x\right)+x.f'\left(x\right)=x^{2018}$. Ta chọn $f\left(x\right)$ là một hàm đa thức bậc 2018.

Đặt $f\left(x\right)=a_{2018}x^{2018}+a_{2017}x^{2017}+....+a_1x+a_0$

$\Rightarrow 3f\left(x\right)+x.f'\left(x\right)=\left(3a_{2018}+2018a_{2018}\right)x^{2018}+\left(3a_{2017}+2017a_{2017}\right)x^{2017}+...+\left(3a_1+a_1\right)x+3a_1$

.

Đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases}2021a_{2018}=1\\ a_i=0,\forall i=\overline{0,2017}\end{cases}\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{1}{2021}x^{2018}$.

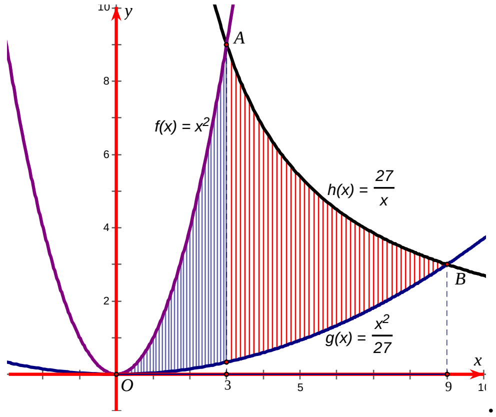
Do đó $I=\int_0^1 f\left(x\right)dx=\int_0^1\frac{1}{2021}x^{2018}dx=\frac{1}{2021}.\frac{x^{2019}}{2019}\Big|_0^1=\frac{1}{2019.2021}$.

Câu 47: [2D3.3-4] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2$, $y=\frac{x^2}{27}$, $y=\frac{27}{x}$.

A. $S=234$.   **B.** $S=27\ln 3$.   **C.** $S=\frac{26}{3}$.   **D.** $S=27\ln 3-\frac{26}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Tìm giao điểm giữa các đồ thị:

$O(0;0):\begin{cases} y=f(x)=x^2 \\ y=g(x)=\dfrac{x^2}{27}\end{cases}$; $B(9;0):\begin{cases} y=g(x)=\dfrac{x^2}{27} \\ y=h(x)=\dfrac{27}{x}\end{cases}$, $A(3;0):\begin{cases} y=h(x)=\dfrac{27}{x} \\ y=f(x)=x^2\end{cases}$.

Vậy diện tích $S=\int_0^3\left(x^2-\dfrac{x^2}{27}\right)dx+\int_3^9\left(\dfrac{27}{x}-\dfrac{x^2}{27}\right)dx=\dfrac{26}{3}+\left(27\ln 3-\dfrac{26}{3}\right)=27\ln 3$.

Câu 48: [2H3-4-4] Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm $I(2;3;-1)$ và cắt đường thẳng

$\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$ tại hai điểm *A*, *B* với $AB=16$.

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=76$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=76$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=76$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=76$.

Lời giải

Chọn A

Chọn $M(-1;1;0)\in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(-3;-2;1)$. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(1;-4;1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}_\Delta\right]=(2;4;14)\Rightarrow d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}_\Delta\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}=2\sqrt{3}$.

Gọi *R* là bán kính mặt cầu (*S*). Theo giả thiết: $R=\sqrt{\left[d(I,\Delta)\right]^2+\dfrac{AB^2}{4}}=2\sqrt{19}$.

Vậy (*S*): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=76$.

Câu 49: [2H3-3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, $AB=3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha):x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ điểm C, giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có A là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α). Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}$. Vậy điểm $A(1;2;0)$.

Điểm B nằm trên đường thẳng AB nên điểm B có tọa độ $B(3+t;4+t;-8-4t)$.

Theo giả thiết thì $t+3>0 \Leftrightarrow t>-3$.

Do $AB=3\sqrt{2}$, ta có $(t+2)^2+(t+2)^2+16(t+2)^2=18 \Rightarrow t=-1$ nên $B(2;3;-4)$.

Theo giả thiết thì $AC=AB\sin 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC=AB.\cos 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy ta có hệ $\begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+c^2=\dfrac{27}{2} \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c+4)^2=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=1 \\ 2a+2b-8c=9 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+c^2=\dfrac{27}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{7}{2} \\ b=3 \\ c=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$. Vậy $C\left(\dfrac{7}{2};3;-\dfrac{5}{2}\right)$ nên $a+b+c=2$.

Câu 50: **[2D3-1-4]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=\sqrt{3}$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]$.

A. $m=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$, $M=2\sqrt{2}$.　　**B.** $m=\dfrac{5}{2}$, $M=3$.

C. $m=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$, $M=\sqrt{3}$.　　**D.** $m=\sqrt{3}$, $M=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)}$

$\Rightarrow \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}=\cos x \Rightarrow \int \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}dx=\sin x+C$

Đặt $t=\sqrt{1+f^2(x)} \Rightarrow t^2=1+f^2(x) \Rightarrow tdt=f(x)f'(x)dx$.

Thay vào ta được $\int dt = \sin x + C \Rightarrow t = \sin x + C \Rightarrow \sqrt{1 + f^2(x)} = \sin x + C$.

Do $f(0) = \sqrt{3} \Rightarrow C = 2$.

Vậy $\sqrt{1 + f^2(x)} = \sin x + 2 \Rightarrow f^2(x) = \sin^2 x + 4\sin x + 3$

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{\sin^2 x + 4\sin x + 3}$, vì hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ta có $\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \le \sin x \le 1$, xét hàm số $g(t) = t^2 + 4t + 3$ có hoành độ đỉnh $t = -2$ loại.

Suy ra $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]} g(t) = g(1) = 8$, $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]} g(t) = g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{4}$.

Suy ra $\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\sqrt{2}$, $\min\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]} f(x) = g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{21}}{2}$.

ĐỀ SỐ 11

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. Gọi $\int 2019^x dx = F(x) + C$, với C là hằng số. Khi đó hàm số $F(x)$ bằng

A. $2019^x \ln 2019$. **B.** 2019^{x+1}. **C.** 2019^x. **D.** $\dfrac{2019^x}{\ln 2019}$.

Câu 2. Tính nguyên hàm $I = \int \dfrac{dx}{2-3x}$.

A. $\dfrac{1}{(2-3x)^2} + C$ **B.** $-\dfrac{3}{(2-3x)^2} + C$ **C.** $-\dfrac{1}{3}\ln|3x-2| + C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln|2-3x| + C$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \dfrac{1}{x}$ là:

A. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

C. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. **D.** $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$ là:

A. $F(x) = \dfrac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{3\sqrt[3]{x^2}}{4} + C$. **C.** $F(x) = \dfrac{4x}{3\sqrt[3]{x}} + C$. **D.** $F(x) = \dfrac{4x}{3\sqrt[3]{x^2}} + C$.

Câu 5. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ biết $F(-1) = 3$.

A. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$. **B.** $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$.

C. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x - 3$. **D.** $F(x) = x^4 - x^3 + 2x$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm: $\int (1+\sin x)^2 dx$

A. $\dfrac{2}{3}x + 2\cos x - \dfrac{1}{4}\sin 2x + C$. **B.** $\dfrac{3}{2}x - 2\cos x + \dfrac{1}{4}\sin 2x + C$.

C. $\dfrac{2}{3}x - 2\cos 2x - \dfrac{1}{4}\sin 2x + C$. **D.** $\dfrac{3}{2}x - 2\cos x - \dfrac{1}{4}\sin 2x + C$.

Câu 7. Cho $f(x) = \dfrac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm F(x) của f(x) thỏa mãn F(0) = 1 và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\pi}{8}$

A. $m = -\dfrac{4}{3}$ **B.** $m = \dfrac{3}{4}$ **C.** $m = -\dfrac{3}{4}$ **D.** $m = \dfrac{3}{4}$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x) = 2x\sqrt{(f(x))^2 + 1}$ và $f(0) = 0$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là:

A. $M = 3\sqrt{11}$; $m = \sqrt{3}$. **B.** $M = 20$; $m = 2$.

C. $M = 4\sqrt{11}$; $m = \sqrt{3}$. **D.** $M = 20$; $m = \sqrt{2}$.

Câu 9. Cho tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1}dx$. Khẳng định nào sau đây sai:

A. $I=\int\limits_0^3 \sqrt{u}du$ **B.** $I=\frac{2}{3}\sqrt{27}$ **C.** $I=\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3$ **D.** $I\ge 3\sqrt{3}$

Câu 10. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx=2$. Khi đó giá trị tích phân $\int\limits_0^1 f(x)dx$ là:

A. 2   **B.** 1   **C.** $\frac{1}{2}$.   **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 11. Giả sử $\int\limits_1^5 \frac{dx}{2x-1}=a+\ln b$. Giá trị của a,b là:

A. $a=0;b=81$ **B.** $a=1;b=9$
C. $a=0;b=3$ **D.** $a=1;b=8$

Câu 12. Biết rằng $\int\limits_1^3 f(x)dx=5;\ \int\limits_2^3 f(x)dx=3$. Tính $\int\limits_1^2 f(x)dx$.

A. 2.   **B.** -2.
C. 1.   **D.** 5.

Câu 13. Nếu $f(x)$ liên tục và $\int\limits_0^4 f(x)dx=10$, thì $\int\limits_0^2 f(2x)dx$ bằng:

A. 5.   **B.** 29.   **C.** 19.   **D.** 9.

Câu 14. Cho hai tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 xdx$ và $J=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 xdx$. Hãy chỉ ra khẳng định đúng:

A. $I>J$.   **B.** $I=J$.   **C.** $I<J$.   **D.** Không so sánh được.

Câu 15. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\sin 2xdx$. Lời giải sau sai từ bước nào:

Bước 1: Đặt u = 2x + 1; dv = sin2xdx
Bước 2: Ta có du = 2 dx; v = cos2x

Bước 3: $I=(2x+1)\cos 2x\,|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos 2xdx=(2x+1)\cos 2x\,|_0^{\frac{\pi}{2}}-2\sin 2x\,|_0^{\frac{\pi}{2}}$

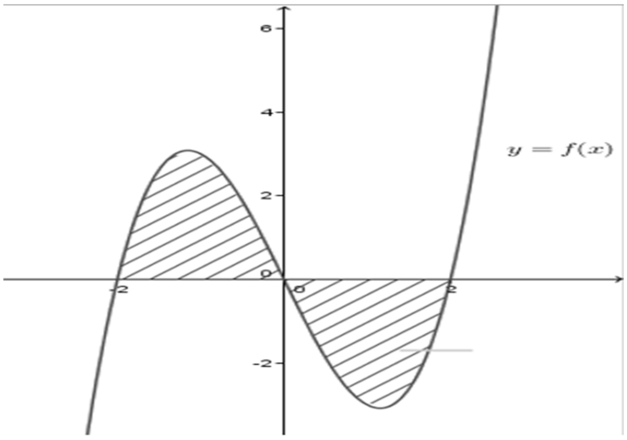
Bước 4: Vậy $I=-\pi-2$

A. Bước 1.   **B.** Bước 2.   **C.** Bước 3.   **D.** Bước 4.

Câu 16. Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục và $\int\limits_1^4 f'(x)dx=17$, giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 29.   **B.** 5.   **C.** 19.   **D.** 9.

Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong Hình 1) là:

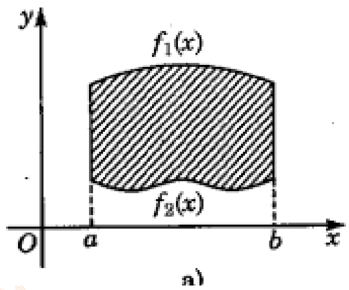


Hình 1

A. $\int_{-2}^{2} f(x)dx$ **B.** $\int_{0}^{-2} f(x)dx + \int_{0}^{2} f(x)dx$

C. $\int_{2}^{0} f(x)dx + \int_{-2}^{0} f(x)dx.$ **D.** $\int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{2} f(x)dx$

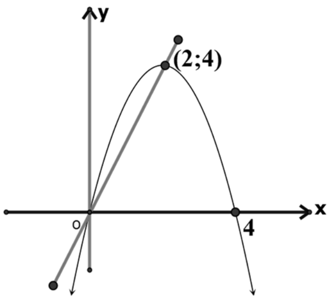
Câu 18. Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



A. $V = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$ **B.** $V = \pi\int_a^b \left[f_1^{\,2}(x) - f_2^{\,2}(x)\right]dx.$

C. $V = \pi\int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$ **D.** $V = \pi\int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]dx.$

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4x - x^2$ và $y = 2x$ là:



A. $\int_0^4 (2x - x^2)dx.$ **B.** $\int_0^2 (x^2 - 2x)dx.$ **C.** $\int_0^2 (2x - x^2)dx.$ **D.** $\int_0^4 (x^2 - 2x)dx.$

Câu 20. Cho hai hàm số y = f(x), y = g(x) có đồ thị (C_1) và (C_2) liên tục trên [a;b] thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1), (C_2) và hai đường thẳng x = a, x = b là:

A. $S = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]dx\right|$ **B.** $S = \int_a^b [g(x) - f(x)]dx$

C. $S=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$ **D.** $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$

Câu 21. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=4-|x|$ và parabol $y=\frac{x^2}{2}$ bằng:

A. $\frac{28}{3}$ **B.** $\frac{25}{3}$ **C.** $\frac{22}{3}$ **D.** $\frac{26}{3}$

Câu 22. Cho hình giới hạn bởi elip (E) : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ quay quanh trục Ox. Thể tích vật thể tròn xoay là:

A. $\frac{2\pi ab^2}{3}$. **B.** $\frac{4\pi ab^2}{3}$. **C.** $\frac{8\pi ab^2}{3}$. **D.** Một kết quả khác.

Câu 23. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường thẳng $y=x$; trục hoành và đường thẳng $x=m, m>0$. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi khi quay (H) quanh trục hoành là 9π (đvtt). Giá trị của tham số *m* là:

A. 9. **B.** $\sqrt[3]{3}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt[3]{3}$.

Câu 24. Tính các hằng số A và B để hàm số $f(x)=A\sin\pi x+B$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(1)=2$ và $\int_0^2 f(x)dx=4$

A. $A=-\frac{2}{\pi}, B=2$. **B.** $A=\frac{2}{\pi}, B=2$. **C.** $A=-2, B=-2$. **D.** $A=2, B=2$.

Câu 25. Cho $F(x)=x^2+\ln^3 x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tính tích phân $I=\int_1^e f'(x)\ln x dx$.

A. $e+3$. **B.** $e-3$. **C.** e^2+3. **D.** e^2-3.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, điểm nào sau đây thuộc trục *Oz*?

A. $M(0,0,4)$ **B.** $N(0,9,0)$ **C.** $P(3,0,0)$ **D.** $Q(3,9,4)$

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho véctơ $\vec{a}(1;2;3)$. Hỏi véctơ nào dưới đây cùng phương với $\vec{a}$?

A. $\vec{b}(2;4;6)$ **B.** $\vec{c}(-2;-4;3)$ **C.** $\vec{d}(-1;-2;-3)$ **D.** $\vec{e}(-1;0;3)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2,0,0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;4)$. Tìm điểm *D* sao cho tứ giác *ABCD* là hình bình hành.

A. $D(2,3,4)$ **B.** $D(3,4,2)$ **C.** $D(-2,-3,4)$ **D.** $D(-2,-3,-4)$

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(-2;1;0)$ và B với $B\in Ox, B\in Oy, B\in Oz$. Tính độ dài của AB.

A. $AB=\sqrt{5}$ **B.** $AB=\sqrt{3}$ **C.** $AB=\sqrt{10}$ **D.** $AB=2\sqrt{3}$

Câu 30. Trong không gian *Oxyz*, cho ba vecto $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$ **B.** $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.

C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$. **D.** $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho tứ diện *ABCD* với $A(0,0,1), B(2,3,5), C(6,2,3), D(3,7,2)$. Thể tích của tứ diện *ABCD* bằng

A. 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 40

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(3;-4;0), B(0;2;4), C(4;2;1)$. Tìm tọa độ điểm *D* trên trục *Ox* sao cho *AD=BC*.

A. $D(0;0;0), D(-6;0;0)$ **B.** $D(0;0;0), D(6;0;0)$

C. $D(0;0;2), D(6;0;0)$ **D.** $D(0;0;1), D(6;0;0)$

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(0;2;4), C(4;2;1)$. Diện tích tam giác ABC là

A. $\frac{\sqrt{491}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{490}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{494}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{394}}{2}$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

A. $\overrightarrow{n_4}(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(1;8;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}(1;2;0)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;4;-4), \vec{b}=(2;1;-2)$. Hãy chọn đáp án đúng nhất.

A. $[\vec{a},\vec{b}]=(-4;-4;-6)$ **B.** $[\vec{a},\vec{b}]=(4;-4;-6)$

C. $[\vec{a},\vec{b}]=(-4;4;-6)$ **D.** $[\vec{a},\vec{b}]=(-4;-4;6)$

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ tam giác *ABC.A'B'C'* có $A(1;1;1;), B(1;2;1); C(1;1;2), A'(2;2;1)$. Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm *A, B, C, A'* là

A. $x^2+y^2+z^2-3x-3y+3z+6=0$ **B.** $x^2+y^2+z^2+3x-3y-3z+6=0$

C. $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2-3x-3y+3z-6=0$

Câu 37. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-6;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính OA?

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=14$. **B.** $(x+2)^2+(y-6)^2+(z+4)^2=56$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=14$. **D.** $(x-2)^2+(y+6)^2+(z-4)^2=56$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-8z+1=0$.

A. $I(1;-3;4); r=25$. **B.** $I(1;-3;4); r=5$.

C. $I(-1;3;-4); r=5$. **D.** $I(1;-3;4); r=-5$.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

A. $I(1;-3;4); r=2$ **B.** $I(3;-2;1); r=2$

C. $I(-3;-2;-1); r=2$. **D.** $I(3;-2;1); r=2$

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t, t\in R \\ z=-3 \end{cases}$ và điểm $A(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng *(P)* đi qua điểm *A* và vuông góc với đường thẳng *(d)* là

A. $-x+2y-2=0$ **B.** $-x+2y-1=0$

C. $-x-2y-2=0$ **D.** $-x+2y-3=0$

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là phương trình nào sau đây?

A. $2x-y+3z=0$.**B.** $2x-y+3z-4=0$.
C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $x-2y-4=0$.

Câu 43. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1;-2;4), B(3;6;2)$ là phương trình nào sau đây?

A. $x+4y-z-3=0$. **B.** $2x+4y-z-9=0$.
C. $2x+8y-2z-1=0$. **D.** $x+4y-z-7=0$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $I(3;-1;5), M(4;2;-1), N(1;-2;3)$ là phương trình nào sau đây?

A. $12x-14y-5z-25=0$. **B.** $12x-14y-5z+3=0$.
C. $12x+14y-5z-81=0$. **D.** $12x+14y-5z+3=0$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+7z-9=0$. Véctơ pháp tuyến của (P) là

A. $(2;-3;7)$ **B.** $(-2;-3;7)$ **C.** $(2;3;7)$ **D.** $(2;-3;-7)$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua d.

A. $M'(0;-3;3)$. **B.** $M'(1;-3;2)$. **C.** $M'(-1;-2;0)$. **D.** $M'(3;-3;0)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$. Vecto nào dưới đây là vecto chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(0;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;-2)$.

Câu 48. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Tính góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. 120°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 150°.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+5z+4=0$. Phương trình chính tắc của Δ là phương trình nào?

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{5}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$.
C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+3}{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;3), B(4;3;-1), C(3;-3;2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và song song BC.

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+5t \\ z=3-4t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{-6}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\begin{cases} x=4+3t \\ y=3-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-3}{4}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [NB] Gọi $\int 2019^x dx = F(x) + C$, với C là hằng số. Khi đó hàm số $F(x)$ bằng

A. $2019^x \ln 2019$. **B.** 2019^{x+1}. **C.** 2019^x. **D.** $\dfrac{2019^x}{\ln 2019}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int 2019^x dx = \dfrac{2019^x}{\ln 2019} + C$.

Câu 2. [NB] Tính nguyên hàm $I = \int \dfrac{dx}{2-3x}$.

A. $\dfrac{1}{(2-3x)^2} + C$ **B.** $-\dfrac{3}{(2-3x)^2} + C$ **C.** $-\dfrac{1}{3}\ln|3x-2| + C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln|2-3x| + C$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $I = \int \dfrac{dx}{2-3x} = -\dfrac{1}{3}\ln|2-3x| + C = -\dfrac{1}{3}\ln|3x-2| + C$.

Câu 3. [NB] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \dfrac{1}{x}$ là:

A. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

C. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. **D.** $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int \left(x^2 - 3x + \dfrac{1}{x}\right) dx = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 4. [NB] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$ là:

A. $F(x) = \dfrac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{3\sqrt[3]{x^2}}{4} + C$. **C.** $F(x) = \dfrac{4x}{3\sqrt[3]{x}} + C$. **D.** $F(x) = \dfrac{4x}{3\sqrt[3]{x^2}} + C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int \sqrt[3]{x} dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \dfrac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + C$.

Câu 5. [TH] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ biết $F(-1) = 3$.

A. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$. **B.** $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$.

C. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x - 3$. **D.** $F(x) = x^4 - x^3 + 2x$.

Lời giải

Chọn A.

$F(x) = \int (4x^3 - 3x^2 + 2) dx = x^4 - x^3 + 2x + C$

Mà $F(-1) = 3 \Rightarrow C = 3$

Vậy $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$.

Câu 6. [TH] Tìm nguyên hàm: $\int (1 + \sin x)^2 dx$

A. $\frac{2}{3}x+2\cos x-\frac{1}{4}\sin 2x+C.$ **B.** $\frac{3}{2}x-2\cos x+\frac{1}{4}\sin 2x+C.$

C. $\frac{2}{3}x-2\cos 2x-\frac{1}{4}\sin 2x+C.$ **D.** $\frac{3}{2}x-2\cos x-\frac{1}{4}\sin 2x+C.$

Lời giải

Chọn D.

$\int(1+\sin x)^2dx=\int(\frac{3}{2}+2\sin x-\frac{1}{2}\cos 2x)dx=\frac{3}{2}x-2\cos x-\frac{1}{4}\sin 2x+C.$

Câu 7. [VD] Cho $f(x)=\frac{4m}{\pi}+\sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm F(x) của f(x) thỏa mãn F(0) = 1 và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}$

A. $m=-\frac{4}{3}$ **B.** $m=\frac{3}{4}$ **C.** $m=-\frac{3}{4}$ **D.** $m=\frac{3}{4}$

Lời giải

Chọn C.

$F(x)=\int\left(\frac{4m}{\pi}+\sin^2 x\right)dx=\frac{4m}{\pi}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$

Mà $F(0)=1\Rightarrow C=1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}\Rightarrow m=-\frac{3}{4}.$

Câu 8. [VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x\sqrt{(f(x))^2+1}$ và $f(0)=0$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là:

A. $M=3\sqrt{11}$; $m=\sqrt{3}.$ **B.** $M=20$; $m=2$.

C. $M=4\sqrt{11}$; $m=\sqrt{3}$. **D.** $M=20$; $m=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 9. [TH] Cho tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$. Khẳng định nào sau đây sai:

A. $I=\int_0^3\sqrt{u}du$ **B.** $I=\frac{2}{3}\sqrt{27}$ **C.** $I=\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3$ **D.** $I\geq 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D.

Đặt $u=x^2-1\Rightarrow du=2xdx, x=1\Rightarrow u=0, x=2\Rightarrow u=3.$

Nên $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx=\int_0^3 udu=\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3=\frac{2}{3}\sqrt{27}.$

Câu 10. [NB] Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x)dx=2$. Khi đó giá trị tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ là:

A. 2 **B.** 1 **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 11. [NB] Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = a + \ln b$. Giá trị của a,b là:

A. $a = 0; b = 81$ **B.** $a = 1; b = 9$
C. $a = 0; b = 3$ **D.** $a = 1; b = 8$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\ln|2x-1|\Big|_1^5 = \ln 3$.

Câu 12. [NB] Biết rằng $\int_1^3 f(x)dx = 5$; $\int_2^3 f(x)dx = 3$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$.

A. 2. **B.** -2.
C. 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx$ nên $\int_1^2 f(x)dx = 2$.

Câu 13. [VD] Nếu $f(x)$ liên tục và $\int_0^4 f(x)dx = 10$, thì $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng:

A. 5. **B.** 29. **C.** 19. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx, x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 2 \Rightarrow t = 4$.

Nên $\int_0^2 f(2x)dx = \int_0^4 \frac{1}{2} f(t)dt = 5$.

Câu 14. [NB] Cho hai tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$. Hãy chỉ ra khẳng định đúng:

A. $I > J$. **B.** $I = J$. **C.** $I < J$. **D.** Không so sánh được.

Lời giải

Chọn B.

Dùng máy tính so sánh.

Câu 15. [TH] Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\sin 2x dx$.

Lời giải sau sai từ bước nào:

Bước 1: Đặt u = 2x + 1; dv = sin2xdx

Bước 2: Ta có du = 2 dx; v = cos2x

Bước 3: $I = (2x+1)\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos 2x dx = (2x+1)\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2\sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

Bước 4: Vậy $I = -\pi - 2$

A. Bước 1. **B.** Bước 2. **C.** Bước 3. **D.** Bước 4.

Lời giải

Chọn B.

Câu 16. [TH] Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)dx=17$, giá trị của $f(4)$ bằng:

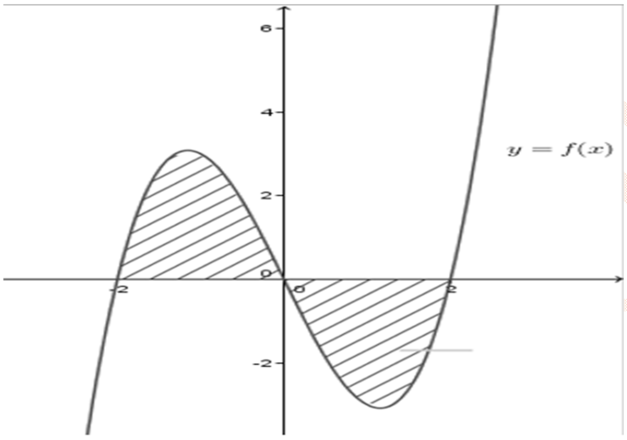
A. 29. **B.** 5. **C.** 19. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_1^4 f'(x)dx = f(x)\Big|_1^4 = f(4)-f(1)=7 \Rightarrow f(4)=19.$

Câu 17. [NB] Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong Hình 1) là:



Hình 1

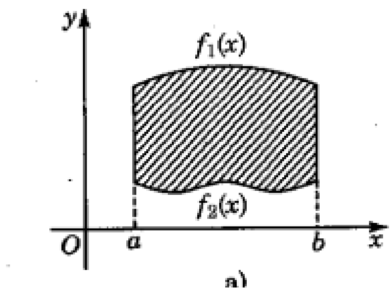
A. $\int_{-2}^{2} f\left(x\right)dx$ **B.** $\int_{0}^{-2} f\left(x\right)dx + \int_{0}^{2} f\left(x\right)dx$

C. $\int_{2}^{0} f\left(x\right)dx + \int_{-2}^{0} f\left(x\right)dx.$ **D.** $\int_{-2}^{1} f\left(x\right)dx + \int_{1}^{2} f\left(x\right)dx$

Lời giải

Chọn C.

Câu 18. [TH] Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



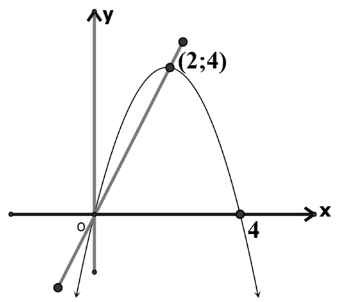
A. $V=\int_a^b [f_1(x)-f_2(x)]^2 dx.$ **B.** $V=\pi\int_a^b \left[f_1^{\,2}(x)-f_2^{\,2}(x)\right]dx.$

C. $V=\pi\int_a^b [f_1(x)-f_2(x)]^2 dx.$ **D.** $V=\pi\int_a^b [f_1(x)-f_2(x)]dx.$

Lời giải

Chọn B.

Câu 19. [NB] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4x-x^2$ và $y=2x$ là:



A. $\int_0^4 (2x - x^2)dx.$ **B.** $\int_0^2 (x^2 - 2x)dx.$ **C.** $\int_0^2 (2x - x^2)dx.$ **D.** $\int_0^4 (x^2 - 2x)dx.$

Lời giải

Chọn C.

Câu 20. [NB] Cho hai hàm số y = f(x), y = g(x) có đồ thị (C_1) và (C_2) liên tục trên [a;b] thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1), (C_2) và hai đường thẳng x = a, x = b là:

A. $S = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]dx\right|$ **B.** $S = \int_a^b [g(x) - f(x)]dx$

C. $S = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$ **D.** $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$

Lời giải

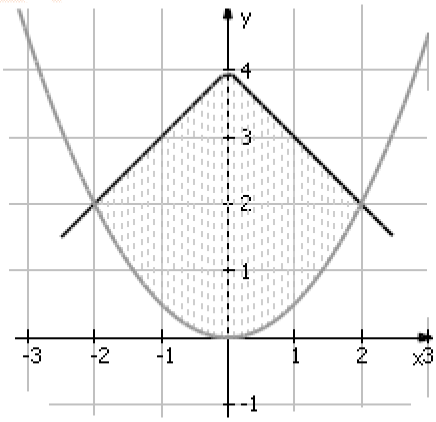
Chọn D.

Câu 21. [VDC] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 4 - |x|$ và parabol $y = \frac{x^2}{2}$ bằng:

A. $\frac{28}{3}$ **B.** $\frac{25}{3}$ **C.** $\frac{22}{3}$ **D.** $\frac{26}{3}$

Lời giải

Chọn A.



Giải phương trình $4 - |x| = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = \pm 2.$

Ta có $S = \int_{-2}^{0}\left(4 + x - \frac{x^2}{2}\right)dx + \int_0^2\left(4 - x - \frac{x^2}{2}\right)dx = \frac{28}{3}.$

Câu 22. [VD] Cho hình giới hạn bởi elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ quay quanh trục Ox. Thể tích vật thể tròn xoay là:

A. $\frac{2\pi ab^2}{3}.$ **B.** $\frac{4\pi ab^2}{3}.$ **C.** $\frac{8\pi ab^2}{3}.$ **D.** Một kết quả khác.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $V = 2\pi\int_{-a}^{a}\left(\sqrt{b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}\right)^2 dx = \frac{8}{3}\pi ab^2$.

Câu 23. [VD] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường thẳng $y = x$; trục hoành và đường thẳng $x = m, m > 0$. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi khi quay (H) quanh trục hoành là 9π (đvtt). Giá trị của tham số *m* là:

A. 9. **B.** $\sqrt[3]{3}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $V = \pi\int_0^m x^2dx = \frac{\pi}{3}m^3$. Mà $V = 9\pi$ nên $m = 3$.

Câu 24. [VD] Tính các hằng số A và B để hàm số $f(x) = A\sin\pi x + B$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(1) = 2$ và $\int_0^2 f(x)dx = 4$

A. $A = -\frac{2}{\pi}, B = 2$. **B.** $A = \frac{2}{\pi}, B = 2$. **C.** $A = -2, B = -2$. **D.** $A = 2, B = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x) = A\pi\cos\pi x$. Mà $f'(1) = -A\pi = 2$ nên $A = -\frac{\pi}{2}$

Ta có $\int_0^2 f(x)dx = \left(-\frac{A}{\pi}\cos\pi x + Bx\right)\Big|_0^2 = 2B$. Mà $\int_0^2 f(x)dx = 4$ nên $B = 2$.

Câu 25. [VDC] Cho $F(x) = x^2 + \ln^3 x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tính tích phân $I = \int_1^e f'(x)\ln x dx$.

A. $e + 3$. **B.** $e - 3$. **C.** $e^2 + 3$. **D.** $e^2 - 3$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có

$\int\frac{f(x)}{x}dx = x^2 + \ln^3 x \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = 2x + 3\ln^2 x.\frac{1}{x}$

$\Rightarrow f(x) = 2x^2 + 3\ln^2 x$.

$I = \int_1^e f'(x)\ln x dx = \int_1^e \ln x.d(f(x)) = \ln x.f(x)\Big|_1^e - \int_1^e f(x).\frac{1}{x}dx = f(e) - e^2 = e^2 + 3$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, điểm nào sau đây thuộc trục *Oz*?

A. $M(0,0,4)$ **B.** $N(0,9,0)$ **C.** $P(3,0,0)$ **D.** $Q(3,9,4)$

Lời giải

Chọn A.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho véctơ $\vec{a}(1;2;3)$. Hỏi véctơ nào dưới đây cùng phương với $\vec{a}$?

A. $\vec{b}(2;4;6)$ **B.** $\vec{c}(-2;-4;3)$ **C.** $\vec{d}(-1;-2;-3)$ **D.** $\vec{e}(-1;0;3)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2,0,0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;4)$. Tìm điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(2,3,4)$ **B.** $D(3,4,2)$ **C.** $D(-2,-3,4)$ **D.** $D(-2,-3,-4)$

Lời giải

Chọn A.

Gọi $D(x,y,z)$, $\overrightarrow{AB}=(-2,-3,0)$, $\overrightarrow{DC}=(-x,-y,4-z)$.

ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3. \\ z=4 \end{cases}$

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$ và B với $B\in Ox, B\in Oy, B\in Oz$. Tính độ dài của AB.

A. $AB=\sqrt{5}$ **B.** $AB=\sqrt{3}$ **C.** $AB=\sqrt{10}$ **D.** $AB=2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A.

$B(0;0;0)\Rightarrow \overrightarrow{AB}(2,-1,0)\Rightarrow AB=\sqrt{5}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$ **B.** $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.

C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$. **D.** $\left\|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0,0,1), B(2,3,5), C(6,2,3), D(3,7,2)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 40

Lời giải

Chọn B.

$V=\frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|=20.$

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(0;2;4), C(4;2;1)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục Ox sao cho $AD=BC$.

A. $D(0;0;0), D(-6;0;0)$ **B.** $D(0;0;0), D(6;0;0)$

C. $D(0;0;2), D(6;0;0)$ **D.** $D(0;0;1), D(6;0;0)$

Lời giải

Chọn B.

Gọi D(x;0;0)

Ta có $AD=BC \Leftrightarrow (x-3)^2+16+0=16+0+9$

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(0;2;4), C(4;2;1)$. Diện tích tam giác ABC là

A. $\frac{\sqrt{491}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{490}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{494}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{394}}{2}$

Lời giải

Chọn C.

$[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-18;7;-24)\Rightarrow S=\frac{1}{2}\sqrt{494}$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

A. $\overrightarrow{n_4}(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(1;8;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho $\vec{a}=(2;4;-4),\vec{b}=(2;1;-2)$. Hãy chọn đáp án đúng nhất.

A. $[\vec{a},\vec{b}]=(-4;-4;-6)$ **B.** $[\vec{a},\vec{b}]=(4;-4;-6)$

C. $[\vec{a},\vec{b}]=(-4;4;-6)$ **D.** $[\vec{a},\vec{b}]=(-4;-4;6)$

Lời giải

Chọn A.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$cho lăng trụ tam giác *ABC.A'B'C'* có $A(1;1;1;), B(1;2;1); C(1;1;2), A'(2;2;1)$. Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm *A, B, C, A'* là

A. $x^2+y^2+z^2-3x-3y+3z+6=0$ **B.** $x^2+y^2+z^2+3x-3y-3z+6=0$

C. $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2-3x-3y+3z-6=0$

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình mặt cầu cần tìm có dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$, $a^2+b^2+c^2-d>0$

Theo giải thiết, ta được

$$\begin{cases}2a+2b+2c+d=-3\\2a+4b+2c+d=-6\\2a+2b+4c+d=-6\\4a+4b+2c+d=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b=c=\dfrac{-3}{2}\\d=6\end{cases}$$

Câu 37. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho điểm $A(2;-6;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính OA?

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=14$. **B.** $(x+2)^2+(y-6)^2+(z+4)^2=56$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=14$. **D.** $(x-2)^2+(y+6)^2+(z-4)^2=56$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ xác định tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-8z+1=0$.

A. $I(1;-3;4);r=25$. **B.** $I(1;-3;4);r=5$.

C. $I(-1;3;-4);r=5$. **D.** $I(1;-3;4);r=-5$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ xác định tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4.$

A. $I(1;-3;4);r=2$ **B.** $I(3;-2;1);r=2$

C. $I(-3;-2;-1);r=2.$ **D.** $I(3;-2;1);r=2$

Lời giải

Chọn B.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t,t\in R\\z=-3\end{cases}$ và điểm $A(-2;0;1).$ Phương trình mặt phẳng *(P)* đi qua điểm *A* và vuông góc với đường thẳng *(d)* là

A. $-x+2y-2=0$ **B.** $-x+2y-1=0$

C. $-x-2y-2=0$ **D.** $-x+2y-3=0$

Lời giải

Chọn A.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là phương trình nào sau đây?

A. $2x-y+3z=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$.

C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $x-2y-4=0$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 43. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz,$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1;-2;4),B(3;6;2)$ là phương trình nào sau đây?

A. $x+4y-z-3=0.$ **B.** $2x+4y-z-9=0.$

C. $2x+8y-2z-1=0.$ **D.** $x+4y-z-7=0.$

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng cần tìm đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;2;3)$ và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;8;-2)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x+4y-z-7=0.$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $I(3;-1;5),M(4;2;-1),N(1;-2;3)$ là phương trình nào sau đây?

A. $12x-14y-5z-25=0.$ **B.** $12x-14y-5z+3=0$.

C. $12x+14y-5z-81=0.$ **D.** $12x+14y-5z+3=0$.

Lời giải

Chọn A.

$[\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IN}]$=(-12;14;5)

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và có véctơ pháp tuyến như trên là

$-12(x-3)+14(y+1)+5(z-5)=0\Leftrightarrow -12x+14y+5z+25=0$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P):2x-3y+7z-9=0.$ Véctơ pháp tuyến của *(P)* là

A. $(2;-3;7)$ **B.** $(-2;-3;7)$ **C.** $(2;3;7)$ **D.** $(2;-3;-7)$

Lời giải

Chọn A.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho điểm $M(2;-3;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}.$ Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua $d.$

A. $M'(0;-3;3).$ **B.** $M'(1;-3;2).$ **C.** $M'(-1;-2;0).$ **D.** $M'(3;-3;0).$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng *(Q)* đi qua điểm *M* và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}(2;-1;2)$ là

$2(x-2)-(y+3)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+2z-9=0$

Phương trình tham số của đường thẳng *d* là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=2t \end{cases}$

$(Q)\cap d=I \Leftrightarrow 4t+t+4t-9-2+2=0 \Leftrightarrow 9t-9=0 \Leftrightarrow t=1$

Trung điểm của đoạn *MM'* là $I(1;-3;2)$

$\begin{cases} x=2.1-2=0 \\ y=2.(-3)+3=-3 \\ z=2.2-1=3 \end{cases}$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;0;-1).$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;1;2).$ **C.** $\overrightarrow{u_1}=(0;0;2).$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;-2).$

Lời giải

Chọn D.

Câu 48. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=3 \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Tính góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $120°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $150°$.

Lời giải

Chọn C.

$\vec{u}_1=(1;1;0),\vec{u}_2=(-1;0;1)\Rightarrow \cos(\vec{u}_1;\vec{u}_2)=\frac{1}{2}\Rightarrow (\vec{u}_1;\vec{u}_2)=60^0$

Câu 49. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz,$ gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+5z+4=0$. Phương trình chính tắc của Δ là phương trình nào?

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{5}.$ **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{5}.$

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{5}.$ **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+3}{5}.$

Lời giải

Chọn A.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz,$ cho ba điểm $A(1;-1;3),B(4;3;-1),C(3;-3;2).$ Viết phương trình đường thẳng đi qua A và song song $BC.$

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 5t \\ z = 3 - 4t \end{cases}.$

B. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{-6} = \dfrac{z-3}{3}.$

C. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}.$

D. $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-3}{4}.$

Lời giải

Chọn B.

Véctơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{BC} = (-1; -6; 3)$

HẾT.

ĐỀ SỐ 12 **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. **[2D1-1.1-1]** Cho hàm Cho hàm số $y=\frac{1-2x}{x+1}$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Đồ thị hàm số đối xứng qua $I(-1;-2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 2. **[2H1-3.2-1]** Diện tích đáy của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là

A. $B=\frac{6V}{h}$. **B.** $B=\frac{V}{h}$. **C.** $B=\frac{3V}{h}$. **D.** $B=\frac{2V}{h}$.

Câu 3. **[2D1-1.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

Câu 4. **[2D3-2.1-1]** Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=5$ Tích phân $\int_1^3\left[5f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 25. **B.** 5. **C.** 19. **D.** -2.

Câu 5. **[2D1-2.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $(-\infty;3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		3
y'		-	0	+	0	-	‖
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	0

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=1$.

C. $y_{CĐ}=1$ và $y_{CT}=2$. **D.** $y_{CĐ}=0$ và $y_{CT}=2$.

Câu 6. **[2D2-3.2-2]** Với các số thực dương $a,\ b$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log b$. **B.** $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+\frac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$.

C. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+\frac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$.

Câu 7. **[2D3-1.1-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{1}{\cos^2 2x}$.

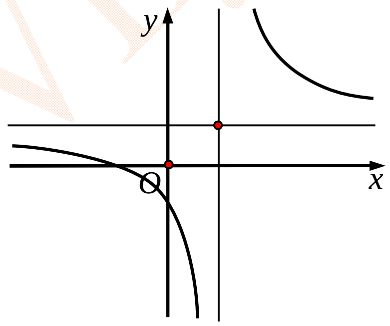
A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{\sin^2 2x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\tan 2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\tan 2x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{-1}{\cos x}+C$.

Câu 8. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(5;7;-13\right)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$. Tọa độ điểm H là?

A. $H\left(0;7;-13\right)$. **B.** $H\left(5;0;-13\right)$. **C.** $H\left(0;-7;13\right)$. **D.** $H\left(5;7;0\right)$.

Câu 9. **[2D1-5.1-2]** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\frac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x-2}{x+2}$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=\frac{2x+1}{2x-2}$.

Câu 10. **[2H3-3.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+3}{2}$. Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=\left(3;-1;-3\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(2;-4;4\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(2;4;-4\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;-2;-2\right)$.

Câu 11. **[2D2-6.1-1]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16-2^{2x+1}\geq 0$

A. $S=\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$. **D.** $S=\left(0;\frac{3}{2}\right]$.

Câu 12. **[2H2-1.1-1]** Một hình nón có chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc ở đỉnh bằng 60^0. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{8}\pi a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}\pi a^3$.

Câu 13. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d.

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $x+2y-z+4=0$. **C.** $2x-y-z+4=0$. **D.** $2x+y-z-4=0$.

Câu 14. **[2D1-4.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang ?

A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **C.** $y=\frac{x^2+1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 15. **[2D1-5.4-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

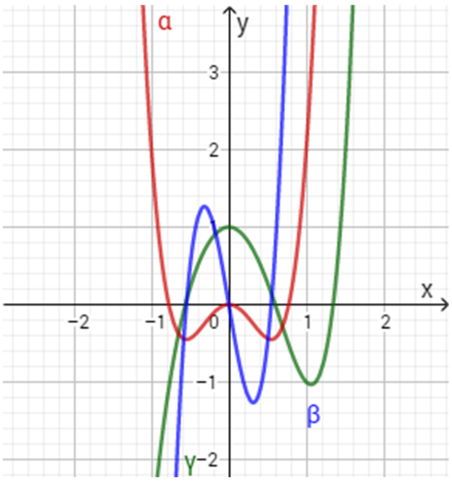
Câu 16. **[2D1-3.1-2]** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{9}{x+1}+2$ trên đoạn $[0;8]$ lần lượt là:

A. 7 và 11. **B.** 1và 11. **C.** 7 và 11. **D.** -5 và 7.

Câu 17. **[2D3-2.1-1]** Giá trị của tích phân $I=\int_0^1\frac{x}{x+1}dx$ là

A. $I=1+\ln 2$. **B.** $I=2-\ln 2$. **C.** $I=1-\ln 2$. **D.** $I=2+\ln 2$.

Câu 18. **[2D1-5.5-2]** Cho đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ như hình vẽ.



Khi đó đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ tương ứng là

A. $(\alpha),(\beta),(\gamma)$. **B.** $(\gamma),(\alpha),(\beta)$. **C.** $(\beta),(\alpha),(\gamma)$. **D.** $(\beta),(\gamma),(\alpha)$.

Câu 19. **[1H3-5.3-2]** Hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB=a, AD=2a, AA_1=3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng

A. a. **B.** $\frac{7a}{6}$. **C.** $\frac{5a}{7}$. **D.** $\frac{6a}{7}$.

Câu 20. **[2D2-4.5-2]** Anh Đua muốn tiết kiệm tiền để sắm Iphone-X nên mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền a đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,7$ % mỗi tháng. Biết rằng sau 2 năm anh Đua có số tiền trong ngân hàng là 40 triệu đồng. Hỏi số tiền a gần với số tiền nào nhất trong các số sau ?

A. 1.500.000 đồng. **B.** 1.525.717 đồng. **C.** 1.525.718 đồng. **D.** 1.525.500 đồng.

Câu 21. **[1D2-5.5-2]** Lớp 12A có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Thầy giáo gọi 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ.s

A. $\frac{400}{501}$. **B.** $\frac{307}{506}$. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{443}{501}$.

Câu 22. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi điểm $M(1;0;-2)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x-y+3z-1=0$ có phương trình là

A. $(\alpha): 2x-y+3z-4=0$. **B.** $(\alpha): 2x-y+3z+4=0$.

C. $(\alpha): x-2y+4=0$. **D.** $(\alpha): x-2y-4=0$.

Câu 23. **[1H3-3.3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$ và $AD=2a$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $115°$.

Câu 24. **[1D2-3.2-2]** Tìm hệ số của x^7 trong khai ttriển nhị thhức $\left(2x^4+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$, $(x>0)$. Biết rằng n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^2+2A_n^2+n=112$.

A. 560. **B.** -560. **C.** 650. **D.** -650.

Câu 25. **[2D2-5.3-2]** Biết rằng phương trình $\log x.\log\left(100x^2\right)=4$ có hai nghiệm có dạng x_1 và $\dfrac{1}{x_2}$ trong đó $x_1,\ x_2$ là những số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_2=\dfrac{1}{x_1^2}$. **B.** $x_2=x_1^2$. **C.** $x_1.x_2=1$. **D.** $x_2=100x_1$.

Câu 26. **[1H3-2.3-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$, $IJ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa AB và CD bằng:

A. $150°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

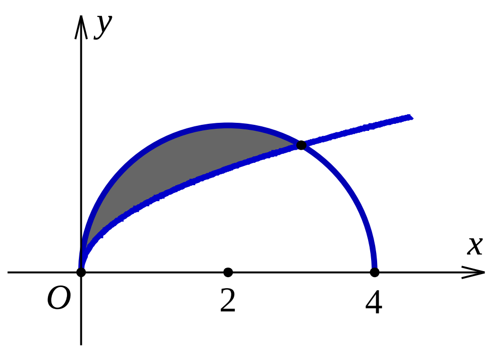
Câu 27. **[2H3-3.5-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d qua M cắt d_1,d_2 lần lượt A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=2$. **B.** $AB=3$. **C.** $AB=\sqrt{6}$. **D.** $AB=\sqrt{5}$.

Câu 28. **[2D1-1.1-3]** Tìm m để hàm số $y=x^2+6x+2\ln(x+3)-mx-\sqrt{3}$ đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\le 4$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\ge -4$.

Câu 29. **[2D3-3.1-2]** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4x-x^2}$ (với $0\le x\le 4$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{10\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{8\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{4\pi+15\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{10\pi-15\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30. **[2D3-2.2-3]** Biết $\int_1^2 \frac{x^3\,\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5}+b\sqrt{2}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\frac{5}{2}$. **B.** $P=\frac{7}{2}$. **C.** $P=-\frac{5}{2}$. **D.** $P=2$.

Câu 31. **[2H2-1.3-3]** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng $30°$. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$.

Câu 32. **[2D2-5.3-3]** Tìm m để phương trình $4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m$ có ba nghiệm.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m>3$. **D.** $2<m<3$.

Câu 33. **[1D1-2.1-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}=m$ có nghiệm thuộc vào đoạn $[0;\pi]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 34. **[2D1-3.1-4]** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là:

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

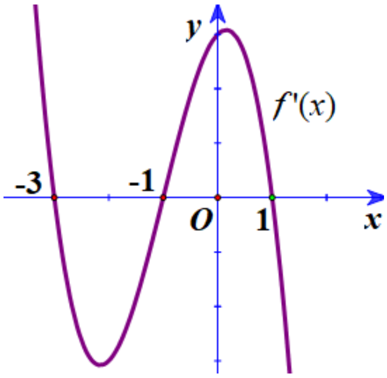
Câu 35. **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{(x^2+1)^2}{x^3}$, $f(-1)=1$ và $f(1)=-4$. Giá trị của biểu thức $f(-2)+f(2)$ bằng:

A. $\frac{3}{8}+2\ln 2$. **B.** $\frac{17}{8}+4\ln 2$. **C.** $\frac{3}{4}+4\ln 2$. **D.** $\ln 4$.

Câu 36. **[2D1-4.1-3]** Đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x\sqrt{x^2-5}+x-9}{x^2-4x+3}$ có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37. **[2D1-2.2-3]** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(1-x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 38. **[2D1-5.6-3]** Cho hàm số $y=x^3-12x+12$ có đồ thị (C) và điểm $A(m;-4)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m nguyên thuộc khoảng $(2;5)$ để từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 39. **[2H3-2.3-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA+3OB+2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x+2y+3z-19=0$. **B.** $x+2y+3z-14=0$.

C. $x+3y+2z-13=0$. **D.** $6x+3y+2z-18=0$.

Câu 40. **[2D1-2.6-4]** Tổng các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|x^5-5x^3+5x^2+10m-1\right|$ có 3 điểm cực trị là

A. $-\dfrac{13}{5}$. **B.** $-\dfrac{27}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{10}$. **D.** $\dfrac{14}{5}$.

Câu 41. **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;4)$, $C(3;5;-2)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, vuông góc với AB, CD với $D(0;2;0)$.

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=\dfrac{7}{2}-t \\ z=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\dfrac{5}{2}-t \\ y=4-t \\ z=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=-1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=\dfrac{5}{2}+t \\ y=4-t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 42. **[2H1-3.2-3]** Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi H là điểm chia $EH=\dfrac{1}{3}ED$ và S là điểm trên tia đối của HB sao cho $SH=\dfrac{1}{3}BH$. Thể tích khối đa diện $ABCDSEF$ là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{11}{18}$.

Câu 43. **[2H3-2.8-4]** Cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;-1)$, $C(3;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+9=0$. Tìm tọa độ điểm $M\in(P)$ sao cho $S=2MA^2+3MB^2-4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;-2;-3)$. **B.** $M(-3;1;-4)$. **C.** $M(-3;2;-5)$. **D.** $M(1;-3;-2)$.

Câu 44. **[1H3-4.3-3]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $\widehat{ACB}=30^0$ và $SA=SB=SD$ với D là trung điểm BC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{4}$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

A. $\frac{\sqrt{5}}{33}$. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{65}}{13}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{11}$.

Câu 45. **[2H3-2.7-4]** Cho ba mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-2=0$; $(Q): x-2y+2z=0$; $(R): 2x-2y-3z+18=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt phẳng trên biết rằng bán kính của các mặt cầu đều bằng 10.

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 46. **[2D3-2.4-4]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0,\ \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi}{4}+2 \text{ và } \int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)f(x)\mathrm{d}x=-\left(\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi}{4}+2\right).$$

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^3}{24}+1$. **B.** $-\frac{\pi^3}{24}-1$. **C.** $\frac{\pi^3}{48}+1$. **D.** $\frac{\pi}{4}-2$.

Câu 47. **[2H2-1.3-1]** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và đáy bằng 60^0. Thể tích của khối nón đã cho là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 48. **[2H3-2.2-1]** Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.

C. $x^2+y^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=4$.

Câu 49. **[2D2-5.1-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$ là:

A. $-3 < x < 1$. **B.** $-3 < x < 1$. **C.** $-3 < x < 1$. **D.** $-3 < x < 1$.

Câu 50. **[2D2-4.2-2]** Hàm số $y = \log_3\left(x^3 - x\right)$ có đạo hàm là

A. $y' = \dfrac{3x^2 - 1}{\left(x^3 - x\right)\ln 3}$. **B.** $y' = \dfrac{3x^2 - 1}{x^3 - x}$.

C. $y' = \dfrac{1}{\left(x^3 - x\right)\ln 3}$. **D.** $y' = \dfrac{3x - 1}{\left(x^3 - x\right)\ln 3}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **[2D1-1.1-1]** Cho hàm Cho hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Đồ thị hàm số đối xứng qua $I(-1;-2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 2. **[2H1-3.2-1]** Diện tích đáy của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là

A. $B=\dfrac{6V}{h}$. **B.** $B=\dfrac{V}{h}$. **C.** $B=\dfrac{3V}{h}$. **D.** $B=\dfrac{2V}{h}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=Bh\Leftrightarrow B=\dfrac{V}{h}$.

Vậy diện tích đáy của của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là $h=\dfrac{V}{B}$.

Câu 3. **[2D1-1.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘		-1 $\|$ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 4. **[2D3-2.1-1]** Biết $\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x = 3$, $\int_{1}^{3} g(x)\mathrm{d}x = 5$ Tích phân $\int_{1}^{3}\left[5f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 25. **B.** 5. **C.** 19. **D.** -2.

Câu 5. **[2D1-2.2-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-\infty;3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ} = 2$ và $y_{CT} = 0$. **B.** $y_{CĐ} = 2$ và $y_{CT} = 1$.

C. $y_{CĐ} = 1$ và $y_{CT} = 2$. **D.** $y_{CĐ} = 0$ và $y_{CT} = 2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CĐ} = 2$ và $y_{CT} = 1$.

Câu 6. **[2D2-3.2-2]** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a - \log b$. **B.** $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. **D.** $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = \log_2\left(2a^3\right) - \log_2(b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log b$.

Câu 7. **[2D3-1.1-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{\sin^2 2x} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\tan 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\tan 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{-1}{\cos x} + C$.

Lời giải

Chọn C

$\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\tan 2x + C$.

Câu 8. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;7;-13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz). Tọa độ điểm H là?

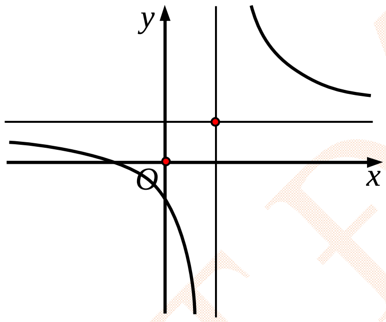
A. $H(0;7;-13)$. **B.** $H(5;0;-13)$. **C.** $H(0;-7;13)$. **D.** $H(5;7;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của $M(x;y;z)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) có tọa độ là $(0;y;z)$. Do đó $\Rightarrow H(0;7;-13)$.

Câu 9. **[2D1-5.1-2]** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$.

Lời giải

Chọn D

* Đồ thị hàm số là đồ thị hàm phân thức nên ta loại đáp án C.

* Đồ thị hàm số là đồ thị hàm nghịch biến nên ta loại đáp án A.

* Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=a;\ (a>0)$ nên ta loại đáp án B.

* Đáp án đúng là đáp án D.

Câu 10. **[2H3-3.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$. Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;-4;4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;4;-4)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(2;-4;4)$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{2x-5}{2x+4}=-\infty$ do khi $x\to -2^+ \Rightarrow 2x+4>0$.

Câu 11. **[2D2-6.1-1]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16-2^{2x+1}\ge 0$

A. $S=\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $S=\left(0;\dfrac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $16-2^{2x+1}\ge 0 \Leftrightarrow 2^{2x+1}\le 16 \Leftrightarrow 2x+1\le 4 \Leftrightarrow x\le \dfrac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 12. **[2H2-1.1-1]** Một hình nón có chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc ở đỉnh bằng 60^0. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{1}{8}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{24}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính đường tròn đáy hình nón là: $r=h.\tan 30^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a}{2}$

Thể tích của khối nón bằng: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{24}\pi a^3$.

Câu 13. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\ y=t\\ z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d.

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $x+2y-z+4=0$. **C.** $2x-y-z+4=0$. **D.** $2x+y-z-4=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng d nên (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)$. Vậy (P): $2x+y-z-4=0$.

Câu 14. **[2D1-4.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang ?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **C.** $y = \dfrac{x^2+1}{x-1}$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là những hàm đa thức nên đồ thị không có tiệm cận ngang. Loại **A, D.**

$$+ \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x-2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{2}{x}} = 2;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{2}{x}} = -2.$$

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang $y = \pm 2$.

$$+ \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x\to\pm\infty}\left[x\left(\frac{1+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}\right)\right] = \pm\infty$$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 15. **[2D1-5.4-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm.

Câu 16. **[2D1-3.1-2]** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{9}{x+1} + 2$ trên đoạn $[0;\,8]$ lần lượt là:

A. 7 và 11. **B.** 1 và 11. **C.** 7 và 11. **D.** -5 và 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = -1 + \dfrac{4}{(x+2)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -1 + \dfrac{4}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-x^2-4x}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;2] \\ x = -4 \notin [-1;2] \end{array}\right.$

$f(-1) = -2$, $f(0) = -1$, $f(2) = -2$.

Vậy $\underset{x\in[-1;\,2]}{Max}\, f(x) = -1$, $\underset{x\in[-1;\,2]}{Min}\, f(x) = -2$.

Câu 17. **[2D3-2.1-1]** Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 \dfrac{x}{x+1}dx$ là

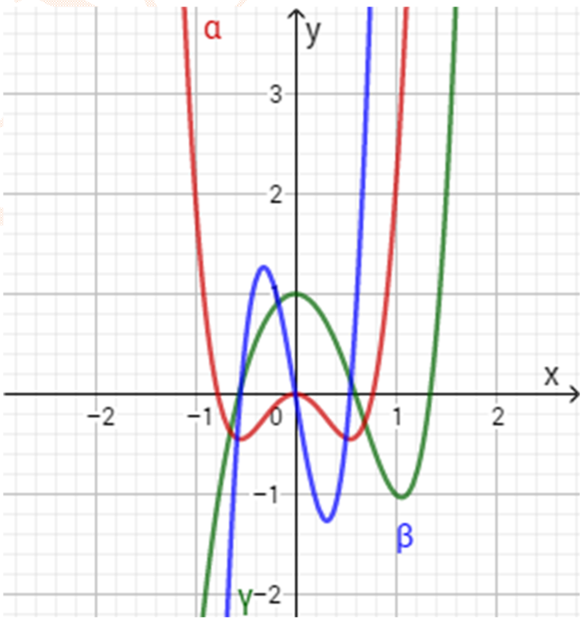
A. $I = 1 + \ln 2$. **B.** $I = 2 - \ln 2$. **C.** $I = 1 - \ln 2$. **D.** $I = 2 + \ln 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_0^1 \dfrac{x}{x+1}dx = \int_0^1 \left(1 - \dfrac{1}{x+1}\right)dx = \left(x - \ln|x+1|\right)\Big|_0^1 = 1 - \ln 2$.

Câu 18. **[2D1-5.5-2]** Cho đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ như hình vẽ.



Khi đó đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ tương ứng là

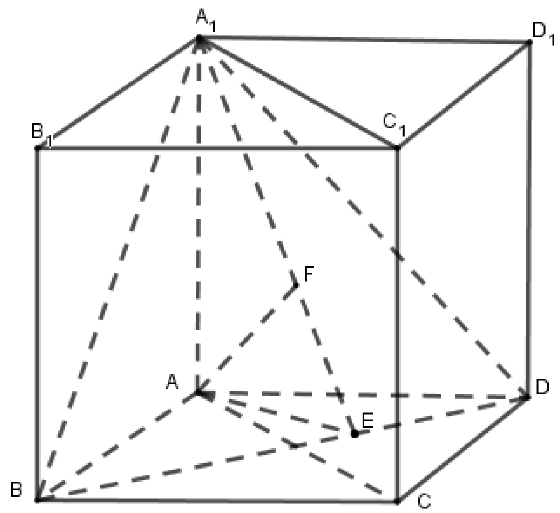
A. $(\alpha),(\beta),(\gamma)$. **B.** $(\gamma),(\alpha),(\beta)$. **C.** $(\beta),(\alpha),(\gamma)$. **D.** $(\beta),(\gamma),(\alpha)$.

Câu 19. **[1H3-5.3-2]** Hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a, AD = 2a, AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng

A. a. **B.** $\frac{7a}{6}$. **C.** $\frac{5a}{7}$. **D.** $\frac{6a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta dựng $AE \perp BD; AF \perp A_1E$. Khi đó $\begin{cases} BD \perp A_1A \\ BD \perp AE \end{cases} \Rightarrow BD \perp AF \Rightarrow AF \perp (A_1BD)$

Ta có $\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AA_1^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{A_1A^2} = \frac{49}{36a^2}$

Nên $d = AF = \frac{6a}{7}$.

Câu 20. **[2D2-4.5-2]** Anh Đua muốn tiết kiệm tiền để sắm Iphone-X nên mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền a đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,7$ % mỗi tháng. Biết rằng sau 2 năm anh Đua có số tiền trong ngân hàng là 40 triệu đồng. Hỏi số tiền a gần với số tiền nào nhất trong các số sau ?

A. $1.500.000$ đồng. **B.** $1.525.717$ đồng. **C.** $1.525.718$ đồng. **D.** $1.525.500$ đồng.

Lời giải

Chọn C

Sau 1 tháng anh Đua có số tiền là $(a + a.0,007) + a = a.1,007 + a$.

Sau 2 tháng anh Đua có số tiền là $a.1,007^2 + a.1,007 + a$.

Sau 3 tháng anh Đua có số tiền gửi trong ngân hàng là $a.1,007^3 + a.1,007^2 + a.0,007 + a$.

…

Sau 24 tháng anh Đua có số tiền

$$S_{24}=a.1,007^{24}+a.1,007^{23}+a.1,007^{22}+...+a.1,007=a.1,007.\frac{1,007^{24}-1}{1,007-1}$$

Ta có $40.000.000=\frac{a}{0,007}\left[(1+0,007)^{24}-1\right].(1+0,007)\Rightarrow a\approx 1.525.718$ đồng.

Câu 21. **[1D2-5.5-2]** Lớp 12A có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Thầy giáo gọi 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ.s

A. $\frac{400}{501}$. **B.** $\frac{307}{506}$. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{443}{501}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 22. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi điểm $M(1;0;-2)$ và song song với mặt phẳng $(\beta):2x-y+3z-1=0$ có phương trình là

A. $(\alpha):2x-y+3z-4=0$. **B.** $(\alpha):2x-y+3z+4=0$.

C. $(\alpha):x-2y+4=0$. **D.** $(\alpha):x-2y-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M(1;0;-2)\in(\alpha)$, $(\alpha)//(\beta)\Rightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(2;-1;3)$

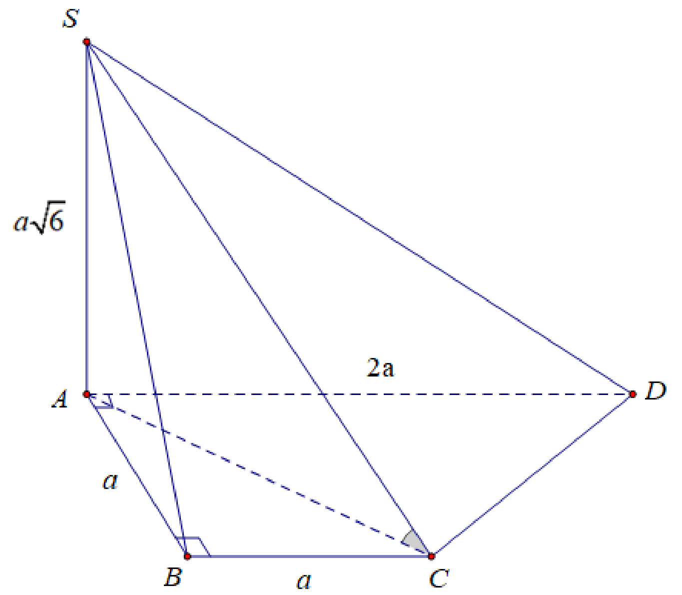
Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x-y+3z+4=0$.

Câu 23. **[1H3-3.3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$ và $AD=2a$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $115°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60^\circ$.

Câu 24. **[1D2-3.2-2]** Tìm hệ số của x^7 trong khai ttriển nhị thhức $\left(2x^4+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$, $(x>0)$. Biết rằng n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^2+2A_n^2+n=112$.

A. 560. **B.** -560. **C.** 650. **D.** -650.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(2x^4+\dfrac{1}{x^3}\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k\left(2x^4\right)^{n-k}\left(\dfrac{1}{x^3}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{n}(2)^{n-k}C_n^kx^{4n-7k}$.

Theo bài, n là số tự nhiên thỏa mãn.

$C_n^2+2A_n^2+n=112\Leftrightarrow 5C_n^2+n=112\Leftrightarrow\dfrac{5}{2}n(n-1)+n=112\Leftrightarrow n=7$.

Hệ số của x^7 trong khai triển là ứng với $4.7-7k=7\Leftrightarrow k=3\Rightarrow T=560$.

Câu 25. **[2D2-5.3-2]** Biết rằng phương trình $\log x.\log\left(100x^2\right)=4$ có hai nghiệm có dạng x_1 và $\dfrac{1}{x_2}$ trong đó x_1, x_2 là những số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_2=\dfrac{1}{x_1^2}$. **B.** $x_2=x_1^2$. **C.** $x_1.x_2=1$. **D.** $x_2=100x_1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

Phương trình $\Leftrightarrow\ \log x\left(\log 100+\log x^2\right)=4 \Leftrightarrow \log x\left(2+2\log x\right)=4$

$$\Leftrightarrow 2\log^2 x+2\log x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log x=1\\ \log x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=10\left(\text{thỏa mãn}\right)\\ x=\dfrac{1}{100}\left(\text{thỏa mãn}\right)\end{array}\right..$$

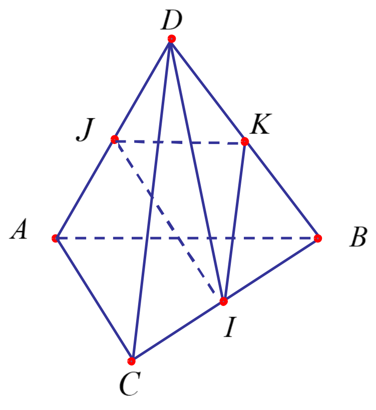
Suy ra $x_1=10$ và $x_2=100$ nên $x_2=x_1^2$.

Câu 26. **[1H3-2.3-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$, $IJ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa AB và CD bằng:

A. $150°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn C



Gọi K là trung điểm BD

Ta có: $\begin{cases}IK \parallel CD\\ JK \parallel AB\end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{AB;CD}\right)=\left(\widehat{JK;IK}\right)$

Xét tam giác IKJ

$JK = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2} = \frac{CD}{2} = IK$.

$COS\left(IK; JK\right) = \left|COS\left(\widehat{IKJ}\right)\right| = \left|\frac{IK^2 + JK^2 - IJ^2}{2.IK.JK}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

Vậy $\left(\widehat{AB;CD}\right) = 60°$.

Câu 27. **[2H3-3.5-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(3;3;-2\right)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d qua M cắt d_1, d_2 lần lượt A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB = 2$. **B.** $AB = 3$. **C.** $AB = \sqrt{6}$. **D.** $AB = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

* Lấy điểm $A(1+a; 2+3a; a) \in d_1$, $B(-1-b; 1+2b; 2+4b) \in d_2$, suy ra véctơ

$\overrightarrow{MA} = \left(a-2;\ 3a-1;\ a+2\right)$, $\overrightarrow{MB} = \left(-b-4;\ 2b-2;\ 4b-4\right)$

Đường thẳng d qua M cắt d_1, d_2 lần lượt A và B. Nên ba điểm M, A, B thẳng hàng, suy ra

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = k\left(-b-4\right) \\ 3a-1 = k\left(2b-2\right) \\ a+2 = k\left(4b-4\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow AB = 3$$

Câu 28. **[2D1-1.1-3]** Tìm m để hàm số $y = x^2 + 6x + 2\ln\left(x+3\right) - mx - \sqrt{3}$ đồng biến trên khoảng $\left(-3; +\infty\right)$.

A. $m \le 0$. **B.** $m \le 4$. **C.** $m \ge 0$. **D.** $m \ge -4$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\left(-3; +\infty\right)$.

Ta có: $y' = 2x + 6 + \frac{2}{x+3} - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-3; +\infty\right)$ khi

$y' \ge 0, \forall x \in \left(-3; +\infty\right) \Leftrightarrow 2x + 6 + \frac{2}{x+3} - m \ge 0, \forall x \in \left(-3; +\infty\right)$

$\Leftrightarrow m \le 2x + 6 + \frac{2}{x+3}$, $\forall x \in \left(-3; +\infty\right) \Leftrightarrow m \le \min\limits_{\left(-3;+\infty\right)} f\left(x\right)$ với $f\left(x\right) = 2x + 6 + \frac{2}{x+3}$.

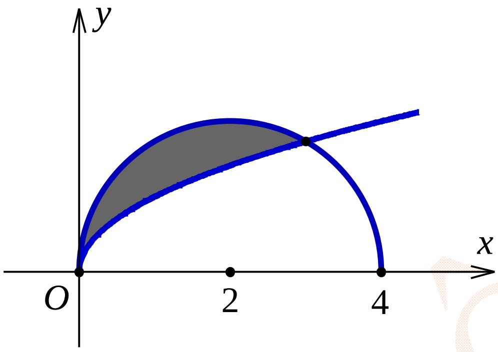
Ta có: $f\left(x\right) = 2x + 6 + \frac{2}{x+3} = 2\left(x + 3 + \frac{1}{x+3}\right) \ge 4$. Đẳng thức xảy ra khi $x = -2$.

Do đó $\min\limits_{\left(-3;+\infty\right)} f\left(x\right) = 4$.

Vậy $m \le 4$.

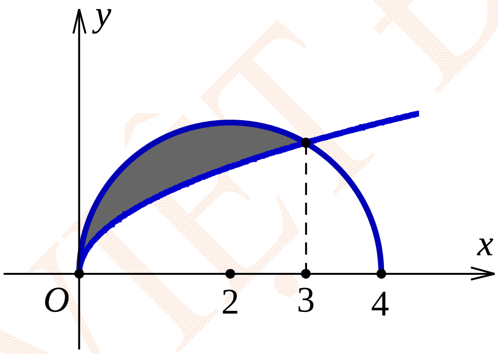
Câu 29. **[2D3-3.1-2]** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4x-x^2}$ (với $0\le x\le 4$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{10\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{8\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{4\pi+15\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{10\pi-15\sqrt{3}}{6}$.



Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm của đường $y=\sqrt{x}$ và nửa đường tròn $y=\sqrt{4x-x^2}$ (với $0\le x\le 4$) là:

$\sqrt{4x-x^2}=\sqrt{x}\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Diện tích của (H) là:

$S=\int\limits_0^3\left(\sqrt{4x-x^2}-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=I-\left.\left(\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\right)\right|_0^3=I-2\sqrt{3}$ với $I=\int\limits_0^3\sqrt{4x-x^2}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\sqrt{4-(x-2)^2}\mathrm{d}x$.

Đặt: $x-2=2\sin t$, $t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t.\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{2}$, $x=3\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$.

$I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t.\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}4\cos^2 t.\mathrm{d}t=2\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t).\mathrm{d}t=2\left.\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\right|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}=\dfrac{4\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $S=I-2\sqrt{3}=\dfrac{4\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}=\dfrac{8\pi-9\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30. **[2D3-2.2-3]** Biết $\int\limits_1^2 \frac{x^3\,dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5}+b\sqrt{2}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\frac{5}{2}$. **B.** $P=\frac{7}{2}$. **C.** $P=-\frac{5}{2}$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}-1}=\frac{x^3\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)}{x^2}=x\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)=x\sqrt{x^2+1}+x$.

Do đó: $\int\limits_1^2 \frac{x^3\,dx}{\sqrt{x^2+1}-1}=\int\limits_1^2 x\sqrt{x^2+1}\,dx+\int\limits_1^2 x\,dx = I+J$.

Với $I=\int\limits_1^2 x\sqrt{x^2+1}\,dx=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 \left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}d\left(x^2+1\right)=\frac{1}{3}\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}\Big|_1^2=\frac{5}{3}\sqrt{5}-\frac{2}{3}\sqrt{2}$.

Và $J=\int\limits_1^2 x\,dx=\frac{x^2}{2}\Big|_1^2=\frac{3}{2}$.

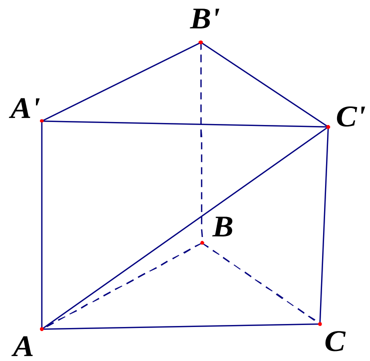
Suy ra $\int\limits_1^2 \frac{x^3\,dx}{\sqrt{x^2+1}-1}=\frac{5}{3}\sqrt{5}-\frac{2}{3}\sqrt{2}+\frac{3}{2}$. Khi đó $a=\frac{5}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$, $c=\frac{3}{2}$. Vậy $P=a+b+c=\frac{5}{2}$.

Câu 31. **[2H2-1.3-3]** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 30°. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$.

Lời giải

Chọn B



Độ dài đường trung tuyến trong tam giác đều cạnh a là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a là $r=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Góc giữa AC' và (ABC) bằng $30°$ nên $C'AC = 30°$, $\Rightarrow C'C = AC.\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của khối trụ là $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \pi r^2 h = \pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 \dfrac{a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 32. **[2D2-5.3-3]** Tìm m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có ba nghiệm.

A. $m = 3$. **B.** $m = 2$. **C.** $m > 3$. **D.** $2 < m < 3$.

Lời giải

Chọn A

Giải: Đặt $t = 2^{x^2}$, $(t \geq 1)$. Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t + 6 = m$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 4t + 6$ trên nửa khoảng $[1;+\infty)$.

Có $f'(t) = 2t - 4$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Ta có bảng biến thiên

t	1		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình đã cho có đúng ba nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = m - 6$ cắt đồ thị hàm số $f(t)$ tại một điểm có hoành độ bằng 1 và một điểm có hoành độ lớn hơn 1. Điều này tương đương với: $m - 6 = -3 \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 3$.

Câu 33. **[1D1-2.1-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} = m$ có nghiệm thuộc vào đoạn $[0;\pi]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Với điều kiện $0 \leq x \leq \pi$, thì $\sin x$ thỏa mãn điều kiện $0 \leq \sin x \leq 1$.

Phương trình đã cho trở thành: $2\sin x - 1 = m\sin x + 3m$

$\Leftrightarrow (m-2)\sin x = -3m - 1 \Rightarrow \sin x = \dfrac{-(3m+1)}{m-2}$ $(m \neq 2)$.

Vì $0 \le \sin x \le 1$, do đó $0 \le \frac{-(3m+1)}{m-2} \le 1$

+ Với $\frac{-(3m+1)}{m-2} \ge 0 \Leftrightarrow (3m+1)(m-2) \le 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \le m \le 2$ (1)

+ Với $\frac{-(3m+1)}{m-2} \le 1 \Leftrightarrow \frac{-4m+1}{m-2} \le 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{4}$ hoặc $m \ge 2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $-\frac{1}{3} \le m \le \frac{1}{4}$, vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$

Câu 34. **[2D1-3.1-4]** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|x^2 + 2x + m - 4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là:

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn$[-2;1]$.

Ta có: $y = \left|x^2 + 2x + m - 4\right| = \left|(x+1)^2 + m - 5\right|$ $(*)$

Đặt $t = (x+1)^2$, $x \in [-2;1] \Rightarrow t \in [0;4]$.

Lúc đó hàm số trở thành: $f(t) = |t + m - 5|$ với $t \in [0;4]$.

Nên $\max\limits_{x \in [-2;1]} y = \max\limits_{t \in [0;4]} f(t)$

$= \max\limits_{t \in [0;4]} \{f(0); f(4)\}$

$= \max\limits_{t \in [0;4]} \{|m-5|; |m-1|\}$.

$\ge \frac{|m-1| + |m-5|}{2}$

$\ge \frac{|m-1+5-m|}{2} = 2$.

Đẳng thức xảy ra khi $|m-1| = |m-5| = 2 \Leftrightarrow m = 3$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của $\max\limits_{t \in [0;4]} f(t)$ là 2 khi $m = 3$.

Câu 35. **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{\left(x^2+1\right)^2}{x^3}$, $f(-1) = 1$ và $f(1) = -4$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(2)$ bằng:

A. $\frac{3}{8} + 2\ln 2$. **B.** $\frac{17}{8} + 4\ln 2$. **C.** $\frac{3}{4} + 4\ln 2$. **D.** $\ln 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\dfrac{\left(x^2+1\right)^2}{x^3}=x+\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{2}{x}$ nên $f(x)=\int\dfrac{\left(x^2+1\right)^2}{x^3}\mathrm{d}x=\int\left(x+\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{2}{x}\right)\mathrm{d}x$

$$=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2x^2}+2\ln|x|+C=\begin{cases}=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{2x^2}+2\ln x+C\ khi\ x>0\\ =\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{2x^2}+2\ln(-x)+C\ khi\ x<0\end{cases}.$$

• Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $f(1)=-4\Rightarrow C=-4$.

Do đó $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{2x^2}+2\ln x-4$. Suy ra $f(2)=2-\dfrac{1}{8}+2\ln 2-4$.

• Trên khoảng $(-\infty;0)$, ta có $f(-1)=1\Rightarrow C=1$

Do đó $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{2x^2}+2\ln(-x)+1$. Suy ra $f(-2)=2-\dfrac{1}{8}+2\ln 2+1$.

Vậy $f(-2)+f(2)=\dfrac{3}{4}+4\ln 2$.

Câu 36. **[2D1-4.1-3]** Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x^2-5}+x-9}{x^2-4x+3}$ có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right)$.

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x^2-5}+x-9}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{5}{x^2}}+\frac{1}{x}-\frac{9}{x^2}}{1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}=1\Rightarrow y=1 \text{ là TCN.}$$

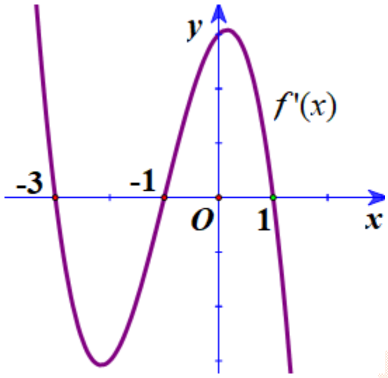
$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x^2-5}+x-9}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{5}{x^2}}+\frac{1}{x}-\frac{9}{x^2}}{1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}=-1\Rightarrow y=-1 \text{ là TCN.}$$

$$\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to3}\frac{x\sqrt{x^2-5}+x-9}{x^2-4x+3}=\frac{15}{4}\Rightarrow x=3 \text{ không phải là là TCĐ.}$$

$x=1\notin D$.

Vậy đồ thị có 3 tiệm cận.

Câu 37. **[2D1-2.2-3]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f\left(1-x^2\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(f\left(1-x^2\right)\right)'=\left(1-2x\right).f'\left(1-x^2\right)$.

Ta có: $\left(f\left(1-x^2\right)\right)'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=0\\1-x^2=-1\\1-x^2=-3\\1-x^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm2\\x=0\end{array}\right.$.

Câu 38. **[2D1-5.6-3]** Cho hàm số $y=x^3-12x+12$ có đồ thị $\left(C\right)$ và điểm $A\left(m;-4\right)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m nguyên thuộc khoảng $\left(2;5\right)$ để từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right)$. Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua $A\left(m;-4\right)$ với hệ số góc k có phương trình $y=k\left(x-m\right)-4$ tiếp xúc với đồ thị $\left(C\right)$ khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}x^3-12x+12=k\left(x-m\right)-4 & (1)\\3x^2-12=k & (2)\end{cases}$ có nghiệm.

Thế $\left(2\right)$ vào $\left(1\right)$ ta được: $x^3-12x+12=\left(3x^2-12\right)\left(x-m\right)-4$.

$\Leftrightarrow x^3-12x+12=3x^3-3mx^2-12x+12m-4$.

$\Leftrightarrow 2x^3-3mx^2+12m-16=0$.

$\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left[2x^2-\left(3m-4\right)x-\left(6m-8\right)\right]=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 2x^2-(3m-4)x-(6m-8)=0\,(*) \end{array}\right.$.

Để từ A kẻ được ba tiếp tuyến tới đồ thị (C) thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta=(3m-4)(3m+12)>0 \\ 8-6m+8-6m+8\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>\dfrac{4}{3} \end{array}\right. \\ m\neq 2 \end{cases}$ hay $m\in(-\infty;-4)\cup\left(\dfrac{4}{3};2\right)\cup(2;+\infty)$.

Do đó $S=\{3;4\}$.

Tổng tất cả các giá trị nguyên của S là $3+4=7$.

Câu 39. **[2H3-2.3-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA+3OB+2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x+2y+3z-19=0$. **B.** $x+2y+3z-14=0$.

C. $x+3y+2z-13=0$. **D.** $6x+3y+2z-18=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ b;\ 0)$, $C(0;\ 0\ ;\ c)$ với $a,b,c>0$.

phương trình mặt phẳng (P) là : $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

(P) đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$; $6OA+3OB+2OC=6a+3b+2c$

$6a+3b+2c=(6a+3b+2c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}\right)=\ 6\left(a+\dfrac{b}{2}+\dfrac{c}{3}\right)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}\right)\ \geq 6.9=54$.

Dấu bằng xảy ra: $\begin{cases} 6a+3b+2c=54 \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1 \\ a=\dfrac{b}{2}=\dfrac{c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

Vậy $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1 \Leftrightarrow (P):6x+3y+2z-18=0$.

Câu 40. **[2D1-2.6-4]** Tổng các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|x^5-5x^3+5x^2+10m-1\right|$ có 3 điểm cực trị là

A. $-\dfrac{13}{5}$. **B.** $-\dfrac{27}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{10}$. **D.** $\dfrac{14}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^5 - 5x^3 + 5x^2 + 10m - 1$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 5x^4 - 15x^2 + 10x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 5x^4 - 15x^2 + 10x = 0$

$$\Leftrightarrow x(x+2)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Ta có $y' = 0$ có nghiệm kép $x = 1$ nên qua $x = 1$ thì y' không đổi dấu.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$10m+27$	$\searrow$	$10m-1$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = x^5 - 5x^3 + 5x^2 + 10m - 1$ có 2 điểm cực trị nên để hàm số $y = \left|x^5 - 5x^3 + 5x^2 + 10m - 1\right|$ có 3 điểm cực trị thì đồ thị $y = x^5 - 5x^3 + 5x^2 + 10m - 1$ phải cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} 10m + 27 = 0 \\ 10m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{27}{10} \\ m = \dfrac{1}{10} \end{array}\right.$.

Tổng các giá trị của m thỏa mãn là: $-\dfrac{27}{10} + \dfrac{1}{10} = -\dfrac{13}{5}$.

Câu 41. **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;4)$, $C(3;5;-2)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, vuông góc với AB, CD với $D(0;2;0)$.

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = \dfrac{7}{2} - t \\ z = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \dfrac{5}{2} - t \\ y = 4 - t \\ z = 1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 \end{cases}$. **<u>D</u>.** $\begin{cases} x = \dfrac{5}{2} + t \\ y = 4 - t \\ z = 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó K thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng trung trực của AB và BC.

Mp trung trực của AB đi qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$ của AB và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;5)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình : $2x+2y+10z-23=0$.

Tương tự ta có phương trình mp trung trực của BC : $2x+4y-12z-9=0$.

Mặt khác $K\in(ABC)$.(ABC) đi qua $A(1;2;-1)$ và có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(16;-11;-1)$ với $\overrightarrow{AB}=(1;1;5)$, $\overrightarrow{AC}=(2;3;-1)$ nên có phương trình: $16x-11y-z+5=0$.

Do đó toạ độ K là nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases}2x+2y+10z-23=0\\2x+4y-12z-9=0\\16x-11y-z+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{2}\\y=4\\z=1\end{cases}$.

$\Rightarrow K\left(\frac{5}{2};4;1\right)$.

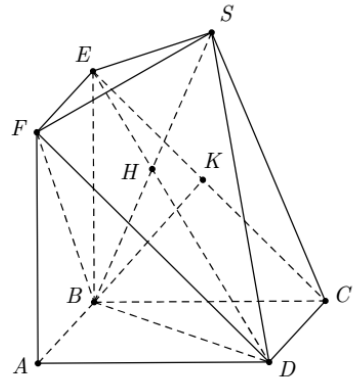
Đường thẳng vuông góc với AB, CD nên có VTCP $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(17;-17;0)$ với $\overrightarrow{AB}=(1;1;5)$, $\overrightarrow{CD}=(-3;-3;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng là: $\begin{cases}x=\frac{5}{2}+t\\y=4-t\\z=1\end{cases}$.

Câu 42. **[2H1-3.2-3]** Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi H là điểm chia $EH=\frac{1}{3}ED$ và S là điểm trên tia đối của HB sao cho $SH=\frac{1}{3}BH$. Thể tích khối đa diện $ABCDSEF$ là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{11}{18}$.

Lời giải



Chọn D

$EH=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ Ta có vì $EH=\dfrac{1}{3}ED$ nên $ED=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow BE^2=EH.ED\Rightarrow DE\perp BH$

Chia khối đa diện $ABCDSEF$ thành 2 khối là khối lăng trụ $ADF.BCE$ và khối chóp $S.CDEF$

$V_{ADF.BCE}=\dfrac{1}{2}AD.AF.AB=\dfrac{1}{2}$

Tính thể tích khối chóp $S.DCEF$: Ta có $S_{DCEF}=1.\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (vì $DCEF$ là hình chữ nhật), kẻ $BK\perp CE\Rightarrow BK\perp(CDFE)$

Vì $SH=\dfrac{1}{3}BH\Rightarrow d\left(S,(CDFE)\right)=\dfrac{1}{3}d\left(B,(CDFE)\right)=BK=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$

$\Rightarrow V_{S.DCEF}=\dfrac{1}{3}.d\left(S,(CDFE)\right).S_{DCEF}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{2}}{6}.\sqrt{2}=\dfrac{1}{9}$

Vậy thể tích khối đa diện là: $V=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{11}{18}$

Câu 43. **[2H3-2.8-4]** Cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;-1)$, $C(3;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z+9=0$. Tìm tọa độ điểm $M\in(P)$ sao cho $S=2MA^2+3MB^2-4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;-2;-3)$. **B.** $M(-3;1;-4)$. **C.** $M(-3;2;-5)$. **D.** $M(1;-3;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

$S=2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2-4\overrightarrow{MC}^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$.

$S=MI^2+2IA^2+3IB^2-4IC^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-4\overrightarrow{IC}\right)=MI^2+2IA^2+3IB^2-4IC^2$

$\Rightarrow S\ge HI^2+2IA^2+3IB^2-4IC^2$ (H là hình chiếu của I trên (P)).

Vậy $S=IH^2+2MA^2+3MB^2-4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $M\equiv H$.

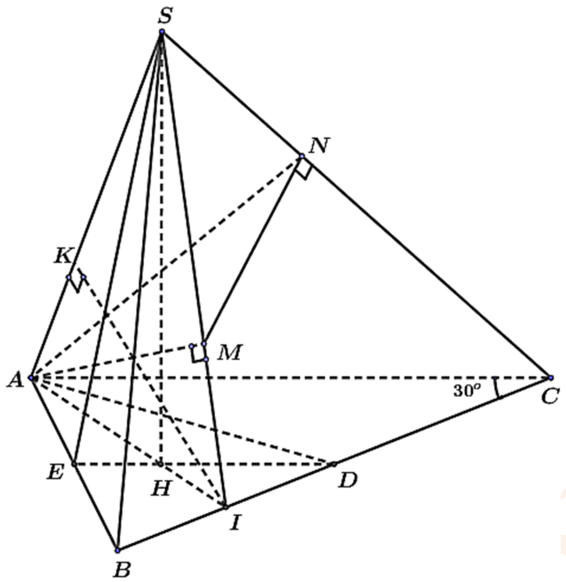
$\Rightarrow M(-3;2;-5)$

Câu 44. **[1H3-4.3-3]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $\widehat{ACB}=30^0$ và $SA=SB=SD$ với D là trung điểm BC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{3a}{4}$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{33}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{\sqrt{65}}{13}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{11}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC=\dfrac{AB}{\sin C}=2a \Rightarrow AD=\dfrac{1}{2}BC=BD=DC=a$

Ta có tam giác ABD đều cạnh a.

Gọi I,E là trung điểm của BD và AB, H là giao của AI và DE. Khi đó dễ thấy H là trọng tâm tam giác đều ABD.

Do $SA=SB=SD$ nên $SH\perp(ABC)$

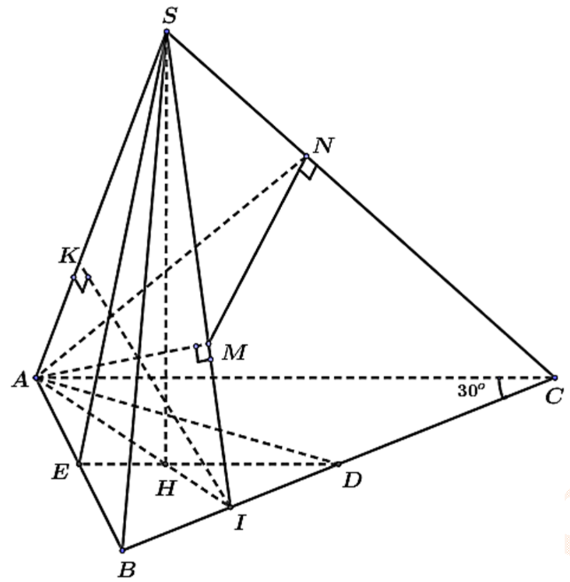
Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên SA, khi đó IK là đoạn vuông góc chung của SA và BC. Do đó $IK=d(SA;BC)=\dfrac{3a}{4}$

Đặt $SH=h$, $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SA=\sqrt{\dfrac{a^2}{3}+h^2}$

Lại có $AI.SH=IK.SA=2S_{SAI}\Rightarrow \dfrac{a\sqrt{3}}{2}h=\dfrac{3a}{4}\sqrt{\dfrac{a^2}{3}+h^2}\Rightarrow h=a$.

Gọi M là hình chiếu của A lên SI, khi đó $AM\perp(SBC)$.

Gọi N là hình chiếu của M lên SC, khi đó $SC\perp(AMN)\Rightarrow \left(\widehat{(SAC),(SBC)}\right)=\widehat{ANM}=\varphi$.



Ta có: $HI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$; $SI = \dfrac{a\sqrt{39}}{6} \Rightarrow AM = \dfrac{AI.SH}{SI} = \dfrac{3a}{\sqrt{13}}$.

Mặt khác $IM = \sqrt{AI^2 - AM^2} = \dfrac{a\sqrt{39}}{26} < SI \Rightarrow SM = SI - IM = \dfrac{5a}{\sqrt{39}}$; $SC = \dfrac{a\sqrt{30}}{3}$.

Ta lại có $\Delta SMN \sim \Delta SCI \Rightarrow \dfrac{MN}{CI} = \dfrac{SM}{SC} \Rightarrow MN = \dfrac{SM.CI}{SC} = \dfrac{3a\sqrt{130}}{52}$

$\Rightarrow \tan\varphi = \dfrac{AM}{MN} = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$ hay $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{65}}{13}$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là φ với $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{65}}{13}$.

(SAC). Ta có $\sin\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{n_1}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|\left|\overrightarrow{u_2}\right|} = \dfrac{3\sqrt{10}}{20} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{310}}{20}$.

Câu 45. [2H3-2.7-4] Cho ba mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$; $(Q): x - 2y + 2z = 0$; $(R): 2x - 2y - 3z + 18 = 0$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt phẳng trên biết rằng bán kính của các mặt cầu đều bằng 10.

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8 .

Lời giải

Chọn D

C1. Giả sử mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$, bán kính R. Khi đó ta có mặt cầu (S) tiếp xúc với ba mặt phẳng nên ta có $\begin{cases} d(I,(P)) = r \\ d(I,(Q)) = r \\ d(I,(R)) = r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|2a - b + 2c - 2|}{3} = r \\ \dfrac{|a - 2b + 2c|}{3} = r \\ \dfrac{|2a - 2b + 3c + 18|}{\sqrt{17}} = r \end{cases}$. Suy ra tám hệ phương trình và các hệ đều có nghiệm suy ra số mặt cầu tiếp xúc với ba mặt phẳng là 8 mặt cầu.

C2. Dễ thấy ba mặt phẳng trên vuông góc với nhau đôi một nên chúng tạo thành tám góc vuông tại giao điểm của ba mặt phẳng và mặt cầu tiếp xúc cới cả ba mặt phẳng là ở tám góc đó. Suy ra có tám mặt cầu.

Câu 46. **[2D3-2.4-4]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0,\ \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi}{4}+2 \text{ và } \int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)\,f(x)\,\mathrm{d}x=-\left(\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi}{4}+2\right).$$

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^3}{24}+1$.   **B.** $-\frac{\pi^3}{24}-1$.   **C.** $\frac{\pi^3}{48}+1$.   **D.** $\frac{\pi}{4}-2$.

Lời giải

Chọn B

Bằng công thức tích phân từng phần ta có

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)\,f(x)dx=\left[(x+\sin x)\,f(x)\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)f'(x)dx.$$

Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)f'(x)dx=\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi}{4}+2$.

Hơn nữa ta tính được

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)^2dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(x^2+2x\sin x+\sin^2 x\right)dx=\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi}{4}+2.$$

Do đó

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)\right]^2dx-2.\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)f'(x)dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)^2dx=0\Leftrightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f'(x)-x-\sin x\right]^2dx=0.$$

Suy ra $f'(x)=x+\sin x$, do đó $f(x)=\frac{x^2}{2}-\cos x+C$. Vì $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ nên $C=-\frac{\pi^2}{8}$.

Ta được $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{x^2}{2}-\cos x-\frac{\pi^2}{8}\right)dx=-\frac{\pi^3}{24}-1$.

Câu 47. **[2H2-1.3-1]** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và đáy bằng 60^0. Thể tích của khối nón đã cho là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.   **B.** $\frac{\pi a^3}{3\sqrt{3}}$.   **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.   **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$V=\frac{1}{3}.h.S_đ=\frac{1}{3}.h.\pi.R^2=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\pi.a^2=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 48. **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.

C. $x^2+y^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn A

Tâm $I(2;2;2), R=\frac{AB}{2}=\sqrt{2}$ .Suy ra phương trình mặt cầu $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2$

Câu 49. **[2D2-5.1-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x}>\frac{1}{27}$ là:

A. $-3<x<1$. **B.** $-3<x<1$. **C.** $-3<x<1$. **D.** $-3<x<1$.

Lời giải

Chọn A

Bpt $\Leftrightarrow x^2+2x<3\Leftrightarrow -3<x<1$

Câu 50. **[2D2-4.2-2]** Hàm số $y=\log_3\left(x^3-x\right)$ có đạo hàm là

A. $y'=\frac{3x^2-1}{\left(x^3-x\right)\ln 3}$. **B.** $y'=\frac{3x^2-1}{x^3-x}$.

C. $y'=\frac{1}{\left(x^3-x\right)\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{3x-1}{\left(x^3-x\right)\ln 3}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=\frac{\left(x^3-x\right)'}{\left(x^3-x\right)\ln 3}=\frac{3x^2-1}{\left(x^3-x\right)\ln 3}$.

ĐỀ SỐ 13

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. **[2D3-1.1-1]** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3+3x+2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $F\left(x\right)=\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+2x+C$.
B. $F\left(x\right)=\frac{x^4}{3}+3x^2+2x+C$.
C. $F\left(x\right)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+2x+C$.
D. $F\left(x\right)=3x^2+3x+C$.

Câu 2. **[2D3-1.1-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$

A. $\int \sin 2xdx=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.
B. $\int \sin 2xdx=\frac{1}{2}\cos 2x+C$.
C. $\int \sin 2xdx=\cos 2x+C$.
D. $\int \sin 2xdx=-\cos 2x+C$.

Câu 3. **[2D3-1.1-1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x(3+e^{-x})$ là

A. $F(x)=3e^x+x+C$.
B. $F(x)=3e^x+e^x\ln e^x+C$.
C. $F(x)=3e^x-\frac{1}{e^x}+C$.
D. $F(x)=3e^x-x+C$.

Câu 4. **[2D3-1.2-1]** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ là

A. $\int f\left(x\right)dx=\sqrt{2x-1}+C$.
B. $\int f\left(x\right)dx=2\sqrt{2x-1}+C$.
C. $\int f\left(x\right)dx=\frac{\sqrt{2x-1}}{2}+C$.
D. $\int f\left(x\right)dx=-2\sqrt{2x-1}+C$.

Câu 5. **[2D3-1.3-1]** Tính $F(x)=\int x\sin 2xdx$. Chọn kết quả đúng

A. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.
B. $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.
C. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$.
D. $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$.

Câu 6. **[2D3-1.2-2]** Kết quả tính $\int 2x\sqrt{5-4x^2}dx$ bằng

A. $-\frac{1}{6}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$.
B. $-\frac{3}{8}\sqrt{\left(5-4x^2\right)}+C$.
C. $\frac{1}{6}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$.
D. $-\frac{1}{12}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$.

Câu 7. **[2D3-1.3-2]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\sin 3x$.

A. $\int f(x)dx=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{1}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

B. $\int f(x)dx=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)+\frac{1}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{3}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

D. $\int f(x)dx=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{1}{8}\left(x+\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

Câu 8. **[2D3-1.3-4]** Tính $F(x)=\int x^2\sqrt{x-1}dx=ax^2(x-1)\sqrt{x-1}+bx(x-1)^2\sqrt{x-1}+c(x-1)^3\sqrt{x-1}+C$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng:

A. $\frac{2}{7}$ **B.** $\frac{-2}{7}$ **C.** $\frac{142}{105}$ **D.** $\frac{-142}{105}$

Câu 9. **[2D3-3.1-1] [2D3-2.1-1]** Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và số thực dương a. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào luôn đúng?

A. $\int\limits_a^a f(x)dx=0$. **B.** $\int\limits_a^a f(x)dx=1$. **C.** $\int\limits_a^a f(x)dx=-1$. **D.** $\int\limits_a^a f(x)dx=f(a)$.

Câu 10. **[2D3-2.1-1]** Xét hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $m\le f(x)\le M\ \forall x\in[a;b]$ thì $m(b-a)\le\int\limits_a^b f(x)dx\le M(a-b)$.

B. Nếu $f(x)\ge m\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx\ge m(b-a)$.

C. Nếu $f(x)\le M\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx\le M(b-a)$.

D. Nếu $f(x)\ge m\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx\ge m(a-b)$.

Câu 11. **[2D3-2.2-1]** Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;6]$. Nếu $\int\limits_1^5 f(x)dx=2$ và $\int\limits_1^3 f(x)dx=7$ thì $\int\limits_3^5 f(x)dx$ có giá trị bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 9. **D.** -9.

Câu 12. **[2D3-2.3-1]** Tích phân $I=\int\limits_{-2}^0 xe^{-x}dx$ có giá trị bằng

A. $-e^2+1$. **B.** $3e^2-1$. **C.** $-e^2-1$. **D.** $-2e^2+1$.

Câu 13. **[2D3-2.2-2]** Tích phân $I=\int\limits_0^1 x^2\sqrt{x^3+5}dx$ có giá trị là

A. $\frac{4}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4}{3}\sqrt{7}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$. **C.** $\frac{4}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$.

Câu 14. **[2D3-2.2-2]** Giá trị của tích phân $I=\int\limits_0^1 x^5\left(1-x^3\right)^6dx$ là

A. $\frac{1}{167}$. **B.** $\frac{1}{168}$. **C.** $\frac{1}{166}$. **D.** $\frac{1}{165}$.

Câu 15. **[2D3-2.3-2]** Giá trị của tích phân $\mathrm{I}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\cos 2xdx$ là

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 16. **[2D3-2.2-3]** Biết $I=\int\limits_1^a \frac{x^3-2\ln x}{x^2}dx=\frac{1}{2}+\ln 2$. Giá trị của a là

A. 2. **B.** $\ln 2$. **C.** π. **D.** 3.

Câu 17. **[2D3-2.2-3]** Tất cả các giá trị của tham số m thỏa mãn $\int\limits_0^m (2x+5)dx=6$ là

A. $m=1, m=-6$. **B.** $m=-1, m=-6$. **C.** $m=-1, m=6$. **D.** $m=1, m=6$.

Câu 18. **[2D3-2.2-4]** Giá trị của tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\left(\frac{(1+\sin x)^{1+\cos x}}{1+\cos x}\right)dx$ là

A. $2\ln 3-1$. **B.** $-2\ln 2-1$. **C.** $2\ln 2-1$. **D.** $-2\ln 3-1$.

Câu 19. **[2D3-3.1-1]** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int\limits_0^2 e^{2x}\,dx$. **B.** $S=\int\limits_0^2 e^x\,dx$. **C.** $S=\pi\int\limits_0^2 e^x\,dx$. **D.** $S=\int\limits_0^2 e^{2x}\,dx$.

Câu 20. **[2D3-3.3-1]** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V=\pi\int\limits_0^2 (x^2+3)dx$. **B.** $V=\int\limits_0^2 (x^2+3)^2dx$. **C.** $V=\pi\int\limits_0^2 (x^2+3)^2dx$. **D.** $V=\int\limits_0^2 (x^2+3)dx$.

Câu 21. **[2D3-3.1-2]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $I=\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{81}{12}$. **D.** 13.

Câu 22. **[2D3-3.3-2]** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox:

A. $V=4-2e$. **B.** $V=(4-2e)\pi$. **C.** $V=e^2-5$. **D.** $V=(e^2-5)\pi$.

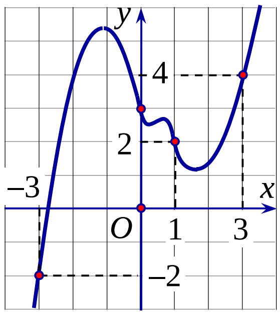
Câu 23. **[2D3-3.3-2]** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=(\pi+1)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Câu 24. **[2D3-3.5-2]** Một ô tô đang chạy với tốc độ 10 m/s thì người lái đạp phanh ; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2 m. **B.** 2 m. **C.** 10 m. **D.** 20 m.

Câu 25. **[2D3-3.4-3]** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(3)>g(-3)>g(1)$. **B.** $g(-3)>g(3)>g(1)$.
C. $g(1)>g(-3)>g(3)$. **D.** $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 26. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$, $B(1;2;2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=2$. **B.** $AB=\sqrt{34}$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=\sqrt{2}$.

Câu 27. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho véctơ $\vec{u}=(1;2;2)$. Tìm toạ độ điểm A thoả mãn
$\overrightarrow{OA}=\vec{u}$

A. $A(1;2;2)$. **B.** $A(-1;-2;-2)$. **C.** $A(2;2;1)$. **D.** $A(-2;-2;-1)$.

Câu 28. **[2H3-1.1-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$. Tính độ dài của véctơ $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $\sqrt{19}$. **B.** 49. **C.** 19. **D.** 7.

Câu 29. **[2H3-1.2-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(3;1;-1)$. Biết điểm $M(a;0;b)$ cách đều 3 đỉnh của ΔABC. Tính $S=2a+3b$

A. $S=\frac{5}{6}$. **B.** $S=\frac{31}{6}$. **C.** $S=\frac{-7}{6}$. **D.** $S=\frac{-11}{6}$.

Câu 30. **[2H3-1.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;1;-2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A. $H\left(\frac{14}{15};\frac{61}{30};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $H\left(\frac{2}{5};\frac{29}{15};-\frac{1}{3}\right)$. **C.** $H\left(\frac{2}{15};\frac{29}{15};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $H\left(\frac{14}{15};\frac{61}{15};-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 31. **[2H3-1.2-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;-2;3)$, $C(0;1;2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{7\sqrt{11}}{10}$. **B.** $\frac{7\sqrt{11}}{5}$. **C.** $\frac{11\sqrt{7}}{10}$. **D.** $\frac{11\sqrt{7}}{5}$.

Câu 32. **[2H3-1.2-2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Tính khoảng cách h từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC).

A. $h=\sqrt{3}$. **B.** $h=3$. **C.** $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\frac{3}{2}$.

Câu 33. **[2H3-1.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;5)$, $B(3;2;-1)$ và điểm $C(m;m-1;2m+1)$. Tìm m để diện tích tam giác ABC bằng $4\sqrt{2}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Câu 34. **[2H3-1.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tìm tọa độ của đỉnh D.

A. $\left[\begin{array}{l} (0;-7;0) \\ (0;-8;0) \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} (0;7;0) \\ (0;8;0) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} (0;-7;0) \\ (0;8;0) \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} (0;-8;0) \\ (0;7;0) \end{array}\right.$.

Câu 35. **[2H3-1.2-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4), B(3;5;7)$ và điểm C thuộc trục Ox. Tìm tọa độ điểm C sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

A. $C(-2;0;0)$. **B.** $C(3;0;0)$. **C.** $C(-1;0;0)$. **D.** $C(-4;0;0)$.

Câu 36. **[2H3-1.3-1]** Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$ có tâm là:

A. $I(1;-2;0)$. **B.** $I(-1;2;0)$. **C.** $I(1;2;0)$. **D.** $I(-1;-2;0)$.

Câu 37. **[2H3-1.3-1]** Cho các phương trình sau: $(x-1)^2+y^2+z^2=1$; $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$;

$$x^2+y^2+z^2+1=0;\ (2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16.$$

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38. **[2H3-1.3-2]** Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục toạ độ?

A. $x^2+y^2+z^2-6z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6y=0$.

C. $x^2+y^2+z^2=9$. **D.** $x^2+y^2+z^2-6x=0$.

Câu 39. **[2H3-1.3-2]** Nếu mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $M(2;2;2)$, $N(4;0;2)$, $P(4;2;0)$ và $Q(4;2;2)$ thì tâm I của (S) có toạ độ là:

A. $(-1;-1;0)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(1;2;1)$.

Câu 40. **[2H3-1.3-3]** Cho các điểm $A(-2;4;1)$, $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-2+t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 41. **[2H3-1.4-1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$, $C(2;-4;2)$. Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là:

A. $\vec{n}=(9;4;-1)$. **B.** $\vec{n}=(9;4;1)$.

C. $\vec{n}=(4;9;-1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;9;4)$.

Câu 42. **[2H3-1.4-1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $2x-3y+6z=0$. **B.** $4y+2z-3=0$.

C. $3x+2y+1=0$. **D.** $2y+z-3=0$.

Câu 43. **[2H3-1.4-2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1), B(-2;1;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $x-y-2=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $x-y+2=0$. **D.** $-x+y+2=0$.

Câu 44. **[2H3-1.4-2]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1), B(1;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là:

A. $2x+y+2z-5=0$. **B.** $x-2y+3z-7=0$.

C. $x+2y+5z-5=0$. **D.** $x+2y+5z+5=0$.

Câu 45. **[2H3-1.4-3]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+7=0$ và $(Q): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $x+2y+z-5=0$. **B.** $2x-4y-2z-10=0$.

C. $2x+4y+2z+10=0$. **D.** $x+2y-z+5=0$.

Câu 46. **[2H3-1.4-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=t-2 \\ y=2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}$ có tọa độ là:

A. $M(-2;2;1), \overrightarrow{a_d}=(1;3;1)$. **B.** $M(1;2;1), \overrightarrow{a_d}=(-2;3;1)$.

C. $M(2;-2;-1), \overrightarrow{a_d}=(1;3;1)$. **D.** $M(1;2;1), \overrightarrow{a_d}=(2;-3;1)$.

Câu 47. **[2H3-1.4-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 48. **[2H3-1.4-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-2), B(4;-1;1), C(0;-3;1)$. Phương trình d đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1-2t \\ z=-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 49. **[2H3-1.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $B(2;-1;5)$ song song với (P) và vuông góc với Δ là

A. $\frac{x-2}{-5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-5}{4}$. **B.** $\frac{x+2}{-5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{4}$.

C. $\frac{x+2}{5}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+5}{-4}$. **D.** $\frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+4}{5}$.

Câu 50. **[2H3-1.4-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-3t \\ y = -2+t \\ z = -1-t \end{cases}$. Phương trình đường thẳng nằm trong $(\alpha): x+2y-3z-2=0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. $\frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x+3}{-5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x+8}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{-4}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	A	A	B	A	A	A	D	B	C	C	B	B	A	A	C	B	C	A	D	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	A	D	C	A	B	A	C	C	A	C	C	D	A	A	A	C	C	A	A	C	A	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3+3x+2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $F\left(x\right)=3x^2+3x+C$.

B. $F\left(x\right)=\frac{x^4}{3}+3x^2+2x+C$.

C. $F\left(x\right)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+2x+C$.

D. $F\left(x\right)=\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+2x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f\left(x\right)=x^3+3x+2\Rightarrow F\left(x\right)=\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+2x+C$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$

A. $\int \sin 2xdx=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

B. $\int \sin 2xdx=\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\int \sin 2xdx=\cos 2x+C$.

D. $\int \sin 2xdx=-\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \sin 2xdx=\frac{1}{2}\int \sin 2xd(2x)=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x(3+e^{-x})$ là

A. $F(x)=3e^x-x+C$.

B. $F(x)=3e^x+e^x\ln e^x+C$.

C. $F(x)=3e^x-\frac{1}{e^x}+C$.

D. $F(x)=3e^x+x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\mathrm{F}(x)=\int e^x(3+e^{-x})dx=\int (3e^x+1)dx=3e^x+x+C$

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ là

A. $\int f\left(x\right)dx=\sqrt{2x-1}+C$.

B. $\int f\left(x\right)dx=2\sqrt{2x-1}+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=\frac{\sqrt{2x-1}}{2}+C$.

D. $\int f\left(x\right)dx=-2\sqrt{2x-1}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{1}{\sqrt{2x-1}}dx=\frac{1}{2}\int \frac{d\left(2x-1\right)}{\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2x-1}+C$.

Câu 5. Tính $F(x)=\int x\sin 2xdx$. Chọn kết quả đúng

A. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.

B. $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $\begin{cases} u=x\Rightarrow du=dx \\ dv=\sin 2xdx\Rightarrow v=-\frac{1}{2}\cos 2x \end{cases}$

Khi đó: $F(x)=\int x\sin 2xdx=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.

Câu 6. Kết quả tính $\int 2x\sqrt{5-4x^2}dx$ bằng

A. $-\frac{3}{8}\sqrt{\left(5-4x^2\right)}+C$. **B.** $-\frac{1}{6}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$.

C. $\frac{1}{6}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$. **D.** $-\frac{1}{12}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{5-4x^2}\Rightarrow tdt=-4xdx$

Ta có $\int 2x\sqrt{5-4x^2}dx=-\frac{1}{2}\int t^2dt=-\frac{1}{6}t^3+C=-\frac{1}{6}\sqrt{\left(5-4x^2\right)^3}+C$

Câu 7. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\sin 3x$.

A. $\int f(x)dx=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{1}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

B. $\int f(x)dx=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)+\frac{1}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{3}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

D. $\int f(x)dx=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{1}{8}\left(x+\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int \sin^3 x.\sin 3xdx=\int \frac{3\sin x-\sin 3x}{4}.\sin 3xdx$

$=\frac{3}{8}\int 2\sin x.\sin 3xdx-\frac{1}{8}\int 2\sin^2 3xdx=\frac{3}{8}\int\left(\cos 2x-\cos 4x\right)dx-\frac{1}{8}\int\left(1-\cos 6x\right)dx$

$=\frac{3}{8}\left(\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 4x}{4}\right)-\frac{1}{8}\left(x-\frac{\sin 6x}{6}\right)+C$.

Câu 8. Tính $F(x)=\int x^2\sqrt{x-1}dx=ax^2(x-1)\sqrt{x-1}+bx(x-1)^2\sqrt{x-1}+c(x-1)^3\sqrt{x-1}+C$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng:

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{-2}{7}$ **C.** $\frac{142}{105}$ **D.** $\frac{-142}{105}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=x^2, dv=\sqrt{x-1}dx$ ta được

$F(x)=\int x^2\sqrt{x-1}dx=\frac{2}{3}x^2(x-1)\sqrt{x-1}-\frac{8}{15}x(x-1)^2\sqrt{x-1}+\frac{16}{105}(x-1)^3\sqrt{x-1}+C$

Vậy $a+b+c=\frac{-82}{105}$.

Câu 9. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và số thực dương a. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào luôn đúng?

A. $\int_a^a f(x)dx=0$. **B.** $\int_a^a f(x)dx=1$. **C.** $\int_a^a f(x)dx=-1$. **D.** $\int_a^a f(x)dx=f(a)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Xét hai hàm số f và g liên tục trên đoạn $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $m\le f(x)\le M\ \forall x\in[a;b]$ thì $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le M(a-b)$.

B. Nếu $f(x)\ge m\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx\ge m(b-a)$.

C. Nếu $f(x)\le M\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx\le M(b-a)$.

D. Nếu $f(x)\ge m\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx\ge m(a-b)$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề "Nếu $f(x)\ge m\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx\ge m(a-b)$" sai, mệnh đề đúng phải là

"Nếu $f(x)\ge m\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)dx\ge m(b-a)$".

Câu 11. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;6]$. Nếu $\int_1^5 f(x)dx=2$ và $\int_1^3 f(x)dx=7$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ có giá trị bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 9. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

$$\int_3^5 f(x)dx=\int_3^1 f(x)dx+\int_1^5 f(x)dx=-\int_1^3 f(x)dx+\int_1^5 f(x)dx=-7+2=-5$$

Câu 12. Tích phân $I=\int_{-2}^0 xe^{-x}dx$ có giá trị bằng

A. $-e^2+1$. **B.** $3e^2-1$. **C.** $-e^2-1$. **D.** $-2e^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng tích phân từng phần, ta được

$I=\int\limits_{-2}^{0} xe^{-x}dx$

$=-\int\limits_{-2}^{0} xd\left(e^{-x}\right)=-\left[\left(xe^{-x}\right)\Big|_{-2}^{0}-\int\limits_{-2}^{0} e^{-x}dx\right]=-\left(xe^{-x}\right)\Big|_{-2}^{0}+\int\limits_{-2}^{0} e^{-x}dx=-\left(xe^{-x}\right)\Big|_{-2}^{0}-\left(e^{-x}\right)\Big|_{-2}^{0}=-e^2-1.$

Câu 13. Tích phân $I=\int\limits_{0}^{1} x^2\sqrt{x^3+5}dx$ có giá trị là

A. $\frac{4}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4}{3}\sqrt{7}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$. **C.** $\frac{4}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $t=x^3+5\Rightarrow dt=3x^2dx$. Khi $x=0$ thì $t=5$; khi $x=1$ thì $t=6$.

Vậy $I=\int\limits_{0}^{1} x^2\sqrt{x^3+5}dx=\int\limits_{5}^{6}\sqrt{t}\frac{dt}{3}=\frac{1}{3}\int\limits_{5}^{6}(t)^{\frac{1}{2}}dt=\frac{1}{3}\frac{(t)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\Bigg|_5^6=\frac{2}{9}t\sqrt{t}\Bigg|_5^6=\frac{4}{3}\sqrt{6}-\frac{10}{9}\sqrt{5}$.

Câu 14. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_{0}^{1} x^5\left(1-x^3\right)^6dx$ là

A. $\frac{1}{167}$. **B.** $\frac{1}{168}$. **C.** $\frac{1}{166}$. **D.** $\frac{1}{165}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=1-x^3\Rightarrow dt=-3x^2dx\Rightarrow dx=\frac{-dt}{3x^2}$, ta có

$I=\frac{1}{3}\int\limits_{0}^{1} t^6(1-t)dt=\frac{1}{3}\int\limits_{0}^{1}\left(t^6-t^7\right)dt=\frac{1}{3}\left(\frac{t^7}{7}-\frac{t^8}{8}\right)=\frac{1}{168}$.

Câu 15. Giá trị của tích phân $\mathrm{I}=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\cos 2xdx$ là

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\cos 2xdx=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)\cos 2xdx=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1+2\cos 2x+\cos 4x)dx$

$=\frac{1}{4}(x+\sin 2x+\frac{1}{4}\sin 4x)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{\pi}{8}$.

Câu 16. Biết $I=\int\limits_{1}^{a}\frac{x^3-2\ln x}{x^2}dx=\frac{1}{2}+\ln 2$. Giá trị của a là

A. 2. **B.** $\ln 2$. **C.** π. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$I=\int_1^a \frac{x^3-2\ln x}{x^2}dx=\frac{1}{2}+\ln 2=\int_1^a xdx-2\int_1^a \frac{\ln x}{x^2}dx=\frac{1}{2}+\ln 2$$

$$=\left(\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}\right)-2\left(\frac{1}{a}\ln a+\frac{1}{a}-1\right)=\frac{1}{2}+\ln 2\Rightarrow a=2.$$

<u>HD casio</u>: Nhập $\int_1^2 \frac{x^3-2\ln x}{x^2}dx-\frac{1}{2}-\ln 2=0$ nên $a=2$.

Câu 17. Tất cả các giá trị của tham số m thỏa mãn $\int_0^m (2x+5)\,dx=6$ là

<u>A</u>. $m=1,m=-6$. **B.** $m=-1,m=-6$. **C.** $m=-1,m=6$. **D.** $m=1,m=6$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^m (2x+5)\,dx=6\Rightarrow (x^2+5x)\Big|_0^m=6\Rightarrow m^2+5m-6=0\Rightarrow m=1,\ m=-6.$$

<u>Hướng dẫn casio:</u> Thay $m=1$ và $m=-6$ vào thấy thỏa mãn.

Câu 18. Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\left(\frac{(1+\sin x)^{1+\cos x}}{1+\cos x}\right)dx$ là

A. $2\ln 3-1$. **B.** $-2\ln 2-1$. **<u>C</u>.** $2\ln 2-1$. **D.** $-2\ln 3-1$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\ln(1+\sin x)^{1+\cos x}-\ln(1+\cos x)\right]dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)\ln(1+\sin x)dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(1+\cos x)dx$$

Đặt $x=\frac{\pi}{2}-t\Rightarrow dx=-dt$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=\frac{\pi}{2};x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0$

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(1+\cos x)dx=-\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \ln\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)\right)dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(1+\sin t)dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(1+\sin x)dx$$

$$\Rightarrow I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)\ln(1+\sin x)dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(1+\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\ln(1+\sin x)dx=2\ln 2-1.$$

Câu 19. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. **<u>B</u>.** $S=\int_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ được tính theo công thức $S=\int_0^2\left|\mathrm{e}^x\right|\mathrm{d}x=\int_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 20. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là

$$V=\pi\int\limits_a^b\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2\mathrm{d}x.$$

Câu 21. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $I=\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{81}{12}$. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là:

$$S=\int\limits_{-2}^1\left|x^3-x-\left(x-x^2\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^0\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_0^1\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{-2}^0-\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_0^1=-\left(\frac{16}{4}-\frac{8}{3}-4\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1\right)=\frac{37}{12}.$$

Câu 22. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)\mathrm{e}^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox:

A. $V=4-2\mathrm{e}$. **B.** $V=(4-2\mathrm{e})\pi$. **C.** $V=\mathrm{e}^2-5$. **D.** $V=\left(\mathrm{e}^2-5\right)\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)\mathrm{e}^x=0\Leftrightarrow x=1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$V=\pi\int\limits_0^1\left[2(x-1)\mathrm{e}^x\right]^2\mathrm{d}x=4\pi\int\limits_0^1(x-1)^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=(x-1)^2\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2(x-1)\\ v=\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow V=4\pi(x-1)^2\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Bigg|_0^1-4\pi\int\limits_0^1 2(x-1)\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\mathrm{d}x=4\pi(x-1)^2\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Bigg|_0^1-4\pi\int\limits_0^1(x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$$

Gọi $V_1=\int\limits_0^1(x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\Rightarrow\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\Rightarrow v=\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow V_1=4\pi(x-1)\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Bigg|_0^1-4\pi\int\limits_0^1\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\mathrm{d}x=2\pi-\pi\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^1=2\pi-\pi\mathrm{e}^2+\pi=3\pi-\pi\mathrm{e}^2$$

$V=4\pi\left(x-1\right)^{2}\left.\dfrac{e^{2x}}{2}\right|_{0}^{1}-V_{1}=-2\pi-\left(3\pi-\pi e^{2}\right)=\pi\left(e^{2}-5\right)$

Câu 23. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=\left(\pi-1\right)\pi$. **C.** $V=\left(\pi+1\right)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình $\sqrt{2+\cos x}=0$ vô nghiệm nên:

$V=\pi\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{2+\cos x}\right)^{2}dx=\pi\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(2+\cos x\right)dx=\pi\left(2x+\sin x\right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}=\pi\left(\pi+1\right)$.

Câu 24. Một ô tô đang chạy với tốc độ 10 m/s thì người lái đạp phanh ; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với $v\left(t\right)=-5t+10\ \left(\text{m/s}\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $0,2\ \text{m}$. **B.** $2\ \text{m}$. **C.** $10\ \text{m}$. **D.** $20\ \text{m}$.

Lời giải

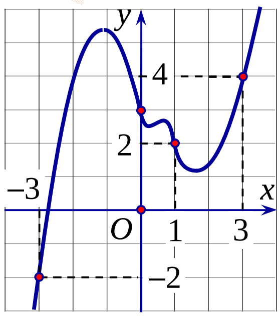
Chọn C.

Quãng đường vật di chuyển $s\left(t\right)=\int v\left(t\right)dt=\int\left(-5t+10\right)dt=\dfrac{-5t^{2}}{2}+10t+C$

Tại thời điểm $t=0$ thì $s\left(t\right)=0$, do đó $C=0$ và $s\left(t\right)=\dfrac{-5t^{2}}{2}+10t=\dfrac{-5}{2}\left(t-2\right)^{2}+10\le 10$

Xe dừng hẳn khi được quãng đường $10\left(\text{m}\right)$ kể từ lúc đạp phanh.

Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình bên.



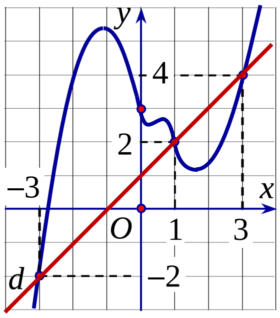
Đặt $g\left(x\right)=2f\left(x\right)-\left(x+1\right)^{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g\left(3\right)>g\left(-3\right)>g\left(1\right)$. **B.** $g\left(-3\right)>g\left(3\right)>g\left(1\right)$.

C. $g\left(1\right)>g\left(-3\right)>g\left(3\right)$. **D.** $g\left(1\right)>g\left(3\right)>g\left(-3\right)$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $g'(x)=2f'(x)-2(x+1)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\pm 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		5		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(3)$	$\searrow$	$g(5)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $g(-3)<g(1)$ và $g(3)<g(1)$.

Theo hình vẽ $\int\limits_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]dx > \int\limits_{1}^{3}\left[(x+1)-f'(x)\right]dx \Leftrightarrow \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{1} g'(x)dx > -\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{3} g'(x)dx$

$\Leftrightarrow g(x)\Big|_{-3}^{1} > -g(x)\Big|_{1}^{3} \Leftrightarrow g(1)-g(-3) > -g(3)+g(1) \Leftrightarrow g(3)>g(-3)$.

Vậy $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$, $B(1;2;2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=2$. **B.** $AB=\sqrt{34}$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;1) \Rightarrow AB=\sqrt{2}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho véctơ $\vec{u}=(1;2;2)$. Tìm toạ độ điểm A thoả mãn $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$

A. $A(1;2;2)$. **B.** $A(-1;-2;-2)$. **C.** $A(2;2;1)$. **D.** $A(-2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{OA}=(a;b;c)$, $\overrightarrow{OA}=\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$. Tính độ dài của véctơ $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $\sqrt{19}$. **B.** 49. **C.** 19. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\right)^2=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+2\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}^2=3^2+2.3.5.\cos120^o+5^2=19$.

Nên $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(3;1;-1)$. Biết điểm $M(a;0;b)$ cách đều 3 đỉnh của ΔABC. Tính $S=2a+3b$

A. $S=\frac{5}{6}$. **B.** $S=\frac{31}{6}$. **C.** $S=\frac{-7}{6}$. **D.** $S=\frac{-11}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M(a;0;b)$ cách đều 3 đỉnh của ΔABC nên

$\Rightarrow MA=MB=MC\Rightarrow MA^2=MB^2=MC^2$

$$\Rightarrow\begin{cases}(1-a)^2+1+(1-b)^2=(-1-a)^2+1+(-b)^2\\(1-a)^2+1+(1-b)^2=(3-a)^2+1+(-1-b)^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4a+2b=1\\a-b=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{5}{6}\\b=\frac{-7}{6}\end{cases}$$

$$\Rightarrow S=2a+3b=2.\frac{5}{6}+3.\left(\frac{-7}{6}\right)=-\frac{11}{6}.$$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;1;-2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A. $H\left(\frac{14}{15};\frac{61}{30};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $H\left(\frac{2}{5};\frac{29}{15};-\frac{1}{3}\right)$. **C.** $H\left(\frac{2}{15};\frac{29}{15};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $H\left(\frac{14}{15};\frac{61}{15};-\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $H(x,y,z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH}=(x-2;y-3;z-1)$; $\overrightarrow{BC}=(2;-1;-2)$; $\overrightarrow{BH}=(x+1;y-2;z)$; $\overrightarrow{AC}=(-1;-2;-3)$

$\overrightarrow{AB}=(-3;-1;-1)$; $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-8;5)$.

$$H \text{ là trực tâm giác tam giác } ABC \Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\A,B,C,H \text{ ñong phang}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AH}=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2(x-2)+(-1)(y-3)+(-3)(z-1)=0\\(-1)(x+1)+(-2)(y-2)+(-3)z=0\\1(x-2)+(-8)(y-3)+5(z-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y-2z=-1\\x+2y+3z=3\\x-8y+5z=-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2}{15}\\y=\frac{29}{15}\\z=-\frac{1}{3}\end{cases}.$$

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;-2;3)$, $C(0;1;2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\frac{7\sqrt{11}}{10}$. **B.** $\frac{7\sqrt{11}}{5}$. **C.** $\frac{11\sqrt{7}}{10}$. **D.** $\frac{11\sqrt{7}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB=\sqrt{21}, BC=\sqrt{11}, CA=\sqrt{14}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=5\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R=\frac{AB.BC.CA}{4.S_{ABC}}=\frac{\sqrt{21}.\sqrt{11}.\sqrt{14}}{4.5.\sqrt{\frac{3}{2}}}=\frac{7\sqrt{11}}{10}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Tính khoảng cách h từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC).

A. $h=\sqrt{3}$. **B.** $h=3$. **C.** $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h=\frac{3V_{O.ABC}}{S_{ABC}}=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AO}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|}=\frac{|-9|}{3}=3$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;5)$, $B(3;2;-1)$ và điểm $C(m;m-1;2m+1)$. Tìm m để diện tích tam giác ABC bằng $4\sqrt{2}$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=-1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}=(1;1;-6)$; $\overrightarrow{AC}=(m-2;m-2;2m-4)=(m-2)(1;1;2)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(m-2).(8;-8;0)=8(m-2)(1;-1;0)$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}.8.|m-2|.\sqrt{2}=4\sqrt{2}.|m-2|=4\sqrt{2}\Leftrightarrow|m-2|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\end{array}\right.$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tìm tọa độ của đỉnh D.

A. $\left[\begin{array}{l}(0;-7;0)\\(0;-8;0)\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}(0;7;0)\\(0;8;0)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}(0;-7;0)\\(0;8;0)\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}(0;-8;0)\\(0;7;0)\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(0;y;0)\in Oy$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-2),\overrightarrow{AC}=(0;-2;4),\overrightarrow{AD}=(-2;y-1;1)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-4;-2)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-4y+2$

$V_{ABCD}=5\Leftrightarrow \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=5$

$\Leftrightarrow \left|-4y+2\right|=30\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-4y+2=30\\-4y+2=-30\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=-7\\y=8\end{array}\right.$

Vậy $D(0;-7;0)$ hoặc $D(0;8;0)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4), B(3;5;7)$ và điểm C thuộc trục Ox. Tìm tọa độ điểm C sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

A. $C(-2;0;0)$. **B.** $C(3;0;0)$. **C.** $C(-1;0;0)$. **D.** $C(-4;0;0)$

Lời giải

Chọn C

Gọi $C(c;0;0)\in Ox$, ta có $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-6;3c+5;-3c-1)$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{9(c+1)^2+22}}{2}\geq\sqrt{11}$. Do đó $S_{\min}=\sqrt{11}\Leftrightarrow c=-1\Rightarrow C(-1;0;0)$.

Câu 36. Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$ có tâm là:

A. $I(1;-2;0)$. **B.** $I(-1;2;0)$. **C.** $I(1;2;0)$. **D.** $I(-1;-2;0)$.

Lời giải:

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.

Câu 37. Cho các phương trình sau: $(x-1)^2+y^2+z^2=1$; $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$;

$x^2+y^2+z^2+1=0$; $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16$.

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+z^2=4$

$(x-1)^2+y^2+z^2=1$ là phương trình của một mặt cầu.

Câu 38. Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục toạ độ?

A. $x^2+y^2+z^2-6z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6y=0$.

C. $x^2+y^2+z^2=9$. **D.** $x^2+y^2+z^2-6x=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$ có phương trình: $(S):x^2+y^2+z^2=9$.

Câu 39. Nếu mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $M(2;2;2)$, $N(4;0;2)$, $P(4;2;0)$ và $Q(4;2;2)$ thì tâm I của (S) có toạ độ là:

A. $(-1;-1;0)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$, $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$.

Do $M(2;2;2)\in(S)\Leftrightarrow\ -4a-4b-4c+d=-12$ (1)

$N(4;0;2)\in(S)\Leftrightarrow -8a-4c+d=-20$ (2)

$P(4;2;0)\in(S)\Leftrightarrow -8a-4b+d=-20$ (3)

$Q(4;2;2)\in(S)\Leftrightarrow -8a-4b-4c+d=-24$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có $a=1,\ b=2,\ c=1,\ d=-8$, suy ra mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;2;1)$.

Câu 40. Cho các điểm $A(-2;4;1)$, $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A,B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

• Tâm $I\in d\Rightarrow I(1+t;1+2t;-2+t)$.

• $\overrightarrow{AI}=(3+t;-3+2t;-3+t)$; $\overrightarrow{BI}=(-1+t;1+2t;-5+t)$

• Vì (S) đi qua A,B nên ta có

$IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow(3+t)^2+(-3+2t)^2+(-3+t)^2=(-1+t)^2+(1+2t)^2+(-5+t)^2$

$\Leftrightarrow 4t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow\overrightarrow{IA}=(3;-3;-3)$

• Vậy bán kính mặt cầu (S): $R=IA=\sqrt{3^2+(-3)^2+(-3)^2}=3\sqrt{3}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$, $C(2;-4;2)$. Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là:

A. $\vec{n}=(9;4;-1)$. **B.** $\vec{n}=(9;4;1)$.

C. $\vec{n}=(4;9;-1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;9;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;5;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-2;1)$

$\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(9;4;-1)$.

Câu 42. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $2x-3y+6z=0$. **B.** $4y+2z-3=0$.

C. $3x+2y+1=0$. **D.** $2y+z-3=0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;4;3)$

(ABC) qua $A(3;-2;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(4;-6;12)=2(2;-3;6)$

$\Rightarrow(ABC):2x-3y+6z=0$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1),B(-2;1;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $x-y-2=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $x-y+2=0$. **D.** $-x+y+2=0$.

Lời giải

Chọn C

+) $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$.

+) Trung điểm I của đoạn AB là $I(\frac{-3}{2};\frac{1}{2};1)$

Mặt phẳng trung trực của đọan AB là $-(x+\frac{3}{2})+(y-\frac{1}{2})=0$ hay $x-y+2=0$.

Câu 44. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1), B(1;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là:

A. $2x+y+2z-5=0$. **B.** $x-2y+3z-7=0$.

C. $x+2y+5z-5=0$. **D.** $x+2y+5z+5=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{CB}(1;2;5)$.

Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có một $VTPT$ là $\overrightarrow{CB}(1;2;5)$ nên có phương trình là: $x+2y+5z-5=0$.

Vậy $x+2y+5z-5=0$.

Câu 45. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P):3x-2y+z+7=0$ và $(Q):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $x+2y+z-5=0$. **B.** $2x-4y-2z-10=0$.

C. $2x+4y+2z+10=0$. **D.** $x+2y-z+5=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng *(P)* có một $VTPT$ là $\overrightarrow{n_P}=(3;-2;1)$

Mặt phẳng *(Q)* có một $VTPT$ là $\overrightarrow{n_Q}=(5;-4;3)$

Mặt phẳng (α) vuông góc với 2 mặt phẳng $(P):3x-2y+z+7=0, (Q):5x-4y+3z+1=0$ nên có một $VTPT$ là $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-2;-4;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $x+2y+z-5=0$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t-2\\ y=2+3t\\ z=1+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}$ có tọa độ là:

A. $M(-2;2;1), \overrightarrow{a_d}=(1;3;1)$. **B.** $M(1;2;1), \overrightarrow{a_d}=(-2;3;1)$.

C. $M(2;-2;-1), \overrightarrow{a_d}=(1;3;1)$. **D.** $M(1;2;1), \overrightarrow{a_d}=(2;-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

d đi qua $M(-2;2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(1;3;1)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

M là trung điểm $BC \Rightarrow M(1;-1;3)$

AM đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(2;-4;1)$

Vậy phương trình chính tắc của AM là $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-2), B(4;-1;1), C(0;-3;1)$. Phương trình d đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-1-2t\\z=-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi G là trọng tâm ΔABC, ta có $G(2;-1;0)$

Gọi $\overrightarrow{a_d}$ là vectơ chỉ phương của d

$\overrightarrow{AB}=(2;-2;3)$

$\overrightarrow{AC}=(-2;-4;3)$

$d\perp(ABC)\Rightarrow\begin{cases}d\perp AB\\d\perp AC\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{AB}\\\overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;-12;-12)=6(1;-2;-2)$

d đi qua $G(2;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_d}=(1;-2;-2)$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-2t\end{cases}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $B(2;-1;5)$ song song với (P) và vuông góc với Δ là

A. $\frac{x-2}{-5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-5}{4}$. **B.** $\frac{x+2}{-5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{4}$.

C. $\frac{x+2}{5}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+5}{-4}$. **D.** $\frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+4}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(2;-1;3)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;1;2)$

Gọi $\overrightarrow{a_d}$ là vectơ chỉ phương d

$$\begin{cases} d\,//\,(P) \\ d\perp\Delta \end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_P} \\ \overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{a_\Delta}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{a_\Delta};\overrightarrow{n_P}\right]=(-5;2;4)$$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-5}{4}$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-3t\\ y=-2+t\\ z=-1-t\end{cases}$. Phương trình đường thẳng nằm trong $(\alpha):x+2y-3z-2=0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

B. $\dfrac{x+3}{-5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

D. $\dfrac{x+8}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần tìm

- Gọi $A=d_1\cap(\alpha)$

  $A\in d_1\Rightarrow A(2-a;1+3a;1+2a)$

  $A\in(\alpha)\Rightarrow a=-1\Rightarrow A(3;-2;-1)$

- Gọi $B=d_2\cap(\alpha)$

  $B\in d_2\Rightarrow B(1-3b;-2+b;-1-b)$

  $B\in(\alpha)\Rightarrow b=1\Rightarrow B(-2;-1;-2)$

- d đi qua điểm $A(3;-2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(-5;1;-1)$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

ĐỀ SỐ 14

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: **[2D3-1]** Khẳng định nào cho dưới đây là **sai**?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. **B.** $\int e^x dx = e^x + C$. **C.** $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $\int dx = x + C$.

Câu 2: **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{x}$.

A. $F(x) = -\frac{2}{x^2} + C$. **B.** $F(x) = 2\ln x + C$. **C.** $F(x) = 2\ln|x| + C$. **D.** $F(x) = -2\ln x + C$.

Câu 3: **[2D3-1]** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ .Tìm $F(x)$ biết $F(0) = 19$.

A. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2}$.

B. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2$.

C. $F(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} + 20$.

D. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 20$.

Câu 4: **[2D3-1]** $\int \frac{1}{x^2 + 6x + 9} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{x+3} + C$. **B.** $-\frac{1}{x-3} + C$. **C.** $\frac{1}{x-3} + C$. **D.** $\frac{1}{3-x} + C$.

Câu 5: **[2D3-2]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x \cos 3x$.

A. $F(x) = \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

B. $F(x) = 2\sin 4x + \sin 2x + C$.

C. $F(x) = \sin x + \frac{\sin 3x}{3} + C$.

D. $F(x) = -\frac{\sin 4x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 6: **[2D3-2]** Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-3}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Phương án nào sau đây **sai**?

A. $F(x) = \frac{\ln|2x-3|}{2} + 10$.

B. $F(x) = \frac{\ln|4x-6|}{4} + 10$.

C. $F(x) = \frac{\ln(2x-3)^2}{4} + 5$.

D. $F(x) = \frac{\ln\left|x - \frac{3}{2}\right|}{2} + 1$.

Câu 7: **[2D3-3]** Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$.

B. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$.

D. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$.

Câu 8: **[2D3-4]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$, $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0$, $f(x)>0, \forall x>0$ và $f(1)=\frac{1}{6}$. Tính giá trị của $P = 1+f(1)+f(2)+...+f(2019)$.

A. $\frac{6059}{4042}$. **B.** $\frac{6065}{4042}$. **C.** $\frac{6065}{4038}$. **D.** $\frac{6055}{4038}$.

Câu 9: **[2D3-1]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)+C$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)+C$.

Câu 10: **[2D3-1]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b k.\mathrm{d}x = k(b-a), \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x, c \in [a;b]$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11: **[2D3-1]** Tính tích phân $I = \int_0^b 3^x\mathrm{d}x$, với b là một số thực dương.

A. $I = 3^b - 1$. **B.** $I = \frac{3^b-1}{\ln 3}$. **C.** $I = \frac{1-3^b}{\ln 3}$. **D.** $I = 1-3^b$.

Câu 12: **[2D3-1]** Cho $a<b<c, \int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 5, \int_c^b f(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$

A. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = -3$. **B.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = 3$. **C.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = 7$. **D.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = 0$.

Câu 13: **[2D3-2]** Tính tích phân $I = \int_0^a (2x+3)^2\mathrm{d}x$, với a là một số thực dương.

A. $I = \frac{(2a+3)^3-27}{3}$. B. $I = \frac{27-(2a+3)^3}{3}$. C. $I = \frac{(2a+3)^3-1}{6}$. D. $I = \frac{(2a+3)^3-27}{6}$.

Câu 14: **[2D3-2]** Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$.

A. $I = \frac{7\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $I = \frac{7\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $I = \frac{7\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $I = \frac{7\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15: **[2D3-2]** Cho $I = \int_0^1 \frac{x}{x+1}\mathrm{d}x = a$. Tính giá trị biểu thức $P = 2a-1$.

A. $P = 1-\ln 2$. **B.** $P = 2-2\ln 2$. **C.** $P = 1-2\ln 2$. **D.** $P = 2-\ln 2$

Câu 16: **[2D3-3]** Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\left(\sin x+2m\right)\mathrm{d}x=1+\pi^2$. Tính giá trị của tham số m.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6

Câu 17: **[2D3-3]** Tính tích phân $I=\int\limits_1^{e}\dfrac{1+\left(x+1\right)\ln x}{x+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=1+\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$. **B.** $I=\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$. **C.** $I=\ln\left(\mathrm{e}+1\right)-1$. **D.** $I=1+\ln\left(2\mathrm{e}+2\right)$.

Câu 18: **[2D3-4]** Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{\mathrm{e}^x.\cos^2 x+2.\cos x-\sin x}{\left(\mathrm{e}^x.\cos x+1\right).\cos x}\mathrm{d}x=\dfrac{a.\pi}{b}+\ln\dfrac{2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}}}{2+\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}}}$ với b là số nguyên dương, a là số nguyên và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $S=\dfrac{6a^3}{b}+\dfrac{b^3}{9a}$.

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=7$

Câu 19: **[2D3-1]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ $\left(a<b\right)$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 20: **[2D3-1]** Thể tích của khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}+3$; $y=0$; $x=0$ và $x=1$ quay quanh trục hoành là:

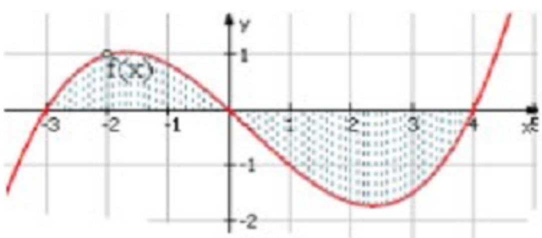
A. $V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}+3\right)^2\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}+3\right)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}+3\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_0^1\left|\sqrt{x}+3\right|\mathrm{d}x$.

Câu 21: **[2D3-1]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^3-6x$ và $y=x^2$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\left|\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3-6x-x^2\right)\mathrm{d}x\right|-\left|\int\limits_0^3\left(x^3-6x-x^2\right)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $S=\int\limits_{-2}^{3}\left(x^3-6x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-2}^{3}\left|x^2-x^3+6x\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3-6x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 22: **[2D3-2]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Diện tích hình phẳng (phần bị gạch trong hình vẽ bên) là:



A. $S=\int\limits_{-3}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^4\left(-f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-3}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.	**D.** $S=\int\limits_{-3}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 23: **[2D3-3]** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\ln x$, trục hoành và các đường thẳng $x=1;x=\mathrm{e}$. Tính thể tích V khối tròn xoay thu được khi quay hình (H)xung quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{(5\mathrm{e}^3-2)\pi}{27}$.	**B.** $V=\dfrac{5\mathrm{e}^3-2}{27}$.	**C.** $V=\dfrac{(5\mathrm{e}^3+2)\pi}{27}$.	**D.** $V=\dfrac{(5\mathrm{e}^3-2)\pi^2}{27}$.

Câu 24: **[2D3-3]** Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\dfrac{\sin x}{\cos^3 x}+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=\dfrac{\pi}{4}$, $x=\dfrac{\pi}{3}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=1+\dfrac{\pi^2}{12}$.	**B.** $V=\dfrac{\pi(\sqrt{3}+\pi)}{12}$.	**C.** $V=\pi\left(1+\dfrac{\pi}{12}\right)$.	**D.** $V=\dfrac{\pi(\pi+\sqrt{3})}{4}$.

Câu 25: **[2D3-4]** Một chiếc thùng đựng rượu vang như hình vẽ ở bên được ghép bởi các thanh gỗ uốn cong có dạng là một parabol và được buộc chắc bằng các đai thép hình tròn. Biết đáy của thùng rượu là một đường tròn có bán kính đáy bằng $30\,cm$, chiều cao của thùng rượu là $1\,m$, chiếc đai thép hình tròn đặt chính giữa thùng rượu có bán kính $40\,cm$. Hỏi thùng rượu chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu.

A. $\approx 215{,}16$ lít.	**B.** $\approx 320{,}15$ lít.	**C.** $\approx 425{,}16$ lít.	**D.** $\approx 540{,}16$ lít.

Câu 26: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;2;3)$ và $\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{k}$. Tính tọa độ vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$

A. $\vec{u}=(-1;2;7)$.	**B.** $\vec{u}=(-1;6;3)$.	**C.** $\vec{u}=(-1;2;-1)$.	**D.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$.

Câu 27: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là:

A. $(3;4;2)$.	**B.** $(2;3;4)$.	**C.** $(-2;-3;4)$.	**D.** $(-2;-3;-4)$

Câu 28: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-2)$ và $N(4;-5;1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN.

A. 49.	**B.** 7.	**C.** $\sqrt{7}$.	**D.** $\sqrt{41}$.

Câu 29: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x và y thì 3 điểm A,B,M thẳng hàng?

A. $x=4$ và $y=7$.	**B.** $x=4$ và $y=-7$.	**C.** $x=-4$ và $y=7$.	**D.** $x=-4$ và $y=-7$.

Câu 30: **[2H3-3]** Tìm m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(1;\log_3 5;\log_m 2)$, $\vec{v}=(3;\log_5 3;4)$ là góc nhọn.

A. $0<m<\dfrac{1}{2}$.	**B.** $m>1$ hoặc $0<m<\dfrac{1}{2}$.

C. $m>\frac{1}{2},m\neq 1$. **D.** $m>1$.

Câu 31: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, thể tích khối tứ diện $ABCD$ được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right].\overrightarrow{DC}\right|$.

B. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{BC}\right|$.

C. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AC}\right|$.

D. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right].\overrightarrow{AB}\right|$.

Câu 32: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(3;-2;m)$, $\vec{b}=(2;m;-1)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Câu 33: **[2H3-2]** Cho $\vec{a}=(-2\,;0;\,1),\vec{b}=(1;\;3;\;-2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng:

A. $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(-1;\;-1;\;2)$.

B. $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(3;\;3;\;-6)$.

C. $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(1;\;1;\;-2)$.

D. $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(-3;\;-3;\;-6)$.

Câu 34: **[2H3-3]** Cho bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.

A. $m=-14$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=14$. **D.** $m=7$.

Câu 35: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0),B(x_0;y_0;z_0),x_0,y_0>0$ thỏa mãn $AB=2\sqrt{10}$ và $\widehat{AOB}=45^0$. Tìm tọa độ điểm C trên tia Oz sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 8.

A. $C(\;0;\,0;-2)$.

B. $C(2;0;0)$.

C. $C(\;0;\,0;-2),C(0;0;2)$.

D. $C(0;0;2)$.

Câu 36: **[2H3-1]** Cho mặt cầu có phương trình $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y=0$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu là:

A. Tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

B. Tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$.

C. Tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

D. Tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=5$.

Câu 37: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là I và bán kính $R=2$.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$.

D. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+5=0$.

Câu 38: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình mặt cầu.

A. $-5<m<1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>1$.

C. $m\le -5$ hoặc $m\ge 1$. **D.** $m>1$.

Câu 39: **[2H3-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $m=-2; m=5$. **B.** $m=2; m=-5$.

C. $m=4; m=-7$. **D.** $m=-4; m=7$.

Câu 40: **[2H3-4]** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Xác định r sao cho chỉ đúng một mặt cầu (S) thoả yêu cầu?

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=\sqrt{\frac{7}{2}}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 41: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(6;3;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;1)$

Câu 42: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-z-1=0$. Điểm nào dưới đây ***không*** thuộc mặt phẳng (α).

A. $Q(1;2;-5)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $M(-2;1;-8)$. **D.** $P(3;1;3)$.

Câu 43: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Tìm phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d.

A. $x+2y-z+4=0$. **B.** $2x+y-z-4=0$. **C.** $2x+y+z-4=0$. **D.** $2x-y-z+4=0$.

Câu 44: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+9=0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tính bán kính R của (C).

A. $R=6$. **B.** $R=3$. **C.** $R=8$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Câu 45: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $-5x-60y-16z-16=0$. **B.** $5x-60y-16z-6=0$.

C. $5x+60y+16z-14=0$. **D.** $5x+60y+16z+14=0$.

Câu 46: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng (d)?

A. $P(7;2;1)$. **B.** $M(1;-2;3)$. **C.** $N(4;0;-1)$. **D.** $Q(-2;-4;7)$.

Câu 47: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=-1-4t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng Δ.

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{-4}$. **B.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-8}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{4}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{4}$.

Câu 48: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+mt\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ và $\Delta_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{n}=\frac{z-2}{2}$ song song nhau, ta phải có:

A. $\begin{cases}m=\frac{1}{2}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{2}{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m=\frac{2}{3}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$.

Câu 49: **[2H3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x-z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P).

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 50: **[2H3-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$ và hai điểm $A(1;2;1)$, $B(-1;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A,B và tạo với đường thẳng Δ góc lớn nhất.

A. $x+10y+22z-43=0$. **B.** $2x+21y+46z-90=0$.

C. $x+4y+10z-19=0$. **D.** $2x+3y-5z+3=0$

.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[2D3-1]** Khẳng định nào cho dưới đây là **sai**?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$. **B.** $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. **C.** $\int x\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $\int \mathrm{d}x = x + C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Câu 2: **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{x}$.

A. $F(x) = -\frac{2}{x^2} + C$. **B.** $F(x) = 2\ln x + C$. **C.** $F(x) = 2\ln|x| + C$. **D.** $F(x) = -2\ln x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $F(x) = \int \frac{2}{x}\mathrm{d}x = 2\ln|x| + C$.

Câu 3: **[2D3-1]** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ .Tìm $F(x)$ biết $F(0) = 19$.

A. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2}$. **B.** $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2$.

C. $F(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} + 20$. **D.** $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 20$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $F(x) = \int (x + \sin x)\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

Mà: $F(0) = -\cos 0 + \frac{0^2}{2} + C = 19 \Rightarrow C = 20$

$\Rightarrow F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 20$

Câu 4: **[2D3-1]** $\int \frac{1}{x^2 + 6x + 9}dx$ bằng

A. $-\frac{1}{x+3} + \mathrm{C}$. **B.** $-\frac{1}{x-3} + \mathrm{C}$. **C.** $\frac{1}{x-3} + \mathrm{C}$. **D.** $\frac{1}{3-x} + \mathrm{C}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\int \frac{1}{x^2 + 6x + 9}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{(x+3)^2}\mathrm{d}x = -\frac{1}{x+3} + \mathrm{C}$$

Câu 5: **[2D3-2]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x\cos 3x$.

A. $F(x)=\dfrac{\sin 4x}{8}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $F(x)=2\sin 4x+\sin 2x+C$.

C. $F(x)=\sin x+\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $F(x)=-\dfrac{\sin 4x}{8}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $F(x)=\int \cos x\cos 3x\mathrm{d}x=\int \dfrac{1}{2}(\cos 4x+\cos 2x)\mathrm{d}x=\dfrac{\sin 4x}{8}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

Câu 6: **[2D3-2]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-3}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Phương án nào sau đây **sai**?

A. $F(x)=\dfrac{\ln|2x-3|}{2}+10$. **<u>B</u>.** $F(x)=\dfrac{\ln|4x-6|}{4}+10$.

C. $F(x)=\dfrac{\ln(2x-3)^2}{4}+5$. **D.** $F(x)=\dfrac{\ln\left|x-\dfrac{3}{2}\right|}{2}+1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $F(x)=\int\dfrac{1}{2x-3}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{1}{2x-3}\mathrm{d}(2x-3)=\dfrac{1}{2}\ln|2x-3|+C$.

Nên $F(x)=\dfrac{\ln|4x-6|}{4}+10=\dfrac{\ln|2x-3|}{4}+10+\dfrac{\ln 2}{4}$ sai.

Câu 7: **[2D3-3]** Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

<u>A</u>. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}+C$.

Lời giải

Chọn A.

$\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{1}{2x^2}\right)'=-\dfrac{4x}{4x^4}=-\dfrac{1}{x^3}\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

Ta có $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x}\\ v=f(x)\end{cases}$

$\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x^2}\ln x-\int\dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=-\dfrac{\ln x}{x^2}-\dfrac{1}{2x^2}+C$.

Câu 8: **[2D3-4]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left(0;+\infty\right)$, $f'\left(x\right)+\left(2x+3\right)f^2\left(x\right)=0$, $f\left(x\right)>0,\forall x>0$ và $f\left(1\right)=\frac{1}{6}$. Tính giá trị của $P=1+f\left(1\right)+f\left(2\right)+...+f\left(2019\right)$.

A. $\frac{6059}{4042}$. **B.** $\frac{6065}{4042}$. **C.** $\frac{6065}{4038}$. **D.** $\frac{6055}{4038}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'\left(x\right)+\left(2x+3\right)f^2\left(x\right)=0\Leftrightarrow\frac{f'\left(x\right)}{f^2\left(x\right)}=-2x-3\Rightarrow\int\frac{f'\left(x\right)}{f^2\left(x\right)}\mathrm{d}x=\int\left(-2x-3\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow-\frac{1}{f\left(x\right)}=-x^2-3x+C$, mà $f\left(1\right)=\frac{1}{6}\Rightarrow C=-2\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{1}{x^2+3x+2}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$.

Vậy $P=1+f\left(1\right)+f\left(2\right)+...+f\left(2019\right)=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2020}-\frac{1}{2021}=\frac{6065}{4042}$.

Câu 9: **[2D3-1]** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $\left[a;b\right]$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(b\right)-F\left(a\right)$. **B.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(a\right)-F\left(b\right)$.

C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(b\right)-F\left(a\right)+C$. **D.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(a\right)-F\left(b\right)+C$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 10: **[2D3-1]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_a^b k.\mathrm{d}x=k\left(b-a\right),\forall k\in\mathbb{R},\ k\neq0$.

C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x, c\in\left[a;b\right]$. **D.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 11: **[2D3-1]** Tính tích phân $I=\int\limits_0^b 3^x\mathrm{d}x$, với b là một số thực dương.

A. $I=3^b-1$. **B.** $I=\frac{3^b-1}{\ln 3}$. **C.** $I=\frac{1-3^b}{\ln 3}$. **D.** $I=1-3^b$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $I=\int\limits_0^b 3^x\mathrm{d}x=\left.\frac{3^x}{\ln 3}\right|_0^b=\frac{3^b}{\ln 3}-\frac{3^0}{\ln 3}=\frac{3^b-1}{\ln 3}$.

Câu 12: **[2D3-1]** Cho $a<b<c,\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=5,\int\limits_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$. Tính $\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x$

A. $\int_a^c f(x)dx = -3$. **B.** $\int_a^c f(x)dx = 3$. **C.** $\int_a^c f(x)dx = 7$. **D.** $\int_a^c f(x)dx = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Với $a<b<c$, ta có $\int_c^b f(x)dx = -\int_b^c f(x)dx$ nên

$$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_c^b f(x)dx = 5-2=3.$$

Câu 13: **[2D3-2]** Tính tích phân $I=\int_0^a (2x+3)^2dx$, với a là một số thực dương.

A. $I=\frac{(2a+3)^3-27}{3}$. B. $I=\frac{27-(2a+3)^3}{3}$. C. $I=\frac{(2a+3)^3-1}{6}$. D. $I=\frac{(2a+3)^3-27}{6}$.

Lời giải

Chọn D.

$$I=\int_0^a (2x+3)^2dx = \frac{1}{6}(2x+3)^3\Big|_0^a = \frac{(2a+3)^3-27}{6}.$$

Câu 14: **[2D3-2]** Tính tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$.

A. $I=\frac{7\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $I=\frac{7\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $I=\frac{7\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $I=\frac{7\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\sin x \end{cases}$

$$\Rightarrow I=(x\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = (x\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + (\cos x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{7\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 15: **[2D3-2]** Cho $I=\int_0^1 \frac{x}{x+1}dx = a$. Tính giá trị biểu thức $P=2a-1$.

A. $P=1-\ln 2$. **B.** $P=2-2\ln 2$. **C.** $P=1-2\ln 2$. **D.** $P=2-\ln 2$

Lời giải

Chọn C.

Tacó:

$$I=\int_0^1 \frac{x}{x+1}dx = \int_0^1\left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx = \left(x-\ln|x+1|\right)\Big|_0^1 = 1-\ln 2 \Rightarrow a=1-\ln 2 \Rightarrow P=2a-1=1-2\ln 2.$$

Câu 16: **[2D3-3]** Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x+2m)\,\mathrm{d}x=1+\pi^2$. Tính giá trị của tham số m.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6

Lời giải

Chọn C.

Tính $A=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=-\cos x \end{cases}$.

Suy ra $A=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\mathrm{d}x=(-x\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\mathrm{d}x=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$.

Do đó $I=A+2m\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\mathrm{d}x=1+mx^2\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1+\dfrac{m\pi^2}{4}$.

Theo bài ra ta có $1+\dfrac{m\pi^2}{4}=1+\pi^2 \Leftrightarrow \dfrac{m\pi^2}{4}=\pi^2 \Leftrightarrow m=4$.

Câu 17: **[2D3-3]** Tính tích phân $I=\int_1^{\mathrm{e}} \dfrac{1+(x+1)\ln x}{x+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=1+\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$. **B.** $I=\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$. **C.** $I=\ln(\mathrm{e}+1)-1$. **D.** $I=1+\ln(2\mathrm{e}+2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $I=\int_1^{\mathrm{e}} \dfrac{1+(x+1)\ln x}{x+1}\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x+\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\mathrm{d}x=(1)+(2)$

$(1)=\ln|x+1|\Big|_1^{e}=\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$

$(2)=x\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}} dx=\mathrm{e}-(\mathrm{e}-1)=1$

Vậy $I=1+\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$.

Câu 18: **[2D3-4]** Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\mathrm{e}^x.\cos^2 x+2.\cos x-\sin x}{(\mathrm{e}^x.\cos x+1).\cos x}\mathrm{d}x=\dfrac{a.\pi}{b}+\ln\dfrac{2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}}}{2+\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}}}$ với b là số nguyên dương, a là số nguyên và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $S=\dfrac{6a^3}{b}+\dfrac{b^3}{9a}$.

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=7$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{e^x.\cos^2 x + 2.\cos x - \sin x}{\left(e^x.\cos x + 1\right).\cos x}dx = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} dx + \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\cos x - \sin x}{\left(e^x.\cos x + 1\right).\cos x}dx$

$= x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{e^x\left(\cos x - \sin x\right)}{\left(e^x.\cos x + 1\right).e^x \cos x}dx = \dfrac{\pi}{3} + A$

Đặt $t = e^x.\cos x \Rightarrow dt = e^x(\cos x - \sin x)dx$

Khi đó $A = \int\limits_1^{\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}} \dfrac{dt}{t(t+1)} = \ln\left|\dfrac{t}{t+1}\right|\Bigg|_1^{\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}} = \ln\dfrac{e^{\frac{\pi}{3}}}{e^{\frac{\pi}{3}} + 2} - \ln\dfrac{1}{2} = \ln\dfrac{2e^{\frac{\pi}{3}}}{e^{\frac{\pi}{3}} + 2}$

Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{e^x.\cos^2 x + 2.\cos x - \sin x}{\left(e^x.\cos x + 1\right).\cos x}dx = \dfrac{\pi}{3} + \ln\dfrac{2e^{\frac{\pi}{3}}}{2 + e^{\frac{\pi}{3}}} \Rightarrow a = 1; b = 3 \Rightarrow S = 5$.

Câu 19: **[2D3-1]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int\limits_a^b |f(x)|dx$. **B.** $S = \left|\int\limits_a^b f(x)dx\right|$. **C.** $S = \pi\int\limits_a^b f^2(x)dx$. **D.** $S = \int\limits_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 20: **[2D3-1]** Thể tích của khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} + 3$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = 1$ quay quanh trục hoành là:

A. $V = \pi\int\limits_0^1 \left(\sqrt{x} + 3\right)^2 dx$. **B.** $V = \pi\int\limits_0^1 \left(\sqrt{x} + 3\right)dx$. **C.** $V = \int\limits_0^1 \left(\sqrt{x} + 3\right)^2 dx$. **D.** $V = \int\limits_0^1 \left|\sqrt{x} + 3\right|dx$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 21: **[2D3-1]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \left|\int\limits_{-2}^0 \left(x^3 - 6x - x^2\right)dx\right| - \left|\int\limits_0^3 \left(x^3 - 6x - x^2\right)dx\right|$. **B.** $S = \int\limits_{-2}^3 \left(x^3 - 6x - x^2\right)dx$.

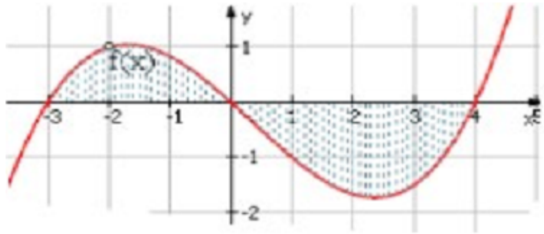
C. $S = \int\limits_{-2}^3 \left|x^2 - x^3 + 6x\right|dx$. **D.** $S = \int\limits_{-2}^0 \left(x^3 - 6x - x^2\right)dx$.

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình $x^3-6x=x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=3\end{array}\right.$. Do đó $S=\int\limits_{-2}^{3}\left|x^2-x^3+6x\right|dx$.

Câu 22: **[2D3-2]** Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Diện tích hình phẳng (phần bị gạch trong hình vẽ bên) là:



A. $S=\int\limits_{-3}^{0}f\left(x\right)dx+\int\limits_{0}^{4}\left(-f\left(x\right)\right)dx$. **B.** $S=\int\limits_{-3}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{4}f\left(x\right)dx$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-3}f\left(x\right)dx+\int\limits_{0}^{4}f\left(x\right)dx$. **D.** $S=\int\limits_{-3}^{4}f\left(x\right)dx$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 23: **[2D3-3]** Gọi $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\ln x$, trục hoành và các đường thẳng $x=1; x=e$. Tính thể tích V khối tròn xoay thu được khi quay hình $\left(H\right)$ xung quanh trục *Ox*.

A. $V=\frac{\left(5e^3-2\right)\pi}{27}$. **B.** $V=\frac{5e^3-2}{27}$. **C.** $V=\frac{\left(5e^3+2\right)\pi}{27}$. **D.** $V=\frac{\left(5e^3-2\right)\pi^2}{27}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $V=\pi\int\limits_{1}^{e}\left(x\ln x\right)^2.dx=\pi\int\limits_{1}^{e}x^2\ln^2 x.dx$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln^2 x\\dv=x^2dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2.\frac{1}{x}.\ln x.dx\\v=\frac{x^3}{3}\end{cases}$

Khi đó $V=\pi\left[\frac{x^3}{3}.\ln^2 x\Big|_1^e-\int\limits_{1}^{e}\frac{x^3}{3}\frac{2}{x}.\ln x.dx\right]=\pi\left[\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}\int\limits_{1}^{e}x^2.\ln x.dx\right]$

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\dv=x^2dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}.dx\\v=\frac{x^3}{3}\end{cases}$

$\int\limits_{1}^{e}x^2.\ln x.dx=\frac{x^3}{3}.\ln x\Big|_1^e-\int\limits_{1}^{e}\frac{x^3}{3}.\frac{1}{x}.dx=\frac{e^3}{3}-\int\limits_{1}^{e}\frac{x^2}{3}.dx=\frac{e^3}{3}-\frac{x^3}{9}\Big|_1^e=\frac{e^3}{3}-\frac{e^3}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2e^3+1}{9}$.

Vậy $V=\pi\left[\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}\left(\frac{2e^3+1}{9}\right)\right]=\frac{\pi\left(5e^3-2\right)}{27}$.

Câu 24: **[2D3-3]** Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{\sin x}{\cos^3 x}+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=\frac{\pi}{4}$, $x=\frac{\pi}{3}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=1+\frac{\pi^2}{12}$. **B.** $V=\frac{\pi\left(\sqrt{3}+\pi\right)}{12}$. **C.** $V=\pi\left(1+\frac{\pi}{12}\right)$. **D.** $V=\frac{\pi\left(\pi+\sqrt{3}\right)}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $V=\pi\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\left(\sqrt{\frac{\sin x}{\cos^3 x}+1}\right)^2.dx=\pi\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{\sin x}{\cos^3 x}+1\right).dx=\pi\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\tan x}{\cos^2 x}.dx+\pi\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}1.dx$

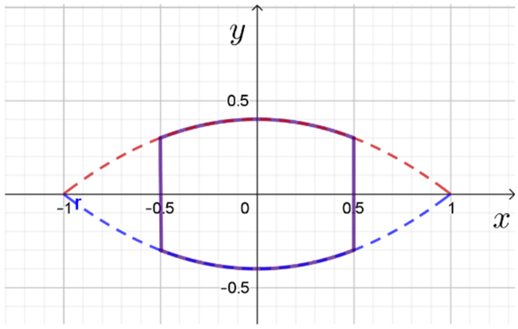
$=\pi\left(\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\tan x.d(\tan x)+x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\right)=\pi\left(\frac{\tan^2 x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}+x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\right)=\pi\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\pi\left(1+\frac{\pi}{12}\right)$.

Câu 25: **[2D3-4]** Một chiếc thùng đựng rượu vang như hình vẽ ở bên được ghép bởi các thanh gỗ uốn cong có dạng là một parabol và được buộc chắc bằng các đai thép hình tròn. Biết đáy của thùng rượu là một đường tròn có bán kính đáy bằng $30\,cm$, chiều cao của thùng rượu là $1\,m$, chiếc đai thép hình tròn đặt chính giữa thùng rượu có bán kính $40\,cm$. Hỏi thùng rượu chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu.

A. $\approx 215,16$ lít. **B.** $\approx 320,15$ lít. **C.** $\approx 425,16$ lít. **D.** $\approx 540,16$ lít.

Lời giải

Chọn C.



Cắt thùng rượu bởi một mặt phẳng qua trục của thùng ta được thiết diện như hình vẽ.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta gọi phương trình parabol chứa một thanh gỗ uốn cong là $(P): y = a.x^2 + b.x + c$

Theo hình vẽ ta thấy (P) đi qua các điểm $\left(0;\frac{2}{5}\right)$, $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{10}\right)$ và có đỉnh là $\left(0;\frac{2}{5}\right)$ nên $(P): y = -\frac{2}{5}x^2 + \frac{2}{5}$.

Ta có thể tích thùng rượu là

$$V = \pi\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(-\frac{2}{5}x^2+\frac{2}{5}\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{4}{25}\pi\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(-x^2+1\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{4}{25}\pi\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(x^4-2x^2+1\right)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{4}{25}\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}+x\right)\Bigg|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{203\pi}{1500} \approx 0,42516\ \mathrm{m}^3 \approx 425,16 \text{ lít.}$$

Câu 26: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;2;3)$ và $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Tính tọa độ vectơ $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$

A. $\vec{u} = (-1;2;7)$. **B.** $\vec{u} = (-1;6;3)$. **C.** $\vec{u} = (-1;2;-1)$. **D.** $\vec{u} = (-1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} = \left(1\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}\right) - \left(2\vec{i}-4\vec{k}\right) = -1\vec{i}+2\vec{j}+7\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (-1;2;7)$.

Câu 27: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là:

A. $(3;4;2)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(-2;-3;4)$. **D.** $(-2;-3;-4)$

Lời giải

Chọn B.

Gọi điểm $Q(x;y;x)$ $\Rightarrow \overrightarrow{QP} = (-x;-y;4-z)$ ta có $MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Mặt khác $\overrightarrow{MN}=(-2;-3;0)\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}\Leftrightarrow \begin{cases}-x=-2\\-y=-3\\z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\Rightarrow Q(2;3;4)\\z=4\end{cases}$

Câu 28: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-2)$ và $N(4;-5;1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN.

A. 49. **B.** 7. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;-6;3)$ nên $MN=\sqrt{2^2+(-6)^2+3^2}=7$.

Câu 29: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x và y thì 3 điểm A,B,M thẳng hàng?

A. $x=4$ và $y=7$. **B.** $x=4$ và $y=-7$. **C.** $x=-4$ và $y=7$. **D.** $x=-4$ và $y=-7$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AM}\Rightarrow x=-4;\ y=7$.

Câu 30: **[2H3-3]** Tìm m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(1;\log_3 5;\log_m 2)$, $\vec{v}=(3;\log_5 3;4)$ là góc nhọn.

A. $0<m<\frac{1}{2}$. **B.** $m>1$ hoặc $0<m<\frac{1}{2}$.

C. $m>\frac{1}{2}, m\neq 1$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn B.

Để $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})<90^\circ\Rightarrow \cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})>0$.

$\Rightarrow \vec{u}.\vec{v}>0\Leftrightarrow 3+\log_3 5.\log_5 3+4\log_m 2>0$

$\Leftrightarrow 4+4\log_m 2>0\Leftrightarrow \log_m 2>-1$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>1\\m<\frac{1}{2}\end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện $m>0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}m>1\\0<m<\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 31: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, thể tích khối tứ diện $ABCD$ được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right].\overrightarrow{DC}\right|$. **B.** $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{BC}\right|$.

C. $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AC}\right|$. **D.** $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right].\overrightarrow{AB}\right|$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích tứ diện bằng $\frac{1}{6}$ độ lớn tích hỗn tạp ba véctơ xuất phát từ một đỉnh.

Câu 32: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(3;-2;m)$, $\vec{b}=(2;m;-1)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn A.

Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow 6-3m=0\Leftrightarrow m=2$.

Câu 33: **[2H3-2]** Cho $\vec{a}=(-2\,;0;\,1),\vec{b}=(1;\,3;\,-2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng:

A. $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(-1;\,-1;\,2)$. **B.** $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(3;\,3;\,-6)$.

C. $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(1;\,1;\,-2)$. **D.** $\left[\vec{a},\,\vec{b}\right]=(-3;\,-3;\,-6)$.

Lời giải

Chọn D.

Với các vectơ $\vec{a}=(-2;0;1),\vec{b}=(1;3;-2)$.

$*\ \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}0 & 1\\3 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -2\\-2 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-2 & 0\\1 & 3\end{vmatrix}\right)=(-3;-3;-6)$.

Vậy $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-3;-3;-6)$.

Sử dụng MTCT: bấm Mode 8

Câu 34: **[2H3-3]** Cho bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.

A. $m=-14$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=14$. **D.** $m=7$.

Lời giải

Chọn C.

Để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0$.

Ta có.

$\begin{matrix} \overrightarrow{OA}=(0;1;-2) \\ \overrightarrow{OB}=(1;2;1) \end{matrix}$ suy ra $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(5;-2-1)$.

Mà $\overrightarrow{OC}=(4;3;m)$. Khi đó $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0\Leftrightarrow 20-6-m=0\Leftrightarrow m=14$.

Câu 35: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0),B(x_0;y_0;z_0),x_0,y_0>0$ thỏa mãn $AB=2\sqrt{10}$ và $\widehat{AOB}=45^0$. Tìm tọa độ điểm C trên tia Oz sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 8.

A. $C(0;0;-2)$.

B. $C(2;0;0)$.

C. $C(0;0;-2),C(0;0;2)$.

D. $C(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn C.

- $\overrightarrow{AB}=(x_0-4;y_0;0)\Rightarrow AB=\sqrt{(x_0-4)^2+y_0^2}=2\sqrt{10}\Leftrightarrow (x_0-4)^2+y_0^2=40\ (*)$.

- $\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}\right|}{\left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right|}=\dfrac{|4x_0|}{4\sqrt{x_0^2+y_0^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Từ $(*)\Rightarrow 2|x_0|=\sqrt{2}.\sqrt{x_0^2+y_0^2}\Leftrightarrow 4x_0^2=2\left(x_0^2+y_0^2\right)\Leftrightarrow x_0^2=y_0^2\Leftrightarrow \left[\begin{matrix} x_0=y_0 \\ x_0=-y_0\ (loai) \end{matrix}\right.$.

Từ $x_0=y_0\Rightarrow (x_0-4)^2+x_0^2=40\Leftrightarrow \left[\begin{matrix} x_0=6 \\ x_0=-2<0 \end{matrix}\right.$.

Vì $C\in Oz$ nên $C(0;0;c)$.

$V_{OABC}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}\right|=8$.

$\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-y_0;0;4y_0)=(-6;0;24)$.

$V_{OABC}=\dfrac{1}{6}|24z_0|=8\Leftrightarrow |z_0|=2\Leftrightarrow \left[\begin{matrix} z_0=2 \\ z_0=-2 \end{matrix}\right.$.

Vậy $C(0;0;2)$, $C(0;0;-2)$.

Câu 36: **[2H3-1]** Cho mặt cầu có phương trình $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y=0$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu là:

A. Tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

B. Tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$.

C. Tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

D. Tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=5$.

Lời giải

Chọn A.

Phương pháp: PT mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Theo đề bài ta có: $I(1;-2;0)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+0^2-0}=\sqrt{5}$.

Câu 37: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là I và bán kính $R=2$.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.
B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.
C. $x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+5=0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu có phương trình.

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

Câu 38: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình mặt cầu.

A. $-5<m<1$.
B. $m<-5$ hoặc $m>1$.
C. $m\le -5$ hoặc $m\ge 1$.
D. $m>1$.

Lời giải

Chọn B.

$x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$

$\Leftrightarrow [x-(m+2)]^2+(y+2m)^2+(z-m)^2=m^2+4m-5$

Để phương trình đó là phương trình mặt cầu thì $m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-5 \end{array}\right.$.

Câu 39: **[2H3-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-m^2-3m=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $m=-2; m=5$.
B. $m=2; m=-5$.
C. $m=4; m=-7$.
D. $m=-4; m=7$.

Lời giải

Chọn B.

$(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là $I(1;-1;1)$, $R=3$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi và chỉ khi $d(I;(P))=R$.

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2.1+2.(-1)+1-m^2-3m\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^1}}=3 \Leftrightarrow \left|-m^2-3m+1\right|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2+3m-1=9 \\ m^2+3m-1=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-5 \end{array}\right..$$

Câu 40: **[2H3-4]** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Xác định r sao cho chỉ đúng một mặt cầu (S) thoả yêu cầu?

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=\sqrt{\frac{7}{2}}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S), ta có:

$R^2=d^2(I;(P))+2^2=d^2(I;(Q))+r^2$. Gọi $I(x;0;0)$.

Ta có.

$$\left(\frac{x+1}{\sqrt{6}}\right)^2-\left(\frac{2x-1}{\sqrt{6}}\right)^2+4-r^2=0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x+1-4x^2+4x-1}{6}+4-r^2=0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x^2+6x}{6}+4-r^2=0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2}x^2+x+4-r^2=0$$

Bài toán trở thành tìm $r>0$ để phương trình có duy nhất 1 nghiệm, tức là.

$$\Delta=0 \Leftrightarrow 1+2\left(4-r^2\right)=0 \Leftrightarrow r=\frac{3}{\sqrt{2}}.$$

Câu 41: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(6;3;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;1)$

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\overrightarrow{n_1}=\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2};1\right)=\frac{1}{6}(2;3;6)=\frac{1}{6}\vec{n}\Rightarrow\vec{n}$ cũng là một VTPT của (P).

Câu 42: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-z-1=0$. Điểm nào dưới đây ***không*** thuộc mặt phẳng (α).

A. $Q(1;2;-5)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $M(-2;1;-8)$. **D.** $P(3;1;3)$.

Lời giải

Chọn D.

Thay lần lượt toạ độ của các điểm P, Q, M, N. Chỉ có toạ độ điểm P không thoả nên $P\in(\alpha)$.

Câu 43: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Tìm phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d.

A. $x+2y-z+4=0$. **B.** $2x+y-z-4=0$. **C.** $2x+y+z-4=0$. **D.** $2x-y-z+4=0$.

Lời giải

Chọn B.

Vtcp của d là $\vec{u}(2;1;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A nhận $\vec{u}$ làm vtpt

Phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-1)+1(y-2)-1(z-0)=0$ hay $2x+y-z-4=0$.

Câu 44: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng $(\alpha):2x-2y-z+9=0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tính bán kính R của (C).

A. $R=6$. **B.** $R=3$. **C.** $R=8$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Tâm và bán kính của mặt cầu (S): $I(3;-2;1), r=10$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α) là $d=\frac{|2.3-2(-2)-1+9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=6.$

Ta có: $R=\sqrt{r^2-d^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

Câu 45: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $-5x-60y-16z-16=0$. **B.** $5x-60y-16z-6=0$.

C. $5x+60y+16z-14=0$. **D.** $5x+60y+16z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-4;3;-10\right);\overrightarrow{AC}=\left(4;1;-5\right)$.

Do đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-5;-60;-16\right)$.

Vậy phương trình $\left(ABC\right)$ là: $-5\left(x-6\right)-60\left(y-0\right)-16\left(z+1\right)=0$ hay $5x+60y+16z-14=0$

Câu 46: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\left(\text{d}\right)$ có phương trình $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng $\left(\text{d}\right)$?

A. $P\left(7;2;1\right)$. **B.** $M\left(1;-2;3\right)$. **C.** $N\left(4;0;-1\right)$. **D.** $Q\left(-2;-4;7\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Thế tọa độ điểm $P\left(7;2;1\right)$ vào đường thẳng $\left(\text{d}\right)$ ta có: $2=2\neq\dfrac{-1}{2}$ nên $P\left(7;2;1\right)$ không thuộc đường thẳng $\left(\text{d}\right)$.

Câu 47: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=-1-4t\end{cases}$, $\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng Δ.

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+3}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-8}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{4}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng Δ nên nhận $\overrightarrow{u_{\Delta}}=\left(-1;1;-4\right)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$.

Với $B(0;3;-1)$ có: $\frac{-1}{1}=\frac{3-2}{-1}=\frac{-1-3}{4}=-1$. Nên đường thẳng đã cho có phương trình chính tắc nữa là: $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{4}$.

Câu 48: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+mt\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ và $\Delta_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{n}=\frac{z-2}{2}$ song song nhau, ta phải có:

A. $\begin{cases}m=\frac{1}{2}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{2}{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m=\frac{2}{3}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

$\overrightarrow{u_1}=(m;2;3)$, $\overrightarrow{u_2}=(1;n;2)$.

$M(2;-1;2)\in\Delta_2$

Xét hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{u_1}=k\overrightarrow{u_2}\Leftrightarrow\begin{cases}m=k.1\\2=k.n\\3=k.2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\n=\frac{4}{3}\end{cases}$.

Xét $M(2;-1;2)\notin\Delta_1$ (thỏa).

Câu 49: **[2H3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x-z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P).

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$ đi qua điểm $M(3;1;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(3;1;-1)$.

Vì điểm $M\left(3;1;-1\right)\in\left(P\right)$ nên $M=d\cap\left(P\right)$.

Gọi điểm $O=\left(0;0;0\right)\in d$ và $K=hcO/(P)$.

Gọi đường thẳng Δ đi qua O và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ suy ra đường thẳng Δ nhận véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ làm véctơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta}=\left(1;0;-1\right)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=t'\\y=0\\z=-t'\end{cases}$.

Khi đó $K=\Delta\cap\left(P\right)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=t'\\y=0\\z=-t'\\x-z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=2\\x=2\\y=0\\z=-2\end{cases}\Rightarrow K=\left(2;0;-2\right).$$

Hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng $\left(P\right)$ là đường thẳng MK.

Véctơ chỉ phương $\overrightarrow{MK}=\left(-1;-1;-1\right)=-1\left(1;1;1\right)$.

Phương trình đường thẳng MK là $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 50: **[2H3-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{2}$ và hai điểm $A\left(1;2;1\right)$, $B\left(-1;0;2\right)$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua A,B và tạo với đường thẳng Δ góc lớn nhất.

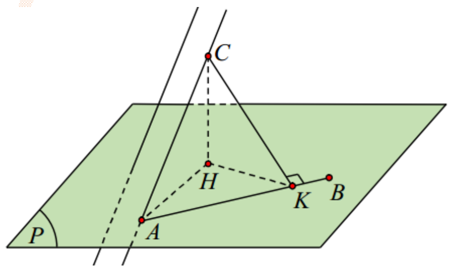
A. $x+10y+22z-43=0$. **B.** $2x+21y+46z-90=0$.

C. $x+4y+10z-19=0$. **D.** $2x+3y-5z+3=0$

.

Lời giải

Chọn A.



Gọi d là đường thẳng qua A và song song với Δ. Vậy PT đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+2t\end{cases}$.

Lấy $C(2;4;3)\in d$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của C lên (P) và đường thẳng AB. Lúc này có $\widehat{((P),\Delta)}=\widehat{((P),\text{d})}=\widehat{CAH}$. Ta có: $\cos\widehat{CAH}=\frac{AH}{AC}\geq\frac{AK}{AC}=const\Rightarrow\widehat{CAH}$ lớn nhất khi H trùng với K. Vậy mặt phẳng (P) đi qua AB và vuông góc (γ)

((γ) là mặt phẳng tạo bởi hai đường thẳng AB và d).

Ta có: $\overrightarrow{n_{(\gamma)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{AB}\right]=(-6;5;-2)\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{n_{(\gamma)}},\overrightarrow{AB}\right]=(-1;-10;-22)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $x+10y+22z-43=0$.

ĐỀ SỐ 15

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x^4-2x^2$ trên $\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-4x^2+x$. **C.** $y=-2x^3+x$. **D.** $y=-2x^3-x$.

Câu 3. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 x>0;\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $2^x>3^x;\forall x<0$. **C.** $2^x<3^x;\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $x^2>x;\forall x>0$.

Câu 4. Trong không gian toạ độ $Oxyz$,cho hai điểm $A(-2;1;2)$ và $B(1;-1;0)$. Tìm toạ độ điểm C thuộc trục hoành sao cho ΔABC vuông tại B.

A. $C(-4;0;0)$. **B.** $C\left(\frac{5}{3};0;0\right)$. **C.** $C\left(-\frac{5}{3};0;0\right)$. **D.** $C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$.

Câu 5. Phương trình $4\sin x\cos x=1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;2\pi)$?

A. 6. **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** 8.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có điểm chung với trục hoành

A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=\frac{2}{3x-1}$. **C.** $y=-x^4+1$. **D.** $y=\frac{1-2x}{1+2x}$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích tam giác ABC bằng $3a^2$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (ABC) theo a.

A. $6a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 8. Giải bất phương trình $\log_3(x+1)<2$ trên tập số thực $\mathbb{R}$ ta được tập hợp nghiệm là khoảng $(m;n)$. Tính tổng $m+n$.

A. $m+n=6$. **B.** $m+n=8$. **C.** $m+n=7$. **D.** $m+n=9$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có điểm cực trị?

A. $y=\frac{2x-9}{3x+1}$. **B.** $y=x^4+x^2$. **C.** $y=2-3x$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 10. Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}}\geq\frac{1}{5}$ trên tập số thưc $\mathbb{R}$.

A. $0<x\leq1$. **B.** $x<0\vee x\geq1$. **C.** $x\leq0\vee x\geq1$. **D.** $0\leq x\leq1$.

Câu 11. Tập giá trị của hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(x-e\right)$ là

A. $\left(e;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\left[e;+\infty\right)$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. $y=2^x+x^2-\log x$. **B.** $y=e^x$.

C. $\mathrm{y}=\sin x-3\ln\left(x+1\right)$. **D.** $\mathrm{y}=\log_5\left(x^2+x\right)$.

Câu 13. Cho $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ là các hàm số thỏa mãn điều kiện $f'\left(x\right)=g\left(x\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào say đây đúng?

A. $\int\limits_1^2 g\left(x\right)dx=f\left(1\right)-f\left(2\right)$. **B.** $\int\limits_2^1 g\left(x\right)dx=f\left(1\right)-f\left(2\right)$.

C. $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=g\left(1\right)-g\left(2\right)$. **D.** $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=g\left(2\right)-g\left(1\right)$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp AC, AC\perp AD, AD\perp AB, AB=AC=3\,\text{cm}, AD=4\,\text{cm}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{17}{2}$ cm. **B.** $\frac{12\sqrt{41}}{41}$ cm. **C.** $\frac{\sqrt{34}}{2}$ cm. **D.** $\frac{5}{2}$ cm.

Câu 15. Cho a là số thực dương thỏa mãn điều kiện $5^a+3a\le 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2-4a$.

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 16. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left(x-1\right)\left(x^2+mx\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{-1;0\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0;1\right\}$.

Câu 17. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C,C$ là hằng số. **B.** $\int x^2\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C,C$ là hằng số.

C. $\int 5^x\ln 5\mathrm{d}x=5^x+C,\ C$ là hằng số. **D.** $\int 2^x\mathrm{d}x=2^x+C,\ C$ là hằng số.

Câu 18. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+2x^2-1$, với a là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Nếu $a<0$ thì hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

B. Hàm số đã cho luôn có điểm cực trị.

C. Nếu $a>0$ thì hàm số đã cho không có điểm cực đại.

D. Nếu hàm số đã cho có duy nhất một điểm cực trị thì a là số dương.

Câu 19. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = x - 1$. **B.** $y = x$. **C.** $y = -x + 1$. **D.** $y = -x$.

Câu 20. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(0;-1;2)$ đến trục tung.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = a$ mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC), khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22. Cho số dương a thỏa mãn điều kiện $\ln\sqrt[4]{1+a^2} + \int_0^1 \dfrac{x^3}{x^4 + a^2 + 1}dx = \ln 2$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[0;a]$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

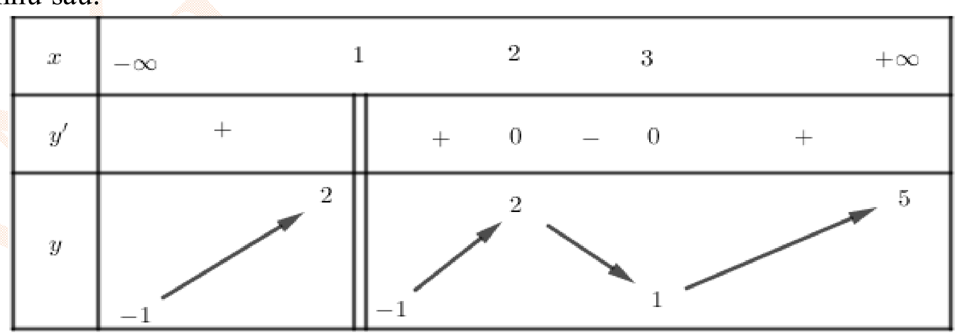
Câu 23. Cho hình chóp đều có đáy là tam giác đều có chiều cao bằng độ dài cạnh đáy. Tính $\tan\varphi$ với φ là góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 24. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $\log_2 45 = n\log_2 3 + \log_2 5$.

A. $n = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $n = 1$. **C.** $n = \dfrac{1}{2}$. **D.** $n = 2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.

C. Tập giá trị của hàm số $y = f(x)$ là khoảng $(-1;5)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD=a$, M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $B'M$, biết rằng diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng a^2.

A. $2a$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ rên mặt phẳng $(\alpha): z+1=0$.

A. $H(-1;-2;1)$. **B.** $H(1;2;-1)$. **C.** $H(1;2;1)$. **D.** $H(0;0;-1)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\sin^5 x-1$ và a,b,c là ba số thực bất kỳ.

Mệnh đề I: $\int\limits_a^b f(x)dx=\int\limits_a^c f(x)dx+\int\limits_c^b f(x)dx$ *Mệnh đề II:* $\int\limits_a^b |f(x)|dx=\left|\int\limits_a^b f(x)dx\right|$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề I đúng và mệnh đề II sai. **B.** Cả hai mệnh đề trên đều đúng.
C. Cả hai mệnh đề trên đều sai. **D.** Mệnh đề I sai và mệnh đề II đúng.

Câu 29. Cho x,y là hai số thực thỏa mãn các điều kiện $4^{x+2}=\sqrt{2^y}$ và $2^{x-y}=3^{y-x}$. Tính tổng $x+2y$.

A. $x+2y=-4$. **B.** $x+2y=-3$. **C.** $x+2y=-8$. **D.** $x+2y=4$.

Câu 30. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC}=60^0$, $AB=2a$ .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD' theo a.

A. a. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31. Cho m là số dương thỏa mãn điều kiện $\int\limits_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\,\mathrm{dx}=-2$. Tập $S=\left\{x\in\mathbb{R}\,|\,(2x+1)(x^2-m)=0\right\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 32. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $ac<0$ thì hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

B. Nếu $b^2-3ac<0$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị.

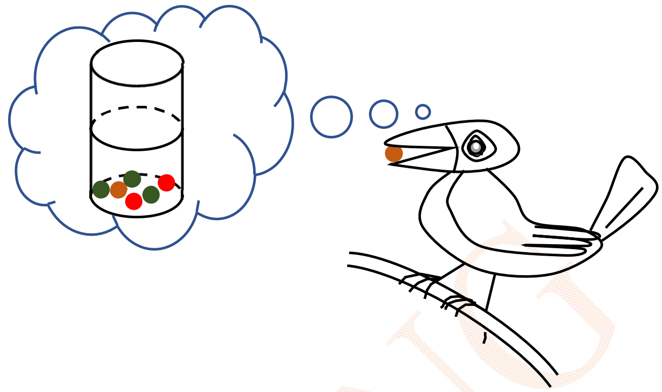
C. Nếu $(b+1)^2+c^2+d^2=0$ thì gốc tọa độ O là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

D. Nếu $ac>0$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị.

Câu 33. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;0)$ và $B(0;5;0)$. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

A. 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 5.

Câu 34. Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nhiều nước và cột nước bên trong là một khối trụ với bán kính đáy bằng $2\left(\text{cm}\right)$. Nhưng mỏ quạ chưa đủ dài để uống được nước trong lọ. Thấy một cậu bé bỏ rơi rất nhiều bi (khối cầu) bán kính $0,5\left(\text{cm}\right)$ ngoài sân, quạ liền nhặt những viên bi đó bỏ vào lọ cho nước dâng lên. Mặt nước trong lọ cần dâng lên ít nhất $1\left(\text{cm}\right)$ nữa thì quạ mới uống được. Hỏi quạ cần nhặt ít nhất bao nhiêu viên bi bỏ vào lọ để uống được $4\left(\text{ml}\right)$ nước?



A. 30. **B.** 32. **C.** 25. **D.** 31.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{4-2x}{4m+2m^2+x}$, với m là tham số. Gọi M là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng 2. Số phần tử của tập hợp M là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 36. Cho $F\left(x\right)$ và $G\left(x\right)$ là các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

A. $\int\limits_2^1 f\left(x\right)dx=G\left(1\right)-G\left(2\right)$.

B. $F\left(1\right)-F\left(2\right)=G\left(1\right)-G\left(2\right)$.

C. Hàm số $h\left(x\right)=3F\left(x\right)-2G\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$.

D. $F\left(1\right)=G\left(1\right)$.

Câu 37. Khối trụ $\left(T_1\right)$ có bán kính đáy bằng R_1 $\left(cm\right)$, chiều cao bằng h_1 $\left(cm\right)$ và thể tích bằng V_1 $\left(cm^3\right)$; Khối trụ $\left(T_2\right)$ có bán kính đáy bằng R_2 $\left(cm\right)$, chiều cao bằng h_2 $\left(cm\right)$ và thể tích bằng V_2 $\left(cm^3\right)$.

Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$ biết rằng $h_1=\dfrac{1}{2}h_2$, $R_1=2R_2$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=4$.

Câu 38. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $P=\left(2x-1\right)\left(1+x\right)^{12}$.

A. 990. **B.** 1782. **C.** -297. **D.** 198.

Câu 39. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có phương trình $2x-y+z-1=0$. Nếu vectơ $\vec{n}=\left(a;2;b\right)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ thì

A. $a-b=-2$. **B.** $a-b=-6$. **C.** $a-b=2$. **D.** $a-b=1$.

Câu 40. Cho bốn hình cầu (S_1), (S_2), (S_3), (S_4) tiếp xúc ngoài với nhau từng đôi một và đều có bán kính bằng r. Hình cầu (S) chứa và tiếp xúc với cả bốn hình cầu đã cho. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$, với R là bán kính hình cầu (S).

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{6+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{6+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41. Cho (u_n) có $u_1=5, u_2=-3, u_{10}=4$. Tổng $T=u_{2017}+u_{2018}+u_{2019}$ biết rằng $u_{k+1}+u_{k+2}+u_{k+3}+u_{k+4}+u_{k+5}=0,\ \forall k\in\{0,1,2,3,...,2020\}$

A. $T=-2$. **B.** $T=6$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=2$.

Câu 42. Cho số thực m thỏa mãn điều kiện $\int_0^m \sin x dx+3\cos m=0$. Tính cosm+cos2m

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 43. Trong không gian tọa $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm O (gốc tọa độ), $A(1;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-y+z=0$?

A. Không có mặt phẳng nào. **B.** Một mặt phẳng.
C. Hai mặt phẳng. **D.** Vô số mặt phẳng.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA\perp(ABC)$, $AB=AC=3\,\text{cm}$, $ABC=60°$, $SA=4\,\text{cm}$ > Gọi M là trung điểm của cạnh SA; (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCM$; $SB\cap(S)=\{B,N\}$, $SC\cap(S)=\{C,P\}$. Tính thể tích của khối tứ diện $MNPS$.

A. $\frac{48}{625}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{48\sqrt{3}}{625}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{96}{625}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{17}{125}\text{cm}^3$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{(m+1)x+1}{mx+1}}$ **không** có tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu. **B.** $-1<m\le 0$.
C. $m<-1 \vee m\ge 0$. **D.** $-1\le m<1$.

Câu 46. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;0)$. Khi điểm N di động trên mặt phẳng tọa độ Oxy thì giá trị lớn nhất của biểu thức $P=NA^2-2NB^2$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 47. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{(x+1)^{2018}}{(x+2)^{2021}}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1)=0$. Biết rằng a là một số thực khác -1 và $F(a)=0$, hỏi số thực a thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[0;3000)$. **B.** $[-5000;-3000)$. **C.** $[-3000;-1000)$. **D.** $[-1000;0)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập xác định $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{29}{16}$	$\nearrow$	$+\infty$

Biết rằng hàm số $g(x)=f(x).\left[f(x)-4\right]$, hỏi hàm số $y=g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-8=0$. Có bao nhiêu điểm thuộc mặt cầu có toạ độ là nguyên?

A. 8. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 18.

Câu 50. Đề thi Tốt nghiệp THPT môn Toán năm 2020 gồm 50 câu trắc nghiệm và mỗi câu có 4 phương án để lựa chọn (trong đó có 1 phương án đúng), số điểm mỗi câu là $0,2$ (không phẩy hai). Thí sinh Nguyễn Văn Chuẩn đã làm và chọn đúng được 45 câu, vì sắp hết thời gian làm bài nên Chuẩn quyết định chọn đáp án ngẫu nhiên ở 5 câu còn lại. Tính xác suất để bài thi của Chuẩn đạt từ $9,8$ (chín phẩy tám) điểm trở lên.

A. $\frac{1}{32}$. **B.** $\frac{1}{128}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{1}{256}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.B	5.A	6.B	7.C	8.C	9.B	10.B
11.C	12.A	13.B	14.C	15.D	16.A	17.D	18.D	19.A	20.C
21.A	22.B	23.B	24.D	25.A	26.B	27.B	28.B	29.C	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.A	36.D	37.A	38.D	39.A	40.A
41.A	42.D	43.C	44.C	45.B	46.B	47.C	48.B	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x^4-2x^2$ trên $\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

$\int g(x).dx=\int\left(x^4-2x^2\right)dx=\frac{x^5}{5}-\frac{2}{3}x^3+C\Rightarrow f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{2}{3}x^3+C$.

$\Rightarrow f'(x)=x^4-2x^2\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x^2\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-4x^2+x$. **C.** $y=-2x^3+x$. **D.** $y=-2x^3-x$.

Lời giải

Chọn D.

$y=-2x^3-x\Rightarrow y'=-6x^2-1<0;\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 3. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 x>0;\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $2^x>3^x;\forall x<0$. **C.** $2^x<3^x;\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $x^2>x;\forall x>0$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. Trong không gian toạ độ $Oxyz$,cho hai điểm $A(-2;1;2)$ và $B(1;-1;0)$. Tìm toạ độ điểm C thuộc trục hoành sao cho ΔABC vuông tại B.

A. $C(-4;0;0)$. **B.** $C\left(\frac{5}{3};0;0\right)$. **C.** $C\left(-\frac{5}{3};0;0\right)$. **D.** $C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $C(c;0;0)\in Ox$

$\overrightarrow{BA}=(3;-2;-2);\overrightarrow{BC}=(c-1;1;0)$.

ΔABC vuông tại $B\Leftrightarrow BA\perp BC\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow 3(c-1)-2.1-2.0=0\Leftrightarrow c=\dfrac{5}{3}$.

Câu 5. Phương trình $4\sin x\cos x=1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;2\pi)$?

A. 6. **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** 8.

Lời giải

Chọn A.

$$4\sin x\cos x=1\Leftrightarrow 2\sin 2x=1\Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ 2x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right..$$

$x\in(-\pi;2\pi)\Rightarrow x=-\dfrac{11}{12}\pi;\dfrac{\pi}{12};\dfrac{13}{12}\pi;-\dfrac{7}{12}\pi;\dfrac{5\pi}{12};\dfrac{17}{12}\pi$.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có điểm chung với trục hoành

A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{2}{3x-1}$. **C.** $y=-x^4+1$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{1+2x}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\dfrac{2}{3x-1}=0\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

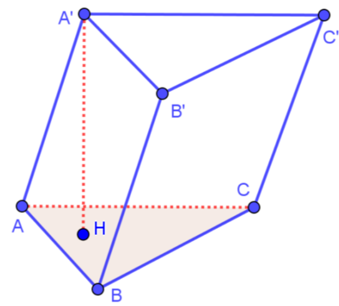
Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3x-1}$ không có điểm chung với trục hoành.

Câu 7. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích tam giác ABC bằng $3a^2$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (ABC) theo a.

A. $6a$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'H \Rightarrow A'H = \dfrac{6a^3}{3a^2} = 2a$.

Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$.

Câu 8. Giải bất phương trình $\log_3(x+1) < 2$ trên tập số thực $\mathbb{R}$ ta được tập hợp nghiệm là khoảng $(m;n)$. Tính tổng $m+n$.

A. $m+n=6$. **B.** $m+n=8$. **C.** $m+n=7$. **D.** $m+n=9$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = (-1;+\infty)$.

Phương trình: $\log_3(x+1) < 2 \Leftrightarrow x+1 < 9 \Leftrightarrow x < 8$.

Kết hợp với điều kiện, bất phương trình có tập nghiệm là $(-1;8)$.

Suy ra $m=-1$; $n=8$ và $m+n=7$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có điểm cực trị?

A. $y = \dfrac{2x-9}{3x+1}$. **B.** $y = x^4 + x^2$. **C.** $y = 2-3x$. **D.** $y = x^3 + x$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số: $y = x^4 + x^2$; $y' = 4x^3 + 2x$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và y' đổi dấu khi đi qua $x = 0$.

$\Rightarrow$ Hàm số có 1 cực trị.

Câu 10. Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}} \geq \frac{1}{5}$ trên tập số thực $\mathbb{R}$.

A. $0 < x \leq 1$. **B.** $x < 0 \vee x \geq 1$. **C.** $x \leq 0 \vee x \geq 1$. **D.** $0 \leq x \leq 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}} \geq \frac{1}{5}$ $(x \neq 0)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq 1 \Leftrightarrow x < 0 \vee x \geq 1$.

Câu 11. Tập giá trị của hàm số $f(x) = \ln(x-e)$ là

A. $(e;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[e;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y = 2^x + x^2 - \log x$. **B.** $y = e^x$.

C. $\mathrm{y} = \sin x - 3\ln(x+1)$. **D.** $\mathrm{y} = \log_5(x^2 + x)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = 2^x + x^2 - \log x$ xác định khi $x > 0 \Rightarrow D = (0;+\infty)$.

Câu 13. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số thỏa mãn điều kiện $f'(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào say đây đúng?

A. $\int_1^2 g(x)dx = f(1) - f(2)$. **B.** $\int_2^1 g(x)dx = f(1) - f(2)$.

C. $\int_1^2 f(x)dx = g(1) - g(2)$. **D.** $\int_1^2 f(x)dx = g(2) - g(1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết $f'(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$.

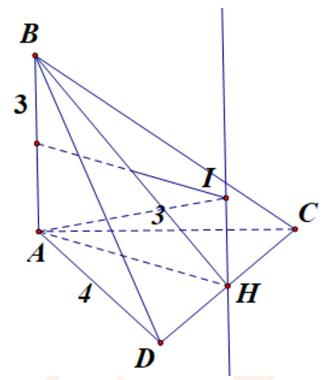
Do đó $\int_{2}^{1} g(x)dx = f(1) - f(2)$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp AC, AC \perp AD, AD \perp AB, AB = AC = 3\text{cm}, AD = 4\text{cm}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{17}{2}$ cm. **B.** $\frac{12\sqrt{41}}{41}$ cm. **C.** $\frac{\sqrt{34}}{2}$ cm. **D.** $\frac{5}{2}$ cm.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của $CD \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp vuông ΔACD. Dựng đường thẳng d vuông góc với (ACD) tại H. Trong mp(ABH), kẻ trung trực d_1 của AB cắt d tại I. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có $CD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow AH = \frac{5}{2}; IH = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$. Suy ra $R = IA = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

Câu 15. Cho a là số thực dương thỏa mãn điều kiện $5^a + 3a \le 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 - 4a$.

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = 5^x + 3x \Rightarrow f'(x) = 5^x \ln 5 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $5^a + 3a \le 8 \Leftrightarrow f(a) \le f(1) \Leftrightarrow a \le 1 \Rightarrow 0 < a \le 1$.

$P = a^2 - 4a \Rightarrow P' = 2a - 4 < 0, \forall a \in (0;1]$, suy ra $P(a)$ nghịch biến trên $(0;1]$.

Vậy $P_{\min} = P(1) = -3$.

Câu 16. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 + mx)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1;0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$.

Lời giải

Chọn A.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+mx)$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình

$$(x-1)(x^2+mx)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-m \end{array}\right..$$

Để đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+mx)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì

$$\begin{cases} -m\neq 0 \\ -m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \end{cases}.$$

Câu 17. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C, C$ là hằng số. **B.** $\int x^2\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C, C$ là hằng số.

C. $\int 5^x\ln 5\mathrm{d}x=5^x+C,\ C$ là hằng số. **D.** $\int 2^x\mathrm{d}x=2^x+C,\ C$ là hằng số.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int 2^x\mathrm{d}x=\frac{2^x}{\ln 2}+C,\ C$ là hằng số.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=ax^4+2x^2-1$, với a là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Nếu $a<0$ thì hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

B. Hàm số đã cho luôn có điểm cực trị.

C. Nếu $a>0$ thì hàm số đã cho không có điểm cực đại.

D. Nếu hàm số đã cho có duy nhất một điểm cực trị thì a là số dương.

Lời giải

Chọn D.

D sai vì $a=0$ thì hàm số cũng có một điểm cực trị.

Câu 19. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=x-1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y=\ln x \Rightarrow y'=\dfrac{1}{x}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

$y=y'(1)(x-1)+y(1)=1(x-1)+\ln 1=x-1$.

Câu 20. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(0;-1;2)$ đến trục tung.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C.

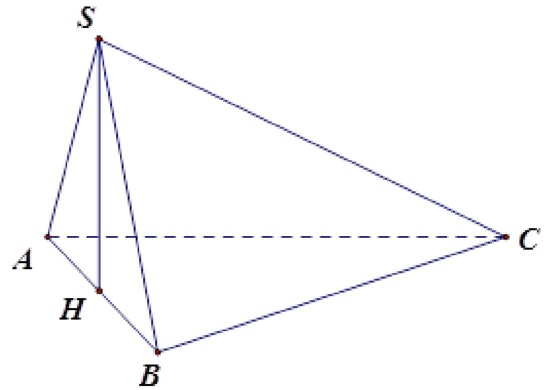
Hình chiếu của $A(0;-1;2)$ lên trục tung là điểm $H(0;-1;0)$ nên khoảng cách từ điểm $A(0;-1;2)$ đến trục tung là $AH=2$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB=a$ mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC), khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A.



Diện tích đáy là $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao là $h = 2a$.

Suy ra thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22. Cho số dương a thỏa mãn điều kiện $\ln\sqrt[4]{1+a^2} + \int_0^1 \dfrac{x^3}{x^4+a^2+1}dx = \ln 2$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[0;a]$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\ln\sqrt[4]{1+a^2} + \int_0^1 \dfrac{x^3}{x^4+a^2+1}dx = \ln 2 \Leftrightarrow \ln\sqrt[4]{1+a^2} + \dfrac{1}{4}\int_0^1 \dfrac{d\left(x^4+a^2+1\right)}{x^4+a^2+1} = \ln 2$

$\Leftrightarrow \ln\sqrt[4]{1+a^2} + \dfrac{1}{4}\ln\left(a^2+2\right) - \dfrac{1}{4}\ln\left(a^2+1\right) = \ln 2 \Leftrightarrow \ln\left(a^2+2\right) = \ln 16 \Leftrightarrow a = \sqrt{14}$.

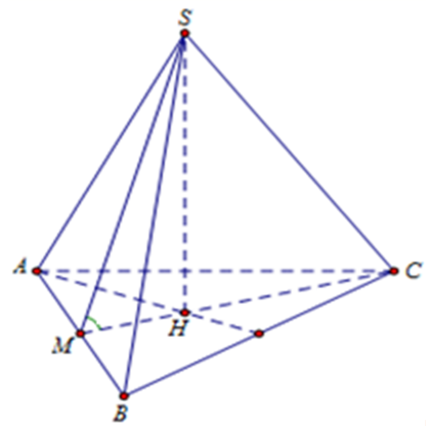
Từ đó suy ra đoạn $[0;a]$ có 4 số nguyên.

Câu 23. Cho hình chóp đều có đáy là tam giác đều có chiều cao bằng độ dài cạnh đáy. Tính $\tan\varphi$ với φ là góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp dã cho.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử hình chóp đều có đáy là tam giác đều có chiều cao bằng độ dài cạnh đáy đều bằng a.

Ta có $CM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $MH=\dfrac{1}{3}CM=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}; CH=\dfrac{2}{3}CM=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $SH=a$.

Suy ra $\tan\varphi=\dfrac{SH}{MH}=\dfrac{a}{\dfrac{a\sqrt{3}}{6}}=2\sqrt{3}$.

Câu 24. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $\log_2 45=n\log_2 3+\log_2 5$.

A. $n=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $n=1$. **C.** $n=\dfrac{1}{2}$. **D.** $n=2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_2 45=\log_2 9+\log_2 5=2\log_2 3+\log_2 5$. Suy ra $n=2$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-1	$\nearrow$	2 || -1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	5

Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận ngang.

C. Tập giá trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là khoảng $\left(-1;5\right)$.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn A.

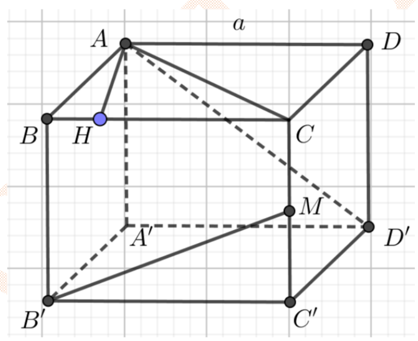
Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=2; \lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=1$ nên $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Do đó, đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận đứng.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD=a$, M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $B'M$, biết rằng diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng a^2.

A. 2a. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



$d\left(AD',B'M\right)=d\left(\left(ADD'A'\right),\left(BCC'B'\right)\right)=d\left(A,BC\right)=AH$,

với H là hình chiếu của A trên BC

Ta có $AH=\dfrac{2S_{\Delta ABC}}{BC}=\dfrac{S_{ABCD}}{BC}=\dfrac{a^2}{a}=a$.

Vậy $d\left(AD',B'M\right)=a$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A\left(1;2;3\right)$ rên mặt phẳng $\left(\alpha\right): z+1=0$.

A. $H\left(-1;-2;1\right)$. **B.** $H\left(1;2;-1\right)$. **C.** $H\left(1;2;1\right)$. **D.** $H\left(0;0;-1\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 28. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin^5 x-1$ và a,b,c là ba số thực bất kỳ.

Mệnh đề I: $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=\int\limits_a^c f\left(x\right)dx+\int\limits_c^b f\left(x\right)dx$ *Mệnh đề II:* $\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx=\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)dx\right|$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề I đúng và mệnh đề II sai. **B.** Cả hai mệnh đề trên đều đúng.

C. Cả hai mệnh đề trên đều sai. **D.** Mệnh đề I sai và mệnh đề II đúng.

Lời giải

Chọn B.

$f\left(x\right)=\sin^5 x-1$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$

Ta có: $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=F\left(b\right)-F\left(a\right)$; $\int\limits_a^c f\left(x\right)dx=F\left(c\right)-F\left(a\right)$; $\int\limits_c^b f\left(x\right)dx=F\left(b\right)-F\left(c\right)$

$\int\limits_a^c f\left(x\right)dx+\int\limits_c^b f\left(x\right)dx=F\left(c\right)-F\left(a\right)+F\left(b\right)-F\left(c\right)=F\left(b\right)-F\left(a\right)$

Ta có $-1\le\sin x\le 1\Rightarrow -1\le\sin^5 x\le 1\Rightarrow -2\le\sin^5 x-1\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó $\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx=\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)dx\right|\Rightarrow$ II đúng.

Do đó cả hai mệnh đề I, II đều đúng .

Câu 29. Cho x,y là hai số thực thỏa mãn các điều kiện $4^{x+2}=\sqrt{2^y}$ và $2^{x-y}=3^{y-x}$. Tính tổng $x+2y$.

A. $x+2y=-4$. **B.** $x+2y=-3$. **C.** $x+2y=-8$. **D.** $x+2y=4$.

Lời giải

Chọn C.

$4^{x+2}=\sqrt{2^y}\Leftrightarrow 2^{2(x+2)}=2^{\frac{y}{2}}\Leftrightarrow 2\left(x+2\right)=\frac{y}{2}\ (*)$

$2^{x-y}=3^{y-x}\Leftrightarrow 2^{x-y}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-y}\Leftrightarrow\left(6\right)^{x-y}=1\Leftrightarrow x-y=0\ \left(**\right)$

Từ $\left(*\right)$ và $\left(**\right)$ ta có $x=y=-\frac{8}{3}$.

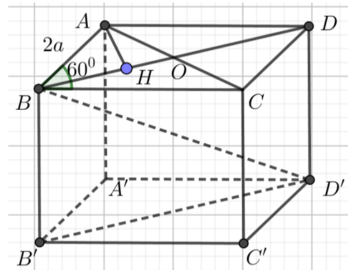
Vậy $x+2y=-8$.

Câu 30. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC}=60^0$, $AB=2a$ .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD' theo a.

A. a. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



$d\left(AA',BD'\right)=d\left(AA',\left(BDD'B'\right)\right)=d\left(A,BD\right)=AH$, với H là hình chiếu của A trên BD

Xét tam giác ABH có $\sin\widehat{ABH}=\dfrac{AH}{AB}\Rightarrow AH=AB.\sin\widehat{ABH}=2\text{a}.\dfrac{1}{2}=a$.

Vậy $d\left(AA',BD'\right)=a$

Câu 31. Cho m là số dương thỏa mãn điều kiện $\int\limits_1^m\dfrac{1}{\sqrt{x}}\text{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\text{dx}=-2$. Tập $S=\left\{x\in\mathbb{R}\,|\left(2x+1\right)\left(x^2-m\right)=0\right\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int\limits_1^m\dfrac{1}{\sqrt{x}}\text{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\text{dx}=2\sqrt{x}\Big|_1^m+2e^{\frac{x}{2}}\Big|_0^{\ln(m)}=2\left(\sqrt{m}-1\right)+2\left(e^{\frac{\ln(m)}{2}}-1\right)=4\left(\sqrt{m}-1\right)$.

Mà $\int\limits_1^m\dfrac{1}{\sqrt{x}}\text{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\text{dx}=-2\Rightarrow 4\left(\sqrt{m}-1\right)=-2\Rightarrow\sqrt{m}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow m=\dfrac{1}{4}$

Với $m=\dfrac{1}{4}$ ta có phương trình: $\left(2x+1\right)\left(x^2-\dfrac{1}{4}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\x=\pm\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{2}$

Câu 32. Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a\neq0\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $ac<0$ thì hàm số $f\left(x\right)$ có hai cực trị.

B. Nếu $b^2 - 3ac < 0$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị.

C. Nếu $(b+1)^2 + c^2 + d^2 = 0$ thì gốc tọa độ O là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

D. Nếu $ac > 0$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

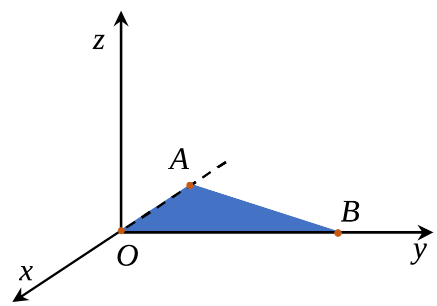
$\Delta' = b^2 - 3ac$

$\Delta' \leq 0$ thì $b^2 - 3ac \leq 0$ thì hàm số không có cực trị nên **D** sai.

Câu 33. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;0)$ và $B(0;5;0)$. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

A. 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 5.

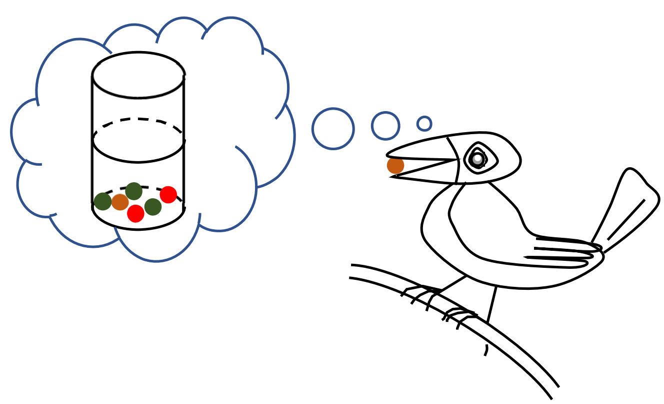
Lời giải



Chọn D.

Diện tích tam giác OAB: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA.OB = 5$

Câu 34. Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nhiều nước và cột nước bên trong là một khối trụ với bán kính đáy bằng $2(\text{cm})$. Nhưng mỏ quạ chưa đủ dài để uống được nước trong lọ. Thấy một cậu bé bỏ rơi rất nhiều bi (khối cầu) bán kính $0,5(\text{cm})$ ngoài sân, quạ liền nhặt những viên bi đó bỏ vào lọ cho nước dâng lên. Mặt nước trong lọ cần dâng lên ít nhất $1(\text{cm})$ nữa thì quạ mới uống được. Hỏi quạ cần nhặt ít nhất bao nhiêu viên bi bỏ vào lọ để uống được $4(\text{ml})$ nước?



A. 30. **B.** 32. **C.** 25. **D.** 31.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích nước có chiều cao $1\left(\text{cm}\right)$ cần dâng lên để quạ uống được: $V_1 = 2^2.\pi.1 = 4\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích nước cần uống: $4\left(ml\right) = 4\left(cm^3\right)$

Do đó thể tích bi cần thả vào là $4\pi + 4\left(cm^3\right)$.

Thể tích của một vi bi:$V_2 = \frac{4}{3}\pi\left(0,5\right)^3 = \frac{1}{6}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Số bi cần thả vào: $n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{4\pi + 6}{\frac{1}{6}\pi} \approx 31,6$ (viên)

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{4 - 2x}{4m + 2m^2 + x}$, với m là tham số. Gọi M là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng 2. Số phần tử của tập hợp M là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $4m + 2m^2 \neq -2$ (*).

$\left(\Delta\right): x + \left(2m^2 + 4m\right) = 0$ là TCĐ.

Khoảng cách từ O đến TCĐ: $d\left(O,\Delta\right) = \frac{\left|0 + 2m^2 + 4m\right|}{\sqrt{1^2}} = \left|2m^2 + 4m\right|$

Theo đề: $\left|2m^2 + 4m\right| = 2 \overset{(*)}{\Rightarrow} 2m^2 + 4m - 2 = 0 \Rightarrow m = -1 \pm \sqrt{2}$

Câu 36. Cho $F\left(x\right)$ và $G\left(x\right)$ là các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

A. $\int_2^1 f\left(x\right)dx = G\left(1\right) - G\left(2\right)$.

B. $F\left(1\right) - F\left(2\right) = G\left(1\right) - G\left(2\right)$.

C. Hàm số $h\left(x\right) = 3F\left(x\right) - 2G\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$.

D. $F\left(1\right) = G\left(1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $F\left(x\right)$ và $G\left(x\right)$ là các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ nên $F\left(x\right) - G\left(x\right) = C$, với C là một số.

Đáp án A đúng theo công thức tích phân.

Đáp án B đúng vì cùng bằng $\int_{2}^{1} f(x)dx$.

Đáp án D đúng vì hàm số $h(x)=3F(x)-2G(x)=2(F(x)-G(x))+F(x)=F(x)+2C$ cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Câu 37. Khối trụ (T_1) có bán kính đáy bằng R_1 (cm), chiều cao bằng h_1 (cm) và thể tích bằng V_1 (cm^3); Khối trụ (T_2) có bán kính đáy bằng R_2 (cm), chiều cao bằng h_2 (cm) và thể tích bằng V_2 (cm^3). Tính $\frac{V_1}{V_2}$ biết rằng $h_1=\frac{1}{2}h_2$, $R_1=2R_2$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V_1=\pi R_1^2h_1$, $V_2=\pi R_2^2h_2$. Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi R_1^2h_1}{\pi R_2^2h_2}=\frac{4R_2^2\frac{1}{2}h_2}{R_2^2h_2}=2$.

Câu 38. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $P=(2x-1)(1+x)^{12}$.

A. 990. **B.** 1782. **C.** -297. **D.** 198.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A=(1+x)^{12}=\sum_{k=1}^{12}C_{12}^k.1^{12-k}.x^k=\sum_{k=1}^{12}C_{12}^k.x^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển A là $C_{12}^4x^4$; số hạng chứa x^5 trong khai triển A là $C_{12}^5x^5$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức P là $-1.C_{12}^5+2C_{12}^4=198$.

Câu 39. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x-y+z-1=0$. Nếu vectơ $\vec{n}=(a;2;b)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì

A. $a-b=-2$. **B.** $a-b=-6$. **C.** $a-b=2$. **D.** $a-b=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{n'}=(2;-1;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

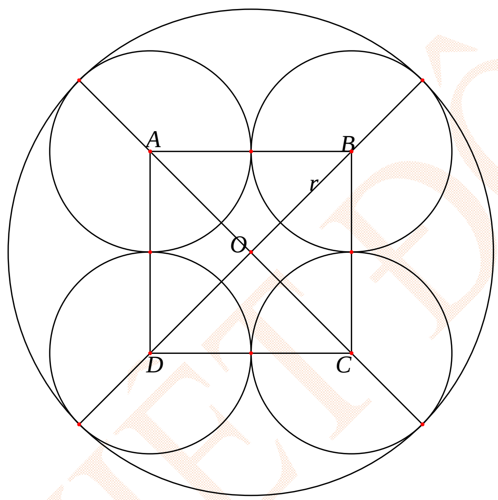
Vectơ $\vec{n}=(a;2;b)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) nên $\vec{n}=k\overrightarrow{n'}$, do đó $\frac{a}{2}=\frac{2}{-1}=\frac{b}{1}$, suy ra $a=-4$, $b=-2$.

Câu 40. Cho bốn hình cầu (S_1), (S_2), (S_3), (S_4) tiếp xúc ngoài với nhau từng đôi một và đều có bán kính bằng r. Hình cầu (S) chứa và tiếp xúc với cả bốn hình cầu đã cho. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$, với R là bán kính hình cầu (S).

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{6+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{6+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi A,B,C,D lần lượt là tâm của bốn hình cầu (S_1), (S_2), (S_3), (S_4). Khi đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $2r$, suy ra $BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}2r\sqrt{2}=\sqrt{2}r$. Bán kính hình cầu (S) là $R=r+BO=r+\sqrt{2}r$. Vậy $\frac{R}{r}=\frac{r+\sqrt{2}r}{r}=1+\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho (u_n) có $u_1=5, u_2=-3, u_{10}=4$. Tổng $T=u_{2017}+u_{2018}+u_{2019}$ biết rằng $u_{k+1}+u_{k+2}+u_{k+3}+u_{k+4}+u_{k+5}=0,\ \forall k\in\{0,1,2,3,...,2020\}$

A. $T=-2$. **B.** $T=6$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=0\Rightarrow u_3+u_4+u_5=-(u_1+u_2)=-2$.

$u_3+u_4+u_5+u_6+u_7=0\Rightarrow u_6+u_7=2$

$u_6+u_7+u_8+u_9+u_{10}=0\Rightarrow u_8+u_9+u_{10}=-2\dots$

$\Rightarrow T=u_{2017}+u_{2018}+u_{2019}=-2$.

Câu 42. Cho số thực m thỏa mãn điều kiện $\int_0^m \sin x dx + 3\cos m = 0$. Tính cosm+cos2m

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^m \sin x dx + 3\cos m = 0 \Leftrightarrow -\cos x\Big|_0^m + 3\cos m = 0 \Leftrightarrow -\cos m + 1 + 3\cos m = 0 \Leftrightarrow \cos m = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{cosm+cos2m=cosm+2cos}^2\text{m-1=-}\frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -1.$$

Câu 43. Trong không gian tọa $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm O (gốc tọa độ), $A(1;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y + z = 0$?

A. Không có mặt phẳng nào. **B.** Một mặt phẳng.
C. Hai mặt phẳng. **D.** Vô số mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(-1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Phương trình mặt phẳng (α) cần tìm có dạng $ax + by + cz + d = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Vì (α) đi qua các điểm O và $A(1;1;-1)$ nên ta có

$$\begin{cases} d = 0 \\ a + b - c = 0 \end{cases}$$

(α) tiếp xúc với mặt cầu (S)

khi $d(I,(\alpha)) = r \Leftrightarrow \frac{\left|-a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow (2a + c - b)^2 = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ (1).

Thay $c = a + b$ vào (1) ta được $2a^2 - ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = -\frac{b}{2} \end{array}\right.$

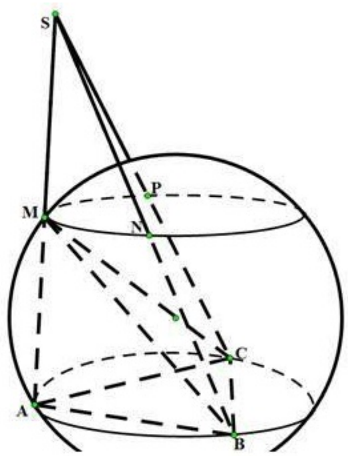
Vậy có hai mặt phẳng thoả mãn bài ra.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = 3\text{cm}$, $ABC = 60°$, $SA = 4\text{cm}$ > Gọi M là trung điểm của cạnh SA; (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCM$; $SB \cap (S) = \{B, N\}$, $SC \cap (S) = \{C, P\}$. Tính thể tích của khối tứ diện $MNPS$.

A. $\dfrac{48}{625}\text{cm}^3$. **B.** $\dfrac{48\sqrt{3}}{625}\text{cm}^3$. **C.** $\dfrac{96}{625}\text{cm}^3$. **D.** $\dfrac{17}{125}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C



- Ta có

$$SM.SA = SN.SB \Rightarrow \frac{SN}{SB} = \frac{SM.SA}{SB^2} = \frac{8}{25}.$$

$$SP.SC = SM.SA \Rightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{SM.SA}{SC^2} = \frac{8}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{SN}{SB}\frac{SP}{SC}\frac{SM}{SA} = \frac{32}{625}$$

- $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.3.3.\sin 30° = \dfrac{9}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.4.\dfrac{9}{4} = 3\text{cm}^3$.

Vậy $V_{MNPS} = \dfrac{96}{625}\text{cm}^3$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{\dfrac{(m+1)x+1}{mx+1}}$ **không** có tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu. **B.** $-1 < m \le 0$.

C. $m < -1 \vee m \ge 0$. **D.** $-1 \le m < 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty}\sqrt{\frac{(m+1)+\frac{1}{x}}{m+\frac{1}{x}}} = \sqrt{\frac{m+1}{m}}.$$

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang thì : $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ \frac{m}{m+1}<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ -1<m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -1<m\le 0$.

Câu 46. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;0)$. Khi điểm N di động trên mặt phẳng tọa độ Oxy thì giá trị lớn nhất của biểu thức $P = NA^2 - 2NB^2$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Điểm N di động trên mặt phẳng tọa độ Oxy nên $N(x;y;0)$. Khi đó:

$$P = \left[(x-1)^2+(y-2)^2+(0+1)^2\right]-2\left[(x-2)^2+(y-1)^2\right] = -x^2-y^2+6x-4$$

$$P = -\left(x^2+y^2-6x+4\right) = -\left[\left(x^2-6x+9\right)+y^2-5\right] = -\left[(x-3)^2+y^2\right]+5\le 5,\ \forall x,y$$

Dấu "=" xảy ra $\begin{cases} x-3=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$.

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 5 khi điểm $N(0;3;0)$.

Câu 47. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^{2018}}{(x+2)^{2021}}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1)=0$. Biết rằng a là một số thực khác -1 và $F(a)=0$, hỏi số thực a thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[0;3000)$. **B.** $[-5000;-3000)$. **C.** $[-3000;-1000)$. **D.** $[-1000;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $I = \int \frac{(x+1)^{2018}}{(x+2)^{2021}}\mathrm{d}x = \int\left(1-\frac{1}{x+2}\right)^{2018}.\frac{\mathrm{d}x}{(x+2)^3}$

Đặt $t = 1-\frac{1}{x+2} \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{(x+2)^2}$ và $\frac{1}{x+2} = 1-t$

Khi đó $I = \int t^{2018}(1-t)\mathrm{d}t = \int\left(t^{2018}-t^{2019}\right)\mathrm{d}t = \frac{t^{2019}}{2019}-\frac{t^{2020}}{2020}+C$

Vậy $F(x)=\dfrac{1}{2019}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2019}-\dfrac{1}{2020}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2020}+C$, do $F(-1)=0\Leftrightarrow C=0$.

Nên $F(x)=\dfrac{1}{2019}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2019}-\dfrac{1}{2020}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2020}=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2020}{2019}=\dfrac{x+1}{x+2}\Leftrightarrow x=-2021$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập xác định $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\dfrac{29}{16}$	$\nearrow$	$+\infty$

Biết rằng hàm số $g(x)=f(x).\left[f(x)-4\right]$, hỏi hàm số $y=g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B.

$g'(x)=f'(x).\left[f(x)-4\right]+f(x).f'(x)$

$=f'(x).\left[2f(x)-4\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f(x)=2\end{array}\right.$

Mà dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\ x=3\end{array}\right.$, và $f(x)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1<-2\\ x=2\\ x=x_3>3\end{array}\right.$.

Do $x=2$ là nghiệm kép của phương trình $g'(x)=0$ nên số điểm cực trị của $y=g(x)$ là 4 điểm.

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-8=0$. Có bao nhiêu điểm thuộc mặt cầu có toạ độ là nguyên?

A. 8. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=14.$

Ta có phân tích duy nhất của 14 sang tổng bình phương của 3 số nguyên là $14=1^2+2^2+3^2$

Các số $(x-1)^2,(y+2)^2,(z+1)^2$ chỉ có thể là các hoán vị của ba số $1^2,2^2,3^2$.

Suy ra x, y, z mỗi số có 2 cách chọn cùng với việc hoán vị các giá trị trong bộ, vậy tổng số bộ (x, y, z) thỏa mãn bài toán là $2^3.3! = 48$ (điểm).

Câu 50. Đề thi Tốt nghiệp THPT môn Toán năm 2018 gồm 50 câu trắc nghiệm và mỗi câu có 4 phương án để lựa chọn (trong đó có 1 phương án đúng), số điểm mỗi câu là $0,2$ (không phẩy hai). Thí sinh Nguyễn Văn Chuẩn đã làm và chọn đúng được 45 câu, vì sắp hết thời gian làm bài nên Chuẩn quyết định chọn đáp án ngẫu nhiên ở 5 câu còn lại. Tính xác suất để bài thi của Chuẩn đạt từ $9,8$ (chín phẩy tám) điểm trở lên.

A. $\frac{1}{32}$. **B.** $\frac{1}{128}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{1}{256}$.

Lời giải

Chọn C.

Để đạt được $9,8$ điểm trở lên thì bạn Chuẩn cần làm đúng từ 4 câu trở lên trong 5 câu còn lại.

Xác suất làm đúng mỗi câu là $\frac{1}{4} = 0,25$.

Xác suất làm sai mỗi câu là $\frac{3}{4} = 0,75$.

TH1: Xác suất để làm đúng 4 câu là $(0,25)^4.0,75.5$.(để làm 5 câu mà có 4 câu đúng ta có 5 trường hợp.

TH2: Xác suất để làm đúng cả 5 câu là $(0,25)^5$.

Vậy xác suất để Chuẩn đạt từ $9,8$ điểm trở lên là

$(0,25)^4.0,75.5 + (0,25)^5 = \frac{1}{64}$.

(***Không có đáp án nào đúng***)

ĐỀ SỐ 16

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020$.

A. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=4x^3+x^2+C$.
B. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{x^4}{12}+2020x+C$.
C. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^5}{4}+\dfrac{x^4}{9}+2020x+C$.
D. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{6}+2020x+C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3-2\sin x$.

A. $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+2\cos x+C$.
B. $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+\sin^2 x+C$.
C. $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+\sin 2x+C$.
D. $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x-2\cos x+C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $\int 3^x dx=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.
B. $\int 3^x dx=3^x+C$.
C. $\int 3^x dx=\ln 3.3^x+C$.
D. $\int 3^x dx=\dfrac{3^x}{x+1}+C$.

Câu 4: Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $F\left(x\right)=\left(x+2\right)^2$. Khi đó giá trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ tại $x=2$ là

A. $f\left(2\right)=\dfrac{64}{3}$.
B. $f\left(2\right)=10$.
C. $f\left(2\right)=8$.
D. $f\left(2\right)=16$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x,\ \left(k\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\right)$.
B. $\int f\left(x\right).g\left(x\right)\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x.\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.
C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.
D. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Nếu $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)+C$ thì $\int f\left(u\right)\mathrm{d}u=F\left(u\right)+C$.
B. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).
C. Nếu $F\left(x\right)$ và $G\left(x\right)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ thì $F\left(x\right)=G\left(x\right)$.
D. $\int\left[f_1\left(x\right)+f_2\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f_1\left(x\right)\mathrm{d}x+\int f_2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 7. Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\sin x$ là

A. $x\cos x+\sin x+C.$
B. $x\cos x-\sin x+C.$
C. $-x\cos x-\sin x+C.$
D. $-x\cos x+\sin x+C.$

Câu 8. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[a;b\right]$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a) - F(b)$. **B.** $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, các số thực a, b và các mệnh đề:

(I). $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$. *(II)*. $\int\limits_a^b 3f(x)\mathrm{d}x = 3\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

(III). $\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x = \left[\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\right]^2$. *(IV)*. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giời hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Khi đó, diện tích S của (H) được tính bằng công thức

A. $S = \int\limits_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ **B.** $S = \int\limits_a^b |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S = \int\limits_a^b |f(x)|\mathrm{d}x - \int\limits_a^b |g(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int\limits_a^b [g(x) - f(x)]\mathrm{d}x$.

Câu 11. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int\limits_2^1 f(x)dx = 3$. Tính $\int\limits_0^2 f(x)dx$.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 12. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx = 2$, $\int\limits_0^1 g(x)dx = 1$. Tính $\int\limits_0^1 [2f(x) - 3g(x)]dx$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 13. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx = 2$, $\int\limits_0^1 [g(x) - f(x)]dx = 1$. Tính $\int\limits_0^1 g(x)dx$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14. Cho $\int\limits_0^1 [f(x) + x]dx = 2$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{a} = 2\vec{k} - 3\vec{i} + \vec{j}$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{a}$.

A. $\vec{a} = (-2;3;-1)$. **B.** $\vec{a} = (3;-1;-2)$. **C.** $\vec{a} = (2;-3;1)$. **D.** $\vec{a} = (-3;1;2)$.

Câu 16. Cho $\vec{a} = (2;1;3)$, $\vec{b} = (4;-3;5)$ và $\vec{c} = (-2;4;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ là

A. $(10;9;6)$. **B.** $(12;-9;7)$. **C.** $(10;-9;6)$. **D.** $(12;-9;6)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2;1;-1)$, $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$, $R=9$.

C. $I(2;-1;1)$, $R=3$.   **D.** $I(2;-1;1)$, $R=9$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;-3)$.   **B.** $(1;-2;1)$.   **C.** $(1;1;-3)$.   **D.** $(-2;1;-3)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và $(Q): 2x-y+mz-m+1=0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(P)\perp(Q)$ là

A. -1.   **B.** 0.   **C.** 1.   **D.** -4.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(2;-1;5)$.   **B.** $P(0;0;-5)$.   **C.** $M(1;1;6)$.   **D.** $N(-5;0;0)$.

Câu 21. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn [0; 2] và thỏa mãn $\int_0^2 f'(x).g(x)dx=1$, $\int_0^2 f(x).g'(x)dx=1$. Tính $I=\int_0^2 \left[f(x).g(x)\right]' dx$.

A. $I=-2$.   **B.** $I=0$.   **C.** $I=3$.   **D.** $I=2$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}(x-2)$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x-2\ln x+C$.   **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln x+\frac{x^2}{2}-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x-2\ln|x|+C$.   **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|+\frac{x^2}{2}-2x+C$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+2\sin 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x-2\cos 2x+C$.   **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-4\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\cos 2x+C$.   **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x+4\cos 2x+C$.

Câu 24. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+3}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2)=4$. Hàm số $F(x)$ là:

A. $F(x)=x+6\ln|2x-3|+2$ **B.** $F(x)=x+3\ln(2x-3)+2$

C. $F(x)=x+3\ln|2x-3|+2$ **D.** $F(x)=x+2\ln|2x-3|-1$

Câu 25. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{1+3\sin x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$.   **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|1+3\sin x|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\ln|1+3\sin x|+C$.   **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$.

Câu 26. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **B.** $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$

C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **D.** $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}}+C$

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=5x$. Tính $I=\int_1^3 xf(x)\mathrm{d}x$

A. $-\frac{70}{3}$. **B.** $\frac{70}{3}$. **C.** $\frac{70}{9}$. **D.** $-\frac{70}{9}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{khi } x\ge 0 \\ e^x & \text{khi } x<0 \end{cases}$ .Tính tích phân $I=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{5e-1}{2e}$. **B.** $I=\frac{5e+1}{e}$. **C.** $I=\frac{5e-1}{e}$. **D.** $I=\frac{5e+1}{2e}$.

Câu 29. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$. Hãy tính $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

A. $I=4$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=2$.

Câu 30. Tích phân $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31. Tính tích phân $I=\int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u=2x+1$, $dv=e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^x dx$. **B.** $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+\int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^{2x} dx$. **D.** $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+2\int_0^1 e^x dx$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.

A. $C\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-1\right)$. **C.** $C\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $C\left(-\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 33. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB, với $A(0;0;2020)$, $B(0;0;2022)$.

A. $(x-2021)^2+y^2+z^2=1$. **B.** $x^2+y^2+(z-2021)^2=1$.

C. $x^2+(y-2021)^2+z^2=1$. **D.** $x^2+y^2+z^2=1$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(9;0;0), B(0;9;0), C(0;0;9)$. Tìm tọa độ của một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

A. $(1;2;3)$. **B.** $(81;81;81)$. **C.** $(9;0;0)$. **D.** $(9;0;9)$.

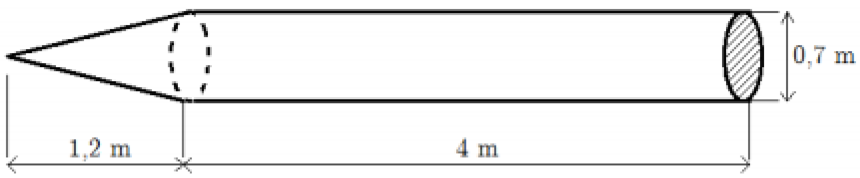
Câu 35. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng sau : $(\alpha): x+y+z+2020=0$ và $(\beta): x+y+z+2022=0$.

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** 2021. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

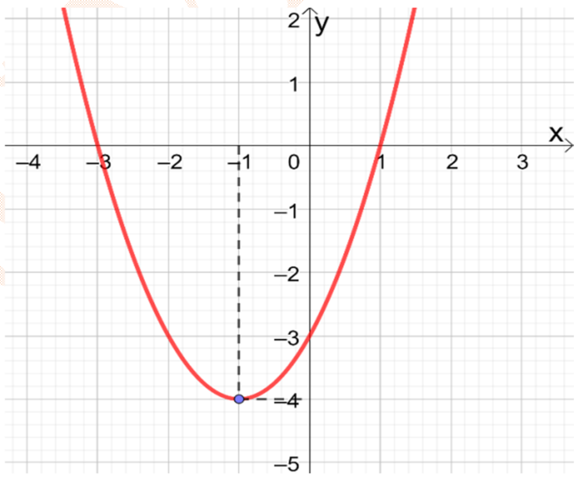
II. TỰ LUẬN

Câu 1. Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{4.9^x+5.3^x}{2.9^x+7.3^x+6}\,dx$.

Câu 2. Ông An có một mô hình hỏa tiễn (chưa gắn cánh) với hình dạng và kích thước được thể hiện trong hình vẽ dưới đây. Để mô hình giống y như thật, ông An thuê họa sĩ sơn trang trí lên toàn bộ diện tích xung quanh của mô hình (không sơn phần gạch chéo ở đáy) với chi phí 1.000.000 đồng/ m^2 (một triệu đồng/ mét vuông). Như vậy nếu giá trị của số π là $3,14$ thì tiền sơn trang trí mô hình là bao nhiêu?



Câu 3a. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(3)=2030$, tính giá trị của $f(0)$.



Câu 3b. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $3f(x)+2f(6-x)=2(x-3)e^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của tích phân $I=\int_0^6 f(x)dx$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I. TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.C	5.B	6.C	7.D	8.A	9.B	10.B
11.D	12.D	13.D	14.D	15.D	16.B	17.C	18.B	19.A	20.C
21.D	22.C	23.C	24.C	25.D	26.C	27.D	28.C	29.A	30.A
31.A	32.B	33.B	34.B	35.A					

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^4+\frac{x^3}{3}+2020$.

A. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=4x^3+x^2+C$.

B. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{12}+2020x+C$.

C. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^5}{4}+\frac{x^4}{9}+2020x+C$.

D. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{6}+2020x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{12}+2020x+C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3-2\sin x$.

A. $\int\left(3-2\sin x\right)\mathrm{d}x=3x+2\cos x+C$. **B.** $\int\left(3-2\sin x\right)\mathrm{d}x=3x+\sin^2 x+C$.

C. $\int\left(3-2\sin x\right)\mathrm{d}x=3x+\sin 2x+C$. **D.** $\int\left(3-2\sin x\right)\mathrm{d}x=3x-2\cos x+C$.

Lời giải

$\int\left(3-2\sin x\right)\mathrm{d}x=3x+2\cos x+C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $\int 3^x dx=\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $\int 3^x dx=3^x+C$. **C.** $\int 3^x dx=\ln 3.3^x+C$. **D.** $\int 3^x dx=\frac{3^x}{x+1}+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$, ta có $\int 3^x dx=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 4: Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $F\left(x\right)=\left(x+2\right)^2$. Khi đó giá trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ tại $x=2$ là

A. $f\left(2\right)=\frac{64}{3}$. **B.** $f\left(2\right)=10$. **C.** $f\left(2\right)=8$. **D.** $f\left(2\right)=16$.

Lời giải

Ta có $f\left(x\right)=F'(x)=\left[\left(x+2\right)^2\right]'=2\left(x+2\right)$.

Vậy $f(2)=2.(2+2)=8$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x,\ (k\in\mathbb{R}\setminus\{0\})$.

B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Dựa vào tính chất của nguyên hàm ta chọn B.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int[f_1(x)+f_2(x)]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề: Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$ là mệnh đề sai, ví dụ $f(x)=1$ thì $F(x)=x$ và $G(x)=x+1$ cũng đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ mà $F(x)\neq G(x)$.

Câu 7. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$ là

A. $x\cos x+\sin x+C$.

B. $x\cos x-\sin x+C$.

C. $-x\cos x-\sin x+C$.

D. $-x\cos x+\sin x+C$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\cos x\end{cases}$.

Suy ra $\int x\sin x\mathrm{d}x=-x\cos x+\int\cos x\mathrm{d}x=-x\cos x+\sin x+C$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

B. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân, ta có $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, các số thực a, b và các mệnh đề:

(I). $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

(II). $\int_a^b 3f(x)\mathrm{d}x=3\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

(III). $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\left[\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right]^2$.

(IV). $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có (*I*) và (*IV*) đúng.

Câu 10. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giời hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Khi đó, diện tích S của (H) được tính bằng công thức

A. $S=\int\limits_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int\limits_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_a^b|f(x)|\mathrm{d}x-\int\limits_a^b|g(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_a^b[g(x)-f(x)]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Áp dụng công thức diện tích hình phẳng ta có $S=\int\limits_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 11. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$ và $\int\limits_2^1 f(x)dx=3$. Tính $\int\limits_0^2 f(x)dx$.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_1^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 f(x)dx-\int\limits_2^1 f(x)dx=-1$.

Câu 12. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$, $\int\limits_0^1 g(x)dx=1$. Tính $\int\limits_0^1[2f(x)-3g(x)]dx$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^1[2f(x)-3g(x)]dx=2\int\limits_0^1 f(x)dx-3\int\limits_0^1 g(x)dx=1$.

Câu 13. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$, $\int\limits_0^1[g(x)-f(x)]dx=1$. Tính $\int\limits_0^1 g(x)dx$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $1=\int\limits_0^1[g(x)-f(x)]dx=\int\limits_0^1 g(x)dx-\int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1 g(x)dx-2$.

Vậy $\int\limits_0^1 g(x)dx=3$.

Câu 14. Cho $\int\limits_0^1[f(x)+x]dx=2$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $2=\int_0^1\left[f(x)+x\right]dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_0^1 xdx=\int_0^1 f(x)dx+\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1=\int_0^1 f(x)dx+\frac{1}{2}$.

Vậy $\int_0^1 f(x)dx=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{a}=2\vec{k}-3\vec{i}+\vec{j}$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{a}$.

A. $\vec{a}=(-2;3;-1)$. **B.** $\vec{a}=(3;-1;-2)$. **C.** $\vec{a}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{a}=(-3;1;2)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}=2\vec{k}-3\vec{i}+\vec{j}=-3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$

Câu 16. Cho $\vec{a}=(2;1;3)$, $\vec{b}=(4;-3;5)$ và $\vec{c}=(-2;4;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $(10;9;6)$. **B.** $(12;-9;7)$. **C.** $(10;-9;6)$. **D.** $(12;-9;6)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=(2;1;3)$, $2\vec{b}=(8;-6;10)$, $\vec{c}=(-2;4;6)$

$\Rightarrow \vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}=(12;-9;7)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2;1;-1)$, $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$, $R=9$.

C. $I(2;-1;1)$, $R=3$. **D.** $I(2;-1;1)$, $R=9$.

Lời giải

Mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$ có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(-2;1;-3)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$ và $(Q):2x-y+mz-m+1=0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(P)\perp(Q)$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;1;1)$ và mặt phẳng (Q) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;m)$.

Ta có: $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 1.2+1.(-1)+1.m=0\Leftrightarrow m+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $M(1;1;6)$. **D.** $N(-5;0;0)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm Q, P, M, N vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy $M\in(P)$.

Câu 21. Cho hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn [0; 2] và thỏa mãn $\int_0^2 f'\left(x\right).g\left(x\right)dx=1$, $\int_0^2 f\left(x\right).g'\left(x\right)dx=1$. Tính $I=\int_0^2\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]' dx$.

A. $I=-2$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=2$.

Lời giải

$$I=\int_0^2\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]' dx=\int_0^2\left[f\left(x\right).g'\left(x\right)+f'\left(x\right).g\left(x\right)\right]dx$$

$$=\int_0^2 f\left(x\right).g'\left(x\right)dx+\int_0^2 f'\left(x\right).g\left(x\right)dx=1+1=2.$$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}(x-2)$

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x-2\ln x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\ln x+\dfrac{x^2}{2}-2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x-2\ln\left|x\right|+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\ln\left|x\right|+\dfrac{x^2}{2}-2x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}\left(x-2\right)\mathrm{d}x=\int\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\mathrm{d}x=x-2\ln\left|x\right|+C$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+2\sin 2x$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x-2\cos 2x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x-4\cos 2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x-\cos 2x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x+4\cos 2x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(1+2\sin 2x\right)\mathrm{d}x=x-\cos 2x+C$.

Câu 24. Cho $\mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)=\dfrac{2\mathrm{x}+3}{2\mathrm{x}-3}$ thỏa mãn $\mathrm{F}\left(2\right)=4$. Hàm số $\mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)$ là:

A. $\mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)=\mathrm{x}+6\ln\left|2\mathrm{x}-3\right|+2$ **B.** $\mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)=\mathrm{x}+3\ln\left(2\mathrm{x}-3\right)+2$

C. $\mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)=\mathrm{x}+3\ln\left|2\mathrm{x}-3\right|+2$ **D.** $\mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)=\mathrm{x}+2\ln\left|2\mathrm{x}-3\right|-1$

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\dfrac{2x+3}{2x-3}\mathrm{d}x=\int\left(1+\dfrac{6}{2x-3}\right)\mathrm{d}x=x+3\ln\left|2x-3\right|+C$.

$F(2)=2+C=4\Rightarrow C=2$.

$\Rightarrow \mathrm{F}\left(\mathrm{x}\right)=\mathrm{x}+3\ln\left|2\mathrm{x}-3\right|+2$

Câu 25. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\cos x}{1+3\sin x}$.

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\ln\left|1+3\sin x\right|+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\ln\left|1+3\sin x\right|+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3\ln\left|1+3\sin x\right|+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\ln\left|1+3\sin x\right|+C$.

Lời giải

Ta có: $\int \frac{\cos x}{1+3\sin x}dx = \frac{1}{3}\int \frac{1}{1+3\sin x}d(1+3\sin x) = \frac{1}{3}\ln|1+3\sin x| + C$.

Câu 26. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **B.** $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$

C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **D.** $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}}+C$

Lời giải

Ta có $\int \sqrt{3x+2}dx = \frac{1}{3}\int (3x+2)^{\frac{1}{2}}d(3x+2) = \frac{1}{3}\frac{(3x+2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x$. Tính $I = \int_1^3 xf(x)dx$

A. $-\frac{70}{3}$. **B.** $\frac{70}{3}$. **C.** $\frac{70}{9}$. **D.** $-\frac{70}{9}$.

Lời giải

Đặt $t = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{t}$

$f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x \Rightarrow f\left(\frac{1}{t}\right)+2f(t) = \frac{5}{t}$ hay $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x) = \frac{5}{x}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x \\ f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x) = \frac{5}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x \\ 4f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{10}{x} \end{cases} \Rightarrow 3f(x) = \frac{10}{x} - 5x$

$\Rightarrow f(x) = \frac{10}{3x} - \frac{5x}{3}$

$I = \int_1^3 xf(x)dx = \int_1^3 \left(\frac{10}{3} - \frac{5x^2}{3}\right)dx = -\frac{70}{9}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \ge 0 \\ e^x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ .Tính tích phân $I = \int_{-1}^{2} f(x)dx$.

A. $I = \frac{5e-1}{2e}$. **B.** $I = \frac{5e+1}{e}$. **C.** $I = \frac{5e-1}{e}$. **D.** $I = \frac{5e+1}{2e}$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx = \int_{-1}^{0} e^x dx + \int_0^2 (x+1)dx = \frac{5e-1}{e}$

Câu 29. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Hãy tính $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx$.

A. $I = 4$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = 2$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow dt=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{x}}dx=2dt$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=1$; $x=4\Rightarrow t=2$, ta có: $I=2\int_1^2 f(t)\,dt=2\int_1^2 f(x)\,dx=2.2=4$.

Câu 30. Tích phân $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}dx$ có giá trị bằng

A. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1+x^2}\Rightarrow t^2=1+x^2\Rightarrow tdt=xdx$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=\sqrt{2}; x=\sqrt{3}\Rightarrow t=2$.

Khi đó $I=\int_1^{\sqrt{3}}\sqrt{1+x^2}dx=\int_{\sqrt{2}}^2 t^2dt=\left.\frac{t^3}{3}\right|_{\sqrt{2}}^2=\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31. Tính tích phân $I=\int_0^1(2x+1)e^xdx$ bằng cách đặt $u=2x+1$, $dv=e^xdx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^xdx$. **B.** $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+\int_0^1 e^{2x}dx$.

C. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^{2x}dx$. **D.** $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+2\int_0^1 e^xdx$.

Lời giải

Đặt $u=2x+1, dv=e^xdx\Rightarrow du=2dx, v=e^x$.

$I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^xdx$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.

A. $C\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-1\right)$. **C.** $C\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $C\left(-\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Giả sử $C(x;y;z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1;0), \overrightarrow{AC}=(x-1;y-2;z+1)$.

$$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}1=3(x-1)\\1=3(y-2)\\0=3(z+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{4}{3}\\y=\frac{7}{3}\\z=-1\end{cases}.\text{Vậy } C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-1\right).$$

Câu 33. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB, với $A(0;0;2020)$, $B(0;0;2022)$.

A. $(x-2021)^2+y^2+z^2=1$.   **B.** $x^2+y^2+(z-2021)^2=1$.

C. $x^2+(y-2021)^2+z^2=1$.   **D.** $x^2+y^2+z^2=1$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm là trung điểm I của đoạn AB. Suy ra $I(0;0;2021)$.

Mặt cầu có bán kính là $R=IA=1$.

Mặt cầu có phương trình là: $x^2+y^2+(z-2021)^2=1$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(9;0;0),B(0;9;0),C(0;0;9)$. Tìm tọa độ của một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

A. $(1;2;3)$.   **B.** $(81;81;81)$.   **C.** $(9;0;0)$.   **D.** $(9;0;9)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-9;9;0)$; $\overrightarrow{AC}=(-9;0;9)$.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(81;81;81)$.

Câu 35. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng sau : $(\alpha): x+y+z+2020=0$ và $(\beta): x+y+z+2022=0$.

A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.   **B.** 1.   **C.** 2021.   **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Nhận thấy $(\alpha)//(\beta)$. Chọn $M(0;0;-2020)\in(\alpha)$.

Ta có $d((\alpha),(\beta))=d(M,(\beta))=\dfrac{|0+0-2020+2022|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 \frac{4.9^x+5.3^x}{2.9^x+7.3^x+6}\mathrm{d}x$.

Lời giải

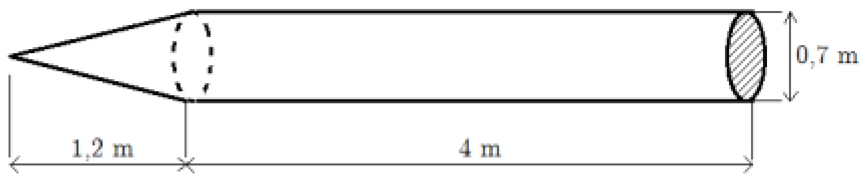
Đặt $t=3^x \Rightarrow \mathrm{d}t=3^x.\ln 3.\mathrm{d}x \Rightarrow 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\ln 3}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=3 \\ x=0\Rightarrow t=1\end{cases}$

Suy ra $I=\dfrac{1}{\ln 3}\displaystyle\int_1^3 \frac{4t+5}{2t^2+7t+6}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{\ln 3}\int_1^3 \frac{4t+5}{(t+2)(2t+3)}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{\ln 3}\int_1^3\left(\frac{3}{t+2}-\frac{2}{2t+3}\right)\mathrm{d}t$

$=\dfrac{1}{\ln 3}\left(3\ln|t+2|-\ln|2t+3|\right)\Big|_1^3=\dfrac{1}{\ln 3}(3\ln 5-\ln 9-3\ln 3+\ln 5)=\dfrac{4\ln 5-5\ln 3}{\ln 3}=4\log_3 5-5$.

Câu 2. Ông An có một mô hình hỏa tiễn (chưa gắn cánh) với hình dạng và kích thước được thể hiện trong hình vẽ dưới đây. Để mô hình giống y như thật, ông An thuê họa sĩ sơn trang trí lên toàn bộ diện tích xung quanh của mô hình (không sơn phần gạch chéo ở đáy) với chi phí 1.000.000 đồng/ m^2 (một triệu đồng/ mét vuông). Như vậy nếu giá trị của số π là 3,14 thì tiền sơn trang trí mô hình là bao nhiêu?



Lời giải

Mô hình gồm một hình nón có chiều cao $h = 1,2\,m$, bán kính đáy $r = \frac{0,7}{2} = 0,35\,m$.

Đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(1,2)^2 + (0,35)^2} = 1,25m$.

Diện tích xung quanh phần hình nón là $S_1 = \pi rl = \pi.0,35.1,25 = \frac{7}{16}\pi\left(m^2\right)$.

Một hình trụ có chiều cao $h' = 4\,m$, bán kính đáy $r = \frac{0,7}{2} = 0,35\,m$.

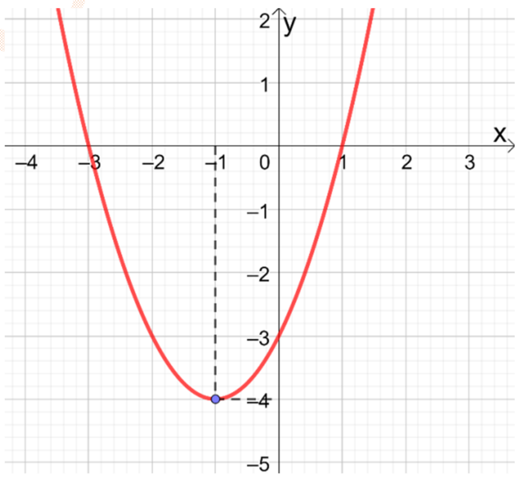
Diện tích xung quanh của phần hình trụ là $S_2 = 2\pi rl = 2\pi.0,35.4 = \frac{14}{5}\pi\left(m^2\right)$.

Diện tích xung quanh của phần môn hình là $S = S_1 + S_2 = \frac{7}{16}\pi + \frac{14}{5}\pi = \frac{259}{80}\pi\left(m^2\right)$.

Như vậy nếu giá trị của số π là 3,14 thì tiền sơn trang trí mô hình là

$T = \frac{259}{80}\pi.1000.000 = 10.165.750$ (đồng).

Câu 3a. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(3) = 2030$, tính giá trị của $f(0)$.



Lời giải

Từ đồ thị, ta suy ra $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = ax^2 + bx + c$

Vì đồ thị $y = f'(x)$ đi qua các điểm $A(1;0), B(-3;0), C(-1;-4)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f'(1)=0 \\ f'(0)=-3 \\ f'(-1)=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ c=-3 \\ a-b+c=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-3 \end{cases}$$

Suy ra $f'(x)=x^2+2x-3$

$$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=\int(x^2+2x-3)dx=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+C$$

Mà $f(3)=2030$ nên $C=2021$

Vậy $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+2021 \Rightarrow f(0)=2021$

Câu 3b. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $3f(x)+2f(6-x)=2(x-3)e^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của tích phân $I=\int_0^6 f(x)dx$.

Lời giải

Cách 1:

$3f(x)+2\mathrm{f}(6-x)=2(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow 3\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x+2\int_0^6 f(6-x)\mathrm{d}x=\int_0^6(2x-6)e^{x^2-6x+9}\mathrm{d}x+5\int_0^2\mathrm{d}x \ (1).$$

Đặt $t=6-x \Rightarrow \int_0^6 f(6-x)\mathrm{d}(x)=-\int_6^0 f(t)\mathrm{d}t=\int_0^6 f(t)\mathrm{d}t=\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x \ (2)$.

Đặt $u=x^2-6x+9 \Rightarrow \mathrm{d}u=(2x-6)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^6(2x-6)e^{x^2-6x+9}\mathrm{d}x=\int_9^9 e^u\mathrm{d}u=0 \ (3)$.

Thay (2) và (3) vào $(1) \Rightarrow 5\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=5\int_0^6\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^6\mathrm{d}x=6 \Rightarrow I=\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=6$.

Cách 2:

Do $3f(x)+2\mathrm{f}(6-x)=2(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R}$ (1)

Thay $x=6-x$ vào (1) ta có: $3f(6-x)+2f(x)=-2(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3f(x)+2\mathrm{f}(6-x)=2(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R} \\ 2f(x)+3f(6-x)=-2(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+5, \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9f(x)+6\mathrm{f}(6-x)=6(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+15 \\ 4f(x)+6f(6-x)=-4(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-2x+1}+10 \end{cases} \Rightarrow 5f(x)=10(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+5$$

$$\Rightarrow \int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^6\left(2(\mathrm{x}-3)\mathrm{e}^{x^2-6x+9}+1\right)\mathrm{d}x=\int_0^6\left(\mathrm{e}^{x^2-6x+9}\,\mathrm{d}(x^2-6x+9)\right)+\int_0^6\mathrm{d}x=0+6=6.$$

ĐỀ SỐ 17

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. $\int (3x^2+1)\,dx$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\dfrac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.
C. $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3. $\int 2x(x^2+1)^4\,dx$ bằng

A. $\dfrac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\dfrac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\dfrac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Câu 4. $\int \sin\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)dx$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$.
C. $-\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\dfrac{1}{3}\sin\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5. $\int (x+5^x)\,dx$ bằng

A. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.
C. $1+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$.

Câu 6. $\int \dfrac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}dx$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)^2\left[(1+3\ln x)^2-1\right]+C$.
B. $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.
C. $\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.
D. $\dfrac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases} e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)} \\ f(x)>0 \end{cases}, \forall x\ge 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int_0^{\ln 2} f(x)\,dx$.

A. $I=\dfrac{1}{12}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{12}$. **C.** $I=\dfrac{209}{640}$. **D.** $I=\dfrac{7}{640}$.

Câu 8. . Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Câu 9. .Tính $I=\int\limits_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{4}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{10}{3}$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Câu 10. Cho $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-3}{\mathrm{e}}$. **B.** e^2 **C.** $3\mathrm{e}^2$. **D.** $\frac{3}{\mathrm{e}}$.

Câu 11. $\int\limits_{-2}^1 \left(3x^2-2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Câu 12. $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Câu 13. Biết rằng $\int\limits_0^3 \frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x=a-\mathrm{e}^b$ với $a,\, b\in\mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$. **B.** $b-a=-1$. **C.** $b-a=7$. **D.** $b-a=-7$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ sao cho $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{x}\mathrm{d}x=3-\ln 2$ và $f\left(2\right)=3$. Tính

$I=\int\limits_1^2 f'\left(x\right).\ln x\mathrm{d}x$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

Câu 15. Biết $I=\int\limits_{-3}^3 \frac{|x-2|-3|x+1|}{x+4}\mathrm{d}x=-10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$.

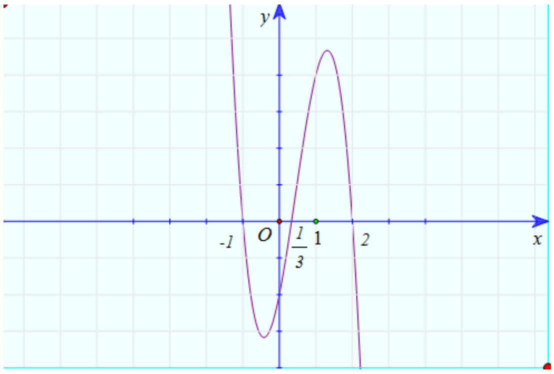
A. $T=-4$. **B.** $T=21$. **C.** $T=9$. **D.** $T=-12$.

Câu 16: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $\left[0;3\right]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân

$I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(x\right)}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

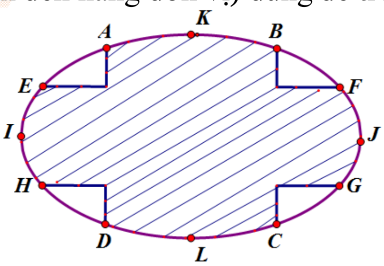
Câu 18: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{117}{20}$.

Câu 19. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\frac{3}{2}$ **B.** $S=\frac{11}{2}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Câu 20. Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I, J, K, L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/ m^2, hãy tính số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.
C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Câu 21. Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'\left(t\right)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu (khi $t=0$) có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Câu 22. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi \ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 23. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\frac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 24. Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,dx$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,dx$. **C.** $\pi\int_1^4 \sqrt{x}\,dx$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,dx$.

Câu 25. Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $b=\frac{5}{6}$. **B.** $b=\frac{5}{3}$. **C.** $b=\frac{5}{2}$. **D.** $b=\frac{5}{4}$.

Câu 26: Vận tốc (tính bằng $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?

A. $\frac{32}{3}$m. **B.** $\frac{71}{3}$m. **C.** $\frac{38}{3}$m. **D.** $\frac{71}{6}$m.

Câu 27: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5), \vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=(-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\frac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 36. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2+y^2+z^2=14$. **B.** $(x+4)^2+y^2+z^2=14$.

C. $x^2+(y-4)^2+z^2=14$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ ($a>0$, $b>0$, $c>0$). Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3)$; $F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5)$, $B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P):4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.
C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q):x-3y+z-4=0$ và $(R):2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.
C. $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.
C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2),B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **D.** $a+b+c=-7$.

Câu 46. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(0;1;2),B(2;-2;1),C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$.
C. $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P):2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$.
C. $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{2}{21}$. **C.** $\dfrac{1}{21}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{21}}{21}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\dfrac{23}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.C	5.A	6.C	7C	8.C	9.C	10.D
11.A	12.B	13.B	14.A	15.C	16.C	17.D	18.A	19.D	20.C
21.C	22.C	23.B	24.B	25.D	26.D	27.D	28.D	29.D	30.A
31.B	32.C	33.A	34.B	35.C	36.A	37.A	38.A	39.A	40.C
41.B	42.D	43.C	44.A	45.D	46.A	47.A	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x=3\frac{x^3}{3}+x+C=x^3+x+C$.

Câu 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.

C. $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(2\cos x-\sin x)\mathrm{d}x=2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3. $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\frac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\frac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Lời giải

Đặt $t=x^2+1$, ta được $\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$.

Khi đó $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x=\int t^4\mathrm{d}t=\frac{t^5}{5}+C$.

Thay $t=x^2+1$, ta được $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x=\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$.

Câu 4. $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5. $\int(x+5^x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.

C. $1+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x+5^{x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^{2}}{2}+\dfrac{5^{x}}{\ln 5}+C$

Câu 6. $\int\dfrac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)^{2}\left[(1+3\ln x)^{2}-1\right]+C$.

B. $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

C. $\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

D. $\dfrac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$, suy ra $t^{2}=1+3\ln x$.

Ta có: $2t\mathrm{d}t=\dfrac{3}{x}\mathrm{d}x$; $\ln x=\dfrac{t^{2}-1}{3}$.

Khi đó

$$\int\dfrac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int t\cdot\dfrac{t^{2}-1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot t\mathrm{d}t=\dfrac{2}{9}\int\left(t^{4}-t^{2}\right)\mathrm{d}t=\dfrac{2}{9}\left(\dfrac{t^{5}}{5}-\dfrac{t^{3}}{3}\right)+C$$

Hay $\int\dfrac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases}e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}\\ f(x)>0\end{cases}$, $\forall x\geq 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{12}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{12}$. **C.** $I=\dfrac{37}{320}$. **D.** $I=\dfrac{7}{640}$.

Lời giải

Ta có: $e^{3x}\left(4f\left(x\right)+f'\left(x\right)\right)=2\sqrt{f(x)}\Leftrightarrow 2e^{2x}\sqrt{f(x)}+e^{2x}.\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\dfrac{1}{e^{x}}\Leftrightarrow\left(e^{2x}.\sqrt{f\left(x\right)}\right)'=\dfrac{1}{e^{x}}$.

Do đó $e^{2x}.\sqrt{f(x)}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{1}{e^{x}}$, tức $e^{2x}.\sqrt{f(x)}=-\dfrac{1}{e^{x}}+C$.

Thay $x=0$ vào ta được $C=2$. Tìm được $f(x)=\left(\dfrac{2}{e^{2x}}-\dfrac{1}{e^{3x}}\right)^{2}$.

$$I=\int\limits_{0}^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\ln 2}\left(\dfrac{2}{e^{2x}}-\dfrac{1}{e^{3x}}\right)^{2}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\ln 2}\left(\dfrac{4}{e^{4x}}-\dfrac{4}{e^{5x}}+\dfrac{1}{e^{6x}}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{209}{640}.$$

Câu 8. . Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int (x+1)\sin x\mathrm{d}x = \int (x+1)(-\cos x)'\,\mathrm{d}x = -(x+1)\cos x + \int \cos x\,\mathrm{d}x = -(x+1)\cos x + \sin x + C$

Lúc này, xét $g(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + C$ với $g(0)=0$ ta có $C=1$.

Tức $g(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + 1$.

Vậy $g(\pi) = \pi + 2$.

Câu 9. .Tính $I = \int\limits_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{4}{3}$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = \frac{10}{3}$. **D.** $I = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$I = \int\limits_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x = \int\limits_1^4 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right).\mathrm{d}x = \left(\frac{1}{3}\sqrt{x^3} - \sqrt{x}\right)\Bigg|_1^4 = \frac{10}{3}.$$

Câu 10. Cho $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-3}{\mathrm{e}}$. **B.** e^2 **C.** $3\mathrm{e}^2$. **D.** $\frac{3}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x = \frac{1}{\mathrm{e}}\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{\mathrm{e}}$.

Câu 11. $\int\limits_{-2}^1 (3x^2 - 2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^1 (3x^2 - 2x)\mathrm{d}x = (x^3 - x^2)\Big|_{-2}^1 = 12$.

Câu 12. $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}\mathrm{d}x = 2\int\limits_{-2}^1 \frac{1}{x-2}\mathrm{d}x = 2\ln|x-2|\Big|_{-2}^1 = -4\ln 2$.

Câu 13. Biết rằng $\int\limits_0^3 \frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x = a - \mathrm{e}^b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$. **B.** $b-a=-1$. **C.** $b-a=7$. **D.** $b-a=-7$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^3 \frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x = \int\limits_0^3 \frac{(1-\mathrm{e}^x)(\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+1)}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x = \int\limits_0^3 (1-\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x = (x-\mathrm{e}^x)\Big|_0^3 = 4 - \mathrm{e}^3$.

Suy ra $a=4; b=3$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ sao cho $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{x}\mathrm{d}x=3-\ln 2$ và $f\left(2\right)=3$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'\left(x\right).\ln x\mathrm{d}x$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x \end{cases}$, chọn $\begin{cases} \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=f\left(x\right) \end{cases}$.

Ta có $I=\left[f\left(x\right).\ln x\right]\Big|_1^2-\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{x}\mathrm{d}x=f\left(2\right).\ln 2-3+\ln 2=4\ln 2-3$.

Câu 15. Biết $I=\int\limits_{-3}^{3} \frac{\left|x-2\right|-3\left|x+1\right|}{x+4}\mathrm{d}x=-10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$. **B.** $T=21$.
C. $T=9$. **D.** $T=-12$.

Lời giải

Đặt $f\left(x\right)=\left|x-2\right|-3\left|x+1\right|$.

Ta có bảng phá dấu trị tuyệt đối trong biểu thức $f\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$\left\|x-2\right\|$		$-x+2$		$-x+2$	0	$x-2$	
$-3\left\|x+1\right\|$		$3x+3$	0	$-3x-3$		$-3x-3$	
$f\left(x\right)$		$2x+5$		$-4x-1$		$-2x-5$	

Từ đó $I=\int\limits_{-3}^{-1} \frac{2x+5}{x+4}\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{2} \frac{-4x-1}{x+4}\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{3} \frac{-2x-5}{x+4}\mathrm{d}x$

$I=\int\limits_{-3}^{-1}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{2}\left(4-\frac{15}{x+4}\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{2}^{3}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)\mathrm{d}x$

$I=-10-6\ln 3+12\ln 2+3\ln 7$.

Vậy ta có $a=12,b=-6,c=3\Rightarrow T=9$.

Câu 16: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $\left[0;3\right]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(x\right)}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} f\left(x\right).f\left(3-x\right)=4 \\ f\left(x\right)>0,\forall x\in\left[0;3\right] \end{cases}\Rightarrow f\left(3-x\right)=\frac{4}{f\left(x\right)}$.

$I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(x\right)}\mathrm{d}x$

Đặt $t=3-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=3; x=3\Rightarrow t=0$.

Thay vào ta được

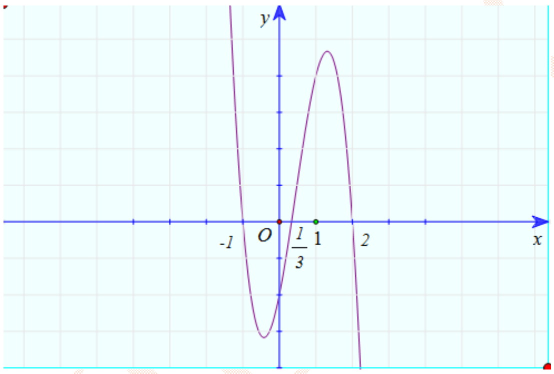
$$I=\int_0^3\frac{1}{2+f(3-t)}\mathrm{d}t=\int_0^3\frac{1}{2+f(3-x)}\mathrm{d}x=\int_0^3\frac{1}{2+\frac{4}{f(x)}}\mathrm{d}x=\int_0^3\frac{f(x)}{2f(x)+4}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^3\frac{f(x)}{f(x)+2}\mathrm{d}x.$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^3\frac{f(x)+2-2}{f(x)+2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^3\left(1-\frac{2}{f(x)+2}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\Big|_0^3-\int_0^3\frac{1}{f(x)+2}\mathrm{d}x=\frac{3}{2}-I$$

$$\Rightarrow I=\frac{3}{2}-I\Rightarrow 2I=\frac{3}{2}\Rightarrow I=\frac{3}{4}.$$

Vậy $I=\frac{3}{4}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.   **B.** $\int_{\frac{1}{3}}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{\frac{1}{3}}f(x)\mathrm{d}x-\int_{\frac{1}{3}}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.   **D.** $-\int_{-1}^{\frac{1}{3}}f(x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{3}}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

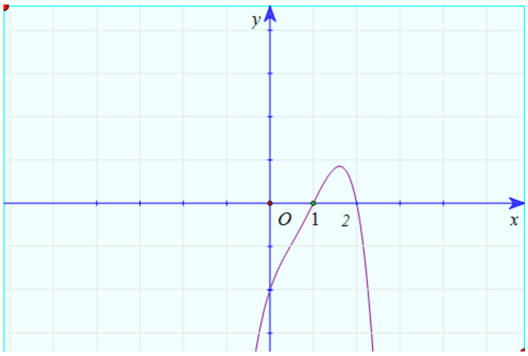
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức

$$\int_{-1}^{2}|f(x)|\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{\frac{1}{3}}f(x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{3}}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 18: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=(x-1)(2-x)(x^2+1)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$.   **B.** $\frac{1}{20}$.   **C.** $\frac{19}{20}$.   **D.** $\frac{117}{20}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox là $\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)=0$.

Phương trình nêu trên có tập nghiệm là $\left\{1;2\right\}$ và $f\left(x\right)\ge 0,\ \forall x\in\left[1;2\right]$.

Do đó, diện tích mà ta cần tính là

$$S=\int\limits_1^2\left|\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_1^2\left[\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{11}{20}.$$

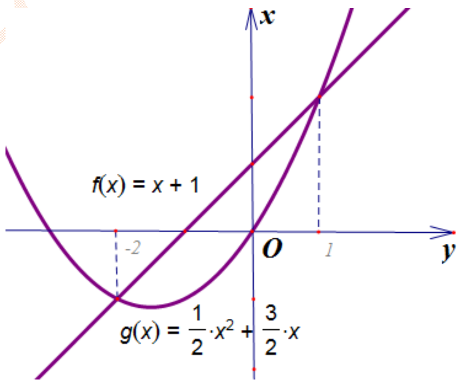
Câu 19. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\dfrac{3}{2}$ **B.** $S=\dfrac{11}{2}$. **C.** $S=\dfrac{3}{4}$. **D.** $S=\dfrac{9}{4}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là

$$\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}=x+1$$
$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=1\end{array}\right..$$



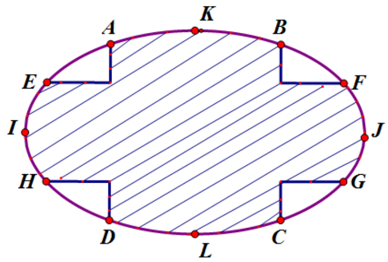
Cách 1. (Dựa vào đồ thị)

Ta có $S=\displaystyle\int\limits_{-2}^{1}\left(x+1-\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{1}\left(-\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+1\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{4}+x\right)\Bigg|_{-2}^{1}=\frac{9}{4}.$

Cách 2. (Không vẽ đồ thị)

Ta có $S=\left|\displaystyle\int\limits_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}-x-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int\limits_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{4}-x\right)\Bigg|_{-2}^{1}\right|=\left|-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}.$

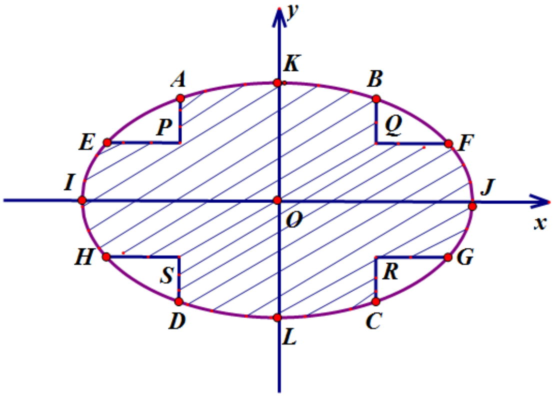
Câu 20. Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I,J,K,L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\mathrm{m}, KL=6\,\mathrm{m}$, $AB=5\,\mathrm{m}, EH=3\,\mathrm{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/ m^2, hãy tính số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.

C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Lời giải



Gọi Elip đã cho là (E).

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó (E) có phương trình là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Suy ra

+ Phần phía trên trục Ox của (E) có phương trình là $y=\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}$.

+ Phần phía bên phải trục Oy của (E) có phương trình là $x=\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), AD, BC$ là

$$S_1=4\int_0^{2,5}\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}\,dx=\frac{12}{5}\left(\frac{25\pi}{12}+\frac{25\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\text{m}^2.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), EF, GH$ là

$$S_2=4\int_0^{1,5}\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}\,dy=\frac{20}{3}\left(\frac{9\pi}{12}+\frac{9\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\text{m}^2.$$

Diện tích phần đất trồng hoa (phần gạch sọc) là

$$S=S_1+S_2-S_{PQRS}=2.\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)-15\,\text{m}^2.$$

Vậy số tiền dùng để trồng hoa là : $S.50000$ đồng, làm tròn đến hàng đơn vị là 2119834 đồng.

Câu 21. Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu (khi $t=0$) có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Lời giải

Ta có $P(t)=\int P'(t)\mathrm{d}t=\int \frac{5000}{1+0,2t}\mathrm{d}t=5000.\frac{1}{0,2}\ln(1+0,2t)+C=25000.\ln(1+0,2t)+C$.

$P(0)=1000 \Leftrightarrow C=1000$.

Vậy biểu thức tính số lượng virut Corona với thời gian t bất kỳ là $P(t)=25000.\ln(1+0,2t)+1000$.

Với $t=3$ giờ ta có $P(3)=25000.\ln(1+0,2.3)+1000\approx 12750,09$.

Vậy số lượng virut khi $t=3$ giờ khoảng 12750 con.

Câu 22. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi\ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay nêu trên là $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int_1^2 \frac{2}{x}\mathrm{d}x=2\pi\ln x\big|_1^2=2\pi\ln 2=\pi\ln 4$.

Vậy $a=4$.

Câu 23. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\frac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Do trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ ta có $\cos x\ge\sin x$ nên thể tích của khối đã nêu là

$V=\pi\int_a^b \cos^2 x\mathrm{d}x-\pi\int_a^b \sin^2 x\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{2}$

Trong khoảng $(2;10)$ có 7 số nguyên.

Câu 24. Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_1^4\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

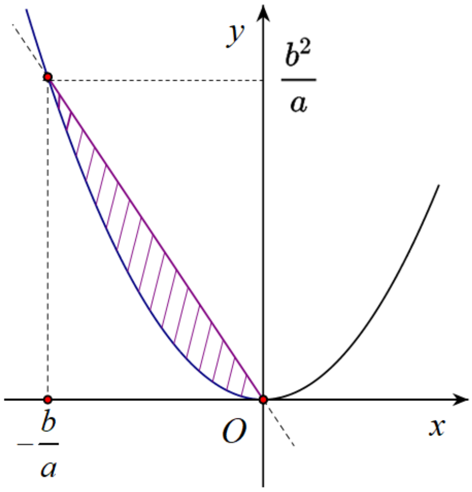
Lời giải

Công thức tính thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox là $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $b=\dfrac{5}{6}$. **B.** $b=\dfrac{5}{3}$. **C.** $b=\dfrac{5}{2}$. **D.** $b=\dfrac{5}{4}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng đã cho là $ax^2=-bx$.

Do $ax^2=-bx \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$ nên các giao điểm là O và $M\left(-\dfrac{b}{a};\dfrac{b^2}{a}\right)$

(Tham khảo hình vẽ kèm theo)

Đến đây ta có:

$$+\ V_1=\pi\int_{-\frac{b}{a}}^{0}(-bx)^2\,\mathrm{d}x-\pi\int_{-\frac{b}{a}}^{0}\left(ax^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi b^2.\left.\frac{x^3}{3}\right|_{-\frac{b}{a}}^{0}-\pi a^2.\left.\frac{x^5}{5}\right|_{-\frac{b}{a}}^{0}=\frac{2\pi b^5}{15a^3}\ \text{(đơn vị thể tích).}$$

$$+\ V_2=\pi\int_{0}^{\frac{b^2}{a}}\left(-\sqrt{\frac{y}{a}}\right)^2\mathrm{d}y-\pi\int_{0}^{\frac{b^2}{a}}\left(-\frac{y}{b}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\left.\frac{y^2}{2a}\right|_{0}^{\frac{b^2}{a}}-\pi\left.\frac{y^3}{3b^2}\right|_{0}^{\frac{b^2}{a}}=\frac{\pi b^4}{6a^3}\ \text{(đơn vị thể tích)}$$

Do vậy $V_1=V_2 \Leftrightarrow \dfrac{2\pi b^5}{15a^3}=\dfrac{\pi b^4}{6a^3}\Leftrightarrow b=\dfrac{5}{4}$.

Câu 26: Vận tốc (tính bằng $\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$) của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?

A. $\dfrac{32}{3}$ m. **B.** $\dfrac{71}{3}$ m. **C.** $\dfrac{38}{3}$ m. **D.** $\dfrac{71}{6}$ m.

Lời giải

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là

$$\int_1^5|v(t)|\mathrm{d}t=\int_1^5\left|t^3-8t^2+17t-10\right|\mathrm{d}t=\int_1^2\left|t^3-8t^2+17t-10\right|\mathrm{d}t+\int_2^5\left|t^3-8t^2+17t-10\right|\mathrm{d}t$$

$$=\int_1^2\left(t^3-8t^2+17t-10\right)\mathrm{d}t+\int_2^5-\left(t^3-8t^2+17t-10\right)\mathrm{d}t$$

$$=\left.\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{17}{2}t^2-10t\right)\right|_1^2-\left.\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{17}{2}t^2-10t\right)\right|_2^5=\frac{71}{6}\ \text{(m).}$$

Câu 27: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x^3+1)\mathrm{d}x=x^4+x+C$.

Xét $F(x)=x^4+x+C$ với $F(0)=1$ ta tìm được $C=1$, tức $F(x)=x^4+x+1$.

Vậy $F(1)=3$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Ta có $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x-2}\mathrm{d}x=\ln|x-2|+C=\begin{cases}\ln(x-2)+C_1 & khi\ x>2\\ \ln(2-x)+C_2 & khi\ x<2\end{cases}$.

Theo giả thiết: $f(1)=2020$, $f(3)=2021$ $\Rightarrow\begin{cases}\ln 1+C_1=2021\\ \ln 1+C_2=2020\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=2021\\ C_2=2020\end{cases}$.

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\ln(x-2)+2021 & \text{khi } x>2\\ \ln(2-x)+2020 & \text{khi } x<2\end{cases}$.

Do đó $P=f(4)-f(0)=\ln 2+2021-\ln 2-2020=1$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5),\vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=(1;-2;5)$; $4\vec{b}=(0;8;-4)$.

Vậy tọa độ của vectơ $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}=(1;-10;9)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(5;1;-2)$.

$AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{5^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{30}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=(-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=2.(-3)+(-3).(-2)+4.2=8$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-7)$, $\overrightarrow{AC}=(0;4;-6)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(16;-6;-4)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ là vectơ pháp tuyến của (ABC), vì thế $\vec{n}=(8;-3;-2)$ cũng là vectơ pháp tuyến của (ABC).

Phương trình của mặt phẳng (ABC) là:

$8(x-1)-3y-2(z-6)=0 \Leftrightarrow 8x-3y-2z+4=0$.

Gọi r là bán kính của (S), ta có (S) tiếp xúc với $(ABC) \Leftrightarrow r=d\left(I,(ABC)\right)$.

Vậy $r=\dfrac{\left|8.(2)-3.(2)-2.(-1)+4\right|}{\sqrt{8^2+(-3)^2+(-2)^2}}=\dfrac{16\sqrt{77}}{77}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Lời giải

Dựa vào phương trình của (S) ta thấy tọa độ tâm $I(-1;2;1)$ và $R=2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ nên $AB=\sqrt{24}$.

Vì (S) có tâm B và đi qua điểm A nên bán kính của (S) là $R=AB$.

Do đó (S) có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Lời giải

Do (S) có đường kính AB nên nó nhận trung điểm I của AB làm tâm và $\dfrac{AB}{2}$ làm bán kính.

Ta có:

+ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4) \Rightarrow AB=6$.

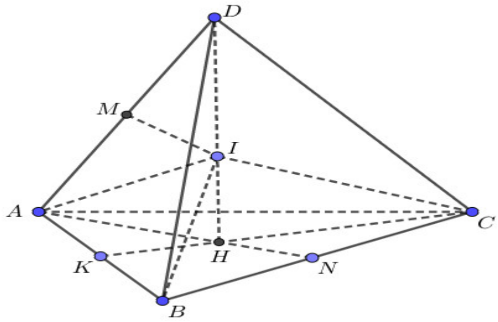
+ $I(0;0;2)$.

Vậy (S) có phương trình là $x^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 36. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên DH là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Mặt phẳng trung trực của cạnh AD cắt DH tại I suy ra ID là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
Gọi M là trung điểm cạnh AD ta có $\Delta DMI \backsim \Delta DHA$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DH}=\frac{DI}{DA}.$$

$$\Rightarrow ID=\frac{DA^2}{2DH}=\frac{AD^2}{2.\sqrt{AD^2-AH^2}}=\frac{a^2}{2\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $A.BCD$ là $V=\frac{4}{3}\pi.ID^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^3=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2+y^2+z^2=14$. **B.** $(x+4)^2+y^2+z^2=14$.
C. $x^2+(y-4)^2+z^2=14$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14$.

Lời giải

Gọi $I(a;0;0)$ thuộc trục Ox là tâm của (S).

Ta có: $IA=IB \Leftrightarrow IA^2=IB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2+2^2+(-1)^2=(2-a)^2+1^2+3^2 \Leftrightarrow a=4$.

Suy ra $I(4;0;0)$ và $IA^2=14$.

Vậy phương trình của (S) là $(x-4)^2+y^2+z^2=14$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải

Ta có $d(I,(P))=\frac{|2.1-2.(-2)+3+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{12}{3}=4$.

(S) tiếp xúc với $(P) \Leftrightarrow d(I,(P))$ bằng bán kính của (S).

Vậy phương trình của (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ ($a>0$, $b>0$, $c>0$). Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi $V_{A.BCD}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$, $\overrightarrow{AD}=\left(a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}b&0\\0&c\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0&-a\\c&-a\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-a&b\\-a&0\end{vmatrix}\right)=(bc;ac;ab)$.

Vì diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên:

$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sqrt{(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Leftrightarrow(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=3$.

Thể tích của tứ diện $ABCD$ là:

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}\left|abc\sqrt{b^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+b^2}\right|$

$=\frac{1}{6}\left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki: $(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2$

$\le[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2](a^2b^2+a^2c^2+a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2+b^2c^2)$

$\Leftrightarrow(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le2[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2]^2$

$\Leftrightarrow(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le2.3^2$

$\Leftrightarrow(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le18$

$\Leftrightarrow\left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|\le3\sqrt{2}$

$V_{A.BCD}\le\frac{3\sqrt{2}}{6}$ hay $V_{A.BCD}\le\frac{\sqrt{2}}{2}$.

nên $\max V_{A.BCD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Ta có: $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1),\overrightarrow{AD}=\left(\sqrt{2};\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Nên: $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=\left(\begin{vmatrix}0&1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&-1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&0\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{vmatrix}\right)=\left(-\sqrt{2};2\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Do đó: $S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{12}=\sqrt{3}$.

Vậy $d(B,(ACD))=\frac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta ACD}}=\frac{3.\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3); F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $I(m;n;p)$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IE}=(1-m;1-n;3-p); \overrightarrow{IF}=(-m;1-n;-p)$.

$$2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-m)+3m=0\\2(1-n)-3(1-n)=0\\2(3-p)+3p=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\n=1\\p=-6\end{cases}\Rightarrow I(-2;1;-6).$$

Ta có $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|=\left|2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE})-3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF})\right|=\left|\overrightarrow{IM}\right|=MI$.

$\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Khi đó :

$\overrightarrow{MI}=(-2-a;1-b;-6-c)$ cùng phương với vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$; $M\in(P)$

Tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases}a-b=-3\\b-c=7\\a+b+c-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\b=\dfrac{11}{3}\\c=\dfrac{-10}{3}\end{cases}\Rightarrow T=3a+2b+c=6.$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5), B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm AB thì $M(2;1;2), \overrightarrow{AB}=(2;-2;-6)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến, do đó nó có phương trình là

$2(x-2)-2(y-1)-6(z-2)=0\Leftrightarrow x-y-3z+5=0.$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P): 4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.

C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;1;-1)$.

Vì $(Q)//(P)$ nên $\vec{n}=(4;1;-1)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(-1;2;4)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;1;-1)$ nên nó có phương trình là $4(x+1)+1.(y-2)-1.(z-4)=0\Leftrightarrow 4x+y-z+6=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x-3y+z-4=0$ và $(R): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.

C. $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{(Q)}=(1;-3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q).

$\vec{n}_{(R)}=(2;-1;3)$ là một vectơ pháp tuyến của (R).

Vì $(P)\perp(Q)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(Q)}$,

$(P)\perp(R)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(R)}$.

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(Q)},\vec{n}_{(R)}\right]=(-8;-1;5)$ một vectơ pháp tuyến của (P).

(P) đi qua điểm $M(-4;1;2)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(-8;-1;5)$ nên nó có phương trình là $-8(x+4)-(y-1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow -8x-y+5z-41=0 \Leftrightarrow 8x+y-5z+41=0$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.

C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Lời giải

(S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

Dễ thấy $A\in(S)$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) tại A nên $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P) đi qua $A(1;3;-1)$ nhận $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến nên (P) có phương trình là $2(x-1)+1.(y-3)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-7=0$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P):$2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **D.** $a+b+c=-7$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;-1;5)$, (P) nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do (Q) qua A,B và vuông góc với (P) nên (Q) nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(3;14;4)$ làm vectơ pháp tuyến, tức (Q) có phương trình là $3(x-1)+14y+4(z+2)=0\Leftrightarrow 3x+14y+4z+5=0$.

$\Rightarrow a=3, b=-14, c=4$.

Vậy $a+b+c=-7$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$.

C. $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Lời giải

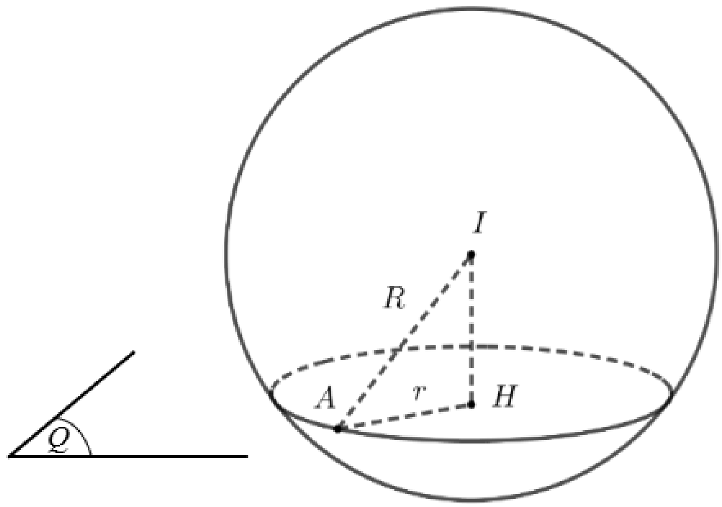
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1),\overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$; Vì $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;6;-6)$ nên một vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Ta có (ABC) qua $A(0;1;2)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến nên (ABC) có phương trình là $1(x-0)+1(y-1)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-z+1=0$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$.
C. $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Lời giải



Vì $(Q)//(P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x-2y+z+D=0\ (D\neq 17)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-1)$, bán kính $R=5$.

Trên hình vẽ, ta có tam giác ΔIHA vuông tại $H \Rightarrow IH^2+r^2=R^2$

$\Leftrightarrow \left[d(I,(Q))\right]^2+r^2=R^2 \Leftrightarrow d(I,(Q))=\sqrt{R^2-r^2} \Rightarrow d(I,(Q))=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\Rightarrow \dfrac{|2.0-2.2-1+D|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=4 \Leftrightarrow |D-5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D-5=12 \\ D-5=-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=17 \\ D=-7 \end{array}\right.$ (loại $D=17$).

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x-2y+z-7=0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): y=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ và đi qua gốc tọa độ nên nó trùng với mặt phẳng (Oxz).

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{2}{21}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{21}}$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-4=0$

Khi đó: $d(M,(ABC))=\frac{|0+0+3-4|}{\sqrt{4^2+2^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{21}}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{23}{5}$.

Lời giải

Vì $MA=MB$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB.

Ta có (Q) đi qua trung điểm $I(3;1;-1)$ của AB và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$ nên (Q) có phương trình là

$2(x-3)+4(y-1)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-6=0.$

Vì $M\in(P)$ và $M\in(Q)$ nên M thuộc giao tuyến Δ của (P) và (Q).

(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(0;0;1)$, (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-1)$. Khi đó Δ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(-2;1;0)$.

Chọn $N(2;2;0)$ là một điểm chung của (P) và (Q). Δ đi qua N nên có phương trình $\begin{cases} x=2-2t \\ y=2+t \quad (t\in\mathbb{R}). \\ z=0 \end{cases}$

Vì $M\in\Delta$ nên $M=(2-2t;2+t;0)$. Theo định lý cosin trong tam giác MAB, ta có

$$\cos\widehat{AMB}=\frac{MA^2+MB^2-AB^2}{2MA\cdot MB}=\frac{2MA^2-AB^2}{2MA^2}=1-\frac{AB^2}{2MA^2}.$$

Vì AB không đổi nên từ biểu thức trên ta có $\widehat{AMB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $\cos\widehat{AMB}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MA^2 nhỏ nhất.

Ta có $MA^2=(2t)^2+(t+3)^2=5t^2+6t+9=5\left(t+\frac{3}{5}\right)^2+\frac{36}{5}\ge\frac{36}{5}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t=-\frac{3}{5}$, khi đó $M\left(\frac{16}{5};\frac{7}{5};0\right)$.

Vậy $a+b=\frac{23}{5}$.

ĐỀ SỐ 18

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

I. PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x)=-f(x),\ \forall x\in K$. **B.** $f'(x)=F(x),\ \forall x\in K$.
C. $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$. **D.** $f'(x)=-F(x),\ \forall x\in K$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ và C là hằng số thì $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b) \Leftrightarrow F'(x)=f(x),\ \forall x\in(a;b)$.

D. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2021^x$ là

A. 2021^x+C. **B.** $\dfrac{2021^{x+1}}{2021}+C$. **C.** $\dfrac{2021^x}{\ln 2021}+C$. **D.** $2021^x\ln 2021+C$.

Câu 4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $\sin 2021x$ là

A. $\sin 2021x+C$. **B.** $\dfrac{\cos 2021x}{2021}+C$. **C.** $\dfrac{-\cos 2021x}{2021}+C$. **D.** $\dfrac{-\sin 2021x}{2021}+C$.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int 0\mathrm{d}x=C$. **B.** $\int \mathrm{d}x=x+C$. **C.** $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$. **D.** $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\int \mathrm{k.f}(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)+C$ với mọi số thực $k\neq 0$.

B. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. Nếu $F(x)$, $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int \sin x\,\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Câu 7. Để tính $\int x.\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ bạn An đặt $u=x$ và $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Khi đó $\int x.\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $x\mathrm{e}^x-\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. **B.** $x\mathrm{e}^x+\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. **C.** $\mathrm{e}^x-\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. **D.** $\mathrm{e}^x-\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 8. $S(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=2x$. Hình thang vuông giới hạn bởi đường thẳng $y=2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=5$ được tính theo công thức

A. $S=S(1)-S(5)$. **B.** $S=S(5)-S(1)$. **C.** $S=S(2x)-S(4)$. **D.** $S=S(4)-S(2x)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f'(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

C. $\int_a^b kf(x)dx = \frac{1}{k}\int_a^b f(x)dx \ (k \in \mathbb{R})$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;5]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-2;5]$. Biết $\int_{-2}^{5} f(x)dx = 5$, $F(5) = 2$. Tính $F(-2)$.

A. -4. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $\int_0^1 [2x + f(x)]dx$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 12. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó tính tích phân $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

A. 16. **B.** -18. **C.** 24. **D.** 10.

Câu 13. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(1;0;-2)$. **D.** $(0;-2;1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;0;-3)$ và $\vec{b} = (1;1;0)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b} = (2;0;0)$. **B.** $\vec{a}.\vec{b} = 4$. **C.** $\vec{a}.\vec{b} = \sqrt{2}$. **D.** $\vec{a}.\vec{b} = 2$.

Câu 17. Cho phương trình mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 8$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu

A. $I(3;2;5)$, $R = 8$. **B.** $I(3;2;5)$, $R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(3;-2;5)$, $R = 2\sqrt{2}$. **D.** $I(3;-2;5)$, $R = 8$.

Câu 18. Trong không gian tọa độ $Oxyz$. Cho phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - 7z - 2021 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n} = (2;4;7)$. **B.** $\vec{n} = (2;-4;7)$. **C.** $\vec{n} = (2;4;0)$. **D.** $\vec{n} = (2;4;-7)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 5 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

A. $M(2;1;0)$. **B.** $M(2;-1;0)$. **C.** $M(-1;-1;6)$. **D.** $M(1;1;5)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 5z - 4 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với (α)?

A. $x - 2y + 5z + 7 = 0$. **B.** $x + 2y - 5z - 4 = 0$.

C. $-x + 2y - 5z + 4 = 0$. **D.** $x - 2y - 5z - 7 = 0$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $f(2)=5$. Khi đó $\int_1^2 f'(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(3x+1)^3$ là

A. $\frac{1}{3}(3x+1)^4+C$. **B.** $\frac{1}{4}(3x+1)^4+C$.

C. $(3x+1)^4+C$. **D.** $\frac{1}{12}(3x+1)^4+C$.

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=\sin 2x-x^3$ là

A. $2\cos 2x-3x^2+C$. **B.** $\frac{-\cos 2x}{2}-\frac{x^4}{4}+C$.

.**C.** $\frac{\cos 2x}{2}-\frac{x^4}{4}+C$. **D.** $\cos 2x-\frac{x^4}{4}+C$.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2x^4-4^x+\frac{3}{1-x}$ là

A. $\frac{2x^5}{5}-\frac{4^x}{\ln 4}+3\ln|1-x|+C$. **B.** $8x^3-4^x.\ln 4+\frac{3}{(1-x)^2}+C$.

C. $\frac{2x^5}{5}-\frac{4^x}{\ln 4}-3\ln|1-x|+C$. **D.** $\frac{2x^5}{5}-4^x.\ln 4-3\ln|1-x|+C$.

Câu 25. Tìm họ nguyên hàm $\int xe^x dx$.

A. xe^x-e^x. **B.** x^2e^x+C. **C.** $\frac{x^2e^x}{2}+C$. **D.** . $e^x(x-1)+C$.

Câu 26. Tính tích phân $\int_0^1 (2x+1)dx$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I=\int_{-1}^2 [f(x)+2x]dx$, biết $F(-1)=1$ và $F(2)=4$.

A. $I=6$. **B.** $I=10$. **C.** $I=3$. **D.** $I=9$.

Câu 28. Biết $\int_1^3 f(x)dx=\frac{4}{7}$ và $\int_1^5 f(x)dx=-\frac{3}{5}$. Giá trị của $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{10}{35}$. **B.** $-\frac{1}{35}$. **C.** $-\frac{41}{35}$. **D.** $\frac{23}{35}$.

Câu 29. Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3}dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log\frac{7}{3}$. **B.** $\ln\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{7}$.

Câu 30. Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x}dx$, với cách đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào sau đây?

A. $3\int_0^1 t\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **C.** $3\int_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **D.** $3\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Câu 31. Giá trị của $\int_1^e x^2\ln x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{9}e^3+\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}e^3-\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}e^3+\frac{1}{9}e$. **D.** $\frac{2}{9}e^3-\frac{1}{9}e$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;3;4)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng.

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$ cho hai điểm $A(1;-3;6)$ và $B(-5;1;2)$ phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=17$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=17$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\sqrt{17}$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\sqrt{17}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$.Tìm một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (α) biết (α) đi qua hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(-4;0;3)$ đồng thời (α) song song với giá của vetơ $\vec{u}(0;1;1)$

A. $\vec{n}=(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1011;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x-y-\sqrt{7}z+m=0$ (tham số m). Tính tổng các giá trị của m sao cho $\mathrm{d}(A;(P))=1$?

A. 2020. **B.** 2026. **C.** -2020. **D.** -2026.

II. PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tính tích phân $I=\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{4x-1}{\sqrt{2x-1}+1}\mathrm{d}x$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết rằng cạnh bên SA hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc $60°$ và SO là đường cao của hình chóp. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp nói trên.

Câu 3a. Cho hàm số $f(x)=\frac{(\sin x+2x)\left[(x^2+1)\sin x-x(\cos x+2)\right]}{(\cos x+2)^2\sqrt{(x^2+1)^3}}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0)=2021$. Tính giá trị biểu thức $T=F(-1)+F(1)$.

Câu 3b. Cho $y=f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2};5\right)$ và $\int_0^{\frac{1}{2}} f(t)\mathrm{d}t=\frac{7}{2}$. Tính $I=\int_{-\frac{\pi}{6}}^0 \sin 2x.f'(\sin x)\mathrm{d}x$.

❧ HẾT ☙

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3C	4C	5D	6C	7A	8B	9B	10D	11A	12C	13B	14C	15A
16D	17C	18D	19D	20A	21D	22D	23B	24C	25D	26C	27A	28C	29C	30D
31A	32B	33B	34C	35C										

LỜI GIẢI CHI TIẾT – BIỂU ĐIỂM

I. PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x)=-f(x),\ \forall x\in K$. **B.** $f'(x)=F(x),\ \forall x\in K$.

C. $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$. **D.** $f'(x)=-F(x),\ \forall x\in K$.

Lời giải

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ và C là hằng số thì $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)\Leftrightarrow F'(x)=f(x),\ \forall x\in(a;b)$.

D. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.

Lời giải

Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)+C$ với C là một hằng số.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2021^x$ là

A. 2021^x+C. **B.** $\dfrac{2021^{x+1}}{2021}+C$. **C.** $\dfrac{2021^x}{\ln 2021}+C$. **D.** $2021^x\ln 2021+C$.

Lời giải

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2021^x$ là $\dfrac{2021^x}{\ln 2021}+C$.

Câu 4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $\sin 2021x$ là

A. $\sin 2021x+C$. **B.** $\dfrac{\cos 2021x}{2021}+C$. **C.** $\dfrac{-\cos 2021x}{2021}+C$. **D.** $\dfrac{-\sin 2021x}{2021}+C$.

Lời giải

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $\sin 2021x$ là $\dfrac{-\cos 2021x}{2021}+C$.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int 0\mathrm{d}x=C$. **B.** $\int \mathrm{d}x=x+C$. **C.** $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$. **D.** $\int x^\alpha\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.

Lời giải

Câu D $\int x^\alpha\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$ sai khi $\alpha=1$.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\int \mathrm{k.f}(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)+C$ với mọi số thực $k \neq 0$.

B. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Lời giải

$F(x)$, $G(x)$ khác nhau một hằng số C nên mệnh đề C sai.

Câu 7. Để tính $\int x.\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ bạn An đặt $u=x$ và $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Khi đó $\int x.\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $x\mathrm{e}^x - \int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. **B.** $x\mathrm{e}^x + \int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. **C.** $\mathrm{e}^x - \int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. **D.** $\mathrm{e}^x - \int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Đặt $u=x$ và $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$, ta có $v=\mathrm{e}^x$ và $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x$. Do đó $\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x - \int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 8. $S(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=2x$. Hình thang vuông giới hạn bởi đường thẳng $y=2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=5$ được tính theo công thức

A. $S=S(1)-S(5)$. **B.** $S=S(5)-S(1)$. **C.** $S=S(2x)-S(4)$. **D.** $S=S(4)-S(2x)$.

Lời giải

Diện tích $S=S(5)-S(1)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f'(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$.

C. $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{k}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \ (k\in\mathbb{R})$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$.

Lời giải

Đáp án đúng là B.

Theo định nghĩa tích phân $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;5]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-2;5]$. Biết $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 5$, $F(5)=2$. Tính $F(-2)$.

A. -4. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 5 \Leftrightarrow F(5)-F(-2)=5 \Leftrightarrow F(-2)=F(5)-5=2-5=-3$.

Đáp án đúng là đáp án D.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $\int_0^1 [2x+f(x)]\mathrm{d}x$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 [2x+f(x)]\mathrm{d}x = \int_0^1 2x\,\mathrm{d}x + \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1+3=4$.

Câu 12. Cho $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3, \int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x = 7$, khi đó tính tích phân $\int\limits_0^2 \left[f\left(x\right)+3g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** -18. **C.** 24. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^2 \left[f\left(x\right)+3g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x + 3\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x = 3+3.7 = 24$.

Câu 13. Biết $\int\limits_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$\int\limits_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]\mathrm{d}x = 3 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int\limits_0^1 2x\,\mathrm{d}x = 3 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x + 1 = 3 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2$.

Câu 14. Biết $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

$\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2+3 = 5$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\left(1;-2;0\right)$. **B.** $\left(0;1;-2\right)$. **C.** $\left(1;0;-2\right)$. **D.** $\left(0;-2;1\right)$.

Lời giải

$\vec{a} = \left(x;y;z\right) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = \left(1;-2;0\right)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = \left(2;0;-3\right)$ và $\vec{b} = \left(1;1;0\right)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b} = \left(2;0;0\right)$. **B.** $\vec{a}.\vec{b} = 4$. **C.** $\vec{a}.\vec{b} = \sqrt{2}$. **D.** $\vec{a}.\vec{b} = 2$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}.\vec{b} = 2.1 + 0.1 + \left(-3\right).0 = 2$.

Câu 17. Cho phương trình mặt cầu $\left(S\right): \left(x-3\right)^2 + \left(y+2\right)^2 + \left(z-5\right)^2 = 8$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu

A. $I\left(3;2;5\right)$, $R = 8$. **B.** $I\left(3;2;5\right)$, $R = 2\sqrt{2}$.

C. $I\left(3;-2;5\right)$, $R = 2\sqrt{2}$. **D.** $I\left(3;-2;5\right)$, $R = 8$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt cầu có dạng $\left(S\right): \left(x-a\right)^2 + \left(y-b\right)^2 + \left(z-c\right)^2 = R^2$ thì có tâm $I\left(a;b;c\right)$, bán kính là R.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x + 4y - 7z - 2021 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là

A. $\vec{n} = \left(2;4;7\right)$. **B.** $\vec{n} = \left(2;-4;7\right)$. **C.** $\vec{n} = \left(2;4;0\right)$. **D.** $\vec{n} = \left(2;4;-7\right)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\alpha\right): ax + by + cz + d = 0$ $\left(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0\right)$ thì có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left(a;b;c\right)$.

Vậy chọn D.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

A. $M(2;1;0)$. **B.** $M(2;-1;0)$. **C.** $M(-1;-1;6)$. **D.** $M(1;1;5)$.

Lời giải

Ta có: $1-1+5-5=0 \Rightarrow M(1;1;5) \in (P): x-y+z-5=0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+5z-4=0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với (α)?

A. $x-2y+5z+7=0$. **B.** $x+2y-5z-4=0$.

C. $-x+2y-5z+4=0$. **D.** $x-2y-5z-7=0$.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{5}{5}\neq\frac{-4}{7} \Rightarrow x-2y+5z+7=0$ song song với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+5z-4=0$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $f(2)=5$. Khi đó $\int\limits_1^2 f'(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có : $\int\limits_1^2 f'(x)dx = f(x)\Big|_1^2 = f(2)-f(1)=5-2=3$

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(3x+1)^3$ là

A. $\frac{1}{3}(3x+1)^4+C$. **B.** $\frac{1}{4}(3x+1)^4+C$.

C. $(3x+1)^4+C$. **D.** $\frac{1}{12}(3x+1)^4+C$.

Lời giải

Ta có $\left[\frac{1}{12}(3x+1)^4+C\right]' = (3x+1)^3$

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=\sin 2x - x^3$ là

A. $2\cos 2x-3x^2+C$. **B.** $\frac{-\cos 2x}{2}-\frac{x^4}{4}+C$.

.C. $\frac{\cos 2x}{2}-\frac{x^4}{4}+C$. **D.** $\cos 2x-\frac{x^4}{4}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(\sin 2x - x^3\right)\mathrm{d}x = \frac{-\cos 2x}{2}-\frac{x^4}{4}+C$.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2x^4-4^x+\frac{3}{1-x}$ là

A. $\frac{2x^5}{5}-\frac{4^x}{\ln 4}+3\ln|1-x|+C$. **B.** $8x^3-4^x.\ln 4+\frac{3}{(1-x)^2}+C$.

C. $\frac{2x^5}{5}-\frac{4^x}{\ln 4}-3\ln|1-x|+C$. **D.** $\frac{2x^5}{5}-4^x.\ln 4-3\ln|1-x|+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(2x^4-4^x+\frac{3}{1-x}\right)dx=\frac{2x^5}{5}-\frac{4^x}{\ln 4}-3\ln|1-x|+C$.

Câu 25. Tìm họ nguyên hàm $\int xe^x dx$.

A. xe^x-e^x. **B.** x^2e^x+C. **C.** $\frac{x^2e^x}{2}+C$. **D.** $e^x(x-1)+C$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=e^x\end{cases}$

Ta có $\int xe^x dx=xe^x-\int e^x dx=xe^x-e^x+C=e^x(x-1)+C$.

Câu 26. Tính tích phân $\int_0^1(2x+1)dx$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big|_0^1=2$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I=\int_{-1}^{2}[f(x)+2x]dx$, biết $F(-1)=1$ và $F(2)=4$.

A. $I=6$. **B.** $I=10$. **C.** $I=3$. **D.** $I=9$.

Lời giải

$I=\int_{-1}^{2}[f(x)+2x]dx=F(x)\Big|_{-1}^{2}+x^2\Big|_{-1}^{2}=F(2)-F(-1)+(4-1)=4-1+3=6$.

Câu 28. Biết $\int_1^3 f(x)dx=\frac{4}{7}$ và $\int_1^5 f(x)dx=-\frac{3}{5}$. Giá trị của $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{10}{35}$. **B.** $-\frac{1}{35}$. **C.** $-\frac{41}{35}$. **D.** $\frac{23}{35}$.

Lời giải

Ta có $\int_3^5 f(x)dx=\int_1^5 f(x)dx-\int_1^3 f(x)dx=-\frac{3}{5}-\frac{4}{7}=-\frac{41}{35}$.

Câu 29. Tích phân $\int_0^2\frac{x}{x^2+3}dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log\frac{7}{3}$. **B.** $\ln\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{7}$.

Lời giải

Đặt $t=x^2+3\Rightarrow dt=2xdx$, đổi cận: $x=0\Rightarrow t=3$, $x=2\Rightarrow t=7$.

Ta có: $\int_0^2\frac{x}{x^2+3}dx=\frac{1}{2}\int_3^7\frac{1}{t}dt=\frac{1}{2}\ln|t|\Big|_3^7=\frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$.

Câu 30. Cho tích phân $\int_0^1\sqrt[3]{1-x}\,dx$, với cách đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào sau đây?

A. $3\int_0^1 t\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **C.** $3\int_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **D.** $3\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt[3]{1-x}\Rightarrow t^3=1-x\Rightarrow \mathrm{d}x=-3t^2\mathrm{d}t$, đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$, $x=1\Rightarrow t=0$.

Khi đó ta có $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x}\mathrm{d}x=3\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Câu 31. Giá trị của $\int_1^e x^2\ln x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{9}e^3+\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}e^3-\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}e^3+\frac{1}{9}e$. **D.** $\frac{2}{9}e^3-\frac{1}{9}e$.

Lời giải

Ta có:

$$\int_1^e x^2\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_1^e\left(x^3\right)'\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{3}\int_1^e\frac{x^3}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^3-\frac{1}{3}\int_1^e x^2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^3-\frac{1}{9}x^3\Big|_1^e=\frac{2}{9}e^3+\frac{1}{9}$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;3;4)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng.

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}\vec{b}=1+3-4=0\Leftrightarrow\left(\vec{a};\vec{b}\right)=90^o$

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$ cho hai điểm $A(1;-3;6)$ và $B(-5;1;2)$ phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=17$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=17$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\sqrt{17}$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\sqrt{17}$.

Lời giải

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm của mặt cầu cần tìm thì I là trung điểm của đoạn $AB\Rightarrow I(-2;-1;4)$

Khi đó bán kính mặt cầu là độ dài đoạn thẳng $IA=\left|\overrightarrow{IA}\right|=\sqrt{(1+2)^2+(-3+1)^2+(6-4)^2}=\sqrt{17}$

Vậy mặt cầu có phương trình là: $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=17$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$.Tìm một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (α) biết (α) đi qua hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(-4;0;3)$ đồng thời (α) song song với giá của veto $\vec{u}(0;1;1)$

A. $\vec{n}=(2;1;1)$. **B.**. $\vec{n}=(-2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Lời giải

Vì (α) đi qua hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(-4;0;3)$ nên $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}(-3;-5;1)$

Vì (α) song song với giá của veto $\vec{u}(0;1;1)$ nên $\vec{n}\perp\vec{u}(0;1;1)$

Vậy $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]$.

Mà $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-6;3;-3)$. Chọn $\vec{n}=(2;-1;1)$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1011;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x-y-\sqrt{7}z+m=0$ (tham số m). Tính tổng các giá trị của m sao cho $\mathrm{d}\left(A;(P)\right)=1$?

A. 2020. **B.** 2026. **C.** -2020. **D.** -2026.

Lời giải

Ta có

$$\mathrm{d}\left(A;(P)\right)=1\Leftrightarrow \frac{\left|1011-1-\sqrt{7}.0+m\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+\left(-\sqrt{7}\right)^2}}=1\Leftrightarrow \left|1010+m\right|=3$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1010+m=3\\1010+m=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1007\\m=-1013\end{array}\right.$$

Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn là -2020.

II. PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{4x-1}{\sqrt{2x-1}+1}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{2x-1}\Rightarrow t^2=2x-1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\Rightarrow t=0\\x=1\Rightarrow t=1\end{cases}$.

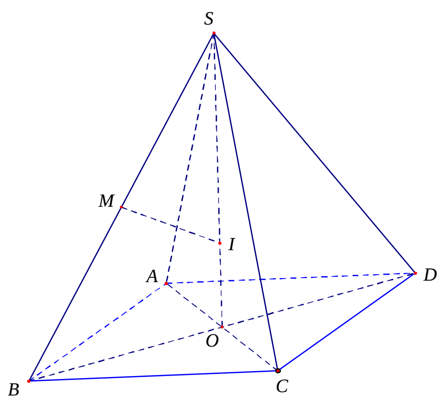
$$\Rightarrow I=\int\limits_0^1\frac{2\left(t^2+1\right)-1}{t+1}.t\mathrm{d}t=\int\limits_0^1\frac{2t^3+t}{t+1}\mathrm{d}t=\int\limits_0^1\left(2t^2-2t+3-\frac{3}{t+1}\right)\mathrm{d}t$$

$$=\left.\left(\frac{2}{3}t^3-t^2+3t-3\ln\left|t+1\right|\right)\right|_0^1$$

$$=\frac{8}{3}-3\ln 2.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết rằng cạnh bên SA hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc $60°$ và SO là đường cao của hình chóp. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp nói trên.

Lời giải



Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$ nên $AC=BD=2a$; $OA=OB=OC=OD=a$ và O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Ta có $SO\perp(ABCD)$ nên $\left(\widehat{SB,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SB,BO}\right)=\widehat{SBO}=60°$.

Do đó ΔSBO là tam giác vuông tại O $OB=a,\widehat{SBO}=60°$ $\Rightarrow SO=OB.\tan 60°=a\sqrt{3}$ và $SB=2a$.

Gọi M là trung điểm SB;

Trong mp (SBD): kẻ $Mx \perp SB$, $Mx \cap SO = \{I\}$ do đó MI là đường trung trực đoạn SB hay $IB = IS$ (1).

Ta có $\begin{cases} OA = OB = OC = OD = a \\ I \in SO \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = ID\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm và $R = SI$ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOB(g.g)$ nên $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow SI = \frac{SM.SB}{SO} = \frac{SB^2}{2.SO} = \frac{4a^2}{2a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

Câu 3a. Cho hàm số $f(x) = \frac{(\sin x + 2x)\left[(x^2+1)\sin x - x(\cos x + 2)\right]}{(\cos x + 2)^2\sqrt{(x^2+1)^3}}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2021$. Tính giá trị biểu thức $T = F(-1) + F(1)$.

Lời giải

Đặt

$$\begin{cases} u = \sin x + 2x \\ dv = \frac{(x^2+1)\sin x - x(\cos x + 2)}{(\cos x + 2)^2\sqrt{(x^2+1)^3}}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (\cos x + 2)dx \\ dv = \frac{\sqrt{x^2+1}\sin x - \frac{x(\cos x+2)}{\sqrt{x^2+1}}}{\left[(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}\right]^2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (\cos x + 2)dx \\ v = \frac{1}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}} \end{cases}$$

Suy ra: $\int f(x)dx = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}} - \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}} - \int \frac{\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}dx$

$$= \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}} - \int \frac{d\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}} - \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) + C$$

Vậy $F(x) = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2+1}} - \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) + C, F(0) = 2021 \Rightarrow C = 2021$.

Do đó: $F(-1) + F(1) = 4022$.

Câu 3b. Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2};5\right)$ và $\int_0^{\frac{1}{2}} f(t)dt = \frac{7}{2}$. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} \sin 2x.f'(\sin x)dx$.

Lời giải

Xét tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} \sin 2x.f'(\sin x)dx = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} 2\sin x.f'(\sin x).\cos x dx$.

Đặt: $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow I = 2\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0} t.f'(t)\mathrm{d}t$.

Đặt: $\begin{cases} u = 2t \\ \mathrm{d}v = f'(t)\mathrm{d}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{d}t \\ v = f(t) \end{cases}$.

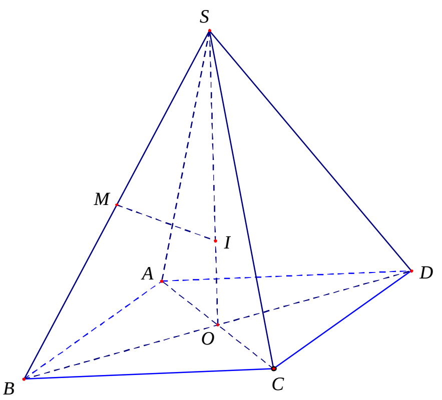
$\Rightarrow I = 2t.f(t)\Big|_{-\frac{1}{2}}^{0} - 2\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0} f(t)\mathrm{d}t = f\left(-\frac{1}{2}\right) - 2\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0} f(t)\mathrm{d}t$.

□ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2};5\right) \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 5$.

□ Hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên R $\Rightarrow \int\limits_{-\frac{1}{2}}^{0} f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{7}{2}$.

Vậy $I = 5 - 2.\frac{7}{2} = -2$.

Dự kiến biểu điểm

Câu hỏi	**Nội dung**	**Điểm**
Câu 1 (1,0 điểm)	$= \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 = 2x-1 \Rightarrow 2t\mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = t\mathrm{d}t$ Đổi cận: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.	0,25
	$\Rightarrow I = \int\limits_0^1 \frac{2(t^2+1)-1}{t+1}.t\mathrm{d}t = \int\limits_0^1 \frac{2t^3+t}{t+1}\mathrm{d}t = \int\limits_0^1 \left(2t^2 - 2t + 3 - \frac{3}{t+1}\right)\mathrm{d}t$	0,25
	$= \left(\frac{2}{3}t^3 - t^2 + 3t - 3\ln\lvert t+1\rvert\right)\Big|_0^1$	0,25
	$= \frac{8}{3} - 3\ln 2$.	0,25
Câu 2 (1,0 điểm)		
	$AC = BD = 2a$ $OA = OB = OC = OD = a$	0,25

<table>
<tr><td></td><td>$\widehat{\left(SB,\left(ABCD\right)\right)}=\widehat{\left(SB,BO\right)}=\widehat{SBO}=60^\circ$
Do đó ΔSBO là tam giác vuông tại O $OB=a,\widehat{SBO}=60^\circ \Rightarrow SO=OB.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$ và $SB=2a$.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Gọi M là trung điểm SB;
Trong mp (SBD): kẻ $Mx\perp SB$, $Mx\cap SO=\{I\}$ do đó MI là đường trung trực đoạn SB hay $IB=IS$ (1).
Ta có $\begin{cases}OA=OB=OC=OD=a\\ I\in SO\end{cases}\Rightarrow IA=IB=IC=ID(2)$
Từ (1) và (2) suy ra I là tâm và $R=SI$ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có $\Delta SMI\sim\Delta SOB(g.g)$ nên $\dfrac{SM}{SO}=\dfrac{SI}{SB}\Rightarrow SI=\dfrac{SM.SB}{SO}=\dfrac{SB^2}{2.SO}=\dfrac{4a^2}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{27}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Câu 3a (0,5 điểm)</td><td>$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{\sin x+2x}{\left(\cos x+2\right)\sqrt{x^2+1}}-\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{\sin x+2x}{\left(\cos x+2\right)\sqrt{x^2+1}}-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Vậy $F\left(x\right)=\dfrac{\sin x+2x}{\left(\cos x+2\right)\sqrt{x^2+1}}-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C, F\left(0\right)=2021\Rightarrow C=2021$.
Do đó: $F\left(-1\right)+F\left(1\right)=4022$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Câu 3b (0,5 điểm)</td><td>$I=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{0}\sin 2x.f'\left(\sin x\right)\mathrm{d}x=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{0}2\sin x.f'\left(\sin x\right).\cos x\mathrm{d}x$.
Đặt: $t=\sin x\Rightarrow \mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $\begin{cases}x=-\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow t=-\dfrac{1}{2}\\ x=0\Rightarrow t=0\end{cases}$.
$\Rightarrow I=2\int_{-\frac{1}{2}}^{0}t.f'\left(t\right)\mathrm{d}t$.
Đặt: $\begin{cases}u=2t\\ \mathrm{d}v=f'\left(t\right)\mathrm{d}t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}t\\ v=f\left(t\right)\end{cases}$.
$\Rightarrow I=2t.f\left(t\right)\Big|_{-\frac{1}{2}}^{0}-2\int_{-\frac{1}{2}}^{0}f\left(t\right)\mathrm{d}t=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)-2\int_{-\frac{1}{2}}^{0}f\left(t\right)\mathrm{d}t$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>□ Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ đi qua điểm $M\left(-\dfrac{1}{2};5\right)\Rightarrow f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=5$.
□ Hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số chẵn, liên tục trên R $\Rightarrow$ $\int_{-\frac{1}{2}}^{0}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int_{0}^{\frac{1}{2}}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int_{0}^{\frac{1}{2}}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{7}{2}$.</td><td>0.25</td></tr>
</table>

	Vậy $I = 5 - 2.\frac{7}{2} = -2$.	

HẾT

ĐỀ SỐ 18

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

I. PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^{x+1}}{x+1}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$.

Câu 2. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=7x^6$.

A. $F(x)=x^7+1$. **B.** $F(x)=7x^7$. **C.** $F(x)=42x^5$. **D.** $F(x)=\dfrac{x^7}{7}$.

Câu 3. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$.
B. $\int 2^x\mathrm{d}x=2^x+C$.
C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.
D. $\int \sin x\,\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Câu 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos(2x+3)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin(2x+3)+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin(2x+3)+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\dfrac{x^4}{4}+x+C$. **B.** $3x^2+C$. **C.** $3x^2+x+C$. **D.** $\dfrac{x^4}{4}+C$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int \mathrm{d}x=x+C$.
B. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$.
C. $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.
D. $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{x}=\ln|x|+C$.

Câu 7. Xét $I=\int x^3(x^4-3)\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $u=x^4-3$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I=\dfrac{1}{4}\int u\mathrm{d}u$. **B.** $I=\dfrac{1}{12}\int u\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int u\mathrm{d}u$. **D.** $I=4\int u\mathrm{d}u$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=f(2)-f(1)$.
B. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=F(1)-F(2)$.
C. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)+F(1)$.
D. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)-F(1)$.

Câu 9. Tích phân $I=\int_0^2(2x-1)\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Tích phân $\int_0^1 e^{-x}dx$ có giá trị bằng

A. $e-1$. **B.** $\frac{1}{e}-1$. **C.** $\frac{e-1}{e}$. **D.** $\frac{1}{e}$.

Câu 11. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

B. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

C. $\int 3f(x)dx=3\int f(x)dx$.

D. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.

Câu 12. Khẳng định nào **sai**?

A. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

B. Cho $\int f(x)dx=F(x)+C$. Khi đó: với $a\neq 0$, a và b là hằng số, ta có: $\int f(ax+b)dx=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$.

C. $\int f'(x)dx=f(x)+C$.

D. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khi đó $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in K$.

Câu 13. Cho $\int_a^b g(x)dx=-4;\int_a^b[3f(x)+2g(x)]dx=10$. Tính $\int_a^b[f(x)]dx$

A. 6. **B.** 9. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** –6.

Câu 14. Cho $\int_0^1 f(x)dx=-1;\int_3^0 f(x)dx=-5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=-3\vec{j}+2\vec{i}+5\vec{k}$, tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $(-3;2;5)$. **B.** $(2;-3;5)$. **C.** $(3;-2;-5)$. **D.** $(-2;3;-5)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{b}=(0;4;5)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. –7. **B.** 17. **C.** 7. **D.** -17.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(2;1;4)$, $R=4$. **B.** $I(2;1;4)$, $R=2$.

C. $I(-2;-1;-4)$, $R=2$. **D.** $I(-2;-1;-4)$, $R=4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+4z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ páp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-3;-4)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;-4)$.

C. $\vec{n}=(2;3;4)$. **D.** $\vec{n}=(3;4;-1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x-2y+3z+6=0$?

A. $Q(3;-2;-3)$.　**B.** $N(3;0;0)$.　**C.** $P(2;-2;3)$.　**D.** $M(3;3;-2)$.

Câu 20. Khoảng cách từ điểm $A(-2;3;5)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z-4=0$ bằng

A. 3.　**B.** $\sqrt{3}$.　**C.** 4.　**D.** 9.

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{-x}+C$.　**B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x+C$.

Câu 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2)=3$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x)=x+4\ln|2x-3|+1$.　**B.** $F(x)=x+2\ln(2x-3)+1$.

C. $F(x)=x+2\ln|2x-3|+1$.　**D.** $F(x)=x+2\ln|2x-3|-1$.

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2x-\sin x$ là:

A. $x^2-\cos x+C$.　**B.** $2x^2+\cos x+C$.　**C.** $2x^2-\cos x+C$.　**D.** $x^2+\cos x+C$.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=1-\dfrac{1}{x^3}+2^x$ là:

A. $x-\dfrac{4}{x^4}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.　**B.** $x+\dfrac{2}{x^2}+2^x+C$.　**C.** $x+\dfrac{1}{4x^4}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.　**D.** $x+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 25. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2}\,x.\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$?

A. $x(\sin x+\cos x)+\sin x-\cos x+C$.　**B.** $x(\sin x+\cos x)+\sin x+\cos x+C$.

C. $-x(\sin x+\cos x)-\sin x+\cos x+C$.　**D.** $-x(\sin x+\cos x)+\sin x-\cos x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y=-\dfrac{1}{x^2}$ thỏa $F(3)=\dfrac{4}{3}$. Tính $F(1)$.

A. $\dfrac{1}{3}$.　**B.** $-\dfrac{1}{3}$.　**C.** 2.　**D.** -2.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_a^b\left[2f(x)-7g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. 8.　**B.** 16.　**C.** -34.　**D.** 11.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;6]$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_3^5 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $P=\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_5^6 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 1.　**B.** -1.　**C.** 2.　**D.** 5.

Câu 29. Cho biết $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=14$. Tính giá trị của $P=\int\limits_0^2 f(5-2x)\mathrm{d}x$.

A. -7.　**B.** 7.　**C.** 28.　**D.** -28.

Câu 30. Tính tích phân $I=\int\limits_1^{13}\dfrac{dx}{x\sqrt{x+3}}$ bằng cách đặt $t=\sqrt{x+3}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=\int\limits_2^4\dfrac{dt}{t^2-3}$.　**B.** $I=2\int\limits_2^4\dfrac{dt}{t^2-3}$.　**C.** $I=\int\limits_1^{13}\dfrac{dt}{t^2-3}$.　**D.** $I=2\int\limits_1^{13}\dfrac{dt}{t^2-3}$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = 1 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = 1 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(1;3;5)$. Độ dài của MN bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;0;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=3$.

B. $(x+2)^2+y^2+(z+3)^2=3$.

C. $(x+2)^2+y^2+(z+3)^2=9$.

D. $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=9$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;0;1)$; $N(5;2;3)$ và mặt phẳng $(Q): 2x-y+z-7=0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N và vuông góc với mặt phẳng (Q) là

A. $\vec{n}=(4;0;8)$. **B.** $\vec{n}=(8;0;4)$. **C.** $\vec{n}=(-1;0;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;0;-2)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y-2z-5=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $x-2y-2z+1=0$.

B. $-x+2y+2z+5=0$.

C. $x-2y-2z-23=0$.

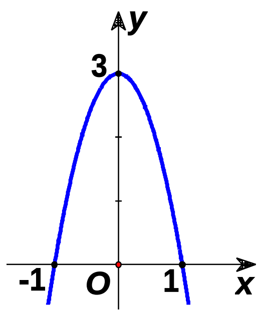
D. $-x+2y+2z+17=0$.

II. PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tính tích phân $I=\int_1^3 \frac{2+\ln x}{(x+2)^2}dx$.

Câu 2. Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=5$. Một đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm M, N phân biệt nhưng không đi qua I. Đặt $MN=2m$. Với giá trị nào của m thì diện tích tam giác IMN lớn nhất?

Câu 3a. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}, a\neq 0\right)$ và có đồ thị (C). Biết rằng (C) đi qua $A(1;4)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ sau đây. Tính giá trị của $H=f(2)-f(0)$.



Câu 3b. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f\left(1\right)=4$. Biết $\int_0^1 x^3 f\left(x^2\right)dx=3$, hãy tính $\int_0^1 x^2 f'\left(x\right)dx$.

☙ **HẾT** ❧

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2A	3B	4D	5D	6B	7A	8D	9B	10C	11A	12A	13A	14B	15B
16A	17B	18C	19D	20A	21B	22C	23D	24D	25D	26C	27C	28A	29B	30B
31D	32D	33D	34D	35D										

LỜI GIẢI CHI TIẾT – BIỂU ĐIỂM

I. PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^{x+1}}{x+1}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$.

Lời giải

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C.$$

Câu 2. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=7x^6$.

A. $F(x)=x^7+1$. **B.** $F(x)=7x^7$. **C.** $F(x)=42x^5$. **D.** $F(x)=\dfrac{x^7}{7}$.

Lời giải

Theo định nghĩa nguyên hàm: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ khi $\left(F(x)\right)'=f(x)$.

A. $\left(x^7+1\right)'=7x^6$.

B. $\left(7x^7\right)'=49x^6$.

C. $\left(42x^5\right)'=210x^4$.

D. $\left(\dfrac{x^7}{7}\right)'=x^6$.

Chọn A.

Câu 3. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$.
B. $\int 2^x\mathrm{d}x=2^x+C$.
C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.
D. $\int \sin x\,\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Lời giải

Vì $\int 2^x\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos(2x+3)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin(2x+3)+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin(2x+3)+C$.		**D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.

Lời giải

Vì $\int \cos(2x+3)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{x^4}{4}+x+C$.	**B.** $3x^2+C$.	**C.** $3x^2+x+C$.	**D.** $\frac{x^4}{4}+C$.

Lời giải

Ta có $\int x^3\mathrm{d}x = \frac{x^4}{4}+C$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int \mathrm{d}x = x+C$.		**B.** $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$.

C. $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.		**D.** $\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln|x|+C$.

Lời giải

Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Câu 7. Xét $I=\int x^3(x^4-3)\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $u=x^4-3$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I=\frac{1}{4}\int u\mathrm{d}u$.	**B.** $I=\frac{1}{12}\int u\mathrm{d}u$.	**C.** $I=\int u\mathrm{d}u$.	**D.** $I=4\int u\mathrm{d}u$.

Lời giải

Đặt $u=x^4-3 \Rightarrow \mathrm{d}u = 4x^3\mathrm{d}x$.

Khi đó $I=\int x^3(x^4-3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int u\mathrm{d}u$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = f(2)-f(1)$.		**B.** $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(1)-F(2)$.

C. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2)+F(1)$.		**D.** $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2)-F(1)$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân, ta có: $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2)-F(1)$.

Câu 9. Tích phân $I=\int_0^2(2x-1)\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. 1.	**B.** 2.	**C.** 3.	**D.** 0.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^2(2x-1)\mathrm{d}x=\left(x^2-x\right)\Big|_0^2=2$.

Câu 10. Tích phân $\int_0^1 e^{-x}\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $e-1$. **B.** $\frac{1}{e}-1$. **C.** $\frac{e-1}{e}$. **D.** $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 e^{-x}\mathrm{d}x=-e^{-x}\Big|_0^1=-\left(\frac{1}{e}-1\right)=\frac{e-1}{e}$.

Câu 11. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$

C. $\int 3f(x)\mathrm{d}x=3\int f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta chọn đáp án A.

Câu 12. Khẳng định nào **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

B. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khi đó: với $a\neq 0$, a và b là hằng số, ta có: $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$.

C. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

D. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khi đó $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in K$.

Lời giải

Ta chọn đáp án A vì cần có điều kiện $k\neq 0$.

Câu 13. Cho $\int_a^b g(x)dx=-4;\int_a^b\left[3f(x)+2g(x)\right]dx=10$. Tính $\int_a^b\left[f(x)\right]dx$

A. 6. **B.** 9. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** –6.

Lời giải

Ta có $\int_a^b\left[3f(x)+2g(x)\right]dx=10\Rightarrow\int_a^b\left[f(x)\right]dx=\frac{1}{3}\left(10-2\int_a^b\left[g(x)\right]dx\right)=6$

Câu 14. Cho $\int_0^1 f(x)dx=-1;\int_3^0 f(x)dx=-5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = -\int_3^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 6$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = -3\vec{j} + 2\vec{i} + 5\vec{k}$, tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $(-3;2;5)$. **B.** $(2;-3;5)$. **C.** $(3;-2;-5)$. **D.** $(-2;3;-5)$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} = -3\vec{j} + 2\vec{i} + 5\vec{k} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2;-3;5)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;1)$ và $\vec{b} = (0;4;5)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -7. **B.** 17. **C.** 7. **D.** -17.

Lời giải

Ta có $\vec{a}.\vec{b} = 2.0 + (-3).4 + 1.5 = -12 + 5 = -7$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(2;1;4)$, $R=4$. **B.** $I(2;1;4)$, $R=2$.

C. $I(-2;-1;-4)$, $R=2$. **D.** $I(-2;-1;-4)$, $R=4$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có phương trình: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R nên theo đề ra ta chọn đáp án B.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2;-3;-4)$. **B.** $\vec{n} = (-2;3;-4)$.

C. $\vec{n} = (2;3;4)$. **D.** $\vec{n} = (3;4;-1)$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A;B;C)$ nên theo đề ra ta chọn đáp án C.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x - 2y + 3z + 6 = 0$?

A. $Q(3;-2;-3)$. **B.** $N(3;0;0)$. **C.** $P(2;-2;3)$. **D.** $M(3;3;-2)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P), dễ thấy $M = (3;3;-2)$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P).

Câu 20. Khoảng cách từ điểm $A(-2;3;5)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 4 = 0$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Áp dụng công thức ta có $d\left(A,(\alpha)\right)=\dfrac{\left|2.(-2)-2.3+5-4\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{9}{3}=3$.

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{-x}+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x}+x+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^x+1\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x+C$.

Câu 22. Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2)=3$. Tìm $F\left(x\right)$?

A. $F(x)=x+4\ln\left|2x-3\right|+1$.
B. $F(x)=x+2\ln(2x-3)+1$.
C. $F(x)=x+2\ln\left|2x-3\right|+1$.
D. $F(x)=x+2\ln\left|2x-3\right|-1$.

Lời giải

Ta có $F\left(x\right)=\int\dfrac{2x+1}{2x-3}\mathrm{d}x=\int\left(1+\dfrac{4}{2x-3}\right)\mathrm{d}x=x+2\ln\left|2x-3\right|+C$.

Lại có $F(2)=3\Leftrightarrow 2+2\ln\left|1\right|+C=3\Leftrightarrow C=1$.

Vậy nguyên hàm cần tìm là: $F\left(x\right)=x+2\ln\left|2x-3\right|+1$.

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=2x-\sin x$ là:

A. $x^2-\cos x+C$.
B. $2x^2+\cos x+C$.
C. $2x^2-\cos x+C$.
D. $x^2+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(2x-\sin x\right)\mathrm{d}x=\int 2x\mathrm{d}x-\int\sin x\mathrm{d}x=2\int x\mathrm{d}x-\int\sin x\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=1-\dfrac{1}{x^3}+2^x$ là:

A. $x-\dfrac{4}{x^4}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.
B. $x+\dfrac{2}{x^2}+2^x+C$.
C. $x+\dfrac{1}{4x^4}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.
D. $x+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(1-\dfrac{1}{x^3}+2^x\right)dx=\int dx-\int\dfrac{1}{x^3}dx+\int 2^x dx=x+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 25. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2}\,x.\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$?

A. $x\left(\sin x+\cos x\right)+\sin x-\cos x+C$.
B. $x\left(\sin x+\cos x\right)+\sin x+\cos x+C$.
C. $-x\left(\sin x+\cos x\right)-\sin x+\cos x+C$.
D. $-x\left(\sin x+\cos x\right)+\sin x-\cos x+C$.

Lời giải

$$I=\int f\left(x\right)dx=\int\sqrt{2}\,x.\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)dx=\int x\left(\sin x-\cos x\right)dx$$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=\sin x-\cos x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=-\cos x-\sin x\end{cases}$

$I=-x(\sin x+\cos x)+\int(\cos x+\sin x)dx=-x(\sin x+\cos x)+\sin x-\cos x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y=-\frac{1}{x^2}$ thỏa $F(3)=\frac{4}{3}$. Tính $F(1)$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 -\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\left.\frac{1}{x}\right|_1^3=-\frac{2}{3}$ (1)

$\int_1^3 f(x)dx=F(3)-F(1)=\frac{4}{3}-F(1)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}-F(1)\Rightarrow F(1)=2$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_a^b[2f(x)-7g(x)]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 16. **C.** -34. **D.** 11.

Lời giải

$\int_a^b[2f(x)-7g(x)]\mathrm{d}x=2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-7\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=2.(-3)-7.4=-34$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;6]$ và $\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $P=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^6 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $P=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^6 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x$

$=\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^3 f(x)\mathrm{d}x=3-1=1$.

Vậy $P=-1$.

Câu 29. Cho biết $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=14$. Tính giá trị của $P=\int_0^2 f(5-2x)\mathrm{d}x$.

A. -7. **B.** 7. **C.** 28. **D.** -28.

Lời giải

Đặt $t=5-2x\Rightarrow \mathrm{d}t=-2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0$ thì $t=5$; $x=2$ thì $t=1$.

Ta có: $P=\int\limits_0^2 f\left(5-2x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_5^1 f\left(t\right)\frac{\mathrm{d}t}{-2}=\frac{1}{2}\int\limits_1^5 f\left(t\right)\mathrm{d}t=7$

Câu 30. Tính tích phân $I=\int\limits_1^{13}\frac{dx}{x\sqrt{x+3}}$ bằng cách đặt $t=\sqrt{x+3}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=\int\limits_2^4\frac{dt}{t^2-3}$. **B.** $I=2\int\limits_2^4\frac{dt}{t^2-3}$. **C.** $I=\int\limits_1^{13}\frac{dt}{t^2-3}$. **D.** $I=2\int\limits_1^{13}\frac{dt}{t^2-3}$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x+3}\Rightarrow t^2=x+3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2$; $x=13\Rightarrow t=4$

Ta có $\int\limits_1^{13}\frac{dx}{x\sqrt{x+3}}=2\int\limits_2^4\frac{tdt}{\left(t^2-3\right)t}=2\int\limits_2^4\frac{dt}{\left(t^2-3\right)}$

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx=1+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$. **B.** $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx=1+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$.

C. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx=\frac{\pi}{2}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$. **D.** $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx=\frac{\pi}{2}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$.

Lời giải

$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x d\left(\sin x\right)=x\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=\frac{\pi}{2}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(2;1;3\right)$ và $N\left(1;3;5\right)$. Độ dài của MN bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$MN=\sqrt{\left(2-1\right)^2+\left(1-3\right)^2+\left(3-5\right)^2}=3$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I\left(2;0;3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z+1=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $\left(x-2\right)^2+y^2+\left(z-3\right)^2=3$. **B.** $\left(x+2\right)^2+y^2+\left(z+3\right)^2=3$.

C. $\left(x+2\right)^2+y^2+\left(z+3\right)^2=9$. **D.** $\left(x-2\right)^2+y^2+\left(z-3\right)^2=9$.

Lời giải

Ta có mặt cầu tiếp xúc với $\left(P\right):x-2y+2z+1=0$ nên $R=d\left(I,\left(P\right)\right)=\frac{\left|2-2.0+2.3+1\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2+2^2}}=3$.

Vậy mặt cầu có tâm $I\left(2;0;3\right)$ và bán kính $R=3$. Từ đó ta có phương trình mặt cầu là:

$$\left(x-2\right)^2+y^2+\left(z-3\right)^2=9.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;0;1)$; $N(5;2;3)$ và mặt phẳng $(Q): 2x-y+z-7=0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N và vuông góc với mặt phẳng (Q) là

A. $\vec{n}=(4;0;8)$. **B.** $\vec{n}=(8;0;4)$. **C.** $\vec{n}=(-1;0;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;0;-2)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN}=(4;2;2)$ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)}=(2;-1;1)$.

Mà $MN \subset (P)$ và $(P)\perp(Q)$ nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}$ thỏa mãn:

$$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{MN}\\ \vec{n}\perp\vec{n}_{(Q)}\end{cases} \Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\vec{n}_{(Q)}\right]=(4;0;-8).$$

Vậy vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;0;-2)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y-2z-5=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $x-2y-2z+1=0$. **B.** $-x+2y+2z+5=0$.

C. $x-2y-2z-23=0$. **D.** $-x+2y+2z+17=0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-3)$ và bán kính $R=2$.

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

Phương trình (Q) có dạng: $x-2y-2z+D=0$ $(D\neq-5)$.

(Q) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi $d(I,(Q))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1-2.(-2)-2.(-3)+D|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$

$$\Leftrightarrow |D+11|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D+11=6\\ D+11=-6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=-5\\ D=-17\end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện suy ra $D=-17$.

Vậy phương trình của (Q) là $x-2y-2z-17=0 \Leftrightarrow -x+2y+2z+17=0$.

II. PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^3 \frac{2+\ln x}{(x+2)^2}\,dx$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = 2 + \ln x \\ dv = \dfrac{1}{(x+2)^2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = -\dfrac{1}{x+2} \end{cases}$

Tích phân $I = -(2+\ln x)\dfrac{1}{x+2}\Big|_1^3 + \int_1^3 \dfrac{1}{x(x+2)}dx = -(2+\ln x)\dfrac{1}{x+2}\Big|_1^3 + \dfrac{1}{2}\int_1^3\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+2}\right)dx$

$= -(2+\ln x)\dfrac{1}{x+2}\Big|_1^3 + \dfrac{1}{2}(\ln|x| - \ln|x+2|)\Big|_1^3$

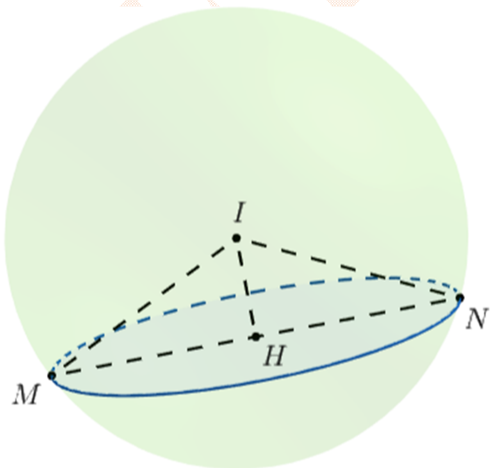
$= -(2+\ln 3)\dfrac{1}{5} + (2+\ln 1)\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2}(\ln|3| - \ln|5|) - \dfrac{1}{2}(\ln 1 - \ln|3|)$

$= \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{5}\ln 3 + \dfrac{1}{2}\ln 3 - \dfrac{1}{2}\ln 5 + \dfrac{1}{2}\ln 3$

$= \dfrac{4}{15} + \dfrac{4}{5}\ln 3 - \dfrac{1}{2}\ln 5$.

Câu 2. Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R = 5$. Một đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm M, N phân biệt nhưng không đi qua I. Đặt $MN = 2m$. Với giá trị nào của m thì diện tích tam giác IMN lớn nhất?

Lời giải



Do $MN = 2m$ nên $m > 0$

Gọi H là trung điểm MN, ta có $IH = \sqrt{25 - m^2}$

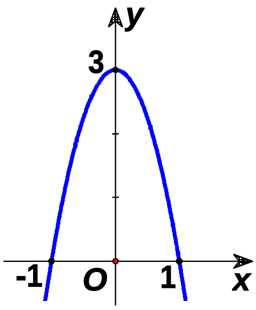
Diện tích tam giác IMN là

$S_{IMN} = \dfrac{1}{2}IH.MN = m\sqrt{25 - m^2}$

$= \sqrt{m^2(25 - m^2)} \le \dfrac{m^2 + 25 - m^2}{2} = \dfrac{25}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $m^2 = 25 - m^2 \Leftrightarrow m = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3a. **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\left(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ và có đồ thị $\left(C\right)$. Biết rằng $\left(C\right)$ đi qua $A\left(1;4\right)$, có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ cho bởi hình vẽ sau đây. Tính giá trị của $H=f\left(2\right)-f\left(0\right)$.



Lời giải

Tìm được phương trình parabol là $y=-3x^2+3\Rightarrow f'\left(x\right)=-3x^2+3$

$\Rightarrow f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)dx=-x^3+3x+C\ \ (C\in\mathbb{R})$

Đồ thị hàm số đi qua $A\left(1;4\right)\Rightarrow C=2\Rightarrow f\left(x\right)=-x^3+3x+2$

Suy ra $f\left(2\right)-f\left(0\right)=-2$

Câu 3b. **[Mức độ 4]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f\left(1\right)=4$. Biết $\int_0^1 x^3f\left(x^2\right)dx=3$, hãy tính $\int_0^1 x^2f'\left(x\right)dx$.

Lời giải

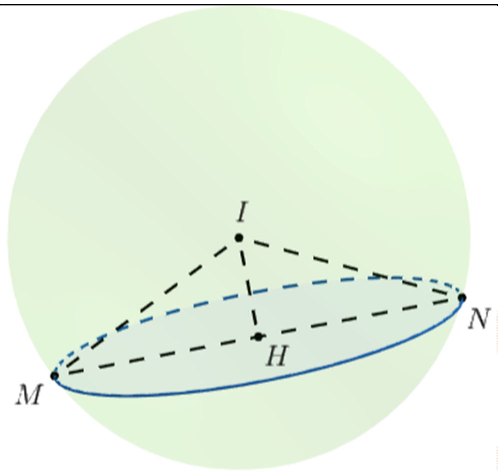
Đặt $x^2=t$, khi đó: $\int_0^1 x^3f\left(x^2\right)dx=\dfrac{1}{2}\int_0^1 tf\left(t\right)dt=3\Rightarrow\int_0^1 xf\left(x\right)dx=6$

Ta có: $\int_0^1 x^2f'\left(x\right)dx=\int_0^1 x^2d\left(f\left(x\right)\right)=x^2f\left(x\right)\Big|_0^1-\int_0^1 2xf\left(x\right)dx$

$$=f\left(1\right)-2\int_0^1 xf\left(x\right)dx=4-2.6=-8$$

Dự kiến biểu điểm

Câu hỏi	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,0 điểm)	Đặt: $\begin{cases}u=2+\ln x\\ dv=\dfrac{1}{\left(x+2\right)^2}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{x}dx\\ v=-\dfrac{1}{x+2}\end{cases}$	0,25
	$I=-\left(2+\ln x\right)\dfrac{1}{x+2}\Big|_1^3+\int_1^3\dfrac{1}{x\left(x+2\right)}dx=-\left(2+\ln x\right)\dfrac{1}{x+2}\Big|_1^3+\dfrac{1}{2}\int_1^3\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+2}\right)dx$	0,25

	$= -\left(2+\ln x\right)\dfrac{1}{x+2}\Big\|_1^3 + \dfrac{1}{2}\left(\ln\|x\| - \ln\|x+2\|\right)\Big\|_1^3$	0,25
	$= \dfrac{4}{15} + \dfrac{4}{5}\ln 3 - \dfrac{1}{2}\ln 5$.	0,25
Câu 2 (1,0 điểm)		
	Gọi H là trung điểm MN, ta có $IH = \sqrt{25-m^2}$	0,25
	Diện tích tam giác IMN là $S_{IMN} = \dfrac{1}{2} IH.MN = m\sqrt{25-m^2}$	0,25
	$= \sqrt{m^2\left(25-m^2\right)} \le \dfrac{m^2+25-m^2}{2} = \dfrac{25}{2}$	0,25
	Dấu "=" xảy ra khi $m^2 = 25-m^2 \Leftrightarrow m = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.	0,25
Câu 3a (0,5 điểm)	Tìm được phương trình parabol là $y=-3x^2+3 \Rightarrow f'(x) = -3x^2+3$ $\Rightarrow f(x) = \int f'(x)\,dx = -x^3+3x+C \;\; (C\in\mathbb{R})$	0.25
	Đồ thị hàm số đi qua $A(1;4) \Rightarrow C=2 \Rightarrow f(x) = -x^3+3x+2$ Suy ra $f(2) - f(0) = -2$	0.25
Câu 3b (0,5 điểm)	Đặt $x^2=t$, khi đó: $\int_0^1 x^3 f\left(x^2\right)dx = \dfrac{1}{2}\int_0^1 tf(t)\,dt = 3 \Rightarrow \int_0^1 xf(x)\,dx = 6$	0.25
	Ta có: $\int_0^1 x^2 f'(x)\,dx = \int_0^1 x^2 d\left(f(x)\right) = x^2 f(x)\Big\|_0^1 - \int_0^1 2xf(x)\,dx$ $= f(1) - 2\int_0^1 xf(x)\,dx = 4 - 2.6 = -8$	0.25

ↂ HẾT ↂ

ĐỀ SỐ 20

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$. Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_1^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_2^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_2^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin^2 x+C.$ **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x=-\sin x+C.$

C. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C.$ **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C.$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+1$ là

A. $F\left(x\right)=\frac{x^3}{3}+x+C$. **B.** $F\left(x\right)=x^3+x+C$. **C.** $F\left(x\right)=2x+C$. **D.** $F\left(x\right)=2x^2+x+C$.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x.$

B. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)+C$, $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên K với C là hằng số.

D. Nếu $F\left(x\right)$ và $G\left(x\right)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ thì $F\left(x\right)=G\left(x\right)$.

Câu 5. Xét $f\left(x\right)$ là một hàm số tùy ý, $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\left[a;b\right]$.
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(b\right)-F\left(a\right)$. **B.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(a\right)-F\left(b\right)$.

C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(a\right)+F\left(b\right)$. **D.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=-F\left(a\right)-F\left(b\right)$.

Câu 6. Cho hai hàm số $f\left(x\right),g\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $\int 2f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int xf\left(x\right)\mathrm{d}x=x\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x.\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 7. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên R, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=f'\left(x\right)$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=f'\left(x\right)+C$.

C. $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)$. **D.** $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)+C$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x\left(3+e^x\right)$ là

A. $3x^2+2xe^x-2e^x+C$. **B.** $6x^2+2xe^x+2e^x+C$.
C. $3x^2+e^x-2xe^x+C$. **D.** $3x^2+2xe^x+2e^x+C$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=-2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là
A. $(-2;3;-1)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(-2;-3;-1)$.

Câu 10. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ bất kỳ sao cho chúng liên tục, có đạo hàm liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\int[g(x)+f(x)]dx=\int g(x)dx+\int f(x)dx$. **B.** $\int g'(x)dx=g(x)+c$.
C. $\int[g(x).f(x)]dx=\int g(x)dx.\int f(x)dx$. **D.** $\int[g(x)-f(x)]dx=\int g(x)dx-\int f(x)dx$

Câu 11. Cho $\int_0^2 f(x)dx=4$ và $\int_2^7 f(x)dx=5$, khi đó $\int_0^7 f(x)dx$ bằng
A. 9. **B.** 8 **C.** 10. **D.** 11.

Câu 12. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=4$ và $\int_0^1 g(x)dx=-2$ thì $\int_0^1[f(x)-2g(x)]dx$ bằng
A. 0. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 13. Cho hai tích phân $\int_a^b f(x)dx=m$ và $\int_b^a g(x)dx=n$. Giá trị của tích phân $\int_a^b[f(x)-g(x)]dx$ là
A. $m+n$. **B.** $m-n$. **C.** $n-m$. **D.** $m\times n$.

Câu 14. Biết $\int_0^1 f(x)dx=1$, khi đó $\int_0^1[2f(x)-2x]dx$ bằng
A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 15. Tích phân $\int_1^e \frac{1}{x}dx$ bằng
A. 1. **B.** $\frac{1}{e^2}-1$. **C.** $-\frac{1}{e^2}+1$. **D.** 2.

Câu 16. Khoảng cách từ điểm $A(1;1;0)$ đến mặt phẳng $(P):3x-4y+2021=0$ là
A. 2021. **B.** 2022. **C.** 404. **D.** 405.

Câu 17. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là
A. $-x+2y-1=0$. **B.** $-x+2z-5=0$. **C.** $-x+2y-5=0$. **D.** $-x+2z-1=0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?
A. $\vec{n}_1=(2;3;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;3;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;-1;1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;-2;3)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxy).

A. $N(-1;2;-3)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $N(-1;2;3)$. **D.** $N(1;-2;-3)$.

Câu 20. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int[-f(x)+1]\mathrm{d}x$.

A. $I=-F(x)+1+C$. **B.** $I=-F(x)+x+C$.

C. $I=-xF(x)+1+C$. **D.** $I=xF(x)+x+C$.

Câu 21. Hàm số $F(x)=\log_2 x$ với $x>0$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x)=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **B.** $f(x)=\dfrac{\ln x}{2}$. **C.** $f(x)=\dfrac{x}{\ln 2}$. **D.** $f(x)=\dfrac{1}{2\ln x}$.

Câu 22. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ và đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\dfrac{\pi}{2};1\right)$. Tính $F(\pi)$.

A. $F(\pi)=2$. **B.** $F(\pi)=-1$. **C.** $F(\pi)=0$. **D.** $F(\pi)=1$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[2;5]$, $f(5)=7$ và $\int\limits_2^5 f'(x)\mathrm{d}x=10$. Khi đó $f(2)$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -3. **D.** -5.

Câu 24. Cho tích phân $I=\int\limits_0^1\sqrt[3]{1-x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$, khi đó tích phân I bằng

A. $-3\int\limits_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **B.** $3\int\limits_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **C.** $-3\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **D.** $3\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Câu 25. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;\,2;\,1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=0$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 26. Phương trình mặt cầu tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=13$.

C. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=20$.

Câu 27. Cho $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$, $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_1^5 g(x)\mathrm{d}x=6$. Tích phân $I=\int\limits_1^5[2.f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 28. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$; $\int_1^3 [f(x).g(x)]' \mathrm{d}x = 10$ và $\int_1^3 g'(x).f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int_1^3 f'(x).g(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = -7$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = -10$. **D.** $I = 7$.

Câu 29. Biết tích phân $I = \int_0^3 \frac{x+2}{2+\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x = \frac{a}{3} + b\ln 3 + c\ln 2$, trong đó $a;b;c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 6$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 8$.

Câu 30. Cho $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = 3021$. Tính tích phân $I = \int_0^3 [f(3x) + f(9-3x)]\mathrm{d}x$.

A. $I = 0$. **B.** $I = 4036$. **C.** $I = 2014$. **D.** $I = 1009$.

Câu 31. Giá trị của tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{(2\ln x + 3)x}\mathrm{d}x$ là

A. $\ln 3$. **B.** $-\ln 3$. **C.** $\ln\sqrt{3}$. **D.** $-\ln\sqrt{3}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;-2;9)$. **B.** $D(-4;2;9)$. **C.** $D(4;-2;9)$. **D.** $D(4;2;-9)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2\ ;\ -1\ ;\ 1)$, $B(1\ ;\ 0\ ;\ 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (β) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (α) là

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $2x-y+z-1=0$. **C.** $x-2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y-z+3=0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;-3;5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $x+y-2z+2=0$. **B.** $x+2y-3z+7=0$. **C.** $x-2y-3z+7=0$. **D.** $2x+y-3z+7=0$.

Câu 35. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$, biết rằng đồ thị của hàm số $y = F(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

A. $\ln|x-1| + \frac{1}{x-1} + 1$. **B.** $\ln|x-1| + \frac{1}{x-1} - 1$. **C.** $\ln|x-1| - \frac{1}{x-1} - 1$. **D.** $\ln|x-1| - \frac{1}{x-1} + 1$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích là $2\pi a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Tính $f(1) + f(2) + ... + f(2020)$.

Câu 3. Tìm $\int \frac{1}{1+\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}}\mathrm{d}x$.

Câu 4. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^5 \ln\left(x\sqrt{x}+1\right)\mathrm{d}x$.

---------------- **Hết** ----------------

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.D	5.A	6.A	7.D	8.A	9.A	10.C
11.A	12.D	13.A	14.A	15.A	16.C	17.D	18.B	19.D	20.B
21.A	22.A	23.C	24.D	25.D	26.B	27.A	28.D	29.A	30.C
31.C	32.A	33.A	34.B	35.D					

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $\int_0^2 f(x)dx$. **B.** $\int_1^0 f(x)dx$. **C.** $\int_2^0 f(x)dx$. **D.** $\int_2^1 f(x)dx$.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx$.

Câu 2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \frac{1}{2}\sin^2 x + C$. **B.** $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

C. $\int \sin x dx = \cos x + C$. **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow (F(x)+C)' = f(x)$

Vì $(\tan x + C)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ nên chọn đáp án D

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 1$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + x + C$. **B.** $F(x) = x^3 + x + C$. **C.** $F(x) = 2x + C$. **D.** $F(x) = 2x^2 + x + C$.

Lời giải

Sử dụng định nghĩa nguyên hàm.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. $\int f(x)dx = F(x) + C$, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K với C là hằng số.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

Lời giải

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C, hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

Câu 5. Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a) + F(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -F(a) - F(b)$.

Lời giải

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a;b]$ nên $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 6. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $\int 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int xf(x)\mathrm{d}x = x\int f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int [f(x).g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Áp dụng tính chất $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x \, (k \neq 0; k \in \mathbb{R})$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = f'(x)$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = f'(x) + C$.

C. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x)$. **D.** $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$.

Lời giải

Theo tính chất của nguyên hàm, chọn đáp án D

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(3 + e^x)$ là

A. $3x^2 + 2xe^x - 2e^x + C$. **B.** $6x^2 + 2xe^x + 2e^x + C$.

C. $3x^2 + e^x - 2xe^x + C$. **D.** $3x^2 + 2xe^x + 2e^x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int 2x(3 + e^x)\mathrm{d}x = 6\int x\mathrm{d}x + 2\int xe^x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = e^x \end{cases}$.

Suy ra $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x^2 + 2\left(xe^x - \int e^x\mathrm{d}x\right) = 3x^2 + 2xe^x - 2e^x + C$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-2;3;-1)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(-2;-3;-1)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1)$.

Do đó: $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} = (-2;3;-1)$.

Câu 10. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ bất kỳ sao cho chúng liên tục, có đạo hàm liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int[g(x)+f(x)]dx=\int g(x)dx+\int f(x)dx$.   **B.** $\int g'(x)dx=g(x)+c$.
C. $\int[g(x).f(x)]dx=\int g(x)dx.\int f(x)dx$.   **D.** $\int[g(x)-f(x)]dx=\int g(x)dx-\int f(x)dx$

Lời giải

Ta lấy phản chứng với $f(x)=g(x)=x$ liên tục và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tuy nhiên:

$\int f(x)g(x)dx=\int x^2dx=\frac{1}{3}x^3+c$ còn $\int f(x)dx.\int g(x)dx=\int xdx.\int xdx=\left(\frac{x^2}{2}+m\right).\left(\frac{x^2}{2}+n\right)$.

Câu 11. Cho $\int_0^2 f(x)dx=4$ và $\int_2^7 f(x)dx=5$, khi đó $\int_0^7 f(x)dx$ bằng

A. 9.   **B.** 8   **C.** 10.   **D.** 11.

Lời giải

$\int_0^7 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^7 f(x)dx=4+5=9$.

Câu 12. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=4$ và $\int_0^1 g(x)dx=-2$ thì $\int_0^1[f(x)-2g(x)]dx$ bằng

A. 0.   **B.** 2.   **C.** 6.   **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_0^1[f(x)-2g(x)]dx=\int_0^1 f(x)dx-2\int_0^1 g(x)dx=4-2(-2)=8$.

Câu 13. Cho hai tích phân $\int_a^b f(x)dx=m$ và $\int_b^a g(x)dx=n$. Giá trị của tích phân $\int_a^b[f(x)-g(x)]dx$ là

A. $m+n$.   **B.** $m-n$.   **C.** $n-m$.   **D.** $m\times n$.

Lời giải

Ta có $\int_a^b[f(x)-g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx=\int_a^b f(x)dx+\int_b^a g(x)dx=m+n$.

Câu 14. Biết $\int_0^1 f(x)dx=1$, khi đó $\int_0^1[2f(x)-2x]dx$ bằng

A. 1.   **B.** -2.   **C.** -1.   **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1[2f(x)-2x]dx=2\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 2xdx=2.1-x^2\Big|_0^1=2-1+0=1$.

Câu 15. Tích phân $\int_1^e \frac{1}{x}dx$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{e^2}-1$. **C.** $-\frac{1}{e^2}+1$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^e \frac{1}{x}dx=\ln|x|\Big|_1^e=\ln e-\ln 1=1$.

Câu 16. Khoảng cách từ điểm $A(1;1;0)$ đến mặt phẳng $(P):3x-4y+2021=0$ là

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 404. **D.** 405.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $\frac{|3.1-4.1+2021|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=404$.

Câu 17. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ là VTPT có phương trình là

A. $-x+2y-1=0$. **B.** $-x+2z-5=0$. **C.** $-x+2y-5=0$. **D.** $-x+2z-1=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ là VTPT có phương trình là: $-1(x+1)+0(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow -x-1+2z=0 \Leftrightarrow -x+2z-1=0$.

Vậy $(P):-x+2z-1=0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_1=(2;3;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;3;-1)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;-1;1)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):2x+3y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;-1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;-2;3)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxy)

A. $N(-1;2;-3)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $N(-1;2;3)$. **D.** $N(1;-2;-3)$.

Lời giải

Gọi điểm $N(x';y';z')$ đối xứng với điểm $M(x;y;z)$ qua mặt phẳng (Oxy)

Khi đó: $\begin{cases} x'=x \\ y'=y \\ z'=-z \end{cases}$ hay $\begin{cases} x'=1 \\ y'=-2 \\ z'=-3 \end{cases} \Rightarrow N(1;-2;-3)$.

Câu 20. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int[-f(x)+1]dx$.

A. $I=-F(x)+1+C$. **B.** $I=-F(x)+x+C$. **C.** $I=-xF(x)+1+C$. **D.** $I=xF(x)+x+C$.

Lời giải

Theo tính chất nguyên hàm:

$I=\int\left[-f\left(x\right)+1\right]\mathrm{d}x=\int\left[-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x+\int\mathrm{d}x=-\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\mathrm{d}x=-F\left(x\right)+x+C$.

Câu 21. Hàm số $F(x)=\log_2 x$ với $x>0$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x)=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **B.** $f(x)=\dfrac{\ln x}{2}$. **C.** $f(x)=\dfrac{x}{\ln 2}$. **D.** $f(x)=\dfrac{1}{2\ln x}$.

Lời giải

Ta có $F'(x)=\left(\log_2 x\right)'=\dfrac{1}{x\ln 2}$ với mọi $x>0$.

Câu 22. Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ và đồ thị hàm số $y=F\left(x\right)$ đi qua điểm $M\left(\dfrac{\pi}{2};1\right)$. Tính $F\left(\pi\right)$.

A. $F\left(\pi\right)=2$. **B.** $F\left(\pi\right)=-1$. **C.** $F\left(\pi\right)=0$. **D.** $F\left(\pi\right)=1$.

Lời giải

* Ta có $F\left(x\right)=-\cos x+C$, với C là hằng số tùy ý.

* Đồ thị hàm số $y=F\left(x\right)$ đi qua điểm $M\left(\dfrac{\pi}{2};1\right)$

Nên $1=-\cos\dfrac{\pi}{2}+C\Leftrightarrow C=1\Rightarrow F\left(x\right)=-\cos x+1$. Do đó $F\left(\pi\right)=2$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $\left[2;5\right]$, $f(5)=7$ và $\int\limits_2^5 f'(x)\mathrm{d}x=10$. Khi đó $f(2)$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -3. **D.** -5.

Lời giải

Ta có $\int\limits_2^5 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_2^5=f(5)-f(2)=10$.

Suy ra $f(2)=f(5)-10=7-10=-3$.

Câu 24. Cho tích phân $I=\int\limits_0^1\sqrt[3]{1-x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$, khi đó tích phân I bằng

A. $-3\int\limits_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **B.** $3\int\limits_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **C.** $-3\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **D.** $3\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Lời giải

Xét $I=\int\limits_0^1\sqrt[3]{1-x}\,\mathrm{d}x$, đặt $t=\sqrt[3]{1-x}\Rightarrow t^3=1-x$.

Suy ra: $-3t^2\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận:

x	0	1
t	1	0

Ta được $I=-\int_1^0 t\cdot 3t^2\mathrm{d}t=3\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$

Câu 25. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;\,2;\,1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$ là

A $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=0$.
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải

Bán kính mặt cầu $R=d(I,(P))=\dfrac{|-1-4-2-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 26. Phương trình mặt cầu tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=25$.
B. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=13$.
C. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=9$.
D. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=20$.

Lời giải

+) Giả sử A là hình chiếu của $I(2;-4;3)$ lên trục Oy. Khi đó $A(0;-4;0)$.

+) Ta có $\overrightarrow{IA}=(-2;0;-3)$. Suy ra bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{13}$.

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=13$.

Câu 27. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$, $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=6$. Tích phân $I=\int_1^5\left[2.f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2.
B. 10.
C. 4.
D. 8.

Lời giải

Ta có $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=(-3)+5=2$.

Khi đó, $I=\int_1^5\left[2.f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=2\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=-2$.

Câu 28. Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$ và

$\int_1^3 [f(x).g(x)]' dx = 10$ và $\int_1^3 g'(x).f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_1^3 f'(x).g(x)dx$.

A. $I = -7$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = -10$. **D.** $I = 7$.

Lời giải

$\int_1^3 [f(x).g(x)]' dx = \int_1^3 f'(x).g(x)dx + \int_1^3 g'(x).f(x)dx$.

Suy ra $10 = \int_1^3 f'(x).g(x)dx + 3 \Rightarrow \int_1^3 f'(x).g(x)dx = 7 \Rightarrow I = 7$.

Câu 29. Biết tích phân $I = \int_0^3 \frac{x+2}{2+\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b\ln 3 + c\ln 2$, trong đó $a;b;c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 6$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 8$.

Lời giải

Xét $I = \int_0^3 \frac{x+2}{2+\sqrt{x+1}} dx$

Đặt $2+\sqrt{x+1} = t \Rightarrow x = (t-2)^2 - 1 \Rightarrow dx = 2(t-2)dt$

Với $x = 0 \Rightarrow t = 3$

$x = 3 \Rightarrow t = 4$

$\Rightarrow I = \int_3^4 \frac{(t-2)^2 - 1 + 2}{t}.2(t-2)dt = 2\int_3^4 \left(t^2 - 6t + 13 - \frac{10}{t}\right)dt = 2\left(\frac{t^3}{3} - 3t^2 + 13t - 10\ln|t|\right)\Big|_3^4$

$= \frac{26}{3} + 20\ln 3 - 40\ln 2$.

Do đó $a = 26$; $b = 20$; $c = -40$. Vậy $S = a+b+c = 6$.

Câu 30. Cho $\int_0^9 f(x)dx = 3021$. Tính tích phân $I = \int_0^3 [f(3x) + f(9-3x)]dx$.

A. $I = 0$. **B.** $I = 4036$. **C.** $I = 2014$. **D.** $I = 1009$.

Lời giải

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Leftrightarrow dx = \frac{1}{3}dt$.

+) $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

+) $x = 3 \Rightarrow t = 9$.

Ta có: $\int_0^3 f(3x)dx = \frac{1}{3}\int_0^9 f(t)dt$.

Đặt $t = 9-3x \Rightarrow dt = -3dx \Leftrightarrow dx = -\frac{1}{3}dt$.

+) $x = 0 \Rightarrow t = 9$.

+) $x = 3 \Rightarrow t = 0$.

Ta có: $\int\limits_0^3 f(9-3x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\int\limits_9^0 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\int\limits_0^9 f(t)\mathrm{d}t$.

Suy ra $I = \int\limits_0^3 [f(3x)+f(9-3x)]\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int\limits_0^9 f(t)\mathrm{d}x + \frac{1}{3}\int\limits_0^9 f(t)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\int\limits_0^9 f(t)\mathrm{d}t$.

$= \frac{2}{3}\int\limits_0^9 f(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}.3021 = 2014$.

Câu 31. Giá trị của tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{(2\ln x+3)x}\mathrm{d}x$ là

A. $\ln 3$. **B.** $-\ln 3$. **C.** $\ln\sqrt{3}$. **D.** $-\ln\sqrt{3}$.

Lời giải

Đặt $t = 2\ln x + 3 \Leftrightarrow \mathrm{d}t = \frac{2}{x}\mathrm{d}x$

x	1	e
t	3	9

$I = \frac{1}{2}\int_3^9 \frac{1}{t}\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln t\Big|_3^9 = \frac{1}{2}(\ln 9 - \ln 3) = \frac{1}{2}\ln 3 = \ln\sqrt{3}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;-2;9)$. **B.** $D(-4;2;9)$. **C.** $D(4;-2;9)$. **D.** $D(4;2;-9)$.

Lời giải

+ Gọi $D(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{DC}(-3-x;1-y;2-z)$; $\overrightarrow{AB}(1;3;-7)$

+ Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3-x \\ 3 = 1-y \\ -7 = 2-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow D(-4;-2;9)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2\,;\,-1\,;\,1)$, $B(1\,;\,0\,;\,1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (β) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (α) là

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $2x-y+z-1=0$. **C.** $x-2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y-z+3=0$.

Lời giải

Theo yêu cầu bài toán ta có:

Mặt phẳng (β) đi qua điểm $A(2\,;\,-1\,;\,1)$, chứa $\overrightarrow{AB} = (-1\,;\,1\,;\,0)$ và vuông góc với $(\alpha): x-2y+z-3=0$ có vtpt $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (1\,;\,-2\,;\,1)$

$\Rightarrow$ vtpt $\overrightarrow{n_{(\beta)}} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right] = (1\,;\,1\,;\,1)$

Khi đó, phương trình của mặt phẳng (β) là: $(x-2)+(y+1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+z-2=0$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;-3;5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $x+y-2z+2=0$. **B.** $x+2y-3z+7=0$. **C.** $x-2y-3z+7=0$. **D.** $2x+y-3z+7=0$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là $M(1;-1;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M và có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(-2;-4;6)$ có phương trình là: $-2(x-1)-4(y+1)+6(z-2)=0$ hay $x+2y-3z+7=0$.

Câu 35. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^2}$, biết rằng đồ thị của hàm số $y=F(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

A. $\ln|x-1|+\dfrac{1}{x-1}+1$. **B.** $\ln|x-1|+\dfrac{1}{x-1}-1$. **C.** $\ln|x-1|-\dfrac{1}{x-1}-1$. **D.** $\ln|x-1|-\dfrac{1}{x-1}+1$.

Lời giải

Có $F(x)=\int\dfrac{x}{(x-1)^2}dx=\int\left(\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)^2}\right)dx=\ln|x-1|-\dfrac{1}{x-1}+C$.

Vì đồ thị của hàm số $y=F(x)$ cắt trục tung tại điểm $M(0;2)$ nên:

$F(0)=2\Leftrightarrow 1+C=2\Leftrightarrow C=1$.

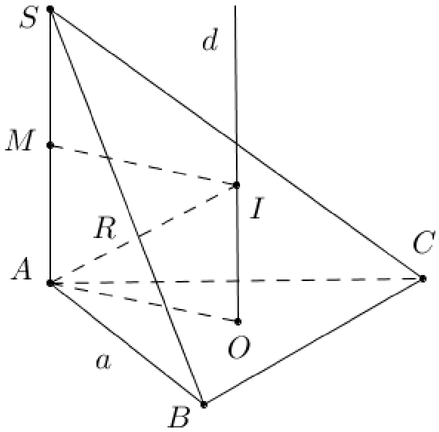
Vậy $F(x)=\ln|x-1|-\dfrac{1}{x-1}+1$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích là $2\pi a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

Lời giải

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, ta có $4\pi R^2=2\pi a^2\Rightarrow R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



Gọi O là tâm của đáy ABC, dựng đường thẳng $d\perp(ABC)$ tại O, dựng đường trung trực của SA cắt d tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC \Rightarrow R=IA$ và $SA=2OI$.

Trong tam giác ABC có $OA=\dfrac{BC}{2\sin A}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $OI=\sqrt{IA^2-OA^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Do đó $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(x)<0,\forall x>0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)=(2x+1)f^2(x),\forall x>0$ và $f(1)=-\dfrac{1}{2}$. Tính $f(1)+f(2)+...+f(2020)$.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x)=(2x+1)f^2(x)\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{f^2(x)}=2x+1\Rightarrow\int\frac{f'(x)}{f^2(x)}\mathrm{d}x=\int(2x+1)\mathrm{d}x\Rightarrow-\frac{1}{f(x)}=x^2+x+C.$$

Mà $f(1)=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\dfrac{-1}{x^2+x}=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x}$.

$$\begin{cases} f(1)=\dfrac{1}{2}-1\\ f(2)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\\ f(3)=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\\ \vdots\\ f(2020)=\dfrac{1}{2021}-\dfrac{1}{2020}\end{cases}\Rightarrow f(1)+f(2)+....+f(2020)=-1+\frac{1}{2021}=-\frac{2020}{2021}.$$

Câu 3. Tìm $\displaystyle\int\frac{1}{1+\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}\Rightarrow\dfrac{1}{t}=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\Rightarrow 2\sqrt{x+1}=t-\dfrac{1}{t}$

$$\Rightarrow x+1=\left(\frac{t^2-1}{2t}\right)^2 \Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{t^4-1}{2t^3}\mathrm{d}t \Rightarrow I=\int\frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}}=\int\frac{t^4-1}{2t^3(1+t)}\mathrm{d}t$$

$$=\int\frac{t^3-t^2+t-1}{2t^3}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\left(1-\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}-\frac{1}{t^3}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(t-\ln t-\frac{1}{t}+\frac{1}{2t^2}\right)+C$$

$$=\frac{1}{2}\left[\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}-\ln\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}\right)-\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\right)+\frac{1}{2}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\right)^2\right]+C$$

$$=\sqrt{x+1}-\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}\right)+\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3x+2}+C.$$

Câu 4. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x^5\ln\left(x\sqrt{x}+1\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Đặt $t=x\sqrt{x}+1$ ta được $x^3=(t-1)^2 \Rightarrow x^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}(t-1)\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=1\Rightarrow t=2$.

Khi đó $I=\frac{2}{3}.\int\limits_1^2(t-1)^3\ln t\mathrm{d}t=\frac{2}{3}.\int\limits_1^2\left(t^3-3t^2+3t-1\right)\ln t\mathrm{d}t$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln t \\ \mathrm{d}v=\left(t^3-3t^2+3t-1\right)\mathrm{d}t \end{cases}$ ta được $\begin{cases} \mathrm{d}u=\frac{1}{t}\mathrm{d}t \\ v=\frac{t^4}{4}-t^3+\frac{3}{2}t^2-t \end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{2}{3}\left[\left(\frac{t^4}{4}-t^3+\frac{3}{2}t^2-t\right)\ln t\right]\Big|_1^2-\frac{2}{3}.\int\limits_1^2\left(\frac{t^3}{4}-t^2+\frac{3}{2}t-1\right)\mathrm{d}t$

$$=0-\frac{2}{3}.\left(\frac{t^4}{16}-\frac{t^3}{3}+\frac{3t^2}{4}-t\right)\Big|_1^2$$

$$=-\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}+\frac{25}{48}\right)$$

$$=\frac{7}{72}.$$

---------------- Hết ----------------

ĐỀ SỐ 21

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

PHẦN I: ĐỀ BÀI

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $g(x)$ xác định trên K và $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ trên K. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $g'(x)=G(x),\ \forall x\in K$. **B.** $G(x)=g(x),\ \forall x\in K$.
C. $G'(x)=g(x),\ \forall x\in K$. **D.** $G'(x)=g'(x),\ \forall x\in K$.

Câu 2. Hàm số $F(x)=e^{\sin x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $e^{\sin x}$. **B.** $\cos x e^{\sin x}$. **C.** $\dfrac{e^{\sin x}}{\cos x}$. **D.** $e^{\cos x}$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$.

A. $\int 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $\int 3^x\mathrm{d}x=3^{x+1}+C$.
C. $\int 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $\int 3^x\mathrm{d}x=3^x\ln 3+C$.

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 5. Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y=F(x)+C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K.
B. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$ với x thuộc K.
C. Chỉ có duy nhất hàm số $y=F(x)$ là nguyên hàm của f trên K.
D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x)=F(x)+C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Câu 6. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\ (x\neq 0)$, biết rằng $F(1)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=3\ln 3+3$. **B.** $F(3)=2\ln 3+2$. **C.** $F(3)=2\ln 3+3$. **D.** $F(3)=3$.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây ***sai*** ?

A. $\int\left[f_1(x)+f_2(x)\right]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.
B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$, ($k$ là hằng số và $k\neq 0$).
C. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$.
D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C, hàm số $G(x)=F(x)+C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

B. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x)=f(x)$ với mọi $x\in K$

C. Nếu hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì hàm số $F(-x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

D. Nếu $f(x)$ liên tục trên K thì nó có nguyên hàm trên K.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x+\sin 3x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+3\cos 3x+C$.

B. $\frac{x^2}{2}-3\cos 3x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

D. $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 10. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=2021^x(9-x^2)(x^2-4x+3)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11. Xét $I=\int x^3(x^4-1)^5\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt: $u=x^4-1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=4\int u^5\mathrm{d}u$.

B. $I=\frac{1}{5}\int u^5\mathrm{d}u$.

C. $I=\frac{1}{12}\int u^5\mathrm{d}u$.

D. $I=\frac{1}{4}\int u^5\mathrm{d}u$.

Câu 12. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+e^x)$ là

A. $x^2+(x-1)e^x+C$.

B. $\frac{x^2}{2}+xe^x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}+(1-x)e^x+C$.

D. $\frac{x^2}{2}+(x-1)e^x+C$.

Câu 13. Cho hàm hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[2;9]$, $g'(x)=f(x)$ với mọi $x\in[2;9]$, $g(2)=1$ và $g(9)=-5$. Tính $I=\int_2^9 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-6$. **B.** $I=6$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=3$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(0)=3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9)=-6$. **B.** $F(9)=6$. **C.** $F(9)=12$. **D.** $F(9)=-12$.

Câu 15. Cho hàm số $f'(x)$ liên tục trên $[-1;2]$, $f(-1)=8$; $f(2)=-1$. Tích phân $\int_{-1}^{2} f'(x)dx$ bằng

A. 1 . **B.** 7 . **C.** -9. **D.** 9.

Câu 16. Nếu $F'(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ và $F(1)=1$ thì giá trị của $F(2)$ bằng

A. $1+\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{5}{3}$. **B.** $1+\ln\dfrac{5}{3}$. **C.** $1+\ln 5$. **D.** $1+\dfrac{1}{2}\ln 5$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int\limits_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x=k\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $\int\limits_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x=k+\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int\limits_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b k\mathrm{d}x.\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $\int\limits_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(kx)\mathrm{d}x.$

Câu 18. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Câu 19. Nếu $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=10$, $\int\limits_1^3 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_1^3[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 11. **C.** -9. **D.** -11.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ biết $F(0)=2$ và $F(1)=5$.

A. $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-3$. **B.** $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7$. **C.** $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$. **D.** $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;8]$ và $\int\limits_0^8 f(x)\mathrm{d}x=12$ và $\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x=7$. Tính $M=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_7^8 f(x)\mathrm{d}x$

A. $M=19$. **B.** $M=-5$. **C.** $M=-19$. **D.** $M=5$.

Câu 22. Cho $\int\limits_{-3}^1 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_1^{-3} g(x)\mathrm{d}x=-2$. Tính $I=\int\limits_{-3}^1[2x+4f(x)-5g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=22$. **B.** $I=38$. **C.** $I=18$. **D.** $I=2$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2020$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x^2+1)x\mathrm{d}x$

A. 2020. **B.** 4040. **C.** 1010. **D.** 505.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1)=a,\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=b$. Tính $I=\int\limits_0^1 f'(x)x\mathrm{d}x$

A. $a+b$. **B.** $a-b$. **C.** $b-a$. **D.** ab.

Câu 25. Xét $I=\int\limits_1^4\dfrac{1}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=\sqrt{x}$ thì $I=\int\limits_1^4\dfrac{1}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int_1^2 e^u du$. **B.** $2\int_1^4 e^u du$. **C.** $\frac{2}{3}\int_1^2 e^u du$. **D.** $\frac{2}{3}\int_1^4 e^u du$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$, tâm I và bán kính R của mặt cầu lần lượt là

A. $I(-3;2;-1), R=3$. **B.** $I(-3;2;-1); R=9$.

C. $I(3;-2;1), R=81$. **D.** $I(3;-2;1), R=3$.

Câu 27. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}-\vec{k}+3\vec{j}$. Tung độ điểm A là

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 28. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{k}$. Tọa độ vecto $-3\vec{a}$ là

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(-6;0;3)$. **C.** $(6;0;-3)$. **D.** $(-6;3;0)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$.Tìm điểm B biết M là trung điểm của AB.

A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

Câu 30. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z+4=0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r=4$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=16$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-6y-4z-7=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-6;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-6;-7)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-3;-2)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1), B(1;-1;4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) là

A. $3x-9y+3z=0$. **B.** $x-3y-z-1=0$.

C. $x-3y-z=0$. **D.** $3x-9y-3z+1=0$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC.

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $x-y+2z-5=0$. **C.** $x+y+2z+3=0$. **D.** $x-y+2z+3=0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2y+3z-13=0$. **B.** $(Q): 2x+3z-11=0$.

C. $(Q): 2y+3z-12=0$. **D.** $(Q): 2y+3z-10=0$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$. Mặt phẳng (P) chứa trục hoành và đi qua điểm A có phương trình tổng quát là

A. $x-3y=0$. **B.** $y+3z=0$. **C.** $3y+z=0$. **D.** $y-3z=0$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho $F(x)=(2x^2-5x+6)\sqrt{3x+4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{2\sqrt{3x+4}}$ với $x\in\left(-\dfrac{4}{3};+\infty\right)$, trong đó $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tìm giá trị của a, b, c.

Câu 37. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông. Gọi A, B lần lượt là hai điểm nằm trên hai đường tròn (O) và (O'). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính bán kính đường tròn đáy của hình trụ.

Câu 38. Giả sử $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{f^2(x)-1}}{f(x)}$ ($f(x)$ liên tục và $f(x)\geq 1\forall x\geq 0$) thỏa mãn $f(0)=1$. Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2x-1$ là $x=\dfrac{a}{b};(a,b\in\mathbb{N}^*)$ (với $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a-b$ bằng

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$\begin{cases} f''(x).f(x)-4\left[f'(x)\right]^2-(3x^2+1)f^5(x)=0 \\ f'(1)=4;\ f(1)=1 \end{cases}$$. Tính $f(2)$.

---------- HẾT ----------

PHẦN II: ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.A	4.B	5.B	6.C	7.D	8.C	9.D	10.B
11.D	12.D	13.A	14.C	15.C	16.A	17.A	18.A	19.B	20.D
21.D	22.D	23.C	24.B	25.A	26.D	27.D	28.B	29.D	30.A
31.D	32.C	33.D	34.B	35.D					

PHẦN III: GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $g(x)$ xác định trên K và $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ trên K. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $g'(x)=G(x)$, $\forall x\in K$.
B. $G(x)=g(x)$, $\forall x\in K$.
C. $G'(x)=g(x)$, $\forall x\in K$.
D. $G'(x)=g'(x)$, $\forall x\in K$.

Lời giải

Định nghĩa nguyên hàm:
"Cho hàm số $g(x)$ xác định trên K.

Hàm số $G(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $g(x)$ trên K nếu $\left[G(x)\right]'=g(x)$, $\forall x\in K$."

Câu 2. Hàm số $F(x)=e^{\sin x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $e^{\sin x}$.
B. $\cos x e^{\sin x}$.
C. $\dfrac{e^{\sin x}}{\cos x}$.
D. $e^{\cos x}$.

Lời giải

Ta có:

$F'(x)=\left(e^{\sin x}\right)'=(\sin x)'.e^{\sin x}=\cos x.e^{\sin x}, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$.

A. $\int 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.
B. $\int 3^x\mathrm{d}x=3^{x+1}+C$.
C. $\int 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$.
D. $\int 3^x\mathrm{d}x=3^x\ln 3+C$.

Lời giải

Ta có $\int 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 5. Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y=F(x)+C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K.

B. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$ với x thuộc K.

C. Chỉ có duy nhất hàm số $y=F(x)$ là nguyên hàm của f trên K.

D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x)=F(x)+C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Lời giải

Phương án A. Sai. Vì C là bất kỳ.
Đáp án B. vì theo định lý.
Phương án C. Sai. Vì $y=F(x)+C$ cũng là nguyên hàm với C là hằng số bất kỳ.
Phương án D. Sai. Vì hai hàm $G(x)$ và $F(x)$ chỉ sai khác một hằng số tức C là duy nhất.

Câu 6. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}$ $(x\neq 0)$, biết rằng $F(1)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=3\ln 3+3$.　**B.** $F(3)=2\ln 3+2$.　**C.** $F(3)=2\ln 3+3$.　**D.** $F(3)=3$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=2\ln|x|-\dfrac{3}{x}+C$

Vì $F(1)=1$ nên $C=4$.

Khi đó: $F(x)=2\ln|x|-\dfrac{3}{x}+4$.

Vậy $F(3)=2\ln 3+3$.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây ***sai*** ?

A. $\int\left[f_1(x)+f_2(x)\right]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$, ($k$ là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

Lời giải

Theo tính chất của nguyên hàm ta có: Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)+C$. Vậy mệnh đề D sai.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C, hàm số $G(x)=F(x)+C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

B. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x)=f(x)$ với mọi $x\in K$

C. Nếu hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì hàm số $F(-x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

D. Nếu $f(x)$ liên tục trên K thì nó có nguyên hàm trên K.

Lời giải

Ta thấy $F(x)=x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=1$. Nhưng hàm số $F(-x)=-x$ không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=1$. Vậy mệnh đề C sai.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 3x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + 3\cos 3x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} - 3\cos 3x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Lời giải

Ta có $\int (x + \sin 3x)\,dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Câu 10. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2021^x(9 - x^2)(x^2 - 4x + 3)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2021^x(9 - x^2)(x^2 - 4x + 3)$ nên $F'(x) = f(x)$

Khi đó $F'(x) = 0 \Leftrightarrow 2021^x(9 - x^2)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9 - x^2 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3. \\ x = 1 \end{array}\right.$

Suy ra: $F'(x) = 0$ có ba nghiệm $x = 1; x = -3; x = 3$ trong đó $x = 3$ là nghiệm bội chẵn. Vậy hàm số $F(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 11. Xét $I = \int x^3(x^4 - 1)^5 \mathrm{d}x$. Bằng cách đặt: $u = x^4 - 1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I = 4\int u^5 \mathrm{d}u$.

B. $I = \frac{1}{5}\int u^5 \mathrm{d}u$.

C. $I = \frac{1}{12}\int u^5 \mathrm{d}u$.

D. $I = \frac{1}{4}\int u^5 \mathrm{d}u$.

Lời giải

Xét $I = \int x^3(x^4 - 1)^5 \mathrm{d}x$, đặt: $u = x^4 - 1 \Rightarrow \mathrm{d}u = 4x^3 \mathrm{d}x$.

Vậy $I = \int x^3(x^4 - 1)^5 \mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int (x^4 - 1)^5 .4x^3 \mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int u^5 \mathrm{d}u$. Chọn D

Câu 12. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(1 + e^x)$ là

A. $x^2 + (x - 1)e^x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + xe^x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + (1 - x)e^x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + (x - 1)e^x + C$.

Lời giải

Ta có $\int x\left(1+e^x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x+xe^x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\int xe^x\mathrm{d}x$.

Xét $\int xe^x\mathrm{d}x$, đặt: $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=dx\\ v=e^x\end{cases}$. Suy ra $\int xe^x\mathrm{d}x=xe^x-\int e^x\mathrm{d}x=xe^x-e^x+C$.

Vậy $\int x\left(1+e^x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+xe^x-e^x+C=\frac{x^2}{2}+(x-1)e^x+C$. Chọn D

Câu 13. Cho hàm hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[2;9]$, $g'(x)=f(x)$ với mọi $x\in[2;9]$, $g(2)=1$ và $g(9)=-5$. Tính $I=\int_2^9 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-6$. **B.** $I=6$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Vì $g'(x)=f(x)$ nên $I=\int_2^9 f(x)\mathrm{d}x=g(x)\big|_2^9=g(9)-g(2)=-6$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(0)=3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9)=-6$. **B.** $F(9)=6$. **C.** $F(9)=12$. **D.** $F(9)=-12$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=F(x)\big|_0^9=F(9)-F(0)=9\Leftrightarrow F(9)=12$.

Câu 15. Cho hàm số $f'(x)$ liên tục trên $[-1;2]$, $f(-1)=8$; $f(2)=-1$. Tích phân $\int_{-1}^{2} f'(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **C.** -9. **D.** 9.

Lời giải

$$\int_{-1}^{2} f'(x)dx=f(x)\big|_{-1}^{2}=f(2)-f(-1)=-1-8=-9$$

Câu 16. Nếu $F'(x)=\frac{1}{2x+1}$ và $F(1)=1$ thì giá trị của $F(2)$ bằng

A. $1+\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$. **B.** $1+\ln\frac{5}{3}$. **C.** $1+\ln 5$. **D.** $1+\frac{1}{2}\ln 5$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 F'(x)dx=F(x)\big|_1^2=F(2)-F(1)$

Mặt khác $\int_1^2 F'(x)dx=\int_1^2\frac{1}{2x+1}dx=\frac{1}{2}\ln|2x+1|\Big|_1^2=\frac{1}{2}\ln 5-\frac{1}{2}\ln 3=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$.

Suy ra $F(2)-F(1)=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$. Do đó $F(2)=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}+F(1)=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}+1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

B. $\int_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x = k+\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b k\mathrm{d}x.\int_b^a f(x)\mathrm{d}x.$

D. $\int_a^b k\,f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(kx)\mathrm{d}x.$

Lời giải

Theo tính chất tích phân, chọn A

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2 + (-4) = -2.$

Câu 19. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 10$, $\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x = -1$ thì $\int_1^3 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 11. **C.** -9. **D.** -11.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^3 g(x)\mathrm{d}x = 10-(-1) = 11.$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -3$. **B.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 f(x)dx = F(x)\big|_0^1 = F(1) - F(0) = 5 - 2 = 3.$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;8]$ và $\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x = 12$ và $\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x = 7$. Tính $M = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_7^8 f(x)\mathrm{d}x$

A. $M = 19$. **B.** $M = -5$. **C.** $M = -19$. **D.** $M = 5$.

Lời giải

Ta có $\int_0^8 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^7 f(x)dx + \int_7^8 f(x)dx$

$\Leftrightarrow \int_0^3 f(x)dx + \int_7^8 f(x)dx = \int_0^8 f(x)dx - \int_3^7 f(x)dx$

$\Leftrightarrow M = 12 - 7$

$\Leftrightarrow M = 5.$

Câu 22. Cho $\int_{-3}^{1} f(x)dx = 5$ và $\int_{1}^{-3} g(x)dx = -2$. Tính $I = \int_{-3}^{1} [2x + 4f(x) - 5g(x)]dx$ bằng

A. $I = 22.$ **B.** $I = 38.$ **C.** $I = 18.$ **D.** $I = 2.$

Lời giải

Ta có:

$I = \int_{-3}^{1} [2x + 4f(x) - 5g(x)]dx$

$I = \int_{-3}^{1} 2xdx + 4\int_{-3}^{1} f(x)dx - 5\int_{-3}^{1} g(x)dx$

$I = x^2 \Big|_{-3}^{1} + 4\int_{-3}^{1} f(x)dx - 5\int_{-3}^{1} g(x)dx$

$I = 1 - 9 + 4.5 - 5.2$ (Do $\int_{1}^{-3} g(x)dx = -2$ nên $\int_{-3}^{1} g(x)dx = 2$)

$I = 2.$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2020$. Tính $I = \int_0^1 f(x^2+1)xdx$

A. 2020. **B.** 4040. **C.** 1010. **D.** 505.

Lời giải

Xét $I = \int_0^1 f(x^2+1)xdx$. Đặt $u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2xdx$.

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 1, x = 1 \Rightarrow u = 2$.

Ta có $I = \int_0^1 f(x^2+1)xdx = \int_1^2 f(u)\frac{1}{2}du = \frac{1}{2}\int_1^2 f(x)dx = 1010$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = a, \int_0^1 f(x)dx = b$. Tính $I = \int_0^1 f'(x)xdx$

A. $a + b$. **B.** $a - b$. **C.** $b - a$. **D.** ab.

Lời giải

Xét $I=\int\limits_0^1 f'(x)x\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}$.

Ta có $I=xf(x)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=f(1)-\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=a-b$.

Câu 25. Xét $I=\int\limits_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=\sqrt{x}$ thì $I=\int\limits_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int\limits_1^2 e^u\mathrm{d}u$. **B.** $2\int\limits_1^4 e^u\mathrm{d}u$. **C.** $\frac{2}{3}\int\limits_1^2 e^u\mathrm{d}u$. **D.** $\frac{2}{3}\int\limits_1^4 e^u\mathrm{d}u$.

Lời giải

Đặt $u=\sqrt{x} \Rightarrow du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx \Rightarrow 2du=\frac{1}{\sqrt{x}}dx$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow u=1$; $x=4 \Rightarrow u=2$

Nên: $I=\int\limits_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}dx=2\int\limits_1^2 e^u du$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$, tâm I và bán kính R của mặt cầu lần lượt là

A. $\mathrm{I}(-3;2;-1), \mathrm{R}=3$. **B.** $\mathrm{I}(-3;2;-1); \mathrm{R}=9$.

C. $\mathrm{I}(3;-2;1), \mathrm{R}=81$. **D.** $\mathrm{I}(3;-2;1), \mathrm{R}=3$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$ có tâm $\mathrm{I}(3;-2;1)$ và bán kính $\mathrm{R}=3$.

Câu 27. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}-\vec{k}+3\vec{j}$. Tung độ điểm A là

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Từ giả thuyết ta có $\overrightarrow{OA}=(2;3;-1)$ nên $y_A=3$.

Câu 28. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{k}$. Tọa độ vecto $-3\vec{a}$ là

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(-6;0;3)$. **C.** $(6;0;-3)$. **D.** $(-6;3;0)$.

Lời giải

Từ giả thuyết ta có $\vec{a}=(2;0;-1)$ nên $-3\vec{a}=(-6;0;3)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$.Tìm điểm B biết M là trung điểm của AB.

A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

Lời giải

Giả sử $B(x_B;y_B;z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \dfrac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \dfrac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \dfrac{3 + z_M}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5;-3;-7).$$

Câu 30. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.   **B.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.   **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Lời giải

$$d = d(I;(P)) = \frac{|2.1 + 1 + 2.1 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3.$$

Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{d^2 + r^2} = 5$.

Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 4z - 7 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_1} = (2;-6;4)$.   **B.** $\vec{n_2} = (1;-3;2)$.   **C.** $\vec{n_3} = (2;-6;-7)$.   **D.** $\vec{n_4} = (1;-3;-2)$.

Lời giải

Vì (P) có VTPT $\vec{n} = (2;-6;-4) = 2(1;-3;-2) = 2\vec{n_4}$ nên $\vec{n_4} = (1;-3;-2)$ cũng là một VTPT của (P).

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1), B(1;-1;4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) là

A. $3x - 9y + 3z = 0$.   **B.** $x - 3y - z - 1 = 0$.

C. $x - 3y - z = 0$.   **D.** $3x - 9y - 3z + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OA}(2;1;-1), \overrightarrow{OB}(1;-1;4)$.

$\Rightarrow$ VTPT của mặt phẳng (OAB) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = (3;-9;-3) = 3(1;-3;-1)$.

Vậy phương trình của mặt phẳng (OAB) đi qua gốc tọa độ O có dạng $x - 3y - z = 0$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC.

A. $x + y + 2z - 1 = 0$.   **B.** $x - y + 2z - 5 = 0$.   **C.** $x + y + 2z + 3 = 0$.   **D.** $x - y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Ta có: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(3;2;-2)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC}=(1;-1;2)$ là $x-y+2z+3=0$.

Câu 34. **[2H3-2.3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2y+3z-13=0$. **B.** $(Q): 2x+3z-11=0$.

C. $(Q): 2y+3z-12=0$. **D.** $(Q): 2y+3z-10=0$.

Lời giải

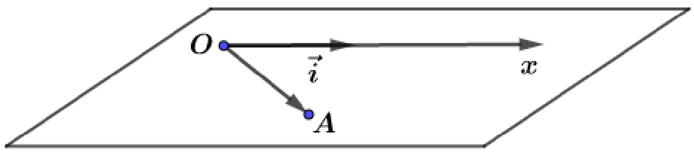
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, (P) có vtpt $\vec{n}=(1;-3;2)$. (Q) có vtpt $\vec{k}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=4(0;2;3)$.

$\Rightarrow (Q): 2y+3z-11=0$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$. Mặt phẳng (P) chứa trục hoành và đi qua điểm A có phương trình tổng quát là

A. $x-3y=0$. **B.** $y+3z=0$. **C.** $3y+z=0$. **D.** $y-3z=0$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{OA}=(-2;3;1)$, $\vec{i}=(1;0;0)$ không cùng phương và có giá nằm trên mặt phẳng (P).

Suy ra mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{OA},\vec{i}\right]=(0;1;-3)$ và đi qua gốc O nên phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là: $y-3z=0$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho $F(x)=(2x^2-5x+6)\sqrt{3x+4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{2\sqrt{3x+4}}$ với $x\in\left(-\dfrac{4}{3};+\infty\right)$, trong đó $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tìm giá trị của a, b, c.

Lời giải

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ với $x\in\left(-\dfrac{4}{3};+\infty\right)$ nên:

$$F'(x)=f(x),\forall x\in\left(-\frac{4}{3};+\infty\right).$$

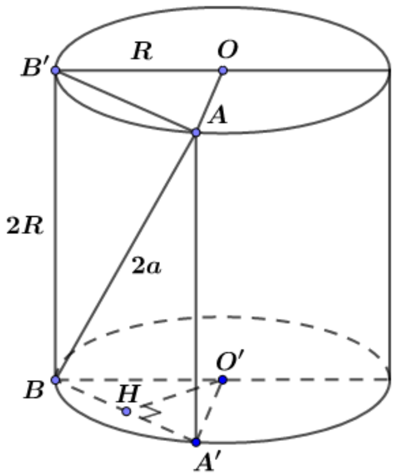
Mặt khác, $F'(x)=(4x-5)\sqrt{3x+4}+(2x^2-5x+6).\dfrac{3}{2\sqrt{3x+4}}=\dfrac{30x^2-13x-22}{2\sqrt{3x+4}}$.

Suy ra $f(x)=\dfrac{30x^2-13x-22}{2\sqrt{3x+4}}$ với $x\in\left(-\dfrac{4}{3};+\infty\right)$.

Vậy $a=30$, $b=-13$, $c=-22$.

Câu 37. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông. Gọi A, B lần lượt là hai điểm nằm trên hai đường tròn (O) và (O'). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính bán kính đường tròn đáy của hình trụ.

Lời giải



Gọi A', B' lần lượt là các điểm trên đường tròn (O') và (O) sao cho AA' song song BB', H là trung điểm của $A'B$. Khi đó $O'H\perp A'B$, suy ra $O'H\perp(AA'BB')$

Ta dễ thấy $OO'//(AA'BB')$, do đó $d(OO',AB)=d(OO',(AA'BB'))=O'H=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi R là bán kính đáy hình trụ, khi đó $AA'=2R$. Suy ra $A'B=2\sqrt{a^2-R^2}$, do đó $A'H=\sqrt{a^2-R^2}$.

Ta có $O'H^2=O'A'^2-HA'^2$ hay $\dfrac{3a^2}{4}=R^2-\left(a^2-R^2\right)$, suy ra $R=\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$.

Vậy $R=\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$.

Câu 38. Giả sử $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{f^2(x)-1}}{f(x)}$ ($f(x)$ liên tục và $f(x)\ge 1\forall x\ge 0$) thỏa mãn $f(0)=1$. Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2x-1$ là $x=\dfrac{a}{b};\left(a,b\in\mathbb{N}^*\right)$ (với $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a-b$ bằng

Lời giải

Từ giả thiết suy ra:

$$f'(x)=\frac{\sqrt{f^2(x)-1}}{f(x)} \Leftrightarrow \frac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)-1}}=1 \Leftrightarrow \int \frac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)-1}}dx=\int dx \Leftrightarrow \sqrt{f^2(x)-1}=x+C$$

Vì $f(0)=1 \Rightarrow C=0 \Rightarrow \sqrt{f^2(x)-1}=x \Leftrightarrow f(x)=\sqrt{x^2+1};\ (x\geq 0)$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2x-1$ là nghiệm của phương trình: $\sqrt{x^2+1}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{1}{2} \\ x^2+1=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{1}{2} \\ 3x^2-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$

Khi đó $a=4, b=3 \Rightarrow a-b=1$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ khác 0, xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases} f''(x).f(x)-4\left[f'(x)\right]^2-(3x^2+1)f^5(x)=0 \\ f'(1)=4;\ f(1)=1 \end{cases}$. Tính $f(2)$.

Lời giải

Ta có: $f''(x).f(x)-4\left[f'(x)\right]^2-(3x^2+1)f^5(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{f''(x).f(x)-4\left[f'(x)\right]^2}{f^5(x)}=(3x^2+1)$

$$\Rightarrow \left[\frac{f'(x)}{f^4(x)}\right]'=(3x^2+1) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^4(x)}=x^3+x+C \Rightarrow \frac{f'(1)}{f^4(1)}=2+C \Rightarrow C=2.$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f^4(x)}=x^3+x+2\ . \Rightarrow \int_1^2 \frac{f'(x)}{f^4(x)}\mathrm{d}x=\int_1^2 (x^3+x+2)\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3f^3(x)}\Bigg|_1^2=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+2x\right)\Bigg|_1^2 \Rightarrow -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{f^3(2)}-\frac{1}{f^3(1)}\right)=\frac{29}{4}$$

$$\Rightarrow f^3(2)=-\frac{4}{83} \Rightarrow f(2)=-\sqrt[3]{\frac{4}{83}}\ .$$

ĐỀ SỐ 22

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\int 3x^2 dx = 6x + C$. **B.** $\int 3x^2 dx = 9x^3 + C$. **C.** $\int 3x^2 dx = \frac{3}{2}x + C$. **D.** $\int 3x^2 dx = x^3 + C$.

Câu 2. Hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $F(x) = f'(x)$. **B.** $F'(x) = f(x)$. **C.** $F(x) = f'(x) + C$. **D.** $F'(x) + C = f(x)$.

Câu 3. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.

B. $\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx$.

C. $\int [f(x) + 3g(x)]dx = \int f(x)dx + 3\int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. **B.** $\int \cos x dx = \sin x + C$.

C. $\int 2x dx = x^2 + C$. **D.** $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 5. Tìm giá trị của m để hàm số $F(x) = m^2x^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Câu 6. Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y = F(x) + C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K.

B. Chỉ có duy nhất hàm số $y = F(x)$ là nguyên hàm của f trên K.

C. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C$ với x thuộc K.

D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x) = F(x) + C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(t)dt = F(t) + C$.

B. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. $\int f'(x)dx = f'(x) + C$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\int f(x)dx = f'(x) + C$. **B.** $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

C. $\int kf\left(x\right)dx=\frac{1}{k}\int f\left(x\right)dx,\ \forall k\neq 0$. **D.** $\int\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx.\int g\left(x\right)dx$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{2021}{x}+\frac{1}{x^2}$ trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

A. $2021.\ln\left(-x\right)+\frac{1}{x}+C$. **B.** $-2021.\ln x-\frac{1}{x}+C$.

C. $2021.\ln\left(-x\right)-\frac{1}{x}+C$. **D.** $-2021.\ln x+\frac{1}{x}+C$.

Câu 10. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

I. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)+C$.

II. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$.

III. $\int k.f(x)\mathrm{d}x=k.\int f(x)\mathrm{d}x$ (với k là hằng số).

IV. $\int[f(x)\pm g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\mp\int g(x)\mathrm{d}x$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Hàm số $f\left(x\right)=\left(x-2\right)e^x$ có họ nguyên hàm là

A. $\left(x-2\right)e^x+C$. **B.** xe^x+C. **C.** $\left(x-1\right)e^x+C$. **D.** $\left(x-3\right)e^x+C$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=(2x+1)\mathrm{e}^{2x}\ (x\in\mathbb{R})$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ được viết dưới dạng $F(x)=(a.x+b).\mathrm{e}^{m.x}+C$, $(a,\ b,\ m\in\mathbb{N})$. Tính $T=a+b+m$.

A. 12. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 13. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;1\right]$ và $f\left(1\right)-f\left(0\right)=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Câu 14. Tính tích phân $I=\int_0^{2020}7^x dx$.

A. $I=\frac{7^{2020}-1}{\ln 7}$. **B.** $I=7^{2020}-\ln 7$. **C.** $I=\frac{7^{2021}}{2021}-7$. **D.** $I=2020.7^{2019}$.

Câu 15. Tìm nguyên hàm $F\left(x\right)=\int\pi^2\mathrm{d}x$.

A. $F\left(x\right)=\pi^2x+C$. **B.** $F\left(x\right)=2\pi x+C$. **C.** $F\left(x\right)=\frac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F\left(x\right)=\frac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Câu 16. Biết $\int_0^1\mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^a-1}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z};b\neq 0$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $a+b=10$. **D.** $a=2b$.

Câu 17. Cho hai hàm số $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và số thực c thỏa mãn $a<c<b$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int_a^b f\left(x\right)dx+\int_a^b g\left(x\right)dx$.

B. $\int_a^b kf\left(x\right)dx=k\int_a^b f\left(x\right)dx$ (k là hằng số khác 0).

C. $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx = 7$, $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Tính $\int_2^3 f(x)dx$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 19. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 (3f(x)+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1) = -1$, $f(2) = 1$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 21. Cho $\int_{-1}^2 [3f(x) - 2x]dx = 5$. Tính $I = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ và thỏa mãn $f(0) = f(2) = 1$. Biết $\int_0^2 e^x[f(x) + f'(x)]dx = ae^2 + be + c$. Tính $P = a^{2021} + b^{2021} + c^{2021}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 6$. Giá trị của $\mathrm{I} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(2\sin x + 1)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 24. Cho tích phân $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$, nếu đặt $u = x^2 + 1$ thì tích phân đã cho trở thành

A. $I = \int_1^9 \frac{u+1}{2\sqrt{u}}du$. **B.** $I = \int_1^9 \frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$. **C.** $I = \int_1^9 \frac{u-1}{2u}du$. **D.** $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$.

Câu 25. Cho $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = a - \sqrt{b} + \sqrt{c}\ln 2$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

A. $P = 44$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = -20$. **D.** $P = 6$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;-2;0)$, $\vec{b} = (-5;4;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ bằng

A. $(-3;0;-1)$. **B.** $(7;-4;1)$. **C.** $(7;-8;1)$. **D.** $(7;-8;-1)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;-3;2)$, $\vec{b} = (-2,4;m)$. Định m để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m = -7$. **B.** $m = 7$. **C.** $m = 14$. **D.** $m = 2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1); B(3;0;3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;1;2)$. **B.** $I(1;2;1)$. **C.** $I(-1;-1;-2)$. **D.** $I(1;1;2)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và có bán kính $R=5$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{5}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$. Thể tích khối cầu (S) bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 24π. **D.** 25π.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$. **D.** $x+3y+4z-26=0$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy?

A. $(P): y=0$. **B.** $(Q): y=1$. **C.** $(R): x-z=0$. **D.** $(S): x+z=1$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng nào dưới đây đi qua ba điểm $A,\ B$ và C?

A. $(R): x+2y+3z=1$. **B.** $(Q): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $(S): x+2y+3z=-1$. **D.** $(P): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $4x-2z+3=0$. **D.** $4x+2z+3=0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;3)$ .Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm M trên các trục Ox,Oy,Oz.

A. $3x+6y+4z+12=0$. **B.** $4x+2y+3z-1=0$.

C. $3x+6y+4z-12=0$. **D.** $4x+2y+3z+1=0$.

B. PHẦN TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

Câu 36. Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{ADC}=\widehat{DAB}=90°$, $AB=7$ (cm), $CD=3$ (cm), $AD=12$ (cm). Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $BC=4BE$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho miền tam giác ADE quay quanh trục AD.

Câu 37. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$ trên khoảng $(-1;1)$ và thỏa mãn $F(0)=1$. Tìm tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$ của phương trình $F(x)=2$.

Câu 38. Cho $\int_1^e \frac{x\ln^2 x+3\ln x+2}{1+x\ln x}dx=a.e+b.\ln(e+1)+c$, với a,b,c là các số thực. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$.

Câu 39. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;1\right]$ thỏa mãn $f\left(1\right)=3$, $\int\limits_0^1 \left[f'\left(x\right)\right]^2 \mathrm{d}x=9$ và $\int\limits_0^1 x^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. Tính tích phân $\int\limits_0^1 xf\left(x\right)\mathrm{d}x$.

--- HẾT ---

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	A	A	C	C	C	B	C	A	D	D	C	A	A	B	C	B	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35					
B	A	A	B	A	C	B	D	A	B	A	C	B	A	C					

HƯỚNG DẪN GIẢI

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\int 3x^2\mathrm{d}x = 6x + C$. **B.** $\int 3x^2\mathrm{d}x = 9x^3 + C$. **C.** $\int 3x^2\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x + C$. **D.** $\int 3x^2\mathrm{d}x = x^3 + C$.

Lời giải

Khẳng định đúng là $\int 3x^2\mathrm{d}x = x^3 + C$.

Câu 2. Hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $F(x) = f'(x)$. **B.** $F'(x) = f(x)$. **C.** $F(x) = f'(x) + C$. **D.** $F'(x) + C = f(x)$.

Lời giải

Khẳng định đúng là: $F'(x) = f(x)$.

Câu 3. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int 5f(x)\mathrm{d}x = 5\int f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int \left[f(x) + 3g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + 3\int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Khẳng định sai là: $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int 2x\mathrm{d}x = x^2 + C$. **D.** $\int e^x\mathrm{d}x = e^x + C$.

Lời giải

Khẳng định $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$ sai vì $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Câu 5. Tìm giá trị của m để hàm số $F(x) = m^2x^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Ta có: $F'(x) = 3m^2x^2 + 2(3m+2)x - 4$.

Khi đó $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 = 3 \\ 2(3m+2) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 6. Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y=F(x)+C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K.

B. Chỉ có duy nhất hàm số $y=F(x)$ là nguyên hàm của f trên K.

C. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$ với x thuộc K.

D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x)=F(x)+C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Lời giải

Dễ thấy với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$ với x thuộc K.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$.

D. $\int\left[f_1(x)+f_2(x)\right]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề **C** sai vì $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$.

B. $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$.

C. $\int kf(x)dx=\frac{1}{k}\int f(x)dx,\ \forall k\neq 0$.

D. $\int\left[f(x).g(x)\right]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

Lời giải

Dễ thấy $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$ là đẳng thức đúng theo tính chất.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2021}{x}+\frac{1}{x^2}$ trên khoảng $(-\infty;0)$.

A. $2021.\ln(-x)+\frac{1}{x}+C$.

B. $-2021.\ln x-\frac{1}{x}+C$.

C. $2021.\ln(-x)-\frac{1}{x}+C$.

D. $-2021.\ln x+\frac{1}{x}+C$.

Lời giải

Với $x\in(-\infty;0)$, ta có

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{2021}{x}+\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=2021\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=2021.\ln|x|-\frac{1}{x}+C=2021.\ln(-x)-\frac{1}{x}+C.$$

Câu 10. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

I. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)+C$.

II. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$.

III. $\int k.f(x)\mathrm{d}x=k.\int f(x)\mathrm{d}x$ (với k là hằng số).

IV. $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\mp\int g(x)\mathrm{d}x$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Giả sử $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$. Khi đó ta có:

Khẳng định I sai vì $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = \left(F(x)+C\right)' = F'(x)+C' = f(x)$.

Khẳng định II sai vì $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x)+C$.

Khẳng định III sai vì $\int k.f(x)\mathrm{d}x = k.\int f(x)\mathrm{d}x$ với điều kiện $k \neq 0$.

Khẳng định IV sai vì $\int \left[f(x) \pm g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x \pm \int g(x)\mathrm{d}x$.

Vậy không có khẳng định nào đúng trong các khẳng định trên.

Câu 11. Hàm số $f(x) = (x-2)e^x$ có họ nguyên hàm là

A. $(x-2)e^x + C$. **B.** $xe^x + C$. **C.** $(x-1)e^x + C$. **D.** $(x-3)e^x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x-2)e^x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = x-2 \\ \mathrm{d}v = e^x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = e^x \end{cases}$.

Do đó $\int (x-2)e^x\mathrm{d}x = (x-2)e^x - \int e^x\mathrm{d}x = (x-2)e^x - e^x + C = (x-3)e^x + C$.

Hoặc $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x-2)e^x\mathrm{d}x = \int (x-2)\mathrm{d}\left(e^x\right) = (x-2)e^x - \int e^x\mathrm{d}x = (x-3)e^x + C$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{2x}$ $(x \in \mathbb{R})$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ được viết dưới dạng $F(x) = (a.x+b).\mathrm{e}^{m.x} + C$, $(a,\, b,\, m \in \mathbb{N})$. Tính $T = a+b+m$.

A. 12. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = \int (2x+1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = 2x+1 \\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2.\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} \end{cases}$.

Theo công thức nguyên hàm từng phần ta có:

$F(x) = \frac{1}{2}(2x+1)\mathrm{e}^{2x} - \int \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(2x+1)\mathrm{e}^{2x} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C = x.\mathrm{e}^{2x} + C$.

Vậy $F(x) = x.\mathrm{e}^{2x} + C \Rightarrow a = 1,\, b = 0,\, m = 2$. Do đó ta có $T = 3$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và $f(1) - f(0) = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = -1$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 0$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^1 = f(1) - f(0) = 2$.

Câu 14. Tính tích phân $I = \int_0^{2020} 7^x dx$.

A. $I = \dfrac{7^{2020}-1}{\ln 7}$. **B.** $I = 7^{2020} - \ln 7$. **C.** $I = \dfrac{7^{2021}}{2021} - 7$. **D.** $I = 2020.7^{2019}$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân ta có:

$I=\int\limits_0^{2020}7^x dx=\left(\dfrac{7^x}{\ln 7}\right)\Big|_0^{2020}=\left(\dfrac{7^{2020}}{\ln 7}-\dfrac{7^0}{\ln 7}\right)=\dfrac{7^{2020}-1}{\ln 7}$

Câu 15. Tìm nguyên hàm $F(x)=\int \pi^2 dx$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int \pi^2 dx=\pi^2x+C$ (vì π^2 là hằng số).

Câu 16. Biết $\int\limits_0^1 e^{4x}dx=\dfrac{e^a-1}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z};b\neq 0$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $a+b=10$. **D.** $a=2b$.

Lời giải

∘ Ta có: $\int\limits_0^1 e^{4x}dx=\dfrac{1}{4}e^{4x}\Big|_0^1=\dfrac{1}{4}\left(e^4-e^0\right)=\dfrac{e^4-1}{4}$.

∘ Suy ra: $a=b=4$.

Câu 17. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực c thỏa mãn $a<c<b$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int\limits_a^b\left[f(x)+g(x)\right]dx=\int\limits_a^b f(x)dx+\int\limits_a^b g(x)dx$.

B. $\int\limits_a^b kf(x)dx=k\int\limits_a^b f(x)dx$ (k là hằng số khác 0).

C. $\int\limits_a^b f(x)g(x)dx=\int\limits_a^b f(x)dx.\int\limits_a^b g(x)dx$.

D. $\int\limits_a^b f(x)dx=\int\limits_a^c f(x)dx+\int\limits_c^b f(x)dx$.

Lời giải

Tích phân không có tính chất $\int\limits_a^b f(x)g(x)dx=\int\limits_a^b f(x)dx.\int\limits_a^b g(x)dx$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^3 f(x)dx=7$, $\int\limits_0^2 f(x)dx=3$. Tính $\int\limits_2^3 f(x)dx$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^3 f(x)dx=7\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f(x)dx+\int\limits_2^3 f(x)dx=7\Leftrightarrow 3+\int\limits_2^3 f(x)dx=7\Leftrightarrow\int\limits_2^3 f(x)dx=4$.

Câu 19. Nếu $\int\limits_1^3 f(x)dx=2$ thì $\int\limits_1^3\left(3f(x)+2\right)dx$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Theo tính chất tích phân ta có: $\int\limits_1^3\left(3f(x)+2\right)dx=3\int\limits_1^3 f(x)dx+2\int\limits_1^3 dx=3.2+2.(3-1)=10$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[1;2\right]$ và thỏa mãn $f\left(1\right)=-1,\ f\left(2\right)=1$. Giá trị của $\int\limits_1^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2.　　**B.** 0.　　**C.** -2.　　**D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)\Big|_1^2=f\left(2\right)-f\left(1\right)=1+1=2.$

Câu 21. Cho $\int\limits_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)-2x\right]dx=5$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{2}f\left(x\right)dx.$

A. $\frac{10}{3}$.　　**B.** $\frac{8}{3}$.　　**C.** $\frac{2}{3}$.　　**D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)-2x\right]dx=\int\limits_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)\right]dx-\int\limits_{-1}^{2}2xdx=3\int\limits_{-1}^{2}f\left(x\right)dx-\int\limits_{-1}^{2}2xdx=3I-3.$

Theo giả thiết $\int\limits_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)-2x\right]dx=5$ nên ta có: $3I-3=5\Leftrightarrow I=\frac{8}{3}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;2\right]$ và thỏa mãn $f(0)=f(2)=1$. Biết $\int\limits_0^2 e^x\left[f(x)+f'(x)\right]dx=ae^2+be+c$. Tính $P=a^{2021}+b^{2021}+c^{2021}$.

A. 0.　　**B.** 1.　　**C.** 2.　　**D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^2 e^x\left[f(x)+f'(x)\right]dx=\int\limits_0^2\left[e^xf(x)\right]'dx=\left[e^xf(x)\right]\Big|_0^2=e^2f(2)-f(0)=e^2-1$.

Suy ra $a=1$, $b=0$, $c=-1$.

Vậy $P=1^{2021}+0^{2021}+(-1)^{2021}=0$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\mathrm{I}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(2\sin x+1\right)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 3.　　**B.** 12.　　**C.** 6.　　**D.** 4.

Lời giải

Đặt $t=2\sin x+1\Rightarrow dt=2\cos x.dx\Rightarrow cosx\,dx=\frac{dt}{2}$.

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	1	3

Khi đó: $\mathrm{I}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(2\sin x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 f(t)\,dt$

Do tích phân không phụ thuộc vào biến nên $\int\limits_1^3 f\left(t\right)\mathrm{d}t=6\Rightarrow I=3$

Vậy $I=3$.

Câu 24. Cho tích phân $I=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$, nếu đặt $u=x^2+1$ thì tích phân đã cho trở thành

A. $I=\int\limits_1^9\frac{u+1}{2\sqrt{u}}du$. **B.** $I=\int\limits_1^9\frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$. **C.** $I=\int\limits_1^9\frac{u-1}{2u}du$. **D.** $I=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$.

Lời giải

Xét tích phân $I=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{x^2.x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

Đặt $u=x^2+1\Leftrightarrow x^2=u-1\Rightarrow 2x.dx=du\Rightarrow x.dx=\frac{du}{2}$.

Đổi cận : $x=0\Rightarrow u=1$ và $x=2\sqrt{2}\Rightarrow u=9$.

Khi đó tích phân $I=\int\limits_1^9\frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$.

Câu 25. Cho $I=\int\limits_1^2\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=a-\sqrt{b}+\sqrt{c}\ln 2$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$

A. $P=44$. **B.** $P=14$. **C.** $P=-20$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Đặt $u=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=\frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$, ta chọn $v=2\sqrt{x}$.

Ta có: $I=\left(2\sqrt{x}\ln x\right)\Big|_1^2-\int\limits_1^2\frac{2\sqrt{x}}{x}\mathrm{d}x=2\sqrt{2}\ln 2-\left(4\sqrt{x}\right)\Big|_1^2$

$=2\sqrt{2}\ln 2-\left(4\sqrt{2}-4\right)=4-\sqrt{32}+\sqrt{8}\ln 2$.

Vậy $a=4;b=32;c=8$ nên $a+b+c=44$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;0)$, $\vec{b}=(-5;4;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. $(-3;0;-1)$. **B.** $(7;-4;1)$. **C.** $(7;-8;1)$. **D.** $(7;-8;-1)$.

Lời giải

Ta có $2\vec{a}=(2;-4;0)\Rightarrow \vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}=(7;-8;1)$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-3;2)$, $\vec{b}=(-2,4;m)$. Định m để hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m=-7$. **B.** $m=7$. **C.** $m=14$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Để hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ vuông góc với nhau $\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow -2-12+2m=0\Leftrightarrow m=7$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1);B(3;0;3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;1;2)$. **B.** $I(1;2;1)$. **C.** $I(-1;-1;-2)$. **D.** $I(1;1;2)$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ y_I = \dfrac{2+0}{2} = 1 \\ z_I = \dfrac{1+3}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;2).$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và có bán kính $R=5$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{5}$.

Lời giải

Mặt cầu tâm I(1;-2;3) và có bán kính $R=5$ có phương trình là:
$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$. Thể tích khối cầu (S) bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 24π. **D.** 25π.

Lời giải

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$ có $a=0, b=1, c=-2, d=-4$ nên bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+4}=3$.

Thể tích khối cầu (S) là: $V=\dfrac{4}{3}\pi.R^3=\dfrac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$. **D.** $x+3y+4z-26=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến.

Suy ra $(P): 1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy?

A. $(P): y=0$. **B.** $(Q): y=1$. **C.** $(R): x-z=0$. **D.** $(S): x+z=1$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng chứa trục Oy có dạng $Ax+Cz=0$, với $A, C\neq 0$.

Suy ra **C** là đáp án cần tìm.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng nào dưới đây đi qua ba điểm A, B và C?

A. $(R): x+2y+3z=1$. **B.** $(Q): \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

C. $(S): x+2y+3z=-1$. **D.** $(P): \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$.

Lời giải

Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với điều kiện $a;b;c$ đều khác 0 có phương trình theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $4x-2z+3=0$. **D.** $4x+2z+3=0$.

Lời giải

A là hình chiếu của $M(2;0;1)$ trên trục Ox suy ra: $A(2;0;0)$.

B là hình chiếu của $M(2;0;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) suy ra: $B(0;0;1)$.

Gọi I là trung điểm AB. Ta có $I\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$.

Mặt trung trực đoạn AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{BA}=(2;0;-1)$ là một véctơ pháp tuyến nên có phương trình: $2(x-1)-1\left(z-\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 4x-2z-3=0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;3)$ .Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu của điểm M trên các trục Ox, Oy, Oz.

A. $3x+6y+4z+12=0$. **B.** $4x+2y+3z-1=0$.

C. $3x+6y+4z-12=0$. **D.** $4x+2y+3z+1=0$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Mien

FB phản biện: Minh Thành – Thiết Triềm

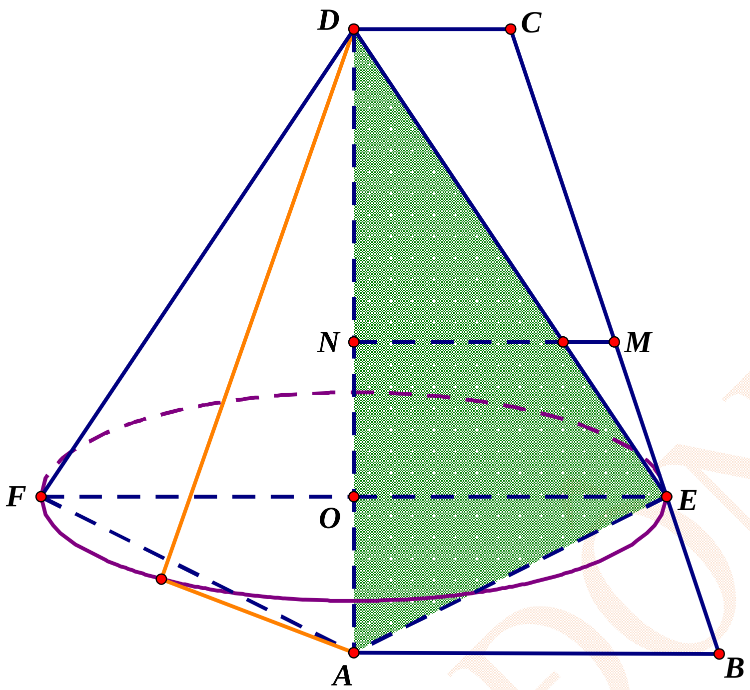
$A(4;0;0); B(0;2;0); C(0;0;3)$

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là: $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+6y+4z-12=0$

B. PHẦN TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

Câu 36. Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{ADC}=\widehat{DAB}=90°$, $AB=7$ (cm), $CD=3$ (cm), $AD=12$ (cm). Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $BC=4BE$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho miền tam giác ADE quay quanh trục AD.

Lời giải



$\widehat{ADC} = \widehat{DAB} = 90°$ suy ra $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D.
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và DA; O là trung của AN.
Khi đó ta có $MN // AB$ (đường trung bình).
Theo tính chất đường trung bình trong hình thang ta có:
$MN = \dfrac{AB + DC}{2} = \dfrac{7+3}{2} = 5$.
Theo giả thiết $BC = 4BE$, suy ra E là trung điểm BM, suy ra OE là đường trung bình trong hình thang $ABMN$.
Do đó: $OE = \dfrac{AB + MN}{2} = \dfrac{7+5}{2} = 6$;
và $OE // AB$ nên suy ra $OE \perp AD$.
Miền tam giác ADE quay quanh trục AD tạo thành khối tròn xoay gồm hai khối nón có chung đáy là $(O; r)$ với $r = OE = 6$ và lần lượt có đỉnh là A và D.
Thể tích của khối tròn xoay là:
$V = \dfrac{1}{3}AO.\pi r^2 + \dfrac{1}{3}DO.\pi r^2 = \dfrac{1}{3}AD.\pi r^2 = \dfrac{1}{3}12.\pi.6^2 = 144\pi$ (cm^3).

Câu 37. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ trên khoảng $(-1;1)$ và thỏa mãn $F(0) = 1$. Tìm tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$ của phương trình $F(x) = 2$.

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{x^2-1}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int\left(\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| + C$.

Từ giả thiết $F(0) = 1$ ta có: $C = 1 \Rightarrow F(x) = \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| + 1$.

Khi đó, trên khoảng $(-1;1)$ thì

$$F(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + 1 = 2 \Leftrightarrow \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| = 2 \Leftrightarrow \left|\frac{x-1}{x+1}\right| = e^2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} = -e^2 \Leftrightarrow x = \frac{1-e^2}{1+e^2}.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất trên khoảng $(-1;1)$ là $x=\dfrac{1-e^2}{1+e^2}$.

Câu 38. Cho $\int_1^e \dfrac{x\ln^2 x+3\ln x+2}{1+x\ln x}dx = a.e+b.\ln(e+1)+c$, với a,b,c là các số thực. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$.

Lời giải

Ta có

$$I=\int_1^e \frac{x\ln^2 x+3\ln x+2}{1+x\ln x}dx=\int_1^e \frac{\ln x(1+x\ln x)+2(1+\ln x)}{1+x\ln x}dx=\int_1^e \ln x dx+2\int_1^e \frac{1+\ln x}{1+x\ln x}dx=A+2B.$$

Tính $A=\int_1^e \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{1}{x}dx \\ v=x \end{cases}$.

Suy ra $A=x\ln x\Big|_1^e-\int_1^e dx=e-x\Big|_1^e=1$

Tính $B=\int_1^e \dfrac{1+\ln x}{1+x\ln x}dx$. Đặt $t=1+x\ln x \Rightarrow dt=(1+\ln x)dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=1 \\ x=e\Rightarrow t=e+1 \end{cases}$. Khi đó $B=\int_1^{1+e}\dfrac{dt}{t}=\ln t\Big|_1^{1+e}=\ln(e+1)$.

Vậy $I=2\ln(1+e)+1 \longrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow P=a^2+b^2-c^2=3$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=3$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx=9$ và $\int_0^1 x^3 f(x)dx=1$. Tính tích phân $\int_0^1 xf(x)dx$.

Lời giải

Ta có $1=\int_0^1 x^3 f(x)dx=\dfrac{x^4 f(x)}{4}\Bigg|_0^1-\dfrac{1}{4}\int_0^1 x^4 f'(x)dx=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{4}\int_0^1 x^4 f'(x)dx$

$\Rightarrow \int_0^1 x^4 f'(x)dx=-1$

Ta có : $\int_0^1 \left(f'(x)+9x^4\right)^2 dx=\int_0^1 [f'(x)]^2 dx+18\int_0^1 x^4 f'(x)dx+81\int_0^1 x^8 dx=9+18(-1)+9=0$

$\Rightarrow f'(x)+9x^4=0 \Rightarrow f'(x)=-9x^4 \Rightarrow f(x)=-\dfrac{9}{5}x^5+C$.

Mà $f(1)=3 \Rightarrow 3=-\dfrac{9}{5}+C \Leftrightarrow C=\dfrac{24}{5} \Rightarrow f(x)=-\dfrac{9}{5}x^5+\dfrac{24}{5} \Rightarrow$

$\int_0^1 xf(x)dx=\int_0^1 x\left(-\dfrac{9}{5}x^5+\dfrac{24}{5}\right)dx=\dfrac{15}{7}$.

--- ***HẾT*** ---

ĐỀ SỐ 23

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x^4-2x^2$ trên $\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-4x^2+x$. **C.** $y=-2x^3+x$. **D.** $y=-2x^3-x$.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 x>0;\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $2^x>3^x;\forall x<0$. **C.** $2^x<3^x;\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $x^2>x;\forall x>0$.

Câu 4: Trong không gian toạ độ $Oxyz$,cho hai điểm $A(-2;1;2)$ và $B(1;-1;0)$. Tìm toạ độ điểm C thuộc trục hoành sao cho ΔABC vuông tại B.

A. $C(-4;0;0)$. **B.** $C\left(\frac{5}{3};0;0\right)$. **C.** $C\left(-\frac{5}{3};0;0\right)$. **D.** $C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$.

Câu 5: Phương trình $4\sin x\cos x=1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;2\pi)$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có điểm chung với trục hoành

A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=\frac{2}{3x-1}$. **C.** $y=-x^4+1$. **D.** $y=\frac{1-2x}{1+2x}$.

Câu 7: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích tam giác ABC bằng $3a^2$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (ABC) theo a.

A. $6a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 8: Giải bất phương trình $\log_3(x+1)<2$ trên tập số thực $\mathbb{R}$ ta được tập hợp nghiệm là khoảng $(m;n)$. Tính tổng $m+n$.

A. $m+n=6$. **B.** $m+n=8$. **C.** $m+n=7$. **D.** $m+n=9$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có điểm cực trị?

A. $y=\frac{2x-9}{3x+1}$. **B.** $y=x^4+x^2$. **C.** $y=2-3x$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 10: Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}}\ge\frac{1}{5}$ trên tập số thưc $\mathbb{R}$.

A. $0<x\le 1$. **B.** $x<0\vee x\ge 1$. **C.** $x\le 0\vee x\ge 1$. **D.** $0\le x\le 1$.

Câu 11: Tập giá trị của hàm số $f(x)=\ln(x-e)$ là

A. $(e;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[e;+\infty)$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=2^x+x^2-\log x$. **B.** $y=e^x$.

C. $y=\sin x-3\ln(x+1)$. **D.** $y=\log_5(x^2+x)$.

Câu 13: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số thỏa mãn điều kiện $f'(x)=g(x), \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào say đây đúng?

A. $\int_1^2 g(x)dx=f(1)-f(2)$. **B.** $\int_2^1 g(x)dx=f(1)-f(2)$.

C. $\int_1^2 f(x)dx=g(1)-g(2)$. **D.** $\int_1^2 f(x)dx=g(2)-g(1)$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp AC, AC\perp AD, AD\perp AB, AB=AC=3\,\text{cm}, AD=4\,\text{cm}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{17}{2}$ cm. **B.** $\frac{12\sqrt{41}}{41}$ cm. **C.** $\frac{\sqrt{34}}{2}$ cm. **D.** $\frac{5}{2}$ cm.

Câu 15: Cho a là số thực dương thỏa mãn điều kiện $5^a+3a\le 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2-4a$.

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 16: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+mx)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $\mathbb{R}\backslash\{-1;0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$.

Câu 17: Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C, C$ là hằng số. **B.** $\int x^2\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C, C$ là hằng số.

C. $\int 5^x\ln 5\mathrm{d}x=5^x+C$, C là hằng số. **D.** $\int 2^x\mathrm{d}x=2^x+C$, C là hằng số.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=ax^4+2x^2-1$, với a là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Nếu $a<0$ thì hàm số đã cho có ba điểm cực trị.
B. Hàm số đã cho luôn có điểm cực trị.
C. Nếu $a>0$ thì hàm số đã cho không có điểm cực đại.
D. Nếu hàm số đã cho có duy nhất một điểm cực trị thì a là số dương.

Câu 19: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=x-1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x$.

Câu 20: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(0;-1;2)$ đến trục tung.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB=a$ mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC), khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22: Cho số dương a thỏa mãn điều kiện $\ln\sqrt[4]{1+a^2}+\int_0^1 \dfrac{x^3}{x^4+a^2+1}dx=\ln 2$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[0;a]$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

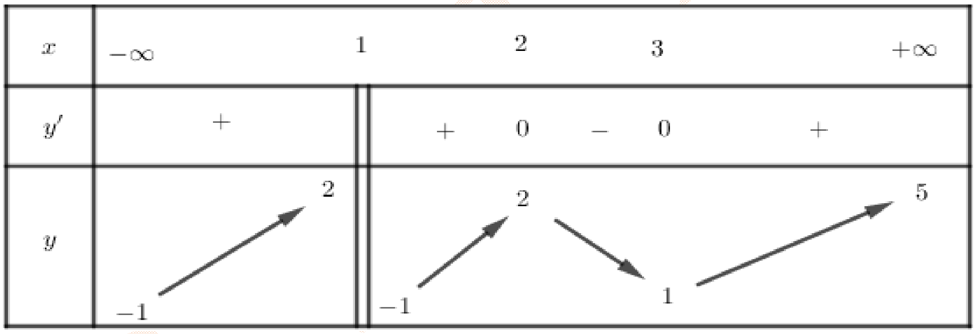
Câu 23: Cho hình chóp đều có đáy là tam giác đều có chiều cao bằng độ dài cạnh đáy. Tính $\tan\varphi$ với φ là góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp dã cho.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 24: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $\log_2 45=n\log_2 3+\log_2 5$.

A. $n=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $n=1$. **C.** $n=\dfrac{1}{2}$. **D.** $n=2$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

C. Tập giá trị của hàm số $y=f(x)$ là khoảng $(-1;5)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD=a$, M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $B'M$, biết rằng diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng a^2.

A. 2a. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ rên mặt phẳng $(\alpha): z+1=0$.

A. $H(-1;-2;1)$. **B.** $H(1;2;-1)$. **C.** $H(1;2;1)$. **D.** $H(0;0;-1)$.

Câu 28: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin^5 x-1$ và a,b,c là ba số thực bất kỳ.

Mệnh đề I: $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=\int\limits_a^c f\left(x\right)dx+\int\limits_c^b f\left(x\right)dx$ *Mệnh đề II:* $\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx=\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)dx\right|$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề I đúng và mệnh đề II sai. **B.** Cả hai mệnh đề trên đều đúng.
C. Cả hai mệnh đề trên đều sai. **D.** Mệnh đề I sai và mệnh đề II đúng.

Câu 29: Cho x,y là hai số thực thỏa mãn các điều kiện $4^{x+2}=\sqrt{2^y}$ và $2^{x-y}=3^{y-x}$. Tính tổng $x+2y$.

A. $x+2y=-4$. **B.** $x+2y=-3$. **C.** $x+2y=-8$. **D.** $x+2y=4$.

Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC}=60^0$, $AB=2a$ .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD' theo a.

A. a. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31: Cho m là số dương thỏa mãn điều kiện $\int\limits_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}\text{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\text{dx}=-2$. Tập $S=\left\{x\in\mathbb{R}\,|\left(2x+1\right)\left(x^2-m\right)=0\right\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 32: Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a\neq 0\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $ac<0$ thì hàm số $f\left(x\right)$ có hai cực trị.

B. Nếu $b^2-3ac<0$ thì hàm số $f\left(x\right)$ không có cực trị.

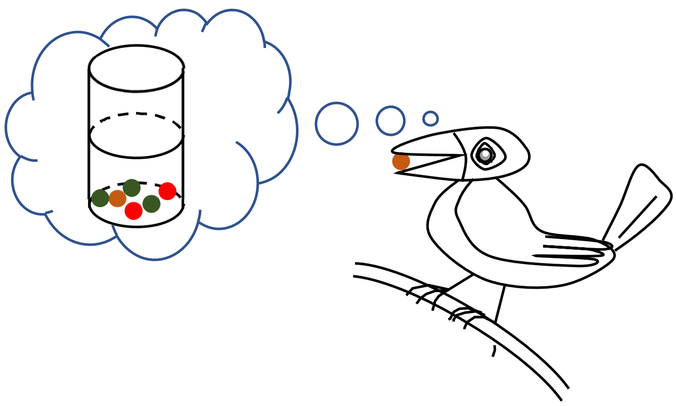
C. Nếu $\left(b+1\right)^2+c^2+d^2=0$ thì gốc tọa độ O là điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$.

D. Nếu $ac>0$ thì hàm số $f\left(x\right)$ không có cực trị.

Câu 33: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;0;0\right)$ và $B\left(0;5;0\right)$. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

A. 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 5.

Câu 34: Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nhiều nước và cột nước bên trong là một khối trụ với bán kính đáy bằng $2\left(\text{cm}\right)$. Nhưng mỏ quạ chưa đủ dài để uống được nước trong lọ. Thấy một cậu bé bỏ rơi rất nhiều bi (khối cầu) bán kính $0,5\left(\text{cm}\right)$ ngoài sân, quạ liền nhặt những viên bi đó bỏ vào lọ cho nước dâng lên. Mặt nước trong lọ cần dâng lên ít nhất $1\left(\text{cm}\right)$ nữa thì quạ mới uống được. Hỏi quạ cần nhặt ít nhất bao nhiêu viên bi bỏ vào lọ để uống được $4\left(\text{ml}\right)$ nước?



A. 30. **B.** 32. **C.** 25. **D.** 31.

Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{4-2x}{4m+2m^2+x}$, với m là tham số. Gọi M là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng 2. Số phần tử của tập hợp M là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 36: Cho $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

A. $\int_2^1 f(x)dx=G(1)-G(2)$.

B. $F(1)-F(2)=G(1)-G(2)$.

C. Hàm số $h(x)=3F(x)-2G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

D. $F(1)=G(1)$.

Câu 37: Khối trụ (T_1) có bán kính đáy bằng R_1 (cm), chiều cao bằng h_1 (cm) và thể tích bằng V_1 (cm^3); Khối trụ (T_2) có bán kính đáy bằng R_2 (cm), chiều cao bằng h_2 (cm) và thể tích bằng V_2 (cm^3). Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$ biết rằng $h_1=\dfrac{1}{2}h_2$, $R_1=2R_2$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=4$.

Câu 38: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $P=(2x-1)(1+x)^{12}$.

A. 990. **B.** 1782. **C.** -297. **D.** 198.

Câu 39: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x-y+z-1=0$. Nếu vectơ $\vec{n}=(a;2;b)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì

A. $a-b=-2$. **B.** $a-b=-6$. **C.** $a-b=2$. **D.** $a-b=1$.

Câu 40: Cho bốn hình cầu (S_1), (S_2), (S_3), (S_4) tiếp xúc ngoài với nhau từng đôi một và đều có bán kính bằng r. Hình cầu (S) chứa và tiếp xúc với cả bốn hình cầu đã cho. Tính tỉ số $\dfrac{R}{r}$, với R là bán kính hình cầu (S).

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{6+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{6+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41: Cho (u_n) có $u_1=5, u_2=-3, u_{10}=4$. Tổng $T=u_{2017}+u_{2018}+u_{2019}$ biết rằng $u_{k+1}+u_{k+2}+u_{k+3}+u_{k+4}+u_{k+5}=0,\ \forall k\in\{0,1,2,3,...,2020\}$

A. $T=-2$. **B.** $T=6$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=2$.

Câu 42: Cho số thực m thỏa mãn điều kiện $\int_0^m \sin x dx+3\cos m=0$. Tính $\cos m+\cos 2m$

A. 1. **B.** 0 . **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 43: Trong không gian tọa $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm O (gốc tọa độ), $A(1;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-y+z=0$?

A. Không có mặt phẳng nào. **B.** Một mặt phẳng.
C. Hai mặt phẳng. **D.** Vô số mặt phẳng.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = 3\,\text{cm}$, $ABC = 60°$, $SA = 4\,\text{cm}$ > Gọi M là trung điểm của cạnh SA; (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCM$; $SB \cap (S) = \{B, N\}$, $SC \cap (S) = \{C, P\}$. Tính thể tích của khối tứ diện $MNPS$.

A. $\frac{48}{625}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{48\sqrt{3}}{625}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{96}{625}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{17}{125}\text{cm}^3$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{(m+1)x+1}{mx+1}}$ **không** có tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu. **B.** $-1 < m \le 0$.
C. $m < -1 \vee m \ge 0$. **D.** $-1 \le m < 1$.

Câu 46: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;0)$. Khi điểm N di động trên mặt phẳng tọa độ Oxy thì giá trị lớn nhất của biểu thức $P = NA^2 - 2NB^2$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 47: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{(x+1)^{2018}}{(x+2)^{2021}}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1)=0$. Biết rằng a là một số thực khác -1 và $F(a)=0$, hỏi số thực a thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[0;3000)$. **B.** $[-5000;-3000)$. **C.** $[-3000;-1000)$. **D.** $[-1000;0)$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập xác định $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	2	↘	$\frac{29}{16}$	↗	$+\infty$

Biết rằng hàm số $g(x)=f(x).[f(x)-4]$, hỏi hàm số $y=g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 49: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-8=0$. Có bao nhiêu điểm thuộc mặt cầu có toạ độ là nguyên?

A. 8. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 18.

Câu 50: Đề thi Tốt nghiệp THPT môn Toán năm 2020 gồm 50 câu trắc nghiệm và mỗi câu có 4 phương án để lựa chọn (trong đó có 1 phương án đúng), số điểm mỗi câu là $0,2$ (không phẩy hai). Thí sinh Nguyễn Văn Chuẩn đã làm và chọn đúng được 45 câu, vì sắp hết thời gian làm bài nên Chuẩn quyết định chọn đáp án ngẫu nhiên ở 5 câu còn lại. Tính xác suất để bài thi của Chuẩn đạt từ 9,8 (chín phẩy tám) điểm trở lên.

A. $\frac{1}{32}$. **B.** $\frac{1}{128}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{1}{256}$.

----------------------HẾT----------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.B	5.A	6.B	7.C	8.C	9.B	10.B
11.C	12.A	13.B	14.C	15.D	16.A	17.D	18.D	19.A	20.C
21.A	22.B	23.B	24.D	25.A	26.B	27.B	28.B	29.C	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.A	36.D	37.A	38.D	39.A	40.A
41.A	42.D	43.C	44.C	45.B	46.B	47.C	48.B	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x^4-2x^2$ trên $\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$\int g(x).dx=\int\left(x^4-2x^2\right)dx=\frac{x^5}{5}-\frac{2}{3}x^3+C\Rightarrow f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{2}{3}x^3+C.$$

$$\Rightarrow f'(x)=x^4-2x^2\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x^2\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Câu 2: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-4x^2+x$. **C.** $y=-2x^3+x$. **D.** $y=-2x^3-x$.

Lời giải

$y=-2x^3-x\Rightarrow y'=-6x^2-1<0;\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 x>0;\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $2^x>3^x;\forall x<0$. **C.** $2^x<3^x;\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $x^2>x;\forall x>0$.

Lời giải

Câu 4: Trong không gian toạ độ $Oxyz$,cho hai điểm $A(-2;1;2)$ và $B(1;-1;0)$. Tìm toạ độ điểm C thuộc trục hoành sao cho ΔABC vuông tại B.

A. $C(-4;0;0)$. **B.** $C\left(\frac{5}{3};0;0\right)$. **C.** $C\left(-\frac{5}{3};0;0\right)$. **D.** $C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$.

Lời giải

Gọi $C(c;0;0)\in Ox$

$\overrightarrow{BA}=(3;-2;-2);\overrightarrow{BC}=(c-1;1;0)$.

ΔABC vuông tại $B\Leftrightarrow BA\perp BC\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow 3(c-1)-2.1-2.0=0\Leftrightarrow c=\frac{5}{3}$.

Câu 5: Phương trình $4\sin x\cos x=1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;2\pi)$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

$$4\sin x\cos x = 1 \Leftrightarrow 2\sin 2x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{array}\right..$$

$$x \in (-\pi; 2\pi) \Rightarrow x = -\frac{11}{12}\pi; \frac{\pi}{12}; \frac{13}{12}\pi; -\frac{7}{12}\pi; \frac{5\pi}{12}; \frac{17}{12}\pi.$$

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có điểm chung với trục hoành

A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = \frac{2}{3x-1}$. **C.** $y = -x^4 + 1$. **D.** $y = \frac{1-2x}{1+2x}$.

Lời giải

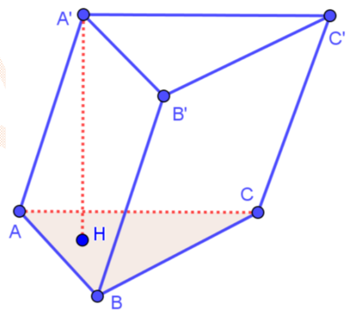
Xét phương trình $\frac{2}{3x-1} = 0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3x-1}$ không có điểm chung với trục hoành.

Câu 7: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích tam giác ABC bằng $3a^2$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (ABC) theo a.

A. $6a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải



$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'H \Rightarrow A'H = \frac{6a^3}{3a^2} = 2a.$$

Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$.

Câu 8: Giải bất phương trình $\log_3(x+1) < 2$ trên tập số thực $\mathbb{R}$ ta được tập hợp nghiệm là khoảng $(m;n)$. Tính tổng $m+n$.

A. $m+n=6$. **B.** $m+n=8$. **C.** $m+n=7$. **D.** $m+n=9$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (-1; +\infty)$.

Phương trình: $\log_3(x+1) < 2 \Leftrightarrow x+1 < 9 \Leftrightarrow x < 8$.

Kết hợp với điều kiện, bất phương trình có tập nghiệm là $(-1;8)$.

Suy ra $m=-1;\ n=8$ và $m+n=7$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có điểm cực trị?

A. $y=\dfrac{2x-9}{3x+1}$. **B.** $y=x^4+x^2$. **C.** $y=2-3x$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Xét hàm số: $y=x^4+x^2$; $y'=4x^3+2x$

$y'=0\Leftrightarrow x=0$ và y' đổi dấu khi đi qua $x=0$.

$\Rightarrow$ Hàm số có 1 cực trị.

Câu 10: Giải bất phương trình $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}}\ge\dfrac{1}{5}$ trên tập số thực $\mathbb{R}$.

A. $0<x\le1$. **B.** $x<0\vee x\ge1$. **C.** $x\le0\vee x\ge1$. **D.** $0\le x\le1$.

Lời giải

Ta có: $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}}\ge\dfrac{1}{5}\ (x\ne0)$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{x}\le1\Leftrightarrow x<0\vee x\ge1$.

Câu 11: Tập giá trị của hàm số $f(x)=\ln(x-e)$ là

A. $(e;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[e;+\infty)$.

Lời giải

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=2^x+x^2-\log x$. **B.** $y=e^x$.

C. $\mathrm{y}=\sin x-3\ln(x+1)$. **D.** $\mathrm{y}=\log_5(x^2+x)$.

Lời giải

Hàm số $y=2^x+x^2-\log x$ xác định khi $x>0\Rightarrow D=(0;+\infty)$.

Câu 13: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số thỏa mãn điều kiện $f'(x)=g(x),\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào say đây đúng?

A. $\int\limits_1^2 g(x)dx=f(1)-f(2)$. **B.** $\int\limits_2^1 g(x)dx=f(1)-f(2)$.

C. $\int\limits_1^2 f(x)dx=g(1)-g(2)$. **D.** $\int\limits_1^2 f(x)dx=g(2)-g(1)$.

Lời giải

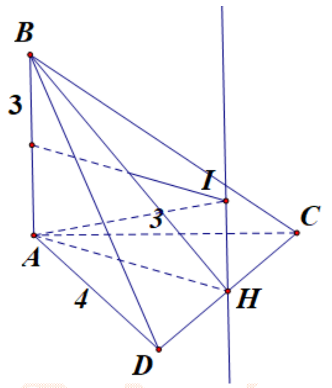
Từ giả thiết $f'(x)=g(x),\forall x\in\mathbb{R}$ suy ra $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$.

Do đó $\int\limits_2^1 g(x)dx=f(1)-f(2)$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp AC, AC\perp AD, AD\perp AB, AB=AC=3\text{cm}, AD=4\text{cm}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{17}{2}$ cm. **B.** $\frac{12\sqrt{41}}{41}$ cm. **C.** $\frac{\sqrt{34}}{2}$ cm. **D.** $\frac{5}{2}$ cm.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của $CD\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp vuông ΔACD. Dựng đường thẳng d vuông góc với (ACD) tại H. Trong mp(ABH), kẻ trung trực d_1 của AB cắt d tại I. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có $CD=\sqrt{3^2+4^2}=5\Rightarrow AH=\frac{5}{2}; IH=\frac{1}{2}AB=\frac{3}{2}$. Suy ra $R=IA=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{34}}{2}$.

Câu 15: Cho a là số thực dương thỏa mãn điều kiện $5^a+3a\le 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2-4a$.

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=5^x+3x\Rightarrow f'(x)=5^x\ln 5+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $5^a+3a\le 8\Leftrightarrow f(a)\le f(1)\Leftrightarrow a\le 1\Rightarrow 0<a\le 1$.

$P=a^2-4a\Rightarrow P'=2a-4<0,\forall a\in(0;1]$, suy ra $P(a)$ nghịch biến trên $(0;1]$.

Vậy $P_{\min}=P(1)=-3$.

Câu 16: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+mx)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $\mathbb{R}\backslash\{-1;0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$.

Lời giải

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+mx)$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình $(x-1)(x^2+mx)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2+mx)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì $\begin{cases} -m \neq 0 \\ -m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 17: Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int e^x \mathrm{d}x = e^x + C, C$ là hằng số.
B. $\int x^2 \mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + C, C$ là hằng số.
C. $\int 5^x \ln 5 \mathrm{d}x = 5^x + C$, C là hằng số.
D. $\int 2^x \mathrm{d}x = 2^x + C$, C là hằng số.

Lời giải

Ta có $\int 2^x \mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2} + C$, C là hằng số.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2x^2 - 1$, với a là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Nếu $a<0$ thì hàm số đã cho có ba điểm cực trị.
B. Hàm số đã cho luôn có điểm cực trị.
C. Nếu $a>0$ thì hàm số đã cho không có điểm cực đại.
D. Nếu hàm số đã cho có duy nhất một điểm cực trị thì a là số dương.

Lời giải

D sai vì $a=0$ thì hàm số cũng có một điểm cực trị.

Câu 19: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=x-1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x$.

Lời giải

Ta có $y=\ln x \Rightarrow y'=\frac{1}{x}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

$y=y'(1)(x-1)+y(1)=1(x-1)+\ln 1 = x-1$.

Câu 20: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(0;-1;2)$ đến trục tung.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{5}$.

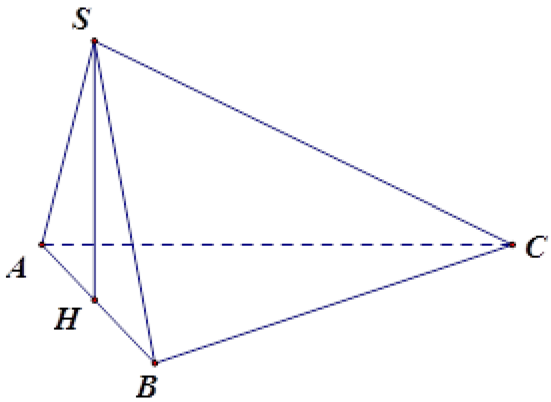
Lời giải

Hình chiếu của $A(0;-1;2)$ lên trục tung là điểm $H(0;-1;0)$ nên khoảng cách từ điểm $A(0;-1;2)$ đến trục tung là $AH=2$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = a$ mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC), khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



Diện tích đáy là $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao là $h = 2a$.

Suy ra thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22: Cho số dương a thỏa mãn điều kiện $\ln\sqrt[4]{1+a^2} + \int_0^1 \dfrac{x^3}{x^4+a^2+1}dx = \ln 2$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc đoạn $[0;a]$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\ln\sqrt[4]{1+a^2} + \int_0^1 \dfrac{x^3}{x^4+a^2+1}dx = \ln 2 \Leftrightarrow \ln\sqrt[4]{1+a^2} + \dfrac{1}{4}\int_0^1 \dfrac{d\left(x^4+a^2+1\right)}{x^4+a^2+1} = \ln 2$

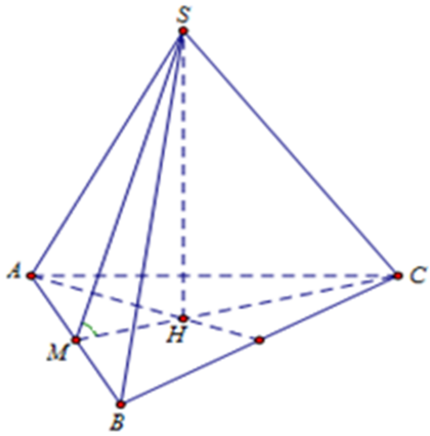
$\Leftrightarrow \ln\sqrt[4]{1+a^2} + \dfrac{1}{4}\ln\left(a^2+2\right) - \dfrac{1}{4}\ln\left(a^2+1\right) = \ln 2 \Leftrightarrow \ln\left(a^2+2\right) = \ln 16 \Leftrightarrow a = \sqrt{14}$.

Từ đó suy ra đoạn $[0;a]$ có 4 số nguyên.

Câu 23: Cho hình chóp đều có đáy là tam giác đều có chiều cao bằng độ dài cạnh đáy. Tính $\tan\varphi$ với φ là góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Giả sử hình chóp đều có đáy là tam giác đều có chiều cao bằng độ dài cạnh đáy đều bằng a.

Ta có $CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $MH = \dfrac{1}{3}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}; CH = \dfrac{2}{3}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $SH = a$.

Suy ra $\tan\varphi = \dfrac{SH}{MH} = \dfrac{a}{\dfrac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{3}$.

Câu 24: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $\log_2 45 = n\log_2 3 + \log_2 5$.

A. $n = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $n = 1$. **C.** $n = \dfrac{1}{2}$. **D.** $n = 2$.

Lời giải

Ta có $\log_2 45 = \log_2 9 + \log_2 5 = 2\log_2 3 + \log_2 5$. Suy ra $n = 2$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-1	↗	2 || -1	↗	2	↘	1	↗	5

Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.

C. Tập giá trị của hàm số $y = f(x)$ là khoảng $(-1;5)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

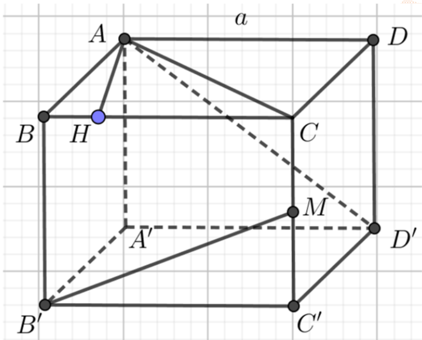
Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=2; \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=1$ nên $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Do đó, đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận đứng.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD=a$, M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $B'M$, biết rằng diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng a^2.

A. 2a. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



$d(AD',B'M)=d((ADD'A'),(BCC'B'))=d(A,BC)=AH$,

với H là hình chiếu của A trên BC

Ta có $AH=\dfrac{2S_{\Delta ABC}}{BC}=\dfrac{S_{ABCD}}{BC}=\dfrac{a^2}{a}=a$.

Vậy $d(AD',B'M)=a$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ rên mặt phẳng $(\alpha): z+1=0$.

A. $H(-1;-2;1)$. **B.** $H(1;2;-1)$. **C.** $H(1;2;1)$. **D.** $H(0;0;-1)$.

Lời giải

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=\sin^5 x-1$ và a,b,c là ba số thực bất kỳ.

Mệnh đề I: $\int\limits_a^b f(x)dx=\int\limits_a^c f(x)dx+\int\limits_c^b f(x)dx$ *Mệnh đề II:* $\int\limits_a^b |f(x)|dx=\left|\int\limits_a^b f(x)dx\right|$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề I đúng và mệnh đề II sai. **B.** Cả hai mệnh đề trên đều đúng.

C. Cả hai mệnh đề trên đều sai. **D.** Mệnh đề I sai và mệnh đề II đúng.

Lời giải

$f(x)=\sin^5 x-1$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

Ta có: $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$; $\int\limits_a^c f(x)dx = F(c) - F(a)$; $\int\limits_c^b f(x)dx = F(b) - F(c)$

$\int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx = F(c) - F(a) + F(b) - F(c) = F(b) - F(a)$

Ta có $-1 \le \sin x \le 1 \Rightarrow -1 \le \sin^5 x \le 1 \Rightarrow -2 \le \sin^5 x - 1 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $\int\limits_a^b \left| f(x) \right| dx = \left| \int\limits_a^b f(x)dx \right| \Rightarrow$ II đúng.

Do đó cả hai mệnh đề I, II đều đúng.

Câu 29: Cho x, y là hai số thực thỏa mãn các điều kiện $4^{x+2} = \sqrt{2^y}$ và $2^{x-y} = 3^{y-x}$. Tính tổng $x + 2y$.

A. $x + 2y = -4$. **B.** $x + 2y = -3$. **C.** $x + 2y = -8$. **D.** $x + 2y = 4$.

Lời giải

$4^{x+2} = \sqrt{2^y} \Leftrightarrow 2^{2(x+2)} = 2^{\frac{y}{2}} \Leftrightarrow 2(x+2) = \frac{y}{2}\ (*)$

$2^{x-y} = 3^{y-x} \Leftrightarrow 2^{x-y} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-y} \Leftrightarrow (6)^{x-y} = 1 \Leftrightarrow x - y = 0\ (**)$

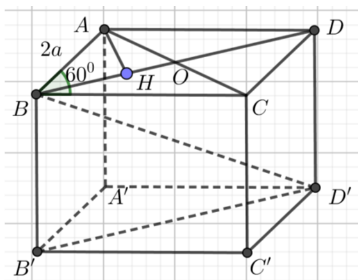
Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $x = y = -\frac{8}{3}$.

Vậy $x + 2y = -8$.

Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60^0$, $AB = 2a$ .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD' theo a.

A. a. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



$d(AA', BD') = d(AA', (BDD'B')) = d(A, BD) = AH$, với H là hình chiếu của A trên BD

Xét tam giác ABH có $\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB.\sin \widehat{ABH} = 2a.\frac{1}{2} = a$.

Vậy $d\left(AA',BD'\right)=a$

Câu 31: Cho m là số dương thỏa mãn điều kiện $\int\limits_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\,\mathrm{dx}=-2$. Tập $S=\left\{x\in\mathbb{R}\,|\,(2x+1)\left(x^2-m\right)=0\right\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\,\mathrm{dx}=2\sqrt{x}\Big|_1^m+2e^{\frac{x}{2}}\Big|_0^{\ln(m)}=2\left(\sqrt{m}-1\right)+2\left(e^{\frac{\ln(m)}{2}}-1\right)=4\left(\sqrt{m}-1\right)$.

Mà $\int\limits_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{dx}+\int\limits_0^{\ln(m)}\sqrt{e^x}\,\mathrm{dx}=-2\Rightarrow 4\left(\sqrt{m}-1\right)=-2\Rightarrow\sqrt{m}=\frac{1}{2}\Rightarrow m=\frac{1}{4}$

Với $m=\frac{1}{4}$ ta có phương trình: $(2x+1)\left(x^2-\frac{1}{4}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\x=\pm\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{2}$

Câu 32: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $ac<0$ thì hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

B. Nếu $b^2-3ac<0$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị.

C. Nếu $(b+1)^2+c^2+d^2=0$ thì gốc tọa độ O là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

D. Nếu $ac>0$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

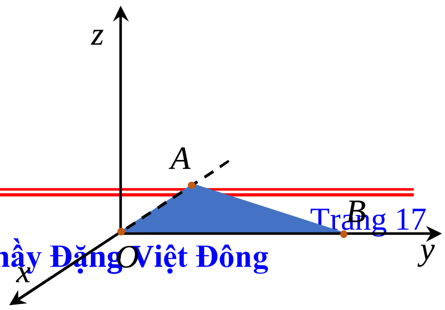
$\Delta'=b^2-3ac$

$\Delta'\leq 0$ thì $b^2-3ac\leq 0$ thì hàm số không có cực trị nên **D** sai.

Câu 33: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;0)$ và $B(0;5;0)$. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

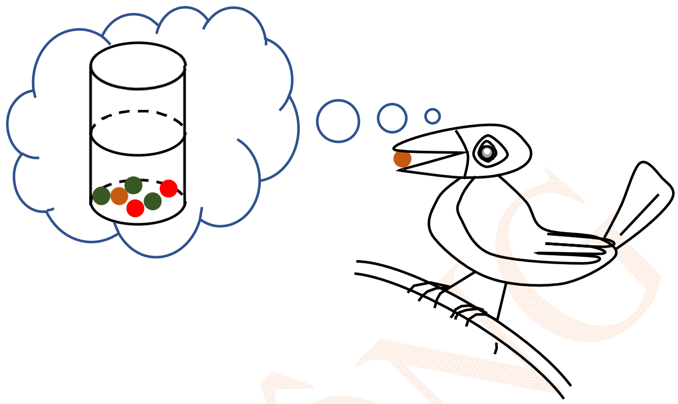
A. 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 5.

Lời giải



Diện tích tam giác OAB: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB\ =5$

Câu 34: Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nhiều nước và cột nước bên trong là một khối trụ với bán kính đáy bằng $2(\text{cm})$. Nhưng mỏ quạ chưa đủ dài để uống được nước trong lọ. Thấy một cậu bé bỏ rơi rất nhiều bi bán kính $0,5(\text{cm})$ ngoài sân, quạ liền nhặt những viên bi đó bỏ vào lọ cho nước dâng lên. Mặt nước trong lọ cần dâng lên ít nhất $1(\text{cm})$ nữa thì quạ mới uống được. Hỏi quạ cần nhặt ít nhất bao nhiêu viên bi bỏ vào lọ để uống được $4(\text{ml})$ nước?



A. 30. **B.** 32. **C.** 25. **D.** 31.

Lời giải

Thể tích nước có chiều cao $1(\text{cm})$ cần dâng lên để quạ uống được: $V_1=2^2.\pi.1=4\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích nước cần uống: $4(ml)=4\left(cm^3\right)$

Do đó thể tích bi cần thả vào là $4\pi+4\left(cm^3\right)$.

Thể tích của một vi bi:$V_2=\frac{4}{3}\pi(0,5)^3=\frac{1}{6}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Số bi cần thả vào: $n=\frac{V_1}{V_2}=\frac{4\pi+6}{\frac{1}{6}\pi}\approx 31,6$

Câu 35: Cho hàm số $y=\frac{4-2x}{4m+2m^2+x}$, với m là tham số. Gọi M là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng 2. Số phần tử của tập hợp M là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $4m+2m^2\neq -2$.

$(\Delta): x+\left(2m^2+4m\right)=0$ là TCĐ.

Khoảng cách từ O đến TCĐ: $d(O,\Delta)=\frac{\left|0+2m^2+4m\right|}{\sqrt{1^2}}=\left|2m^2+4m\right|$

Theo đề: $\left|2m^2+4m\right|=2\overset{(*)}{\Rightarrow}2m^2+4m-2=0\Rightarrow m=-1\pm\sqrt{2}$

Câu 36: Cho $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

A. $\int_2^1 f(x)dx = G(1) - G(2)$.

B. $F(1) - F(2) = G(1) - G(2)$.

C. Hàm số $h(x) = 3F(x) - 2G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

D. $F(1) = G(1)$.

Lời giải

Vì $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $F(x) - G(x) = C$, với C là một số.

Đáp án A đúng theo công thức tích phân.

Đáp án B đúng vì cùng bằng $\int_2^1 f(x)dx$.

Đáp án D đúng vì hàm số $h(x) = 3F(x) - 2G(x) = 2(F(x) - G(x)) + F(x) = F(x) + 2C$ cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Câu 37: Khối trụ (T_1) có bán kính đáy bằng R_1 (cm), chiều cao bằng h_1 (cm) và thể tích bằng V_1 (cm^3); Khối trụ (T_2) có bán kính đáy bằng R_2 (cm), chiều cao bằng h_2 (cm) và thể tích bằng V_2 (cm^3). Tính $\frac{V_1}{V_2}$ biết rằng $h_1 = \frac{1}{2}h_2$, $R_1 = 2R_2$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Lời giải

Ta có $V_1 = \pi R_1^2 h_1$, $V_2 = \pi R_2^2 h_2$. Do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R_1^2 h_1}{\pi R_2^2 h_2} = \frac{4R_2^2 \frac{1}{2} h_2}{R_2^2 h_2} = 2$.

Câu 38: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $P = (2x-1)(1+x)^{12}$.

A. 990. **B.** 1782. **C.** -297. **D.** 198.

Lời giải

Ta có $A = (1+x)^{12} = \sum_{k=1}^{12} C_{12}^k.1^{12-k}.x^k = \sum_{k=1}^{12} C_{12}^k.x^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển A là $C_{12}^4 x^4$; số hạng chứa x^5 trong khai triển A là $C_{12}^5 x^5$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức P là $-1.C_{12}^5 + 2C_{12}^4 = 198$.

Câu 39: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y + z - 1 = 0$. Nếu vectơ $\vec{n} = (a;2;b)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì

A. $a - b = -2$. **B.** $a - b = -6$. **C.** $a - b = 2$. **D.** $a - b = 1$.

Lời giải

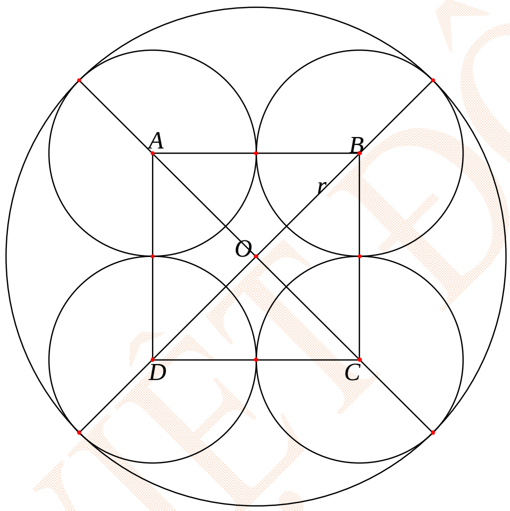
Ta có $\vec{n'} = (2;-1;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Vectơ $\vec{n}=(a;2;b)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) nên $\vec{n}=k\vec{n'}$, do đó $\frac{a}{2}=\frac{2}{-1}=\frac{b}{1}$, suy ra $a=-4$, $b=-2$.

Câu 40: Cho bốn hình cầu (S_1), (S_2), (S_3), (S_4) tiếp xúc ngoài với nhau từng đôi một và đều có bán kính bằng r. Hình cầu (S) chứa và tiếp xúc với cả bốn hình cầu đã cho. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$, với R là bán kính hình cầu (S).

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{6+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{6+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải



Gọi A,B,C,D lần lượt là tâm của bốn hình cầu (S_1), (S_2), (S_3), (S_4). Khi đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $2r$, suy ra $BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}2r\sqrt{2}=\sqrt{2}r$. Bán kính hình cầu (S) là $R=r+BO=r+\sqrt{2}r$. Vậy $\frac{R}{r}=\frac{r+\sqrt{2}r}{r}=1+\sqrt{2}$.

Câu 41: Cho (u_n) có $u_1=5, u_2=-3, u_{10}=4$. Tổng $T=u_{2017}+u_{2018}+u_{2019}$ biết rằng

$u_{k+1}+u_{k+2}+u_{k+3}+u_{k+4}+u_{k+5}=0,\ \forall k\in\{0,1,2,3,...,2020\}$

A. $T=-2$. **B.** $T=6$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Ta có $u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=0\Rightarrow u_3+u_4+u_5=-(u_1+u_2)=-2$.

$u_3+u_4+u_5+u_6+u_7=0\Rightarrow u_6+u_7=2$

$u_6+u_7+u_8+u_9+u_{10}=0\Rightarrow u_8+u_9+u_{10}=-2\ldots$

$\Rightarrow T=u_{2017}+u_{2018}+u_{2019}=-2$.

Câu 42: Cho số thực m thỏa mãn điều kiện $\int_0^m \sin x dx+3\cos m=0$. Tính $\cos m+\cos 2m$

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

$\int_0^m \sin xdx+3\cos m=0\Leftrightarrow -\cos x\Big|_0^m+3\cos m=0\Leftrightarrow -\cos m+1+3\cos m=0\Leftrightarrow \cos m=-\frac{1}{2}$.

$\cos m+\cos 2m=\cos m+2\cos^2 m-1=-\frac{1}{2}+2\left(-\frac{1}{2}\right)^2-1=-1$.

Câu 43: Trong không gian tọa $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm O, $A(1;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-y+z=0$?

A. Không có mặt phẳng nào. **B.** Một mặt phẳng.
C. Hai mặt phẳng. **D.** Vô số mặt phẳng.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(-1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $r=\sqrt{\frac{3}{2}}$

Phương trình mặt phẳng (α) cần tìm có dạng $ax+by+cz+d=0$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$.

Vì (α) đi qua các điểm O và $A(1;1;-1)$ nên ta có

$\begin{cases} d=0 \\ a+b-c=0 \end{cases}$

(α) tiếp xúc với mặt cầu (S)

khi $d(I,(\alpha))=r\Leftrightarrow \dfrac{\left|-a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}\Leftrightarrow (2a+c-b)^2=\frac{3}{2}(a^2+b^2+c^2)$.

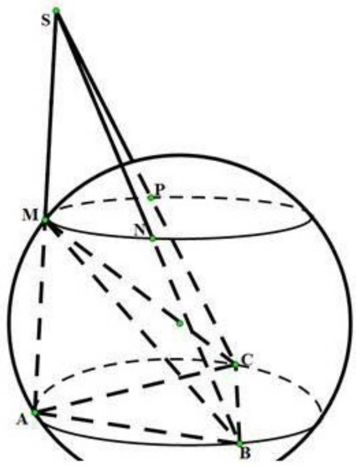
Thay $c=a+b$ vào ta được $2a^2-ab-b^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-\frac{b}{2} \end{array}\right.$

Vậy có hai mặt phẳng thoả mãn bài ra.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA\perp(ABC)$, $AB=AC=3\text{cm}$, $ABC=60°$, $SA=4\text{cm}$ > Gọi M là trung điểm của cạnh SA; (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCM$; $SB\cap(S)=\{B,N\}$, $SC\cap(S)=\{C,P\}$. Tính thể tích của khối tứ diện $MNPS$.

A. $\frac{48}{625}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{48\sqrt{3}}{625}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{96}{625}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{17}{125}\text{cm}^3$.

Lời giải



- Ta có

$SM.SA = SN.SB \Rightarrow \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{SM.SA}{SB^2} = \dfrac{8}{25}$.

$SP.SC = SM.SA \Rightarrow \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{SM.SA}{SC^2} = \dfrac{8}{25}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \dfrac{SN}{SB}\dfrac{SP}{SC}\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{32}{625}$

- $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.3.3.\sin 30° = \dfrac{9}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.4.\dfrac{9}{4} = 3\,\text{cm}^3$.

Vậy $V_{MNPS} = \dfrac{96}{625}\text{cm}^3$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{\dfrac{(m+1)x+1}{mx+1}}$ **không** có tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu. **B.** $-1 < m \le 0$.
C. $m < -1 \vee m \ge 0$. **D.** $-1 \le m < 1$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt{\dfrac{(m+1)+\dfrac{1}{x}}{m+\dfrac{1}{x}}} = \sqrt{\dfrac{m+1}{m}}$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang thì: $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ \dfrac{m}{m+1}<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ -1<m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -1 < m \le 0$.

Câu 46: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;0)$. Khi điểm N di động trên mặt phẳng tọa độ Oxy thì giá trị lớn nhất của biểu thức $P = NA^2 - 2NB^2$ là:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Điểm N di động trên mặt phẳng tọa độ Oxy nên $N(x;y;0)$. Khi đó:

$$P=\left[(x-1)^2+(y-2)^2+(0+1)^2\right]-2\left[(x-2)^2+(y-1)^2\right]=-x^2-y^2+6x-4$$

$$P=-\left(x^2+y^2-6x+4\right)=-\left[\left(x^2-6x+9\right)+y^2-5\right]=-\left[(x-3)^2+y^2\right]+5\le 5,\ \forall x,y$$

Dấu "=" xảy ra $\begin{cases}x-3=0\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$.

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 5 khi điểm $N(0;3;0)$.

Câu 47: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{(x+1)^{2018}}{(x+2)^{2021}}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1)=0$. Biết rằng a là một số thực khác -1 và $F(a)=0$, hỏi số thực a thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[0;3000)$. **B.** $[-5000;-3000)$. **C.** $[-3000;-1000)$. **D.** $[-1000;0)$.

Lời giải

Ta có $I=\displaystyle\int\frac{(x+1)^{2018}}{(x+2)^{2021}}\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{1}{x+2}\right)^{2018}.\frac{\mathrm{d}x}{(x+2)^3}$

Đặt $t=1-\dfrac{1}{x+2}\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+2)^2}$ và $\dfrac{1}{x+2}=1-t$

Khi đó $I=\displaystyle\int t^{2018}(1-t)\mathrm{d}t=\int\left(t^{2018}-t^{2019}\right)\mathrm{d}t=\frac{t^{2019}}{2019}-\frac{t^{2020}}{2020}+C$

Vậy $F(x)=\dfrac{1}{2019}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2019}-\dfrac{1}{2020}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2020}+C$, do $F(-1)=0\Leftrightarrow C=0$.

Nên $F(x)=\dfrac{1}{2019}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2019}-\dfrac{1}{2020}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2020}=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{2020}{2019}=\dfrac{x+1}{x+2}\Leftrightarrow x=-2021$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập xác định $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\dfrac{29}{16}$	$\nearrow$	$+\infty$

Biết rằng hàm số $g(x)=f(x).\left[f(x)-4\right]$, hỏi hàm số $y=g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

$g'(x) = f'(x).\left[f(x) - 4\right] + f(x).f'(x)$

$= f'(x).\left[2f(x) - 4\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right.$

Mà dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$, và $f(x) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 < -2 \\ x = 2 \\ x = x_3 > 3 \end{array}\right.$.

Do $x = 2$ là nghiệm kép của phương trình $g'(x) = 0$ nên số điểm cực trị của $y = g(x)$ là 4 điểm.

Câu 49: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 8 = 0$. Có bao nhiêu điểm thuộc mặt cầu có toạ độ là nguyên?

A. 8. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 18.

Lời giải

Cách 1: $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 14$.

Ta có phân tích duy nhất của 14 sang tổng bình phương của 3 số nguyên là $14 = 1^2 + 2^2 + 3^2$

Các số $(x-1)^2, (y+2)^2, (z+1)^2$ chỉ có thể là các hoán vị của ba số $1^2, 2^2, 3^2$.

Suy ra x, y, z mỗi số có 2 cách chọn cùng với việc hoán vị các giá trị trong bộ, vậy tổng số bộ (x, y, z) thỏa mãn bài toán là $2^3.3! = 48$.

Câu 50: Đề thi Tốt nghiệp THPT môn Toán năm 2018 gồm 50 câu trắc nghiệm và mỗi câu có 4 phương án để lựa chọn, số điểm mỗi câu là $0,2$. Thí sinh Nguyễn Văn Chuẩn đã làm và chọn đúng được 45 câu, vì sắp hết thời gian làm bài nên Chuẩn quyết định chọn đáp án ngẫu nhiên ở 5 câu còn lại. Tính xác suất để bài thi của Chuẩn đạt từ $9,8$ điểm trở lên.

A. $\frac{1}{32}$. **B.** $\frac{1}{128}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{1}{256}$.

Lời giải

Để đạt được $9,8$ điểm trở lên thì bạn Chuẩn cần làm đúng từ 4 câu trở lên trong 5 câu còn lại.

Xác suất làm đúng mỗi câu là $\frac{1}{4} = 0,25$.

Xác suất làm sai mỗi câu là $\frac{3}{4} = 0,75$.

TH1: Xác suất để làm đúng 4 câu là $(0,25)^4.0,75.5$. (để làm 5 câu mà có 4 câu đúng ta có 5 trường hợp.

TH2: Xác suất để làm đúng cả 5 câu là $(0,25)^5$.

Vậy xác suất để Chuẩn đạt từ $9,8$ điểm trở lên là

$$\left(0,25\right)^4.0,75.5+\left(0,25\right)^5=\frac{1}{64}.$$

ĐỀ SỐ 24

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2021x^{2020}$?

A. $F(x)=x^{2021}$. **B.** $F(x)=x^{2020}$. **C.** $F(x)=2020x^{2021}$. **D.** $F(x)=2020x^{2021}$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 8x$.

A. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = 8\cos 8x + C$. **B.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = -\frac{1}{8}\cos 8x + C$.

C. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \frac{1}{8}\cos 8x + C$. **D.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \cos 8x + C$.

Câu 4. Tính $\int \left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ kết quả là

A. $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3}x^2+\ln|x|$. **C.** $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|$.

Câu 5. Biết $\int \frac{1}{16x^2-24x+9}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a(4x-3)}+C$, với a là số nguyên khác 0. Tìm a.

A. 12. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 6. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 5x.\cos 3x$ là

A. $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$. **B.** $F(x)=\sin 8x$.

C. $F(x)=\cos 8x$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x+\frac{1}{4}\sin 4x\right)$.

Câu 7. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(t)\mathrm{d}t$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \ne \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$. **D.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=2x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1; x=1$ là

A. $S=-\frac{1}{2}$. **B.** $S=0$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=1$.

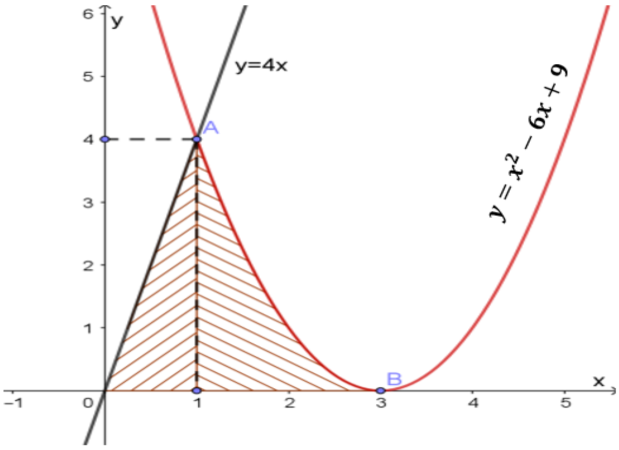
Câu 9. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{18}{3}$. **B.** 12. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 8.

Câu 10. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^1 3^x\,dx$. **B.** $S=\int_0^1 3^{3x}\,dx$. **C.** $S=\pi\int_0^1 3^{3x}\,dx$. **D.** $S=\int_0^1 3^x\,dx$.

Câu 11. Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo (tam giác cong OAB) trong hình vẽ bên.



A. $\frac{67\pi}{3}$. **B.** $\frac{67}{3}$.

C. $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 12. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(2\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2-3}$.

A. $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{3}\right)\pi$. **B.** $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{2}\right)\pi$. **C.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{2}$. **D.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Câu 13. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}, y=0, x=1$ và $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^2 e^{3x}\,dx$. **B.** $\pi\int_1^2 e^{3x}\,dx$. **C.** $\int_1^2 e^{6x}\,dx$. **D.** $\pi\int_1^2 e^{6x}\,dx$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;4;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;-3)$. **B.** $(1;-3;-3)$. **C.** $(1;-3;3)$. **D.** $(-1;3;3)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $M\left(1;-\frac{1}{2};-3\right)$, $N\left(0;-\frac{1}{2};1\right)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;-4;1)$, $C(2,0,2)$, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;1;-3)$, $N(1;0;2)$; $P(2;-3;5)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n}(12;4;8)$. **B.** $\vec{n}(8;12;4)$. **C.** $\vec{n}(3;1;2)$. **D.** $\vec{n}(3;2;1)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;-3)$, $B(0;2;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x+2y+2z+6=0$. **B.** $-x+2y+2z+3=0$.

C. $-2x+4y+4z-6=0$. **D.** $2x-4y-4z+3=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-7t\\z=2\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}(2;-7;0)$. **B.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-7;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-7;2)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+4t\\z=-2+3t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=1t\\y=-2+3t\\z=1-2t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=3-2t\\z=-2+7t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Câu 21. Xét tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}\mathrm{d}x$. Thực hiện phép biến đổi $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}\mathrm{d}t$. **B.** $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **C.** $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **D.** $-\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$.

Câu 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{x}$ thoả mãn $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^5}$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{4}{\left(x^2+1\right)^4}+C$. **B.** $\frac{1}{4\left(x^2+1\right)^4}+C$. **C.** $-\frac{4}{\left(x^2+1\right)^4}+C$. **D.** $-\frac{1}{4\left(x^2+1\right)^4}+C$.

Câu 24. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+3)\mathrm{e}^{x}$ thoả mãn $F(0)=9$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^{x}(x-4)+13$. **B.** $F(x)=\mathrm{e}^{x}(x+4)+5$.

C. $F(x)=\mathrm{e}^{x}(x-2)+11$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^{x}(x+2)+7$.

Câu 25. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $F(1)=0$. Tính $F(2)$.

A. $2-\frac{2}{\ln 2}$. **B.** $2-\frac{3}{\ln 2}$. **C.** $2-\frac{1}{\ln 2}$. **D.** $2+\frac{2}{\ln 2}$.

Câu 26. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx=a+b\sqrt{3}+c\pi^2$ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27. Biết $I=\int\limits_{1}^{3}\frac{x-1}{x}\mathrm{d}x=a-\ln b$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -5.

Câu 28. Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{3}|2x-1|\mathrm{d}x$ bằng tích phân nào sau đây?

A. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(2x-1)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(1-2x)\mathrm{d}x$. **B.** $I=\int_{-1}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$.

C. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$. **D.** $I=\int_{-1}^{3}(1-2x)\mathrm{d}x$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;-1),B(0;1;4),C(2;0;3)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{110}}{2}$. **B.** $\sqrt{110}$. **C.** $\frac{\sqrt{55}}{2}$. **D.** $\sqrt{55}$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-6z-3m+17=0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-4;1)$.

C. $m\in(-1;4)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

Câu 31. Tìm phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(0;1;-2)$ và mặt cầu này đi qua điểm $E(2;1;-4)$.

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=8$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P):2x+2y+z-1=0$ và $(Q):x+3y+z-5=0$. Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;2)$ đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q) có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d):\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$.

C. $2x-y+3z+7=0$. **D.** $2x-y+3z-7=0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-z+2=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-3}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=-1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 36. Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ và thỏa mãn $F(1)=\frac{5}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$. **B.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.

C. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+1$. **D.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Câu 37. . Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2021)$ viết dưới dạng hỗn số bằng

A. $2021\frac{1}{2022}$. **B.** $2020\frac{1}{2021}$. **C.** $2019\frac{1}{2021}$. **D.** $2020\frac{1}{2022}$.

Câu 38. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\frac{b}{x^2}(a,b\in\mathbb{R};x\neq0)$; biết $F(2)=2$, $F(1)=3$, $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{8}$.

A. $F(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$. **B.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$. **C.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

Câu 39. Cho tích phân $I=\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{(x+2)\sqrt{2x+1}}$. Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ ta có $I=\int_1^3\frac{a}{bt^2+c}\mathrm{d}x$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và a,c nguyên tố cùng nhau. Tính $T=2a-b+3c$

A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 14.

Câu 40. Cho tích phân $I=\int_2^3\ln(x+1)\mathrm{d}x=a\ln2+b\ln3+c\ \ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41. Cho $\int_1^e\frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b-c-d$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 17.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng (d), có bán kính nhỏ nhất, tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

C. $(S):\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.
B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.
C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.
D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và chắn trên ba trục tọa độ các đoạn thẳng có độ dài bằng nhau và khác 0.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2), C(0;-2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất, phương trình của (P) là

A. $2x-y+3z-12=0$. **B.** $3x+y+2z-13=0$.
C. $3x+2y+z-11=0$. **D.** $x+y-3=0$.

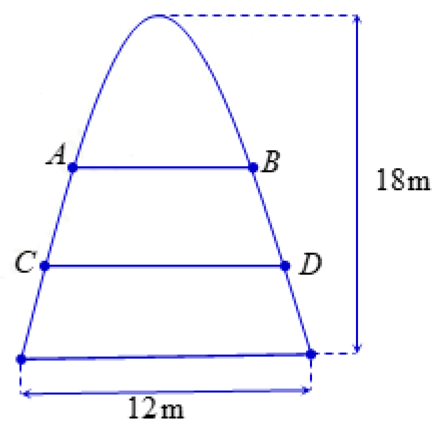
Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+2f(x)=1-x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2?

A. 11. **B.** 41. **C.** 305. **D.** 65.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$.
Biết $f(3)=1$ và $f(x).f(3-x)=e^{2x^2-6x}$, với mọi $x\in[0;3]$.
Tính tích phân $I=\int_0^3 \frac{(x^3-9x^2)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{243}{5}$. **B.** $-\frac{243}{10}$. **C.** $-\frac{486}{5}$. **D.** $-\frac{243}{5}$.

Câu 48. Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-2;3)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1$, điểm N thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+2z+4=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất độ dài MN.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=9$ và tam giác ABC có $A(5;0;0), B(0;3;0), C(4;5;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 77. **B.** 38. **C.** 17. **D.** 55.

------------------HẾT----------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2A	3B	4C	5D	6A	7C	8D	9D	10D	11D	12D	13D	14D	15D
16A	17D	18B	19A	20D	21A	22A	23D	24D	25C	26B	27B	28C	29A	30A
31D	32D	33D	34D	35D	36D	37D	38A	39D	40C	41D	42A	43B	44C	45D
46D	47C	48B	49A	50A										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x = k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

B. $\int f\left(x\right).g\left(x\right)\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x.\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x - \int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề $\int f\left(x\right).g\left(x\right)\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x.\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$ là mệnh đề sai.

Câu 2: Hàm số $F\left(x\right)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2021x^{2020}$?

A. $F\left(x\right) = x^{2021}$. **B.** $F\left(x\right) = x^{2020}$.

C. $F\left(x\right) = 2020x^{2021}$. **D.** $F\left(x\right) = 2020x^{2021}$.

Lời giải

Ta có: $\left(x^{2021}\right)' = 2021.x^{2020} = f\left(x\right) \Rightarrow F\left(x\right) = x^{2021}$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 8x$.

A. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = 8\cos 8x + C$. **B.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = -\frac{1}{8}\cos 8x + C$.

C. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \frac{1}{8}\cos 8x + C$. **D.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \cos 8x + C$.

Lời giải

Theo công thức nguyên hàm mở rộng: $\int \sin\left(ax+b\right).\mathrm{d}x = \frac{-1}{a}\cos\left(ax+b\right) + C$, ta có:

$$\int \sin 8x.dx = \frac{-\cos 8x}{8} + C.$$

Câu 4: Tính $\int\left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ kết quả là

A. $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3}x^2+\ln|x|$.

C. $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|$.

Lời giải

Ta có : $\int\left(x^3-3x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$.

Câu 5: Biết $\int\frac{1}{16x^2-24x+9}\mathrm{d}x=-\frac{1}{a(4x-3)}+C$, với a là số nguyên khác 0. Tìm a.

A. 12. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\int\frac{1}{16x^2-24x+9}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{(4x-3)^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{4(4x-3)}+C$.

Vậy $a=4$.

Câu 6: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 5x.\cos 3x$ là

A. $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$. **B.** $F(x)=\sin 8x$.

C. $F(x)=\cos 8x$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x+\frac{1}{4}\sin 4x\right)$.

Lời giải

Ta có: $\int\cos 5x.\cos 3x.\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2}(\cos 8x+\cos 2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)+C$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$.

Câu 7: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(t)\mathrm{d}t$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\neq\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$. **D.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Do tích phân chỉ phụ thuộc vào f và các cận a, b, c không phụ thuộc vào biến số x hay t nên $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=2x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1; x=1$ là

A. $S=-\frac{1}{2}$. **B.** $S=0$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Ta có $2x^3 \le 0$ trên đoạn $[-1;0]$ và $2x^3 \ge 0$ trên đoạn $[0;1]$.

Áp dụng công thức $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$ ta có:

$$S=\int_{-1}^{1}|2x^3|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}(-2x^3)\mathrm{d}x+\int_0^1 2x^3\mathrm{d}x=-\left.\frac{x^4}{2}\right|_{-1}^{0}+\left.\frac{x^4}{2}\right|_0^1=1.$$

Câu 9: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2[1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{18}{3}$. **B.** 12. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2[1+f(x)]\mathrm{d}x=\left.(x+x^3)\right|_1^2=10-2=8$.

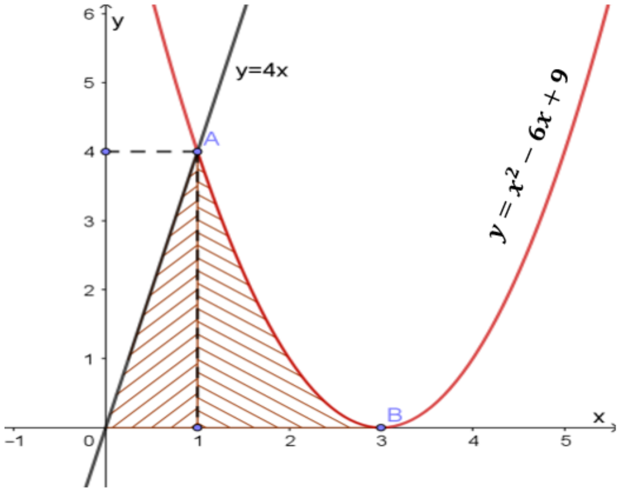
Câu 10: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^1 3^x\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^1 3^{3x}\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_0^1 3^{3x}\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^1 3^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

$$S=\int_0^1|3^x|\mathrm{d}x=\int_0^1 3^x\,\mathrm{d}x.$$

Câu 11: Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên.



A. $\frac{67\pi}{3}$. **B.** $\frac{67}{3}$. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 4x\mathrm{d}x + \int_1^3 \left(x^2 - 6x + 9\right)\mathrm{d}x = 2\left(x^2\right)\Big|_0^1 + \frac{(x-3)^3}{3}\Bigg|_1^3 = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}.$$

Vậy $S = \frac{14}{3}$.

Câu 12: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 2$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(2 \le x \le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2 - 3}$.

A. $V = \left(\frac{6\sqrt{6} - 1}{3}\right)\pi$. **B.** $V = \left(\frac{6\sqrt{6} - 1}{2}\right)\pi$. **C.** $V = \frac{6\sqrt{6} - 1}{2}$. **D.** $V = \frac{6\sqrt{6} - 1}{3}$.

Lời giải

Diện tích thiết diện là: $S(x) = x.\sqrt{x^2 - 3}$.

Thể tích vật thể là: $V = \int_2^3 x.\sqrt{x^2 - 3}\mathrm{d}x$.

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 3} \Rightarrow t^2 = x^2 - 3 \Rightarrow t\mathrm{d}t = x\mathrm{d}x$ và $x = 2 \Rightarrow t = 1$; $x = 3 \Rightarrow t = \sqrt{6}$.

$$\Rightarrow V = \int_1^{\sqrt{6}} t^2\mathrm{d}t = \frac{t^3}{3}\Bigg|_1^{\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6} - 1}{3}.$$

Câu 13: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}, y = 0, x = 1$ và $x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^2 e^{3x}dx$. **B.** $\pi\int_1^2 e^{3x}dx$. **C.** $\int_1^2 e^{6x}dx$. **D.** $\pi\int_1^2 e^{6x}dx$.

Lời giải

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_1^2 \left(e^{3x}\right)^2 dx=\pi\int_1^2 e^{6x}dx.$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;4;1)$. Vecto $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;-3)$. **B.** $(1;-3;-3)$. **C.** $(1;-3;3)$. **D.** $(-1;3;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;3;3)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho $M\left(1;-\frac{1}{2};-3\right)$, $N\left(0;-\frac{1}{2};1\right)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;0;4)\Rightarrow MN=\sqrt{(-1)^2+0^2+4^2}=\sqrt{17}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;-4;1)$, $C(2,0,2)$, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;2;-1)\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=1.1+(-2).2+(-2).(-1)=-1$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;1;-3)$, $N(1;0;2)$; $P(2;-3;5)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n}(12;4;8)$. **B.** $\vec{n}(8;12;4)$. **C.** $\vec{n}(3;1;2)$. **D.** $\vec{n}(3;2;1)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;5)$; $\overrightarrow{MP}=(0;-4;8)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(12;8;4)\Rightarrow\vec{n}=(3;2;1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;-3)$, $B(0;2;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x+2y+2z+6=0$. **B.** $-x+2y+2z+3=0$.
C. $-2x+4y+4z-6=0$. **D.** $2x-4y-4z+3=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M(1;0;-1)$; $\overrightarrow{AB}=(-2;4;4)$

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Khi đó (P) đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;4;4)$ làm VTPT $\Rightarrow (P): -2(x-1)+4(y-0)+4(z+1)=0 \Leftrightarrow -2x+4y+4z+6=0$ $-x+2y+2z+3=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-7t \\ z=2 \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}(2;-7;0)$. **B.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-7;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-7;2)$.

Lời giải

Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(2;-7;0)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+4t \\ z=-2+3t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x=1t \\ y=-2+3t \\ z=1-2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2+5t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=3-2t \\ z=-2+7t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1;3;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình là: $\begin{cases} x=1 \\ y=3-2t \\ z=-2+7t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

Câu 21: Xét tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}dx$. Thực hiện phép biến đổi $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}dt$. **B.** $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}dt$. **C.** $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}dt$. **D.** $-\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}dt$.

Lời giải

Ta có: $t=\cos x \Rightarrow dt=-\sin x dx$.

Khi $x=\frac{-\pi}{4}$ thì $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$; khi $x=0$ thì $t=1$.

Vậy $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2\sin x\cos x}{\cos x-1}\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}(-\mathrm{d}t)=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}\mathrm{d}t$.

Câu 22: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{x}$ thoả mãn $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Áp dụng quy tắc nguyên hàm từng phần: $F(x)=\int xe^{x}\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}e^{x}=xe^{x}-\int e^{x}\mathrm{d}x=xe^{x}-e^{x}+C$.

Do $F(0)=3$ nên $C=4$. Suy ra $F(x)=xe^{x}-e^{x}+4$. Tính được $F(1)=4$.

Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^5}$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **B.** $\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$. **C.** $-\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **D.** $-\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2x}{(x^2+1)^5}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}(x^2+1)}{(x^2+1)^5}=-\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$.

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+3)e^{x}$ thoả mãn $F(0)=9$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=e^{x}(x-4)+13$. **B.** $F(x)=e^{x}(x+4)+5$.

C. $F(x)=e^{x}(x-2)+11$. **D.** $F(x)=e^{x}(x+2)+7$.

Lời giải

Áp dụng nguyên tắc nguyên hàm từng phần:

$F(x)=\int(x+3)e^{x}\mathrm{d}x=e^{x}(x+3)-\int e^{x}dx=e^{x}(x+3)-e^{x}+C=e^{x}(x+2)+C$.

Do $F(0)=9$ nên $C=7$. Suy ra $F(x)=e^{x}(x+2)+7$.

Câu 25: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $F(1)=0$. Tính $F(2)$.

A. $2-\frac{2}{\ln 2}$. **B.** $2-\frac{3}{\ln 2}$. **C.** $2-\frac{1}{\ln 2}$. **D.** $2+\frac{2}{\ln 2}$.

Lời giải

Áp dụng nguyên tắc nguyên hàm từng phần:

$F(x)=\int\log_2 x\mathrm{d}x=x\log_2 x-\int x\mathrm{d}\log_2 x=x\log_2 x-\frac{1}{\ln 2}\int\mathrm{d}x=x\log_2 x-\frac{x}{\ln 2}+C$.

Do $F(1)=0$ nên $C=\frac{1}{\ln 2}$. Suy ra $F(x)=x\log_2 x-\frac{x}{\ln 2}+\frac{1}{\ln 2}$. Tính được $F(2)=2-\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 26: Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx=a+b\sqrt{3}+c\pi^2$ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)\mathrm{d}x = 12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}2x\mathrm{d}x+12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos x\mathrm{d}x = 12\left(x^2\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+12(\sin x)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=-6+6\sqrt{3}+\pi^2.$$

Do đó, ta có $a=-6,b=6,c=1$, suy ra $S=1$.

Câu 27: Biết $I=\int\limits_1^3\frac{x-1}{x}\mathrm{d}x=a-\ln b$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -5.

Lời giải

Ta có $I=\int\limits_1^3\frac{x-1}{x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^3\left(1-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(x-\ln|x|\right)\Big|_1^3=2-\ln 3$

Suy ra $a=2;b=3\Rightarrow a+b=5$.

Câu 28: Tích phân $I=\int\limits_{-1}^3|2x-1|\mathrm{d}x$ bằng tích phân nào sau đây?

A. $I=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}(2x-1)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{2}}^3(1-2x)\mathrm{d}x$.

B. $I=\int\limits_{-1}^3(2x-1)\mathrm{d}x$.

C. $I=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{2}}^3(2x-1)\mathrm{d}x$.

D. $I=\int\limits_{-1}^3(1-2x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có $|2x-1|=\begin{cases}2x-1 \ \ khi \ \ x\geq\frac{1}{2}\\ 1-2x \ \ khi \ \ x<\frac{1}{2}\end{cases}$.

Do đó $I = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (1-2x)\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^{3} (2x-1)\,dx$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;-1), B(0;1;4), C(2;0;3)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{110}}{2}$. **B.** $\sqrt{110}$. **C.** $\frac{\sqrt{55}}{2}$. **D.** $\sqrt{55}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;3;5), \overrightarrow{BC} = (2;-1;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = (2;9;-5)$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{4+81+25} = \frac{\sqrt{110}}{2}$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y - 6z - 3m + 17 = 0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $m \in (-\infty;-4) \cup (1;+\infty)$. **B.** $m \in (-4;1)$.

C. $m \in (-1;4)$. **D.** $m \in (-\infty;-1) \cup (4;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $a = m; b = -2; c = 3; d = -3m + 17$

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow m^2 + 4 + 9 + 3m - 17 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 > 0$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty;-4) \cup (1;+\infty)$

Câu 31: Tìm phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(0;1;-2)$ và mặt cầu này đi qua điểm $E(2;1;-4)$.

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$. **B.** $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 8$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. **D.** $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 8$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R = IE = \sqrt{4+0+4} = \sqrt{8}$

$\Rightarrow$ phương trình mặt cầu (S): $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 8$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + z - 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;2)$ đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q) có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là (α).

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), (Q) lần lượt là: $\overrightarrow{n_1}=(2;2;1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1;3;1)$.

Mặt phẳng (α) đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q), suy ra (α) có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-1;-1;4)$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(-1;1;2)$ suy ra phương trình tổng quát của mp(α) là :

$-1(x+1)-1.(y-1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y+4z-8=0 \Leftrightarrow x+y-4z+8=0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$. **C.** $2x-y+3z+7=0$. **D.** $2x-y+3z-7=0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì $(\alpha)\perp(d)\Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}=\vec{u}_{(d)}=(2;-1;3)$

Ta có: (α) đi qua $A(1;3;-2)$ và có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;-1;3)$.

Do đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) là:

$2(x-1)-1(y-3)+3(z+2)=0$ hay $2x-y+3z+7=0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-z+2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Lời giải

Ta thấy: $A\in(P)$. Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-1)$, đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$

Vì đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) nên đường thẳng Δ có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n},\vec{u}_d\right]=(5;0;5)$ hay $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$

Khi đó, phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=-1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(2;-1;-1)$ và có $VTCP$: $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$.

mặt phẳng (P) có $VTPT$: $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-2)$

Nhận thấy $\begin{cases}M\notin(P)\\\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{u_d}\neq 0\end{cases}\Rightarrow d$ cắt (P). Ta có $d\cap(P)=\{A\}\Rightarrow A(1;-2;0)$.

Phương trình đường Δ $\begin{cases}qua\ A(1;-2;0)\\\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;0;1)\end{cases}$.

$\Rightarrow$ Phương trình đường Δ là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Câu 36: Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ và thỏa mãn $F(1)=\frac{5}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$. **B.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.

C. $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+1$. **D.** $F(x)=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Lời giải

$I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sqrt{x}\ln x.\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \sqrt{x}dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} \end{cases}$.

$$I = \frac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x - \frac{2}{3}\int \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x - \frac{4}{9}x\sqrt{x} + C = \frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x} - 1\right) + C$$

vì $F(1) = \dfrac{5}{9}$ nên $\Rightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = \dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x} - 1\right) + 1$.

Câu 37: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^4 + 2x^3 + x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S = F(1) + F(2) + F(3) + \ldots + F(2021)$ viết dưới dạng hỗn số bằng

A. $2021\dfrac{1}{2022}$. **B.** $2020\dfrac{1}{2021}$. **C.** $2019\dfrac{1}{2021}$. **D.** $2020\dfrac{1}{2022}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^4 + 2x^3 + x^2} = \dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$.

Đặt $t = x(x+1) = x^2 + x \Rightarrow dt = (2x+1)dx$.

Khi đó $F(x) = \int f(x)dx = \int \dfrac{1}{t^2}dt = -\dfrac{1}{t} + C = -\dfrac{1}{x(x+1)} + C$.

Mặt khác, $F(1) = \dfrac{1}{2} \Rightarrow -\dfrac{1}{2} + C = \dfrac{1}{2} \Rightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = -\dfrac{1}{x(x+1)} + 1$.

Suy ra

$$S = F(1) + F(2) + F(3) + \ldots + F(2021) = -\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{2021.2022}\right) + 2021$$

$$= -\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}\right) + 2021 = -\left(1 - \frac{1}{2022}\right) + 2021$$

$$= 2020 + \frac{1}{2022} = 2020\frac{1}{2022}.$$

Câu 38: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\frac{b}{x^2}(a,b\in\mathbb{R};x\neq 0)$; biết $F(2)=2$, $F(1)=3$, $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{8}$.

A. $F(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$. **B.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

C. $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

Lời giải

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$. Ta có: $F(x)=\int(ax+\frac{b}{x^2})\mathrm{d}x=\frac{ax^2}{2}-\frac{b}{x}+C$

$F(2)=2a-\frac{b}{2}+C=2$; $F(1)=\frac{a}{2}-b+C=3$; $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a}{8}-2b+C=\frac{19}{8}$

Suy ra: $a=-1,b=1,C=\frac{9}{2}$

Vậy: $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$

Câu 39: Cho tích phân $I=\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{(x+2)\sqrt{2x+1}}$. Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ ta có $I=\int_1^3\frac{a}{bt^2+c}\mathrm{d}x$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và a,c nguyên tố cùng nhau. Tính $T=2a-b+3c$

A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 14.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{2x+1}\Rightarrow t^2=2x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$

$x=4\Rightarrow t=3$

Suy ra: $I=\int_1^3\frac{t\mathrm{d}t}{\left(\frac{t^2-1}{2}+2\right)t}=\int_1^3\frac{2}{t^2+3}\mathrm{d}t$

Vậy: $a=2,b=1,c=3$ hay $T=2a-b+3c=12$

Câu 40: Cho tích phân $I=\int_2^3\ln(x+1)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3+c\ \ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $u=\ln(x+1)\Rightarrow du=\dfrac{1}{x+1}dx$

$dv=dx$ chọn $v=x+1$.

Ta có: $I=\int\limits_2^3 \ln(x+1)dx=(x+1)\ln(x+1)\Big|_2^3-\int\limits_2^3 dx=8\ln 2-3\ln 3-1$.

Vậy: $P=a+b+c=8-3-1=4$.

Câu 41: Cho $\int\limits_1^e \dfrac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}dx=\ln\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\dfrac{a}{b};\dfrac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b-c-d$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 17.

Lời giải

Đặt $t=2+\ln x\Rightarrow \ln x=t-2\Rightarrow \dfrac{dx}{x}=dt$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2;\quad x=e\Rightarrow t=3$. Khi đó:

$$I=\int\limits_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}dx=\int\limits_2^3 \frac{2(t-2)+1}{t^2}dt=\int\limits_2^3\left(\frac{2}{t}-\frac{3}{t^2}\right)dt=\left(2\ln|t|+\frac{3}{t}\right)\Bigg|_2^3=\ln\frac{9}{4}-\frac{1}{2}.$$

Vậy $a+b+c+d=9+4-1-2=10$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng (d), có bán kính nhỏ nhất, tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{5}{3}\right)^2+\left(z-\dfrac{8}{3}\right)^2=9$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

C. $(S):\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{5}{3}\right)^2+\left(z-\dfrac{8}{3}\right)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Lời giải

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S). Ta có: $I\in(d)$.

$\Rightarrow I(1+t;1-t;4t)\Rightarrow \overrightarrow{AI}=(t;-t-1;4t)$. (S) tiếp xúc với (P) và A nên ta có:

$$R=AI=d_{(I,(P))}\Leftrightarrow\sqrt{18t^2+2t+1}=|1-3t|\Leftrightarrow 9t^2+8t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=0\quad\Rightarrow R=1\\ t=-\dfrac{8}{9}\Rightarrow R=\dfrac{11}{3}\end{array}\right..$$

Do mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất nên ta chọn $t=0$, suy ra $I(1;1;0), R=1$.

Vậy $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.
B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.
C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.
D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Lời giải

Giả sử $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}=(-1;-2;3)\Rightarrow -a-2b+3c=0\Rightarrow a=-2b+3c$.

$(P):\text{ax}+\text{by}+\text{cz}-\text{a}=0\Rightarrow d(C;(P))=\dfrac{|b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

$\Leftrightarrow \sqrt{3}|b+c|=2\sqrt{b^2+c^2+(-2b+3c)^2}\Leftrightarrow 17b^2-54bc+37c^2=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=c \\ b=\dfrac{37}{17}c \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=c=1 \\ c=17, b=37 \end{array}\right.$

TH1: $b=c=1\Rightarrow a=1\Rightarrow (P):\text{x}+\text{y}+\text{z}-1=0$.

TH2: $b=37, c=17\Rightarrow a=-23\Rightarrow (P):-23\text{x}+37\text{y}+17\text{z}+23=0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và chắn trên ba trục tọa độ các đoạn thẳng có độ dài bằng nhau và khác 0.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a.b.c\neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng đi qua $M(2;1;1)$ nên $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1\,(*)$.

Theo bài ra ta có $OA=OB=OC\Leftrightarrow |a|=|b|=|c|\Leftrightarrow \begin{cases} b=\pm a \\ c=\pm a \end{cases}$.

Trường hợp 1 : $\begin{cases} b=a \\ c=a \end{cases}$ từ $(*)\Rightarrow \frac{4}{a}=1\Rightarrow a=4\Rightarrow (ABC):\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1$.

Trường hợp 2 : $\begin{cases} b=a \\ c=-a \end{cases}$ từ $(*)\Rightarrow \frac{2}{a}=1\Rightarrow a=2\Rightarrow (ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{2}-\frac{z}{2}=1$.

Trường hợp 3 : $\begin{cases} b=-a \\ c=a \end{cases}$ từ $(*) \Rightarrow \frac{2}{a}=1 \Rightarrow a=2 \Rightarrow (ABC): \frac{x}{2}-\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$

Trường hợp 4 : $\begin{cases} b=-a \\ c=-a \end{cases}$ từ $(*) \Rightarrow 0=1$ vô nghiệm suy ra không tồn tại mặt phẳng.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2)$, $C(0;-2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất, phương trình của (P) là

A. $2x-y+3z-12=0$. **B.** $3x+y+2z-13=0$. **C.** $3x+2y+z-11=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C lên mặt phẳng (P) và đoạn thẳng AB.

Ta có $CH=d(C,(P)) \le CK \Rightarrow d(C,(P))$ lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

Ta có $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_{(ABC)}}, \overrightarrow{AB}\right]=(-9;-6;-3)$

$\Rightarrow (P): 3x+2y+z-11=0.$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+2f(x)=1-x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2 ?

A. 11. **B.** 41. **C.** 305. **D.** 65.

Lời giải

Đặt $t=f(x)$ thì $t^3+2t=1-x$, suy ra $(3t^2+2)\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Với $x=-2$ ta có $t^3+2t-3=0$, suy ra $t=1$.

Với $x=1$ ta có $t^3+2t=0$, suy ra $t=0$.

Ta có $\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{0} t(3t^2+2)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{1}(3t^3+2t)\mathrm{d}t=\left.\left(\frac{3}{4}t^4+t^2\right)\right|_0^1=\frac{7}{4}$.

Vậy $a^2+b^2=49+16=65$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Biết $f(3)=1$ và $f(x).f(3-x)=\mathrm{e}^{2x^2-6x}$, với mọi $x \in [0;3]$.

Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 \dfrac{\left(x^3-9x^2\right)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{243}{5}$. **B.** $-\dfrac{243}{10}$. **C.** $-\dfrac{486}{5}$. **D.** $-\dfrac{243}{5}$.

Lời giải

Theo giả thiết, ta có $f(x).f(3-x)=\mathrm{e}^{2x^2-6x}$ và $f(x)$ nhận giá trị dương nên

$\ln\left[f(x).f(3-x)\right]=\ln \mathrm{e}^{2x^2-6x} \Leftrightarrow \ln f(x)+\ln f(3-x)=2x^2-6x$.

Mặt khác, với $x=0$, ta có $f(0).f(3)=1$ và $f(3)=1$ nên $f(0)=1$.

Xét $I=\int\limits_0^3 \dfrac{\left(2x^3-9x^2\right)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$, ta có $I=\int\limits_0^3 \left(2x^3-9x^2\right).\dfrac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u=2x^3-9x^2 \\ \mathrm{d}v=\dfrac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \mathrm{d}u=\left(6x^2-18x\right)\mathrm{d}x \\ v=\ln f(x) \end{cases}$

Suy ra $I=\left[\left(2x^3-9x^2\right)\ln f(x)\right]\Big|_0^3-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f(x)\mathrm{d}x \ (1)$.

Đến đây, đổi biến $x=3-t \Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$. Khi $x=0\to t=3$ và $x=3\to t=0$.

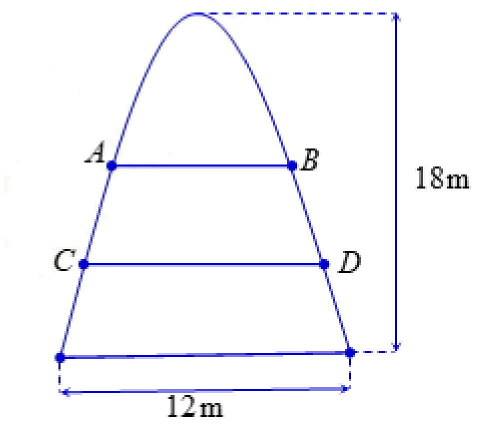
Ta có $I=-\int\limits_3^0\left(6t^2-18t\right).\ln f(3-t)(-\mathrm{d}t)=-\int\limits_0^3\left(6t^2-18t\right).\ln f(3-t)\mathrm{d}t$

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên $I=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f(3-x)\mathrm{d}x \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta cộng vế theo vế, ta được $2I=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\left[\ln f(x)+\ln f(3-x)\right]\mathrm{d}x$

Hay $I=-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\left(2x^2-6x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{243}{5}$.

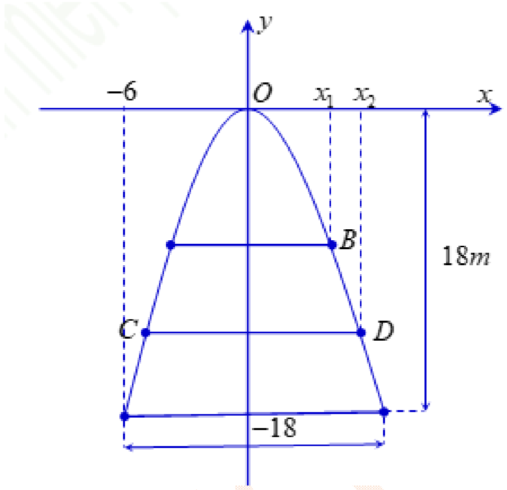
Câu 48: Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\dfrac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình Parabol có dạng $y = a.x^2\ (P)$.

(P) đi qua điểm có tọa độ $(-6;-18)$ suy ra: $-18 = a.(-6)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}$.

Diện tích hình phẳng giới bạn bởi Parabol và đường thẳng $AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

$$S_1 = 2\int_0^{x_1}\left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2\right)\right]\mathrm{d}x = 2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_1^2 x\right)\Bigg|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng $CD\ \ y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2\int_0^{x_2}\left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2\right)\right]dx = 2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_2^2x\right)\Bigg|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Vậy $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-2;3)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1$, điểm N thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất độ dài MN.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5

Lời giải

Giả sử $M(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (x+1;y;z-1)$, $\overrightarrow{MB} = (x-1;y+2;z-3)$.

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 + y^2 + 2y + z^2 - 4z + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Suy ra tập hợp điểm M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(0;-1;2)$ bán kính $R = 2$.

Ta có $d(I;(P)) = 3 > R$ nên mặt phẳng không cắt mặt cầu.

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P), K là giao điểm đoạn IH với mặt cầu (S). Ta dễ dàng chứng minh được $MN \geq KH = IH - R = d(I;(P)) - R = 3 - 2 = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất độ dài MN bằng 1.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 9$ và tam giác ABC có $A(5;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(4;5;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 77. **B.** 38. **C.** 17. **D.** 55.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$ và bán kính $R = 3$

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $z = 0$.

Mà $d(I,(ABC)) = 5 > R$ suy ra mặt phẳng (ABC) không cắt mặt cầu (S).

Thể tích tứ diện $MABC$ là $V = \dfrac{1}{3}d(M,(ABC)).S_{ABC}$

Để V có thể tích lớn nhất thì $d(M,(ABC))$ phải lớn nhất

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow M = d \cap (S) \Rightarrow d(M,(ABC))$ lớn nhất khi $I \in d$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5 + t \end{cases}$. Thế vào pt mặt cầu ta tìm được $\left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -3 \end{array}\right.$

Vậy ta có $M_1(2;3;8)$, $M_2(2;3;2)$. Nhận thấy $d(M_1,(ABC)) > d(M_2,(ABC))$.

Do đó tọa độ M là $M(2;3;8)$.

ĐỀ SỐ 25 **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int x^3 dx$.

A. $F(x)=\frac{x^4}{4}$. **B.** $F(x)=\frac{x^4}{4}+C$. **C.** $F(x)=x^3+C$. **D.** $3x^2+C$.

Câu 2: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khi đó $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in K$.

B. $\int f'(x)dx=f(x)+C$.

C. $\int kf(x)\,dx=k\int f(x)dx$ với k là hằng số khác 0.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

Câu 3: Khẳng định nào say đây **đúng**?

A. $\int \cos x\,dx=\sin x$. **C.** $\int \frac{1}{x}dx=\ln x+C$.

B. $\int \cos x\,dx=\sin x+C$. **D.** $\int x^2\,dx=2x+C$.

Lời giải

Theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp: $\int \cos x\,dx=\sin x+C$.

Câu 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-x$ thỏa mãn $F(0)=2$, giá trị của $F(2)$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{-8}{3}$. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 5: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

$\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

$\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

$\int k.f(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi số thực k.

$\int f'(x)dx=f(x)+C$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6: Cho hàm số $f'(x)=1-2\sin x$ và $f(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(x)=x-2\cos x+2$. **B.** $f(x)=x-2\cos x-1$.

C. $f(x) = x + 2\cos x + 2$. **D.** $f(x) = x + 2\cos x - 1$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^{10}$ là

A. $F(x) = \dfrac{(2x+1)^9}{18} + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{(2x+1)^{11}}{11} + C$.

C. $F(x) = \dfrac{(2x+1)^{11}}{22} + C$. **D.** $F(x) = \dfrac{(2x+1)^9}{9} + C$.

Câu 8: Cho $\int\limits_1^2 f(x)dx = -3$; $\int\limits_1^2 g(x)dx = 5$. Khi đó giá trị của biểu thức $\int\limits_1^2 [3g(x) - 2f(x)]dx$ là

A. 21. **B.** -14. **C.** 10. **D.** -24.

Câu 9: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = -F(b) - F(a)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 10: Tích phân $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = 2\Big|_0^2$. **B.** $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = 4x^2\Big|_0^2$.

C. $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = x^2\Big|_2^0$. **D.** $I = \int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x = x^2\Big|_0^2$.

Câu 11: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[\mathrm{a};\mathrm{b}]$ và số thực k. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\limits_a^b [f(x) + g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b kf(x)dx = k\int\limits_a^b f(x)dx$.

Câu 12: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;2]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13: Cho $f(x);g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a,b,c. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

B. $\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

D. $\int_a^b [f(x).g(x)]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14: Cho $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^3 g(x)\mathrm{d}x=5.$ Khi đó tích phân $\int_0^3 [2f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng.

A. -1. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -5.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-2)$ và $N(2;2;1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $(2;3;0)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(0;2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$.Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I(1;2;3),R=5$. **B.** $I(1;-2;3),R=5$.

C. $I(1;2;-3),R=-5$. **D.** $I(1;2;3),R=-5$.

Câu 18: Cho mặt phẳng $(P):3x-2z+2=0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$.

C. $\vec{n}=(3;0;-2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;0)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;2)$.

C. $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Câu 20: Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P):x-2y+z-5=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$ **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$ **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

Câu 23: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

B. Nếu trong ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.

D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Câu 26: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		-	||	-	
y	2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ 2

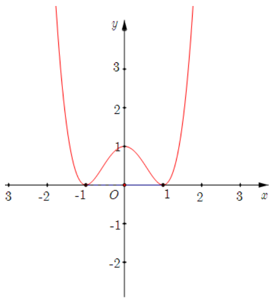
Đồ thị (C) của hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 27: Đặt $I=\int_1^2(2mx+1)\,dx$ (m là tham số thực). Tìm m để $I=4$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 28: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



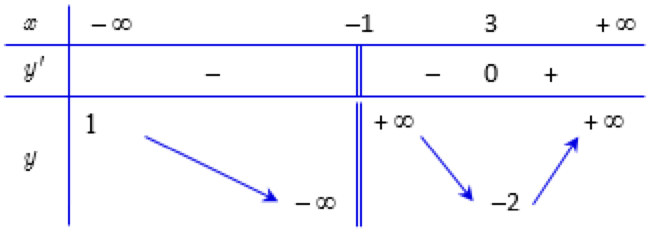
A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.   **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 29: Đặt $\log_a b = m, \log_b c = n$. Khi đó $\log_a\left(ab^2c^3\right)$ bằng

A. $1 + 6mn$.   **B.** $1 + 2m + 3n$.   **C.** $6mn$.   **D.** $1 + 2m + 3mn$.

Câu 30: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên



Khẳng định nào sau đây **sai**?

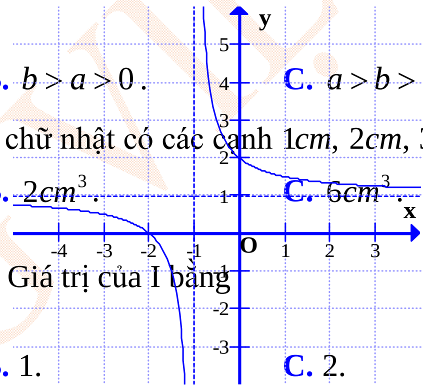
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;3\right)$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[1;8\right]$ bằng -2.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

D. Phương trình $f\left(x\right) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi $m \in \left(-2;1\right)$.

Câu 31: Cho đồ thị $\left(C\right): y = \dfrac{ax+b}{x+1}$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. $b > 0 > a$.   **B.** $b > a > 0$.   **C.** $a > b > 0$.   **D.** $a > 0 > b$.

Câu 32: Thể tích của một khối hộp chữ nhật có các cạnh $1cm$, $2cm$, $3cm$ là

A. $3cm^3$.   **B.** $2cm^3$.   **C.** $6cm^3$.   **D.** $12cm^3$.

Câu 33: Biết $I = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x^2+4x-3}{2x^2-7x+1}$. Giá trị của I bằng

A. $\dfrac{5}{2}$.   **B.** 1.   **C.** 2.   **D.** $+\infty$.

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log\left(x^2 - 2mx + 4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $-2 \le m \le 2$.   **B.** $m = 2$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$.   **D.** $-2 < m < 2$.

Câu 35: Cho các mệnh đề sau:

1) Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm tới cấp hai trên $\left(a;b\right)$, $\forall x_0 \in \left(a;b\right)$ và $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) \ne 0 \end{cases}$ thì x_0 là một điểm cực trị của hàm số.

2) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\left[a;b\right]$ thì luôn tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

3) Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ thì hàm số có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $\left[a;b\right]$.

4) Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $[a;b]$ thì có nguyên hàm trên $[a;b]$.

Số mệnh đề đúng là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 36: Phương trình $6^{2x-1}-5.6^{x-1}+1=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Khi đó tổng hai nghiệm x_1+x_2 là.
A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37: Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y=2x-x^2$ và trục Ox bằng:

A. $V=\frac{19\pi}{15}$. **B.** $V=\frac{13\pi}{15}$. **C.** $V=\frac{17\pi}{15}$. **D.** $V=\frac{16\pi}{15}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x-1}<\frac{1}{e}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

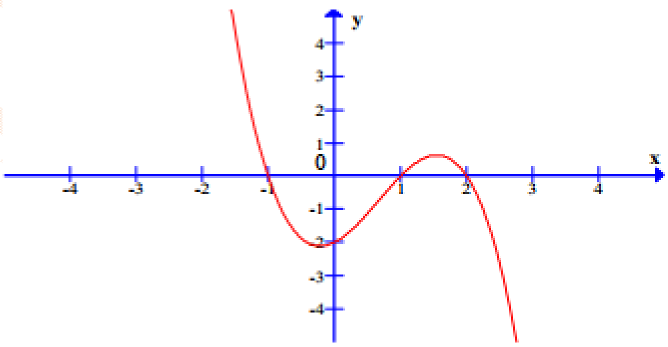
Câu 40: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là

A. $2^x.\ln 2+1+C$. **B.** $2^x+\frac{x^2}{2}+C$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $2^x.\ln 2+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 41: Với k,n là số nguyên dương $1\le k\le n$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?
A. $C_n^{k-1}+C_{n+1}^k=C_{n+1}^{k+1}$. **B.** $C_{n-1}^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$. **C.** $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^{k+1}$. **D.** $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$.

Câu 42: Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối chóp là:
A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình dưới đây



Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

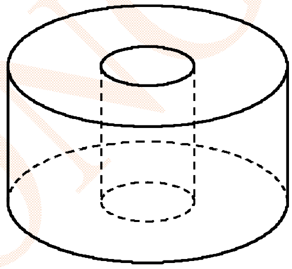
Câu 44: Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y=\dfrac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S=\ln 2+1$. **B.** $S=2\ln 2+1$. **C.** $S=\ln 2-1$. **D.** $S=2\ln 2-1$.

Câu 45: Một vật chuyển động có phương trình $S=t^4-3t^3+2t+1(m), t$ là thời gian tính bằng giây. Gia tốc của vật tại thời điểm $t=3\text{s}$ là

A. $48m/s^2$. **B.** $28m/s^2$. **C.** $18m/s^2$. **D.** $54m/s^2$.

Câu 46: Người ta chế tạo một thiết bị hình trụ như hình vẽ bên. Biết hình trụ nhỏ phía trong và hình trụ lớn phía ngoài có chiều cao bằng nhau và có bán kính lần lượt là r_1, r_2 thỏa mãn $r_2=3r_1$. Tỉ số thể tích của phần nằm giữa hai hình trụ và hình trụ nhỏ là:



A. 4. **B.** 6.
C. 9. **D.** 8.

Câu 47: Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi\left(cm^2\right)$. Bán kính của mặt cầu đó là.

A. $8cm$. **B.** $2cm$. **C.** $4cm$. **D.** $6cm$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+y-z+d=0$. Hãy xác định a và d.

A. $a=1, d=1$. **B.** $a=6, d=-6$. **C.** $a=-1, d=-6$. **D.** $a=-6, d=6$.

Câu 49: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+4=0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r=4$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=16$.

Câu 50: Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $(0;3]$.

A. $m>3$. **B.** $0<m<2$. **C.** $2<m\le 3$. **D.** $m\le 0$.

----------------HẾT-----------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2D	3B	4A	5B	6D	7C	8A	9D	10D	11C	12A	13D	14A	15D
16B	17A	18C	19B	20A	21A	22D	23C	24B	25A	26A	27B	28B	29D	30A
31B	32C	33A	34D	35D	36D	37D	38D	39D	40C	41D	42B	43B	44D	45D
46D	47B	48A	49A	50D										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int x^3\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\dfrac{x^4}{4}$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+C$. **C.** $F(x)=x^3+C$. **D.** $3x^2+C$.

Lời giải

Ta có: $\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$.

Câu 2: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khi đó $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in K$.

B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

C. $\int kf(x)\,\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

Lời giải

Các nguyên hàm có thể có hằng số khác nhau.

Câu 3: Khẳng định nào say đây **đúng**?

A. $\int\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x$. **C.** $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$.

B. $\int\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int x^2\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Lời giải

Theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp: $\int\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$.

Câu 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-x$ thỏa mãn $F(0)=2$, giá trị của $F(2)$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{-8}{3}$. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int(x^2-x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+C$.

$F(0)=2\Rightarrow C=2$.

$\Rightarrow F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2$.

$\Rightarrow F(2)=\frac{2^3}{3}-\frac{2^2}{2}+2=\frac{8}{3}$.

Câu 5: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

$\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

$\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

$\int k.f(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi số thực k.

$\int f'(x)dx=f(x)+C$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Khẳng định và là sai, vì $k\neq 0$.

Câu 6: Cho hàm số $f'(x)=1-2\sin x$ và $f(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(x)=x-2\cos x+2$. **B.** $f(x)=x-2\cos x-1$.

C. $f(x)=x+2\cos x+2$. **D.** $f(x)=x+2\cos x-1$.

Lời giải

Ta có $\int f'(x)dx=f(x)+C$. Từ đó suy ra

$f(x)=\int(1-2\sin x)dx=\int dx-2\int\sin xdx=x+2\cos x+C$.

$f(0)=1\Leftrightarrow 0+2.1+C=1\Rightarrow C=-1$.

Vậy hàm $f(x)=x+2\cos x-1$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+1)^{10}$ là

A. $F(x)=\frac{(2x+1)^9}{18}+C$. **B.** $F(x)=\frac{(2x+1)^{11}}{11}+C$.

C. $F(x)=\frac{(2x+1)^{11}}{22}+C$. **D.** $F(x)=\frac{(2x+1)^9}{9}+C$.

Lời giải

Ta có:

$$\int (2x+1)^{10}\,dx=\frac{1}{2}\int (2x+1)^{10}\,d(2x+1)=\frac{1}{2}.\frac{(2x+1)^{11}}{11}+C=\frac{(2x+1)^{11}}{22}+C.$$

Vậy $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{11}}{22}+C$.

Câu 8: Cho $\int\limits_1^2 f(x)dx=-3$; $\int\limits_1^2 g(x)dx=5$. Khi đó giá trị của biểu thức $\int\limits_1^2 [3g(x)-2f(x)]dx$ là

A. 21. **B.** -14. **C.** 10. **D.** -24.

Lời giải

Ta có:

$$\int\limits_1^2 [3g(x)-2f(x)]dx=\int\limits_1^2 3g(x)dx-\int\limits_1^2 2f(x)dx=3\int\limits_1^2 g(x)dx-2\int\limits_1^2 f(x)dx=3.5-2.(-3)=21.$$

Câu 9: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(a)-F(b)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=-F(b)-F(a)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx=f(x)\Big|_a^b=f(b)-f(a)$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$.

Lời giải

;

Câu 10: Tích phân $I=\int\limits_0^2 2xdx$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I=\int\limits_0^2 2xdx=2\Big|_0^2$. **B.** $I=\int\limits_0^2 2xdx=4x^2\Big|_0^2$.

C. $I=\int\limits_0^2 2xdx=x^2\Big|_2^0$. **D.** $I=\int\limits_0^2 2xdx=x^2\Big|_0^2$.

Lời giải

Áp dụng định nghĩa tích phân: $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$

Ta có: $I=\int\limits_0^2 2xdx=x^2\Big|_0^2$.

Câu 11: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\limits_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b kf(x)dx = k\int\limits_a^b f(x)dx$.

Lời giải

;

Câu 12: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;2]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_2^1 f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Áp dụng tính chất $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x, (a<c<b)$.

Ta có: $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13: Cho $f(x);g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a,b,c. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

B. $\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

D. $\int\limits_a^b [f(x).g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo tính chất tích phân ta chọn **D.**

Câu 14: Cho $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^3 g(x)\mathrm{d}x = 5$. Khi đó tích phân $\int_0^3 [2f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ bằng.

A. -1. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -5.

Lời giải

Ta có : $\int_0^3 [2f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = 2\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^3 g(x)\mathrm{d}x = 2.2 - 5 = -1$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-2)$ và $N(2;2;1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}(2-1;2-1;1+2) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(1;1;3)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $(2;3;0)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(0;2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow M(x;y;z)$.

Vậy $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{k} \Rightarrow M(2;0;3)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I(1;2;3), R = 5$. **B.** $I(1;-2;3), R = 5$.
C. $I(1;2;-3), R = -5$. **D.** $I(1;2;3), R = -5$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 18: Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2z + 2 = 0$. Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n} = (3;-2;0)$. **B.** $\vec{n} = (3;0;2)$.
C. $\vec{n} = (3;0;-2)$. **D.** $\vec{n} = (3;2;0)$.

Lời giải

Vecto pháp tuyến $\vec{n} = (3;0;-2)$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u}=(1;-2;0)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;2)$.
C. $\vec{n}=(0;1;2)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Lời giải

Ta có (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(2;1;2)$.

Câu 20: Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Điểm $M(m;1;5)\in(P)\Leftrightarrow m-2.1+6-5=0\Leftrightarrow m=1$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$ **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$ **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$

Lời giải

Phương trình $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x-y+\frac{1}{3}z-1=0.\Leftrightarrow 3x+6y-2z+6=0.$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

Lời giải

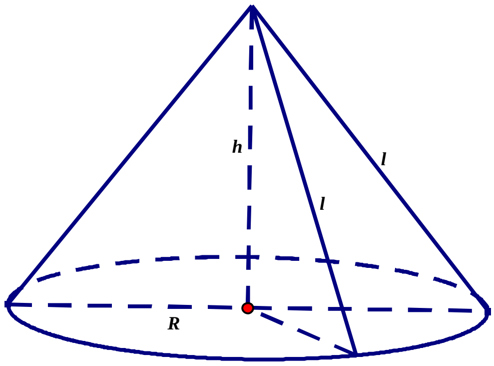
Ta có $f'(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 23: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải



Khối nón có đường kính đáy là a nên bán kính đáy là $R=\dfrac{a}{2}$

Độ dài đường sinh $l=a$ nên đường cao khối nón: $h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

Thể tích khối nón: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{24}a^3$.

Câu 24: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=x^2\left(x-1\right)\left(x+2\right)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **<u>B</u>.** 2 . **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$f'\left(x\right)=x^2\left(x-1\right)\left(x+2\right)^5 \text{ nên } f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right..$$

Dễ thấy $f'\left(x\right)$ chỉ đổi dấu khi x đi qua 2 điểm là $x=1$ và $x=-2$, ngoài ra $f'\left(x\right)$ không đổi dấu khi x đi qua $x=0$. Do đó hàm số có 2 điểm cực trị là $x=1$ và $x=-2$.

Như Trang Nguyễn Ngọc

Câu 25: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

<u>A</u>. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

B. Nếu trong ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.

D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Lời giải

Lấy ví dụ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ là ba vectơ đơn vị của 3 trục tọa độ, có giá cùng cắt nhau tại O nhưng không đồng phẳng.

Câu 26: Cho đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		-	||	-	
y	2 ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	2

Đồ thị (C) của hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x) = 2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 2$.

Vậy đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 27: Đặt $I = \int\limits_1^2 (2mx+1)\,\mathrm{d}x$ (m là tham số thực). Tìm m để $I = 4$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Ta có:

$I = \int\limits_1^2 (2mx+1)\,\mathrm{d}x = 4$

$\Leftrightarrow \left(mx^2 + x\right)\Big|_1^2 = 4$

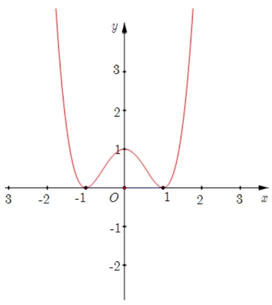
$\Leftrightarrow (4m+2) - (m+1) = 4$

$\Leftrightarrow 3m = 3$

$\Leftrightarrow m = 1$

Chú ý: Có thể thay từng đáp án rồi sử dụng máy tính để chọn kết quả.

Câu 28: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

Lời giải

Do đồ thị quay lên nên $a>0$ nên ta loại đáp án A, D

Thay điểm có tọa độ $(1;0)$ vào đồ thị ta loại đáp án C

Vậy đáp án đúng là B

Câu 29: Đặt $\log_a b=m,\log_b c=n$. Khi đó $\log_a\left(ab^2c^3\right)$ bằng

A. $1+6mn$. **B.** $1+2m+3n$. **C.** $6mn$. **D.** $1+2m+3mn$.

Lời giải

$$\log_a\left(ab^2c^3\right)=\log_a a+2\log_a b+3\log_a c$$

$$=1+2m+3\frac{\log_b c}{\log_b a}=1+2m+3\log_a b.\log_b c=1+2m+3mn.$$

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng -2.

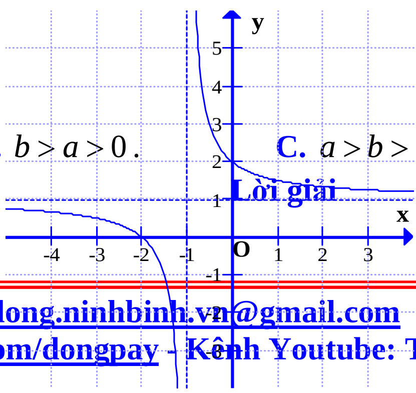
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi $m\in(-2;1)$.

Lời giải

Đáp án A sai vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;3)$.

Câu 31: Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{ax+b}{x+1}$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. $b>0>a$. **B.** $b>a>0$. **C.** $a>b>0$. **D.** $a>0>b$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy:+ Phương trình của đường tiệm cận ngang $y=1=\frac{a}{1}\Rightarrow a=1$.

$+\,y'=\frac{a-b}{\left(x+1\right)^2}<0\Rightarrow\ a<b$.

Vậy: $b>a>0$.

Câu 32: Thể tích của một khối hộp chữ nhật có các cạnh $1cm,\ 2cm,\ 3cm$ là

A. $3cm^3$. **B.** $2cm^3$. **C.** $6cm^3$. **D.** $12cm^3$.

Lời giải

Theo công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật: $V=a.b.c=1.2.3=6cm^3$.

Câu 33: Biết $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x^2+4x-3}{2x^2-7x+1}$. Giá trị của I bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có:

$$I=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x^2+4x-3}{2x^2-7x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{5x^2+4x-3}{x^2}}{\frac{2x^2-7x+1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5+\frac{4}{x}-\frac{3}{x^2}}{2-\frac{7}{x}+\frac{1}{x^2}}=\frac{5}{2}.$$

Vậy đáp án đúng là đáp án **A.**

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $m=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.$. **D.** $-2<m<2$.

Lời giải

$y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$

Điều kiện xác định của hàm số trên: $x^2-2mx+4>0$.

Để tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases}a>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0,\forall m\\m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<2$.

Vậy đáp án đúng là đáp án **D.**

Câu 35: Cho các mệnh đề sau:

1) Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm tới cấp hai trên $(a;b)$, $\forall x_0 \in (a;b)$ và $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) \neq 0 \end{cases}$ thì x_0 là một điểm cực trị của hàm số.

2) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a;b]$ thì luôn tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

3) Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ thì hàm số có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $[a;b]$.

4) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[a;b]$ thì có nguyên hàm trên $[a;b]$.

Số mệnh đề đúng là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ý đúng vì $f''(x_0) \neq 0$ tức là x_0 không là nghiệm bội của $f'(x_0)$, nên $f'(x)$ sẽ đổi dấu khi qua x_0, do đó x_0 là một điểm cực trị của hàm số.

Ý và Ý đúng do định lý trong SGK.

Ý sai,theo định lý SGK lớp 11 trang 150

Câu 36: Phương trình $6^{2x-1} - 5.6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

$$6^{2x-1} - 5.6^{x-1} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{6^{2x}}{6} - \frac{5.6^x}{6} + 1 = 0 \Leftrightarrow 6^{2x} - 5.6^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6^{x_1} = 2 \\ 6^{x_2} = 3 \end{array}\right..$$

$$\Rightarrow 6^{x_1}.6^{x_2} = 3.2 \Leftrightarrow 6^{x_1+x_2} = 6 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 1.$$

Câu 37: Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng:

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox:

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right..$$

Khi đó:

$$V = \pi\int_0^2 \left(2x - x^2\right)^2 dx = \pi\int_0^2 \left(4x^2 - 4x^3 + x^4\right)dx = \pi\left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5\right)\Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.

Lời giải

Giả sử $B(x_B;y_B;z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2} \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2=\dfrac{-1+x_B}{2} \\ 1=\dfrac{5+y_B}{2} \\ -2=\dfrac{3+z_M}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=5 \\ y_B=-3 \\ z_B=-7 \end{cases}$$. Vậy $B(5;-3;-7)$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x-1}<\frac{1}{e}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có: $e^{x^2-x-1}<\frac{1}{e}$

$\Leftrightarrow e^{x^2-x-1}<e^{-1}$

$\Leftrightarrow x^2-x-1<-1$

$\Leftrightarrow x^2-x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(0;1)$.

Câu 40: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là

A. $2^x.\ln 2+1+C$. **B.** $2^x+\frac{x^2}{2}+C$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $2^x.\ln 2+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2^x+x)\mathrm{d}x=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 41: Với k,n là số nguyên dương $1\le k\le n$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $C_n^{k-1}+C_{n+1}^k=C_{n+1}^{k+1}$. **B.** $C_{n-1}^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$. **C.** $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^{k+1}$. **D.** $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$.

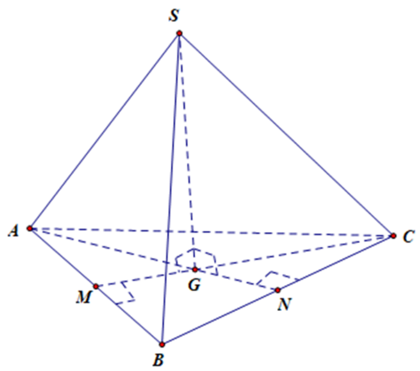
Lời giải

Theo tính chất của tổ hợp.

Câu 42: Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối chóp là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$.

Lời giải



Gọi G là tâm tam giác đều ABC, N là trung điểm BC. Vì là hình chóp tam giác đều nên ta có $SG \perp (ABC)$.

Dễ có, diện tích tam giác đều: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $SN = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GN = \frac{1}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

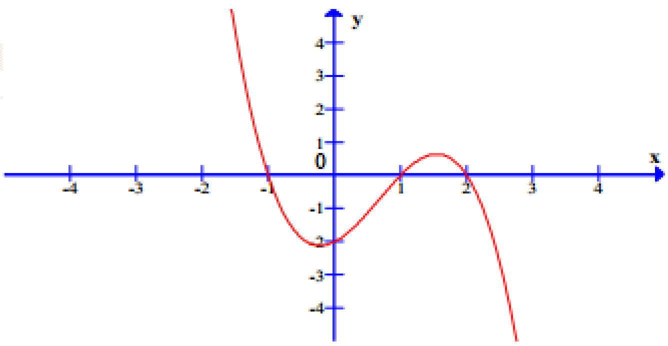
Trong tam giác vuông SGN có: $SG = \sqrt{SN^2 - GN^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Chú ý: Từ 4 đáp án, thể tích khối chóp không có kết quả là π. Nên suy ra ngay đáp án là **B.**

Đây là dạng cơ bản nên có thể nhớ công thức thể tích tứ diện đều: $V = \frac{(\text{canh})^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây



Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1 \vee x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 44: Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \dfrac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \ln 2 + 1$. **B.** $S = 2\ln 2 + 1$. **C.** $S = \ln 2 - 1$. **D.** $S = 2\ln 2 - 1$.

Lời giải

Phương trình trục (Ox) và (Oy) lần lượt là $y = 0$ và $x = 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số (H) và trục Ox: $\dfrac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có: $S = \int_0^1 \left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| \mathrm{d}x$. Vì $\dfrac{x-1}{x+1} \le 0,\ \forall x \in [0;1]$ nên diện tích cần tìm là:

$$S = -\int_0^1 \frac{x-1}{x+1}\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(-1 + \frac{2}{x+1}\right)\mathrm{d}x = \left(-x + 2\ln|x+1|\right)\Big|_0^1 = 2\ln 2 - 1.$$

Câu 45: Một vật chuyển động có phương trình $S = t^4 - 3t^3 + 2t + 1(m), t$ là thời gian tính bằng giây. Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3s$ là

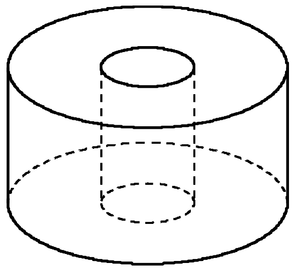
A. $48m/s^2$. **B.** $28m/s^2$. **C.** $18m/s^2$. **D.** $54m/s^2$.

Lời giải

Ta có $S' = 4t^3 - 9t^2 + 2; S'' = 12t^2 - 18t$

$a(3) = S''(3) = 12.3^2 - 18.3 = 54m/s^2$.

Câu 46: Người ta chế tạo một thiết bị hình trụ như hình vẽ bên. Biết hình trụ nhỏ phía trong và hình trụ lớn phía ngoài có chiều cao bằng nhau và có bán kính lần lượt là r_1, r_2 thỏa mãn $r_2 = 3r_1$. Tỉ số thể tích của phần nằm giữa hai hình trụ và hình trụ nhỏ là:



A. 4. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Gọi chiều cao của hai hình trụ là h.

Ta có thể tích khối trụ nhỏ và khối trụ lớn lần lượt là $V_1 = \pi r_1^2 h$ và $V_2 = \pi r_2^2 h$

Suy ra thể tích khối nằm giữa hai hình trụ là $V = V_2 - V_1 = \pi\left(r_2^2 - r_1^2\right)h$.

Vì $r_2 = 3r_1$ nên tỉ số thể tích cần tìm là: $\dfrac{V}{V_1} = \dfrac{\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right)h}{\pi r_1^2 h} = \left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8$.

Câu 47: Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi\left(cm^2\right)$. Bán kính của mặt cầu đó là.

A. $8cm$. **B.** $2cm$. **C.** $4cm$. **D.** $6cm$.

Lời giải

Ta có: $4\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2(cm)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d.

A. $a=1, d=1$. **B.** $a=6, d=-6$. **C.** $a=-1, d=-6$. **D.** $a=-6, d=6$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-1)$; $\overrightarrow{AC} = (-2;0;-2)$.

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}\right) = (6;6;-6).$$

Chọn $\vec{n} = \dfrac{1}{6}\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;-1)$ là một VTPT của $mp(ABC)$. Ta có pt $mp(ABC)$ là:

$x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$. Vậy $a = 1, d = 1$.

Câu 49: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. **B.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Lời giải

$d = d\left(I;(P)\right) = \dfrac{|2.1+1+2.1+4|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 3$.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{d^2+r^2} = 5$.

Phương trình mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 25$.

Câu 50: Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-m}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $(0;3]$.

A. $m>3$. **B.** $0<m<2$. **C.** $2<m\le 3$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

$y' = \dfrac{2-m}{(x-m)^2}\ \forall x \ne m$.

Hàm số đồng biến trên $(0;3] \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m \notin (0;3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \le 0$.

ĐỀ SỐ 26

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020$.

A. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)dx=4x^3+x^2+C$.

B. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)dx=\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{x^4}{12}+2020x+C$.

C. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)dx=\dfrac{x^5}{4}+\dfrac{x^4}{9}+2020x+C$.

D. $\int\left(x^4+\dfrac{x^3}{3}+2020\right)dx=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{6}+2020x+C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3-2\sin x$.

A. $\int\left(3-2\sin x\right)dx=3x+2\cos x+C$. **B.** $\int\left(3-2\sin x\right)dx=3x+\sin^2 x+C$.

C. $\int\left(3-2\sin x\right)dx=3x+\sin 2x+C$. **D.** $\int\left(3-2\sin x\right)dx=3x-2\cos x+C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $\int 3^x dx=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $\int 3^x dx=3^x+C$. **C.** $\int 3^x dx=\ln 3.3^x+C$. **D.** $\int 3^x dx=\dfrac{3^x}{x+1}+C$.

Câu 4: Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $F\left(x\right)=\left(x+2\right)^2$. Khi đó giá trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ tại $x=2$ là

A. $f\left(2\right)=\dfrac{64}{3}$. **B.** $f\left(2\right)=10$. **C.** $f\left(2\right)=8$. **D.** $f\left(2\right)=16$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf\left(x\right)dx=k\int f\left(x\right)dx,\ \left(k\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\right)$. **B.** $\int f\left(x\right).g\left(x\right)dx=\int f\left(x\right)dx.\int g\left(x\right)dx$.

C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx+\int g\left(x\right)dx$. **D.** $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx-\int g\left(x\right)dx$.

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Nếu $\int f\left(x\right)dx=F\left(x\right)+C$ thì $\int f\left(u\right)du=F\left(u\right)+C$.

B. $\int kf\left(x\right)dx=k\int f\left(x\right)dx$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $F\left(x\right)$ và $G\left(x\right)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ thì $F\left(x\right)=G\left(x\right)$.

D. $\int\left[f_1\left(x\right)+f_2\left(x\right)\right]dx=\int f_1\left(x\right)dx+\int f_2\left(x\right)dx$.

Câu 7: Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\sin x$ là

A. $x\cos x+\sin x+C$. **B.** $x\cos x-\sin x+C$.

C. $-x\cos x-\sin x+C$. **D.** $-x\cos x+\sin x+C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, các số thực a, b và các mệnh đề:

. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. $\int_a^b 3f(x)\mathrm{d}x = 3\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

. $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x = \left[\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right]^2$. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giời hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Khi đó, diện tích S của (H) được tính bằng công thức

A. $S=\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x-\int_a^b |g(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b [g(x)-f(x)]\mathrm{d}x$.

Câu 11: Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_2^1 f(x)dx=3$. Tính $\int_0^2 f(x)dx$.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 12: Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$, $\int_0^1 g(x)dx=1$. Tính $\int_0^1 [2f(x)-3g(x)]dx$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 13: Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$, $\int_0^1 [g(x)-f(x)]dx=1$. Tính $\int_0^1 g(x)dx$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14: Cho $\int_0^1 [f(x)+x]dx=2$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{a}=2\vec{k}-3\vec{i}+\vec{j}$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{a}$.

A. $\vec{a}=(-2;3;-1)$. **B.** $\vec{a}=(3;-1;-2)$. **C.** $\vec{a}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{a}=(-3;1;2)$.

Câu 16: Cho $\vec{a}=(2;1;3)$, $\vec{b}=(4;-3;5)$ và $\vec{c}=(-2;4;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $(10;9;6)$. **B.** $(12;-9;7)$. **C.** $(10;-9;6)$. **D.** $(12;-9;6)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2;1;-1)$, $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$, $R=9$.

C. $I(2;-1;1)$, $R=3$. **D.** $I(2;-1;1)$, $R=9$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(-2;1;-3)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$ và $(Q):2x-y+mz-m+1=0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(P)\perp(Q)$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -4.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $M(1;1;6)$. **D.** $N(-5;0;0)$.

Câu 21: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn và thỏa mãn $\int_0^2 f'(x).g(x)dx=1$, $\int_0^2 f(x).g'(x)dx=1$. Tính $I=\int_0^2 [f(x).g(x)]' dx$.

A. $I=-2$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=2$.

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}(x-2)$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\ln x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln x+\frac{x^2}{2}-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|+\frac{x^2}{2}-2x+C$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+2\sin 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-4\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x+4\cos 2x+C$.

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+3}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2)=4$. Hàm số $F(x)$ là:

A. $F(x)=x+6\ln|2x-3|+2$ **B.** $F(x)=x+3\ln(2x-3)+2$

C. $F(x)=x+3\ln|2x-3|+2$ **D.** $F(x)=x+2\ln|2x-3|-1$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\cos x}{1+3\sin x}$.

A. $\int f(x)\,dx=-\dfrac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=\ln|1+3\sin x|+C$.

C. $\int f(x)\,dx=3\ln|1+3\sin x|+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=\dfrac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$.

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{3x+2}$ là

A. $\dfrac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **B.** $\dfrac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$

C. $\dfrac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **D.** $\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{\sqrt{3x+2}}+C$

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=5x$. Tính $I=\int_1^3 xf(x)\,dx$

A. $-\dfrac{70}{3}$. **B.** $\dfrac{70}{3}$. **C.** $\dfrac{70}{9}$. **D.** $-\dfrac{70}{9}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{khi } x\ge 0\\ e^x & \text{khi } x<0\end{cases}$.Tính tích phân $I=\int_{-1}^{2} f(x)dx$.

A. $I=\dfrac{5e-1}{2e}$. **B.** $I=\dfrac{5e+1}{e}$. **C.** $I=\dfrac{5e-1}{e}$. **D.** $I=\dfrac{5e+1}{2e}$.

Câu 29: Cho $\int_1^2 f(x)\,dx=2$. Hãy tính $\int_1^4 \dfrac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx$.

A. $I=4$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\dfrac{1}{2}$. **D.** $I=2$.

Câu 30: Tích phân $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\,dx$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{8-2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{4-\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Tính tích phân $I=\int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u=2x+1$, $dv=e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^x dx$. **B.** $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+\int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^{2x} dx$. **D.** $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+2\int_0^1 e^x dx$.

Câu 32: Cho ba điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+2=0$. **B.** $4x+6y-8z+2=0$. **C.** $2x+3y-4z-2=0$. **D.** $2x-3y-4z-2=0$.

Câu 33: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có VTPT $\vec{n}=(4;0;-5)$ có phương trình là

A. $4x-5z+4=0$. **B.** $4x-5y+9=0$. **C.** $4x-5z-4=0$. **D.** $4x-5y-4=0$.

Câu 34: Hai mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-z+1=0$ và $(\alpha'):3x+y+11z-1=0$

A. Trùng nhau. **B.** Vuông góc với nhau.

C. Song song với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

Câu 35: Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$ tại điểm $M(7;-1;5)$ có phương trình là

A. $6x+2y+3z-55=0$. **B.** $6x+2y+3z+55=0$.

C. $3x+y+z-22=0$. **D.** $3x+y+z+22=0$.

Câu 36: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng: $y-z+1=0$, $3x-3y+2z-3=0$ và đi qua điểm $M(3;-2;1)$ là:

A. $6x+2y+3z-55=0$. **B.** $3x+4y-5z+4=0$.

C. $3x-z-8=0$. **D.** $3x+4y+5z+4=0$.

Câu 37: Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $B(1;2;3)$, vuông góc với $mp(P):x-y+z-1=0$ và song song với Oy.

A. $(Q):x-z+2=0$ **B.** $(Q):x+z-4=0$ **C.** $(Q):2x-z+1=0$. **D.** $(Q):x+2z-7=0$.

Câu 38: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;23;3),B(11;-1;-3)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$ là:

A. $6x+2y-3z-55=0$. **B.** $6x+2y+3z-55=0$.

C. $3x+y+z-22=0$. **D.** $3z+y+z+22=0$.

Câu 39: Tính tích phân $I=\int_0^1 e^{2x-1}dx$

A. $\frac{e^2+1}{e}$. **B.** $\frac{e^2-1}{2e}$. **C.** $\frac{e^2-1}{e}$. **D.** $\frac{e-1}{e}$.

Câu 40: Tính tích phân $I=\int_{-14}^{14}|x^2-x|dx$

A. $\frac{5488}{3}$. **B.** $\frac{5489}{3}$. **C.** 5489. **D.** 5488.

Câu 41: Tìm $I=\int \cos 3x.\cos x dx$ được kết quả là

A. $I=\frac{1}{3}\cos 3x.\cos x+C$. **B.** $I=\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

C. $I=-\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$. **D.** $I=\frac{1}{4}\sin 4x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 42: Giá trị của $I=\int\limits_{4}^{2017}(3-x)e^{x}dx$ là:

A. $-2013e^{2017}$. **B.** $2013e^{2017}$. **C.** $2017e^{2017}$. **D.** $-2015e^{2017}$.

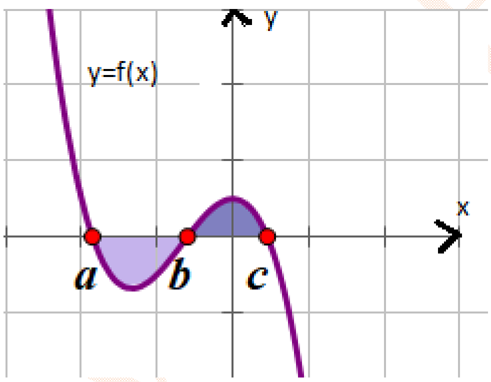
Câu 43: Cho $I=\int\limits_{0}^{2}\sqrt{4-x^2}dx$ và $x=2\sin t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. Chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định dưới đây:

A. $I=\pi$. **B.** $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}2\cos t dt$. **C.** $I=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)dt$. **D.** $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}4\cos^2 t dt$.

Câu 44: Cho $\int\limits_{0}^{1}f(x)dx=2$. Tính $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}f(\sin 2x)\cos 2x dx$

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\pi$. **D.** $I=0.5$.

Câu 45: Diện tích S bị giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=c$, $a<c$ và $a<b<c$ là:



A. $S=\int\limits_{a}^{c}f(x)dx$. **B.** $S=\int\limits_{a}^{b}f(x)dx-\int\limits_{b}^{c}f(x)dx$.

C. $S=\int\limits_{b}^{a}f(x)dx+\int\limits_{b}^{c}f(x)dx$. **D.** $S=\int\limits_{a}^{b}f(x)dx+\int\limits_{b}^{c}f(x)dx$.

Câu 46: Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=3$, $x=4$ quanh trục hoành.

A. $V=\int\limits_{3}^{4}f^2(x)dx$. **B.** $V=\int\limits_{3}^{4}f(x)dx$. **C.** $V=\pi\int\limits_{3}^{4}f^2(x)dx$. **D.** $V=\pi\int\limits_{3}^{4}\left|f(x)\right|dx$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.

A. $C\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-1\right)$. **C.** $C\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $C\left(-\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 48: Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB, với $A(0;0;2020)$, $B(0;0;2022)$.

A. $(x-2021)^2+y^2+z^2=1$. **B.** $x^2+y^2+(z-2021)^2=1$.

C. $x^2+(y-2021)^2+z^2=1$. **D.** $x^2+y^2+z^2=1$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(9;0;0), B(0;9;0), C(0;0;9)$. Tìm tọa độ của một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

A. $(1;2;3)$. **B.** $(81;81;81)$. **C.** $(9;0;0)$. **D.** $(9;0;9)$.

Câu 50: Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng sau: $(\alpha): x+y+z+2020=0$ và $(\beta): x+y+z+2022=0$.

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** 2021. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

------------------HẾT------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2A	3A	4C	5B	6C	7D	8A	9B	10B	11D	12D	13D	14D	15D
16B	17C	18B	19A	20C	21D	22C	23C	24C	25D	26C	27D	28C	29A	30A
31A	32C	33A	34A	35B	36A	37B	38B	39B	40B	41A	42B	43B	44C	45C
46B	47B	48B	49A	50A										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+\frac{x^3}{3}+2020$.

A. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=4x^3+x^2+C$.

B. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{12}+2020x+C$.

C. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^5}{4}+\frac{x^4}{9}+2020x+C$.

D. $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{6}+2020x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(x^4+\frac{x^3}{3}+2020\right)\mathrm{d}x=\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{12}+2020x+C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3-2\sin x$.

A. $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+2\cos x+C$. **B.** $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+\sin^2 x+C$.

C. $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+\sin 2x+C$. **D.** $\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x-2\cos x+C$.

Lời giải

$\int(3-2\sin x)\mathrm{d}x=3x+2\cos x+C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $\int 3^x dx=\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $\int 3^x dx=3^x+C$. **C.** $\int 3^x dx=\ln 3.3^x+C$. **D.** $\int 3^x dx=\frac{3^x}{x+1}+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$, ta có $\int 3^x dx=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 4: Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ là $F(x)=(x+2)^2$. Khi đó giá trị của hàm số $y=f(x)$ tại $x=2$ là

A. $f(2)=\frac{64}{3}$. **B.** $f(2)=10$. **C.** $f(2)=8$. **D.** $f(2)=16$.

Lời giải

Ta có $f(x)=F'(x)=\left[(x+2)^2\right]'=2(x+2)$.

Vậy $f(2)=2.(2+2)=8$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x,\ \left(k\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\right)$. **B.** $\int f(x).\mathrm{g}(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int[f(x)+\mathrm{g}(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int[f(x)-\mathrm{g}(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Dựa vào tính chất của nguyên hàm ta chọn **B.**

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int[f_1(x)+f_2(x)]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề: Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$ là mệnh đề sai, ví dụ $f(x)=1$ thì $F(x)=x$ và $G(x)=x+1$ cũng đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ mà $F(x)\neq G(x)$.

Câu 7: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$ là

A. $x\cos x+\sin x+C$. **B.** $x\cos x-\sin x+C$.

C. $-x\cos x-\sin x+C$. **D.** $-x\cos x+\sin x+C$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{dv} = \sin x\mathrm{dx} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{du} = \mathrm{dx} \\ v = -\cos x \end{cases}$.

Suy ra $\int x\sin x\mathrm{dx} = -x\cos x + \int \cos x\mathrm{dx} = -x\cos x + \sin x + C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân, ta có $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, các số thực a, b và các mệnh đề:

. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. $\int_a^b 3f(x)\mathrm{d}x = 3\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

. $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x = \left[\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right]^2$. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có và đúng.

Câu 10: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giời hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Khi đó, diện tích S của (H) được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ **B.** $S = \int_a^b |f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x - \int_a^b |g(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int_a^b [g(x)-f(x)]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Áp dụng công thức diện tích hình phẳng ta có $S=\int\limits_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 11: Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$ và $\int\limits_2^1 f(x)dx=3$. Tính $\int\limits_0^2 f(x)dx$.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_1^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 f(x)dx-\int\limits_2^1 f(x)dx=-1$.

Câu 12: Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$, $\int\limits_0^1 g(x)dx=1$. Tính $\int\limits_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=2\int\limits_0^1 f(x)dx-3\int\limits_0^1 g(x)dx=1$.

Câu 13: Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$, $\int\limits_0^1\left[g(x)-f(x)\right]dx=1$. Tính $\int\limits_0^1 g(x)dx$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $1=\int\limits_0^1\left[g(x)-f(x)\right]dx=\int\limits_0^1 g(x)dx-\int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1 g(x)dx-2$.

Vậy $\int\limits_0^1 g(x)dx=3$.

Câu 14: Cho $\int\limits_0^1\left[f(x)+x\right]dx=2$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $2=\int\limits_0^1\left[f(x)+x\right]dx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_0^1 xdx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1=\int\limits_0^1 f(x)dx+\frac{1}{2}$.

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)dx=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{a}=2\vec{k}-3\vec{i}+\vec{j}$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{a}$.

A. $\vec{a}=(-2;3;-1)$. **B.** $\vec{a}=(3;-1;-2)$. **C.** $\vec{a}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{a}=(-3;1;2)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}=2\vec{k}-3\vec{i}+\vec{j}=-3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$

Câu 16: Cho $\vec{a}=(2;1;3)$, $\vec{b}=(4;-3;5)$ và $\vec{c}=(-2;4;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $(10;9;6)$. **B.** $(12;-9;7)$. **C.** $(10;-9;6)$. **D.** $(12;-9;6)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=(2;1;3)$, $2\vec{b}=(8;-6;10)$, $\vec{c}=(-2;4;6)$

$\Rightarrow \vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}=(12;-9;7)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2;1;-1)$, $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$, $R=9$.
C. $I(2;-1;1)$, $R=3$. **D.** $I(2;-1;1)$, $R=9$.

Lời giải

Mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$ có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(-2;1;-3)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$ và $(Q):2x-y+mz-m+1=0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(P)\perp(Q)$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;1;1)$ và mặt phẳng (Q) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;m)$.

Ta có: $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 1.2+1.(-1)+1.m=0\Leftrightarrow m+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $M(1;1;6)$. **D.** $N(-5;0;0)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm Q, P, M, N vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy $M\in(P)$.

Câu 21: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn và thỏa mãn $\int_0^2 f'(x).g(x)dx=1$, $\int_0^2 f(x).g'(x)dx=1$. Tính $I=\int_0^2\left[f(x).g(x)\right]'dx$.

A. $I=-2$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=2$.

Lời giải

$$I=\int_0^2\left[f(x).g(x)\right]'dx=\int_0^2\left[f(x).g'(x)+f'(x).g(x)\right]dx$$

$$=\int_0^2 f(x).g'(x)dx+\int_0^2 f'(x).g(x)dx=1+1=2.$$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}(x-2)$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\ln x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln x+\frac{x^2}{2}-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|+\frac{x^2}{2}-2x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x}(x-2)\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{2}{x}\right)\mathrm{d}x=x-2\ln|x|+C$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+2\sin 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-4\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x+4\cos 2x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(1+2\sin 2x)\mathrm{d}x=x-\cos 2x+C$.

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+3}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2)=4$. Hàm số $F(x)$ là:

A. $F(x)=x+6\ln|2x-3|+2$ **B.** $F(x)=x+3\ln(2x-3)+2$

C. $F(x)=x+3\ln|2x-3|+2$ **D.** $F(x)=x+2\ln|2x-3|-1$

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int f(x)dx=\int\frac{2x+3}{2x-3}dx=\int\left(1+\frac{6}{2x-3}\right)dx=x+3\ln|2x-3|+C$.

$F(2)=2+C=4\Rightarrow C=2$.

$\Rightarrow F(x)=x+3\ln|2x-3|+2$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{1+3\sin x}$.

A. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$. **B.** $\int f(x)dx=\ln|1+3\sin x|+C$.

C. $\int f(x)dx=3\ln|1+3\sin x|+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\frac{\cos x}{1+3\sin x}dx=\frac{1}{3}\int\frac{1}{1+3\sin x}d(1+3\sin x)=\frac{1}{3}\ln|1+3\sin x|+C$.

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **B.** $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$

C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$ **D.** $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}}+C$

Lời giải

Ta có $\int\sqrt{3x+2}dx=\frac{1}{3}\int(3x+2)^{\frac{1}{2}}d(3x+2)=\frac{1}{3}\frac{(3x+2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+C=\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=5x$. Tính $I=\int_1^3 xf(x)dx$

A. $-\frac{70}{3}$. **B.** $\frac{70}{3}$. **C.** $\frac{70}{9}$. **D.** $-\frac{70}{9}$.

Lời giải

Đặt $t=\frac{1}{x}\Rightarrow x=\frac{1}{t}$

$f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=5x\Rightarrow f\left(\frac{1}{t}\right)+2f(t)=\frac{5}{t}$ hay $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{5}{x}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=5x \\ f\left(\dfrac{1}{x}\right)+2f(x)=\dfrac{5}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=5x \\ 4f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{10}{x} \end{cases} \Rightarrow 3f(x)=\dfrac{10}{x}-5x$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{10}{3x}-\frac{5x}{3}$$

$$I=\int_1^3 xf(x)\,\mathrm{d}x=\int_1^3\left(\frac{10}{3}-\frac{5x^2}{3}\right)\mathrm{d}x=-\frac{70}{9}.$$

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{khi } x\ge 0 \\ e^x & \text{khi } x<0 \end{cases}$. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{5e-1}{2e}$.	**B.** $I=\dfrac{5e+1}{e}$.	**C.** $I=\dfrac{5e-1}{e}$.	**D.** $I=\dfrac{5e+1}{2e}$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_{-1}^{0} f(x)dx+\int_0^2 f(x)dx=\int_{-1}^{0} e^x dx+\int_0^2 (x+1)dx=\dfrac{5e-1}{e}$

Câu 29: Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$. Hãy tính $\int_1^4 \dfrac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

A. $I=4$.	**B.** $I=1$.	**C.** $I=\dfrac{1}{2}$.	**D.** $I=2$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x} \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\mathrm{d}t$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=1$; $x=4\Rightarrow t=2$, ta có: $I=2\int_1^2 f(t)\,\mathrm{d}t=2\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2.2=4$.

Câu 30: Tích phân $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{8-2\sqrt{2}}{3}$.	**B.** $\dfrac{4-\sqrt{2}}{3}$.	**C.** $\dfrac{4+\sqrt{2}}{3}$.	**D.** $\dfrac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2=1+x^2 \Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=\sqrt{2}; x=\sqrt{3}\Rightarrow t=2$.

Khi đó $I=\int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x=\int_{\sqrt{2}}^{2} t^2\mathrm{d}t=\left.\dfrac{t^3}{3}\right|_{\sqrt{2}}^{2}=\dfrac{8-2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Tính tích phân $I=\int_0^1(2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u=2x+1$, $dv=e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^x dx$.
B. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+\int_0^1 e^{2x} dx$.
C. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^{2x} dx$.
D. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+2\int_0^1 e^x dx$.

Lời giải

Đặt $u=2x+1, dv=e^x dx \Rightarrow du=2dx, v=e^x$.

$I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^x dx$.

Câu 32: Cho ba điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+2=0$. **B.** $4x+6y-8z+2=0$. **C.** $2x+3y-4z-2=0$. **D.** $2x-3y-4z-2=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-2;0), \overrightarrow{AC}(1;-2;-1)$

Vì mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm A,B,C nên VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;3;-4)$

Phương trình mặt phẳng (ABC): $2(x-0)+3(y-2)-4(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-4z-2=0$.

Câu 33: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có VTPT $\vec{n}=(4;0;-5)$ có phương trình là

A. $4x-5z+4=0$. **B.** $4x-5y+9=0$. **C.** $4x-5z-4=0$. **D.** $4x-5y-4=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P): $4(x+1)+0(y-2)-5(z-0)=0 \Leftrightarrow 4x-5z+4=0$.

Câu 34: Hai mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-z+1=0$ và $(\alpha'):3x+y+11z-1=0$

A. Trùng nhau. **B.** Vuông góc với nhau.
C. Song song với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

Lời giải

Hai mặt phẳng (α) và (α') có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(3;2;-1), \overrightarrow{n_2}=(3;1;11)$.

Ta có $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=3.3+2.1+(-1).11=0$ nên hai mặt phẳng (α) và (α') vuông góc với nhau.

Câu 35: Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$ tại điểm $M(7;-1;5)$ có phương trình là

A. $6x+2y+3z-55=0$. **B.** $6x+2y+3z+55=0$.
C. $3x+y+z-22=0$. **D.** $3x+y+z+22=0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=7$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}=(6;2;3)$ và mặt phẳng (P) qua $M(7;-1;5)$:

Vậy $(P):6(x-7)+2(y+1)+3(z-5)=0 \Leftrightarrow (P):6x+2y+3z-55=0$.

Câu 36: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng: $y-z+1=0$, $3x-3y+2z-3=0$ và đi qua điểm $M(3;-2;1)$ là:

A. $6x+2y+3z-55=0$. **B.** $3x+4y-5z+4=0$.
C. $3x-z-8=0$. **D.** $3x+4y+5z+4=0$.

Lời giải

Hai mặt phẳng đã cho có VTPT lần lượt là:

$\overrightarrow{n_1}=(0;1;-1)$, $\overrightarrow{n_2}=(3;-3;2)$

Lấy $A(0;-1;0)$ thuộc hai mặt phẳng đã cho.

$\overrightarrow{u_1}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-1;-3;-3)$
$\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{AM}=(3;-1;1)$

Suy ra (P) có VTPT là: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-6;-8;10)$,

Mà (P) đi qua điểm $M(3;-2;1)$

$\Rightarrow (P):3x+4y-5z+4=0$

Câu 37: Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $B(1;2;3)$, vuông góc với $mp(P):x-y+z-1=0$ và song song với Oy.

A. $(Q):x-z+2=0$ **B.** $(Q):x+z-4=0$ **C.** $(Q):2x-z+1=0$. **D.** $(Q):x+2z-7=0$.

Lời giải

Ta có: (Q) có cặp VTCP:

$\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;1)$
$\vec{j}=(0;1;0)$.

Suy ra (Q) có VTPT: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\vec{j}\right]=(-1;0;1)$,

Mà mặt phẳng (Q) đi qua $B(1;2;3)$ nên (Q) có phương trình: $x-z+2=0$.

Câu 38: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;23;3), B(11;-1;-3)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$ là:

A. $6x+2y-3z-55=0$. **B.** $6x+2y+3z-55=0$.
C. $3x+y+z-22=0$. **D.** $3z+y+z+22=0$.

Lời giải

+) $\overrightarrow{AB}=(11;-24;-6)$. (S) có tâm $I(1;-3;2)$, bán kính $R=7$.

+) Giả sử $\overrightarrow{n_P}=(a;b;c),(a^2+b^2+c^2\neq 0)$ là một VTPT của (P).

Khi đó $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow 11a-24b-6c=0\Rightarrow c=\frac{11}{6}a-4b$.

+) Phương trình (P) đi qua $A(0;23;3)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_P}$ là:

$a(x-0)+b(y-23)+c(z-3)=0\Leftrightarrow ax+by+cz-23b-3c=0$

+ (P) tiếp xúc với (S) suy ra $d(I;(P))=R=7$

$$\Leftrightarrow\frac{|a-3b+2c-23b-3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=7\Leftrightarrow|a-26b-c|=7\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

$$\Leftrightarrow\left(a-26b-\left(\frac{11}{6}a-4b\right)\right)^2=49\left(a^2+b^2+\left(\frac{11}{6}a-4b\right)^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(-\frac{5}{6}a-22b\right)^2=49\left(\frac{157}{36}a^2-\frac{44}{3}ab+17b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{25}{36}a^2+\frac{110}{3}ab+484b^2=\frac{7693}{36}a^2-\frac{2156}{3}ab+833b^2$$

$$\Leftrightarrow -213a^2+\frac{2266}{3}ab-349b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3b\\ a=\frac{349}{639}b\end{array}\right.$$

+) TH1: $a=3b\Rightarrow c=\frac{11}{6}a-4b=\frac{11}{6}.3b-4b=\frac{3}{2}b$. Do $a^2+b^2+c^2\neq 0\Rightarrow b\neq 0$.

Khi đó phương trình $(P):3bx+by+\frac{3}{2}bz-23b-3.\frac{3}{2}b=0$

$\Leftrightarrow 3x+y+\frac{3}{2}z-\frac{55}{2}=0\Leftrightarrow 6x+2y+3z-55=0$. **Từ đó chọn được đáp án B.**

+) TH2: Tương tự !

Câu 39: Tính tích phân $I=\int_0^1 e^{2x-1}dx$

A. $\frac{e^2+1}{e}$.   **B.** $\frac{e^2-1}{2e}$.   **C.** $\frac{e^2-1}{e}$.   **D.** $\frac{e-1}{e}$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^1 e^{2x-1}dx=\frac{1}{2}e^{2x-1}\Big|_0^1=\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)=\frac{e^2-1}{2e}$.

Câu 40: Tính tích phân $I=\int_{-14}^{14}\left|x^2-x\right|dx$

A. $\frac{5488}{3}$.   **B.** $\frac{5489}{3}$.   **C.** 5489.   **D.** 5488.

Lời giải

Ta có: $I=\int_{-14}^{14}\left|x^2-x\right|dx=\int_{-14}^{0}(x^2-x)dx-\int_0^1(x^2-x)dx+\int_1^{14}(x^2-x)dx$

Suy ra $I=(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2})\Big|_{-14}^{0}-(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2})\Big|_0^1+(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2})\Big|_1^{14}=\frac{5489}{3}$.

Câu 41: Tìm $I=\int\cos 3x.\cos xdx$ được kết quả là

A. $I=\frac{1}{3}\cos 3x.\cos x+C$.   **B.** $I=\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

C. $I=-\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.   **D.** $I=\frac{1}{4}\sin 4x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

$I=\int\cos 3x.\cos xdx=\int\frac{1}{2}(\cos 4x+\cos 2x)dx=\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Câu 42: Giá trị của $I=\int_4^{2017}(3-x)e^x dx$ là:

A. $-2013\mathrm{e}^{2017}$.   **B.** $2013\mathrm{e}^{2017}$.   **C.** $2017\mathrm{e}^{2017}$.   **D.** $-2015\mathrm{e}^{2017}$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=3-x\\ dv=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=-dx\\ v=e^x\end{cases}$.

Do đó $I=\left[(3-x)e^x\right]\Big|_4^{2017}+\int_4^{2017}e^x dx$

$=-2014e^{2017}+e^4+e^x\Big|_4^{2017}=-2014e^{2017}+e^4+e^{2017}-e^4=-2013e^{2017}$

Câu 43: Cho $I=\int\limits_0^2\sqrt{4-x^2}dx$ và $x=2\sin t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. Chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định dưới đây:

A. $I=\pi$. **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\cos t\mathrm{d}t$. **C.** $I=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}4\cos^2 t\mathrm{d}t$.

Lời giải

$x=2\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=2\cos t\,dt$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow 2\sin t=0\Rightarrow t=0$; $x=2\Rightarrow 2\sin t=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.

Ta có: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\,dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}4\cos^2 t\,dt$.

$I=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)dt=2\left(t-\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi$

Vậy đáp án C đúng, đáp án A đúng, đáp án B sai.

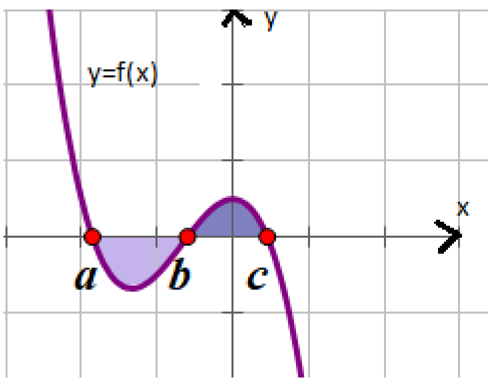
Câu 44: Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2x dx$

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\pi$. **D.** $I=0.5$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2xdx=\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)d(\sin 2x)=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(x)dx=1$

Câu 45: Diện tích S bị giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=c$, $a<c$ và $a<b<c$ là:



A. $S=\int_a^c f(x)dx$. **B.** $S=\int_a^b f(x)dx-\int_b^c f(x)dx$.

C. $S=\int_b^a f(x)dx+\int_b^c f(x)dx$. **D.** $S=\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx$.

Lời giải

$$S=\int_a^b |f(x)|dx+\int_b^c |f(x)|dx=-\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=\int_b^a f(x)dx+\int_b^c f(x)dx.$$

Câu 46: Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=3$, $x=4$ quanh trục hoành.

A. $V=\int_3^4 f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_3^4 f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_3^4 |f(x)|\mathrm{d}x$.

Lời giải

$$V=\pi\int_3^4 f^2(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.

A. $C\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-1\right)$. **C.** $C\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $C\left(-\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Giả sử $C(x;y;z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1;0), \overrightarrow{AC}=(x-1;y-2;z+1)$.

$$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}1=3(x-1)\\1=3(y-2)\\0=3(z+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{4}{3}\\y=\frac{7}{3}\\z=-1\end{cases}.\text{Vậy } C\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-1\right).$$

Câu 48: Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB, với $A(0;0;2020)$, $B(0;0;2022)$.

A. $(x-2021)^2+y^2+z^2=1$. **B.** $x^2+y^2+(z-2021)^2=1$.

C. $x^2+(y-2021)^2+z^2=1$. **D.** $x^2+y^2+z^2=1$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm là trung điểm I của đoạn AB. Suy ra $I(0;0;2021)$.

Mặt cầu có bán kính là $R = IA = 1$.

Mặt cầu có phương trình là: $x^2 + y^2 + (z - 2021)^2 = 1$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(9;0;0), B(0;9;0), C(0;0;9)$. Tìm tọa độ của một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

A. $(1;2;3)$. **B.** $(81;81;81)$. **C.** $(9;0;0)$. **D.** $(9;0;9)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-9;9;0)$; $\overrightarrow{AC} = (-9;0;9)$.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (81;81;81)$.

Câu 50: Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng sau: $(\alpha): x + y + z + 2020 = 0$ và $(\beta): x + y + z + 2022 = 0$.

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** 2021. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Nhận thấy $(\alpha) // (\beta)$. Chọn $M(0;0;-2020) \in (\alpha)$.

Ta có $d((\alpha),(\beta)) = d(M,(\beta)) = \frac{|0 + 0 - 2020 + 2022|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

ĐỀ SỐ 27 **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. $\int [f(x)-g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

C. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.

D. $\int 2021 f(x)dx = 2021\int f(x)dx$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{2x-3}$ là:

A. $\ln|2x-3|+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x-3|+C$. **C.** $2\ln|2x-3|+C$. **D.** $-\dfrac{2}{(2x+3)^2}+C$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(2;-1;-1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định **đúng** là:

A. $[\vec{a},\vec{b}]=(-5;-7;-3)$. **B.** Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau. **D.** $|\vec{a}|=14$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;-1;2)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy). Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=6$.

Câu 5: Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục trên $[1;4]$ và $\int_1^4 f'(x)dx=17$. Khi đó $f(4)$ bằng:

A. 29. **B.** 5. **C.** 19. **D.** 9.

Câu 6: Cho $a<b<c$ và $\int_a^b f(x)dx=5; \int_b^c f(x)dx=2$. Tính $I=\int_a^c f(x)dx$

A. $I=7$. **B.** $I=3$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=0$.

Câu 7: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x^3+3x^2-2, y=0, x=0, x=2$ là:

A. $S=\dfrac{27}{10}$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\dfrac{5}{2}$. **D.** $S=\dfrac{12}{5}$.

Câu 8: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+x-2; y=2x+4; x=1; x=4$ bằng $\dfrac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b$

A. $T=67$. **B.** $T=11$. **C.** $T=7$. **D.** $T=55$.

Câu 9: Cho $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F'(x)=g(x)$. **B.** $g'(x)=G(x)$.
C. $F'(x)+G'(x)=f(x)+g(x)$. **D.** $F'(x).G'(x)=f(x).g(x)$.

Câu 10: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ và $F(1)=1$. Tính $F(3)$?

A. $F(3)=\ln 3$. **B** $F(3)=\ln 3+C$. **C.** $F(3)=\ln 3+1$. **D.** $F(3)=\ln 3+3$.

Câu 11: Cho $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, $d\in(a;b)$. Nếu $\int_a^d f(x)dx=5$; $\int_b^d f(x)dx=2$ thì $\int_a^b f(x)dx$ bằng:

A. 3. **B.** 7. **C.** -2. **D.** 8.

Câu 12: Biết $\int_1^2 \frac{x^2-2x+3}{x}dx=\frac{1}{a}+\ln b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $M=a+b$

A. $M=6$. **B.** $M=9$. **C.** $M=10$. **D.** $M=11$.

Câu 13: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn $A(1;1;-1)$, $B(5;2;1)$

A. $6x+3y-27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.
C. $8x+2y+4z+27=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Câu 14: Cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(3;0;-2);R=5$. **B.** $I(3;0;-2);R=\sqrt{5}$. **C.** $I(-3;0;2);R=5$. **D.** $I(-3;0;2);R=\sqrt{5}$.

Câu 15: ho $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$. Nếu đặt $x=2\tan t$ thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $x^2+4=\frac{4}{\cos^2 t}$. **B.** $dx=2(1+\tan^2 t)dt$. **C.** $I=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{2}dt$. **D.** $I=\int_0^1\frac{1}{2}dt$.

Câu 16: Biết $\int_0^1 (1+x^2)^4 x dx=\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A. $S=42$. **B.** $S=41$. **C.** $S=40$. **D.** $S=43$.

Câu 17: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4+4x^3-1$ là:

A. x^5+x^4+C. **B.** x^5+x^4-x+C.
C. $20x^3+12x^2+C$. **D.** x^5+x^4-1+C.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x+5}{x+2}$ là:

A. $3x-\ln|x+2|+C$. **B.** $3x+\ln|x+2|+C$.
C. $3x-4\ln|x+2|+C$. **D.** $3x+4\ln|x+2|+C$.

Câu 19: Cho đường thẳng $a\subset(P)$ và đường thẳng $b\subset(Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(P)//(Q)\Rightarrow a//b$. **B.** $a//b\Rightarrow(P)//(Q)$.
C. $(P)//(Q)\Rightarrow a//(Q)$ và $b//(P)$. **D.** a và b chéo nhau.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Câu 21: Trong hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(2;0;0)$ và đi qua điểm $M(1;2;-2)$ có phương trình là

A. $(x+2)^2+y^2+z^2=3$. **B.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x-2)^2+y^2+z^2=9$. **D.** $(x-2)^2+y^2+z^2=3$.

Câu 22: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=5+2t(m/s)$. Hỏi quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t_0=0(s)$ đến thời điểm $t=5(s)$?

A. $100\,m$. **B.** $50\,m$. **C.** $40\,m$. **D.** $10\,m$.

Câu 23: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=1-x^2, y=0$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay khi quay D quanh trục Ox. Biết $V=\frac{a}{b}\pi$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=a+b$.

A. $P=11$. **B.** $P=17$. **C.** $P=31$. **D.** $P=25$.

Câu 24: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3^{2x}$ là:

A. $F(x)=\frac{3^{2x}}{\ln 3}+C$. **B.** $F(x)=\frac{2.3^{2x}}{\ln 9}+C$. **C.** $F(x)=\frac{2.3^{2x}}{\ln 3}+C$. **D.** $F(x)=\frac{3^{2x}}{\ln 9}+C$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x+\frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1$

A. $F(x)=x^2-\cot x-\frac{\pi^2}{16}$. **B.** $x^2-\cot x$.

C. $x^2-\cot x+\frac{\pi}{4}$. **D.** $x^2-\cot x-\frac{\pi}{4}$.

Câu 26: Biết $\int\limits_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=73$. **B.** $S=71$. **C.** $S=65$. **D.** $S=68$.

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln x$ là:

A. $\frac{1}{2}\ln^2 x-\ln x-x+C$. **B.** $\ln^2 x+\ln x-x+C$.

C. $x\ln x-x+C$. **D.** $x\ln x+x+C$.

Câu 28: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(2x+3)\cos\frac{x}{2}$ là:

A. $F(x)=(4x+6)\cos\frac{x}{2}+8\sin\frac{x}{2}+C$. **B.** $F(x)=(4x+6)\sin\frac{x}{2}+8\cos\frac{x}{2}+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}(2x+3)\sin\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\cos\frac{x}{2}+C$. **D.** $F(x)=(2x+3)\sin\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}+C$.

Câu 29: Biết $\int_1^2 \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)dx = a\sqrt{2} - \ln b - c$. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 14$. **B.** $T = 18$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = 4$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{p} = (3;-2;1)$; $\vec{q} = (-1;1;-2)$; $\vec{r} = (2;1;-3)$ và $\vec{c} = (11;-6;5)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định **đúng** là:

A. $\vec{c} = 2\vec{p} - \vec{q} + 2\vec{r}$. **B.** $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} - \vec{r}$.

C. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$. **D.** $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} + \vec{r}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;-2;5)$ và hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z = 0; (Q): 2x - 3y + z + 1 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm I và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$?

A. $x + y + z - 2 = 0$. **B.** $x + y + 2z - 8 = 0$.

C. $2x + y + z - 1 = 0$. **D.** $x + 2y + z = 0.17$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1), B(1;1;5)$ Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2\sqrt{10}$. **B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 10$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 40$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 10$.

Câu 33: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2, y = \sqrt{x}$. Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình D quanh trục Ox là

A. $V = \frac{3\pi}{10}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{13\pi}{10}$. **D.** $V = \frac{3\pi}{5}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;+\infty)$ và $\int_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx = 8$. Tính tích phân $I = \int_1^2 xf(x)dx$

A. $I = 8$. **B.** $I = 16$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 2$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f(2) = 5$ và $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_0^2 xf'(x)dx$.

A. 2. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 13.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với trục Oy có phương trình là:

A. $(P): x - 1 = 0$. **B.** $(P): y - 4 = 0$.

C. $(P): z - 3 = 0$. **D.** $(P): x + 4y + 3z = 0$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(P): 2y+z=0$. **B.** $(P): 2y-z=0$. **C.** $(P): y+2z=0$. **D.** $(P): y-2z=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3); B(2;-3;4)$.Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

A. $M(1;1;0)$. **B.** $M(3;-5;7)$. **C.** $M(-3;5;0)$. **D.** $M(-2;1;0)$.

Câu 39: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $I=\int[2f(x)-1]dx$

A. $I=2F(x)-x+C$. **B.** $I=2xF(x)-x+C$.

C. $I=2F(x)-1+C$. **D.** $I=2xF(x)-1+C$.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;-2;3)$ và ba điểm $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$. Biết G là trọng tâm của ΔABC, tính tổng $T=a+b+c$

A. $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=6$. **D.** $T=9$.

Câu 41: Biết $\int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}} = \ln a - b$. Tính $P=a.b$

A. $P=\frac{1}{8}$. **B.** $P=\frac{3}{4}$. **C.** $P=-\frac{1}{8}$. **D.** $P=-\frac{3}{4}$.

Câu 42: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P)

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=1$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=1$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$.

Câu 43: Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc $a(m/s)$ thì phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với phương trình vận tốc $v(t)=-5t+a(m/s)$. Biết rằng từ lúc phanh đến khi xe dừng hẳn ô tô đi được $40m$. Tính vận tốc xe khi chưa phanh?

A. $a=40m/s$. **B.** $a=80m/s$. **C.** $a=20m/s$. **D.** $a=25m/s$.

Câu 44: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\sin x)e^x}{1+\cos x}dx = a^{\frac{\pi}{b}}$. Tình $M=2a-b$

A. $M=2(e-1)$. **B.** $4e-2$. **C.** $3-e$. **D.** $2e-1$.

Câu 45: Biết $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx = \frac{\pi}{a}+b-\frac{\sqrt{2}}{c}$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=9$. **B.** $S=7$. **C.** $S=11$. **D.** $S=5$.

Câu 46: Biết $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x^2}}dx = a\ln\left(\sqrt{3}+2\right)-b$. Tính $T=2a+b$.

A. $T=4+\sqrt{3}$. **B.** $T=4-\sqrt{3}$. **C.** $T=2+\sqrt{3}$. **D.** $T=2-\sqrt{3}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0); B(3;1;5); C(2;0;1)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $P=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;1;3)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(0;2;-1)$. **D.** $M(0;5;6)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2};2\right]$ và thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$.

Tính $I=\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}dx$

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=\frac{5}{2}$.

Câu 49: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=6-x$, $y=0$ là:

A. $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** $\frac{22}{3}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)+xf(x)=2xe^{-x^2}$. Biết $f(0)=-2$, tính $f(1)$

A. $f(1)=-\frac{2}{e}$. **B.** $f(1)=\frac{2}{e}$. **C.** $f(1)=\frac{1}{e}$. **D.** $f(1)=e$.

-----------------HẾT-----------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3D	4C	5A	6A	7C	8A	9C	10C	11A	12A	13B	14D	15D
16B	17B	18A	19C	20B	21C	22B	23C	24D	25A	26A	27C	28B	29C	30C
31A	32D	33A	34C	35B	36B	37D	38D	39A	40C	41A	42D	43C	44A	45B
46A	47B	48C	49D	50A										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. $\int [f(x)-g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

C. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.

D. $\int 2021f(x)dx = 2021\int f(x)dx$.

Lời giải

Theo tính chất của nguyên hàm thì các đáp án A, B, D đều đúng.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{2x-3}$ là:

A. $\ln|2x-3| + C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x-3| + C$.

C. $2\ln|2x-3| + C$. **D.** $-\dfrac{2}{(2x+3)^2} + C$.

Lời giải

Theo bảng nguyên hàm ta có $\int \dfrac{1}{2x-3}dx = \dfrac{1}{2}\ln|2x-3| + C$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;-2;3)$ và $\vec{b} = (2;-1;-1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định **đúng** là:

A. $[\vec{a},\vec{b}] = (-5;-7;-3)$. **B.** Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau. **D.** $|\vec{a}| = 14$.

Lời giải

Ta có $[\vec{a},\vec{b}] = (5;7;3) \neq \vec{0}$. Do đó, hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

$\vec{a}.\vec{b} = 1 \neq 0$. Do đó, hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không vuông góc.

$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = 14$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;-1;2)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy). Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=6$.

Lời giải

Ta có: $H(5;-1;0)$.

Do đó: $a+b+c=4$.

Câu 5: Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục trên $[1;4]$ và $\int_1^4 f'(x)dx=17$. Khi đó $f(4)$ bằng:

A. 29. **B.** 5. **C.** 19. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $\int_1^4 f'(x)dx=\left(f(x)\right)\Big|_1^4=f(4)-f(1)=17$.

Vậy $f(4)=f(1)+17=12+17=29$.

Câu 6: Cho $a<b<c$ và $\int_a^b f(x)dx=5;\int_b^c f(x)dx=2$. Tính $I=\int_a^c f(x)dx$

A. $I=7$. **B.** $I=3$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^c f(x)dx=\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=5+2=7$.

Câu 7: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x^3+3x^2-2, y=0, x=0, x=2$ là:

A. $S=\frac{27}{10}$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\frac{5}{2}$. **D.** $S=\frac{12}{5}$.

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y=-x^3+3x^2-2 \\ y=0 \\ x=0 \\ x=2 \end{cases}$ được tính theo công thức: $S=\int_0^2\left|-x^3+3x^2-2\right|dx$

Xét phương trình: $-x^3+3x^2-2=0$ trên $[0;2]$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(tm) \\ x=1-\sqrt{3}(l) \\ x=1+\sqrt{3}(l) \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ Bảng xét dấu:

x	0	1	2
$-x^3+3x^2-2=0$	$-$	0	$+$

$\Rightarrow S=\int_0^2\left|-x^3+3x^2-2\right|dx=-\int_0^1\left|-x^3+3x^2-2\right|dx+\int_1^2\left|-x^3+3x^2-2\right|dx=\frac{5}{2}$.

Câu 8: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+x-2; y=2x+4; x=1; x=4$ bằng $\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b$

A. $T=67$. **B.** $T=11$. **C.** $T=7$. **D.** $T=55$.

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi các đường: $\begin{cases}y=x^2+x-2\\y=2x+4\\x=1\\x=4\end{cases}$ được tính theo công thức: $S=\int_1^4\left|\left(x^2+x-2\right)-\left(2x+4\right)\right|dx$

Xét phương trình $x^2+x-2=2x+4$ với $x\in[1;4]$

$\Leftrightarrow x^2-x-6=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2(l)\\x=3\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ Bảng xét dấu:

x	1	3	4
$x^2-x-6=0$	$-$	0	$+$

$\Rightarrow S=\int_1^3\left(2x+4\right)-\left(x^2+x-2\right)dx+\int_3^4\left(x^2+x-2\right)-\left(2x+4\right)dx=\frac{22}{3}+\frac{17}{6}=\frac{61}{6}\Rightarrow\begin{cases}a=61\\b=6\end{cases}\Rightarrow T=67$.

Câu 9: Cho $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f\left(x\right)$, $g\left(x\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F'(x)=g(x)$. **B.** $g'(x)=G(x)$.

C. $F'(x)+G'(x)=f(x)+g(x)$. **D.** $F'(x).G'(x)=f(x).g(x)$.

Lời giải

Ta có: $F'(x)=f(x); G'(x)=g(x)$

Do đó $F'(x)+G'(x)=f(x)+g(x)$.

Câu 10: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{x}$ và $F(1)=1$. Tính $F(3)$?

A. $F(3)=\ln 3$. **B.** $F(3)=\ln 3+C$. **C.** $F(3)=\ln 3+1$. **D.** $F(3)=\ln 3+3$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=\ln|x|+C$; $F(1)=1$ nên $C=1$

Do đó $F(x)=\ln|x|+1$ và $F(3)=\ln 3+1$.

Câu 11: Cho $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, $d\in(a;b)$. Nếu $\int_a^d f(x)dx=5$; $\int_b^d f(x)dx=2$ thì $\int_a^b f(x)dx$ bằng:

A. 3. **B.** 7. **C.** -2. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x)dx=\int_a^d f(x)dx+\int_d^b f(x)dx=\int_a^d f(x)dx-\int_b^d f(x)dx=3$.

Câu 12: Biết $\int_1^2 \frac{x^2-2x+3}{x}dx=\frac{1}{a}+\ln b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $M=a+b$

A. $M=6$. **B.** $M=9$. **C.** $M=10$. **D.** $M=11$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 \frac{x^2-2x+3}{x}dx=\int_1^2\left(x-2+\frac{3}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-2x+3\ln x\right)\Big|_1^2=-\frac{1}{2}+3\ln 2=\frac{1}{-2}+\ln 8$.

Khi đó: $a=-2,\ b=8\Rightarrow M=a+b=-2+8=6$.

Câu 13: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn $A(1;1;-1)$, $B(5;2;1)$

A. $6x+3y-27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $8x+2y+4z+27=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4;1;2)$

Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I\left(3;\frac{3}{2};0\right)$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I\left(3;\frac{3}{2};0\right)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;1;2)$ làm véctơ pháp tuyến có dạng:

$4(x-3)+\left(y-\frac{3}{2}\right)+2z=0$

$\Leftrightarrow 4x+y+2z-\frac{27}{2}=0$

$\Leftrightarrow 8x+2y+4z-27=0.$

Câu 14: Cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(3;0;-2);R=5$. **B.** $I(3;0;-2);R=\sqrt{5}$. **C.** $I(-3;0;2);R=5$. **D.** $I(-3;0;2);R=\sqrt{5}$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Câu 15: Cho $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$. Nếu đặt $x=2\tan t$ thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $x^2+4=\frac{4}{\cos^2 t}$. **B.** $dx=2(1+\tan^2 t)dt$. **C.** $I=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{2}dt$. **D.** $I=\int_0^1\frac{1}{2}dt$.

Lời giải

Tính $I=\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$

Đặt $x=2\tan t \Rightarrow dx=\frac{2}{\cos^2 t}dt=2(1+\tan^2 t)dt \to$ B đúng.

$\Rightarrow x^2+4=4\tan^2 t+4=\frac{4}{\cos^2 t}\to$ A đúng.

Đổi cận:

x	0	2
t	0	$\pi/4$

Khi đó $I=\int_0^{\pi/4}\frac{2(1+\tan^2 t)}{4(1+\tan^2 t)}dt=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{2}dt \to$ C đúng.

Câu 16: Biết $\int_0^1 (1+x^2)^4 x dx=\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A. $S=42$. **B.** $S=41$. **C.** $S=40$. **D.** $S=43$.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 (1+x^2)^4 x dx=\frac{1}{2}\int_0^1 (1+x^2)^4 d(1+x^2)=\frac{1}{2}.\frac{(1+x^2)^5}{5}\Big|_0^1=\frac{1}{10}(32-1)=\frac{31}{10}$.

$\Rightarrow a=31; b=10$. Do đó $S=a+b=31+10=41$.

Câu 17: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4+4x^3-1$ là:

A. x^5+x^4+C. **B.** x^5+x^4-x+C.

C. $20x^3+12x^2+C$. **D.** x^5+x^4-1+C.

Lời giải

Áp dụng công thức tính nguyên hàm, ta được $\int f(x)dx=\int(5x^4+4x^3-1)dx=x^5+x^4-x+C$.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x+5}{x+2}$ là:

A. $3x-\ln|x+2|+C$. **B.** $3x+\ln|x+2|+C$.

C. $3x-4\ln|x+2|+C$. **D.** $3x+4\ln|x+2|+C$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{3x+5}{x+2}\mathrm{d}x=\int \frac{3x+6-1}{x+2}\mathrm{d}x=\int \left(3-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=3x-\ln\left|x+2\right|+C$.

Câu 19: Cho đường thẳng $a\subset (P)$ và đường thẳng $b\subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(P)//(Q)\Rightarrow a//b$. **B.** $a//b\Rightarrow (P)//(Q)$.

C. $(P)//(Q)\Rightarrow a//(Q)$ và $b//(P)$. **D.** a và b chéo nhau.

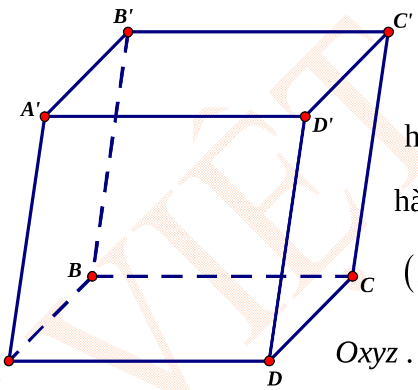
Lời giải

Đáp án C đúng.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Lời giải



Ta có:

- $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB'//DC'$

- $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD'//BC'$

Suy ra ta có: $(AB'D')//(BC'D)$.

Câu 21: Trong hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(2;0;0)$ và đi qua điểm $M(1;2;-2)$ có phương trình là

A. $(x+2)^2+y^2+z^2=3$. **B.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x-2)^2+y^2+z^2=9$. **D.** $(x-2)^2+y^2+z^2=3$.

Lời giải

Tâm $I(2;0;0)$, bán kính $R=IM=\sqrt{(1-2)^2+2^2+(-2)^2}=3$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 22: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=5+2t\,(m/s)$. Hỏi quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t_0=0\,(s)$ đến thời điểm $t=5\,(s)$?

A. $100\,m$. **B.** $50\,m$. **C.** $40\,m$. **D.** $10\,m$.

Lời giải

Quãng đường vật di chuyển được là

$$S=\int_0^5 (5+2t)\,\mathrm{d}t=\left(5t+t^2\right)\Big|_0^5=5.5+5^2=50\,m.$$

Câu 23: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=1-x^2, y=0$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay khi quay D quanh trục Ox. Biết $V=\dfrac{a}{b}\pi$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=a+b$.

A. $P=11$. **B.** $P=17$. **<u>C</u>.** $P=31$. **D.** $P=25$.

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm: $1-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

- Ta có: $V=\pi\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2dx=\pi\left(\dfrac{x^5}{5}-\dfrac{2x^3}{3}+x\right)\Big|_{-1}^{1}=\dfrac{16\pi}{15}$.

$\Rightarrow\begin{cases}a=16\\ b=15\end{cases}\Rightarrow a+b=31.$

Câu 24: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3^{2x}$ là:

A. $F(x)=\dfrac{3^{2x}}{\ln 3}+C.$ **B.** $F(x)=\dfrac{2.3^{2x}}{\ln 9}+C.$ **C.** $F(x)=\dfrac{2.3^{2x}}{\ln 3}+C.$ **<u>D</u>.** $F(x)=\dfrac{3^{2x}}{\ln 9}+C.$

Lời giải

$F(x)=\int f(x)dx=\int 3^{2x}dx=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3^{2x}}{\ln 3}+C=\dfrac{3^{2x}}{\ln 9}+C.$

Câu 25: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$

<u>A</u>. $F(x)=x^2-\cot x-\dfrac{\pi^2}{16}$. **B.** $x^2-\cot x$.

C. $x^2-\cot x+\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $x^2-\cot x-\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int f(x)dx=x^2-\cot x+C$.

Theo giả thiết: $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1\Rightarrow\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^2-\cot\dfrac{\pi}{4}+C=-1\Rightarrow C=-\dfrac{\pi^2}{16}$.

Vậy: $F(x)=x^2-\cot x-\dfrac{\pi^2}{16}$.

Câu 26: Biết $\int_0^3\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}dx=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$.

<u>A</u>. $S=73$. **B.** $S=71$. **C.** $S=65$. **D.** $S=68$.

Lời giải

- Đặt: $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow x=t^2-1\Rightarrow dx=2tdt$.

- Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=3\Rightarrow t=2$.

- Ta có: $\int\limits_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx=\int\limits_1^2 \frac{t^2-1}{t}.2tdt=2\int\limits_1^2 (t^2-1)dt=2\left(\frac{t^3}{3}-t\right)\Big|_1^2=\frac{8}{3}$.

Vậy: $S=8^2+3^2=73$.

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln x$ là:

A. $\frac{1}{2}\ln^2 x-\ln x-x+C$. **B.** $\ln^2 x+\ln x-x+C$.

C. $x\ln x-x+C$. **D.** $x\ln x+x+C$.

Lời giải

Xét $\int \ln x.dx$

Đặt: $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=dx \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=\frac{1}{x}dx \\ v=x \end{cases}\Rightarrow\int \ln x.dx=x\ln x-\int dx=x\ln x-x+C$

Câu 28: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(2x+3)\cos\frac{x}{2}$ là:

A. $F(x)=(4x+6)\cos\frac{x}{2}+8\sin\frac{x}{2}+C$. **B.** $F(x)=(4x+6)\sin\frac{x}{2}+8\cos\frac{x}{2}+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}(2x+3)\sin\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\cos\frac{x}{2}+C$. **D.** $F(x)=(2x+3)\sin\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}+C$.

Lời giải

Xét $F(x)=\int(2x+3)\cos\frac{x}{2}dx$

Đặt: $\begin{cases} u=2x+3 \\ dv=\cos\frac{x}{2}dx \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=2dx \\ v=2\sin\frac{x}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow F(x)=(2x+3)2\sin\frac{x}{2}-\int 4\sin\frac{x}{2}dx=(4x+6)\sin\frac{x}{2}+8\cos\frac{x}{2}+C.$

Câu 29: Biết $\int\limits_1^2\left(3\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)dx=a\sqrt{2}-\ln b-c$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=14$. **B.** $T=18$. **C.** $T=8$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Ta có:

$$\int_1^2\left(3\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)dx=\left.\left(3.\frac{2.\sqrt{x^3}}{3}-\ln|x|\right)\right|_1^2=4\sqrt{2}-\ln 2-2$$

Do đó: $a=4,b=2,c=2$.

Vậy $T=4+2+2=8$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{p}=(3;-2;1)$; $\vec{q}=(-1;1;-2)$; $\vec{r}=(2;1;-3)$ và $\vec{c}=(11;-6;5)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định **đúng** là:

A. $\vec{c}=2\vec{p}-\vec{q}+2\vec{r}$. **B.** $\vec{c}=2\vec{p}-3\vec{q}-\vec{r}$.

C. $\vec{c}=2\vec{p}-3\vec{q}+\vec{r}$. **D.** $\vec{c}=3\vec{p}-2\vec{q}+\vec{r}$.

Lời giải

Giả sử $\vec{c}=a\vec{p}+b\vec{q}+c\vec{r}$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}11=3a-b+2c\\-6=-2a+b+c\\5=a-2b-3c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-3\\c=1\end{cases}.$$

Vậy $\vec{c}=2\vec{p}-3\vec{q}+\vec{r}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;-2;5)$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y-3z=0;(Q):2x-3y+z+1=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm I và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$?

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $x+y+2z-8=0$.

C. $2x+y+z-1=0$. **D.** $x+2y+z=0.17$.

Lời giải

Ta có VTPT của mp (P) là $\overrightarrow{n_1}(1;2;-3)$; VTPT của mp (Q) là $\overrightarrow{n_1}(2;-3;1)$

$\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(-7;-7;-7)=-7(1;1;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $I(-1;-2;5)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm VTPT có phương trình là :
$x+y+z-2=0$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(1;1;5)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=2\sqrt{10}$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=10$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=40$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=10$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB thì $I\left(1;2;2\right)$. Ta có $AB=\sqrt{\left(1-1\right)^2+\left(1-3\right)^2+\left(5+1\right)^2}=2\sqrt{10}$.

Mặt cầu đường kính AB nhận I làm trung điểm và có bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$ nên có phương trình là $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-2\right)^2=10$.

Câu 33: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2, y=\sqrt{x}$. Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình D quanh trục Ox là

A. $V=\frac{3\pi}{10}$. **B.** $V=\frac{13\pi}{15}$. **C.** $V=\frac{13\pi}{10}$. **D.** $V=\frac{3\pi}{5}$.

Lời giải

Phương trình hoành ộ giao điểm $x^2=\sqrt{x}\Leftrightarrow x^4=x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay $V=\pi\int\limits_0^1\left|\left(x^2\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2\right|dx=\frac{3\pi}{10}$.

Câu 34: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;+\infty\right)$ và $\int\limits_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=8$. Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 xf\left(x\right)dx$

A. $I=8$. **B.** $I=16$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=8$.

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Leftrightarrow 2tdt=dx$.

Đổi cận

x	0 3
t	1 2

$\int\limits_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=\int\limits_1^2 f\left(t\right)2tdt=2\int\limits_1^2 f\left(t\right)tdt=8\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f\left(t\right)tdt=4$

Hay $I=\int\limits_1^2 xf\left(x\right)dx=4$.

Câu 35: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f\left(2\right)=5$ và $\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx=3$. Tính $I=\int\limits_0^2 xf'\left(x\right)dx$.

A. 2. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 13.

Lời giải

Xét tích phân $I=\int_0^2 xf'(x)dx$

Đặt $\begin{cases} u=x\Rightarrow du=dx \\ dv=f'(x)dx\Rightarrow v=f(x) \end{cases}$

$\Rightarrow I=\int_0^2 xf'(x)dx=x.f(x)\Big|_0^2-\int_0^2 f(x)dx=2.f(2)-3=2.5-3=7$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho điểm $M(1;4;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với trục Oy có phương trình là:

A. $(P): x-1=0$.　　**B.** $(P): y-4=0$.

C. $(P): z-3=0$.　　**D.** $(P): x+4y+3z=0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;4;3)$ và vuông góc với trục Oy nên có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;1;0)$.

$\Rightarrow (P): 0(x-1)+1(y-4)+0(z-3)=0 \Leftrightarrow y-4=0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(P): 2y+z=0$.　　**B.** $(P): 2y-z=0$.

C. $(P): y+2z=0$.　　**D.** $(P): y-2z=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) chứa trục $Ox \Rightarrow (P): By+Cz=0$, $(B^2+C^2\neq 0)$

Gọi I là tâm mặt cầu $(S)\Rightarrow I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=3=r$, do đó mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1;-2;-1)$ của mặt cầu (S) $\Rightarrow -2B-C=0\Rightarrow C=-2B\Rightarrow (P): By-2Bz=0$ hay $(P): y-2z=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3); B(2;-3;4)$.Tìm điểm $M\in(Oxy)$ sao cho ba điểm A,B,M thẳng hàng

A. $M(1;1;0)$.　　**B.** $M(3;-5;7)$.

C. $M(-3;5;0)$.　　**D.** $M(-2;1;0)$.

Lời giải

Ta có: $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x;y;0)$

$\overrightarrow{AB} = (1;-1;1); \overrightarrow{AM} = (x-1;y+2;-3)$

A,B,M thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}$ cùng phương $\Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{-3}{1} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow M(-2;1;0)$.

Câu 39: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $I = \int [2f(x)-1]dx$

A. $I = 2F(x) - x + C$. **B.** $I = 2xF(x) - x + C$.

C. $I = 2F(x) - 1 + C$. **D.** $I = 2xF(x) - 1 + C$.

Lời giải

Ta có $I = 2\int f(x)dx - \int dx = 2F(x) - x + C$.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;-2;3)$ và ba điểm $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$. Biết G là trọng tâm của ΔABC, tính tổng $T = a+b+c$

A. $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=6$. **D.** $T=9$.

Lời giải

Ta có $a=3; b=-6; c=9 \Rightarrow T=6$.

Câu 41: Biết $\int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}} = \ln a - b$. Tính $P = a.b$

A. $P = \frac{1}{8}$. **B.** $P = \frac{3}{4}$. **C.** $P = -\frac{1}{8}$. **D.** $P = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}} = \ln a - b$.

Đặt $t = \sqrt{4x+1} \Rightarrow t^2 = 4x+1 \Rightarrow tdt = 2dx$

Với $x=2 \Rightarrow t=3$. Với $x=6 \Rightarrow t=5$

Từ đó ta có:

$$I = \int_3^5 \frac{t}{2} \cdot \frac{dt}{\frac{t^2-1}{2}+1+t} = \int_3^5 \frac{tdt}{t^2-1+2+2t} = \int_3^5 \frac{tdt}{(t+1)^2} = \int_3^5 \frac{(t+1-1)dt}{(t+1)^2} = \int_3^5 \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2}\right)dt$$

$$= \ln|t+1| + \frac{1}{t+1}\Big|_3^5 == \ln 6 + \frac{1}{6} - \ln 4 - \frac{1}{4} = \ln\frac{3}{2} - \frac{1}{12}$$

Từ đó ta có: $a = \frac{3}{2}; b = \frac{1}{12} \Rightarrow a.b = \frac{1}{8}$.

Câu 42: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P)

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=1$.

B. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=1$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

D. $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$.

Lời giải

Gọi phương trình mặt cầu có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với tâm $I(a;b;c); R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$. Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b+c-2=0 \\ 4+0+1-4a-2c+d=0 \\ 1-2a+d=0 \\ 1+1+1-2a-2b-2c+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=2 \\ -4a-2c+d=-5 \\ -2a+d=-1 \\ -2a-2b-2c+d=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow (x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1.$$

Câu 43: Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc $a(m/s)$ thì phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với phương trình vận tốc $v(t)=-5t+a(m/s)$. Biết rằng từ lúc phanh đến khi xe dừng hẳn ô tô đi được $40m$. Tính vận tốc xe khi chưa phanh?

A. $a=40m/s$.

B. $a=80m/s$.

C. $a=20m/s$.

D. $a=25m/s$.

Lời giải

Ta có $-5t+a=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{a}{5}$

$$S=40 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{a}{5}} v(t)dt=40 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{a}{5}}(-5t+a)dt=40 \Leftrightarrow \left(\frac{-5t^2}{2}+at\right)\Bigg|_0^{\frac{a}{5}}=40$$

$$\Leftrightarrow \frac{-5\frac{a^2}{25}}{2}+\frac{a^2}{5}=40 \Leftrightarrow \frac{-a^2}{10}+\frac{a^2}{5}=40 \Leftrightarrow \frac{a^2}{10}=40 \Leftrightarrow a^2=400 \Leftrightarrow a=20.$$

Câu 44: Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\sin x)e^x}{1+\cos x}dx=a^{\frac{\pi}{b}}$. Tính $M=2a-b$

A. $M=2(e-1)$.

B. $4e-2$

C. $3-e$.

D. $2e-1$.

Lời giải

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\sin x)e^x}{1+\cos x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{1+\cos x}dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x.e^x}{1+\cos x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{1+\cos x}dx+I_1$$

Tính I_1

Đặt $\begin{cases} u=\dfrac{\sin x}{1+\cos x} \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{1}{1+\cos x}dx \\ v=e^x \end{cases}$

$$I_1=\frac{\sin x}{\cos x+1}.e^x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\frac{1}{1+\cos x}dx$$

Khi đó $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{e^x}{1+\cos x}dx+\frac{\sin x}{\cos x+1}e^x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{e^x}{1+\cos x}dx=e^{\frac{\pi}{2}}$

Vậy $a=e,b=2$. Khi đó $M=2a-b=2e-2=2(e-1)$.

Câu 45: Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx=\frac{\pi}{a}+b-\frac{\sqrt{2}}{c}$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=9$. **B.** $S=7$. **C.** $S=11$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Ta có: $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx=\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\frac{(1+x)^2}{(1-x)(1+x)}}dx=\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

Đặt $x=\sin t,\ t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. Suy ra $dx=\cos tdt$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

Ta được: $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1+\sin t}{\sqrt{1-\sin^2 t}}.\cos tdt=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\sin t)dt=(t-\cos t)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{4}+1-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S=a+b+c=7$.

Câu 46: Biết $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x^2}}dx=a\ln\left(\sqrt{3}+2\right)-b$. Tính $T=2a+b$.

A. $T=4+\sqrt{3}$. **B.** $T=4-\sqrt{3}$. **C.** $T=2+\sqrt{3}$. **D.** $T=2-\sqrt{3}$.

Lời giải

□ Tìm $\displaystyle\int\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx$?

Ta có : $\displaystyle\int\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx=\int d\left(\sqrt{1+x^2}\right)=\sqrt{1+x^2}+C$.

□ Tính $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\frac{x\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x^2}}dx$?

Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\\ dv=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx\\ v=\sqrt{1+x^2}\end{cases}$.

Ta được

$$I=\sqrt{1+x^2}\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\Big|_0^{\sqrt{3}}-\int\limits_0^{\sqrt{3}}dx$$

$$=\sqrt{1+x^2}\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\Big|_0^{\sqrt{3}}-x\Big|_0^{\sqrt{3}}$$

$$=2\ln\left(\sqrt{3}+2\right)-\sqrt{3}$$

Vậy $T=2a+b=4+\sqrt{3}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0);B(3;1;5);C(2;0;1)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $P=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;1;3)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(0;2;-1)$. **D.** $M(0;5;6)$.

Lời giải

Với mọi điểm I bất kỳ ta có:

$$P=MA^2+MB^2+MC^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$

$$=3MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+IA^2+IB^2+IC^2$$

Ta chọn điểm $I(2;1;2)$ là trọng tâm tam giác ABC thì ta có:

$$P=3MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+IA^2+IB^2+IC^2==3MI^2+IA^2+IB^2+IC^2$$

Vì các điểm I,A,B,C cố định nên P đạt giá trị nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất. Vậy M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0;1;2)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2};2\right]$ và thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$.

Tính $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}dx$

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$ nên $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{3}{x}\Leftrightarrow 2f\left(\frac{1}{x}\right)+4f(x)=\frac{6}{x}$.

Từ đó ta có: $3f(x)=\frac{6}{x}-3x\Leftrightarrow f(x)=\frac{2}{x}-x$.

Vậy: $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}dx=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\left(\frac{2}{x^2}-1\right)dx=\left(-\frac{2}{x}-x\right)\Bigg|_{\frac{1}{2}}^{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 49: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=6-x$, $y=0$ là:

A. $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** $\frac{22}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ và $y=6-x$ là

$$\sqrt{x}=6-x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 6\\ x=(6-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 6\\ \left[\begin{array}{l}x=9\\ x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=4$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ và $y=0$ là

$$\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=6-x$ và $y=0$ là

$$6-x=0\Leftrightarrow x=6$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int\limits_0^4\sqrt{x}dx+\int\limits_4^6(6-x)dx=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big|_0^4+\left(6x-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_4^6=\frac{22}{3}.$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)+xf(x)=2xe^{-x^2}$. Biết $f(0)=-2$, tính $f(1)$

A. $f(1)=-\frac{2}{e}$. **B.** $f(1)=\frac{2}{e}$. **C.** $f(1)=\frac{1}{e}$. **D.** $f(1)=e$.

Lời giải

Ta có

$$f'(x)+xf(x)=2xe^{-x^2} \Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}}f'(x)+xe^{\frac{x^2}{2}}f(x)=2xe^{-x^2}e^{\frac{x^2}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \left(e^{\frac{x^2}{2}}f(x)\right)'=2xe^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{2}}f(x)=\int 2xe^{-\frac{x^2}{2}}dx$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}}f(x)=-2e^{-\frac{x^2}{2}}+C$$

Mà $f(0)=-2 \Rightarrow C=0$. Suy ra $f(x)=-2e^{-x^2} \Rightarrow f(1)=-\frac{2}{e}$.

ĐỀ SỐ 28 — **ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^4+x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **B.** $4x^3+2x$. **C.** $4x^3+2x+C$. **D.** x^5+x^3+C.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\sin x$ và $f\left(0\right)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+15$. **B.** $f\left(x\right)=3x-5\cos x+5$.

C. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+2$. **D.** $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=7^x$ là

A. $\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $x.7^{x-1}+C$. **C.** $7^x.\ln x+C$. **D.** $\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2x+3}$.

A. $\ln\left|2x+3\right|+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+C$. **C.** $\frac{1}{x^2+3x}+C$. **D.** $\frac{-2}{\left(2x+3\right)^2}+C$.

Câu 5: Cho $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=5x^4+\frac{1}{x^3}$ thỏa mãn $F\left(1\right)=0$. Tìm $F\left(x\right)$.

A. $F\left(x\right)=x^5-\frac{3}{2x^2}+\frac{1}{2}$. **B.** $F\left(x\right)=x^5-\frac{3}{x^2}+2$.

C. $F\left(x\right)=x^5-\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{2}$. **D.** $F\left(x\right)=x^5+\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{2}$.

Câu 6: $\int\left(x^3+1\right)^{10}x^2\mathrm{d}x$ bằng

A. $10\left(x^3+1\right)^9+C$. **B.** $\frac{1}{33}\left(x^3+1\right)^{11}+C$. **C.** $\frac{1}{11}\left(x^3+1\right)^{11}+C$. **D.** $\frac{1}{10}\left(x^3+1\right)^9+C$.

Câu 7: $\int\sin^{10}x.\cos x\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$. **B.** $\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$.

C. $10\sin^9x.\cos x+C$. **D.** $\frac{1}{11}\sin^{11}x+C$.

Câu 8: Biết $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\mathrm{e}^{\tan x}}{\cos^2x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}$. Tìm $F\left(x\right)$.

A. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}-1$. **B.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}-\mathrm{e}$. **C.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}$. **D.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}+\mathrm{e}-1$.

Câu 9: **[Mức độ 2]** $\int\left(x+1\right).\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $x.\mathrm{e}^x+C$. **B.** $(x+2).\mathrm{e}^x+C$. **C.** $(x-1).\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\left(\frac{1}{2}x^2+x\right).\mathrm{e}^x+C$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3\ln x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{16}+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4\ln x+\frac{x^4}{16}+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{12}+C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4\left(\ln x-\frac{3}{4}\right)+C$.

Câu 11: Biết $\int\limits_1^2\frac{\mathrm{d}x}{3x-1}=\frac{1}{a}\ln\frac{b}{2}$ thì a^2+b bằng

A. 8. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 12: Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(f(x)+2\sin x\right)\mathrm{d}x$

A. $I=5+\pi$. **B.** $I=5+2\pi$. **C.** $I=3$. **D.** $I=7$.

Câu 13: Biết $I=\int\limits_0^1\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $I=2$. **B.** $I=\left(x^3+x\right)\Big|_0^1$. **C.** $I=\int\limits_1^2\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x$. **D.** $I=\int\limits_0^1\left(3u^2+1\right)\mathrm{d}u$.

Câu 14: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{-a}^a f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_0^a f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$ với $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x$.

D. Nếu $f(x)\ge 0\ \forall x\in[a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\ge 0$.

Câu 15: Nếu đổi biến $t=\tan x$ thì tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{e}^{\tan x}.\frac{1}{\cos^2x}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $I=\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$. **C.** $I=-\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$.

Câu 16: Cho $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=36$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 17: Biết $\int\limits_0^3\frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$

A. $S=73$. **B.** $S=71$. **C.** $S=65$. **D.** $S=68$.

Câu 18: Biết $\int_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,dx=\frac{a}{b}\pi+c\sqrt{3}$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b+c$

A. $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=7$. **D.** $T=6$.

Câu 19: Biết $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,dx=a\pi-b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính $T=a+b$.

A. $T=5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=3$. **D.** $T=2$.

Câu 20: Biết $\int_{1}^{2}\ln x.dx=a\ln 2-b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính tổng $T=a+b$

A. $T=4$. **B.** $T=3$. **C.** $T=6$. **D.** $T=5$.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. Vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là

A. $(-2;3;1)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox, khi đó H có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(x;y;z)$, $B(x';y';z')$. Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là:

A. $\overrightarrow{AB}=(x'+x;y'+y;z'+z)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(x'-x;y'-y;z'-z)$.

C. $\overrightarrow{AB}=(x-x';y-y';z-z')$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\left((x-x')^2;(y-y')^2;(z-z')^2\right)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-1)$ và vectơ $\vec{u}=(3;0;2)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

A. $B(-3;2;-3)$. **B.** $B(3;2;1)$.

C. $B=(3;4;1)$. **D.** $B=(-3;2;1)$.

Câu 25: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;3)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Oy.

A. $A'(2;1;-3)$. **B.** $A'(-2;-1;3)$. **C.** $A'(2;0;-3)$. **D.** $A'(-2;0;3)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}=(1;0;-2)$ và $\vec{b}=(2;-1;3)$. Tích có hướng của hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một vecto có tọa độ là:

A. $(2;7;1)$. **B.** $(-2;7;-1)$. **C.** $(2;-7;1)$. **D.** $(-2;-7;-1)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Xác định bán kính R của mặt cầu (S)?

A. $R=3$. **B.** $R=6$. **C.** $R=9$. **D.** $R=18$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+3=0$.

A. $R=9$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=2$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I \in Ox$ và đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-3;4;2)$

A. $(x+3)^2+y^2+z^2=20$. **B.** $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x+2)^2+y^2+z^2=16$. **D.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3,\ 2,\ 1)$. **B.** $\vec{n}=(-1,\ 2,\ 3)$. **C.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ -3)$. **D.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ 3)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$ là

A. $2x-z+15=0$. **B.** $2x+y+z-3=0$.

C. $2x-z-3=0$. **D.** $2x-z-5=0$.

Câu 32: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $A(1;1;-1), B(5;2;1)$ là

A. $6x+3y-27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $8x+2y+4z+27=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$, $y=x$, $x=-2$, $x=2$ là:

A. $S=9$. **B.** $S=8$. **C.** $S=7$. **D.** $S=6$.

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x, y=x-x^2$ là

A. $S=\dfrac{10}{3}$. **B.** $S=\dfrac{9}{8}$. **C.** $S=12$. **D.** $S=6$.

Câu 35: Nếu đặt $t=\cos x$ thì tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x.dx$ trở thành:

A. $I=\int_1^0 (1-t^2)^3\,dt$. **B.** $I=\int_0^{\frac{1}{2}} (t^2-1)^3\,dt$.

C. $I=\int_0^1 (1-t^2)^3\,dt$. **D.** $I=\int_0^1 (t^2-1)^3\,dt$.

Câu 36: Cho $I=\int_0^2 \dfrac{dx}{x^2+4}$. Nếu đặt $x=2\tan t$ thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $x^2+4=\dfrac{4}{\cos^2 x}$ **B.** $dx=2(1+\tan^2 t)dt$ **C.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{1}{2}dt$ **D.** $I=\int_0^1 \dfrac{1}{2}dt$

Câu 37: Biết $\int_1^e \left(3x^2+2x\right)\ln x.dx=\frac{a}{b}e^3+\frac{e^2}{c}+\frac{5}{6};a,b,c\in\mathbb{N}$ và là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Câu 38: Giá trị của $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$:

A. $\frac{2-e}{e}$. **B.** $\frac{e-2}{e}$. **C.** $1+\frac{2}{e}$. **D.** $\frac{e+1}{e}$.

Câu 39: Biết $\int_0^1 \frac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Câu 40: Cho $\int_{16}^{55}\frac{dx}{x.\sqrt{x+9}}=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=-c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $a+b=3c$. **D.** $a-b=-3c$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$, (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $r=3$. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(P):y-2z=0$. **B.** $(P):2y+z=0$. **C.** $(P):2y-z=0$. **D.** $(P):y+2z=0$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có phương trình là

A. $(P):3y+z=0$. **B.** $(P):3x+y=0$. **C.** $(P):y-3z=0$. **D.** $(P):y+3z=0$.

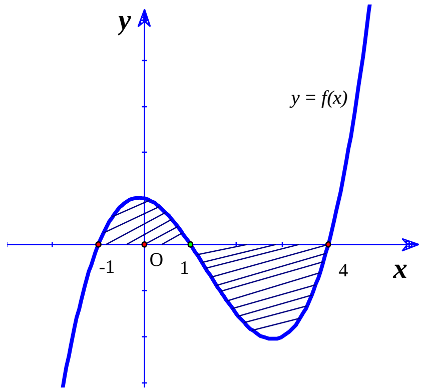
Câu 44: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s=\frac{1}{2}\left(t^4+3t^2\right)$ với t tính bằng giây, s tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=4$.

A. $140\ (m/s)$. **B.** $150\ (m/s)$. **C.** $200\ (m/s)$. **D.** $0\ (m/s)$.

Câu 45: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=3t+2\ (m/s)$. Biết tại thời điểm $t=2$ thì vật đi được quãng đường là $10\,m$. Hỏi tại thời điểm $t=30$ vật đi được quãng đường bao nhiêu?

A. $1410\,m$. **B.** $1140\,m$. **C.** $300\,m$. **D.** $240\,m$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.
B. $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.
C. $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.
D. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1,2]$, thỏa mãn $f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$. Giá trị tích phân $I=\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 8.

Câu 48: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $f(\ln x)+f(1-\ln x)=x$. Tính $I=\int_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2(e-1)}{3}$. **B.** $\frac{e}{2}$. **C.** $\frac{e+1}{2}$. **D.** $\frac{e-1}{2}$.

Câu 49: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+5\ (C)$ và hai tiếp tuyến của (C) tại các tiếp điểm $A(1;2)$; $B(4;5)$ là

A. $S=\frac{11}{4}$. **B.** $S=\frac{9}{4}$. **C.** $S=\frac{15}{4}$. **D.** $S=\frac{13}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x.\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. 20. **B.** $4\sqrt{11}$. **C.** 12. **D.** $3\sqrt{11}$.

----------------HẾT----------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.B	5.C	6.B	7.D	8.C	9.A	10.A

11.B	12.D	13.C	14.D	15.B	16.D	17.A	18.D	19.D	20.B
21.D	22.B	23.B	24.B	25.A	26.D	27.A	28.D	29.A	30.D
31.B	32.B	33.B	34.B	35.C	36.D	37.D	38.B	39.B	40.A
41.B	42.A	43.D	44.A	45.A	46.C	47.A	48.D	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^4+x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **B.** $4x^3+2x$. **C.** $4x^3+2x+C$. **D.** x^5+x^3+C.

Lời giải

Ta có $\int\left(x^4+x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$.

Câu 2. Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\sin x$ và $f\left(0\right)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+15$. **B.** $f\left(x\right)=3x-5\cos x+5$.

C. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+2$. **D.** $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=3-5\sin x\Rightarrow f\left(x\right)=\int\left(3-5\sin x\right)\mathrm{d}x=3x+5\cos x+C$.

Mặt khác $f\left(0\right)=10\Rightarrow 3.0+5\cos 0+C=10\Leftrightarrow 5+C=10\Leftrightarrow C=5$.

Vậy $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=7^x$ là

A. $\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $x.7^{x-1}+C$. **C.** $7^x.\ln x+C$. **D.** $\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Lời giải

Ta có $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Câu 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2x+3}$.

A. $\ln\left|2x+3\right|+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+C$. **C.** $\frac{1}{x^2+3x}+C$. **D.** $\frac{-2}{\left(2x+3\right)^2}+C$.

Lời giải

C1: Sử dụng công thức nguyên hàm $\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C.$

Ta có: $\int f(x)dx = \int \frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln|2x+3| + C.$

C2: Sử dụng vi phân: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \frac{1}{2x+3}\mathrm{d}(2x+3) = \frac{1}{2}\ln|2x+3| + C.$

Câu 5. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + \frac{1}{x^3}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = x^5 - \frac{3}{2x^2} + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = x^5 - \frac{3}{x^2} + 2$.

C. $F(x) = x^5 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}$.

D. $F(x) = x^5 + \frac{1}{2x^2} - \frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int \left(5x^4 + \frac{1}{x^3}\right)\mathrm{d}x = x^5 - \frac{1}{2x^2} + C.$

$F(1) = 0 \Rightarrow 1^5 - \frac{1}{2.1^2} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}.$

Vậy $F(x) = x^5 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}.$

Câu 6. $\int (x^3+1)^{10} x^2\mathrm{d}x$ bằng

A. $10(x^3+1)^9 + C$. **B.** $\frac{1}{33}(x^3+1)^{11} + C$. **C.** $\frac{1}{11}(x^3+1)^{11} + C$. **D.** $\frac{1}{10}(x^3+1)^9 + C$.

Lời giải

C1: Xét $I = \int (x^3+1)^{10} x^2\mathrm{d}x$.

Đặt $t = x^3 + 1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 3x^2\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}t}{3} = x^2\mathrm{d}x$

$\Rightarrow I = \int t^{10}.\frac{1}{3}\mathrm{d}t = \frac{1}{3}.\frac{t^{11}}{11} + C = \frac{t^{11}}{33} + C.$

Vậy $\int (x^3+1)^{10} x^2\mathrm{d}x = \frac{(x^3+1)^{11}}{33} + C.$

C2: Sử dụng vi phân:

$$\int\left(x^3+1\right)^{10}x^2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int\left(x^3+1\right)^{10}\mathrm{d}\left(x^3+1\right)=\frac{1}{3}.\frac{\left(x^3+1\right)^{11}}{11}+C=\frac{\left(x^3+1\right)^{11}}{33}+C.$$

Câu 7. $\int\sin^{10}x.\cos x\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$.

B. $\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$.

C. $10\sin^9 x.\cos x+C$.

D. $\frac{1}{11}\sin^{11}x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\sin^{10}x.\cos x\mathrm{d}x=\int\sin^{10}x\mathrm{d}\left(\sin x\right)=\frac{1}{11}\sin^{11}x+C$.

Câu 8. Biết $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\mathrm{e}^{\tan x}}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}$. Tìm $F\left(x\right)$.

A. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}-1$.

B. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}-\mathrm{e}$.

C. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}$.

D. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}+\mathrm{e}-1$.

Lời giải

Cách 1:

Theo đề bài ta có: $F\left(x\right)=\int\frac{\mathrm{e}^{\tan x}}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\mathrm{e}^{\tan x}\mathrm{d}\left(\tan x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}+C$.

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}\Leftrightarrow\mathrm{e}^{\tan\frac{\pi}{4}}+C=\mathrm{e}\Leftrightarrow C=0$.

Vậy $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}$.

Cách 2:

Đặt $t=\tan x\Rightarrow\mathrm{d}t=\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

Khi đó $F\left(x\right)$ trở thành $\int\mathrm{e}^t\mathrm{d}t=\mathrm{e}^t+C$

$\Rightarrow F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}+C$.

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}\Leftrightarrow\mathrm{e}^{\tan\frac{\pi}{4}}+C=\mathrm{e}\Leftrightarrow C=0$.

Vậy $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}$.

Cách 3:

$F(x)=\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx=\int\left(e^{\tan x}\right)'dx=e^{\tan x}+C$.

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=e \Leftrightarrow e^{\tan\frac{\pi}{4}}+C=e \Leftrightarrow C=0$.

Vậy $F(x)=e^{\tan x}$.

Câu 9. **[Mức độ 2]** $\int (x+1).e^x dx$ bằng

A. $x.e^x+C$. **B.** $(x+2).e^x+C$. **C.** $(x-1).e^x+C$. **D.** $\left(\frac{1}{2}x^2+x\right).e^x+C$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u=x+1 \\ dv=e^x.dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=dx \\ v=e^x \end{cases}$.

Ta có: $\int (x+1).e^x dx=(x+1).e^x-\int e^x dx=(x+1).e^x-e^x+C=x.e^x+C$.

Cách 2.

$\int (x+1).e^x dx=\int\left(x.e^x+e^x\right)dx=\int\left(x.e^x\right)'dx=x.e^x+C$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3\ln x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{16}+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4\ln x+\frac{x^4}{16}+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{12}+C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4\left(\ln x-\frac{3}{4}\right)+C$.

Lời giải

Xét $I=\int x^3\ln x dx$

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=x^3dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{1}{x}dx \\ v=\frac{x^4}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow I=\frac{x^4}{4}.\ln x-\int\frac{x^3}{4}dx=\frac{x^4}{4}.\ln x-\frac{x^4}{16}+C$.

Câu 11. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{3x-1}=\frac{1}{a}\ln\frac{b}{2}$ thì a^2+b bằng

A. 8. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^2 \frac{dx}{3x-1} = \frac{1}{3}\ln|3x-1|\Big|_1^2 = \frac{1}{3}\ln 5 - \frac{1}{3}\ln 2 = \frac{1}{3}\ln\frac{5}{2} \Rightarrow a=3; b=5$.

Vậy $a^2+b=3^2+5=14$.

Câu 12. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(f(x)+2\sin x)dx$

A. $I=5+\pi$. **B.** $I=5+2\pi$. **C.** $I=3$. **D.** $I=7$.

Lời giải

$$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(f(x)+2\sin x)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx - 2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5+2=7.$$

Câu 13. Biết $I=\int\limits_0^1 (3x^2+1)dx$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $I=2$. **B.** $I=(x^3+x)\Big|_0^1$. **C.** $I=\int\limits_1^2(3x^2+1)dx$. **D.** $I=\int\limits_0^1(3u^2+1)du$.

Lời giải

Ta có:

$$I=\int\limits_0^1(3x^2+1)dx=\left(3.\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1=(x^3+x)\Big|_0^1=(1^3+1)-0=2$$

Suy ra, đáp án **A, B** là những khẳng định **đúng**.

Mặt khác, tích phân của hàm số f từ a đến b có thể kí hiệu bởi $\int\limits_a^b f(x)dx$ hay $\int\limits_a^b f(u)du$. Tích phân đó chỉ phụ thuộc vào f và vào các cận $a;b$ mà không phụ thuộc vào biến số x hay u.

Do đó, đáp án **D** là một khẳng định **đúng**.

Vậy khẳng định **sai** ở bài này là đáp án **C**, suy ra chọn đáp án **C.**

Câu 14 . Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $\int\limits_a^b f(x).g(x)dx=\int\limits_a^b f(x)dx.\int\limits_a^b g(x)dx$.

B. $\int\limits_{-a}^a f(x)dx=2\int\limits_0^a f(x)dx$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx=F(b)+F(a)$ với $F(x)=\int f(x)dx$.

D. Nếu $f(x)\ge 0\ \ \forall x\in[a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\ge 0$.

Lời giải

Nếu $f(x)=0\ \ \forall x\in[a;b]$ thì $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b 0\mathrm{d}x=C\Big|_a^b=0$

Nếu $f(x)\ge 0$, gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$.

Ta có: $F'(x)=f(x)\ge 0$ trên đoạn $[a;b]$ nên $F(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$

Mặt khác $a<b\Rightarrow F(a)<F(b)$

$\Rightarrow\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)>0$

Vậy $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\ge 0$.

Câu 15. Nếu đổi biến $t=\tan x$ thì tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{e}^{\tan x}.\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $I=\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$. **C.** $I=-\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Đặt $t=\tan x\Rightarrow\mathrm{d}t=\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$.

$x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow t=1$.

Khi đó $I=\int\limits_0^1\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$.

Câu 16. Cho $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=36$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Đặt $t=3x\Rightarrow\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$.

Đổi cận: với $x=0\Rightarrow t=0$ và $x=2\Rightarrow t=6$.

Do đó $I=\int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^6 f(t)\frac{\mathrm{d}t}{3}=\frac{1}{3}\int\limits_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Vậy $I=\int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x=\frac{12}{3}=4$.

Câu 17. Biết $\int\limits_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$

A. $S=73$. **B.** $S=71$. **C.** $S=65$. **D.** $S=68$.

Lời giải

$I=\int\limits_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=3\Rightarrow t=2$

Khi đó: $I=\int\limits_1^2 \frac{t^2-1}{t}.2t\mathrm{d}t=2\int\limits_1^2\left(t^2-1\right)\mathrm{d}t=2\left(\frac{t^3}{3}-t\right)\Bigg|_1^2=\frac{8}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=8\\b=3\end{cases}\Rightarrow S=73.$

Câu 18. Biết $\int\limits_{-1}^1\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\pi+c\sqrt{3}$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b+c$

A. $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=7$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Đặt $x=2\sin t\ \Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t$

Đổi cận :

$x=-1\Rightarrow t=\frac{-\pi}{6}$

$x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$

$\int\limits_{-1}^1\sqrt{4-x^2}dx=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-4\sin^2 t}\,2\cos t\,dt$

$=\int\limits_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}4\left|\cos t\right|\cos t\,dt$

$$=4\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 t\,dt$$

$$=2\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2x)\,dx$$

$$=2\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg|_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}.$$

Suy ra $a=2, b=3, c=1$, $T=a+b+c=2+3+1=6$.

Câu 19. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,\mathrm{d}x=a\pi-b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính $T=a+b$.

A. $T=5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=3$. **D.** $T=2$.

Lời giải

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\,\mathrm{d}(\sin x)=(2x+1)\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,\mathrm{d}x$$

$$=\left[(2x+1)\sin x+2\cos x\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi-1$$

Suy ra $a=1, b=1$. Vậy $T=2$.

Câu 20. Biết $\int_1^2 \ln x.\mathrm{d}x=a\ln 2-b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính tổng $T=a+b$

A. $T=4$. **B.** $T=3$. **C.** $T=6$. **D.** $T=5$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$

Ta có:

$$\int_1^2\ln x.\mathrm{d}x=x\ln x\Big|_1^2-\int_1^2 x.\frac{1}{x}.\mathrm{d}x=2\ln 2-\int_1^2\mathrm{d}x=2\ln 2-x\Big|_1^2=2\ln 2-1$$

Theo giả thiết $\int_1^2\ln x.\mathrm{d}x=a\ln 2-b$

Do đó $a=2;\ b=1$. Vậy $T=2+1=3$.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. Vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là

A. $(-2;3;1)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Do $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ nên vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox, khi đó H có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Do H là hình chiếu vuông góc của $M(1;2;3)$ trên trục Ox nên $H(1;0;0)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(x;y;z)$, $B(x';y';z')$. Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là:

A. $\overrightarrow{AB}=(x'+x;y'+y;z'+z)$.

B. $\overrightarrow{AB}=(x'-x;y'-y;z'-z)$.

C. $\overrightarrow{AB}=(x-x';y-y';z-z')$.

D. $\overrightarrow{AB}=\left((x-x')^2;(y-y')^2;(z-z')^2\right)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(x'-x;y'-y;z'-z)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-1)$ và vectơ $\vec{u}=(3;0;2)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

A. $B(-3;2;-3)$.

B. $B(3;2;1)$.

C. $B=(3;4;1)$.

D. $B=(-3;2;1)$.

Lời giải

Gọi $B(x;y;z)$ là điểm cần tìm.

$\overrightarrow{AB}=(x;y-2;z+1)$.

$$\overrightarrow{AB}=\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y-2=0\\z+1=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\\z=1\end{cases}.$$

Vậy $B=(3;2;1)$.

Câu 25. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;3)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Oy.

A. $A'(2;1;-3)$. **B.** $A'(-2;-1;3)$. **C.** $A'(2;0;-3)$. **D.** $A'(-2;0;3)$.

Lời giải

Ta có tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Oy là $A'(2;1;-3)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}=(1;0;-2)$ và $\vec{b}=(2;-1;3)$. Tích có hướng của hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một vecto có tọa độ là:

A. $(2;7;1)$. **B.** $(-2;7;-1)$. **C.** $(2;-7;1)$. **D.** $(-2;-7;-1)$.

Lời giải

Ta có $\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(-2;-7;-1)$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Xác định bán kính R của mặt cầu (S)?

A. $R=3$. **B.** $R=6$. **C.** $R=9$. **D.** $R=18$.

Lời giải

Với mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

$\Rightarrow R^2=9 \Rightarrow R=3$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y-z+3=0$.

A. $R=9$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Bán kính của mặt cầu là: $R=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.2-2.1+1+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=2$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I\in Ox$ và đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-3;4;2)$

A. $(x+3)^2+y^2+z^2=20$. **B.** $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x+2)^2+y^2+z^2=16$. **D.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

Lời giải

Do tâm I thuộc trục Ox nên tọa độ của I có dạng $(a;\,0;\,0)$.

Mặt cầu đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-3;4;2)$ nên:

$IA^2=IB^2$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+4=(a+3)^2+16+4$

$\Leftrightarrow a^2-2a+5=a^2+6a+29$

$\Leftrightarrow a=-3$.

Ta được $I(-3;0;0)$.

Mặt cầu đi qua điểm A nên bán kính mặt cầu là $R=IA=\sqrt{(-3-1)^2+4}=\sqrt{20}$.

Vậy mặt cầu có phương trình: $(x+3)^2+y^2+z^2=20$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3,\ 2,\ 1)$. **B.** $\vec{n}=(-1,\ 2,\ 3)$. **C.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ -3)$. **D.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ 3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1,\ 2,\ 3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$ là

A. $2x-z+15=0$. **B.** $2x+y+z-3=0$.

C. $2x-z-3=0$. **D.** $2x-z-5=0$.

Lời giải

$\overrightarrow{AC}=(-2;1;3)$

$\overrightarrow{AB}=(-1;-2;4)$

suy ra $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(10;5;5)$

Ta có

$mp(ABC)\begin{cases} qua\, C(0;1;2) \\ VTPT\, \vec{n}=(2;1;1) \end{cases}$

$(ABC): 2x+(y-1)+(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 2x+y+z-3=0$.

Câu 32. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $A(1;1;-1), B(5;2;1)$ là

A. $6x+3y-27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $8x+2y+4z+27=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Khi đó (P) qua $I\left(3;\dfrac{3}{2};0\right)$ là trung điểm của AB và có 1 VTPT $\overrightarrow{AB}=(4;1;2)$.

Vậy $(P): 8x+2y+4z-27=0$.

Câu 33. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$, $y=x$, $x=-2$, $x=2$ là:

A. $S=9$. **B.** $S=8$. **C.** $S=7$. **D.** $S=6$..

Lời giải

Cách 1: Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-3x=x \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right..$$

Khi đó $S=\int\limits_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int\limits_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|dx+\int\limits_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\left|\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx\right|+\left|\int\limits_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)dx\right|$

$$=\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{0}^{2}\right|=\left|0-\left(\frac{16}{4}-8\right)\right|+\left|\left(\frac{16}{4}-8\right)-0\right|=8.$$

Cách 2: Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-3x=x \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right..$$

Xét dấu biểu thức $f(x)=x^3-4x$ ta được:

x	-2		0		2
x^3-4x	0	$+$	0	$-$	0

Khi đó $S=\int\limits_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int\limits_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|dx+\int\limits_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx-\int\limits_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)dx$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0}-\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{0}^{2}=0-\left(\frac{16}{4}-8\right)-\left(\frac{16}{4}-8\right)+0=8.$$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x, y=x-x^2$ là

A. $S=\dfrac{10}{3}$. **B.** $S=\dfrac{9}{8}$. **C.** $S=12$. **D.** $S=6$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = x - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là:

$S = \int_0^{\frac{3}{2}} \left|2x^2 - 3x\right| \mathrm{d}x = -\int_0^{\frac{3}{2}} \left(2x^2 - 3x\right) \mathrm{d}x = \left.\left(-\dfrac{2}{3}x^3 + \dfrac{3}{2}x^2\right)\right|_0^{\frac{3}{2}} = \dfrac{9}{8}$.

Câu 35. Nếu đặt $t = \cos x$ thì tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x.\mathrm{d}x$ trở thành:

A. $I = \int_1^0 \left(1 - t^2\right)^3 \mathrm{d}t$.

B. $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(t^2 - 1\right)^3 \mathrm{d}t$.

<u>C.</u> $I = \int_0^1 \left(1 - t^2\right)^3 \mathrm{d}t$.

D. $I = \int_0^1 \left(t^2 - 1\right)^3 \mathrm{d}t$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x.\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \cos^2 x\right)^3 \sin x.\mathrm{d}x$

Đặt $t = \cos x$ suy ra $\mathrm{d}t = -\sin x.\mathrm{d}x$

Đổi cận

x	0	$\dfrac{\pi}{2}$
t	1	0

Vậy $I = \int_1^0 \left(1 - t^2\right)^3 \left(-\mathrm{d}t\right) = \int_0^1 \left(1 - t^2\right)^3 \mathrm{d}t$

Câu 36. Cho $I = \int_0^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2 + 4}$. Nếu đặt $x = 2\tan t$ thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $x^2 + 4 = \dfrac{4}{\cos^2 x}$ **B.** $\mathrm{d}x = 2(1 + \tan^2 t)\mathrm{d}t$ **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$ **<u>D.</u>** $I = \int_0^1 \dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$

Lời giải

Đặt $x = 2\tan t,\ t \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$; $\mathrm{d}x = 2(1 + \tan^2 t)\mathrm{d}t$

Đổi cận

x	0	2
t	0	$\frac{\pi}{4}$

$$I=\int_0^2\frac{dx}{x^2+4}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2(1+\tan^2t)dt}{4\tan^2t+4}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}dt$$

Mà $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}dt\neq\int_0^1\frac{1}{2}dt$

Suy ra chọn D

Cách xử lý thường gặp của học sinh khi gặp tình huống này là:

Học sinh có thể dùng máy tính bấm kết quả của I, sau đó bấm đáp án C và D thì cũng chọn được đáp án D.

Câu 37. Biết $\int_1^e(3x^2+2x)\ln x.dx=\frac{a}{b}e^3+\frac{e^2}{c}+\frac{5}{6};a,b,c\in\mathbb{N}$ và là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Lời giải

Áp dụng công thức tích phân từng phần: $\int_a^b u dv=uv\Big|_a^b-\int_a^b v du$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=3x^2+2x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=x^3+x^2\end{cases}$

$$\Rightarrow\int_1^e(3x^2+2x)\ln x.dx=(x^3+x^2)\ln x\Big|_1^e-\int_1^e(x^3+x^2).\frac{1}{x}dx=(x^3+x^2)\ln x\Big|_1^e-\int_1^e(x^2+x)dx$$

$$=(x^3+x^2)\ln x\Big|_1^e-\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^e=e^3+e^2-\left(\frac{e^3}{3}+\frac{e^2}{2}\right)+\frac{5}{6}=\frac{2}{3}e^3+\frac{e^2}{2}+\frac{5}{6}.$$

$\Rightarrow a=2;b=3;c=2\Rightarrow S=a+b+c=7$.

Câu 38 . Giá trị của $\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx$:

A. $\frac{2-e}{e}$. **B.** $\frac{e-2}{e}$. **C.** $1+\frac{2}{e}$. **D.** $\frac{e+1}{e}$.

Lời giải

Với $I=\int\limits_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$. Sử dụng phương pháp tích phân từng phần ta có

Đặt $\begin{cases} \ln x = u \Rightarrow \frac{dx}{x} = du \\ \frac{dx}{x^2} = dv \Rightarrow \frac{-1}{x} = v \end{cases}$ Khi đó $I = \left.\frac{-\ln x}{x}\right|_1^e + \int\limits_1^e \frac{1}{x^2}dx = \frac{-1}{e} + \left.\frac{-1}{x}\right|_1^e = \frac{-2}{e} + 1 = \frac{e-2}{e}$.

Câu 39. Biết $\int_0^1 \frac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \frac{a}{b}$ với $a,b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Lời giải

Cách 1: Bấm máy tính $\int_0^1 \frac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \frac{1}{8}$. Do đó $a=1, b=8 \Rightarrow S=1+8=9$.

Cách 2: Đặt $x^2+4=u \Rightarrow 2xdx = du \Rightarrow xdx = \frac{du}{2}$

Đổi cận:

x	0	1
u	4	5

$\int_0^1 \frac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \frac{5}{2}\int_4^5 \frac{du}{u^2} = -\frac{5}{2}.\left.\frac{1}{u}\right|_4^5 = \frac{1}{8}$. Do đó $a=1, b=8 \Rightarrow S=1+8=9$.

Câu 40. Cho $\int\limits_{16}^{55} \frac{dx}{x.\sqrt{x+9}} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $a-b=-c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $a+b=3c$. **D.** $a-b=-3c$.

Lời giải

Đặt $u=\sqrt{x+9} \Rightarrow u^2 = x+9 \Rightarrow 2udu = dx$.

Đổi cận

x	16	55
u	5	8

Ta có $\int\limits_{16}^{55} \frac{dx}{x.\sqrt{x+9}} = \int\limits_5^8 \frac{2udu}{\left(u^2-9\right)u} = 2\int\limits_5^8 \frac{du}{u^2-9} = 2\int\limits_5^8 \left(\frac{1}{6(u-3)} - \frac{1}{6(u+3)}\right)du = \frac{1}{3}\int\limits_5^8 \left(\frac{1}{u-3} - \frac{1}{u+3}\right)du$

$= \frac{1}{3}\left.\left(\ln|u-3| - \ln|u+3|\right)\right|_5^8 = \frac{1}{3}\left(\ln 5 - \ln 11 - \ln 2 + \ln 8\right) = \frac{2}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 5 - \frac{1}{3}\ln 11$.

Do đó $a=\frac{2}{3},b=\frac{1}{3},c=-\frac{1}{3}$, ta thấy $a-b=-c$ nên đáp án A thỏa mãn.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Lời giải

Gọi mặt cầu (S) cần tìm có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.

Vì mặt cầu đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$; $N(2;-1;-1)$; $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} I\in(\alpha) \\ IM=IN \\ IM=IP \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b-c+2=0 \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a-2)^2+(b+1)^2+(c+1)^2 \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a+2)^2+(b+1)^2+(c-3)^2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b-c+2=0 \\ -8b-8c+16=0 \\ -8a-8b+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=3 \end{cases}.$$

Khi đó $R=IM=\sqrt{(2-2)^2+(-1-3)^2+(3-3)^2}=4$.

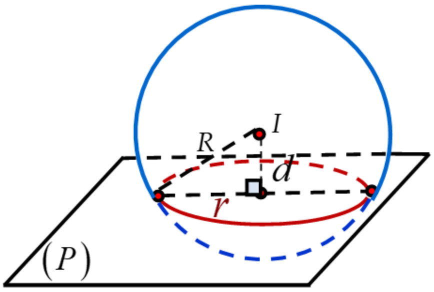
Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$, (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $r=3$. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(P): y-2z=0$. **B.** $(P): 2y+z=0$. **C.** $(P): 2y-z=0$. **D.** $(P): y+2z=0$.

Lời giải



Vì (P) là mặt phẳng chứa trục Ox nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $By+Cz=0$ với $\left(B^2+C^2\neq 0\right)$.

Mặt khác mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

Vậy tâm $I(1;-2;-1)$ bán kính $R=3$.

Vì $d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{3^3-3^2}=0$ nên mặt phẳng (P) là mặt phẳng đi qua tâm $I(1;-2;-1)$.

Suy ra $-2B-C=0 \Leftrightarrow C=-2B$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $By-2Bz=0 \Leftrightarrow y-2z=0$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có phương trình là

A. $(P): 3y+z=0$. **B.** $(P): 3x+y=0$. **C.** $(P): y-3z=0$. **D.** $(P): y+3z=0$.

Lời giải

Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $I(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có VTPT là $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{OI}\right]=(0;-1;-3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $0(x-2)-1(y+3)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow y+3z=0$.

Câu 44. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s=\frac{1}{2}\left(t^4+3t^2\right)$ với t tính bằng giây, s tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=4$.

A. $140\ (m/s)$. **B.** $150\ (m/s)$. **C.** $200\ (m/s)$. **D.** $0\ (m/s)$.

Lời giải

Phương trình vận tốc của chuyển động là: $v(t)=s'(t)=2t^3+3t$.

Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=4$ là: $v(4)=2.4^3+3.4=140\ (m/s)$.

Câu 45. Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=3t+2\ (m/s)$. Biết tại thời điểm $t=2$ thì vật đi được quãng đường là $10\,m$. Hỏi tại thời điểm $t=30$ vật đi được quãng đường bao nhiêu?

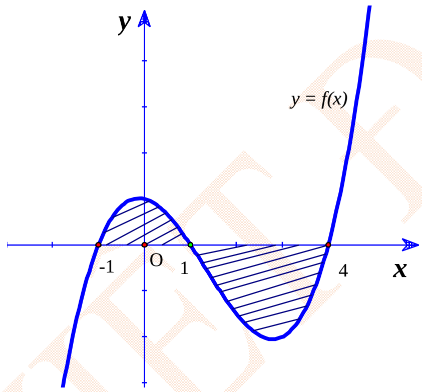
A. $1410\,m$. **B.** $1140\,m$. **C.** $300\,m$. **D.** $240\,m$.

Lời giải

Ta có quãng đường vật đi được từ thời điểm $t=2$ tới $t=30$ là:

$$S=\int_2^{30}(3t+2)dt=S(30)-S(2)\Leftrightarrow S(30)-S(2)=1400\Leftrightarrow S(30)=1400+S(2)=1410\,m.$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=4$ là $S=\int_{-1}^{4}|f(x)|\mathrm{d}x$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy trên $[-1;1]$ thì $f(x)\ge 0$ và trên $[1;4]$ thì $f(x)\le 0$.

Do đó: $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1,2]$, thỏa mãn

$f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$. Giá trị tích phân $I=\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$.

$\Rightarrow \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{2} 2x.f(x^2-2)\mathrm{d}x+3\int_{-1}^{2} f(1-x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2} 4x^3\mathrm{d}x=15\ (*)$.

Đặt $u=x^2-2\Rightarrow \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x$; với $x=-1\Rightarrow u=-1; x=2\Rightarrow u=2$.

Khi đó $\int_{-1}^{2} 2x.f(x^2-2)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2} f(u)\mathrm{d}u=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x\ (1)$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$; với $x=-1\Rightarrow t=2; x=2\Rightarrow t=-1$.

Khi đó $\int_{-1}^{2} f(1-x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2} f(t)\mathrm{d}t=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x\ (2)$.

Thay $(1),(2)$ vào $(*)$ ta được: $5\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=15\Rightarrow \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$.

Câu 48. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $f(\ln x)+f(1-\ln x)=x$. Tính $I=\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2(e-1)}{3}$. **B.** $\dfrac{e}{2}$. **C.** $\dfrac{e+1}{2}$. **D.** $\dfrac{e-1}{2}$.

Lời giải

Với $x\in(0;+\infty)$ thì $f(\ln x)+f(1-\ln x)=x \Leftrightarrow \dfrac{f(\ln x)+f(1-\ln x)}{x}=1$.

Đặt $x=\ln t$. Suy ra $\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=1,\ x=1\Rightarrow t=e$.

Khi đó $I=\int_{1}^{e}\dfrac{f(\ln t)}{t}\mathrm{d}t\quad (1)$.

Đặt $x=1-\ln t$. Suy ra $\mathrm{d}x=-\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=e,\ x=1\Rightarrow t=1$.

Do đó $I=-\int_{e}^{1}\dfrac{f(1-\ln t)}{t}\mathrm{d}t=\int_{1}^{e}\dfrac{f(1-\ln t)}{t}\mathrm{d}t\quad (2)$.

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được $2I=\int_{1}^{e}\dfrac{f(\ln t)+f(1-\ln t)}{t}\mathrm{d}t=\int_{1}^{e}\mathrm{d}t=e-1$.

Suy ra $I=\dfrac{e-1}{2}$.

Câu 49. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+5\,(C)$ và hai tiếp tuyến của (C) tại các tiếp điểm $A(1;2)$; $B(4;5)$ là

A. $S=\frac{11}{4}$. **B.** $S=\frac{9}{4}$. **C.** $S=\frac{15}{4}$. **D.** $S=\frac{13}{4}$.

Lời giải

Ta có $y=x^2-4x+5$. TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$$y'=2x-4\Rightarrow\begin{cases}f'(1)=-2\\f'(4)=4\end{cases}.$$

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(1;2)$ là

$$y-y_A=f'(x_A)(x-x_A)\Leftrightarrow y=-2(x-1)+2\Leftrightarrow y=-2x+4\,(d).$$

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $B(4;5)$ là

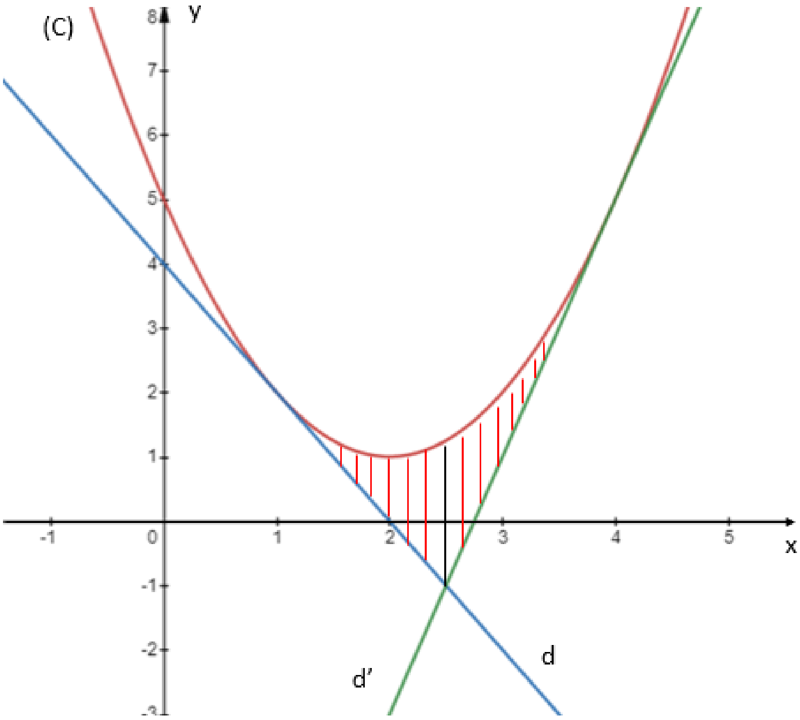
$$y-y_B=f'(x_B)(x-x_B)\Leftrightarrow y=4(x-4)+5\Leftrightarrow y=4x-11\ (d')$$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường tiếp tuyến là $-2x+4=4x-11\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+5\,(C)$ và hai tiếp tuyến của (C) tại các tiếp điểm $A(1;2)$; $B(4;5)$ là

$$S=\int_1^{\frac{5}{2}}\left|(x^2-4x+5)-(-2x+4)\right|dx+\int_{\frac{5}{2}}^{4}\left|(x^2-4x+5)-(4x-11)\right|dx.$$

$$S=\int_1^{\frac{5}{2}}\left|(x-1)^2\right|dx+\int_{\frac{5}{2}}^{4}\left|x^2-8x+16\right|dx=\int_1^{\frac{5}{2}}(x-1)^2dx+\int_{\frac{5}{2}}^{4}(x-4)^2\,dx=\frac{9}{8}+\frac{9}{8}=\frac{9}{4}.$$



Câu 50. Cho hàm số $f(x)\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x.\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. 20. **B.** $4\sqrt{11}$. **C.** 12. **D.** $3\sqrt{11}$.

Lời giải

Ta có $f(x).f'(x)=2x.\sqrt{f^2(x)+1}\Leftrightarrow \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}=2x$.

$\Leftrightarrow\left[\sqrt{f^2(x)+1}\right]'=2x\Rightarrow\sqrt{f^2(x)+1}=\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

Thay $x=0$ vào ta được $\sqrt{f^2(0)+1}=0+C\Leftrightarrow C=1$.

Từ suy ra $\sqrt{f^2(x)+1}=x^2+1\Leftrightarrow f^2(x)=x^4+2x^2$.

Vì $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)=\sqrt{x^4+2x^2}$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x^4+2x^2}$ trên đoạn $[1;3]$ ta có

$f'(x)=\dfrac{2x^3+2x}{\sqrt{x^4+2x^2}}>0,\forall x\in[1;3]$.

Suy ra hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $[1;3]$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=3\sqrt{11}$.

ĐỀ SỐ 29

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: $\int (3x^2+1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.
C. $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3: $\int 2x(x^2+1)^4\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\frac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\frac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Câu 4: $\int \sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.
C. $-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5: $\int (x+5^x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.
C. $1+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

Câu 6: $\int \frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)^2\left[(1+3\ln x)^2-1\right]+C$.

B. $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

D. $\frac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7: . Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases} e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)} \\ f(x)>0 \end{cases}, \forall x\geq 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int\limits_0^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{12}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{12}$. **C.** $I=\dfrac{209}{640}$. **D.** $I=\dfrac{7}{640}$.

Câu 8: Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Câu 9: Tính $I=\int\limits_1^4 \dfrac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{4}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\dfrac{10}{3}$. **D.** $I=\dfrac{2}{3}$.

Câu 10: Cho $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 \dfrac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{-3}{\mathrm{e}}$. **B.** e^2 **C.** $3\mathrm{e}^2$. **D.** $\dfrac{3}{\mathrm{e}}$.

Câu 11: $\int\limits_{-2}^1 \left(3x^2-2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Câu 12: $\int\limits_{-2}^1 \dfrac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Câu 13: Biết rằng $\int\limits_0^3 \dfrac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}+1}\mathrm{d}x=a-\mathrm{e}^b$ với $a,\, b\in\mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$. **B.** $b-a=-1$. **C.** $b-a=7$. **D.** $b-a=-7$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ sao cho $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \dfrac{f\left(x\right)}{x}\mathrm{d}x=3-\ln 2$ và $f\left(2\right)=3$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'\left(x\right).\ln x\mathrm{d}x$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

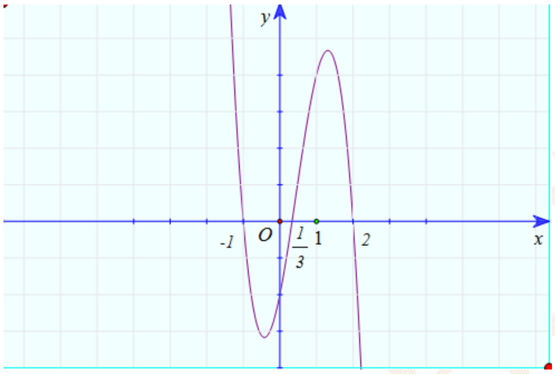
Câu 15: Biết $I=\int\limits_{-3}^3 \dfrac{|x-2|-3|x+1|}{x+4}\mathrm{d}x=-10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$. **B.** $T=21$. **C.** $T=9$. **D.** $T=-12$.

Câu 16: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

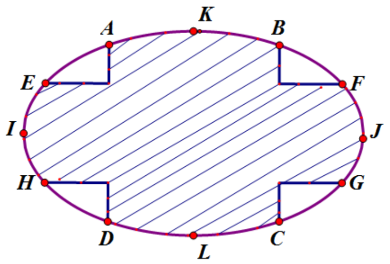
Câu 18: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=(x-1)(2-x)(x^2+1)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{117}{20}$.

Câu 19: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\frac{3}{2}$ **B.** $S=\frac{11}{2}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Câu 20: Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I, J, K, L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/ m^2, hãy tính số tiền dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.
C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Câu 21: Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\dfrac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?
A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Câu 22: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\dfrac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi \ln a$. Giá trị của a là
A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 23: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\dfrac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\dfrac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?
A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 24: Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng
A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 25: Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.
A. $b=\dfrac{5}{6}$. **B.** $b=\dfrac{5}{3}$. **C.** $b=\dfrac{5}{2}$. **D.** $b=\dfrac{5}{4}$.

Câu 26: Vận tốc của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.
Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?
A. $\dfrac{32}{3}$m. **B.** $\dfrac{71}{3}$m. **C.** $\dfrac{38}{3}$m. **D.** $\dfrac{71}{6}$m.

Câu 27: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5), \vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=(-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0), B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0), B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 36: Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2+y^2+z^2=14$. **B.** $(x+4)^2+y^2+z^2=14$.

C. $x^2+(y-4)^2+z^2=14$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ $(a>0,\ b>0,\ c>0)$. Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3)$; $F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5), B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P):4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.

C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q):x-3y+z-4=0$ và $(R):2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.

C. $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.

C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax - by + cz + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b + c = 21$. **B.** $a + b + c = 7$. **C.** $a + b + c = -21$. **D.** $a + b + c = -7$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x + y - z + 1 = 0$. **B.** $6x + y - z - 6 = 0$.

C. $x - y + z + 6 = 0$. **D.** $x + y - z - 3 = 0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 17 = 0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r = 3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x - 2y + z - 7 = 0$. **B.** $2x - 2y + z - 17 = 0$.

C. $2x - 2y + z + 17 = 0$. **D.** $x - y + 2z - 7 = 0$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): y = 0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x - y = 0$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{2}{21}$. **C.** $\dfrac{1}{21}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{21}}{21}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z = 0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c) \in (P)$ sao cho $MA = MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c > 0$. **B.** $a + 2b = -6$. **C.** $a + b = 0$. **D.** $a + b = \dfrac{23}{5}$.

------------------HẾT--------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.C	5.A	6.C	7C	8.C	9.C	10.D
11.A	12.B	13.B	14.A	15.C	16.C	17.D	18.A	19.D	20.C
21.C	22.C	23.B	24.B	25.D	26.D	27.D	28.D	29.D	30.A
31.B	32.C	33.A	34.B	35.C	36.A	37.A	38.A	39.A	40.C

41.B	42.D	43.C	44.A	45.D	46.A	47.A	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: $\int\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\dfrac{x^3}{3}+x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x=3\dfrac{x^3}{3}+x+C=x^3+x+C$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.
C. $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\left(2\cos x-\sin x\right)\mathrm{d}x=2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3: $\int 2x\left(x^2+1\right)^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\left(x^2+1\right)^5}{5}+C$. **B.** $\dfrac{\left(x^2+1\right)^5}{4}+C$. **C.** $\dfrac{2\left(x^2+1\right)^5}{5}+C$. **D.** $\left(x^2+1\right)^5+C$.

Lời giải

Đặt $t=x^2+1$, ta được $\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$.

Khi đó $\int 2x\left(x^2+1\right)^4\mathrm{d}x=\int t^4\mathrm{d}t=\dfrac{t^5}{5}+C$.

Thay $t=x^2+1$, ta được $\int 2x\left(x^2+1\right)^4\mathrm{d}x=\dfrac{\left(x^2+1\right)^5}{5}+C$.

Câu 4: $\int \sin\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$.
C. $-\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\dfrac{1}{3}\sin\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Ta có: $\int \sin\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5: $\int\left(x+5^x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.

C. $1+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x+5^x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$

Câu 6: $\displaystyle\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)^2\left[(1+3\ln x)^2-1\right]+C$.

B. $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

C. $\dfrac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

D. $\dfrac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\dfrac{1+3\ln x}{5}-\dfrac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$, suy ra $t^2=1+3\ln x$.

Ta có: $2t\mathrm{d}t=\dfrac{3}{x}\mathrm{d}x$; $\ln x=\dfrac{t^2-1}{3}$.

Khi đó

$$\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int t\cdot\frac{t^2-1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot t\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\int\left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\left(\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3}\right)+C$$

Hay $\displaystyle\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\frac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7: . Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases}e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}\\ f(x)>0\end{cases}$, $\forall x\ge 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{12}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{12}$. **C.** $I=\dfrac{37}{320}$. **D.** $I=\dfrac{7}{640}$.

Lời giải

Ta có: $e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}\Leftrightarrow 2e^{2x}\sqrt{f(x)}+e^{2x}.\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\dfrac{1}{e^x}\Leftrightarrow\left(e^{2x}.\sqrt{f(x)}\right)'=\dfrac{1}{e^x}$.

Do đó $e^{2x}.\sqrt{f(x)}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{1}{e^x}$, tức $e^{2x}.\sqrt{f(x)}=-\dfrac{1}{e^x}+C$.

Thay $x=0$ vào ta được $C=2$. Tìm được $f(x)=\left(\frac{2}{e^{2x}}-\frac{1}{e^{3x}}\right)^2$.

$$I=\int_0^{\ln 2} f(x)dx=\int_0^{\ln 2}\left(\frac{2}{e^{2x}}-\frac{1}{e^{3x}}\right)^2 dx=\int_0^{\ln 2}\left(\frac{4}{e^{4x}}-\frac{4}{e^{5x}}+\frac{1}{e^{6x}}\right)dx=\frac{209}{640}.$$

Câu 8: Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int (x+1)\sin x dx=\int (x+1)(-\cos x)' dx=-(x+1)\cos x+\int \cos x\, dx=-(x+1)\cos x+\sin x+C$

Lúc này, xét $g(x)=-(x+1)\cos x+\sin x+C$ với $g(0)=0$ ta có $C=1$.

Tức $g(x)=-(x+1)\cos x+\sin x+1$.

Vậy $g(\pi)=\pi+2$.

Câu 9: Tính $I=\int_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.dx$.

A. $I=\frac{4}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{10}{3}$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$I=\int_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.dx=\int_1^4\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right).dx=\left(\frac{1}{3}\sqrt{x^3}-\sqrt{x}\right)\Big|_1^4=\frac{10}{3}.$$

Câu 10: Cho $\int_1^2 f(x)dx=3$. Khi đó $\int_1^2 \frac{f(x)}{e}dx$ bằng

A. $\frac{-3}{e}$. **B.** e^2 **C.** $3e^2$. **D.** $\frac{3}{e}$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 \frac{f(x)}{e}dx=\frac{1}{e}\int_1^2 f(x)dx=\frac{3}{e}$.

Câu 11: $\int_{-2}^1 (3x^2-2x)dx$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_{-2}^1 (3x^2-2x)dx=(x^3-x^2)\Big|_{-2}^1=12$.

Câu 12: $\int\limits_{-2}^{1}\frac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^{1}\frac{2}{x-2}\mathrm{d}x=2\int\limits_{-2}^{1}\frac{1}{x-2}\mathrm{d}x=2\ln|x-2|\Big|_{-2}^{1}=-4\ln 2$.

Câu 13: Biết rằng $\int\limits_{0}^{3}\frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}+1}\mathrm{d}x=a-\mathrm{e}^{b}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$. **B.** $b-a=-1$. **C.** $b-a=7$. **D.** $b-a=-7$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{0}^{3}\frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{3}\frac{\left(1-\mathrm{e}^{x}\right)\left(\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}+1\right)}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{3}\left(1-\mathrm{e}^{x}\right)\mathrm{d}x=\left(x-\mathrm{e}^{x}\right)\Big|_{0}^{3}=4-\mathrm{e}^{3}$.

Suy ra $a=4;b=3$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ sao cho $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_{1}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=3-\ln 2$ và $f(2)=3$. Tính $I=\int\limits_{1}^{2}f'(x).\ln x\mathrm{d}x$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}$, chọn $\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có $I=\left[f(x).\ln x\right]\Big|_{1}^{2}-\int\limits_{1}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=f(2).\ln 2-3+\ln 2=4\ln 2-3$.

Câu 15: Biết $I=\int\limits_{-3}^{3}\frac{|x-2|-3|x+1|}{x+4}\mathrm{d}x=-10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$. **B.** $T=21$.
C. $T=9$. **D.** $T=-12$.

Lời giải

Đặt $f(x)=|x-2|-3|x+1|$.

Ta có bảng phá dấu trị tuyệt đối trong biểu thức $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$\lvert x-2\rvert$		$-x+2$		$-x+2$	0	$x-2$	
$-3\lvert x+1\rvert$		$3x+3$	0	$-3x-3$		$-3x-3$	
$f(x)$		$2x+5$		$-4x-1$		$-2x-5$	

Từ đó $I=\int\limits_{-3}^{-1}\frac{2x+5}{x+4}\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{2}\frac{-4x-1}{x+4}\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{3}\frac{-2x-5}{x+4}\mathrm{d}x$

$I=\int\limits_{-3}^{-1}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{2}\left(4-\frac{15}{x+4}\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{2}^{3}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)\mathrm{d}x$

$I=-10-6\ln 3+12\ln 2+3\ln 7$.

Vậy ta có $a=12,b=-6,c=3\Rightarrow T=9$.

Câu 16: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3\frac{1}{2+f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases}f(x).f(3-x)=4\\ f(x)>0,\forall x\in[0;3]\end{cases}\Rightarrow f(3-x)=\frac{4}{f(x)}$.

$I=\int\limits_0^3\frac{1}{2+f(x)}\mathrm{d}x$

Đặt $t=3-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=3; x=3\Rightarrow t=0$.

Thay vào ta được

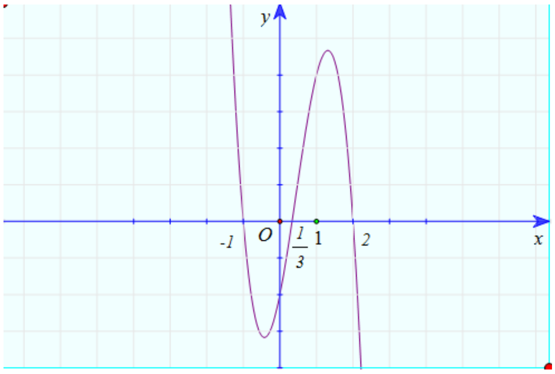
$I=\int\limits_0^3\frac{1}{2+f(3-t)}\mathrm{d}t=\int\limits_0^3\frac{1}{2+f(3-x)}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\frac{1}{2+\frac{4}{f(x)}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\frac{f(x)}{2f(x)+4}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^3\frac{f(x)}{f(x)+2}\mathrm{d}x$.

$=\frac{1}{2}\int\limits_0^3\frac{f(x)+2-2}{f(x)+2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^3\left(1-\frac{2}{f(x)+2}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\Big|_0^3-\int\limits_0^3\frac{1}{f(x)+2}\mathrm{d}x=\frac{3}{2}-I$

$\Rightarrow I=\frac{3}{2}-I\Rightarrow 2I=\frac{3}{2}\Rightarrow I=\frac{3}{4}$.

Vậy $I=\frac{3}{4}$.

Câu 17: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

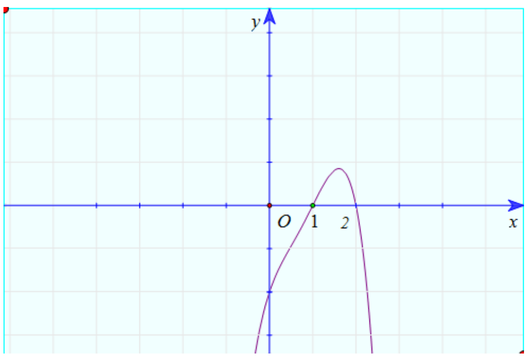
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox được tính theo công thức

$$\int\limits_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 18: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{117}{20}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox là $\left(x-1\right)\left(2-x\right)\left(x^2+1\right)=0$.

Phương trình nêu trên có tập nghiệm là $\{1;2\}$ và $f\left(x\right)\geq 0,\ \forall x\in\left[1;2\right]$.

Do đó, diện tích mà ta cần tính là

$$S=\int_1^2\left|(x-1)(2-x)\left(x^2+1\right)\right|\mathrm{d}x=\int_1^2\left[(x-1)(2-x)\left(x^2+1\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{11}{20}.$$

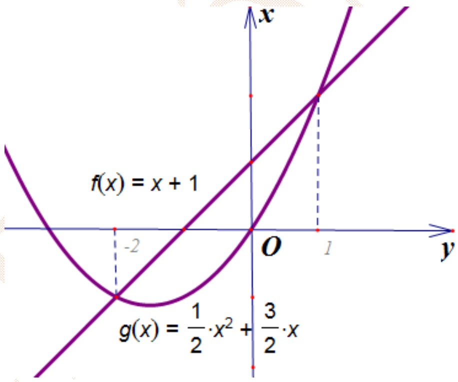
Câu 19: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\frac{3}{2}$ **B.** $S=\frac{11}{2}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là

$$\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}=x+1$$
$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1=0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right..$$



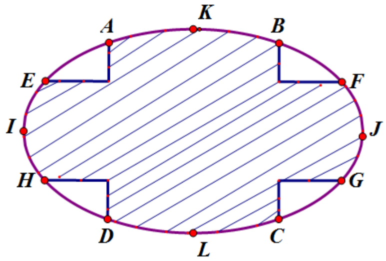
Cách 1.

Ta có $S=\int_{-2}^{1}\left(x+1-\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left(-\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+1\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{4}+x\right)\Bigg|_{-2}^{1}=\frac{9}{4}$.

Cách 2.

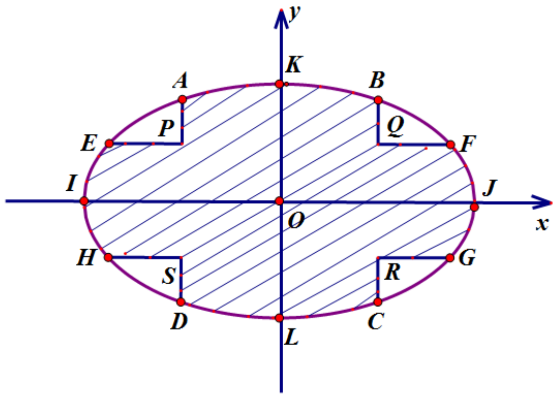
Ta có $S=\left|\int_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}-x-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{4}-x\right)\Bigg|_{-2}^{1}\right|=\left|-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}$.

Câu 20: Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I,J,K,L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/ m^2, hãy tính số tiền dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.
C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Lời giải



Gọi Elip đã cho là (E).

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó (E) có phương trình là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Suy ra

+ Phần phía trên trục Ox của (E) có phương trình là $y=\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}$.

+ Phần phía bên phải trục Oy của (E) có phương trình là $x=\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), AD, BC$ là

$$S_1=4\int_0^{2,5}\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{12}{5}\left(\frac{25\pi}{12}+\frac{25\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\mathrm{m}^2.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), EF, GH$ là

$$S_2=4\int_0^{1,5}\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}\,\mathrm{d}y=\frac{20}{3}\left(\frac{9\pi}{12}+\frac{9\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\mathrm{m}^2.$$

Diện tích phần đất trồng hoa là

$$S=S_1+S_2-S_{PQRS}=2.\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)-15\,\mathrm{m}^2.$$

Vậy số tiền dùng để trồng hoa là: $S.50000$ đồng, làm tròn đến hàng đơn vị là 2119834 đồng.

Câu 21: Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Lời giải

Tacó

$P(t)=\int P'(t)\mathrm{d}t=\int \frac{5000}{1+0,2t}\mathrm{d}t=5000.\frac{1}{0,2}\ln(1+0,2t)+C=25000.\ln(1+0,2t)+C$.

$P(0)=1000 \Leftrightarrow C=1000$.

Vậy biểu thức tính số lượng virut Corona với thời gian t bất kỳ là $P(t)=25000.\ln(1+0,2t)+1000$.

Với $t=3$ giờ ta có $P(3)=25000.\ln(1+0,2.3)+1000 \approx 12750,09$.

Vậy số lượng virut khi $t=3$ giờ khoảng 12750 con.

Câu 22: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi \ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay nêu trên là $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int_1^2 \frac{2}{x}\mathrm{d}x=2\pi\ln x\Big|_1^2=2\pi\ln 2=\pi\ln 4$.

Vậy $a=4$.

Câu 23: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\frac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Do trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ ta có $\cos x \ge \sin x$ nên thể tích của khối đã nêu là

$$V=\pi\int_a^b \cos^2 x\mathrm{d}x-\pi\int_a^b \sin^2 x\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{2}$$

Trong khoảng $(2;10)$ có 7 số nguyên.

Câu 24: Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

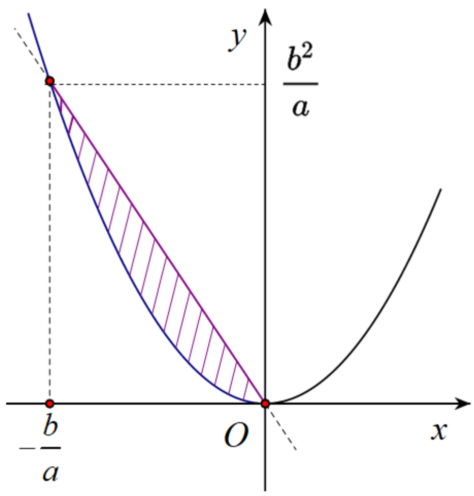
Lời giải

Công thức tính thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox là $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$.

Câu 25: Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $b=\dfrac{5}{6}$. **B.** $b=\dfrac{5}{3}$. **C.** $b=\dfrac{5}{2}$. **D.** $b=\dfrac{5}{4}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng đã cho là $ax^2=-bx$.

Do $ax^2=-bx \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{b}{a}\end{array}\right.$ nên các giao điểm là O và $M\left(-\dfrac{b}{a};\dfrac{b^2}{a}\right)$

Đến đây ta có:

$$+\ V_1=\pi\int_{-\frac{b}{a}}^{0}(-bx)^2\,\mathrm{d}x-\pi\int_{-\frac{b}{a}}^{0}\left(ax^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi b^2.\frac{x^3}{3}\Bigg|_{-\frac{b}{a}}^{0}-\pi a^2.\frac{x^5}{5}\Bigg|_{-\frac{b}{a}}^{0}=\frac{2\pi b^5}{15a^3}.$$

$$+\ V_2=\pi\int_0^{\frac{b^2}{a}}\left(-\sqrt{\frac{y}{a}}\right)^2\mathrm{d}y-\pi\int_0^{\frac{b^2}{a}}\left(-\frac{y}{b}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\frac{y^2}{2a}\Bigg|_0^{\frac{b^2}{a}}-\pi\frac{y^3}{3b^2}\Bigg|_0^{\frac{b^2}{a}}=\frac{\pi b^4}{6a^3}$$

Do vậy $V_1=V_2\Leftrightarrow\dfrac{2\pi b^5}{15a^3}=\dfrac{\pi b^4}{6a^3}\Leftrightarrow b=\dfrac{5}{4}$.

Câu 26: Vận tốc của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?

A. $\dfrac{32}{3}$m. **B.** $\dfrac{71}{3}$m. **C.** $\dfrac{38}{3}$m. **D.** $\dfrac{71}{6}$m.

Lời giải

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là

$$\int_1^5 |v(t)|\,dt=\int_1^5 |t^3-8t^2+17t-10|\,dt=\int_1^2 |t^3-8t^2+17t-10|\,dt+\int_2^5 |t^3-8t^2+17t-10|\,dt$$

$$=\int_1^2 (t^3-8t^2+17t-10)\,dt+\int_2^5 -(t^3-8t^2+17t-10)\,dt$$

$$=\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{17}{2}t^2-10t\right)\Bigg|_1^2-\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{17}{2}t^2-10t\right)\Bigg|_2^5=\frac{71}{6}.$$

Câu 27: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\,dx=\int(4x^3+1)\,dx=x^4+x+C$.

Xét $F(x)=x^4+x+C$ với $F(0)=1$ ta tìm được $C=1$, tức $F(x)=x^4+x+1$.

Vậy $F(1)=3$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Ta có $\int f'(x)\,dx=\int\frac{1}{x-2}\,dx=\ln|x-2|+C=\begin{cases}\ln(x-2)+C_1 & khi\ x>2\\ \ln(2-x)+C_2 & khi\ x<2\end{cases}$.

Theo giả thiết: $f(1)=2020$, $f(3)=2021$ $\Rightarrow\begin{cases}\ln 1+C_1=2021\\ \ln 1+C_2=2020\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=2021\\ C_2=2020\end{cases}$.

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\ln(x-2)+2021 & \text{khi } x>2\\ \ln(2-x)+2020 & \text{khi } x<2\end{cases}$.

Do đó $P=f(4)-f(0)=\ln 2+2021-\ln 2-2020=1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5),\vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=(1;-2;5)$; $4\vec{b}=(0;8;-4)$.

Vậy tọa độ của vectơ $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}=(1;-10;9)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(5;1;-2)$.

$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{5^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{30}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2;-3;4)$, $\vec{v} = (-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 2.(-3) + (-3).(-2) + 4.2 = 8$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\frac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-7)$, $\overrightarrow{AC} = (0;4;-6)$ nên $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (16;-6;-4)$.

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ là vectơ pháp tuyến của (ABC), vì thế $\vec{n} = (8;-3;-2)$ cũng là vectơ pháp tuyến của (ABC).

Phương trình của mặt phẳng (ABC) là:

$8(x-1) - 3y - 2(z-6) = 0 \Leftrightarrow 8x - 3y - 2z + 4 = 0$.

Gọi r là bán kính của (S), ta có (S) tiếp xúc với $(ABC) \Leftrightarrow r = d\left(I,(ABC)\right)$.

Vậy $r = \frac{\left|8.(2) - 3.(2) - 2.(-1) + 4\right|}{\sqrt{8^2 + (-3)^2 + (-2)^2}} = \frac{16\sqrt{77}}{77}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 4$.

Lời giải

Dựa vào phương trình của (S) ta thấy tọa độ tâm $I(-1;2;1)$ và $R = 2$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 24$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 24$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ nên $AB=\sqrt{24}$.

Vì (S) có tâm B và đi qua điểm A nên bán kính của (S) là $R=AB$.

Do đó (S) có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Lời giải

Do (S) có đường kính AB nên nó nhận trung điểm I của AB làm tâm và $\frac{AB}{2}$ làm bán kính.

Ta có:

+ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)\Rightarrow AB=6$.

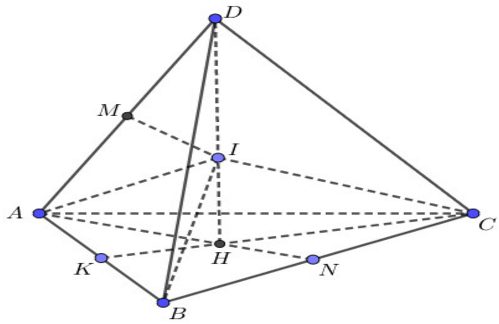
+ $I(0;0;2)$.

Vậy (S) có phương trình là $x^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 36: Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên DH là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Mặt phẳng trung trực của cạnh AD cắt DH tại I suy ra ID là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Gọi M là trung điểm cạnh AD ta có $\Delta DMI \backsim \Delta DHA$

$\Rightarrow \frac{DM}{DH}=\frac{DI}{DA}$.

$$\Rightarrow ID = \frac{DA^2}{2DH} = \frac{AD^2}{2.\sqrt{AD^2 - AH^2}} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $A.BCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi.ID^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14.$ **B.** $(x+4)^2 + y^2 + z^2 = 14.$

C. $x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 14.$ **D.** $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 14.$

Lời giải

Gọi $I(a;0;0)$ thuộc trục Ox là tâm của (S).

Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + (-1)^2 = (2-a)^2 + 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow a = 4.$

Suy ra $I(4;0;0)$ và $IA^2 = 14$.

Vậy phương trình của (S) là $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14.$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16.$ **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16.$ **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4.$

Lời giải

Ta có $d(I,(P)) = \frac{|2.1 - 2.(-2) + 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{12}{3} = 4$.

(S) tiếp xúc với $(P) \Leftrightarrow d(I,(P))$ bằng bán kính của (S).

Vậy phương trình của (S) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16.$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a + a\sqrt{b^2+c^2}; b\sqrt{a^2+c^2}; c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$). Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi $V_{A.BCD}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$, $\overrightarrow{AD}=\left(a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$.

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}b & 0\\ 0 & c\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0 & -a\\ c & -a\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-a & b\\ -a & 0\end{vmatrix}\right)=(bc;ac;ab).$$

Vì diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sqrt{(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$\Leftrightarrow (ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=3$.

Thể tích của tứ diện $ABCD$ là:

$$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}\left|abc\sqrt{b^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+b^2}\right|$$

$$=\frac{1}{6}\left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki: $(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2$

$\leq[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2](a^2b^2+a^2c^2+a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2+b^2c^2)$

$\Leftrightarrow (bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\leq 2[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2]^2$

$\Leftrightarrow (bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\leq 2.3^2$

$\Leftrightarrow (bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\leq 18$

$\Leftrightarrow \left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|\leq 3\sqrt{2}$

$V_{A.BCD}\leq\frac{3\sqrt{2}}{6}$ hay $V_{A.BCD}\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$.

nên $\max V_{A.BCD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Ta có: $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1),\overrightarrow{AD}=\left(\sqrt{2};\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Nên: $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=\left(\begin{vmatrix}0 & 1\\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -1\\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1 & 0\\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix}\right)=\left(-\sqrt{2};2\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Do đó: $S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{12}=\sqrt{3}$.

Vậy $d(B,(ACD))=\dfrac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta ACD}}=\dfrac{3.\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3);F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $I(m;n;p)$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IE}=(1-m;1-n;3-p);\overrightarrow{IF}=(-m;1-n;-p)$.

$$2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-m)+3m=0\\2(1-n)-3(1-n)=0\\2(3-p)+3p=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\n=1\\p=-6\end{cases}\Rightarrow I(-2;1;-6).$$

Ta có $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|=\left|2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE})-3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF})\right|=\left|\overrightarrow{IM}\right|=MI$.

$\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Khi đó:

$\overrightarrow{MI}=(-2-a;1-b;-6-c)$ cùng phương với vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$; $M\in(P)$

Tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases}a-b=-3\\b-c=7\\a+b+c-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\b=\dfrac{11}{3}\\c=\dfrac{-10}{3}\end{cases}\Rightarrow T=3a+2b+c=6.$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5),B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm AB thì $M(2;1;2)$, $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-6)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến, do đó nó có phương trình là

$2(x-2)-2(y-1)-6(z-2)=0\Leftrightarrow x-y-3z+5=0.$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P):4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.
C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;1;-1)$.

Vì $(Q)//(P)$ nên $\vec{n}=(4;1;-1)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(-1;2;4)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;1;-1)$ nên nó có phương trình là $4(x+1)+1.(y-2)-1.(z-4)=0 \Leftrightarrow 4x+y-z+6=0$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x-3y+z-4=0$ và $(R): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là
A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.
C. $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{(Q)}=(1;-3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q).

$\vec{n}_{(R)}=(2;-1;3)$ là một vectơ pháp tuyến của (R).

Vì $(P)\perp(Q)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(Q)}$,

$(P)\perp(R)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(R)}$.

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(Q)},\vec{n}_{(R)}\right]=(-8;-1;5)$ một vectơ pháp tuyến của (P).

(P) đi qua điểm $M(-4;1;2)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(-8;-1;5)$ nên nó có phương trình là

$-8(x+4)-(y-1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow -8x-y+5z-41=0 \Leftrightarrow 8x+y-5z+41=0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là
A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.
C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Lời giải

(S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

Dễ thấy $A\in(S)$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) tại A nên $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P) đi qua $A(1;3;-1)$ nhận $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến nên (P) có phương trình là $2(x-1)+1.(y-3)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-7=0$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **D.** $a+b+c=-7$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;-1;5)$, (P) nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do (Q) qua A,B và vuông góc với (P) nên (Q) nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(3;14;4)$ làm vectơ pháp tuyến, tức (Q) có phương trình là $3(x-1)+14y+4(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x+14y+4z+5=0$.

$\Rightarrow a=3, b=-14, c=4$.

Vậy $a+b+c=-7$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$.

C. $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1), \overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$; Vì $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;6;-6)$ nên một vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

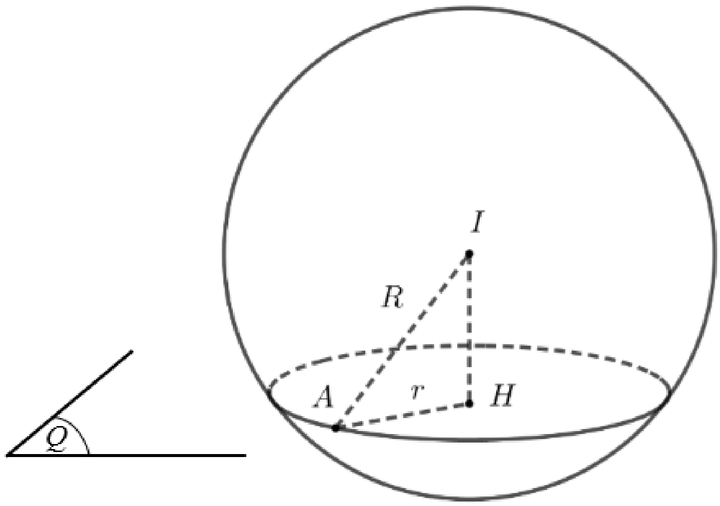
Ta có (ABC) qua $A(0;1;2)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến nên (ABC) có phương trình là $1(x-0)+1(y-1)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-z+1=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$.

C. $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Lời giải



Vì $(Q)//(P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x-2y+z+D=0$ $(D\neq 17)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-1)$, bán kính $R=5$.

Trên hình vẽ, ta có tam giác $\Delta\, IHA$ vuông tại $H \Rightarrow IH^2+r^2=R^2$

$\Leftrightarrow \left[d\left(I,(Q)\right)\right]^2+r^2=R^2 \Leftrightarrow d\left(I,(Q)\right)=\sqrt{R^2-r^2} \Rightarrow d\left(I,(Q)\right)=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\Rightarrow \dfrac{|2.0-2.2-1+D|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=4 \Leftrightarrow |D-5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D-5=12 \\ D-5=-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=17 \\ D=-7 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x-2y+z-7=0$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): y=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ và đi qua gốc tọa độ nên nó trùng với mặt phẳng (Oxz).

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{2}{21}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{21}}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-4=0$

Khi đó: $d\left(M,(ABC)\right)=\dfrac{|0+0+3-4|}{\sqrt{4^2+2^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{21}}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{23}{5}$.

Lời giải

Vì $MA=MB$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB.

Ta có (Q) đi qua trung điểm $I(3;1;-1)$ của AB và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$ nên (Q) có phương trình là

$2(x-3)+4(y-1)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-6=0.$

Vì $M\in(P)$ và $M\in(Q)$ nên M thuộc giao tuyến Δ của (P) và (Q).

(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(0;0;1)$, (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-1)$. Khi đó Δ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(-2;1;0)$.

Chọn $N(2;2;0)$ là một điểm chung của (P) và (Q). Δ đi qua N nên có phương trình $\begin{cases}x=2-2t\\ y=2+t\\ z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Vì $M\in\Delta$ nên $M=(2-2t;2+t;0)$. Theo định lý cosin trong tam giác MAB, ta có

$$\cos\widehat{AMB}=\frac{MA^2+MB^2-AB^2}{2MA\cdot MB}=\frac{2MA^2-AB^2}{2MA^2}=1-\frac{AB^2}{2MA^2}.$$

Vì AB không đổi nên từ biểu thức trên ta có $\widehat{AMB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $\cos\widehat{AMB}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MA^2 nhỏ nhất.

Ta có $MA^2=(2t)^2+(t+3)^2=5t^2+6t+9=5\left(t+\frac{3}{5}\right)^2+\frac{36}{5}\geq\frac{36}{5}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t=-\frac{3}{5}$, khi đó $M\left(\frac{16}{5};\frac{7}{5};0\right)$.

Vậy $a+b=\frac{23}{5}$.

ĐỀ SỐ 30

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút
(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\int 3x^2dx = 6x + C$. **B.** $\int 3x^2dx = 9x^3 + C$. **C.** $\int 3x^2dx = \frac{3}{2}x + C$. **D.** $\int 3x^2dx = x^3 + C$.

Câu 2: Hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $F(x) = f'(x)$. **B.** $F'(x) = f(x)$. **C.** $F(x) = f'(x) + C$. **D.** $F'(x) + C = f(x)$.

Câu 3: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.

B. $\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx$.

C. $\int [f(x) + 3g(x)]dx = \int f(x)dx + 3\int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 4: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \sin xdx = \cos x + C$. **B.** $\int \cos xdx = \sin x + C$.

C. $\int 2xdx = x^2 + C$. **D.** $\int e^xdx = e^x + C$.

Câu 5: Tìm giá trị của m để hàm số $F(x) = m^2x^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Câu 6: Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y = F(x) + C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K.

B. Chỉ có duy nhất hàm số $y = F(x)$ là nguyên hàm của f trên K.

C. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C$ với x thuộc K.

D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x) = F(x) + C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(t)dt = F(t) + C$.

B. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. $\int f'(x)dx = f'(x) + C$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Câu 8: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên K. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = f'\left(x\right)+C$.

B. $\int\left[f\left(x\right)\pm g\left(x\right)\right]dx = \int f\left(x\right)dx \pm \int g\left(x\right)dx$.

C. $\int kf\left(x\right)dx = \frac{1}{k}\int f\left(x\right)dx,\ \forall k\neq 0$.

D. $\int\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]dx = \int f\left(x\right)dx.\int g\left(x\right)dx$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{2021}{x}+\frac{1}{x^2}$ trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

A. $2021.\ln\left(-x\right)+\frac{1}{x}+C$.

B. $-2021.\ln x-\frac{1}{x}+C$.

C. $2021.\ln\left(-x\right)-\frac{1}{x}+C$.**D.** $-2021.\ln x+\frac{1}{x}+C$.

Câu 10: Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

I. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = f(x)+C$.

II. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x)$.

III. $\int k.f(x)\mathrm{d}x = k.\int f(x)\mathrm{d}x$.

IV. $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x \mp \int g(x)\mathrm{d}x$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11: Xét các hàm số $f\left(x\right),g\left(x\right)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \alpha.f\left(x\right)\mathrm{d}x = \alpha\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int f\left(x\right)g\left(x\right)\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x.\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 12: Cho $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(x\right)+C$, khi đó $\int f\left(-5x+1\right)\mathrm{d}x$ là

A. $F\left(-5x+1\right)+C$. **B.** $-\frac{1}{5}F\left(-5x+1\right)+C$. **C.** $-5F\left(-5x+1\right)+C$. **D.** $\frac{1}{5}F\left(x\right)+C$.

Câu 13: Xét $f\left(x\right)$ là một hàm số tùy ý, $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên đoạn$\left[a;b\right]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = f\left(b\right)-f\left(a\right)$.

B. $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = f\left(a\right)-f\left(b\right)$.

C. $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(b\right)-F\left(a\right)$.

D. $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(a\right)-F\left(b\right)$.

Câu 14: $\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 2$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 16: Biết $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=6$. Khi đó $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 4. **D.** -8.

Câu 17: Cho hai hàm số $f(x),g\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int\limits_a^b\left(f\left(x\right)+g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_a^b g\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_a^b\left(f\left(x\right)+g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_a^b g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b\left(f\left(x\right)+g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_b^a g\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b\left(f\left(x\right)+g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_b^a g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 18: Biết $\int\limits_1^3 f\left(x\right)dx=-2$. Tính $\int\limits_1^3 5f\left(x\right)dx$.

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 19: Biết $\int\limits_{-1}^2 f\left(x\right)dx=5$ và $\int\limits_2^6 f\left(x\right)dx=-3$. Tính $\int\limits_{-1}^6 f\left(x\right)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là:

A. $\left(1;3;2\right)$. **B.** $\left(-1;2;-3\right)$. **C.** $\left(-1;3;2\right)$. **D.** $\left(1;2;3\right)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;2;-3\right)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(0;2;-3\right)$. **B.** $P\left(1;2;0\right)$. **C.** $N\left(1;0;-3\right)$. **D.** $M\left(0;2;0\right)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z-7=0$. Tọa độ tâm và bán kính của $\left(S\right)$ là

A. $I\left(1;\ -2;\ -2\right)$ và $R=8$. **B.** $I\left(-1;\ 2;\ 2\right)$ và $R=\sqrt{7}$.

C. $I\left(1;\ -2;\ -2\right)$ và $R=4$. **D.** $I\left(1;\ -2;\ -2\right)$ và $R=\sqrt{2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;2;-3\right)$ và $B\left(3;1;0\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua điểm $A\left(1;2;-3\right)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ là

A. $2x-y+3z-4=0$. **B.** $x-2y-4=0$.
C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α)?

A. $(P): x-y+2z-2=0$. **B.** $(R): x+y-2z+1=0$.
C. $(Q): x+y-2z-2=0$. **D.** $(S): x+y+2z-1=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=-1$.
C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 26: Hàm số $f(x)=(x-2)e^x$ có họ nguyên hàm là

A. $(x-2)e^x+C$. **B.** xe^x+C. **C.** $(x-1)e^x+C$. **D.** $(x-3)e^x+C$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=(2x+1)e^{2x}\ (x\in\mathbb{R})$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ được viết dưới dạng $F(x)=(a.x+b).e^{m.x}+C$, $(a,\ b,\ m\in\mathbb{N})$. Tính $T=a+b+m$.

A. 12. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)-f(0)=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Câu 29: Tính tích phân $I=\int_0^{2020} 7^x dx$.

A. $I=\frac{7^{2020}-1}{\ln 7}$. **B.** $I=7^{2020}-\ln 7$. **C.** $I=\frac{7^{2021}}{2021}-7$. **D.** $I=2020.7^{2019}$.

Câu 30: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int \pi^2 \mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\frac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\frac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Câu 31: Biết $\int_0^1 e^{4x}\mathrm{d}x=\frac{e^a-1}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}; b\neq 0$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $a+b=10$. **D.** $a=2b$.

Câu 32: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực c thỏa mãn $a<c<b$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$.

B. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ (k là hằng số khác 0).

C. $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx = 7$, $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Tính $\int_2^3 f(x)dx$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 34: Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 (3f(x)+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1) = -1$, $f(2) = 1$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 36: Cho $\int_{-1}^2 [3f(x) - 2x]dx = 5$. Tính $I = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ và thỏa mãn $f(0) = f(2) = 1$. Biết $\int_0^2 e^x[f(x) + f'(x)]dx = ae^2 + be + c$. Tính $P = a^{2021} + b^{2021} + c^{2021}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 6$. Giá trị của $\mathrm{I} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(2\sin x + 1)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 39: Cho tích phân $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$, nếu đặt $u = x^2 + 1$ thì tích phân đã cho trở thành

A. $I = \int_1^9 \frac{u+1}{2\sqrt{u}}du$. **B.** $I = \int_1^9 \frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$. **C.** $I = \int_1^9 \frac{u-1}{2u}du$. **D.** $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$.

Câu 40: Cho $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = a - \sqrt{b} + \sqrt{c}\ln 2$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

A. $P = 44$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = -20$. **D.** $P = 6$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;0)$, $\vec{b}=(-5;4;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. $(-3;0;-1)$. **B.** $(7;-4;1)$. **C.** $(7;-8;1)$. **D.** $(7;-8;-1)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-3;2)$, $\vec{b}=(-2,4;m)$. Định m để hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m=-7$. **B.** $m=7$. **C.** $m=14$. **D.** $m=2$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1);B(3;0;3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;1;2)$. **B.** $I(1;2;1)$. **C.** $I(-1;-1;-2)$. **D.** $I(1;1;2)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và có bán kính $R=5$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{5}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$. Thể tích khối cầu (S) bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 24π. **D.** 25π.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$. **D.** $x+3y+4z-26=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy?

A. $(P): y=0$. **B.** $(Q): y=1$. **C.** $(R): x-z=0$. **D.** $(S): x+z=1$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0),B(0;2;0),C(0;0;3)$. Mặt phẳng nào dưới đây đi qua ba điểm A, B và C?

A. $(R): x+2y+3z=1$. **B.** $(Q): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $(S): x+2y+3z=-1$. **D.** $(P): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $4x-2z+3=0$. **D.** $4x+2z+3=0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm M trên các trục Ox,Oy,Oz.

A. $3x+6y+4z+12=0$. **B.** $4x+2y+3z-1=0$.

C. $3x+6y+4z-12=0$. **D.** $4x+2y+3z+1=0$.

--------------------HẾT---------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2B	3A	4A	5C	6C	7C	8B	9C	10A	11C	12B	13C	14D	15A
16A	17D	18D	19A	20B	21D	22C	23D	24D	25D	26D	27D	28C	29A	30A
31B	32C	33B	34B	35A	36B	37A	38A	39B	40A	41C	42B	43D	44A	45B
46A	47C	48B	49A	50C										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\int 3x^2\mathrm{d}x = 6x + C$. **B.** $\int 3x^2\mathrm{d}x = 9x^3 + C$. **C.** $\int 3x^2\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x + C$. **D.** $\int 3x^2\mathrm{d}x = x^3 + C$.

Lời giải

Khẳng định đúng là $\int 3x^2\mathrm{d}x = x^3 + C$.

Câu 2: Hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $F(x) = f'(x)$. **B.** $F'(x) = f(x)$. **C.** $F(x) = f'(x) + C$. **D.** $F'(x) + C = f(x)$.

Lời giải

Khẳng định đúng là: $F'(x) = f(x)$.

Câu 3: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int 5f(x)\mathrm{d}x = 5\int f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int [f(x) + 3g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + 3\int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Khẳng định sai là: $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 4: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int 2x\mathrm{d}x = x^2 + C$. **D.** $\int e^x\mathrm{d}x = e^x + C$.

Lời giải

Khẳng định $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$ sai vì $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Câu 5: Tìm giá trị của m để hàm số $F(x)=m^2x^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$.

A. $m=\pm1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Ta có: $F'(x)=3m^2x^2+2(3m+2)x-4$.

Khi đó $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\Leftrightarrow F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3m^2=3\\2(3m+2)=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm1\\m=1\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Câu 6: Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y=F(x)+C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K.

B. Chỉ có duy nhất hàm số $y=F(x)$ là nguyên hàm của f trên K.

C. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$ với x thuộc K.

D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x)=F(x)+C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Lời giải

Dễ thấy với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$ với x thuộc K.

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq0$).

C. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$.

D. $\int[f_1(x)+f_2(x)]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề **C** sai vì $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$.

B. $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$.

C. $\int kf(x)dx=\frac{1}{k}\int f(x)dx,\ \forall k\neq0$.

D. $\int[f(x).g(x)]dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

Lời giải

Dễ thấy $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$ là đẳng thức đúng theo tính chất.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2021}{x}+\frac{1}{x^2}$ trên khoảng $(-\infty;0)$.

A. $2021.\ln(-x)+\frac{1}{x}+C$.
B. $-2021.\ln x-\frac{1}{x}+C$.
C. $2021.\ln(-x)-\frac{1}{x}+C$.
D. $-2021.\ln x+\frac{1}{x}+C$.

Lời giải

Với $x\in(-\infty;0)$, ta có

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{2021}{x}+\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=2021\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=2021.\ln|x|-\frac{1}{x}+C=2021.\ln(-x)-\frac{1}{x}+C.$$

Câu 10: Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

I. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)+C$.
II. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$.
III. $\int k.f(x)\mathrm{d}x=k.\int f(x)\mathrm{d}x$.
IV. $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\mp\int g(x)\mathrm{d}x$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Giả sử $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khi đó ta có:

Khẳng định I sai vì $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=\left(F(x)+C\right)'=F'(x)+C'=f(x)$.

Khẳng định II sai vì $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Khẳng định III sai vì $\int k.f(x)\mathrm{d}x=k.\int f(x)\mathrm{d}x$ với điều kiện $k\neq 0$.

Khẳng định IV sai vì $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\pm\int g(x)\mathrm{d}x$.

Vậy không có khẳng định nào đúng trong các khẳng định trên.

Câu 11: Xét các hàm số $f(x),g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int\alpha.f(x)\mathrm{d}x=\alpha\int f(x)\mathrm{d}x$.
B. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Phương án $\int\alpha.f(x)\mathrm{d}x=\alpha\int f(x)\mathrm{d}x$ sai khi $\alpha=0$.

Phương án $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$ sai vì lý thuyết.

Phương án $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$ sai vì lý thuyết.

Câu 12: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$, khi đó $\int f(-5x+1)\mathrm{d}x$ là

A. $F(-5x+1)+C$. **B.** $-\frac{1}{5}F(-5x+1)+C$. **C.** $-5F(-5x+1)+C$. **D.** $\frac{1}{5}F(x)+C$.

Lời giải

$$\int f(-5x+1)\mathrm{d}x=-\int f(-5x+1).\frac{1}{5}.\mathrm{d}(-5x+1)=-\frac{1}{5}\int f(-5x+1)\mathrm{d}(-5x+1)=-\frac{1}{5}F(-5x+1)+C$$

Câu 13: Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

Lời giải

Theo định nghĩa, ta có $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

Câu 14: $\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|\Big|_1^2=\ln 2-\ln 1=\ln 2$

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo công thức tính thể tích vật tròn xoay khi quay hình D quanh trục hoành là:

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 16: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$. Khi đó $\int_1^2[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 4. **D.** -8.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Câu 17: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_a^b(f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b(f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b(f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_b^a g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b(f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_b^a g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo tính chất của tích phân ta có:

$$\int_a^b(f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_b^a g(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 18: Biết $\int_1^3 f(x)dx=-2$. Tính $\int_1^3 5f(x)dx$.

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 5f(x)dx=5.\int_1^3 f(x)dx=5.(-2)=-10$.

Câu 19: Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx=5$ và $\int_2^6 f(x)dx=-3$. Tính $\int_{-1}^6 f(x)dx$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^6 f(x)dx=\int_{-1}^2 f(x)dx+\int_2^6 f(x)dx=5-3=2$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là:

A. $(1;3;2)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-1;3;2)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u}(-1;2;-3)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;2;-3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $N(1;0;-3)$. **D.** $M(0;2;0)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;-3)$ lên trục Oy là điểm $M(0;2;0)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z-7=0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=8$. **B.** $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R=\sqrt{7}$.

C. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=4$. **D.** $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu đa cho có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\ (a^2+b^2+c^2>d)$

$\Rightarrow a=1,\ b=-2,\ c=-2,\ d=-7$.

Vậy tâm mặt cầu là $I(1;-2;-2)$ và bán kính mặt cầu $R=\sqrt{1+4+4+7}=4$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ là

A. $2x-y+3z-4=0$. **B.** $x-2y-4=0$.

C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$, véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$ có phương trình là

$2(x-1)-1(y-2)+3(z+3)=0$

$\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+2=0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α)?

A. $(P): x-y+2z-2=0$. **B.** $(R): x+y-2z+1=0$.

C. $(Q): x+y-2z-2=0$. **D.** $(S): x+y+2z-1=0$.

Lời giải

Vì $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}\neq\frac{2}{-1}$ nên mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (S).

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=-1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=-1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Phương trình mặt chắn đi qua ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ $(a,b,c\neq 0)$ là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Nên phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2)$ là $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 26: Hàm số $f(x)=(x-2)e^x$ có họ nguyên hàm là

A. $(x-2)e^x+C$. **B.** xe^x+C. **C.** $(x-1)e^x+C$. **D.** $(x-3)e^x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int (x-2)e^x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=x-2 \\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=e^x \end{cases}$.

Do đó $\int (x-2)e^x\mathrm{d}x=(x-2)e^x-\int e^x\mathrm{d}x=(x-2)e^x-e^x+C=(x-3)e^x+C$.

Hoặc $\int f(x)\mathrm{d}x=\int (x-2)e^x\mathrm{d}x=\int (x-2)\mathrm{d}(e^x)=(x-2)e^x-\int e^x\mathrm{d}x=(x-3)e^x+C$

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=(2x+1)\mathrm{e}^{2x}\ (x\in\mathbb{R})$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ được viết dưới dạng $F(x)=(a.x+b).\mathrm{e}^{m.x}+C$, $(a,\ b,\ m\in\mathbb{N})$. Tính $T=a+b+m$.

A. 12. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int (2x+1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=2x+1 \\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2.\mathrm{d}x \\ v=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} \end{cases}$.

Theo công thức nguyên hàm từng phần ta có:

$F(x)=\frac{1}{2}(2x+1)e^{2x}-\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}(2x+1)e^{2x}-\frac{1}{2}e^{2x}+C=x.e^{2x}+C$.

Vậy $F(x)=x.e^{2x}+C\Rightarrow a=1,\ b=0,\ m=2$. Do đó ta có $T=3$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)-f(0)=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f'(x)dx$.

A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^1 f'(x)dx=f(x)\Big|_0^1=f(1)-f(0)=2$.

Câu 29: Tính tích phân $I=\int_0^{2020}7^x dx$.

A. $I=\frac{7^{2020}-1}{\ln 7}$. **B.** $I=7^{2020}-\ln 7$. **C.** $I=\frac{7^{2021}}{2021}-7$. **D.** $I=2020.7^{2019}$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân ta có:

$$I=\int_0^{2020}7^x dx=\left(\frac{7^x}{\ln 7}\right)\Bigg|_0^{2020}=\left(\frac{7^{2020}}{\ln 7}-\frac{7^0}{\ln 7}\right)=\frac{7^{2020}-1}{\ln 7}$$

Câu 30: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int \pi^2 dx$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\frac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\frac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int \pi^2 dx=\pi^2x+C$.

Câu 31: Biết $\int_0^1 e^{4x}dx=\frac{e^a-1}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z};b\neq 0$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $a+b=10$. **D.** $a=2b$.

Lời giải

◦ Ta có: $\int_0^1 e^{4x}dx=\frac{1}{4}e^{4x}\Big|_0^1=\frac{1}{4}\left(e^4-e^0\right)=\frac{e^4-1}{4}$.

◦ Suy ra: $a=b=4$.

Câu 32: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực c thỏa mãn $a<c<b$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b \left[f(x)+g(x)\right]dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$.

B. $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (k là hằng số khác 0).

C. $\int_a^b f(x)g(x)dx=\int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$.

Lời giải

Tích phân không có tính chất $\int_a^b f(x)g(x)dx=\int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx=7$, $\int_0^2 f(x)dx=3$. Tính $\int_2^3 f(x)dx$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\int_0^3 f(x)dx=7 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx=7 \Leftrightarrow 3+\int_2^3 f(x)dx=7 \Leftrightarrow \int_2^3 f(x)dx=4$.

Câu 34: Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^3 \left(3f(x)+2\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Theo tính chất tích phân ta có: $\int_1^3 \left(3f(x)+2\right)\mathrm{d}x=3\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+2\int_1^3 \mathrm{d}x=3.2+2.(3-1)=10$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1)=-1$, $f(2)=1$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_1^2=f(2)-f(1)=1+1=2$.

Câu 36: Cho $\int_{-1}^2 \left[3f(x)-2x\right]dx=5$. Tính $I=\int_{-1}^2 f(x)dx$.

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\int_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)-2x\right]dx=\int_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)\right]dx-\int_{-1}^{2}2xdx=3\int_{-1}^{2}f\left(x\right)dx-\int_{-1}^{2}2xdx=3I-3.$

Theo giả thiết $\int_{-1}^{2}\left[3f\left(x\right)-2x\right]dx=5$ nên ta có: $3I-3=5\Leftrightarrow I=\frac{8}{3}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;2\right]$ và thỏa mãn $f(0)=f(2)=1$. Biết $\int_{0}^{2}e^{x}\left[f(x)+f'(x)\right]dx=ae^{2}+be+c$. Tính $P=a^{2021}+b^{2021}+c^{2021}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int_{0}^{2}e^{x}\left[f(x)+f'(x)\right]dx=\int_{0}^{2}\left[e^{x}f(x)\right]'dx=\left[e^{x}f(x)\right]\Big|_{0}^{2}=e^{2}f(2)-f(0)=e^{2}-1$.

Suy ra $a=1$, $b=0$, $c=-1$.

Vậy $P=1^{2021}+0^{2021}+(-1)^{2021}=0$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{1}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\mathrm{I}=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(2\sin x+1\right)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $t=2\sin x+1\Rightarrow dt=2\cos x.dx\Rightarrow cosx\,dx=\frac{dt}{2}$.

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	1	3

Khi đó: $\mathrm{I}=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(2\sin x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{1}^{3}f\left(t\right)dt$

Do tích phân không phụ thuộc vào biến nên $\int_{1}^{3}f\left(t\right)\mathrm{d}t=6\Rightarrow I=3$

Vậy $I=3$.

Câu 39: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$, nếu đặt $u=x^2+1$ thì tích phân đã cho trở thành

A. $I=\int\limits_1^9\frac{u+1}{2\sqrt{u}}du$. **B.** $I=\int\limits_1^9\frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$. **C.** $I=\int\limits_1^9\frac{u-1}{2u}du$. **D.** $I=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$.

Lời giải

Xét tích phân $I=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx=\int\limits_0^{2\sqrt{2}}\frac{x^2.x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

Đặt $u=x^2+1\Leftrightarrow x^2=u-1\Rightarrow 2x.dx=du\Rightarrow x.dx=\frac{du}{2}$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=1$ và $x=2\sqrt{2}\Rightarrow u=9$.

Khi đó tích phân $I=\int\limits_1^9\frac{u-1}{2\sqrt{u}}du$.

Câu 40: Cho $I=\int\limits_1^2\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=a-\sqrt{b}+\sqrt{c}\ln 2$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$

A. $P=44$. **B.** $P=14$. **C.** $P=-20$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Đặt $u=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=\frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$, ta chọn $v=2\sqrt{x}$.

Ta có: $I=\left(2\sqrt{x}\ln x\right)\Big|_1^2-\int\limits_1^2\frac{2\sqrt{x}}{x}\mathrm{d}x=2\sqrt{2}\ln 2-\left(4\sqrt{x}\right)\Big|_1^2$

$=2\sqrt{2}\ln 2-\left(4\sqrt{2}-4\right)=4-\sqrt{32}+\sqrt{8}\ln 2$.

Vậy $a=4;b=32;c=8$ nên $a+b+c=44$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;0)$, $\vec{b}=(-5;4;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. $(-3;0;-1)$. **B.** $(7;-4;1)$. **C.** $(7;-8;1)$. **D.** $(7;-8;-1)$.

Lời giải

Ta có $2\vec{a}=(2;-4;0)\Rightarrow \vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}=(7;-8;1)$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-3;2)$, $\vec{b}=(-2,4;m)$. Định m để hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m=-7$. **B.** $m=7$. **C.** $m=14$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Để hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ vuông góc với nhau $\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow -2-12+2m=0\Leftrightarrow m=7$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1);B(3;0;3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;1;2)$. **B.** $I(1;2;1)$. **C.** $I(-1;-1;-2)$. **D.** $I(1;1;2)$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ y_I = \dfrac{2+0}{2} = 1 \\ z_I = \dfrac{1+3}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;2).$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và có bán kính $R=5$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{5}$.

Lời giải

Mặt cầu tâm I và có bán kính $R=5$ có phương trình là:

$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$. Thể tích khối cầu (S) bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 24π. **D.** 25π.

Lời giải

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$ có $a=0,b=1,c=-2,d=-4$ nên bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+4}=3$.

Thể tích khối cầu (S) là: $V=\dfrac{4}{3}\pi.R^3=\dfrac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$. **D.** $x+3y+4z-26=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến.

Suy ra $(P):1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy?

A. $(P): y=0$. **B.** $(Q): y=1$. **C.** $(R): x-z=0$. **D.** $(S): x+z=1$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng chứa trục Oy có dạng $Ax+Cz=0,$ với $A,C\neq 0$.
Suy ra **C** là đáp án cần tìm.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng nào dưới đây đi qua ba điểm $A,\ B$ và C?

A. $(R): x+2y+3z=1$. **B.** $(Q): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $(S): x+2y+3z=-1$. **D.** $(P): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Lời giải

Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với điều kiện $a;b;c$ đều khác 0 có phương trình theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $4x-2z+3=0$. **D.** $4x+2z+3=0$.

Lời giải

A là hình chiếu của $M(2;0;1)$ trên trục Ox suy ra: $A(2;0;0)$.

B là hình chiếu của $M(2;0;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) suy ra: $B(0;0;1)$.

Gọi I là trung điểm AB. Ta có $I\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$.

Mặt trung trực đoạn AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{BA}=(2;0;-1)$ là một véctơ pháp tuyến nên có phương trình: $2(x-1)-1\left(z-\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 4x-2z-3=0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;3)$.Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm M trên các trục Ox,Oy,Oz.

A. $3x+6y+4z+12=0$. **B.** $4x+2y+3z-1=0$.

C. $3x+6y+4z-12=0$. **D.** $4x+2y+3z+1=0$.

Lời giải

$A(4;0;0); B(0;2;0); C(0;0;3)$

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A,B,C là: $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+6y+4z-12=0$