

**ĐẶNG VIỆT ĐÔNG**

**TUYỂN TẬP 30 ĐỀ  
KIỂM TRA GIỮA KÌ II  
MÔN TOÁN 11**

**ÔN TẬP KIỂM TRA ĐỊNH KỲ**

## ĐỀ SỐ 1

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

## PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $\frac{n^2+1}{2n+3}$ .      B.  $n-2n^2$ .      C.  $\frac{n+1}{2n+1}$ .      D.  $\frac{1}{2n+1}$ .

Câu 2. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

- A.  $\frac{2n+1}{n+5}$ .      B.  $\frac{1}{n+1}$ .      C.  $\left(\frac{3}{4}\right)^n$ .      D.  $\frac{2n+1}{n^2+1}$ .

Câu 3. [NB]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+5}$  bằng

- A. 0.      B.  $-\infty$ .      C.  $+\infty$ .      D. 2.

Câu 4. [NB]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{4^n-5^{n+1}}$  bằng

- A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C. 0.      D.  $-\frac{1}{5}$ .

Câu 5. [NB] Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0$ . Tìm  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$ .      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -3$ .      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ .      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$ .

Câu 6. [NB] Dãy số nào có giới hạn khác 0

- A.  $u_n = \frac{1}{n}$ .      B.  $u_n = \frac{1}{n^2}$ .      C.  $u_n = 1 - \frac{1}{n}$ .      D.  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

Câu 7. [NB] Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng tổng quát  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ . Tính tổng của cấp số nhân đó

- A. 1.      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 2.      D.  $\frac{1}{4}$ .

Câu 8. [NB] Có bao nhiêu giá trị của a để giới hạn  $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 0$

- A. 1.      B. 0.      C. 2.      D. 3.

Câu 9. [NB] Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 3)$ .

- A. 0.      B. 3.      C. 6.      D. -5.

Câu 10. [NB]  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x + 3)$  bằng

- A. 3.      B.  $+\infty$ .      C.  $-\infty$ .      D. -3.

Câu 11. [NB] Tính  $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{x+1}$ .

- A. 6.      B. 2.      C. 1.      D. -1.

Câu 12. [NB]  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+2}{x-3}$  bằng

- A.  $-\infty$ .      B.  $+\infty$ .      C. 2.      D. -3.

Câu 13. [NB] Nếu  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

- A. -17.      B. -1.      C. 1.      D. -20.

- Câu 14.** [NB] Cho các hàm số  $y = \cos x$  (I),  $y = \sin \sqrt{x}$  (II) và  $y = \tan x$  (III). Hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?
- A. (I),(II).                      B. (I).                      C. (I),(II),(III).                      D. (III).
- Câu 15.** [NB] Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .
- A.  $m = 3$ .                      B.  $m = 0$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = 1$ .
- Câu 16.** [NB] Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?
- A. Hình thang.                      B. Hình bình hành.                      C. Hình chữ nhật.                      D. Hình thoi.
- Câu 17.** [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Các vec tơ nào sau đây đồng phẳng?
- A.  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{AA'}$ .                      B.  $\overline{BA}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{B'D'}$ .                      C.  $\overline{BC}$ ,  $\overline{BB'}$ ,  $\overline{BD'}$ .                      D.  $\overline{DA}$ ,  $\overline{A'D}$ ,  $\overline{A'C}$ .
- Câu 18.** [NB] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .                      B.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{DB})$ .                      C.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$ .                      D.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{CA} + \overline{DB})$ .
- Câu 19.** [NB] Trong không gian cho 3 đường thẳng  $a; b; c$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Nếu  $a \perp b$  và  $c \perp b$  thì  $a // c$ .                      B. Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .  
C. Nếu  $a \perp c$  và  $b \perp c$  thì  $a \perp b$ .                      D. Nếu  $a \perp b$  và  $b \perp c$  thì  $a \perp c$ .
- Câu 20.** [NB] Trong không gian cho 2 vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .                      B.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$ .  
C.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$ .                      D.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ .
- Câu 21.** [TH] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n}$ . Tính  $\lim u_n$ .
- A. 4.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.
- Câu 22.** [TH] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{1010n^2+1011}$ . Khi đó  $\lim(u_n + 1)$  bằng
- A.  $\frac{2020}{2021}$ .                      B.  $\frac{2019}{2020}$ .                      C.  $\frac{2021}{2020}$ .                      D.  $\frac{2021}{2022}$ .
- Câu 23.** [TH] Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{n^2 + 7}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - n^3 + n^2}{n^2 - 4}$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - 5n^2}{n^2 - 4}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 4n^2}{3n^3 + 5}$ .
- Câu 24.** [TH]  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$  bằng
- A. 4.                      B. 0.                      C. -2.                      D. -4.
- Câu 25.** [TH] Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .
- Câu 26.** [TH]  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 4}$  bằng
- A.  $-\infty$ .                      B. 3.                      C. 0.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 27.** [TH] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx+1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số liên tục tại  $x=2$ .

- A.  $m = \frac{17}{2}$ .                      B.  $m = \frac{15}{2}$ .                      C.  $m = \frac{13}{2}$ .                      D.  $m = \frac{11}{2}$ .

**Câu 28.** [TH] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $f(1)$  không tính được.                      B.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .  
C.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x=1$ .                      D.  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$ .

**Câu 29.** [TH] Giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ x-1 & \text{khi } x = 1 \\ ax - \frac{1}{2} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x=1$  là

- A.  $-1$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 30.** [TH] Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & \text{khi } 1 \leq x \neq 2 \\ 1-m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x=2$ .

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $2$ .                      C.  $1$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 31.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$                       B.  $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} - \vec{GD} = \vec{0}$ .  
C.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{GI} - \vec{GJ}$ .                      D.  $\vec{AB} + \vec{DC} = 2\vec{IJ}$ .

**Câu 32.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $2a$ . Tích vô hướng  $\vec{AC} \cdot \vec{AD}'$  bằng:

- A.  $4a$ .                      B.  $2a^2$ .                      C.  $a^2$ .                      D.  $4a^2$ .

**Câu 33.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 34.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = 6; BD = 8$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ .

Biết  $AC \perp BD$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .

- A.  $MN = \sqrt{10}$ .                      B.  $MN = 7$ .                      C.  $MN = 10$ .                      D.  $MN = 5$ .

**Câu 35.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB \perp AC; AB \perp BD$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Chọn khẳng định đúng:

- A.  $AB \perp PQ$ .                      B.  $AB \perp CD$ .                      C.  $BD \perp AC$ .                      D.  $AC \perp PQ$ .

## PHẦN II. TỰ LUẬN

**Bài 1.** [VD] Tính giới hạn sau:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}}$ .

**Bài 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$ .

**Bài 3.** Tùy theo giá trị của tham số  $m$ , tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5 + mx} \right)$ .

**Bài 4.** Chứng minh phương trình  $\frac{-\cos^2 x \cdot \sin^2 x + m \cos x - 3m + 1}{\sin^2 x - \cos x - 3} = m$  luôn có nghiệm với mọi  $m > 1$ .

HẾT

## ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM

1D	2A	3A	4D	5D	6C	7A	8C	9B	10C	11A	12A	13D	14B	15B
16A	17B	18C	19B	20D	21D	22C	23D	24D	25B	26D	27D	28D	29C	30D
31D	32D	33D	34D	35A										

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

## PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $\frac{n^2+1}{2n+3}$ .                      B.  $n-2n^2$ .                      C.  $\frac{n+1}{2n+1}$ .                      D.  $\frac{1}{2n+1}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0$$

Câu 2. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

- A.  $\frac{2n+1}{n+5}$ .                      B.  $\frac{1}{n+1}$ .                      C.  $\left(\frac{3}{4}\right)^n$ .                      D.  $\frac{2n+1}{n^2+1}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{1}{n}}{1+\frac{5}{n}} = \frac{2}{1} = 2$$

Câu 3. [NB]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+5}$  bằng

- A. 0.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^2}-\frac{1}{n^3}}{1+\frac{5}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0$$

Câu 4. [NB]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{4^n-5^{n+1}}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D.  $-\frac{1}{5}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{4^n-5^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^n+1}{\left(\frac{4}{5}\right)^n-5} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

Câu 5. [NB] Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0$ . Tìm  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -3$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$ .

Lời giải

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$

**Câu 6.** [NB] Dãy số nào có giới hạn khác 0

**A.**  $u_n = \frac{1}{n}$ .

**B.**  $u_n = \frac{1}{n^2}$ .

**C.**  $u_n = 1 - \frac{1}{n}$ .

**D.**  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

**Lời giải**

$$\lim \frac{1}{n} = \lim \frac{1}{n^2} = \lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.$$

$$\lim \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1 \neq 0.$$

**Câu 7.** [NB] Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng tổng quát  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ . Tính tổng của cấp số nhân đó

**A.** 1.

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.** 2.

**D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Gọi công bội của cấp số nhân là  $q$

$$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\text{Tính tổng của cấp số nhân là } S = \frac{u_1}{1-q} = 1$$

**Câu 8.** [NB] Có bao nhiêu giá trị của  $a$  để giới hạn  $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 0$

**A.** 1.

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 3a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -2 \end{cases}$$

Vậy có hai giá trị của  $a$ .

**Câu 9.** [NB] Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 3)$ .

**A.** 0.

**B.** 3.

**C.** 6.

**D.** -5.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 3) = 0^2 - 0 + 3 = 3$$

**Câu 10.** [NB]  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x + 3)$  bằng

**A.** 3.

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.** -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) = -\infty.$$

$$(\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) = 1 > 0).$$

**Câu 11.** [NB] Tính  $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{x+1}$ .

**A.** 6.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 6$$

**Câu 12.** [NB]  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+2}{x-3}$  bằng

- A.**  $-\infty$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.** 2.                      **D.** -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+2}{x-3} = -\infty \text{ (vì } \lim_{x \rightarrow 3^-} (3x+2) = 3 \cdot 3 + 2 = 11 > 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0; x-3 < 0 \text{)}.$$

**Câu 13.** [NB] Nếu  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

- A.** -17.                      **B.** -1.                      **C.** 1.                      **D.** -20.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} (3x) - 4 \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3 \cdot 0 - 4 \cdot 5 = -20.$$

**Câu 14.** [NB] Cho các hàm số  $y = \cos x$  (I),  $y = \sin \sqrt{x}$  (II) và  $y = \tan x$  (III). Hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.** (I), (II).                      **B.** (I).                      **C.** (I), (II), (III).                      **D.** (III).

**Lời giải**

Ta có: Hàm số  $y = \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \sin \sqrt{x}$  có tập xác định là  $[0; +\infty)$  nên không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$  nên không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 15.** [NB] Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

- A.**  $m = 3$ .                      **B.**  $m = 0$ .                      **C.**  $m = 4$ .                      **D.**  $m = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \Rightarrow x_0 = 1 \in D.$$

$$\text{Ta có: } f(1) = m + 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2.$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow m + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$ .

**Câu 16.** [NB] Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A.** Hình thang.                      **B.** Hình bình hành.  
**C.** Hình chữ nhật.                      **D.** Hình thoi.

**Lời giải**

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án A.

**Câu 17.** [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Các vectơ nào sau đây đồng phẳng?

- A.**  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AA'}$ .                      **B.**  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{B'D'}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{BD'}$ .                      **D.**  $\overrightarrow{DA}$ ,  $\overrightarrow{A'D}$ ,  $\overrightarrow{A'C}$ .

**Lời giải**



Ta có  $\overline{BA}$ ,  $\overline{BC}$  chứa trong  $mp(ABCD)$  và  $\overline{B'D'}$  song song với  $mp(ABCD)$  nên các vectơ  $\overline{BA}$ ,  $\overline{BC}$  và  $\overline{B'D'}$  đồng phẳng.

**Câu 18.** [NB] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .

B.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{DB})$ .

C.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$ .

D.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{CA} + \overline{DB})$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\overline{IJ} = \overline{IA} + \overline{AD} + \overline{DJ}$ .

$\overline{IJ} = \overline{IB} + \overline{BC} + \overline{CJ}$ .

Suy ra:  $2\overline{IJ} = (\overline{IA} + \overline{IB}) + \overline{AD} + \overline{BC} + (\overline{DJ} + \overline{JC}) = \vec{0} + \overline{AD} + \overline{BC} + \vec{0} = \overline{AD} + \overline{BC}$ .

Vậy:  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$ .

**Câu 19.** [NB] Trong không gian cho 3 đường thẳng  $a; b; c$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu  $a \perp b$  và  $c \perp b$  thì  $a // c$ .

B. Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .

C. Nếu  $a \perp c$  và  $b \perp c$  thì  $a \perp b$ .

D. Nếu  $a \perp b$  và  $b \perp c$  thì  $a \perp c$ .

**Lời giải**

Cho 2 đường thẳng song song, nếu 1 đường thẳng thứ 3 vuông góc với 1 trong 2 đường thẳng đó thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

Vậy: Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$  là khẳng định đúng.

**Câu 20.** [NB] Trong không gian cho 2 vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

B.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$ .

C.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$ .

D.  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ .

**Lời giải**

Phương án A sai nếu  $\vec{a} = \vec{0}$  hoặc  $\vec{b} = \vec{0}$ .

Phương án B sai vì tích của 2 vec tơ là 1 số.

Phương án C sai.

Theo định nghĩa, 2 đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$  nên D đúng.

**Câu 21.** [TH] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n}$ . Tính  $\lim u_n$ .

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n} = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n} = \frac{2 + \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}}}{4^n} = \frac{1}{4^n} \left( 2 + \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}} \right)$ .

Vì  $\lim \frac{5}{n^2} = 0$  nên  $\lim \left( 2 + \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}} \right) = 3$  và  $\lim \frac{1}{4^n} = 0$ . Do đó  $\lim u_n = 0$ .

Vậy  $\lim u_n = 0$ .

**Câu 22.** [TH] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{1010n^2+1011}$ . Khi đó  $\lim(u_n+1)$  bằng

- A.  $\frac{2020}{2021}$ .                      B.  $\frac{2019}{2020}$ .                      C.  $\frac{2021}{2020}$ .                      D.  $\frac{2021}{2022}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{1010n^2+1011} = \frac{n(n+1)}{2(1010n^2+1011)} = \frac{n^2+n}{2020n^2+2022}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \lim(u_n+1) &= \lim\left(\frac{n^2+n}{2020n^2+2022}+1\right) \\ &= \lim\left(\frac{1+\frac{1}{n}}{2020+\frac{2022}{n^2}}+1\right) = \frac{1}{2020}+1 = \frac{2021}{2020}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim(u_n+1) = \frac{2021}{2020}.$$

**Câu 23.** [TH] Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

- A.  $\lim \frac{3n^2+n}{n^2+7}$ .                      B.  $\lim \frac{2-n^3+n^2}{n^2-4}$ .  
C.  $\lim \frac{4n-5n^2}{n^2-4}$ .                      D.  $\lim \frac{2n+4n^2}{3n^3+5}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$+) \lim \frac{3n^2+n}{n^2+7} = \lim \frac{3+\frac{1}{n}}{1+\frac{7}{n^2}} = 3.$$

$$+) \lim \frac{2-n^3+n^2}{n^2-4} = \lim \frac{\frac{2}{n^3}-1+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^3}} = -\infty.$$

$$+) \lim \frac{4n-5n^2}{n^2-4} = \lim \frac{\frac{4}{n}-5}{1-\frac{4}{n^2}} = -5.$$

$$+) \lim \frac{2n+4n^2}{3n^3+5} = \lim \frac{\frac{2}{n^2}+\frac{4}{n}}{3+\frac{5}{n^3}} = 0.$$

$$\text{Vậy } \lim \frac{2n+4n^2}{3n^3+5} = 0.$$

**Nhận xét:** Các dãy số trong các giới hạn  $\lim \frac{3n^2+n}{n^2+7}$ ,  $\lim \frac{4n-5n^2}{n^2-4}$ ,  $\lim \frac{2-n^3+n^2}{n^2-4}$  đều có số mũ của n cao nhất ở tử lớn hơn hoặc bằng số mũ cao nhất ở mẫu nên các giới hạn đó đều khác 0.

Câu 24. [TH]  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$  bằng

- A. 4.  
C. -2.

- B. 0.  
D. -4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-1)(x+3)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x-1) = -4.$$

Câu 25. [TH] Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ .

- B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .  
D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .

Lời giải

Hàm số  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5} = \sqrt{x^2 \left(2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}\right)} = |x| \sqrt{2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}.$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}} = 2 > 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 - 4x + 5} = +\infty$ .

Câu 26. [TH]  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 4}$  bằng:

- A.  $-\infty$ .  
C. 0.

- B. 3.  
D.  $+\infty$ .

Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + x - 1) = 5 > 0$ .

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 4) = 0$  và  $x^2 - 4 > 0$  khi  $x \rightarrow 2^+$ .

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 4} = +\infty$ .

Câu 27. [TH] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm

số liên tục tại  $x = 2$ .

A.  $m = \frac{17}{2}$ .

B.  $m = \frac{15}{2}$ .

C.  $m = \frac{13}{2}$ .

D.  $m = \frac{11}{2}$ .

Lời giải

Ta có: Hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $f(2) = 2m + 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12$ .

(có thể dùng MTCT để tính giới hạn của hàm số)

Để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m + 1 = 12 \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}$ .

Câu 28. [TH] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $f(1)$  không tính được.B.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .C.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 1$ .D.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

Lời giải

Ta có: Hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ 

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 \text{ và } f(1) = 2.$$

Suy ra hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1$ .

Câu 29. [TH] Giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ x-1 & \text{khi } x > 1 \\ ax - \frac{1}{2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$  là

A. -1.

B.  $-\frac{1}{2}$ .

C. 1.

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

Ta có: Hàm số  $f(x)$  có tập xác định  $[0; +\infty)$ 

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( ax - \frac{1}{2} \right) = a - \frac{1}{2} \text{ và } f(1) = a - \frac{1}{2}$$

$$\text{Hàm số liên tục điểm } x = 1 \Leftrightarrow a - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1.$$

Câu 30. [TH] Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}-1 & \text{khi } 1 \leq x \neq 2 \\ x-2 & \text{khi } 1 \leq x \neq 2 \\ 1-m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 2$ .

A.  $\frac{3}{2}$ 

B. 2

C. 1

D.  $\frac{1}{2}$ 

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại điểm } x = 2 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = 1 - m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Câu 31. [TH] Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$ B.  $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GI} - \overrightarrow{GJ}$ .D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{IJ}$ .

Lời giải

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JB}) + (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}) = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI}) + (\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC}) + 2\overrightarrow{IJ} = \vec{0} + \vec{0} + 2\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{IJ}$$

Câu 32. [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $2a$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD'}$  bằng:

A.  $4a..$ B.  $2a^2.$ C.  $a^2.$ D.  $4a^2.$ 

Lời giải

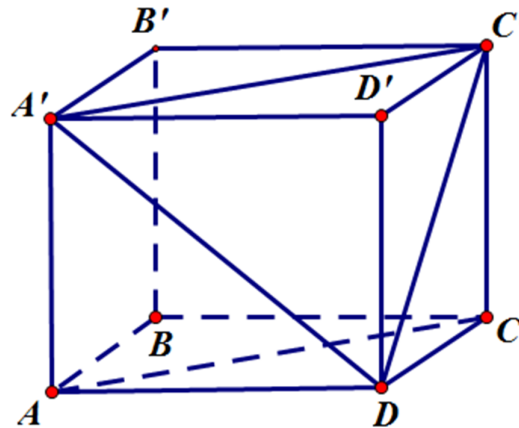
Ta có:

Tam giác  $ACD'$  là tam giác đều cạnh  $2\sqrt{2}a$  nên  $\overline{AC} \cdot \overline{AD'} = 2a\sqrt{2} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \cos 60^\circ = 4a^2$ 

**Câu 33. [TH]** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  bằng:

A.  $30^\circ.$ B.  $90^\circ.$ C.  $45^\circ.$ D.  $60^\circ.$ 

Lời giải

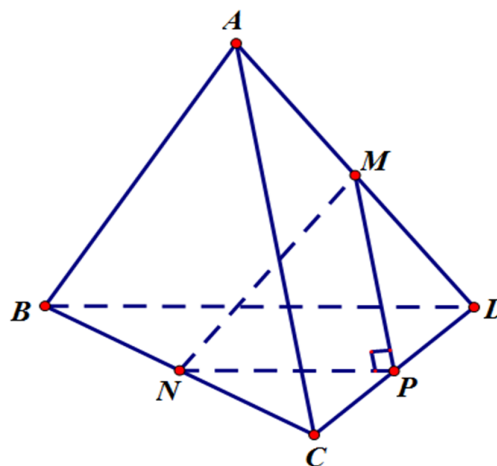


+ Có  $AC \parallel A'C'$  nên  $(\widehat{AC; DA'}) = (\widehat{A'C'; DA'}) = \widehat{C'A'D} = 60^\circ$  (Vì tam giác  $C'A'D$  là tam giác đều cạnh bằng  $a\sqrt{2}$ ).

**Câu 34. [TH]** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = 6; BD = 8$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .

A.  $MN = \sqrt{10}.$ B.  $MN = 7.$ C.  $MN = 10.$ D.  $MN = 5.$ 

Lời giải



+ Gọi  $P$  là trung điểm của  $CD$ . Dễ thấy  $MP \parallel AC$  và  $NP \parallel BD$  (Tính chất đường trung bình); mà  $AC \perp BD \Rightarrow MP \perp NP$  hay tam giác  $MNP$  vuông tại  $P$ .

+ Lại có  $MP = \frac{1}{2}AC = 3; NP = \frac{1}{2}BD = 4 \Rightarrow MN = \sqrt{MP^2 + NP^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ .

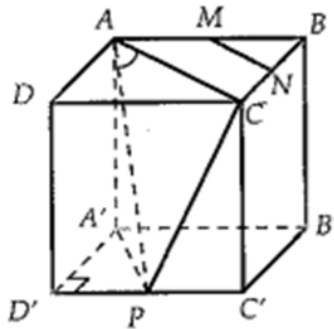


$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n+1} \right]}{\frac{3}{2} \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} \right]} = \frac{4}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n+1}}{1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1}} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}} = \frac{4}{3}.$$

**Bài 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$ .

**Lời giải**



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng  $a$  và  $MN \parallel AC$  nên:  $(\widehat{MN, AP}) = (\widehat{AC, AP})$ .

$$\text{Vì } \triangle A'D'P \text{ vuông tại } D' \text{ nên } A'P = \sqrt{A'D'^2 + D'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\triangle AA'P \text{ vuông tại } A' \text{ nên } AP = \sqrt{AA'^2 + A'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\triangle CC'P \text{ vuông tại } C' \text{ nên } CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có  $AC$  là đường chéo của hình vuông  $ABCD$  nên  $AC = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ACP$  ta có:

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos \widehat{CAP}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{CAP} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAP} = 45^\circ < 90^\circ$$

Vậy  $(\widehat{AC, AP}) = \widehat{CAP} = 45^\circ$  hay  $(\widehat{MN, AP}) = 45^\circ$ .

**Bài 3.** Tùy theo giá trị của tham số  $m$ , tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5 + mx} \right)$ .

**Lời giải**

$$\text{Tính giới hạn } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5 + mx} \right).$$

$$\begin{aligned}
& \text{▪ Nếu } m = -5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5} - 5x \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - 2x \right) - \left( \sqrt{9x^2 + 3x + 5} + 3x \right) \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{\left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} \right)^3 - (2x)^3}{\left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} \right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} + 4x^2} - \frac{\left( \sqrt{9x^2 + 3x + 5} \right)^2 - (3x)^2}{\sqrt{9x^2 + 3x + 5} - 3x} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{8x^3 + 5x^2 + 1 - 8x^3}{\left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} \right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} + 4x^2} - \frac{9x^2 + 3x + 5 - 9x^2}{|x| \cdot \sqrt{9 + \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}} - 3x} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x^2 \left( 5 + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left[ \left( \sqrt[3]{8 + 5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} \right)^2 + 2\sqrt[3]{8 + 5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} + 4 \right]} - \frac{x \left( 3 - \frac{5}{x} \right)}{-x \left( \sqrt{9 + \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}} + 3 \right)} \right] \\
&= \frac{5}{2+4+4} + \frac{3}{3+3} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{▪ Nếu } m < -5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x - 5} + mx \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - 2x \right) - \left( \sqrt{9x^2 + 3x - 5} + 3x \right) + (m+5)x \right] \\
&= +\infty.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{▪ Nếu } m > -5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x - 5} + mx \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \left( \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - 2x \right) - \left( \sqrt{9x^2 + 3x - 5} + 3x \right) + (m+5)x \right] \\
&= -\infty.
\end{aligned}$$

**Bài 4.** Chứng minh phương trình  $\frac{-\cos^2 x \cdot \sin^2 x + m \cos x - 3m + 1}{\sin^2 x - \cos x - 3} = m$  luôn có nghiệm với mọi  $m > 1$ .

**Lời giải**

$$\frac{\cos^2 x \cdot \sin^2 x - m \cos x + 3m - 1}{\sin^2 x + \cos x + 1} = m \Leftrightarrow \frac{-\cos^4 x + \cos^2 x - m \cos x + 3m - 1}{-\cos^2 x + \cos x + 2} = m$$

Điều kiện:  $\cos x \neq -1$ .

Với điều kiện trên ta có

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \cos^4 x - \cos^2 x + m \cos x - 3m + 1 = m(\cos^2 x - \cos x - 2)$$

$$\Leftrightarrow \cos^4 x - (m+1)\cos^2 x + 2m \cos x - m + 1 = 0.$$

Xét hàm số  $f(x) = \cos^4 x - (m+1)\cos^2 x + 2m \cos x - m + 1$  là hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên cũng liên

tục trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . Mặt khác  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - m < 0$  (vì  $m > 1$ ) và

$$f(0) = 1 - (m+1) + 2m - m + 1 = 1 > 0.$$



Suy ra:  $f(0) \cdot f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$ .

Do đó phương trình  $f(x) = 0$  luôn có ít nhất một nghiệm  $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình  $\frac{-\cos^2 x \cdot \sin^2 x + m \cos x - 3m + 1}{\sin^2 x - \cos x - 3} = m$  luôn có nghiệm với mọi  $m > 1$ .

(đpcm)

**HẾT.**

## ĐỀ SỐ 2

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 5 câu tự luận)

## I. TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** [NB] Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

A.  $\lim u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).

B.  $\lim q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).

C.  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .

D.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ , với  $k \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 2.** [NB] Tính giới hạn  $\lim \frac{2n+1}{3n+2}$ .

A.  $\frac{2}{3}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 0.

**Câu 3.** [NB] Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$  và  $v_n = \frac{2-3n}{n}$  với  $n \geq 1$ .

Tính  $\lim(u_n + v_n)$ .

A. 5.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C. -1.

D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 4.** [NB] Hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  cho bởi  $u_n = \frac{n^2+1}{n}$ ;  $v_n = n$ , với  $\forall n \geq 1$ . Tính  $\lim(v_n - u_n)$ .

A. 1.

B. 0.

C.  $-\infty$ .

D.  $+\infty$ .

**Câu 5.** [NB] Cho ba dãy số:  $(u_n)$ ;  $(v_n)$ ;  $(w_n)$  với  $u_n = \frac{1}{2^n}$ ;  $v_n = \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ ;  $w_n = \frac{3^n}{4^{n+1}}$ , với  $\forall n \geq 1$ .

Trong ba dãy số đã cho, có bao nhiêu dãy số có giới hạn bằng 0?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

**Câu 6.** [NB] Hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  cho bởi  $u_n = \frac{2^n}{5^n}$ ;  $v_n = \frac{4^n}{3^n}$   $\forall n \geq 1$ . Tính  $\lim(u_n \cdot v_n)$ .

A.  $\frac{8}{15}$ .

B.  $+\infty$ .

C. 0.

D.  $-\infty$ .

**Câu 7.** [NB] Cho hai dãy  $(u_n)$ ;  $(v_n)$  biết  $u_n = 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $v_n = 2 \cdot 3^n + 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giới hạn  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

A. 1.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 8.** [NB] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B. 0.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $+\infty$ .

**Câu 9.** [NB] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{5x-15}$  bằng

A.  $\frac{1}{5}$ .

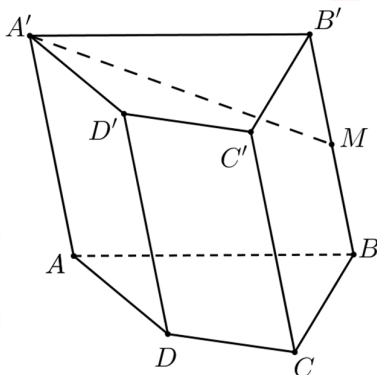
B.  $-\frac{1}{5}$ .

C. 0.

D.  $-\infty$ .

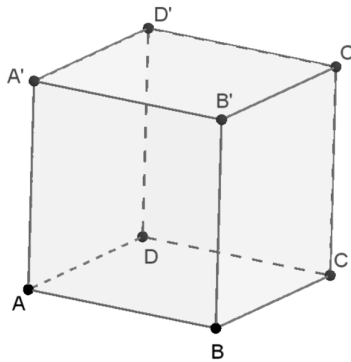
**Câu 10.** [NB] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x - 4)$  bằng

- A. 6.    B. -2.    C. -14.    D. -6.
- Câu 11. [TH] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$  bằng  
A.  $-\infty$ .    B. -1.    C. 1.    D.  $+\infty$ .
- Câu 12. [TH] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{2x - 1}$  bằng  
A. -1.    B. 0.    C.  $-\infty$ .    D.  $-\frac{1}{2}$ .
- Câu 13. [NB] Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + 2g(x)]$ .  
A. 4.    B. 8.    C. 1.    D. 5.
- Câu 14. [NB] Hàm số nào dưới đây liên tục tại  $x = 1$ ?  
A.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .    B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .    C.  $y = \sqrt{x-2}$ .    D.  $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ .
- Câu 15. [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số  $y = \frac{1}{x^4 - 3x^2 + 2}$  là  
A. 1.    B. 4.    C. 2.    D. 3.
- Câu 16. [NB] Cho hình lăng trụ tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$



Ảnh của đoạn thẳng  $A'M$  qua phép chiếu song song theo phương chiếu  $A'A$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đoạn thẳng

- A.  $AM$ .    B.  $AB$ .    C.  $A'B$ .    D.  $A'B'$ .
- Câu 17. [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
A. Ba vectơ  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{DD'}$  đồng phẳng.    B. Ba vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DD'}$  đồng phẳng.  
C. Ba vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$  đồng phẳng.    D. Ba vectơ  $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$  đồng phẳng.
- Câu 18. [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?  
A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .    B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$ .  
C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{A'C}$ .    D.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$ .
- Câu 19. [NB] Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  đều khác vectơ  $\vec{0}$ . Tìm mệnh đề đúng.  
A.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .    B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ .  
C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .    D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .
- Câu 20. [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm mệnh đề đúng.



A.  $(\overline{AA'}, \overline{BC}) = (\overline{BD}, \overline{BC})$ .

B.  $(\overline{AA'}, \overline{BC}) = (\overline{AC}, \overline{BC})$ .

C.  $(\overline{AA'}, \overline{BC}) = (\overline{AB}, \overline{BC})$ .

D.  $(\overline{AA'}, \overline{BC}) = (\overline{BB'}, \overline{BC})$ .

Câu 21. [TH] Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2021}{2n+1}$ .

A. 4.

B. 2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 2021.

Câu 22. [TH] Tính tổng  $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$

A.  $S = 3$ .

B.  $S = 4$ .

C.  $S = 6$ .

D.  $S = 5$ .

Câu 23. [TH] Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n - 2 \cdot 3^n + 1} = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính giá trị của  $2a + b$

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 0.

Câu 24. [TH] Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1)$  là

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 0.

D. 1.

Câu 25. [TH] Tìm giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ .

A.  $-\infty$

B.  $\frac{1}{2}$ .

C. 1.

D.  $+\infty$ .

Câu 26. [TH] Tính giới hạn  $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$ .

A.  $K = 0$ .

B.  $K = -\frac{2}{3}$ .

C.  $K = \frac{2}{3}$ .

D.  $K = \frac{4}{3}$ .

Câu 27. [TH] Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

A.  $(-\infty; 3)$ .

B.  $(-4; 7)$ .

C.  $(-3; 2)$ .

D.  $(-2; +\infty)$ .

Câu 28. [TH] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} - 2 & \text{khi } x \neq 5 \\ a - 1 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$ . Để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 5$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $(1; \frac{3}{2})$ .

B.  $(0; \frac{1}{2})$

C.  $(\frac{1}{2}; 1)$

D.  $(\frac{3}{2}; 2)$ .

Câu 29. [TH] Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2 - x - 6}$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .  
 B. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $[-4; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 D. Hàm số liên tục trên  $[-4; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .
- Câu 30.** [TH] Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?  
 A.  $y = \sin x - 2 \tan x$ .    B.  $y = \frac{3}{\cos x - 1}$ .    C.  $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$ .    D.  $y = \sqrt{9-x^2}$ .
- Câu 31.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DD'}$  ?  
 A.  $45^\circ$ .    B.  $60^\circ$ .    C.  $120^\circ$ .    D.  $90^\circ$ .
- Câu 32.** [TH] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng  
 A.  $30^\circ$ .    B.  $45^\circ$ .    C.  $60^\circ$ .    D.  $90^\circ$ .
- Câu 33.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , có cạnh  $a$ . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:  
 A.  $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -a^2$ .    B.  $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$ .    D.  $|\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}$ .
- Câu 34.** [TH] Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu diễn) vectơ  $\overrightarrow{BC'}$  qua các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .  
 A.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .    B.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .    C.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .    D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .
- Câu 35.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Biết luôn tồn tại số thực  $k$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$ . Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu ?  
 A. 2.    B. 4.    C. 1.    D. 3.
- II. TỰ LUẬN**
- Câu 1** [TH] Tính giới hạn của các dãy số sau:  
 a.  $u_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ .  
 b.  $u_n = \frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}}$ .
- Câu 2.** [VD] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm cạnh  $A'B'$  và  $BC$ .  
 a) Chứng minh rằng  $MN \perp AC'$ .  
 b) Chứng minh rằng  $AC' \perp (A'BD)$ .
- Câu 3.** [VDC] Tìm  $a, b, c \in \mathbb{R}$  để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$ .
- Câu 4.** [VD] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8x + m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ , với  $m, n$  là các tham số thực. Biết rằng hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$ , khi đó hãy tính giá trị của biểu thức  $P = m + n$  ?
- Câu 5.** [VD] Chứng minh phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có đúng ba nghiệm phân biệt.

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

## I. TRẮC NGHIỆM

## BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.B	5.B	6.C	7.A	8.B	9.B	10.D
11.D	12.A	13.A	14.B	15.B	16.B	17.D	18.A	19.C	20.D
21.B	22.A	23.D	24.A	25.B	26.B	27.D	28.A	29.D	30.C
31.D	32.C	33.A	34.C	35.D					

**Câu 1.** [NB] Phát biểu nào sau đây là sai ?

A.  $\lim u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).

B.  $\lim q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).

C.  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .

D.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ , với  $k \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì  $\lim q^n = 0$  ( $|q| < 1$ ).

**Câu 2.** [NB] Tính giới hạn  $\lim \frac{2n+1}{3n+2}$ .

A.  $\frac{2}{3}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 0.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim \frac{2n+1}{3n+2} = \lim \frac{2+\frac{1}{n}}{3+\frac{2}{n}} = \frac{2}{3}$ .

**Câu 3.** [NB] Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$  và  $v_n = \frac{2-3n}{n}$  với  $n \geq 1$ .

Tính  $\lim(u_n + v_n)$ .

A. 5.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C. -1.

D.  $\frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\lim u_n = \lim \frac{2n-1}{n+1} = \lim \frac{n\left(2-\frac{1}{n}\right)}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)} = 2.$$

$$\lim v_n = \lim \frac{2-3n}{n} = \lim \frac{n\left(\frac{2}{n}-3\right)}{n} = -3.$$

Theo định lý: Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ) thì  $\lim(u_n + v_n) = a + b$ .

Vậy  $\lim(u_n + v_n) = 2 + (-3) = -1$ .

**Câu 4.** [NB] Hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  cho bởi  $u_n = \frac{n^2+1}{n}$ ;  $v_n = n$ , với  $\forall n \geq 1$ . Tính  $\lim(v_n - u_n)$ .

A. 1.

B. 0.

C.  $-\infty$ .

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim(v_n - u_n) = \lim\left(n - \frac{n^2 + 1}{n}\right) = \lim \frac{-1}{n} = 0$ .

**Câu 5.** [NB] Cho ba dãy số:  $(u_n)$ ;  $(v_n)$ ;  $(w_n)$  với  $u_n = \frac{1}{2^n}$ ;  $v_n = \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ ;  $w_n = \frac{3^n}{4^{n+1}}$ , với  $\forall n \geq 1$ .

Trong ba dãy số đã cho, có bao nhiêu dãy số có giới hạn bằng 0?

- A. 1.                      **B.** 2.                      C. 0.                      D. 3.

**Lời giải**

Ta thấy:  $\lim q^n = 0$  nếu  $|q| < 1$ ;  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$ . Do đó:

•  $\lim u_n = \lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$  vì  $0 < \frac{1}{2} < 1$

•  $\lim v_n = \lim \left(\frac{\pi}{3}\right)^n = +\infty$  vì  $\frac{\pi}{3} > 1$

•  $\lim w_n = \lim \frac{3^n}{4^{n+1}} = \lim \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n\right] = 0$  vì  $0 < \frac{3}{4} < 1$ .

**Câu 6.** [NB] Hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  cho bởi  $u_n = \frac{2^n}{5^n}$ ;  $v_n = \frac{4^n}{3^n}$   $\forall n \geq 1$ . Tính  $\lim(u_n \cdot v_n)$ .

- A.  $\frac{8}{15}$ .                      B.  $+\infty$ .                      **C.** 0.                      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim \left(\frac{2^n}{5^n} \cdot \frac{4^n}{3^n}\right) = \lim \left(\frac{8}{15}\right)^n = 0$  vì  $0 < \frac{8}{15} < 1$ .

**Câu 7.** [NB] Cho hai dãy  $(u_n)$ ;  $(v_n)$  biết  $u_n = 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $v_n = 2 \cdot 3^n + 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giới hạn  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A.** 1.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \lim \frac{4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n} = \lim \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1} = 1$ .

**Câu 8.** [NB] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      **B.** 0.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2(x+1)(x^2 - x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2(x^2 - x + 1)} = 0$ .

**Câu 9.** [NB] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{5x-15}$  bằng

A.  $\frac{1}{5}$ .

B.  $-\frac{1}{5}$ .

C. 0.

D.  $-\infty$ .

Lời giải

Với  $x < 3$  thì  $|x-3| = 3-x$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{5x-15} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x+3}{5x-15} = \frac{-1}{5}$ .

Câu 10. [NB] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x - 4)$  bằng

A. 6.

B. -2.

C. -14.

D. -6.

Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x - 4) = 4 - 6 - 4 = -6$ .

Câu 11. [TH] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B. -1.

C. 1.

D.  $+\infty$ .

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - x + 1) = 1 > 0$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) = 0$ ;  $x^2 - 1 > 0, \forall x > 1$ .

nên  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = +\infty$ .

Câu 12. [TH] Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{2x - 1}$  bằng

A. -1.

B. 0.

C.  $-\infty$ .

D.  $-\frac{1}{2}$ .

Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1}{2 - \frac{1}{x}} = -1$ .

Câu 13. [NB] Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + 2g(x)]$ .

A. 4.

B. 8.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + 2g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2 + 2.3 = 4$ .

Câu 14. [NB] Hàm số nào dưới đây liên tục tại  $x=1$ ?

A.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

C.  $y = \sqrt{x-2}$ .

D.  $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ .

Lời giải

Hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  và  $y = \frac{x^2+1}{x-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên loại đáp án A, D.Hàm số  $y = \sqrt{x-2}$  có tập xác định là  $[2; +\infty)$  mà  $1 \notin [2; +\infty)$ . Loại đáp án C.Hàm phân thức liên tục trên tập xác định của nó. Hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$  do đó hàm số liên tục tại  $x=1$ .



Câu 15. [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số  $y = \frac{1}{x^4 - 3x^2 + 2}$  là

A. 1.

**B.** 4.

C. 2.

D. 3.

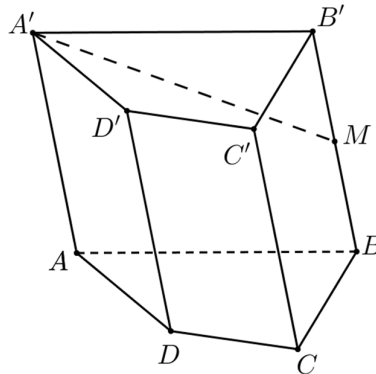
**Lời giải**

$$\text{Ta có } x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Khi đó hàm số xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1; \pm\sqrt{2}\}$ .

Vậy hàm số có bốn điểm gián đoạn.

Câu 16. [NB] Cho hình lăng trụ tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$



Ảnh của đoạn thẳng  $A'M$  qua phép chiếu song song theo phương chiếu  $A'A$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đoạn thẳng

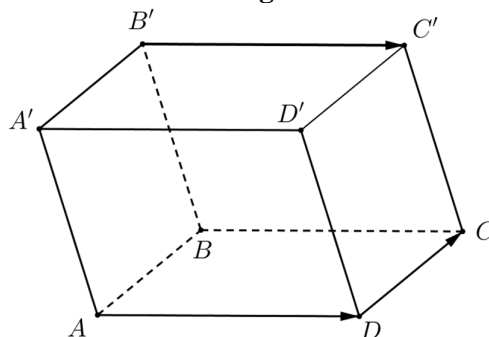
A.  $AM$ .**B.**  $AB$ .C.  $A'B$ .D.  $A'B'$ .**Lời giải**

Ảnh của điểm  $A'$  qua phép chiếu song song theo phương chiếu  $A'A$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là điểm  $A$ .

Ta có  $MB \parallel A'A$  và  $MB \cap (ABCD) = \{B\}$  nên ảnh của điểm  $M$  qua phép chiếu song song theo phương chiếu  $A'A$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là điểm  $B$ .

Vậy ảnh của đoạn thẳng  $A'M$  qua phép chiếu song song theo phương chiếu  $A'A$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đoạn thẳng  $AB$ .

Câu 17. [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Ba vector  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{DD'}$  đồng phẳng.B. Ba vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DD'}$  đồng phẳng.C. Ba vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$  đồng phẳng.**D.** Ba vector  $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$  đồng phẳng.**Lời giải**

Ta có  $B'C' // BC \Rightarrow B'C' // (ABCD)$ .

Vậy mặt phẳng  $(ABCD)$  chứa hai vectơ  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$  và song song với vectơ  $\overrightarrow{B'C'}$  nên ba vectơ  $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$  đồng phẳng.

**Câu 18.** [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

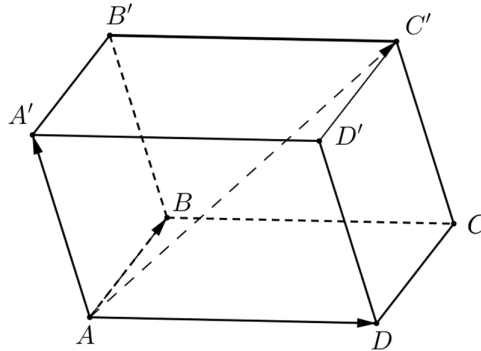
**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{A'C}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$ .

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

**Câu 19.** [NB] Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  đều khác vectơ  $\vec{0}$ . Tìm mệnh đề đúng.

**A.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**B.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ .

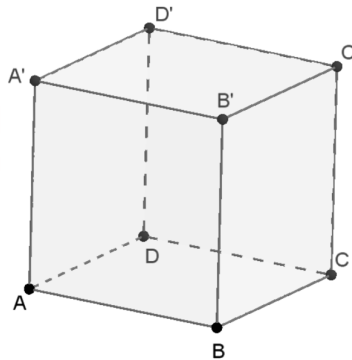
**C.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

Lời giải

Ta có  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Câu 20.** [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm mệnh đề đúng.



**A.**  $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC})$ .

**B.**  $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})$ .

**C.**  $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$ .

**D.**  $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC})$ .

Lời giải

Do  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp  $\Rightarrow ABA'B'$  là hình bình hành  $\Rightarrow AA' // BB'$   
 $\Rightarrow (\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC})$

**Câu 21.** [TH] Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2021}{2n + 1}$ .

**A.** 4.

**B.** 2.

**C.**  $\frac{1}{2}$ .

**D.** 2021.

## Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2021}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2021}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2.$$

**Câu 22.** [TH] Tính tổng  $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$

**A.**  $S = 3.$

**B.**  $S = 4.$

**C.**  $S = 6.$

**D.**  $S = 5.$

## Lời giải

Ta có  $S$  là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1, q = \frac{2}{3}$ .

$$\Rightarrow S = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 3.$$

**Câu 23.** [TH] Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n - 2 \cdot 3^n + 1} = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính giá trị của  $2a + b$

**A.** 1.

**B.** 3.

**C.** -1.

**D.** 0.

## Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n - 2 \cdot 3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n} = \frac{-1}{2}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 0.$$

**Câu 24.** [TH] Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1)$  là

**A.**  $+\infty.$

**B.**  $-\infty.$

**C.** 0.

**D.** 1.

## Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( -1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \right].$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -1 < 0$  nên

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1) = +\infty.$$

**Câu 25.** [TH] Tìm giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ .

**A.**  $-\infty$

**B.**  $\frac{1}{2}.$

**C.** 1.

**D.**  $+\infty.$

## Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1} = \frac{1 - 1 + 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 26.** [TH] Tính giới hạn  $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$ .

**A.**  $K = 0.$

**B.**  $K = -\frac{2}{3}.$

**C.**  $K = \frac{2}{3}.$

**D.**  $K = \frac{4}{3}.$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = -\frac{2}{3}.$$

**Câu 27. [TH]** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; 3)$ .      B.  $(-4; 7)$ .      C.  $(-3; 2)$ .      **D.  $(-2; +\infty)$ .**

**Lời giải**

$$\text{Hàm số có nghĩa khi } x^2+5x+6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Vậy theo định lí ta có hàm số  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; -3); (-3; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 28. [TH]** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} & \text{khi } x \neq 5 \\ a-1 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$ . Để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 5$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; \frac{3}{2})$ .**      B.  $(0; \frac{1}{2})$       C.  $(\frac{1}{2}; 1)$       D.  $(\frac{3}{2}; 2)$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x-1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x-1}+2} = \frac{1}{4}, \quad f(5) = a-1.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5) \Rightarrow \frac{1}{4} = a-1 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}.$$

Vậy với  $a = \frac{5}{4} \in (1; \frac{3}{2})$  thì hàm số liên tục tại  $x = 5$ .

**Câu 29. [TH]** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2-x-6}$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .  
 B. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $[-4; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
**D. Hàm số liên tục trên  $[-4; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .**

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số  $D = [-4; +\infty) \setminus \{-2; 3\}$ .

Hàm số liên tục trên  $[-4; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .

**Câu 30. [TH]** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = \sin x - 2 \tan x$ .      B.  $y = \frac{3}{\cos x - 1}$ .      **C.  $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$ .**      D.  $y = \sqrt{9-x^2}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \sin x - 2 \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Hàm số  $y = \frac{3}{\cos x - 1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

Hàm số  $y = \sqrt{9 - x^2}$  có tập xác định là  $[-3; 3]$ .

Hàm số  $y = \frac{2x - 5}{x^2 - x + 1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

Do đó hàm  $y = \frac{2x - 5}{x^2 - x + 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31. [TH]** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overline{AB}, \overline{DD'}$ ?

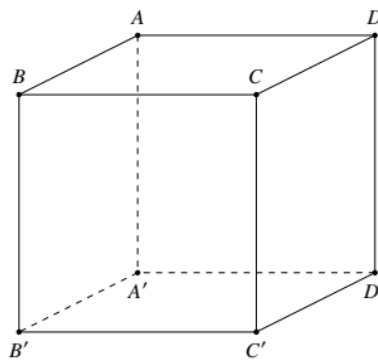
A.  $45^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

**D.  $90^\circ$ .**

Lời giải



Ta có:  $(\overline{AB}; \overline{DD'}) = (\overline{DC}; \overline{DD'}) = 90^\circ$ .

**Câu 32. [TH]** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

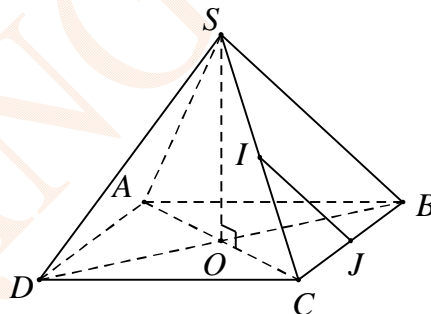
A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

**C.  $60^\circ$ .**

D.  $90^\circ$ .

Lời giải



Từ giả thiết ta có:  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$ ).

Lại có  $AB \parallel CD$  (do  $ABCD$  là hình thoi)

$\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$ .

Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 33. [TH]** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , có cạnh  $a$ . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

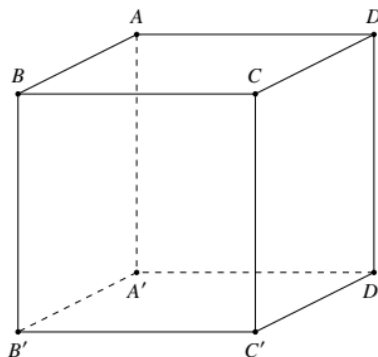
**A.  $\overline{AD'} \cdot \overline{CC'} = -a^2$ .**

B.  $\overline{AD'} \cdot \overline{AB'} = a^2$ .

C.  $\overline{AB'} \cdot \overline{CD'} = 0$ .

D.  $|\overline{AC'}| = a\sqrt{3}$ .

Lời giải



Ta có:  $\overline{AD'} \cdot \overline{CC'} = \overline{AD'} \cdot \overline{AA'} = |\overline{AD'}| \cdot |\overline{AA'}| \cos 45^\circ = a^2$ .

$$\overline{AD'} \cdot \overline{AB'} = |\overline{AD'}| \cdot |\overline{AB'}| \cos 60^\circ = a^2.$$

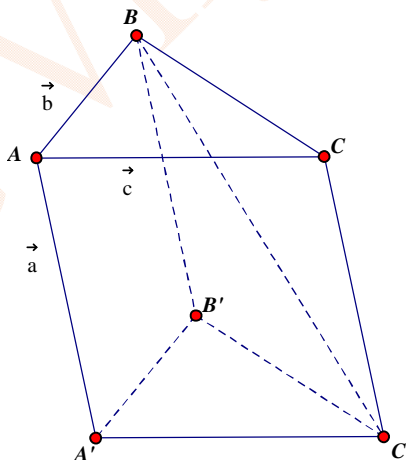
$$\overline{AB'} \cdot \overline{CD'} = \overline{AB'} \cdot \overline{BA'} = 0.$$

$$|\overline{AC'}| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{3}.$$

**Câu 34. [TH]** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overline{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ  $\overline{BC'}$  qua các véc tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

A.  $\overline{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .    B.  $\overline{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .    C.  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .    D.  $\overline{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

Lời giải



Vì mặt bên  $(BCC'B')$  là hình bình hành nên  $\overline{BC'} = \overline{BB'} + \overline{BC} = \overline{AA'} + \overline{AC} - \overline{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  nên  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 35. [TH]** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Biết luôn tồn tại số thực  $k$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = k \cdot \overline{AG}$ . Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

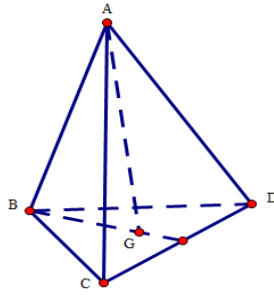
A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải



Vì  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$  nên  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .  
 Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$ .  
 Vậy  $k = 3$ .

## II. TỰ LUẬN

**Câu 1** [TH] Tính giới hạn của các dãy số sau:

c.  $u_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ .

d.  $u_n = \frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}}$ .

**Lời giải**

a. Ta có:

$$\lim u_n = \lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \lim \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \lim \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1\right)} = \lim \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}.$$

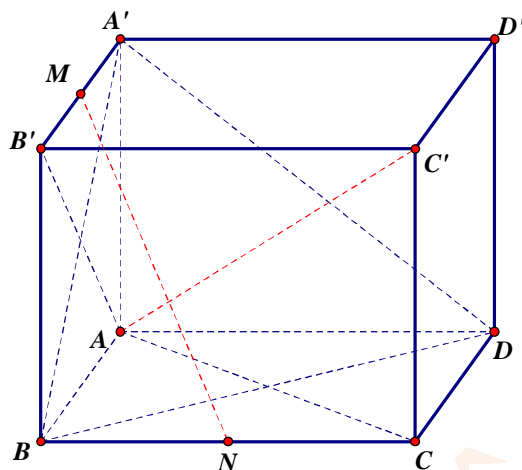
b. Ta có

$$\lim u_n = \lim \frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}} = \lim \frac{n\left(\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 1\right)}{n\sqrt{9 + \frac{3}{n}}} = \lim \frac{\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 1}{\sqrt{9 + \frac{3}{n}}} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 2.** [VD] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm cạnh  $A'B'$  và  $BC$ .

- Chứng minh rằng  $MN \perp AC'$ .
- Chứng minh rằng  $AC' \perp (A'BD)$ .

**Lời giải**



a) Chứng minh rằng  $MN \perp AC'$ .

Ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \cdot \left( \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \\ &= \frac{1}{2}AB^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}AD^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} - AA'^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \text{ và } \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}AD^2 - AA'^2 = 0.$$

Suy ra  $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$ .

Vậy  $MN \perp AC'$ .

b) Chứng minh rằng  $AC' \perp (A'BD)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'B \perp AB' \\ A'B \perp B'C' \\ AB', B'C' \subset (AB'C') \\ AB' \cap B'C' = B' \end{cases} \Rightarrow A'B \perp (AB'C') \Rightarrow A'B \perp AC' \quad (1).$$

Chứng minh tương tự ta được  $BD \perp AC'$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $AC' \perp (A'BD)$ .

**Câu 3.** [VDC] Tìm  $a, b, c \in \mathbb{R}$  để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$ .

**Lời giải**

Ta có:  $x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2)$ .

Do đó phương trình  $2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1 = 0 \Rightarrow 4(1+ax^2) - (bx+1)^2 = 0$  phải có nghiệm kép

$$x=1$$

$$\Leftrightarrow (4a - b^2)x^2 - 2bx + 3 = 0 \text{ có nghiệm kép } x=1$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b^2 \neq 0 \\ \Delta' = b^2 - 3(4a - b^2) = 0 \\ (4a - b^2) \cdot (1)^2 - 2 \cdot b \cdot 1 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b^2 \neq 0 \\ a = \frac{1}{3}b^2 \\ \frac{1}{3}b^2 - 2b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 3.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+3x^2} - 3x - 1}{x^3 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)^2}{(x-1)^2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(2\sqrt{1+3x^2} + 3x + 1)(x+2)} = \frac{1}{8}$$

Suy ra  $c = \frac{1}{8}$ .

Vậy  $a = b = 3, c = \frac{1}{8}$ .

**Câu 4.** [VD] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8x + m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ , với  $m, n$  là các tham số thực. Biết rằng hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ , khi đó hãy tính giá trị của biểu thức  $P = m + n$ ?

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Với  $x \neq 1$  ta có  $f(x) = \frac{x^3 + 8x + m}{x-1} = x^2 + x + 9 + \frac{m+9}{x-1}$ .

$f(x)$  liên tục tại  $x = 1$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$  (1)

Nếu  $m+9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -9$  thì không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .

Do đó  $m+9 = 0 \Leftrightarrow m = -9$ . Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 9) = 11$ .

Vậy (1)  $\Leftrightarrow n = 11$  suy ra  $P = m + n = -9 + 11 = 2$ .

**Câu 5.** [VD] Chứng minh phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có đúng ba nghiệm phân biệt.

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1$ . Ta có

$$f(-3) = -44m^2 - 14 < 0$$

$$f(0) = m^2 + 1 > 0$$

$$f(1) = -2 < 0$$

$$f(2) = m^2 + 1 > 0$$

Do đó  $f(-3)f(0) < 0$ ,  $f(0)f(1) < 0$  và  $f(1)f(2) < 0$ .

Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ , do đó liên tục trên các đoạn  $[-3; 0]$ ,  $[0; 1]$  và  $[1; 2]$ . Từ đó suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng  $(-3; 0)$ ,  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ , tức là có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Hơn nữa,  $f(x)$  là đa thức bậc ba nên có tối đa ba nghiệm.

Vậy phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có đúng ba nghiệm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

## ĐỀ SỐ 3

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

## I. TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho 2 dãy số  $(a_n), (b_n)$  với  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ,  $b_n = \frac{1}{n}$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?
- A.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ .                      B. Không tồn tại  $\lim \frac{a_n}{b_n}$ .
- C.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$ .                          D.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 0$ .
- Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với giới hạn còn lại?
- A.  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$                       B.  $\lim \frac{1+n}{n-1}$                       C.  $\lim \frac{1-n}{n+2}$                       D.  $\lim \frac{1+5n}{6-5n}$
- Câu 3.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?
- A. Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ;  $\lim v_n = 0$  và  $v_n < 0, \forall n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$ .
- B.  $\lim q^n = +\infty$  (với  $|q| > 1$ ).
- C.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  là một số nguyên dương.
- D.  $\lim q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .
- Câu 4.** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là số  $a$  (hay  $u_n$  dần tới  $a$ ) khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$ .
- B. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là 0 khi  $n$  dần tới vô cực, nếu  $|u_n|$  có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- C. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- D. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai ?
- A.  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .                      B.  $\lim q^n = 0$  nếu  $|q| > 1$ .
- C.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  nguyên dương.                      D.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$
- Câu 6.** Cho 2 dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng:
- A.  $\frac{5}{2}$ .                      B.  $\frac{2}{5}$ .                      C. 7.                      D. 3.
- Câu 7.** Cho  $\lim(u_n) = 2, \lim(v_n) = -3$ . Khi đó giá trị của giới hạn  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng?
- A. 1.                      B. -6.                      C. 5.                      D. -1
- Câu 8.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x$  dần tới  $x_0$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?
- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ .

$$\text{B. } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

$$\text{C. } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

$$\text{D. } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

**Câu 9.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  khi và chỉ khi :

$$\text{A. } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L.$$

$$\text{B. } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

$$\text{C. } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

$$\text{D. } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x).$$

**Câu 10.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$  ?

$$\text{A. } 5.$$

$$\text{B. } -5.$$

$$\text{C. } -1.$$

$$\text{D. } 1.$$

**Câu 11.** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

$$\text{A. } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b.$$

$$\text{B. } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x).g(x)] = a.b.$$

$$\text{C. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{D. } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b.$$

**Câu 12.** Với  $k$  là số nguyên dương, kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k}$  là

$$\text{A. } 0.$$

$$\text{B. } +\infty.$$

$$\text{C. } -\infty.$$

$$\text{D. } -1.$$

**Câu 13.** Với  $k$  là số nguyên dương và  $k$  là số lẻ, kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k$  là

$$\text{A. } -\infty.$$

$$\text{B. } 0.$$

$$\text{C. } +\infty.$$

$$\text{D. } 1.$$

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 - 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Giá trị của  $m$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là:

$$\text{A. } \sqrt{3}.$$

$$\text{B. } -\sqrt{3}.$$

$$\text{C. } \pm\sqrt{3}.$$

$$\text{D. } \pm 3.$$

**Câu 15.** Trong các hàm sau, hàm nào không liên tục trên khoảng  $(-1; 1)$  :

$$\text{A. } f(x) = x^4 - x^2 + 2.$$

$$\text{B. } f(x) = \sin x.$$

$$\text{C. } f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

$$\text{D. } f(x) = \sqrt{2x - 1}.$$

**Câu 16.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**? (Với giả thiết các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiều).

**A.** Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.

**B.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.

**C.** Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

**D.** Hình chiếu song song của đường thẳng là đường thẳng.

**Câu 17.** Trong không gian cho 3 vectơ  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  không đồng phẳng. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

**A.** Các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}, \vec{w}$  đồng phẳng.

**B.** Các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}, -2\vec{u}, 2\vec{w}$  đồng phẳng.

**C.** Các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}, 2\vec{w}$  không đồng phẳng.

**D.** Các vectơ  $2(\vec{u} + \vec{v}), -\vec{u}, -\vec{v}$  không đồng phẳng.

- Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $M, N$  là các điểm thỏa  $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$ ,  $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $MN \parallel (AC'B)$ . B.  $MN \parallel (BC'D)$ .  
 C.  $MN \parallel (A'C'D)$ . D.  $MN \parallel (BC'B)$ .
- Câu 19.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng?
- A.  $a^2$  B.  $\frac{a^2}{2}$  C.  $0$  D.  $-\frac{a^2}{2}$
- Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .
- A.  $60^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $120^\circ$ . D.  $90^\circ$ .
- Câu 21.** Tìm  $a$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}$ .
- A.  $a = 6$ . B.  $a = 3$ . C.  $a = 27$ . D.  $a = 9$ .
- Câu 22.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$ . Tính tổng:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$
- A.  $S = \frac{3}{2}$ . B.  $S = \frac{2}{3}$ . C.  $S = 2$ . D.  $S = \frac{1}{2}$ .
- Câu 23.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$ . Khi đó  $1 - L^2$  bằng
- A.  $1$ . B.  $\frac{3}{4}$ . C.  $0$ . D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 24.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 - 5}}$ .
- A.  $\frac{3}{5}$ . B.  $-\frac{3}{5}$ . C.  $5$ . D.  $-5$ .
- Câu 25.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$  bằng
- A.  $2$ . B.  $-\infty$ . C.  $+\infty$ . D.  $1$ .
- Câu 26.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + ax + 5} + x \right) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?
- A.  $6$ . B.  $10$ . C.  $-10$ . D.  $-6$ .
- Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm  $x = -2$  và gián đoạn tại các điểm  $x \neq -2$ .  
 B. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 D. Hàm số không liên tục tại điểm  $x = -2$ .
- Câu 28.** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 27 & x = 3 \end{cases}$ , tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
- I.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$ .

II.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 3$ .

III.  $f(x)$  liên tục trên  $R$ .

A. I. và II.                      B. I. và III.                      C. Chỉ I.                      D. II. và III.

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$ .

A.  $\frac{-5}{2}$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 30.** Tìm tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 6 & \text{nếu } x \neq 2 \\ mx + 3 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m = -1$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = 4$ .

**Câu 31.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CC'$  bằng:

A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{B'D'}$  và  $\overrightarrow{CD}$  bằng

A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

A.  $60^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 34.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{AK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.                      B.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.  
C.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{EK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.                      D.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$ ,  $J$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $IJ$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .                      B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$ .  
C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$ .                      D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{JI}$ .

## II. TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$ .

**Câu 37.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Hai điểm  $M$ ,  $N$  lần lượt thuộc  $BC$ ,  $CD$  sao cho  $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2}$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $G$  đồng phẳng.

**Câu 38.** Tìm giới hạn của  $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x)$ ?

**Câu 39.** Với  $m > 2$  tìm số nghiệm của phương trình  $|x|^3 - 2mx^2 + 2 = 0$ , với  $m > 2$

## BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.B	6.B	7.B	8.C	9.B	10.C
11.C	12.A	13.A	14.C	15.D	16.B	17.C	18.B	19.C	20.D
21.A	22.B	23.B	24.D	25.C	26.C	27.C	28.B	29.A	30.C
31.B	32.C	33.A	34.B	35.A					

## I. TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Cho 2 dãy số  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  với  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ,  $b_n = \frac{1}{n}$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

**A.**  $\lim \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ .

**B.** Không tồn tại  $\lim \frac{a_n}{b_n}$ .

**C.**  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$ .

**D.**  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 0$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\frac{a_n}{b_n} = (-1)^n$ . Do đó không tồn tại  $\lim \frac{a_n}{b_n}$ .

**Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với giới hạn còn lại?

**A.**  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$

**B.**  $\lim \frac{1+n}{n-1}$

**C.**  $\lim \frac{1-n}{n+2}$

**D.**  $\lim \frac{1+5n}{6-5n}$

Lời giải

**Chọn B**

Vì  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3} = \lim \frac{1-n}{n+2} = \lim \frac{1+5n}{6-5n} = -1$

Còn  $\lim \frac{1+n}{n-1} = 1$

**Câu 3.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

**A.** Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ;  $\lim v_n = 0$  và  $v_n < 0, \forall n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$ .

**B.**  $\lim q^n = +\infty$  ( với  $|q| > 1$  ).

**C.**  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  là một số nguyên dương.

**D.**  $\lim q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .

Lời giải

**Chọn B**

Mệnh đề **A** đúng theo định lí về giới hạn vô cực.

Mệnh đề **B** chỉ đúng với  $q$  thỏa mãn  $q > 1$  còn với  $q < -1$  thì không tồn tại giới hạn dãy số  $q^n$ .

Mệnh đề **C** và **D** đúng theo kết quả của giới hạn đặc biệt.

**Câu 4.** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là số  $a$  (hay  $u_n$  dần tới  $a$ ) khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$ .

**B.** Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là 0 khi  $n$  dần tới vô cực, nếu  $|u_n|$  có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**C.** Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**D.** Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

## Lời giải

## Chọn A

Theo định nghĩa giới hạn ta chọn đáp án đúng là A

**Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai ?

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ .

B.  $\lim q^n = 0$  nếu  $|q| > 1$ .

C.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  nguyên dương.

D.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$

## Lời giải

## Chọn B

$\lim q^n = 0$  nếu  $|q| < 1$ .

**Câu 6.** Cho 2 dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng:

A.  $\frac{5}{2}$ .

B.  $\frac{2}{5}$ .

C. 7.

D. 3.

## Lời giải

Áp dụng định lý về giới hạn hữu hạn, ta có  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{2}{5}$ .

**Câu 7.** Cho  $\lim(u_n) = 2, \lim(v_n) = -3$ . Khi đó giá trị của giới hạn  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng?

A. 1.

B. -6.

C. 5.

D. -1

## Lời giải.

## Chọn B

Ta có:  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim(u_n) \cdot \lim(v_n) = 2 \cdot (-3) = -6$

**Câu 8.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x$  dần tới  $x_0$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .

## Lời giải

Theo định lý nếu  $f(x)$  và  $g(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x$  dần tới  $x_0$  thì

$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .

**Câu 9.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  khi và chỉ khi :

A.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ .

## Lời giải

## Chọn B

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$

**Câu 10.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ ?

A. 5.

B. -5.

C. -1.

D. 1.

## Lời giải



**Chọn C**

Có  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 + (-3) = -1$ .

**Câu 11.** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x).g(x)] = a.b$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .

**Lời giải****Chọn C**

**Câu 12.** Với  $k$  là số nguyên dương, kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k}$  là

**A.** 0.

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.** -1.

**Lời giải****Chọn A**

**Câu 13.** Với  $k$  là số nguyên dương và  $k$  là số lẻ, kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k$  là

**A.**  $-\infty$ .

**B.** 0.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 1.

**Lời giải****Chọn A**

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 - 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Giá trị của  $m$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là:

**A.**  $\sqrt{3}$ .

**B.**  $-\sqrt{3}$ .

**C.**  $\pm\sqrt{3}$ .

**D.**  $\pm 3$ .

**Lời giải****Chọn C**

Hàm số liên tục tại  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 1) = 1$ .

Vậy  $m^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}$ .

**Câu 15.** Trong các hàm sau, hàm nào không liên tục trên khoảng  $(-1; 1)$ :

**A.**  $f(x) = x^4 - x^2 + 2$ .

**B.**  $f(x) = \sin x$ .

**C.**  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

**D.**  $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ .

**Lời giải****Chọn D**

**Câu 16.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**? (Với giả thiết các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiều).

**A.** Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.

**B.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.

**C.** Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

**D.** Hình chiếu song song của đường thẳng là đường thẳng.

**Lời giải****Chọn B**

**Câu 17.** Trong không gian cho 3 vectơ  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  không đồng phẳng. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  đồng phẳng.  
 B. Các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $-2\vec{u}$ ,  $2\vec{w}$  đồng phẳng.  
 C. Các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{v}$ ,  $2\vec{w}$  không đồng phẳng.  
 D. Các vectơ  $2(\vec{u} + \vec{v})$ ,  $-\vec{u}$ ,  $-\vec{v}$  không đồng phẳng.

Lời giải

Chọn C

Vì  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  không đồng phẳng nên :

- $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  không đồng phẳng,  
  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{v}$ ,  $2\vec{w}$  không đồng phẳng.  
  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $-2\vec{u}$ ,  $2\vec{w}$  không đồng phẳng.

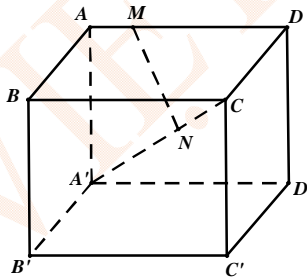
Các vectơ  $2(\vec{u} + \vec{v})$ ,  $-\vec{u}$ ,  $-\vec{v}$  hiển nhiên là đồng phẳng.

Câu 18. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $M, N$  là các điểm thỏa  $\vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{MD}$ ,  $\vec{NA'} = -\frac{2}{3}\vec{NC}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.  $MN \parallel (AC'D)$ .  
 B.  $MN \parallel (BC'D)$ .  
 C.  $MN \parallel (A'C'D)$ .  
 D.  $MN \parallel (BC'B)$ .

Lời giải

Chọn B



Đặt  $\vec{BA} = \vec{a}$ ,  $\vec{BB'} = \vec{b}$ ,  $\vec{BC} = \vec{c}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là ba vectơ không đồng phẳng và

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{BC'} = \vec{b} + \vec{c}, \vec{BA'} = \vec{a} + \vec{b}.$$

$$\text{Ta có } \vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{MD} \Rightarrow \vec{BA} - \vec{BM} = -\frac{1}{4}(\vec{BD} - \vec{BM}) \Rightarrow \frac{5}{4}\vec{BM} = \vec{BA} + \frac{1}{4}\vec{BD}$$

$$\Rightarrow \vec{BM} = \frac{4\vec{BA} + \vec{BD}}{5} = \frac{4\vec{a} + (\vec{a} + \vec{c})}{5} = \frac{5\vec{a} + \vec{c}}{5}.$$

Tương tự

$$\vec{BN} = \frac{3\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}}{5}, \vec{MN} = \vec{BN} - \vec{BM} = \frac{-2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}}{5} = -\frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{3}{5}(\vec{b} + \vec{c}) = -\frac{2}{5}\vec{BD} + \frac{3}{5}\vec{BC'}$$

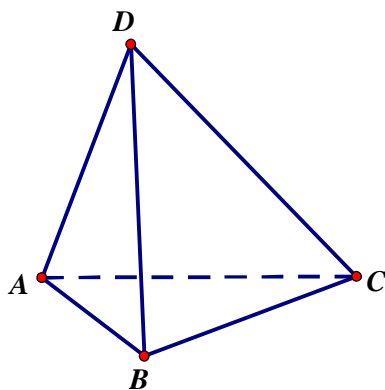
Suy ra  $\vec{MN}, \vec{DB}, \vec{BC'}$  đồng phẳng mà  $N \notin (BC'D) \Rightarrow MN \parallel (BC'D)$ .

Câu 19. Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$  bằng?

- A.  $a^2$                       B.  $\frac{a^2}{2}$                       C. 0                      D.  $-\frac{a^2}{2}$

Lời giải

Chọn C



$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} = (\overline{CB} - \overline{CA}) \cdot \overline{CD} = \overline{CB} \cdot \overline{CD} - \overline{CA} \cdot \overline{CD} = CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{CD}$ .

A.  $60^\circ$ .

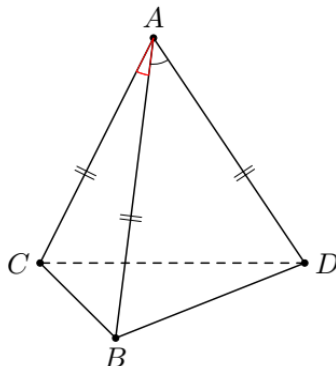
B.  $45^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AB} \cdot (\overline{AD} - \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB} \cdot \overline{AC} \\ &= |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cos(\overline{AB}, \overline{AD}) - |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) \\ &= |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cos 60^\circ - |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cos 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0 \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{CD}) = 90^\circ$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}.$$

**Câu 21.** Tìm  $a$  để  
**A.**  $a = 6$ .

**B.**  $a = 3$ .

**C.**  $a = 27$ .

**D.**  $a = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{4}{n}}{8 + \frac{3}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left( a + \frac{4}{n} \right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 8 + \frac{3}{n^2} \right)} = \frac{a}{8}.$$

- Câu 22.**  $\lim \frac{an^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$ . Tính tổng:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$
- A.  $S = \frac{3}{2}$ .                      **B.**  $S = \frac{2}{3}$ .                      C.  $S = 2$ .                      D.  $S = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$S$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1; q = -\frac{1}{2}$ .

$$\text{Do đó ta có: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}.$$

- Câu 23.** Biết  $\lim \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$ . Khi đó  $1 - L^2$  bằng
- A. 1.                      **B.**  $\frac{3}{4}$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = \lim \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3}\right)}{n^3 \left(\frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^2} + 4\right)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } L = \frac{1}{2}. \text{ Khi đó } 1 - L^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}.$$

- Câu 24.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 - 5}}$ .
- A.  $\frac{3}{5}$ .                      **B.**  $-\frac{3}{5}$ .                      C. 5.                      D. -5.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 - 5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(5 - \frac{3}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(5 - \frac{3}{x}\right)}{-x \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = -5.$$

- Câu 25.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$  bằng
- A. 2.                      B.  $-\infty$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x + 1) = 1; x > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x} = +\infty$$

- Câu 26.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x\right) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu ?
- A. 6.                      B. 10.                      **C.** -10.                      D. -6.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Cách 1: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a \cdot x + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = -\frac{a}{2}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = -10.$$

**Cách 2:** Bấm máy tính như sau  $\sqrt{x^2 + Ax + 5} + x + \text{CACL} + x = -10^{10}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm  $x = -2$  và gián đoạn tại các điểm  $x \neq -2$ .  
 B. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 D. Hàm số không liên tục tại điểm  $x = -2$ .

**Lời giải****Chọn C**

$$+ \text{ Với } x \neq -2: f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}.$$

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; +\infty)$ .

$$+ \text{ Tại } x = -2: f(-2) = -4; \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -4.$$

Hàm số đã cho liên tục tại  $x = -2$

Vậy hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 27 & x = 3 \end{cases}$ , tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

I.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$ .

II.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 3$ .

III.  $f(x)$  liên tục trên  $R$ .

A. I. và II.

**B.** I. và III.

C. Chỉ I.

D. II. và III.

**Lời giải****Chọn B**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x + 9) = 27.$$

$$f(3) = 27.$$

Ta lại thấy  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 27$ .

Vậy hàm số liên tục tại  $x = 3$  hay hàm số liên tục trên  $R$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số liên tục

tại  $x_0 = 2$ .

A.  $\frac{-5}{2}$ .

B.  $\frac{5}{2}$ .

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn A

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ 

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-x-1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (-x-1) = -3.$$

$$f(2) = 2m + 2.$$

Hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow -3 = 2m + 2 \Leftrightarrow m = \frac{-5}{2}$ .

Câu 30. Tìm tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ mx + 3 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m = -1$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m = 2$ .

D.  $m = 4$ .

Lời giải

Chọn C

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

+ Nếu  $x \neq 2$  thì hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2}$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

+ Tại  $x = 2$ : Ta có  $f(2) = 2m + 3$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+3)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x+3) = 7.$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m + 3 = 7 \Leftrightarrow m = 2$ .

Vậy  $m = 2$ .

Câu 31. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CC'$  bằng:

A.  $30^\circ$ .

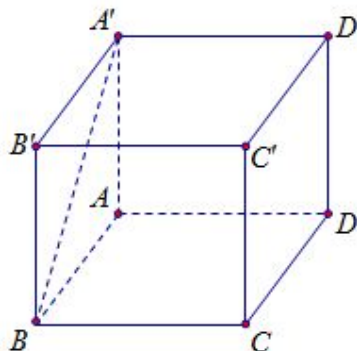
B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có  $CC' // BB' \Rightarrow (BA', CC') = (BA', BB') = \widehat{A'BB'} = 45^\circ$ .

Câu 32. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{B'D'}$  và  $\overrightarrow{CD}$  bằng

A.  $90^\circ$ .

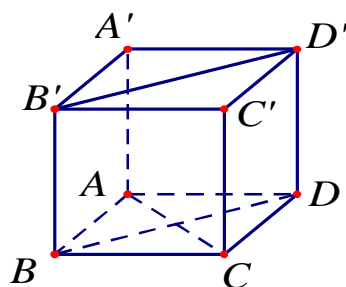
B.  $30^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có  $\overline{CD} = \overline{B'A'} \Rightarrow (\overline{B'D'}, \overline{CD}) = (\overline{B'D'}, \overline{B'A'}) = \widehat{A'B'D'} = 45^\circ$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

**A.**  $60^\circ$ .

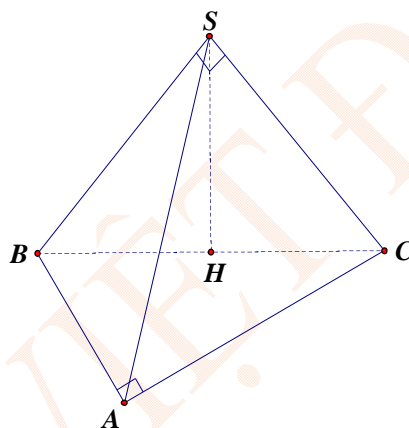
**B.**  $120^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  vì  $AB = AC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ .

Tam giác  $SBC$  vuông tại  $S$  vì  $SB = SC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ .

Ta có  $\overline{SC} \cdot \overline{AB} = \overline{SC} (\overline{SB} - \overline{SA}) = \overline{SC} \cdot \overline{SB} - \overline{SC} \cdot \overline{SA} = 0 - \overline{SC} \cdot \overline{SB} \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ .

Suy ra  $\cos(SC, AB) = \left| \cos(\overline{SC}, \overline{AB}) \right| = \frac{|\overline{SC} \cdot \overline{AB}|}{\overline{SC} \cdot \overline{AB}} = \frac{1}{2}$ .

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 34.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.**  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.

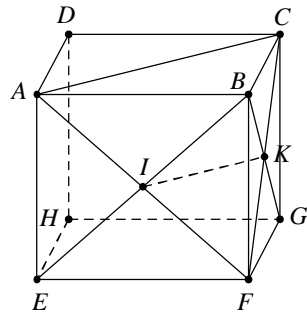
**B.**  $\overline{BD}$ ,  $\overline{IK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.

**C.**  $\overline{BD}$ ,  $\overline{EK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.

**D.**  $\overline{BD}$ ,  $\overline{IK}$ ,  $\overline{GC}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

**Chọn B**



Vì  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AF$  và  $CF$ .

Suy ra  $IK$  là đường trung bình của tam giác  $AFC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$ .

Mà  $GF \parallel (ABCD)$  và  $BD \subset (ABCD)$  suy ra ba vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $IJ$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

**A.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$ .

**C.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$ .

**D.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{JI}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $IJ$  nên  $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} = \vec{0}$ .

Lại có  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  nên  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

và  $J$  là trung điểm của cạnh  $CD$  nên  $\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD} = \vec{0}$ .

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JD}$$

$$= 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) = \vec{0}.$$

**II. TỰ LUẬN**

**Câu 36.** Tìm giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\square \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - \sqrt{4n^2 + n})(2n + \sqrt{4n^2 + n})}{2n + \sqrt{4n^2 + n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n}{2n + \sqrt{4n^2 + n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{2 + \sqrt{4 + \frac{1}{n}}} = -\frac{1}{4}$$

$$\square \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 2n})$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n - \sqrt{n^2 - 2n})(n + \sqrt{n^2 - 2n})}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^2 + 2n}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{n}}} = 1$$



$$\text{Suy ra } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = -\frac{1}{4}.$$

**Câu 37.** Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Hai điểm M, N lần lượt thuộc BC, CD sao cho  $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2}$ . Chứng minh rằng bốn điểm A, M, N, G đồng phẳng.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \frac{BM}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \overline{MC} = -3\overline{MB} \Rightarrow 4\overline{AM} = \overline{AC} + 3\overline{AB} \quad (1).$$

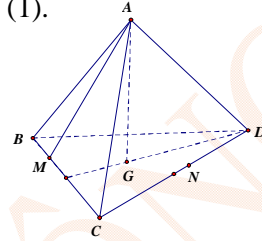
$$\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\overline{NC} = -3\overline{ND} \Rightarrow 5\overline{AN} = 2\overline{AC} + 3\overline{AD} \quad (2).$$

Cộng vế với vế của (1) với (2), ta được:

$$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \frac{4\overline{AM} + 5\overline{AN}}{3} \quad (3)$$

$$\text{Vì G trọng tâm } \triangle BCD \text{ nên } \overline{AG} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}) \quad (4).$$

Thay (3) vào (4) được:  $\overline{AG} = \frac{4}{9}\overline{AM} + \frac{5}{9}\overline{AN}$ , từ hệ thức này chứng tỏ ba véc tơ  $\overline{AG}$ ,  $\overline{AM}$ ,  $\overline{AN}$  đồng phẳng. Suy ra bốn điểm A, M, N, G đồng phẳng.



**Câu 38.** Tìm giới hạn của  $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x)$  ?

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x = \frac{2x^2 + 2x + 2x\sqrt{x^2 + 2x} - 4x^2 - 4x}{\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x}}$$

$$= 2x \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1}{\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x}}$$

$$= \frac{-2x}{(\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x})(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1)}$$

Nên

$$B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{(\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x})(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{\left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 2\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1\right)\left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1 + \frac{1}{x}\right)} = -\frac{1}{4}.$$

**Câu 39.** Với  $m > 2$  tìm số nghiệm của phương trình  $|x|^3 - 2mx^2 + 2 = 0$ , với  $m > 2$

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = x^3 - 2mx^2 + 2$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$

Với  $m > 2$ , ta có:

$$f(-1) = -1 - 2m + 2 = 1 - 2m < 0 \quad (1)$$

$$f(0) = 2 > 0 \quad (2)$$

$$f(1) = 1 - 2m + 2 = 3 - 2m < 0 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (4).$$

Từ (1), (2), (3) và (4)  $\Rightarrow f(x) = 0$  có 3 nghiệm phân biệt thỏa mãn  $-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3$

Do đó suy ra phương trình  $|x|^3 - 2mx^2 + 2 = 0$  có 4 nghiệm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

## ĐỀ SỐ 4

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .                      B.  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .  
 C.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .                      D.  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .

**Câu 2.** [NB] Cho  $\lim u_n = 4$ ,  $\lim v_n = -1$ . Khi đó  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A. 3.                                      B. -4.                                      C. -5.                                      D. 5.

**Câu 3.** [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào sai ?

Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = b$  thì

- A.  $\lim(u_n + v_n) = a + b$ .                                      B.  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ .  
 C.  $\lim(u_n - v_n) = a - b$ .                                      D.  $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

**Câu 4.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 B. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $|u_n|$  có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 C. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 D. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Câu 5.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

- A.  $\lim q^n = 0, \forall q \in R$ .                                      B.  $\lim c = c$  với  $c$  là hằng số.  
 C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  nguyên dương.                                      D.  $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$ .

**Câu 6.** [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào đúng ?

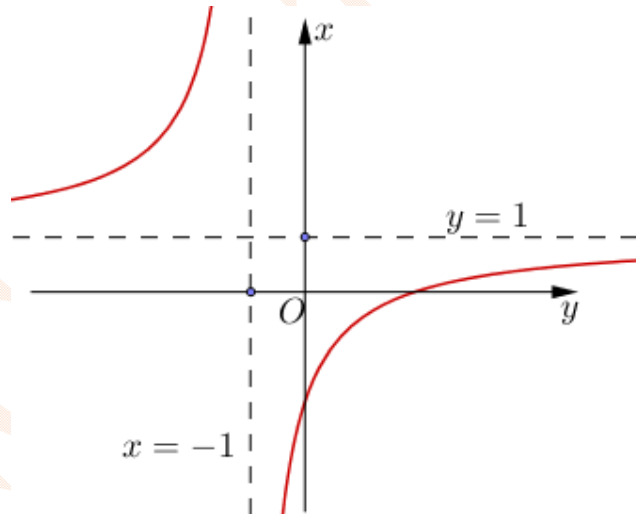
- A. Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{v_n}{u_n} = 0$ .  
 B. Nếu  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .  
 C. Nếu  $u_n \geq 0$  với mọi  $n$  và  $\lim u_n = a$  thì  $a \geq 0$  và  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .  
 D. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a$  thì  $\lim u_n v_n = +\infty$ .

**Câu 7.** [NB] Cho  $\lim u_n = -2$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A. -2.                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 8.** [NB] Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2019}{x + 2020}$ .

- A.  $\frac{2019}{2020}$ .      B.  $\frac{2021}{2022}$ .      C.  $\frac{2018}{2019}$ .      D.  $\frac{2020}{2021}$ .
- Câu 9.** [NB] Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)]$ .  
A. 7.      B. -7.      C. -13.      D. 13.
- Câu 10.** [NB] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x-8 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .  
A. 0.      B. -2.      C. 8.      D. -14.
- Câu 11.** [NB] Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ , với  $L, M \in \mathbb{R}$ . Chọn khẳng định sai.  
A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ .
- Câu 12.** [NB] Cho  $k$  là một số nguyên dương. Chọn mệnh đề sai.  
A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^k} = 0$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^k = +\infty$ .
- Câu 13.** [NB] Hình vẽ sau là đồ thị của một hàm số  $y = f(x)$ . Hãy quan sát đồ thị và cho biết  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  lần lượt có giá trị bằng:



- A.  $1; +\infty; -\infty; 1$ .      B.  $-\infty; +\infty; 1; 1$ .      C.  $1; 1; +\infty; -\infty$ .      D.  $+\infty; -\infty; 1; 1$ .
- Câu 14.** [NB] Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu  
A.  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ .
- Câu 15.** [NB] Hàm số  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-5x-6}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?  
A.  $(-6; 1)$ .      B.  $(-1; 6)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 6)$ .
- Câu 16.** [NB] Nếu đường thẳng  $a$  cắt mặt phẳng chiếu  $(P)$  tại điểm  $A$  thì hình chiếu của  $a$  sẽ là  
A. Điểm  $A$ .      B. Trùng với phương chiếu.  
C. Đường thẳng đi qua  $A$ .      D. Đường thẳng đi qua  $A$  hoặc chính  $A$ .
- Câu 17.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
 B. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  có một vectơ  $\vec{0}$  thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
 C. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
 D. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.
- Câu 18.** [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức đúng.  
 A.  $\overline{DB'} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$ .  
 B.  $\overline{AC'} = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{AD}$ .  
 C.  $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$ .  
 D.  $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AB'} + \overline{AD}$ .
- Câu 19.** [NB] Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
 A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .  
 B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ .  
 C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .  
 D.  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .
- Câu 20.** [NB] Mệnh đề nào sau đây đúng?  
 A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.  
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.  
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
- Câu 21.** [TH] Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 7$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5}$ .  
 A. 7.                      B.  $\frac{5}{7}$ .                      C.  $\frac{14}{15}$ .                      D.  $\frac{7}{11}$ .
- Câu 22.** [TH] Tính giá trị của biểu thức:  

$$A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$$
  
 A.  $\frac{4}{3}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{5}{6}$ .
- Câu 23.** [TH] Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2}$  là:  
 A. 2.                      B.  $\frac{15}{4}$ .                      C.  $2^{13}$ .                      D.  $2^{18}$ .
- Câu 24.** [TH] Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right)$ .  
 A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .
- Câu 25.** [TH] Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x}$  bằng:  
 A.  $-\frac{9}{8}$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{1}{8}$ .
- Câu 26.** [TH] Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) = 5$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $a$  là:  
 A. 6                      B. -10                      C. 10                      D. -6

**Câu 27.** [TH] Hàm số nào được cho dưới đây liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .      C.  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ .      D.  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ .

**Câu 28.** [TH] Hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x^4+x}{x^2+x} & \text{khi } x \neq -1; x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục tại

- A.  $x = 0; x = 1$ .      B. Mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ .  
C. Mọi điểm trừ  $x = -1$ .      D. Mọi điểm trừ  $x = 0$ .

**Câu 29.** [TH] Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng về tính liên tục của hàm số đã cho?

- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
B. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 2$ .  
C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 4)$  và  $(4; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 4$ .  
D. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 5)$  và  $(5; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 5$ .

**Câu 30.** [TH] Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ .

Với giá trị nào của tham số thực  $a$  thì hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $a = -2$ .      B.  $a = 1$ .      C.  $a = 4$ .      D.  $a = 3$ .

**Câu 31.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BB'$ .

Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng.

- A.  $0^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 32.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $A'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  là.

- A.  $90^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 33.** [TH] Cho tứ giác  $ABCD$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$ ,  $AB = DC$ . Gọi  $M, N, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Góc giữa  $MN$  và  $EF$  bằng

- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 34.** [TH] Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.      B.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{IK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.  
C.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{EK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.      D.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{IK}$ ,  $\overline{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 35.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ ,  $\overline{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .      B.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .  
C.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .      D.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [VD] Tính  $\lim \left( \sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021} \right)$

Câu 2. [VD] Cho tứ diện  $ABCD$ , trên cạnh  $AB, CD$  lấy điểm  $P, Q$  sao cho  $AP = 4PB, CD = 5CQ$ . Chứng minh  $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{PQ}$  đồng phẳng.

Câu 3. [VD] Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1}$ .

Câu 4. [VDC]

1. Cho phương trình:  $x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2) = 0$ .

Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .

2. Cho phương trình:  $(m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021 = 0$ .

Chứng minh phương trình có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$ .

-----Hết-----

1B	2D	3B	4C	5A	6C	7B	8D	9A	10A	11C	12B	13B	14C	15B
16D	17A	18A	19D	20D	21D	22B	23C	24A	25B	26C	27C	28B	29B	30A
31B	32D	33A	34B	35A										

## LỜI GIẢI

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .                      **B.**  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .  
 C.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .                      **D.**  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm giới hạn của dãy số  
 Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số :

$$\lim v_n = a \text{ nếu } \lim(v_n - a) = 0$$

**Câu 2.** [NB] Cho  $\lim u_n = 4$ ,  $\lim v_n = -1$ . Khi đó  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A. 3.                      B. -4.                      C. -5.                      **D. 5.**

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn hữu hạn.

Ta có:  $\lim(u_n - v_n) = 4 - (-1) = 5$ .

**Câu 3.** [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào sai ?

Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = b$  thì

- A.  $\lim(u_n + v_n) = a + b$ .                      **B.**  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ .  
 C.  $\lim(u_n - v_n) = a - b$ .                      **D.**  $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn hữu hạn

Theo định lý về giới hạn hữu hạn, ta có:  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$  (nếu  $b \neq 0$ ).

**Câu 4.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 B. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $|u_n|$  có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
**C.** Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 D. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định nghĩa dãy số dẫn tới vô cực.

Theo định nghĩa giới hạn vô cực:

Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Câu 5.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

- A.**  $\lim q^n = 0, \forall q \in R$ .                      **B.**  $\lim c = c$  với  $c$  là hằng số.



C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  nguyên dương .                      D.  $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$  .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được một số giới hạn đặc biệt.

Ta có  $\lim q^n = 0$  nếu  $|q| < 1$

**Câu 6.** [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào **đúng** ?

A. Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{v_n}{u_n} = 0$ .

B. Nếu  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

C. Nếu  $u_n \geq 0$  với mọi  $n$  và  $\lim u_n = a$  thì  $a \geq 0$  và  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

D. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a$  thì  $\lim u_n v_n = +\infty$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn vô cực và giới hạn hữu hạn.

Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim u_n v_n = +\infty$ .

**Câu 7.** [NB] Cho  $\lim u_n = -2$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

A.  $\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 0.

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn vô cực.

Ta có  $\lim u_n = -2 < 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  nên theo định lý về giới hạn vô cực ta có  $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$ .

**Câu 8.** [NB] Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020}$ .

A.  $\frac{2019}{2020}$ .

B.  $\frac{2021}{2022}$ .

C.  $\frac{2018}{2019}$ .

D.  $\frac{2020}{2021}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: nhận biết được giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020} = \frac{1+2019}{1+2020} = \frac{2020}{2021}$ .

**Câu 9.** [NB] Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)]$ .

A. 7.

B. -7.

C. -13.

D. 13.

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: nhận biết được hiệu của hai giới hạn (định lý về giới hạn hữu hạn)

Có  $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} h(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 10 - 3 = 7$ .

**Câu 10.** [NB] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x-8 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ .

A. 0.

B. -2.

C. 8.

D. -14.

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: nhận biết được giới hạn trái của hàm số.

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + 2x) = 2^2 + 2 \cdot 2 = 8$ .

**Câu 11. [NB]** Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ , với  $L, M \in \mathbb{R}$ . Chọn khẳng định sai.

**A.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = LM$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: nắm chắc các quy tắc tính giới hạn

Khẳng định C chỉ đúng khi  $M \neq 0$ .

**Câu 12. [NB]** Cho  $k$  là một số nguyên dương. Chọn mệnh đề sai.

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^k} = 0$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^k = +\infty$ .

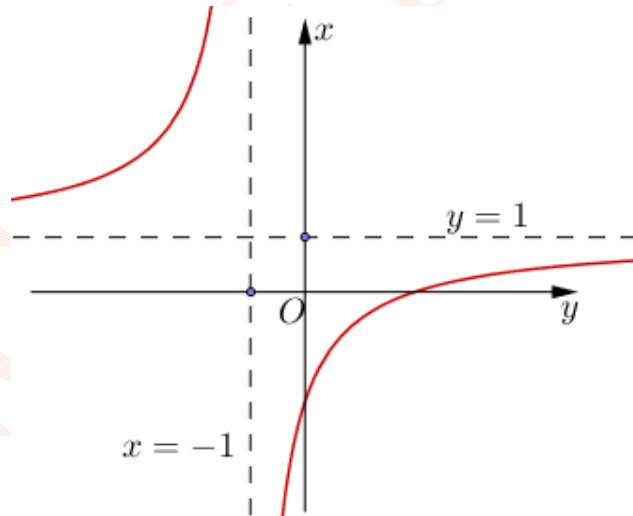
**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: nắm chắc các giới hạn vô cực và giới hạn 0

Khi  $k$  là số chẵn tức là  $k$  có dạng  $k = 2m$  thì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2m} = +\infty$ .

**Câu 13. [NB]** Hình vẽ sau là đồ thị của một hàm số  $y = f(x)$ . Hãy quan sát đồ thị và cho biết

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  lần lượt có giá trị bằng:



**A.**  $1; +\infty; -\infty; 1$ .

**B.**  $-\infty; +\infty; 1; 1$

**C.**  $1; 1; +\infty; -\infty$

**D.**  $+\infty; -\infty; 1; 1$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: nắm chắc kiến thức về giới hạn 1 bên và giới hạn tại vô cực

**Chọn B**

**Câu 14. [NB]** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu

**A.**  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**Câu 15.** [NB] Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5x - 6}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-6; 1)$ .                      **B.**  $(-1; 6)$ .                      C.  $(-1; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 6)$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng

TXĐ :  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$ .

Hàm số liên tục trên các khoảng:  $(-\infty; -1); (-1; 6); (6; +\infty)$ .

Vì vậy hàm số liên tục trên khoảng  $(-1; 6)$ .

**Câu 16.** [NB] Nếu đường thẳng  $a$  cắt mặt phẳng chiếu  $(P)$  tại điểm  $A$  thì hình chiếu của  $a$  sẽ là

- A. Điểm  $A$ .    **B.** Trùng với phương chiếu.  
C. Đường thẳng đi qua  $A$ .    **D.** Đường thẳng đi qua  $A$  hoặc chính  $A$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm phép chiếu song song.

Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng  $a$  thì hình chiếu là điểm  $A$ .

Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng  $a$  thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm  $A$ .

**Câu 17.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
**B.** Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  có một vectơ  $\vec{0}$  thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
**C.** Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
**D.** Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

**Lời giải**

*Tác giả: Hồ Hữu Tình*

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm ba vectơ trong không gian đồng phẳng

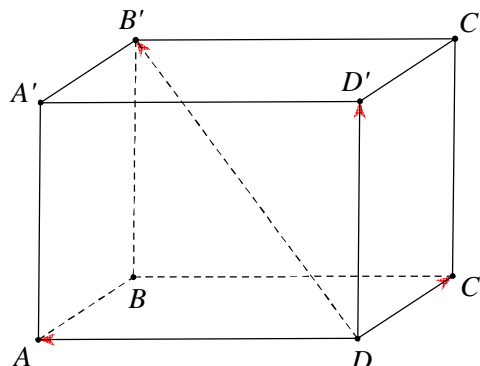
Dựa vào khái niệm ba vectơ đồng phẳng.

**Câu 18.** [NB] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.**  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$ .    **B.**  $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$ .  
**C.**  $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$ .    **D.**  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Chỉ ra được quy tắc hình hộp để cộng vectơ trong không gian



Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 19.** [NB] Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ .

C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**D.**  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết khái niệm tích vô hướng của hai véc tơ trong không gian

Góc giữa 2 đường thẳng trong không gian luôn là góc nhọn hoặc vuông nên  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Câu 20.** [NB] Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

**D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm và điều kiện vuông góc giữa hai đường thẳng

Đường thẳng  $\Delta_1$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}_1$

Đường thẳng  $\Delta_2$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}_2$

Đường thẳng  $d$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{v}$

$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 // \Delta_2 \\ d \perp \Delta_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{v} \cdot \vec{u}_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow d \perp \Delta_2$

**Câu 21.** [TH] Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 7$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5}$ .

A. 7.

B.  $\frac{5}{7}$ .

C.  $\frac{14}{15}$ .

**D.**  $\frac{7}{11}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Tìm được một số giới hạn đơn giản.

Ta có  $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5} = \frac{5 \cdot 7 - 7}{7 \cdot 7 - 5} = \frac{7}{11}$ .

**Câu 22.** [TH] Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right).$$

A.  $\frac{4}{3}$ .

**B.** 1.

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Học sinh tính được tổng một cấp số nhân lùi vô hạn đơn giản.

Áp dụng công thức cấp số nhân lùi vô hạn:  $S = \frac{u_1}{1 - q}$  ta có:

$$\text{Xét } S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xét } S_2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Khi đó: } A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = S_1 \cdot S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

**Câu 23.** [TH] Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2}$  là:

- A. 2.                                      B.  $\frac{15}{4}$ .                                      C.  $2^{13}$ .                                      D.  $2^{18}$ .

Yêu cầu cần đạt: Tìm được một số giới hạn đơn giản.

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim u_n &= \lim \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2} \\ &= \lim \frac{n^{12} \left(2 + \frac{1}{n^3}\right)^4 \cdot n^{10} \left(2 + \frac{3}{n}\right)^{10}}{n^{22} \left(2 + \frac{2}{n^{22}}\right)} = \lim \frac{\left(2 + \frac{1}{n^3}\right)^4 \cdot \left(2 + \frac{3}{n}\right)^{10}}{2 + \frac{2}{n^{22}}} = 2^{13}. \end{aligned}$$

**Câu 24.** [TH] Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right)$ .

- A.  $-\infty$ .                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $-\frac{1}{4}$ .                                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Học sinh biết cách tính giới hạn đến vô cực

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2(2x^2+1) - 2x^3(4x-1)}{(4x-1)(2x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^4 + 2x^3 + 3x^2}{(4x-1)(2x^2+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \left(-2 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)}{x^3 \left(4 - \frac{1}{x}\right) \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(-2 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)}{\left(4 - \frac{1}{x}\right) \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)} = -\infty. \end{aligned}$$

**Câu 25.** [TH] Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x}$  bằng:

- A.  $-\frac{9}{8}$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $\frac{1}{8}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Học sinh hiểu được giới hạn một bên để từ đó biết được khi nào ra  $+\infty$  hay  $-\infty$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x} = -\infty$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2} (-x^3 + 2x - 5) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 + 2x) = 0 \\ x \rightarrow -2^- \Rightarrow x < -2 \Rightarrow x^2 + 2x = x(x+2) > 0 \end{cases}$$

**Câu 26.** [TH] Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) = 5$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $a$  là:

A. 6

B. -10

C. 10

D. -6

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Học sinh nhận biết được thể nào là dạng  $\infty - \infty$  và cách khử dạng vô định đó.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - ax + 6} + x)(\sqrt{x^2 - ax + 6} - x)}{\sqrt{x^2 - ax + 6} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - ax + 6 - x^2}{\sqrt{x^2 - ax + 6} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( -a + \frac{6}{x} \right)}{-x \left( \sqrt{1 - \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}} + 1 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a + \frac{6}{x}}{- \left( \sqrt{1 - \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}} + 1 \right)} = \frac{a}{2} \end{aligned}$$

Theo đề bài, ta lại có:  $\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = 10$

**Câu 27.** [TH] Hàm số nào được cho dưới đây liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

C.  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ .

D.  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Phương án A hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

Phương án B hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = -1$ .

Phương án D hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = \pm 1$ .

Phương án C hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$  là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Câu 28. [TH] Hàm số } f(x) = \begin{cases} 3 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{khi } x \neq -1; x \neq 0 \text{ liên tục tại} \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

A.  $x = 0; x = 1$ .B. Mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ .C. Mọi điểm trừ  $x = -1$ .D. Mọi điểm trừ  $x = 0$ .**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Giải thích được tính liên tục tại một điểm của hàm số.

Hàm số  $y = f(x)$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ Để thấy hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

- Xét tại  $x = -1$ , ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1) = 3 = f(-1).$$

→ hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = -1$ .

- Xét tại  $x = 0$ , ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 1) = 1 = f(0).$$

→ hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

**Câu 29.** [TH] Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng về tính liên tục của hàm số đã cho?

A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .B. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 2$ .C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 4)$  và  $(4; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 4$ .D. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 5)$  và  $(5; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 5$ .**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ , hàm số  $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  là hàm phân thức hữu tỉ xác định nên liên tục.

Xét hàm số tại  $x = 2$ :

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$$

$$f(2) = 5$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 30.** [TH] Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ .

Với giá trị nào của tham số thực  $a$  thì hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?A.  $a = -2$ .B.  $a = 1$ .C.  $a = 4$ .D.  $a = 3$ .**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Trên khoảng  $(-\infty; 1)$ , hàm số  $y = x^2 - a$  là hàm đa thức nên liên tục.Trên khoảng  $(1; +\infty)$ , hàm số  $y = 3$  là hàm đa thức nên liên tục.Xét hàm số tại  $x = 1$ :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - a) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3) = 3$$

$$f(1) = 3$$

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi hàm số liên tục tại  $x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = -2$ .

**Câu 31.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BB'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng.

A.  $0^\circ$ .

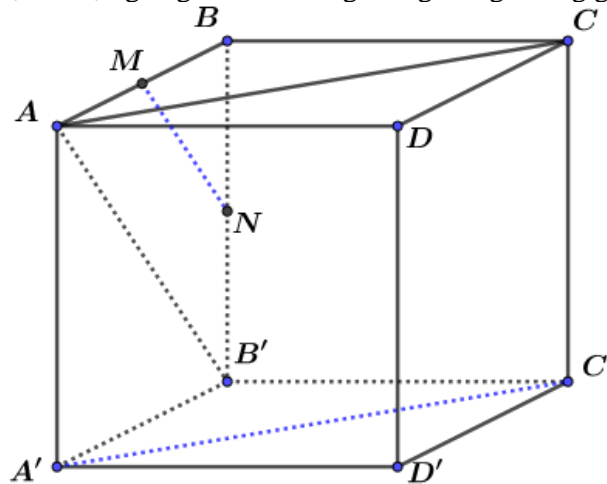
**B.**  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xác định được góc giữa hai đường thẳng trong không gian



$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = \left( \frac{1}{2} \overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC} \right) = \widehat{CAB'}.$$

Tam giác  $AB'C$  là tam giác đều nên  $\widehat{CAB'} = 60^\circ$ .

Vậy  $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = 60^\circ$ .

**Câu 32.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $A'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  là.

A.  $90^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

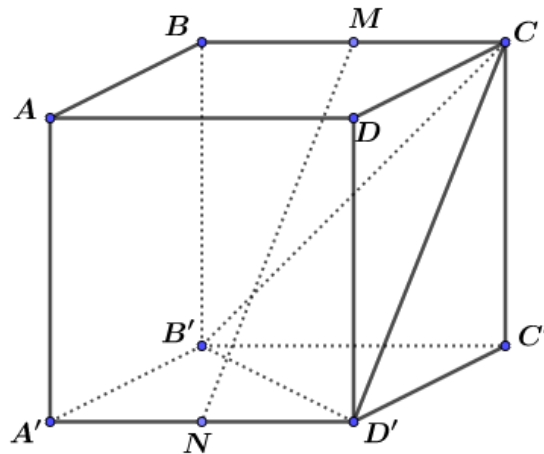
C.  $30^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xác định được góc giữa hai đường thẳng trong không gian





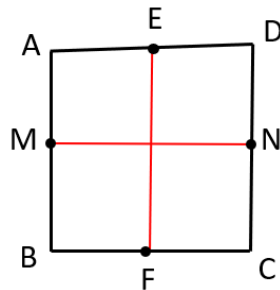
Ta có  $MN \parallel CD' \Rightarrow$  góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $CD'$  và  $B'C$ .

Tam giác  $B'CD'$  là tam giác đều nên suy ra góc giữa hai đường thẳng  $CD'$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ .  
 Vậy góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ .

- Câu 33.** [TH] Cho tứ giác  $ABCD$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$ ,  $AB = DC$ . Gọi  $M, N, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Góc giữa  $MN$  và  $EF$  bằng
- A.**  $90^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Sử dụng tích vô hướng



Ta có:

$$\begin{cases} \overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) \\ \overline{EF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC}) \end{cases} \Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4}(\overline{AD} + \overline{BC}) \cdot (\overline{AB} + \overline{DC})$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4}(\overline{AD} \cdot \overline{AB} + \overline{AD} \cdot \overline{DC} + \overline{BC} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{DC})$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{AD} \cdot \overline{DC} = 0 \end{cases} \quad (\text{Do } \widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4}(\overline{AD} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{DC})$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4}(|\overline{AD}| \cdot |\overline{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) + |\overline{BC}| \cdot |\overline{DC}| \cdot \cos(\widehat{BCD}))$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4}(|\overline{AD}| \cdot |\overline{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) + |\overline{BC}| \cdot |\overline{DC}| \cdot \cos(180 - \widehat{BAD}))$$

Do  $AC \perp BD$  nên dễ chứng minh  $AB = AD; DC = CB$  bằng hệ thức lượng trong tam giác vuông

$$\Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4} \left( |\overline{AD}| \cdot |\overline{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) - |\overline{BC}| \cdot |\overline{DC}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) \right) = 0$$

$\Rightarrow MN \perp EF$ . Chọn A.

**Câu 34.** [TH] Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\overline{BD}, \overline{AK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

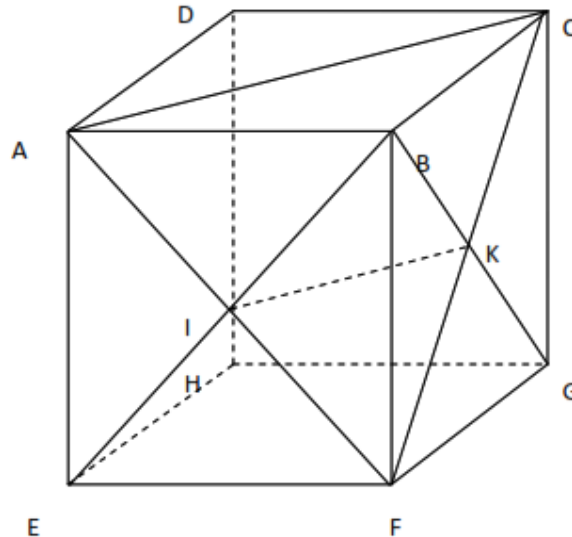
B.  $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

C.  $\overline{BD}, \overline{EK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GC}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Giải thích được sự đồng phẳng của ba vector cho trước.



$$+ \forall i \begin{cases} IK \parallel (ABCD) \\ GF \parallel (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overline{IK}, \overline{GF}, \overline{BD} \text{ đồng phẳng.}$$

+ Các bộ véctơ ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng. Do đó chúng không thể đồng phẳng.

**Câu 35.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ ,  $\overline{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .

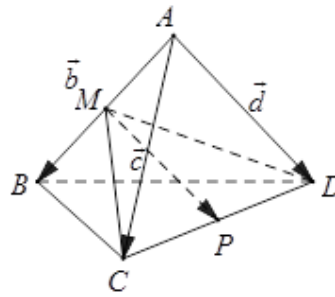
B.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .

C.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .

D.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Thực hiện được phép cộng, trừ vectơ, nhân vectơ, sự bằng nhau của hai vectơ trong không gian



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{MP} &= \frac{1}{2}(\overline{MC} + \overline{MD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{AM} + \overline{AD} - \overline{AM}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - 2\overline{AM}) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \overline{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}). \end{aligned}$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 1.** [VD] Tính  $\lim\left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021}\right)$

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Vận dụng được các khái niệm giới hạn, định lý, giới hạn đặc biệt vào tình huống cụ thể.

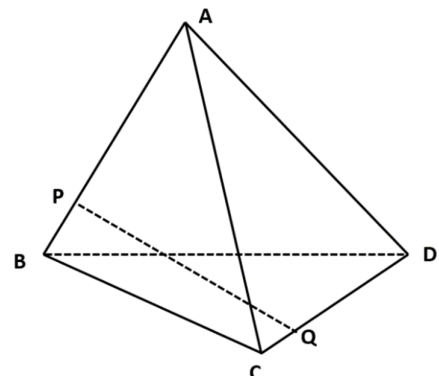
$$\begin{aligned} \lim\left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021}\right) &= \lim\left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n\right) + \lim \frac{1}{2021} \\ &= \lim \frac{9^n - 2 \cdot 3^n - 9^n}{\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} + 3^n} + \frac{1}{2021} \\ &= \lim \frac{-2 \cdot 3^n}{3^n \left(\sqrt{1 - \frac{2}{3^n}} + 1\right)} + \frac{1}{2021} \\ &= \lim \frac{-2}{\sqrt{1 - \frac{2}{3^n}} + 1} + \frac{1}{2021} \\ &= -1 + \frac{1}{2021} \end{aligned}$$

**Câu 2.** [VD] Cho tứ diện  $ABCD$ , trên cạnh  $AB, CD$  lấy điểm  $P, Q$  sao cho  $AP = 4PB, CD = 5CQ$ .

Chứng minh  $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{PQ}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QD} \quad (1) \\ \overline{BC} &= \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QC} \\ \Rightarrow 4\overline{BC} &= 4\overline{BP} + 4\overline{PQ} + 4\overline{QC} \quad (2) \\ (1), (2) &\Rightarrow \overline{AD} + 4\overline{BC} = 5\overline{PQ} \\ (\text{do } \overline{AP} + 4\overline{BP} &= \vec{0}; \overline{QD} + 4\overline{QC} = \vec{0}) \\ \Rightarrow \overline{PQ} &= \frac{1}{5}\overline{AD} + \frac{4}{5}\overline{BC} \end{aligned}$$



$\Rightarrow \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{PQ}$  đồng phẳng.

**Câu 3a.** [VD] Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1}$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nắm vững kỹ thuật tính giới hạn hàm số cùng với kỹ năng biến đổi.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{(x-1)^2(x+1)}.$$

Đặt  $t = x - 1 \Rightarrow x = t + 1$ . Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4t+1} - \sqrt[3]{6t+1}}{t^2(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{4t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} - \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} \right).$$

$$* \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-4}{(t+2) \left[ \sqrt{4t+1} + (2t+1) \right]} = -1.$$

$$* \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-8t-12}{(t+2) \left[ \sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2 \right]} = -2.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1} = -1 + 2 = 1.$$

**Câu 3b.** [VDC]

1. Cho phương trình:  $x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2) = 0$ .

Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Nắm vững được tính chất liên tục của hàm số để chứng minh phương có nghiệm.

\* Xét  $f(x) = x \cos x - 1$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Có  $f(0) = -1 < 0$  và  $f(-\pi) = \pi - 1 > 0$ .

Vậy  $\exists x_1 \in (-\pi; 0): f(x_1) = 0$ . Tức là  $x_1 \cos x_1 = 1$

\* Xét  $g(x) = x \cos x + 2$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Có  $g(0) = 2 > 0$  và  $g(\pi) = -\pi + 2 < 0$ .

Vậy  $\exists x_2 \in (0; \pi): g(x_2) = 0$ . Tức là  $x_2 \cos x_2 = -2$

\* Xét  $F(x) = x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Có  $F(x_1) = 1^3 + m \cdot 0 = 1 > 0$  và  $F(x_2) = (-2)^3 + 0m = -8 < 0$  nên  $\exists x_0 \in (x_1; x_2): F(x_0) = 0$ .

Vậy phương trình  $F(x) = 0$  luôn có nghiệm với mọi giá trị  $m$ .

2. Cho phương trình:  $(m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021 = 0$ .

Chứng minh phương trình có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$ .

**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Vận dụng được định lý giá trị trung gian và kết hợp với tính năng bảng giá trị của máy tính Casio để tìm các khoảng mà phương trình có nghiệm.

\* Xét  $f(x) = (m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có:

$$f(-1) = -2m^2 + 2m - 4035 = -2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{8069}{2} < 0, \forall m$$

$$f(0) = m^2 - m + 2021 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8083}{4} > 0, \forall m$$

$$f(1) = -2 < 0, \forall m$$

$$f(2) = m^2 - m + 2021 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8083}{4} > 0, \forall m$$

Do đó:

$$* f(-1).f(0) < 0 \text{ nên } \exists x_1 \in (-1; 0): f(x_1) = 0$$

Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(-1; 0)$

$$* f(0).f(1) < 0 \text{ nên } \exists x_2 \in (0; 1): f(x_2) = 0$$

Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(0; 1)$

$$* f(1).f(2) < 0 \text{ nên } \exists x_3 \in (1; 2): f(x_3) = 0$$

Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(1; 2)$

Vì ba khoảng  $(-1; 0)$ ,  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$  rời nhau đôi một nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất ba nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .

Mặt khác, vì  $m^2 - m + 2021 > 0, \forall m$  nên  $f(x)$  là một đa thức bậc ba nên phương trình  $f(x) = 0$  chỉ có tối đa ba nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .

Kết luận: Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có ba nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$ .

-----Hết-----

## ĐỀ SỐ 5

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

- Câu 1. [TH]** Tính giới hạn  $\lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$
- A. -3.                      B. 0.                      C. 5.                      D. 1.
- Câu 2. [NB]** Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Nếu  $(P) // (Q)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp (Q)$ .      B. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .  
C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .      D. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a // b$ .
- Câu 3. [TH]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .
- A.  $60^0$ .                      B.  $90^0$ .                      C.  $30^0$ .                      D.  $45^0$ .
- Câu 4. [NB]** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?
- A.  $\lim \frac{n+3}{n+2}$ .                      B.  $\lim \left( \frac{2019}{2020} \right)^n$ .                      C.  $\lim 2^n$ .                      D.  $\lim n^4$ .
- Câu 5. [TH]** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  theo  $a$ .
- A.  $\frac{1}{2}a^2$ .                      B.  $a^2$ .                      C.  $-a^2$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .
- Câu 6. [VD]** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $AB \perp OC$ .                      B.  $OH \perp (ABC)$ .                      C.  $OH \perp BC$ .                      D.  $OH \perp OA$ .
- Câu 7. [NB]** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?
- A. Hàm số liên tục trên khoảng  $(1; 5)$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2020$   
C. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .                      D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .
- Câu 8. [NB]** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5
- A.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$                       B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$   
C.  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$                       D.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$
- Câu 9. [NB]** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?
- A.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$                       B.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$   
C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$                       D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$
- Câu 10. [NB]** Biết ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của  $x$  bằng
- A.  $x = 4$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 1$ .
- Câu 11. [NB]** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn mệnh đề đúng?

A.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$ .

B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$ .

C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$ .

Câu 12. [NB] Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$  bằng

A.  $-\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{5}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{1}{4}$ .

Câu 13. [TH] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8; u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng

A.  $d = -3$ .

B.  $d = -5$ .

C.  $d = 3$ .

D.  $d = 5$ .

Câu 14. [NB] Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

A.  $y = \sqrt{x+2}$ .

B.  $y = \sin x$ .

C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .

D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

Câu 15. [NB] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 81$  và  $u_2 = 27$ . Tìm công bội  $q$ .

A.  $q = -\frac{1}{3}$ .

B.  $q = \frac{1}{3}$ .

C.  $q = 3$ .

D.  $q = -3$ .

Câu 16. [NB] Cho giới hạn  $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng

A.  $l \in (3; 5)$

B.  $l \in (2; 3)$

C.  $l \in (5; 6)$

D.  $l \in (1; 2)$

Câu 17. [NB] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 19$  và  $d = -2$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$ .

A.  $u_n = -2n^2 + 33$ .

B.  $u_n = -3n + 24$

C.  $u_n = -2n + 21$

D.  $u_n = 12 + 2n$

Câu 18. [NB] Giới hạn  $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$  bằng

A.  $l = -\infty$ .

B.  $l = +\infty$ .

C.  $l = -2$ .

D.  $l = 5$ .

Câu 19. [TH] Hàm số  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$  liên tục trên

A.  $(-3; 10)$ .

B.  $[-3; 4]$ .

C.  $[-3; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 4]$ .

Câu 20. [NB] Giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+3}{n+1}$  bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 21. [NB] Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$  bằng

A.  $J = 0$ .

B.  $J = 2$ .

C.  $J = 1$ .

D.  $J = 3$ .

Câu 22. [NB] Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $AB, CD$  là hai đường thẳng chéo nhau.

B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$ .

C.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ .

Câu 23. [NB] Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Câu 24. [NB] Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  mà  $(\alpha) // c$  thì  $a // b$ .B. Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a // b$ .C. Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a // b$ .

D. Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .

Câu 25. [NB] Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$ .

- A.  $I = 3$ . B.  $I = -1$ . C.  $I = +\infty$ . D.  $I = -5$ .

Câu 26. [TH] Cho các hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ . Có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 27. [TH] Chọn mệnh đề sai.

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ . B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$ .  
C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$ . D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ .

Câu 28. [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Hình chóp  $S.ABC$  có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 29. [TH] Chọn mệnh đề đúng

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^2 + 3) = +\infty$ . B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$ .  
C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 5}{2n + 3} = 1$ . D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$ .

Câu 30. [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC'$  và  $DA'$

- A.  $30^\circ$ . B.  $90^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $0^\circ$ .

Câu 31. [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  và  $SC \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Biết  $SC = a$ , tính  $\tan \alpha$ .

- A.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . C.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ . D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Câu 32. [VD] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = AB$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, SC$ . Góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  bằng

- A.  $45^\circ$ . B.  $30^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $90^\circ$ .

Câu 33. [TH] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$  để  $I < 12$  biết

$$I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3).$$

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Câu 34. [TH] Cho phương trình  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$  Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình vô nghiệm. B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.  
C. Phương trình có đúng hai nghiệm  $x = 1; x = 2$ . D. Phương trình có đúng một nghiệm.

Câu 35. [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $I$  là trực tâm của  $\triangle ABC$ . B.  $I$  là trung điểm của  $AB$ .  
C.  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của  $\triangle ABC$ . D.  $I$  là trọng tâm của  $\triangle ABC$ .

Câu 36. [TH] Biết tổng  $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính tích  $ab$



- A. 9.                      B. 60.                      C. 7.                      D. 10.
- Câu 37.** [VD] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 11; u_2 = 13$ . Tính tổng  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .
- A.  $S = \frac{9}{209}$ .                      B.  $S = \frac{10}{211}$ .                      C.  $S = \frac{10}{209}$ .                      D.  $S = \frac{9}{200}$ .
- Câu 38.** [TH] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = -2$  và  $u_5 = 54$ . Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.
- A.  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$ .                      B.  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$ .                      C.  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$ .                      D.  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$ .
- Câu 39.** [TH] Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DM$ .
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 40.** [TH] Hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?
- A.  $(0;4)$ .                      B.  $(2; +\infty)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .
- Câu 41.** [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$  ?
- A. 0                      B. 2                      C. 1                      D. 3
- Câu 42.** [TH] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = 6a; BD = 8a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .
- A.  $MN = a\sqrt{10}$ .                      B.  $MN = 7a$ .                      C.  $MN = 5a$ .                      D.  $MN = 10a$ .
- Câu 43.** [TH] Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$  thì  $a$  bằng bao nhiêu?
- A.  $a = 2$ .                      B.  $a = 0$                       C.  $a = -2$ .                      D.  $a = -1$ .
- Câu 44.** [NB] Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$  bằng bao nhiêu?
- A.  $-4$ .                      B. 4                      C. 10.                      D.  $-14$ .
- Câu 45.** [TH] Gọi  $S$  là tập các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{ khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{ khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ . Tích các phần tử của tập  $S$  bằng.
- A.  $-2$ .                      B.  $-8$ .                      C.  $-6$ .                      D.  $-1$ .
- Câu 46.** [VD] Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta dựng hình vuông  $A_1 B_1 C_1 D_1$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $ABCD$ ; dựng hình vuông  $A_2 B_2 C_2 D_2$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $A_1 B_1 C_1 D_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các hình vuông  $ABCD, A_1 B_1 C_1 D_1, A_2 B_2 C_2 D_2 \dots$  bằng 8 thì  $a$  bằng:
- A. 2.                      B.  $\sqrt{2}$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D.  $2\sqrt{2}$ .
- Câu 47.** [VD] Cho  $a, b$  là các số nguyên và  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$ . Tính  $P = a^2 + b^2 - a - b$

- A. 400                      B. 225                      C. 325                      D. 320
- Câu 48.** [VDC] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = x$  ( $x > 0$ ), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng  $(P)$  chứa cạnh  $AB$  và vuông góc với cạnh  $CD$  tại  $I$ . Diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất bằng:
- A. 12.                      B. 6.                      C.  $8\sqrt{3}$ .                      D.  $4\sqrt{3}$ .
- Câu 49.** [VD] Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$ . Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6}$  bằng:
- A.  $\frac{1}{5}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C. 20.                      D.  $-\frac{1}{20}$ .
- Câu 50.** [VD] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Biết  $a$  là giá trị để hàm số liên tục tại điểm  $x_0 = 0$ . Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $x^2 - x + 36a < 0$ .
- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 0.

-----Hết-----

## ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.B	5.A	6.D	7.D	8.A	9.D	10. A
11.D	12.D	13.C	14.C	15.B	16.A	17.C	18.A	19.B	20.C
21.A	22.C	23.B	24.D	25.B	26.B	27.D	28.A	29.C	30.C
31.D	32.A	33.B	34.B	35.C	36.D	37.A	38.C	39.A	40.B
41.D	42.C	43.C	44.A	45.C	46.A	47.D	48.B	49.B	50.A

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** [TH] Tính giới hạn  $\lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$

A. -3.

B. 0.

C. 5.

**D. 1.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}{1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n} = \frac{1 - 0}{1 - 4 \cdot 0} = 1.$$

**Câu 2.** [NB] Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu  $(P) \parallel (Q)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp (Q)$ .**B.** Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .C. Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .**D.** Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .

Lời giải

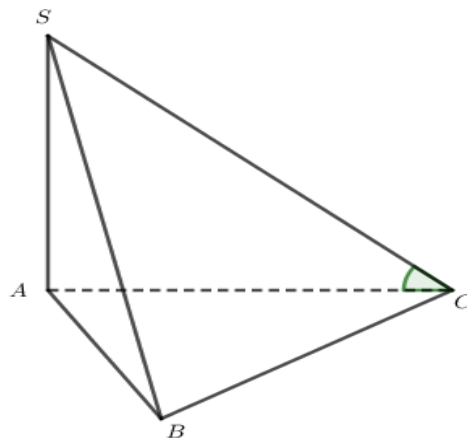
Theo tính chất mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng thì đáp án A, C, D đúng.

Trong đáp án B nếu  $a, b$  nằm trong mặt phẳng song song với  $(P)$  thì  $b \parallel (P)$ . Vậy kết luận ở câu B sai.

**Câu 3.** [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

A.  $60^\circ$ .B.  $90^\circ$ .C.  $30^\circ$ .**D.  $45^\circ$ .**

Lời giải



- Ta có  $C = SC \cap (ABC)$  (1)

Hơn nữa, theo giả thiết  $SA \perp (ABC)$  nên  $A$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Khi đó góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc giữa  $SC$  và  $AC$  hay góc  $\widehat{SCA}$ .

- Tính góc  $\widehat{SCA}$

Ta có  $SA \perp (ABC)$  mà  $AC \subset (ABC)$  nên  $SA \perp AC$ .

Mặt khác,  $SA = AC = a$  (theo giả thiết).

Suy ra tam giác  $SAC$  vuông cân tại  $A$ , suy ra  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Câu 4.** [NB] Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2}$ .

**B.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2019}{2020} \right)^n$ .

C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$ .

D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ .

**Lời giải**

Xét đáp án A,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3 \cdot \frac{1}{n}}{1+2 \cdot \frac{1}{n}} = \frac{1+3 \cdot 0}{1+2 \cdot 0} = 1$ .

Xét đáp án B,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2019}{2020} \right)^n = 0$  vì  $\left| \frac{2019}{2020} \right| < 1$ .

Xét đáp án C,  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = +\infty$ .

Xét đáp án D,  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 = +\infty$ .

**Câu 5.** [TH] Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  theo  $a$ .

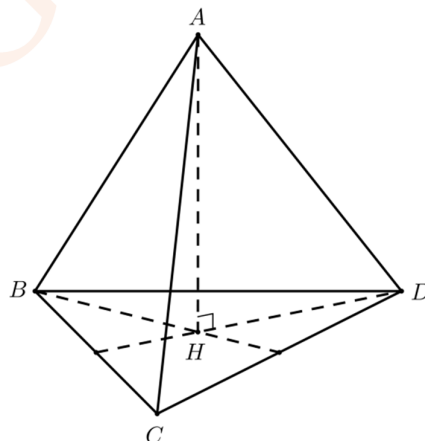
**A.**  $\frac{1}{2}a^2$ .

B.  $a^2$ .

C.  $-a^2$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

**Lời giải**



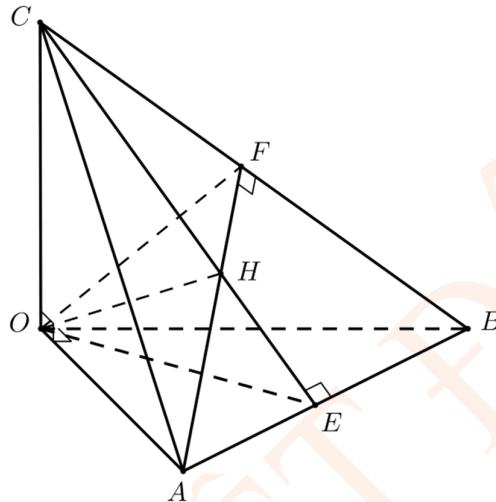
Tứ diện  $ABCD$  là tứ diện đều cạnh  $a$  nên suy ra tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ .

Do đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2$ .

**Câu 6.** [VD] Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $AB \perp OC$ .      B.  $OH \perp (ABC)$ .      C.  $OH \perp BC$ .      **D.  $OH \perp OA$ .**

Lời giải



Kẻ  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ),  $AF \perp BC$  ( $F \in BC$ ),  $CE \cap AF = H$ .

Tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau do đó

$$OA \perp (OBC), OB \perp (OAC), OC \perp (OAB).$$

- Ta có  $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$ . Do đó đáp án A đúng.
- Ta có  $\begin{cases} BC \perp AF \\ BC \perp OA \text{ (vì } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAF) \Rightarrow BC \perp OH$ . Do đó đáp án C đúng.
- Ta có  $\begin{cases} AB \perp CE \\ AB \perp OC \text{ (vì } OC \perp (OAB)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COE) \Rightarrow AB \perp OH$ .

Do đó  $\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$ . Do đó đáp án B đúng.

- Ta có  $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OF \Rightarrow \triangle AOF$  vuông tại  $O$ .

Suy ra  $OH$  không vuông góc với  $OA$ . Do đó đáp án D sai.

**Câu 7.** [NB] Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên khoảng  $(1; 5)$ .      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2020$   
 C. Hàm số liên tục tại  $x = 2$       **D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$**

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Nên hàm số sẽ gián đoạn tại  $x = 2$

**Câu 8. [NB]** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$

**B.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$

**C.**  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$

**D.**  $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 7 = 4 - 6 + 7 = 5$

**Câu 9. [NB]** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai ?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$

**B.**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$

**C.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{3}{1} = 3$

**Câu 10. [NB]** Biết ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của  $x$  bằng

**A.**  $x = 4$ .

**B.**  $x = 5$ .

**C.**  $x = 2$ .

**D.**  $x = 1$ .

**Lời giải**

Theo tính chất cấp số nhân ta có:  $8^2 = x^2 \cdot x \Leftrightarrow x = 4$

**Câu 11. [NB]** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn mệnh đề đúng?

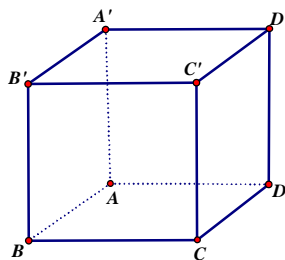
**A.**  $\overline{AC} = \overline{C'A'}$ .

**B.**  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AC} = \overline{AA'}$ .

**C.**  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .

**D.**  $\overline{AB} + \overline{C'D'} = \vec{0}$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\overline{AB}$  và  $\overline{C'D'}$  là hai vectơ đối nhau nên  $\overline{AB} + \overline{C'D'} = \vec{0}$

**Câu 12. [NB]** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$  bằng

**A.**  $-\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\frac{1}{5}$ .

**C.**  $\frac{1}{3}$ .

**D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

**Câu 13. [TH]** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8; u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng

**A.**  $d = -3$ .

**B.**  $d = -5$ .

**C.**  $d = 3$ .

**D.**  $d = 5$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = 8 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy  $d = 3$ .**Câu 14.** [NB] Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

**A.**  $y = \sqrt{x+2}$ .      **B.**  $y = \sin x$ .      **C.**  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .      **D.**  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Lời giải**Hàm số  $y = \frac{x^2}{x-2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  nên không liên tục tại  $x = 2$ .**Câu 15.** [NB] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 81$  và  $u_2 = 27$ . Tìm công bội  $q$ .

**A.**  $q = -\frac{1}{3}$ .      **B.**  $q = \frac{1}{3}$ .      **C.**  $q = 3$ .      **D.**  $q = -3$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_1 q = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy  $q = \frac{1}{3}$ .**Câu 16.** [NB] Cho giới hạn  $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng

**A.**  $l \in (3; 5)$ .      **B.**  $l \in (2; 3)$ .      **C.**  $l \in (5; 6)$ .      **D.**  $l \in (1; 2)$ .

**Lời giải**

$$l = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \frac{4 + 0 + 0}{1 + 0 - 0} = 4.$$

**Câu 17.** [NB] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 19$  và  $d = -2$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$ .

**A.**  $u_n = -2n^2 + 33$       **B.**  $u_n = -3n + 24$       **C.**  $u_n = -2n + 21$       **D.**  $u_n = 12 + 2n$

**Lời giải**

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 19 + (n-1)(-2) = -2n + 21.$$

**Câu 18.** [NB] Giới hạn  $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$  bằng

**A.**  $l = -\infty$       **B.**  $l = +\infty$       **C.**  $l = -2$       **D.**  $l = 5$

**Lời giải**

$$l = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( -2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -2 + 0 + 0 = -2.$$

$$\Rightarrow l = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( -2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty.$$

**Câu 19.** [TH] Hàm số  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$  liên tục trên

- A.  $(-3; 10)$ .      **B.**  $[-3; 4]$ .      C.  $[-3; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 4]$ .

**Lời giải**

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} 3+x \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4. \text{ TXĐ: } D = [-3; 4].$$

+ Lấy  $x_0$  bất kì thuộc khoảng  $(-3; 4)$  thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{3+x_0} + \sqrt{4-x_0} = f(x_0) \Rightarrow \text{hàm số liên tục trên khoảng } (-3; 4).$$

$$+ \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(-3).$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(4).$$

Vậy hàm số  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$  liên tục trên đoạn  $[-3; 4]$ .

**Câu 20.** [NB] Giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1}$  bằng

- A. 3.      B. 1.      **C.** 2.      D. 0.

**Lời giải**

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{2+0}{1+0} = 2.$$

**Câu 21.** [NB] Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$  bằng

- A.**  $J = 0$ .      B.  $J = 2$ .      C.  $J = 1$ .      D.  $J = 3$ .

**Lời giải**

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n-3}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{3}{n^3}}{1 + \frac{2}{n^3}} = \frac{0+0-0}{1+0} = 0$$

**Câu 22.** [NB] Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$  là hai đường thẳng chéo nhau.      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

Vì  $ABCD$  là tứ diện thì  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  **không** đồng phẳng.

**Câu 23.** [NB] Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1.      **B.** 1; -3; 9; 10.      C. 1; 0; 0; 0.      D. 32; 16; 8; 4.

**Lời giải**

Xét đáp án A là cấp số nhân với  $u_1 = 1, q = -1$ .



Xét đáp án B có  $\frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} \neq \frac{10}{9}$ , suy ra không phải cấp số nhân.

Xét đáp án C là cấp số nhân với  $u_1 = 1, q = 0$ .

Xét đáp án D là cấp số nhân với  $u_1 = 32, q = \frac{1}{2}$ .

**Câu 24.** [NB] Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  mà  $(\alpha) // c$  thì  $a // b$ .  
**B.** Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a // b$ .  
**C.** Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a // b$ .  
**D.** Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .

**Lời giải**

Đáp án B: chỉ đúng trong mặt phẳng.

Đáp án C:  $a$  và  $b$  có thể chéo nhau.

Đáp án D: đúng.

**Câu 25.**[NB] Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$ .

- A.**  $I = 3$ .                      **B.**  $I = -1$ .                      **C.**  $I = +\infty$ .                      **D.**  $I = -5$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5) = 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -1$ .

**Câu 26.**[TH] Cho các hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ . Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.** 4.                      **B.** 3.                      **C.** 1.                      **D.** 2.

**Lời giải**

Vì các hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$  có tập xác định trên  $\mathbb{R}$  nên chúng liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \tan x$  liên tục trên từng khoảng xác định  $\left( \frac{-\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$ .

Vậy có 3 hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 27.**[TH] Chọn mệnh đề **sai**.

- A.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ .                      **B.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$ .                      **C.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$ .                      **D.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ .

**Lời giải**

Ta có

$+$   $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} \right)^n = 0$ . Đáp án A đúng.

$$\begin{aligned}
 & + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{0}{1} = 0. \text{ Đáp B đúng.} \\
 & + \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n + 3} - n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 3 - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} \\
 & = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{2}{\sqrt{1} + 1} = 1.
 \end{aligned}$$

Đáp án C đúng.

Vậy đáp án D sai.

**Câu 28.** [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Hình chóp  $S.ABC$  có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

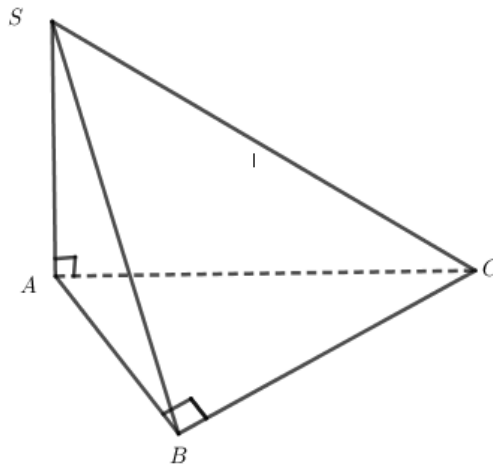
**A.** 4.

**B.** 3.

**C.** 2.

**D.** 1.

**Lời giải**



Ta có  $\Delta SAC$  vuông tại  $A$  (Do  $SA \perp AC$ )

$\Delta SAB$  vuông tại  $A$  (Do  $SA \perp AB$ )

$\Delta ABC$  vuông tại  $B$  (Do  $BC \perp AB$ ).

Lại có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$  mà  $SB \subset (SAB)$  suy ra  $BC \perp SB$  nên  $\Delta SBC$  vuông tại  $B$ .

Vậy Hình chóp  $S.ABC$  có 4 mặt là tam giác vuông.

**Câu 29.** [TH] Chọn mệnh đề **đúng**

**A.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^2 + 3) = +\infty$ .

**B.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$ .

**C.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n+3} = 1$ .

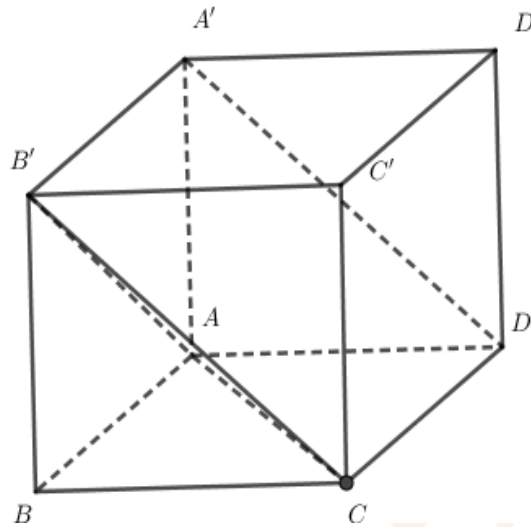
**D.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left( 2 + \frac{5}{n} \right)}{n \left( 2 + \frac{3}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left( 2 + \frac{5}{n} \right)}{\left( 2 + \frac{3}{n} \right)} = \frac{2}{2} = 1.$$

- Câu 30.** [TH] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $0^\circ$ .

Lời giải



Ta có  $A'D' // B'C'$  suy ra góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  là  $(\widehat{AC, B'C'})$

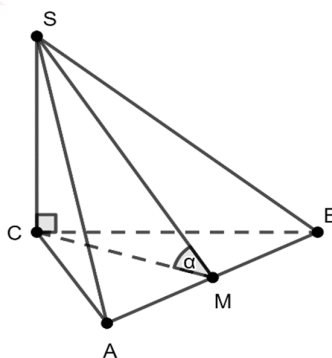
Ta thấy  $AC, AB', B'C'$  lần lượt là đường chéo của các hình vuông  $ABCD, AA'B'B, BB'C'C$  nên tam giác  $ACB'$  đều. Suy ra  $\widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

Vậy  $(\widehat{AC, B'C'}) = \widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

- Câu 31.** [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  và  $SC \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Biết  $SC = a$ , tính  $\tan \alpha$ .

- A.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải



Ta có  $SC \perp (ABC)$  nên  $C$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$ .

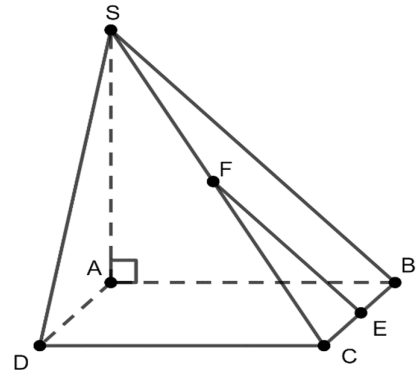
Khi đó,  $CM$  là hình chiếu vuông góc của  $SM$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$ .

Do đó góc tạo bởi đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $\alpha = (\widehat{SM, MC})$ .

Tam giác  $SMC$  vuông tại  $C$  nên  $\alpha = \widehat{SMC}$  và  $\tan \alpha = \frac{SC}{MC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

- Câu 32.** [VD] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = AB$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, SC$ . Góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  bằng
- A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $EF$  là đường trung bình trong  $\Delta ABC$  nên  $EF \parallel SB$ . Khi đó góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAD)$ .

Mặt khác, do  $SA \perp BA$ ,  $AD \perp BA$  nên  $BA \perp (SAD)$ . Do đó  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $(SAD)$ .

Suy ra,  $SA$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(SAD)$ .

Khi đó góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là  $\alpha = (\widehat{SB, SA})$ .

Do  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $\alpha = \widehat{ASB} = 45^\circ$ .

- Câu 33.** [TH] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$  để  $I < 12$  biết  $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$ .

- A.** 6.                      **B.** 5.                      **C.** 8.                      **D.** 7.

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} ((-1)^4 - 2m(-1) + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (m^2 + 2m + 4) \\ &= m^2 + 2m + 4. \end{aligned}$$

Do đó,  $I < 12 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 2$ .

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ . Do đó, có tất cả 5 giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- Câu 34.** [TH] Cho phương trình  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$  Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Phương trình vô nghiệm.  
**B.** Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.  
**C.** Phương trình có đúng hai nghiệm  $x = 1; x = 2$ .  
**D.** Phương trình có đúng một nghiệm.

**Lời giải**

Đặt  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ , hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Ta có

$$\begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (-1;0)$$

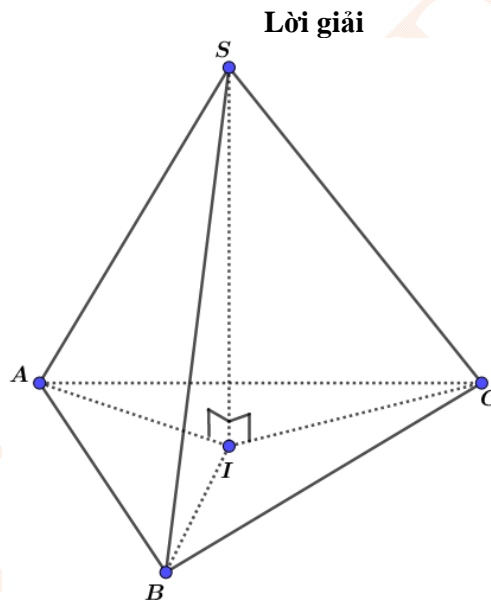
$$\begin{cases} f(1) = 1 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow f(1).f(2) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (1;2)$$

$$\begin{cases} f(2) = -1 \\ f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(2).f(3) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (2;3)$$

Do  $(-1;0) \cap (1;2) \cap (2;3) = \emptyset$  nên ta sẽ có 3 nghiệm trên phân biệt và  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$  là phương trình bậc ba nên sẽ có tối đa 3 nghiệm. Vậy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 35.** [TH] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $I$  là trực tâm của  $\Delta ABC$ .  
 B.  $I$  là trung điểm của  $AB$ .  
 C.  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta ABC$ .  
 D.  $I$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .



Ta có  $\Delta SIA, \Delta SIB, \Delta SIC$  là các tam giác vuông tại  $I$  vì  $SI \perp (ABC)$ .

Xét  $\Delta SIA$  vuông tại  $I$  và  $\Delta SIB$  vuông tại  $I$  có:  $SI$  là cạnh chung, cạnh huyền  $SA = SB$   
 $\Rightarrow \Delta SIA = \Delta SIB$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)  $\Rightarrow IA = IB$  (1).

Tương tự ta có  $\Delta SIB = \Delta SIC \Rightarrow IB = IC$  (2).

Từ (1), (2) ta có  $IA = IB = IC$ . Vậy  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta ABC$ .

**Câu 36.** [TH] Biết tổng  $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$  ( với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính tích

$a.b$

A. 9.

B. 60.

C. 7.

**D.** 10.

**Lời giải**

$$\text{Đặt } S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$$

Ta có  $S_1$  là tổng cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = \frac{1}{3}$  và công bội  $q = \frac{1}{3} \Rightarrow S_1 = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$

Nên  $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = 2 + S_1 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  từ đó ta có  $a = 5, b = 2 \Rightarrow ab = 10$ .

**Câu 37:** [VD] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 11; u_2 = 13$ . Tính tổng  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .

**A.**  $S = \frac{9}{209}$ .      **B.**  $S = \frac{10}{211}$ .      **C.**  $S = \frac{10}{209}$ .      **D.**  $S = \frac{9}{200}$ .

Lời giải

Ta có  $u_1 = 11; u_2 = 13 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 2$ .

Lại có  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .

$$\Rightarrow 2S = \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{100} - u_{99}}{u_{100} - u_{99}}$$

$$= \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} \right)$$

$$= \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} \right) = \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} \right) = \left( \frac{1}{11} - \frac{1}{11 + 99 \cdot 2} \right) = \frac{18}{209}$$

$$\Rightarrow S = \frac{9}{209}$$

**Câu 38:** [TH] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = -2$  và  $u_5 = 54$ . Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

**A.**  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$ .      **B.**  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$ .      **C.**  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$ .      **D.**  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$ .

Lời giải

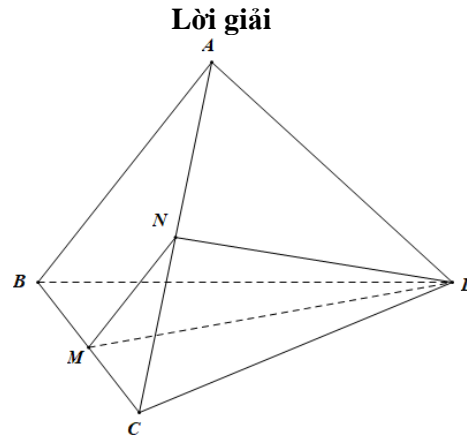
Ta có  $u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_5}{u_2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{-2}} = -3$ .

Và  $u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ .

$$\Rightarrow S_{1000} = \frac{u_1(q^{1000} - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{2}{3}[(-3)^{1000} - 1]}{-3 - 1} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$$

**Câu 39.** [TH] Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DM$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .      **B.**  $\frac{1}{2}$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



Gọi  $N$  là trung điểm  $AC \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} (\widehat{AB, DM}) = (\widehat{MN, DM}) \\ MN = \frac{a}{2} \end{cases}$ .

Ta có  $ABCD$  là hình chóp đều.

$$\Rightarrow \begin{cases} DM \perp BC \\ DN \perp AC \end{cases} \Rightarrow DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \cos(\widehat{AB, DM}) = \cos(\widehat{MN, DM}) = |\cos \widehat{NMD}| = \left| \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} \right|$$

$$= \left| \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

**Câu 40.** [TH] Hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(0; 4)$ .      **B.**  $(2; +\infty)$       C.  $(0; +\infty)$       **D.**  $\mathbb{R}$

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định trên tập  $(2; +\infty)$ . Với mọi  $x_0 \in (2; +\infty)$  ta có

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}} = \frac{2x_0+3}{\sqrt{x_0-2}} = f(x_0)$$

Do đó hàm số liên tục trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**Câu 41.**[NB] Số điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$  ?

- A. 0      B. 2      C. 1      **D.** 3

**Lời giải**

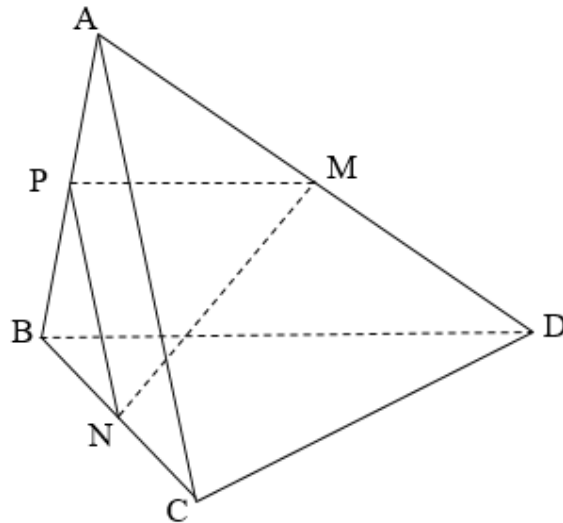
Hàm số đã cho xác định trên tập hợp  $\mathbb{R} \setminus \{1; -2 \pm \sqrt{2}\}$ .

Do đó  $f(x)$  gián đoạn tại 3 điểm là  $1; -2-\sqrt{2}$  và  $-2+\sqrt{2}$ .

**Câu 42.**[TH] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = 6a; BD = 8a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .

- A.  $MN = a\sqrt{10}$ .      B.  $MN = 7a$ .      C.  $MN = 5a$ .      D.  $MN = 10a$ .

**Lời giải**



Gọi  $P$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Theo tính chất đường trung bình trong các tam giác  $ABD$  ta có  $PM$  song song với  $BD$  và  $PM = \frac{1}{2}BD = 4a$ .

Tương tự, trong tam giác  $ABC$  ta có  $PN$  song song với  $AC$  và  $PN = \frac{1}{2}AC = 3a$ .

Theo giả thiết  $AC \perp BD$  nên  $PM \perp PN$ .

Trong tam giác vuông  $MPN$ , ta có  $MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = 5a$ .

**Câu 43.** [TH] Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$  thì  $a$  bằng bao nhiêu?

- A.  $a = 2$ .      B.  $a = 0$       C.  $a = -2$ .      D.  $a = -1$ .

**Lời giải**

Ta có,  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = (-2)^2 - 2a(-2) + 3 + a^2 = a^2 + 4a + 7$ .

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 7 = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0.$$

$$\Leftrightarrow a = -2.$$

**Câu 44.** [NB] Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$  bằng bao nhiêu?

- A.  $-4$ .      B.  $4$       C.  $10$ .      D.  $-14$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = 10 - 2 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10 - 2 \cdot 7 = -4$ .



$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = -4.$$

**Câu 45. [TH]** Gọi  $S$  là tập các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

liên tục tại  $x = 1$ . Tích các phần tử của tập  $S$  bằng.

A.  $-2$ .

B.  $-8$ .

C.  $-6$ .

D.  $-1$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $f(1) = m^2 + m - 8$ .

Mặt khác,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2$

Khi đó, để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

$$\text{Hay } m^2 + m - 8 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy tích các phần tử của tập  $S$  bằng  $-6$ .

**Câu 46. [VD]** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta dựng hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $ABCD$ ; dựng hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các hình vuông  $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$  bằng 8 thì  $a$  bằng:

A.  $2$ .

B.  $\sqrt{2}$ .

C.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

- Diện tích của hình vuông  $ABCD$  là  $S_1 = a^2$ .

- Diện tích của hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  là  $S_2 = \left(a \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$ .

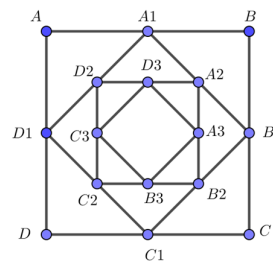
- Tương tự diện tích  $S_3, S_4, \dots$  lần lượt là  $\frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8}, \dots$

Các diện tích này lập thành một CSN lùi vô hạn có  $u_1 = a^2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$  và

$$S_n = S_1 + S_2 + \dots$$

$$\text{Khi đó } S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2a^2.$$

$$S = 8 \Leftrightarrow a = 2 (a > 0).$$



**Câu 47. [VD]** Cho  $a, b$  là các số nguyên và  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$ . Tính  $P = a^2 + b^2 - a - b$

A. 400

B. 225

C. 325

D. 320

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x^2 - 1) + b(x - 1) + a + b - 5}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} [a(x + 1) + b] + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b - 5}{x - 1} \\ &= 2a + b + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b - 5}{x - 1}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 20 \\ a + b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 15 \\ b = -10 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = 15^2 + (-10)^2 - 15 - (-10) = 320.$$

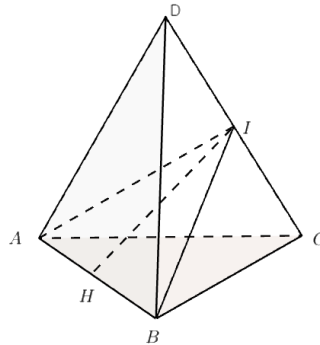
**Câu 48.[VDC]** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = x$  ( $x > 0$ ), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng  $(P)$  chứa cạnh  $AB$  và vuông góc với cạnh  $CD$  tại  $I$ . Diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất bằng:

A. 12

B. 6

C.  $8\sqrt{3}$ D.  $4\sqrt{3}$ 

Lời giải



- Các  $\triangle ACD$  và  $\triangle BCD$  đều vì có các cạnh đều bằng 4.
- Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$  thì  $AI \perp CD$ ,  $BI \perp CD \Rightarrow (ABI) \perp CD$ . Mặt phẳng  $(P)$  chính là mặt phẳng  $(ABI)$ .
- Mặt khác ta có  $AI$  và  $BI$  là các đường cao trong tam giác đều cạnh bằng 4 nên  $AI = BI = 2\sqrt{3}$ .
- Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$  thì  $IH$  là đường cao trong tam giác cân  $ABI$

$$\Rightarrow IH = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\Rightarrow S_{IAB} = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\text{Sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có : } S_{IAB} \leq \frac{\frac{x^2}{4} + \left(12 - \frac{x^2}{4}\right)}{2} = 6.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x}{2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6}.$$

Vậy diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất bằng 6.

**Câu 49. [VD]** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$ . Giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} \text{ bằng}$$

**A.**  $\frac{1}{5}$ .

**B.**  $\frac{3}{5}$ .

**C.** 20.

**D.**  $-\frac{1}{20}$ .

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)-16] = 0$  do nếu giới hạn này khác 0 thì giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2}$  sẽ bằng vô cùng. Ta suy ra được  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$ .

Biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-32}{(x-2)(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right]$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16 \text{ nên suy ra } \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = \frac{1}{20}.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5}.$$

**Câu 50. [VD]** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Biết  $a$  là giá trị để hàm số

liên tục tại điểm  $x_0 = 0$ . Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $x^2 - x + 36a < 0$ .

**A.** 4.

**B.** 3.

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

Hàm số liên tục tại điểm  $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = 3$ . Ta biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{(ax^2+(2a+1)x)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} \quad (1)$$

+) Nếu  $a = -\frac{1}{2}$  thì giới hạn (1) không tồn tại, hàm số không liên tục tại điểm 0 nên loại trường hợp này.

+) Nếu  $a \neq -\frac{1}{2}$  giới hạn (1) bằng  $\frac{2}{2a+1}$ . Vậy để hàm số liên tục tại điểm 0 khi và chỉ khi

$$\frac{2}{2a+1} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}. \text{ Như vậy ta cần tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình}$$

$x^2 - x - 6 < 0$ . Giải ra ta được  $-2 < x < 3$ . Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên là  $-1; 0; 1; 2$ .

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

## ĐỀ SỐ 6

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 04 câu tự luận)

## I. TRẮC NGHIỆM ( 7 ĐIỂM)

- Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2021) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $-2021$ .                      D. 2021.
- Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 1 ?
- A.  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$ .                      B.  $\lim \frac{1-n}{n+2}$ .                      C.  $\lim \frac{1+n}{n-1}$ .                      D.  $\lim \left(-1 + \frac{2}{n}\right)$ .
- Câu 3.** Đặt  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = b$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
- A.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .                      B.  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .  
 C.  $\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n$ .                      D.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$ .
- Câu 4.** Chọn khẳng định đúng.
- A. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 B. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 C. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 D. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
- A.  $\lim q^n = +\infty$  (với  $|q| > 1$  ).  
 B. Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .  
 C.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  là một số nguyên dương.  
 D.  $\lim q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .
- Câu 6.** Cho các dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng
- A. 1.                      B. 0.                      C.  $-\infty$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = -\infty$ .                      B. Nếu  $\lim u_n = -a$  thì  $\lim |u_n| = a$ .  
 C. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim |u_n| = 0$ .                      D. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = +\infty$ .
- Câu 8.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2021$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$  (nếu có).
- A.  $+\infty$ .                      B. Không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ .  
 C.  $-\infty$ .                      D. 0.
- Câu 9.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x^2 - 1)$  bằng?

- A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $-\infty$ .
- Câu 10.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) - 3g(x)]$  ?  
**A.** 0.                      **B.** 5.                      **C.** 12.                      **D.** 13.
- Câu 11.** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$  là  
**A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** -1.                      **D.**  $+\infty$ .
- Câu 12.** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4)$  là  
**A.** 0.                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.** -1.
- Câu 13.** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x - 1)$  là  
**A.**  $-\infty$ .                      **B.** 0.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.** -1.
- Câu 14.** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 0$  ?  
**A.**  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ .    **B.**  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ .    **C.**  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 2}$ .    **D.**  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$ .
- Câu 15.** Khẳng định nào đúng ?  
**A.** Hàm số  $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .  
**B.** Hàm số  $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
**C.** Hàm số  $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x - 1}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
**D.** Hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x + 1}}{x - 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- Câu 16.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?  
**A.** Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.  
**B.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.  
**C.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.  
**D.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.
- Câu 17.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây không kết luận được ba vectơ đó đồng phẳng.  
**A.** Một trong ba vectơ đó bằng  $\vec{0}$ .  
**B.** Có hai trong ba vectơ đó cùng phương.  
**C.** Có một vectơ không cùng hướng với hai vectơ còn lại.  
**D.** Có hai trong ba vectơ đó cùng hướng.
- Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $M, N$  là các điểm thỏa  $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$ ,  $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?  
**A.**  $MN \parallel (AC'B)$ .                      **B.**  $MN \parallel (BC'D)$ .  
**C.**  $MN \parallel (A'C'D)$ .                      **D.**  $MN \parallel (BC'B)$ .
- Câu 19.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng?

A.  $a^2$                       B.  $\frac{a^2}{2}$                       C. 0                      D.  $-\frac{a^2}{2}$

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .

A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 21.** Tìm  $a$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}$ .

A.  $a = 6$ .                      B.  $a = 3$ .                      C.  $a = 27$ .                      D.  $a = 9$ .

**Câu 22.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$ . Tính tổng:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$

A.  $S = \frac{3}{2}$ .                      B.  $S = \frac{2}{3}$ .                      C.  $S = 2$ .                      D.  $S = \frac{1}{2}$ .

**Câu 23.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$ . Khi đó  $1 - L^2$  bằng

A. 1.                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 24.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 - 5}}$ .

A.  $\frac{3}{5}$ .                      B.  $-\frac{3}{5}$ .                      C. 5.                      D. -5.

**Câu 25.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$  bằng

A. 2.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 1.

**Câu 26.** Cho  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?

A. 6.                      B. 10.                      C. -10.                      D. -6.

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3} & \text{khi } x \neq -3 \\ -x^2 + 3 & \text{khi } x = -3 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm  $x = -3$  và gián đoạn tại các điểm  $x \neq -3$ .
- B. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- D. Hàm số không liên tục tại điểm  $x = -3$ .

**Câu 28.** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}}, & x \neq 4 \\ a + 5 & x = 4 \end{cases}$ , tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ :

A.  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} + 5$ .                      B.  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$ .                      C.  $a = -5$ .                      D.  $a = 5$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3} & \text{khi } x > 2 \\ 2mx - 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số liên tục

trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m = \frac{-3}{2}$ .      B.  $m = \frac{-1}{8}$ .      C.  $m = \frac{1}{8}$ .      D.  $m = \frac{3}{2}$ .

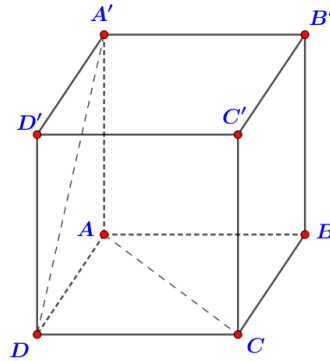
**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ .      B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .      C.  $y = 4x^3 - 3x + 1$ .      D.  $y = \frac{2x-5}{x^2+2}$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $SA$  vuông góc với đáy và  $AB = SA = a$ ,  $AC = 2a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$ .

A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng

A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 33.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$  ?

A.  $120^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 34.** Trong không gian, cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Các vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$  đồng phẳng.

B. Các vector  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{CC'}$  không đồng phẳng.

C. Các vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'}$ ,  $\overrightarrow{A'C}$  không đồng phẳng.

D. Các vector  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .      B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .      C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .      D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

## II. TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tính giới hạn  $\lim \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 37.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Chứng minh các vector  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 38.** Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới là  $50\text{cm}$ . Hỏi chiều cao tối đa của mô hình là bao nhiêu?

**Câu 39.** Chứng minh rằng phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  luôn có 3 nghiệm.



Lời giải

1D	2C	3A	4C	5A	6B	7C	8D	9C	10C
11C	12C	13D	14B	15A	16B	17C	18B	19C	20D
21A	22B	23B	24D	25C	26C	27C	28B	29B	30B
31A	32B	33B	34D	35D					

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2021) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $-2021$ .                      **D. 2021.**

Lời giải

Áp dụng định nghĩa 2 trang 113 sách giáo khoa Đại số và Giải tích 11 ban Cơ bản ta có  $\lim u_n = 2021$ .

**Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

- A.  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$ .                      B.  $\lim \frac{1-n}{n+2}$ .                      **C.  $\lim \frac{1+n}{n-1}$** .                      D.  $\lim \left(-1 + \frac{2}{n}\right)$ .

Lời giải

$$\text{Vì } \lim \frac{3n+1}{-3n-3} = \lim \frac{1-n}{n+2} = \lim \left(-1 + \frac{2}{n}\right) = -1.$$

$$\text{Còn } \lim \frac{1+n}{n-1} = 1.$$

**Câu 3.** Đặt  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = b$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .**                      B.  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .  
C.  $\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n$ .                      D.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$ .

Lời giải

Mệnh đề  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$  là mệnh đề đúng nên mệnh đề ở câu A sai.

**Câu 4.** Chọn khẳng định đúng.

- A. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
B. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi..  
**C. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.**  
D. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải

Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi, do đó chọn C.

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim q^n = +\infty$  (với  $|q| > 1$ ).**  
B. Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .  
C.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  là một số nguyên dương.

D.  $\lim q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .

**Lời giải**

Mệnh đề A chỉ đúng với  $q$  thỏa mãn  $q > 1$ , với  $q < -1$  thì không tồn tại giới hạn dãy số  $q^n$ .

Mệnh đề B đúng theo định lí về giới hạn vô cực.

Mệnh đề C và D đúng theo kết quả của giới hạn đặc biệt.

**Câu 6.** Cho các dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

A. 1.

**B. 0.**

C.  $-\infty$ .

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Dùng định lý giới hạn: cho dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  trong đó  $a$  hữu hạn thì

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = 0.$$

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = -\infty$ .

B. Nếu  $\lim u_n = -a$  thì  $\lim |u_n| = a$ .

**C. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim |u_n| = 0$ .**

D. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = +\infty$ .

**Lời giải**

Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = +\infty$  hoặc  $\lim u_n = -\infty$ .

Nếu  $\lim u_n = -a$  thì  $\lim |u_n| = a$  thì  $a > 0$ .

Còn  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim |u_n| = 0$  là mệnh đề đúng.

**Câu 8.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2021$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$  (nếu có).

A.  $+\infty$ .

B. Không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ .

C.  $-\infty$ .

**D. 0.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{2021} = 0$$

**Câu 9.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x^2 - 1)$  bằng?

A. 0.

B. 1.

**C.  $+\infty$ .**

D.  $-\infty$

**Lời giải.**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x^2 - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( 1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} \right)$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} \right) = 1 > 0$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( 1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} \right) = +\infty$$

Vậy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x^2 - 1) = +\infty$

- Câu 10. Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) - 3g(x)]$  ?  
**A.** 0.                                      **B.** 5.                                      **C.** 12.                                      **D.** 13.

Lời giải

**Chọn C**

Có  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) - 3g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} 2f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} 3g(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 12$ .

- Câu 11. Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$  là  
**A.** 0.                                      **B.** 1.                                      **C.** -1.                                      **D.**  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn C**

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-1) = -1$

- Câu 12. Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4)$  là  
**A.** 0.                                      **B.**  $+\infty$ .                                      **C.**  $-\infty$ .                                      **D.** -1.

Lời giải

**Chọn C**

- Câu 13. Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x - 1)$  là  
**A.**  $-\infty$ .                                      **B.** 0.                                      **C.**  $+\infty$ .                                      **D.** -1.

Lời giải

**Chọn D**

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x - 1) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 1 = -1$

- Câu 14. Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 0$  ?

**A.**  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ .      **B.**  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ .      **C.**  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 2}$ .      **D.**  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$  không xác định tại  $x = 0$  nên hàm số không liên tục tại  $x = 0$ .

- Câu 15. Khẳng định nào đúng ?

**A.** Hàm số  $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**B.** Hàm số  $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** Hàm số  $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x - 1}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x + 1}}{x - 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

## Lời giải

## Chọn A

Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  là hàm sơ cấp xác định trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 16.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

**A.** Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

**B.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

**C.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

**D.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

## Lời giải

## Chọn B

Tính chất của phép chiếu song song:

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Suy ra B sai : Chúng có thể trùng nhau.

**Câu 17.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây không kết luận được ba vectơ đó đồng phẳng.

**A.** Một trong ba vectơ đó bằng  $\vec{0}$ .

**B.** Có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

**C.** Có một vectơ không cùng hướng với hai vectơ còn lại.

**D.** Có hai trong ba vectơ đó cùng hướng.

## Lời giải

## Chọn C

Nếu hai trong ba vectơ đó cùng hướng thì ba vectơ đồng phẳng; nếu hai trong ba vectơ đó không cùng hướng thì chưa thể kết luận được ba vectơ đó đồng phẳng.

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $M, N$  là các điểm thỏa  $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$ ,  $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.**  $MN \parallel (AC'B)$ .

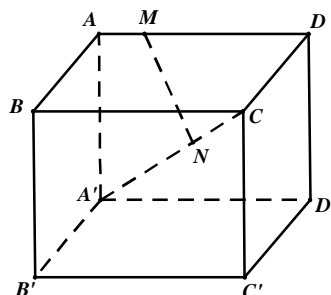
**B.**  $MN \parallel (BC'D)$ .

**C.**  $MN \parallel (A'C'D)$ .

**D.**  $MN \parallel (BC'B)$ .

## Lời giải

## Chọn B



Đặt  $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BB'} = \vec{b}, \overrightarrow{BC} = \vec{c}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là ba vec tơ không đồng phẳng và

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{c}$$

$$\overrightarrow{BC'} = \vec{b} + \vec{c}, \overrightarrow{BA'} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Ta có  $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD} \Rightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BM} = -\frac{1}{4}(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BM}) \Rightarrow \frac{5}{4}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{4\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}}{5} = \frac{4\vec{a} + (\vec{a} + \vec{c})}{5} = \frac{5\vec{a} + \vec{c}}{5}.$$

Tương tự

$$\overrightarrow{BN} = \frac{3\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}}{5}, \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} = \frac{-2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}}{5} = -\frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{3}{5}(\vec{b} + \vec{c}) = -\frac{2}{5}\overrightarrow{BD} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC'}$$

Suy ra  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{BC'}$  đồng phẳng mà  $N \notin (BC'D) \Rightarrow MN \parallel (BC'D)$ .

**Câu 19.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng?

A.  $a^2$

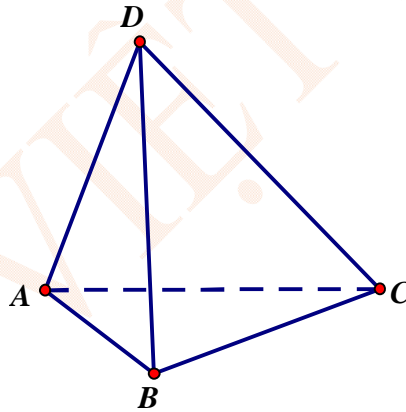
B.  $\frac{a^2}{2}$

**C. 0**

D.  $-\frac{a^2}{2}$

Lời giải

**Chọn C**



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .

A.  $60^\circ$ .

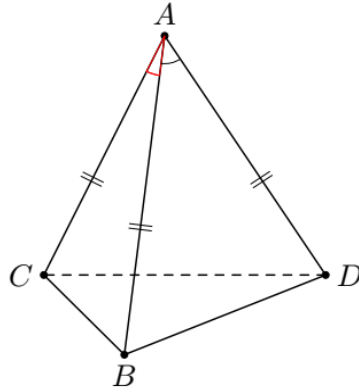
B.  $45^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

**D.  $90^\circ$ .**

Lời giải

**Chọn D**



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AB} \cdot (\overline{AD} - \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB} \cdot \overline{AC} \\ &= |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cos(\overline{AB}, \overline{AD}) - |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) \\ &= |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cos 60^\circ - |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cos 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0 \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{CD}) = 90^\circ$$

$$\lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6.$$

**Câu 21.** Tìm  $a$  để  $\lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}$ .

**A.**  $a = 6$ .

**B.**  $a = 3$ .

**C.**  $a = 27$ .

**D.**  $a = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \lim \frac{a + \frac{4}{n}}{8 + \frac{3}{n^2}} = \frac{\lim \left( a + \frac{4}{n} \right)}{\lim \left( 8 + \frac{3}{n^2} \right)} = \frac{a}{8}.$$

**Câu 22.**  $\lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$ . Tính tổng:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$

**A.**  $S = \frac{3}{2}$ .

**B.**  $S = \frac{2}{3}$ .

**C.**  $S = 2$ .

**D.**  $S = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$S$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1; q = -\frac{1}{2}$ .

$$\text{Do đó ta có: } S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 23.** Biết  $\lim \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$ . Khi đó  $1 - L^2$  bằng

**A.** 1.

**B.**  $\frac{3}{4}$ .

**C.** 0.

**D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left( 2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left( \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^2} + 4 \right)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } L = \frac{1}{2}. \text{ Khi đó } 1 - L^2 = 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}.$$

**Câu 24.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-5}}$ .

A.  $\frac{3}{5}$ .

B.  $-\frac{3}{5}$ .

C. 5.

D. -5.

**Lời giải****Chọn D**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( 5 - \frac{3}{x} \right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( 5 - \frac{3}{x} \right)}{-x \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = -5.$$

**Câu 25.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x}$  bằng

A. 2.

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

D. 1.

**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x+1) = 1; x > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x} = +\infty$$

**Câu 26.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu ?

A. 6.

B. 10.

C. -10.

D. -6.

**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Cách 1: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a.x + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = -\frac{a}{2}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = -10.$$

$$\text{Cách 2: Bấm máy tính như sau } \sqrt{x^2 + Ax + 5} + x + \text{CACL} + x = -10^{10}.$$

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3} & \text{khi } x \neq -3 \\ -x^2+3 & \text{khi } x = -3 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm  $x = -3$  và gián đoạn tại các điểm  $x \neq -3$ .

B. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

D. Hàm số không liên tục tại điểm  $x = -3$ .

## Lời giải

## Chọn C

$$+ \text{ Với } x \neq -3: f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}.$$

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; +\infty)$ .

$$+ \text{ Tại } x = -3: f(-3) = -6; \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x-3) = -6.$$

Vậy hàm số đã cho liên tục tại  $x = -3$

Vậy hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}}, & x \neq 4 \\ a + 5 & x = 4 \end{cases}$ , tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ :

$$\text{A. } a = \sqrt{\frac{19}{5}} + 5.$$

$$\text{B. } a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5.$$

$$\text{C. } a = -5.$$

$$\text{D. } a = 5.$$

## Lời giải

## Chọn B

Ta có  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$  thì:

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}} = \sqrt{\frac{4^2 + 3}{4^2 - 2 \cdot 4 - 3}} = \sqrt{\frac{19}{5}} = f(4)$$

$$\Leftrightarrow a + 5 = f(4) = \sqrt{\frac{19}{5}} \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$$

Vậy  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$  thì hàm số liên tục tại  $x = 4$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3} & \text{khi } x > 2 \\ 2mx - 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số liên tục

trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{A. } m = \frac{-3}{2}.$$

$$\text{B. } m = \frac{-1}{8}.$$

$$\text{C. } m = \frac{1}{8}.$$

$$\text{D. } m = \frac{3}{2}.$$

## Lời giải

## Chọn B

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Khi  $x \in (2; +\infty)$  thì  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3}$  là hàm sơ cấp xác định trên  $(2; +\infty)$  nên hàm số  $f(x)$

liên tục trên  $(2; +\infty)$ .

Khi  $x \in (-\infty; 2)$  thì  $f(x) = 2mx - 1$  là hàm đa thức nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; 2)$ .

Do đó hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

Ta có:  $f(2) = 4m - 1$



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{(4x+1-9)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4} = \frac{-3}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2mx - 1) = 4m - 1.$$

Hàm số liên tục tại  $x = 2$  khi và chỉ khi:

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow 4m - 1 = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow m = \frac{-1}{8}.$$

**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

**A.**  $y = \sqrt{2x^2 + 1}.$

**B.**  $y = \frac{2x-1}{x+1}.$

**C.**  $y = 4x^3 - 3x + 1.$

**D.**  $y = \frac{2x-5}{x^2+2}.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số bị gián đoạn tại điểm  $x = -1$ . Do

đó hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $SA$  vuông góc với đáy và  $AB = SA = a$ ,  $AC = 2a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$ .

**A.**  $30^\circ.$

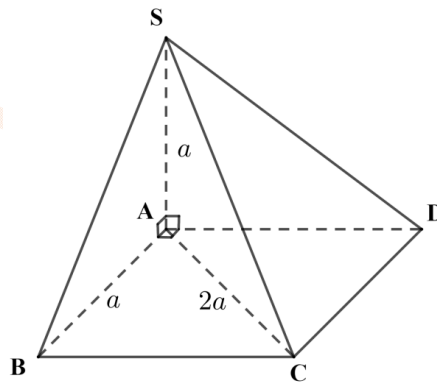
**B.**  $60^\circ.$

**C.**  $90^\circ.$

**D.**  $45^\circ.$

**Lời giải**

**Chọn A**



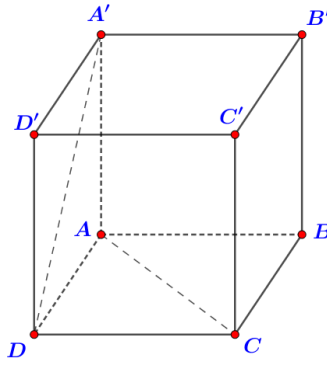
Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B \Rightarrow AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$

Ta có  $BC \parallel AD$  nên  $(\widehat{SD, BC}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}.$

Xét tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$ , ta có  $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 30^\circ.$

Vậy  $(\widehat{SD, BC}) = 30^\circ.$

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng

A.  $45^\circ$ .

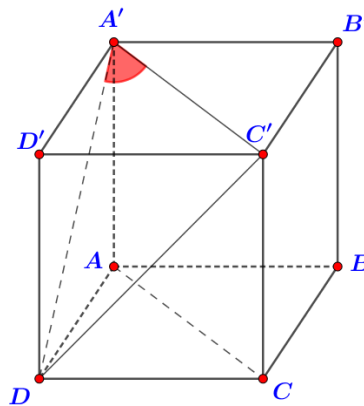
**B.  $60^\circ$ .**

C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**



Do  $A'C' \parallel AC$  nên ta có:  $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'}$ .

Vì  $A'D = A'C' = C'D \Rightarrow \Delta A'C'D$  đều  $\Rightarrow \widehat{DA'C'} = 60^\circ$ .

**Câu 33.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$ ?

A.  $120^\circ$ .

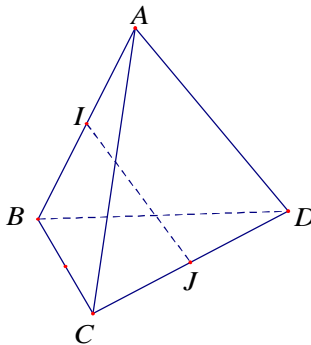
**B.  $90^\circ$ .**

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**



Xét tam giác  $ICD$  có  $J$  là trung điểm đoạn  $CD$ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$$

Vì tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$  và  $\widehat{BAC} = 60^\circ$

Nên tam giác  $ABC$  đều. Suy ra:  $CI \perp AB$

Tương tự ta có tam giác  $ABD$  đều nên  $DI \perp AB$ .

$$\text{Xét } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}.$$

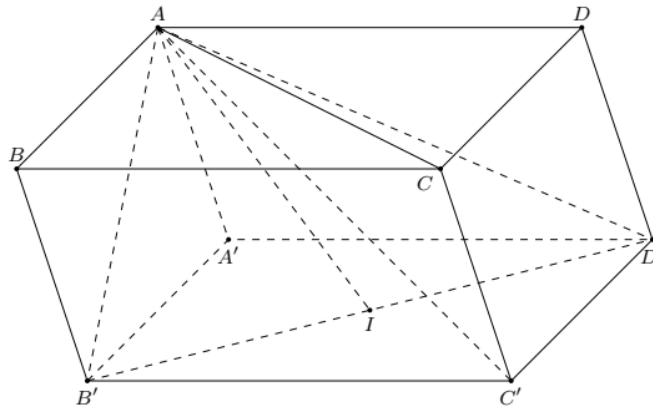
Suy ra  $\overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB}$ . Hay góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 34.** Trong không gian, cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Các vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$  đồng phẳng.  
**B.** Các vector  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{CC'}$  không đồng phẳng.  
**C.** Các vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'}$ ,  $\overrightarrow{A'C}$  không đồng phẳng.  
**D.** Các vector  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

**Chọn D**



Xét phương án A. Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$ .

Các vector  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AC'}$  không đồng phẳng vì  $ABCC'$  là tứ diện.

Xét phương án B. Ta có  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{CC'}$  đồng phẳng vì giá của chúng là các đường thẳng song song nhau nên sẽ luôn song song với một mặt phẳng nào đó.

Xét phương án C. Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{C'A'}$ . Các vector  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{C'A'}$ ,  $\overrightarrow{A'C}$  có giá là các đường thẳng cùng nằm trên mặt phẳng  $(AA'C'C)$  nên chúng đồng phẳng.

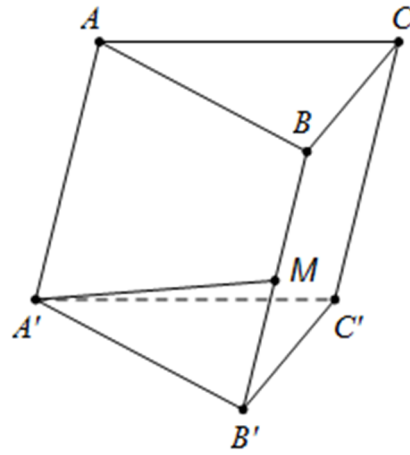
Xét phương án D. Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$ . Các vector  $\overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AD'}$ ,  $\vec{x} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$  hiển nhiên đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    **B.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    **C.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    **D.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Lời giải.**

**Chọn D**



Ta có:  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

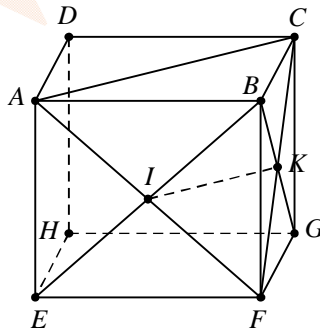
**Câu 36.** Tính giới hạn  $\lim \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right), n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right) &= \lim \left[ 2 \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \right] \\ &= \lim \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \right] = \lim \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) \right] = 1 \end{aligned}$$

**Câu 37.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Chứng minh các vectơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Lời giải**



Vì  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AF$  và  $CF$ .

Suy ra  $IK$  là đường trung bình của tam giác  $AFC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$ .

Mà  $GF \parallel (ABCD)$  và  $BD \subset (ABCD)$  suy ra ba vectơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 38.** Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới là  $50\text{cm}$ . Hỏi chiều cao tối đa của mô hình là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi bán kính khối cầu dưới cùng là  $R = 50\text{cm}$ .

Gọi  $R_1, R_2, \dots, R_n$  là các khối cầu nằm ngay trên khối cầu cuối cùng.

Ta có:  $R_2 = \frac{R_1}{2}, R_3 = \frac{R_2}{2} = \frac{R_1}{4}, \dots, R_n = \frac{R_{n-1}}{2} = \frac{R_1}{2^{n-1}}$ .

Gọi  $h_n$  là chiều cao của mô hình gồm các khối cầu chồng lên nhau. Ta có

$$\begin{aligned} h_n &= 2R_1 + 2R_2 + \dots + 2R_n = 2 \left( R_1 + \frac{1}{2}R_1 + \frac{1}{4}R_1 + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}R_1 \right) \\ &= 2R_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \end{aligned}$$

$$h = \lim_{n \rightarrow +\infty} h_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ 2R_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \right] = 2R_1 \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 4R_1$$

Suy ra  $h = 4.50 = 200\text{cm} = 2\text{m}$ . Vậy chiều cao tối đa của mô hình là  $2\text{m}$ .

**Câu 39.** Chứng minh rằng phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  luôn có 3 nghiệm.

### Lời giải

Đặt  $f(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1$ .

+ Hàm số  $f(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

+ Ta có:  $f(x) = m^2(x^3 - 2x^2 + 1) + x^3 - 4x + 1$

$$f(-3) = -44m^2 - 14 < 0; \forall m$$

$$f(0) = m^2 + 1 > 0; \forall m$$

$$f(1) = -2$$

$$f(2) = m^2 + 1 > 0; \forall m$$

Vì  $f(-3).f(0) < 0$  nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(-3; 0)$ .

Vì  $f(0).f(1) < 0$  nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

Vì  $f(1).f(2) < 0$  nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(1; 2)$ .

Vậy phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có ít nhất 3 nghiệm trong khoảng  $(-3; 2)$ , mà phương trình đã cho là bậc 3 nên phương trình có đúng 3 nghiệm.

## ĐỀ SỐ 7

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

- Câu 1:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$  liên tục trên tập xác định.
- A.  $m = 2$                       B.  $m = 4$                       C.  $m = 0$                       D.  $m = 1$
- Câu 2:** Tính tổng  $S = 0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots + (0,3)^n + \dots$
- A.  $\frac{3}{7}$                               B.  $\frac{5}{7}$                               C.  $\frac{11}{7}$                               D.  $\frac{7}{3}$
- Câu 3:** Cho phương trình  $x^5 - 7x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 2)$   
 B. Phương trình có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 3)$   
 C. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 1)$   
 D. Phương trình có đúng một nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 2)$
- Câu 4:** Tìm khẳng định đúng:
- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = -\infty$               B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$               C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} q^n = 0 (q \geq 1)$               D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$
- Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+a}{x+1} = -\infty$  thì giá trị của  $a$  thỏa mãn:
- A.  $a > -3$                       B.  $a > 3$                       C.  $a < 3$                       D.  $a < 5$
- Câu 6:** Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^2+1}+4-3n}{n+3} = a\sqrt{2}+b$ . Mệnh đề nào đúng?
- A.  $a = 3b$ .                      B.  $\sqrt{a+b+3} < 3$ .                      C.  $2a+b=0$ .                      D.  $a+b > 2$ .
- Câu 7:** Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $b$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an+3} - \sqrt{n^2+bn-1}) = 1$ .
- A.  $a+b=2$ .                      B.  $a+b=1$ .                      C.  $a-b=2$ .                      D.  $a-b=1$ .
- Câu 8:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Khi đó góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}$ .
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .
- Câu 9:** Chọn mệnh đề đúng?  
 Trong không gian:  
 A. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ phải nằm trong một mặt phẳng.  
 B. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó có giá cùng song song với nhau.  
 C. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng hướng.  
 D. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi giá của ba vectơ đó cùng song song với một mặt phẳng.
- Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ .  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $AH \perp SC$ .                      B.  $AH \perp AC$ .                      C.  $AH \perp AB$ .                      D.  $AH \perp (SAC)$ .
- Câu 11:** Tính giới hạn của dãy số  $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$ :
- A.  $\frac{4}{5}$ .                              B.  $\frac{2}{3}$ .                              C. 1.                              D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 12:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $n^2 - 4n$ .      B.  $\frac{n^2 - 3n}{n+1}$ .      C.  $\left(\frac{6}{5}\right)^n$ .      D.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^n$ .

**Câu 13:** Cho các khẳng định:

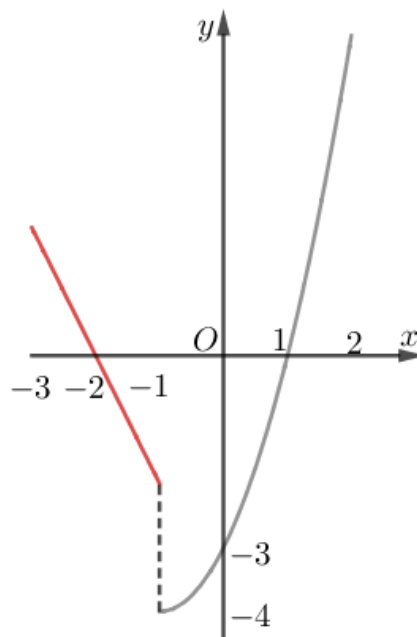
(I): Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) < 0$ . Khi đó phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .

(II): Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) > 0$ . Khi đó phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .

Trong các khẳng định trên:

- A. Chỉ (I) đúng.      B. Cả (I), (II) đúng.      C. Cả (I), (II) sai.      D. Chỉ (II) đúng.

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Chọn đáp án đúng:

- A. Hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = -1$ .      B. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$ .  
C. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-3; 1)$ .      D. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 15:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Một đường thẳng  $\Delta$  cắt các đường thẳng  $AA', BC, C'D'$  lần lượt tại  $M, N, P$  sao cho  $\overline{NM} = 3\overline{NP}$ . Tính  $k = \frac{MA}{MA'}$ ?

- A.  $k = \frac{2}{3}$ .      B.  $k = 2$ .      C.  $k = 3$ .      D.  $k = \frac{3}{2}$

**Câu 16:** Cho  $\vec{u}, \vec{v}$  bất kì, chọn mệnh đề đúng?

A.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}{\vec{u} \cdot \vec{v}}$ .      B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      D.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

- Câu 17:**  $\lim (4 - n^{2018} - n^{2019})$  bằng:
- A. 0.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-2019$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 18:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên đều bằng  $a\sqrt{2}$ . Góc giữa cạnh bên  $SB$  và  $(ABCD)$  bằng:
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 19:** Rút gọn  $S = 1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots + \sin^{2n} x + \dots$  với  $\sin x \neq \pm 1$ .
- A.  $S = \cos^2 x$ .                      B.  $S = \tan^2 x$ .                      C.  $S = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$ .                      D.  $S = 1 + \tan^2 x$ .
- Câu 20:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}} - \sqrt{x} \right) = \frac{\sqrt{a}}{b}$  (với  $a, b$  nguyên dương nhỏ nhất).
- Tính  $a + b$ .
- A. 6.                      B. 5.                      C. 3.                      D. 4.
- Câu 21:** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x < 2 \\ ax + a - 5 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$
- A.  $a = 1$ .                      B.  $a = 3$ .                      C.  $a = 0$ .                      D.  $a = 2$ .
- Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Chọn khẳng định đúng?
- A. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .                      B. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
C. Hàm số liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .                      D. Hàm số liên tục trên  $(-3; 2)$ .
- Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a\sqrt{2}$  và  $BC = 2a$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$ .
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$
- Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $A$  vuông góc với  $SC$  cắt hình chóp với thiết diện là:
- A. Hình thoi có một góc có số đo  $120^\circ$ .                      B. Hình vuông.  
C. Hình bình hành.                      D. Tứ giác có hai đường chéo vuông góc.
- Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, G$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $MN$ . Chọn khẳng định đúng:
- A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{MN}$ .                      B.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$ .  
C.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ .                      D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$ .
- Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \frac{5}{m} - \frac{1}{n}$  (với  $m, n$  là các số nguyên dương). Tính  $m - n$ ?
- A. 15.                      B. 14.                      C. 12.                      D. 16.
- Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{DE}$ ?
- A.  $120^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 28:**  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5}{x-3}$  bằng



A.  $-\frac{15}{2}$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 29:** Cho tứ diện  $ABCD$  đều cạnh bằng  $a$ . Góc giữa  $AB$  và  $CD$  bằng.

A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 30:** Tìm  $m$  để hàm số:  $y = \begin{cases} x+2m & \text{khi } x < 0 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x=0$ .

A.  $m = \frac{1}{4}$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = \frac{1}{2}$ .                      D.  $m = 0$ .

**Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+3} - x)$  bằng

A.  $+\infty$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 32:** Tìm khẳng định *sai* trong các khẳng định sau:

A.  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .

B.  $I$  là trung điểm của  $AB \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}, \forall M$ .

C.  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}, \forall M$ .

D.  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp. Khi đó ta có:  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC}$ .

**Câu 33:**  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 4)$  bằng

A. 2.                      B. 1.                      C. -4.                      D. -1.

**Câu 34:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\vec{AA'} = \vec{a}$ ,  $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AC} = \vec{c}$ . Hãy biểu diễn vector  $\vec{B'C}$  theo các vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

A.  $\vec{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .                      B.  $\vec{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .                      C.  $\vec{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .                      D.  $\vec{B'C} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x) - 1}{x}$

bằng  
A. 2018.2019.                      B. 1009.2019.                      C. 1010.2019.                      D. 0.

**Câu 36:** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) liên tục tại  $x=1$ . Hãy tính  $S = 2a + 5b$ .

A.  $S = 10$ .                      B.  $S = 7$ .                      C.  $S = 4$ .                      D.  $S = 2$ .

**Câu 37:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$  bằng :

A. -1.                      B. -2.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 38:** Cho  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; 5]$  thỏa mãn  $f(-1) = 1; f(5) = 6$ . Phương trình nào sau đây luôn có nghiệm trong khoảng  $(-1; 5)$  ?

A.  $f(x) = 8$ .                      B.  $f(x) = 3$ .                      C.  $f(x) + 5 = 0$ .                      D.  $f(x) = 1$ .

**Câu 39:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$  bằng :

A.  $-\infty$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{5}{4}$ .

**Câu 40:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - 3x^2 - 2019x^4)$  bằng :

A.  $-\infty$ .                      B. -3.                      C. -2019.                      D.  $+\infty$ .

- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ . Biết  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây sai?  
**A.**  $SO \perp (ABCD)$ .    **B.**  $AC \perp (SBD)$ .    **C.**  $BD \perp (SAC)$ .    **D.**  $AB \perp (SAD)$ .
- Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Biết  $SO \perp (ABC)$ ,  $SO = 2a$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $AH$ ,  $AM = x, x > \frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Xác định vị trí điểm  $M$  để thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  có diện tích lớn nhất. Khi đó  $\frac{AM}{AH}$  bằng:  
**A.**  $\frac{AM}{AH} = \frac{4}{5}$ .    **B.**  $\frac{AM}{AH} = \frac{5}{6}$     **C.**  $\frac{AM}{AH} = \frac{3}{4}$ .    **D.**  $\frac{AM}{AH} = \frac{2}{3}$ .
- Câu 43:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \frac{a}{b\sqrt{c}}$  ( $a, c, c \in \mathbb{Z}$ ). Tính  $a - b + c$ .  
**A.** 0.    **B.** 6.    **C.** 8.    **D.** 4.
- Câu 44:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5)$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .    **B.** 0.    **C.**  $-\infty$ .    **D.** -2018.
- Câu 45:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$  không liên tục tại  
**A.**  $x = 3$ .    **B.**  $x = 2$ .    **C.**  $x = 1$ .    **D.**  $x = 0$ .
- Câu 46:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 3x}{2x + 5}$  bằng  
**A.**  $-\frac{3}{2}$ .    **B.**  $\frac{1}{5}$ .    **C.**  $\frac{1}{2}$ .    **D.**  $-\frac{3}{5}$ .
- Câu 47:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 3n}{3n^2 - n + 2}$  bằng:  
**A.** 1.    **B.**  $\frac{2}{3}$ .    **C.**  $+\infty$ .    **D.** 0.
- Câu 48:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và điểm  $O$  không thuộc mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?  
**A.** Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì chúng song song với nhau.  
**B.** Nếu  $a // b$  và  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì  $b$  cũng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .  
**C.** Có duy nhất một đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $O$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .  
**D.** Có duy nhất một đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $O$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .
- Câu 49:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^{n+2}}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n}$  bằng:  
**A.**  $+\infty$ .    **B.**  $-\infty$ .    **C.** 900.    **D.** 180.
- Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Tính  $\tan \alpha$ ?  
**A.**  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .    **B.**  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .    **C.**  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ .    **D.**  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$  liên tục trên tập xác định.

A.  $m = 2$

B.  $m = 4$

C.  $m = 0$

D.  $m = 1$

Lời giải

Chọn B

Để hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên tập xác định thì hàm số phải liên tục tại  $x = 3$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+1}+2) = 4.$$

$$f(3) = m$$

Để hàm số đã cho liên tục tại  $x = 3$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow m = 4$ .

**Câu 2:** Tính tổng  $S = 0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots + (0,3)^n + \dots$

A.  $\frac{3}{7}$

B.  $\frac{5}{7}$

C.  $\frac{11}{7}$

D.  $\frac{7}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S = 0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots + (0,3)^n + \dots = \frac{0,3}{1-0,3} = \frac{3}{7}.$$

**Câu 3:** Cho phương trình  $x^5 - 7x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 2)$ B. Phương trình có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 3)$ C. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 1)$ D. Phương trình có đúng một nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 2)$ 

Lời giải

Chọn B

Vì  $y = f(x) = x^5 - 7x^4 + 3x^2 + 2$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Lại có: } f(-1) = -1; f(0) = 2; f(1) = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-1) \cdot f(0) = -2 < 0 \\ f(0) \cdot f(1) = -2 < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 2) \Rightarrow$  phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 2 nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 3)$ .

**Câu 4:** Tìm khẳng định đúng:

A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = -\infty$

B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$

C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} q^n = 0 (q \geq 1)$

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$

Lời giải

Chọn D

**Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+a}{x+1} = -\infty$  thì giá trị của  $a$  thỏa mãn:

A.  $a > -3$

B.  $a > 3$

C.  $a < 3$

D.  $a < 5$

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0$  và  $x > -1$  thì  $x+1 > 0$ .

Để  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+a}{x+1} = -\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow -1^+} (3x+a) = -3+a < 0 \Leftrightarrow a < 3$ .

**Câu 6:** Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^2+1}+4-3n}{n+3} = a\sqrt{2}+b$ . Mệnh đề nào đúng?

- A.  $a=3b$ .                      B.  $\sqrt{a+b+3} < 3$ .                      C.  $2a+b=0$ .                      D.  $a+b > 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^2+1}+4-3n}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{8+\frac{1}{n^2}}+4-3n}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8+\frac{1}{n^2}}+\frac{4}{n}-3}{1+\frac{3}{n}} = \frac{\sqrt{8}-3}{1}$$

$$= 2\sqrt{2}-3 \Rightarrow a=2; b=-3 \Rightarrow \sqrt{a+b+3} < 3.$$

**Câu 7:** Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $b$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an+3} - \sqrt{n^2+bn-1}) = 1$ .

- A.  $a+b=2$ .                      B.  $a+b=1$ .                      C.  $a-b=2$ .                      D.  $a-b=1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an+3} - \sqrt{n^2+bn-1}) = 1 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+an+3-n^2-bn+1}{(\sqrt{n^2+an+3} + \sqrt{n^2+bn-1})} = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-b)n+4}{\left( n\sqrt{1+\frac{a}{n}+\frac{3}{n^2}} + n\sqrt{1+\frac{b}{n}-\frac{1}{n^2}} \right)} = 1 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-b)+\frac{4}{n}}{\left( \sqrt{1+\frac{a}{n}+\frac{3}{n^2}} + \sqrt{1+\frac{b}{n}-\frac{1}{n^2}} \right)} = 1$$

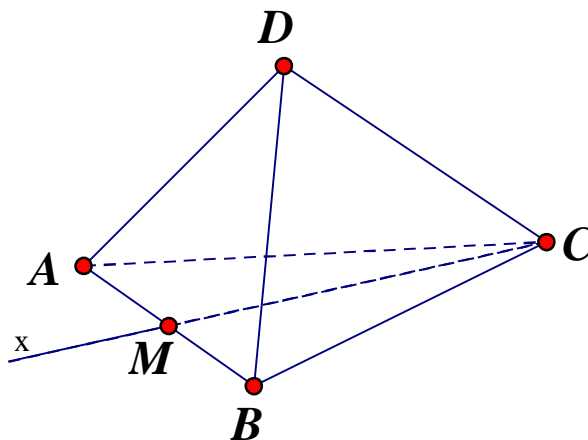
$$\Leftrightarrow \frac{a-b}{2} = 1 \Leftrightarrow a-b=2.$$

**Câu 8:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Khi đó góc giữa hai vec tơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}$ .

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $Mx$  là tia đối của tia  $MC$ .

$$(\overline{AB}, \overline{CM}) = \widehat{BMx} = 90^\circ.$$

**Câu 9:** Chọn mệnh đề đúng?

Trong không gian:

- A. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ phải nằm trong một mặt phẳng.  
 B. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó có giá cùng song song với nhau.  
 C. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng hướng.  
 D. Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi giá của ba vectơ đó cùng song song với một mặt phẳng.

**Lời giải**

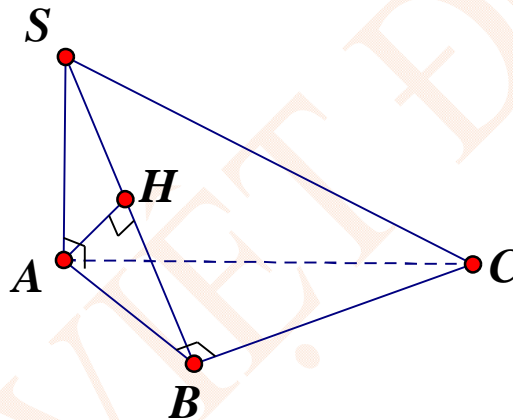
**Chọn D**

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ .  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $AH \perp SC$ .      B.  $AH \perp AC$ .      C.  $AH \perp AB$ .      D.  $AH \perp (SAC)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $AH \perp SB$ .

Mặt khác  $AH \perp BC$  vì  $BC \perp AB; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (ABC)$ .

Do đó  $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ .

**Câu 11:** Tính giới hạn của dãy số  $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$ :

- A.  $\frac{4}{5}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C. 1.      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Có: } \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

$$\text{Từ đây suy ra } u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow \lim u_n = 1$$

**Câu 12:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $n^2 - 4n$ .      B.  $\frac{n^2 - 3n}{n+1}$ .      C.  $\left(\frac{6}{5}\right)^n$ .      D.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^n$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim q^n = 0 \text{ nếu } |q| < 1$$

**Câu 13:** Cho các khẳng định:

(I): Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) < 0$ . Khi đó phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .

(II): Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) > 0$ . Khi đó phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .

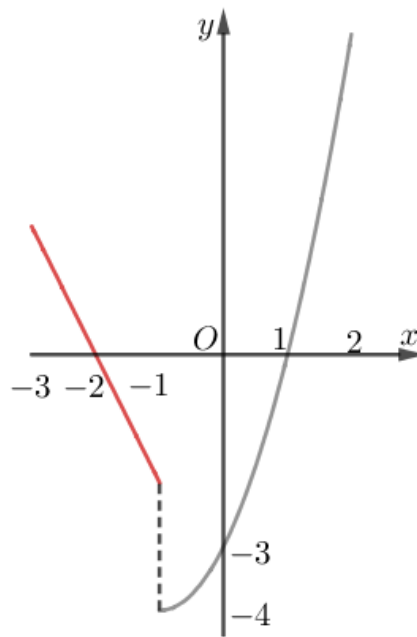
Trong các khẳng định trên:

A. Chỉ (I) đúng.      B. Cả (I), (II) đúng.      C. Cả (I), (II) sai.      D. Chỉ (II) đúng.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Chọn đáp án đúng:

A. Hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = -1$ .      B. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$ .

C. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-3; 1)$ .      D. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ hình vẽ dễ dàng suy ra hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = -1$

**Câu 15:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Một đường thẳng  $\Delta$  cắt các đường thẳng  $AA', BC, C'D'$  lần lượt tại  $M, N, P$  sao cho  $\overline{NM} = 3\overline{NP}$ . Tính  $k = \frac{MA}{MA'}$ ?

A.  $k = \frac{2}{3}$ .

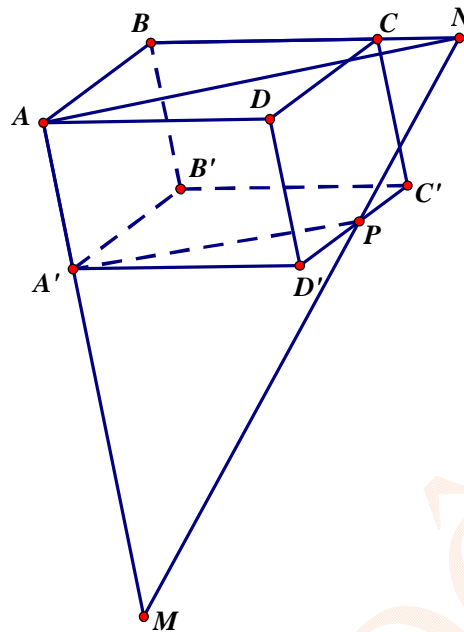
B.  $k = 2$ .

C.  $k = 3$ .

D.  $k = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$\overline{NM} = 3\overline{NP}$  suy ra  $N, M, P$  thẳng hàng.

Do  $(ABCD) \parallel (A'B'C'D') \Rightarrow AN$  và  $A'P$  không có điểm chung mà  $AN, A'P$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(MAN) \Rightarrow AN \parallel A'P$

Trong tam giác  $MAN$  có:  $AN \parallel A'P \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{MP}{MN} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

**Câu 16:** Cho  $\vec{u}, \vec{v}$  bất kì, chọn mệnh đề đúng?

A.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}{\vec{u} \cdot \vec{v}}$ .

B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

D.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Câu 17:**  $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019})$  bằng:

A. 0.

B.  $-\infty$ .

C. -2019.

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019}) = \lim n^{2019} \left( \frac{4}{n^{2019}} - \frac{1}{n} - 1 \right)$ .

Do  $\begin{cases} \lim n^{2019} = +\infty \\ \lim \left( \frac{4}{n^{2019}} - \frac{1}{n} - 1 \right) = -1 \end{cases}$  nên  $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019}) = -\infty$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên đều bằng  $a\sqrt{2}$ . Góc giữa cạnh bên  $SB$  và  $(ABCD)$  bằng:

A.  $30^\circ$ .

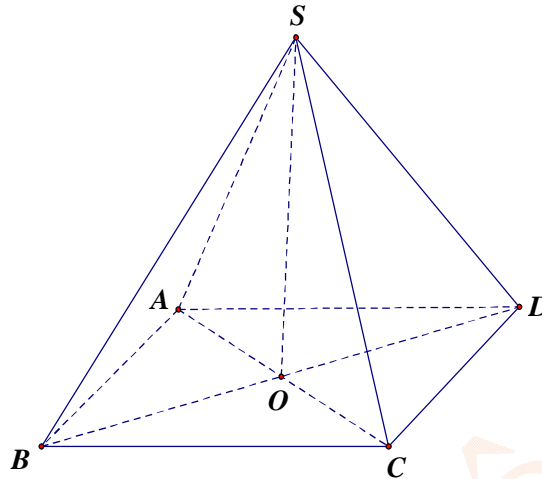
B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Gọi  $O$  là tâm của đáy.

Ta có:  $\Delta SAC$  cân tại  $S$ ,  $SO$  là trung tuyến nên  $SO \perp AC$ .

Tương tự  $SO \perp BD$ .

Vậy  $SO \perp (ABCD)$ , do đó  $OB$  là hình chiếu của  $SB$  trên  $(ABCD)$ .

Suy ra góc giữa cạnh bên  $SB$  và  $(ABCD)$  bằng  $\widehat{SBO}$  (do  $\Delta SBO$  vuông tại  $O$ ).

$$\text{Ta có } OB = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } \Delta SBO \text{ vuông tại } O \text{ có } \cos \widehat{SBO} = \frac{OB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBO} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa cạnh bên  $SB$  và  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ .

**Câu 19:** Rút gọn  $S = 1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots + \sin^{2n} x + \dots$  với  $\sin x \neq \pm 1$ .

A.  $S = \cos^2 x$ .      B.  $S = \tan^2 x$ .      C.  $S = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$ .      D.  $S = 1 + \tan^2 x$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có:  $1; \sin^2 x; \sin^4 x; \sin^6 x; \dots; \sin^{2n} x; \dots$  là một cấp số nhân có  $u_1 = 1$ , công bội  $q = \sin^2 x \in (-1; 1)$  (do  $\sin x \neq \pm 1$ ).

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x.$$

**Câu 20:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}} - \sqrt{x} \right) = \frac{\sqrt{a}}{b}$  (với  $a, b$  nguyên dương nhỏ nhất).

Tính  $a + b$ .

A. 6.      B. 5.      C. 3.      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}} - \sqrt{x} \right)$$



$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}}{\sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}} + \sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3 + \sqrt{\frac{5}{x} + \sqrt{\frac{7}{x^3} + \dots + \sqrt{\frac{2019}{x^{2017}}}}}}}{\sqrt{1 + \sqrt{\frac{3}{x} + \sqrt{\frac{5}{x^3} + \dots + \sqrt{\frac{2019}{x^{2019}}}}}} + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.
\end{aligned}$$

Vậy  $a = 3, b = 2 \Rightarrow a + b = 5$ .

**Câu 21:** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x < 2 \\ ax + a - 5 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

A.  $a = 1$ .

B.  $a = 3$ .

C.  $a = 0$ .

D.  $a = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét  $x \in (-\infty; 2)$  hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$  liên tục

Xét  $x \in (2; +\infty)$  hàm số  $f(x) = ax + a - 5$  liên tục

Xét tại  $x = 2$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + a - 5) = 3a - 5 = f(2)$$

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi  $3a - 5 = 1 \Leftrightarrow a = 2$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .

B. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

C. Hàm số liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .

D. Hàm số liên tục trên  $(-3; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định:  $[-1; +\infty)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} = \frac{1}{2} = f(0)$$

Vậy hàm số liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a\sqrt{2}$  và  $BC = 2a$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$ .

A.  $30^\circ$ .

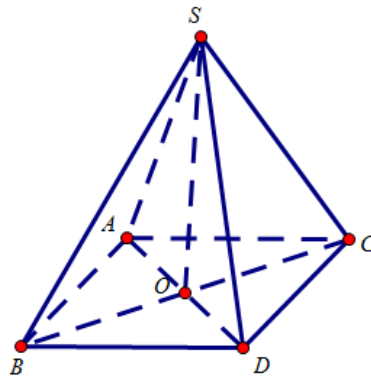
B.  $90^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Nhận xét: Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$

$SA = SB = SC \Rightarrow SO \perp (ABC)$  tại  $O$  là trung điểm của  $BC$

Dựng hình bình hành  $ABDC$ , suy ra:  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a\sqrt{2}$

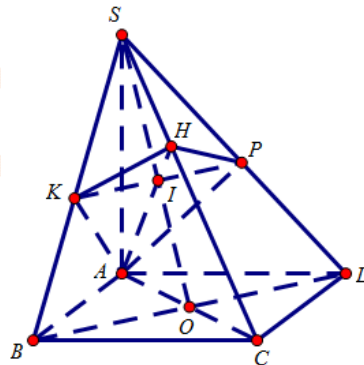
Vậy: góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $AB$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $SB$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $A$  vuông góc với  $SC$  cắt hình chóp với thiết diện là:

- A. Hình thoi có một góc có số đo  $120^\circ$ .
- B. Hình vuông.
- C. Hình bình hành.
- D. Tứ giác có hai đường chéo vuông góc.

**Lời giải**

**Chọn D**



Dựng  $AH$  vuông góc với  $SC$  tại  $H$

$\left. \begin{matrix} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{matrix} \right\} \Rightarrow BD \perp SC$  mà  $(P) \perp SC$  nên  $BD \parallel (P)$

Gọi  $O$  là tâm hình vuông, nối  $SO$  cắt  $AH$  tại  $I$

Ta có:  $\left. \begin{matrix} I \in (P) \cap (SBD) \\ BD \parallel (P) \end{matrix} \right\} \Rightarrow d = (P) \cap (SBD), d$  qua  $I$  và song song với  $BD$ , cắt  $SB, SD$

lần lượt tại  $K, P$

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$  là tứ giác  $AKHP$  có  $KP \perp AH$ .

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, G$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $MN$ . Chọn khẳng định đúng:

A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{MN}$ .

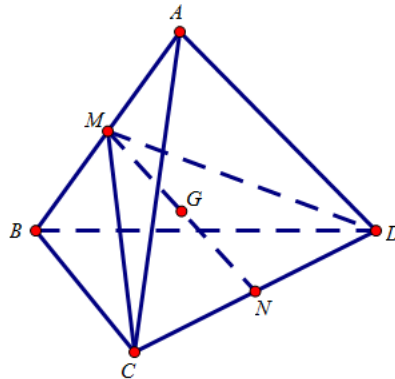
B.  $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{CB})$ .

C.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD})$ .

D.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD})$ .

Lời giải

Chọn C



$$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AM} + \overline{MC} + \overline{BM} + \overline{MD} = \overline{MC} + \overline{MD} = 2\overline{MN} \Leftrightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD})$$

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \frac{5}{m} - \frac{1}{n}$  (với  $m, n$  là các số nguyên dương). Tính  $m - n$ ?

A. 15.

B. 14.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Chọn D.

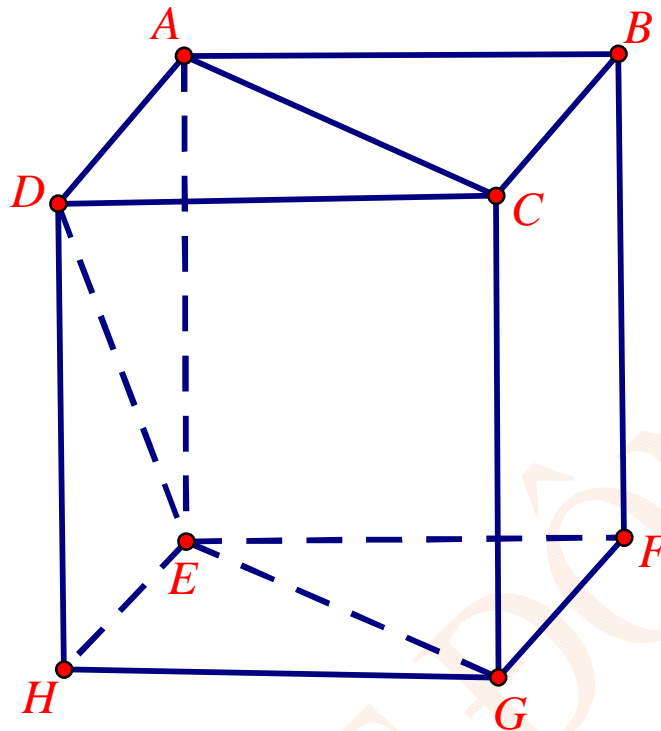
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - 2}{x^2 - 1} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(x-1)}{(x^2 - 1)(\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4)} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x^2 - 1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \frac{5}{24} - \frac{1}{8}. \\ \Rightarrow \begin{cases} m = 24 \\ n = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

**Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AC}$  và  $\overline{DE}$ ?

A.  $120^\circ$ .B.  $45^\circ$ .C.  $60^\circ$ .D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn A.



Ta có  $\overline{AC} \cdot \overline{DE} = \overline{AC} (\overline{AE} - \overline{AD}) = \overline{AC} \cdot \overline{AE} - \overline{AC} \cdot \overline{AD} = 0 - a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = -a^2$   
 $\Rightarrow \cos(\overline{AC}, \overline{DE}) = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{DE}}{AC \cdot DE} = \frac{-a^2}{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 28:**  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5}{x-3}$  bằng

- A.  $-\frac{15}{2}$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5}{x-3} = -\infty$  vì  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x+5) = 8 \\ x-3 < 0, \forall x < 3 \end{cases}$ .

**Câu 29:** Cho tứ diện ABCD đều cạnh bằng a. Góc giữa AB và CD bằng.

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có AB và CD là hai cạnh đối diện của tứ diện đều nên vuông góc với nhau.

**Câu 30:** Tìm m để hàm số:  $y = \begin{cases} x+2m & \text{khi } x < 0 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ .

- A.  $m = \frac{1}{4}$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = \frac{1}{2}$ .                      D.  $m = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + 1) = 1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x + 2m) = 2m.$$

Nên để hàm số liên tục tại  $x = 0$  thì  $2m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ .

**Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 3} - x)$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C. 3.                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

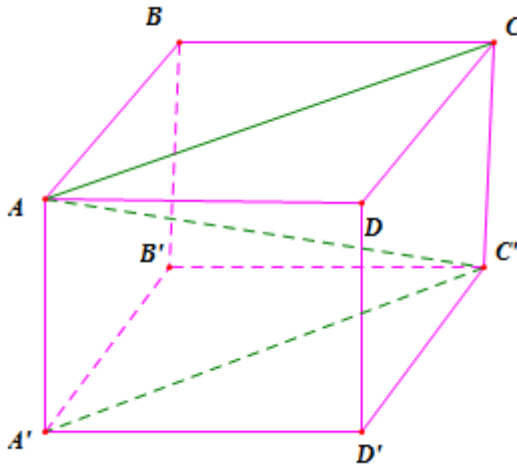
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 32:** Tìm khẳng định *sai* trong các khẳng định sau:

- A.  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .  
 B.  $I$  là trung điểm của  $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$ .  
 C.  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$ .  
 D.  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp. Khi đó ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Xét hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

Vậy khẳng định sai là  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ .

**Câu 33:**  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 4)$  bằng

- A. 2.                      B. 1.                      C. - 4.                      D. -1.

**Lời giải**

**Chọn D**

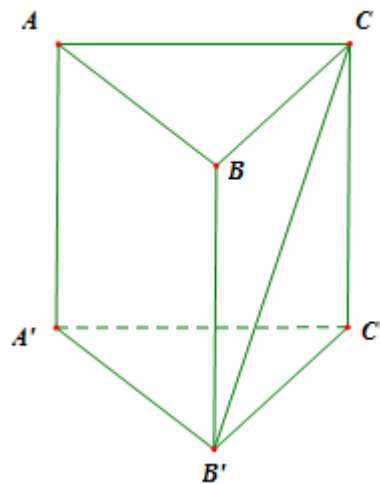
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 4) = 3 - 4 = -1.$$

**Câu 34:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy biểu diễn vectơ  $\overrightarrow{B'C}$  theo các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

- A.  $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .      B.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .      C.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .      D.  $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$

bằng

A. 2018.2019.

B. 1009.2019.

C. 1010.2019.

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$$

$$= 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$$

$$= 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(1+3x)\dots(1+2019x)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$$

$$= 1 + 2 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x} = \dots = 1 + 2 + \dots + 2019 = \frac{2019(1+2019)}{2} = 1010.2019.$$

**Câu 36:** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  ( $a; b \in \mathbb{R}$ ) liên tục tại  $x = 1$ . Hãy tính  $S = 2a + 5b$ .

A.  $S = 10$ .

B.  $S = 7$ .

C.  $S = 4$ .

D.  $S = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số liên tục tại  $x = 1$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = \frac{-1}{2} \Rightarrow 1^2 + a.1 + b = 0 \Rightarrow a + b = -1$  (1)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-b)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-b}{x+1} = \frac{1-b}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = 2$$
 (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $a = -3; b = 2 \Rightarrow S = 2a + 5b = 4$

**Câu 37:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$  bằng :

- A. -1.                      B. -2.                      C. 2.                      D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

**Câu 38:** Cho  $f(x)$  liên tục trên  $[-1;5]$  thỏa mãn  $f(-1)=1$ ;  $f(5)=6$ . Phương trình nào sau đây luôn có nghiệm trong khoảng  $(-1;5)$  ?

- A.  $f(x)=8$ .                      B.  $f(x)=3$ .                      C.  $f(x)+5=0$ .                      D.  $f(x)=1$ .

Lời giải

Chọn B

Đặt  $g(x) = f(x) - 3$

\* Vì  $f(x)$  liên tục trên  $[-1;5]$  nên  $g(x)$  liên tục trên  $[-1;5]$ .

\*  $g(-1) = f(-1) - 3 = 1 - 3 = -2$ ;  $g(5) = f(5) - 3 = 6 - 3 = 3 \Rightarrow g(-1)g(5) < 0$

Do đó phương trình  $g(x) = 0$  hay  $f(x) = 3$  có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(-1;5)$ .

**Câu 39:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$  bằng :

- A.  $-\infty$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{5}{4}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 1}{\sqrt{4n^2 + 5n + 1} + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{1}{n}}{\sqrt{4 + \frac{5}{n} + \frac{1}{n^2}} + 2} = \frac{5}{4}$$

**Câu 40:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - 3x^2 - 2019x^4)$  bằng :

- A.  $-\infty$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $-2019$ .                      D.  $+\infty$ .

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - 3x^2 - 2019x^4) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \left( \frac{5}{x^4} - \frac{3}{x^2} - 2019 \right) = -\infty$$

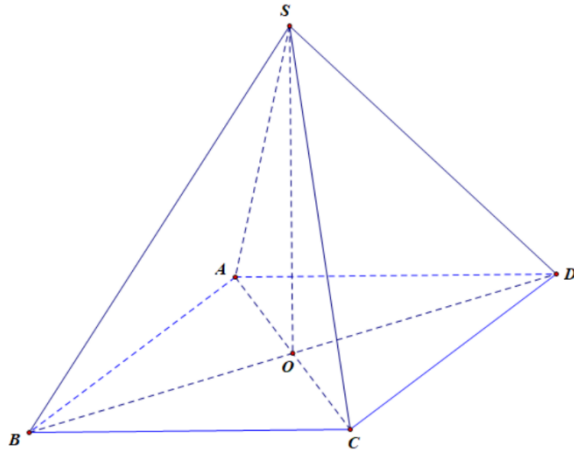
Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{5}{x^4} - \frac{3}{x^2} - 2019 \right) = -2019 < 0$

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ . Biết  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $SO \perp (ABCD)$ .                      B.  $AC \perp (SBD)$ .                      C.  $BD \perp (SAC)$ .                      D.  $AB \perp (SAD)$ .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Có } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp (SBD) \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \text{ nên D sai.}$$

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Biết  $SO \perp (ABC)$ ,  $SO = 2a$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $AH$ ,  $AM = x, x > \frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Xác định vị trí điểm  $M$  để thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  có diện tích lớn nhất. Khi đó

$\frac{AM}{AH}$  bằng:

A.  $\frac{AM}{AH} = \frac{4}{5}$ .

B.  $\frac{AM}{AH} = \frac{5}{6}$

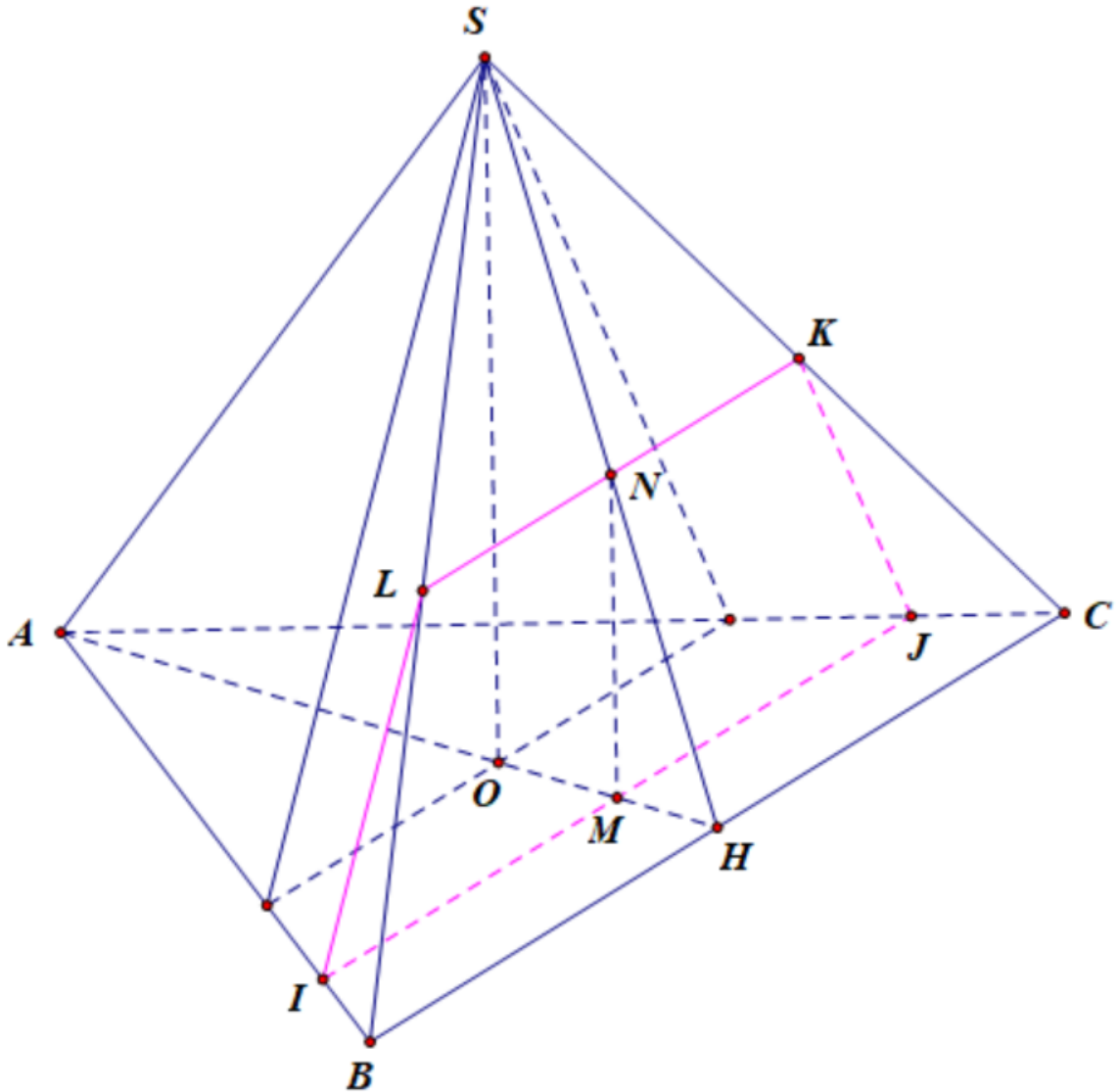
C.  $\frac{AM}{AH} = \frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{AM}{AH} = \frac{2}{3}$ .

Lời giải

Chọn C





Do  $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp SO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \parallel BC \\ (P) \parallel SO \end{cases}$  nên thiết diện là hình thang cân  $IJKL$  có đường cao  $MN, IJ \parallel BC, MN \parallel SO$ .

Do  $AM = x, x > \frac{a\sqrt{3}}{3}$  nên  $M$  nằm giữa  $O, H$ .

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{3}}{2} - x, MN = \frac{MH \cdot SO}{OH} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right) \cdot 2a}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right) \cdot 2a \cdot \frac{6}{a\sqrt{3}}$$

$$= 6a - 4\sqrt{3}x. IJ = \frac{AM \cdot BC}{AH} = \frac{x \cdot a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2x}{\sqrt{3}}. \frac{KL}{BC} = \frac{SN}{SH} = \frac{OM}{OH} \Rightarrow KL = \frac{a \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{3}\right)}{\frac{a\sqrt{3}}{6}}$$

$$= 2\sqrt{3}x - 2a.$$

$$S_{IJKL} = \frac{1}{2}(6a - 4\sqrt{3}x)\left(\frac{2x}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}x - 2a\right) = (2\sqrt{3}a - 4x)(4x - a\sqrt{3}) \leq \frac{3a^2}{4} \text{ khi}$$

$$x = \frac{3\sqrt{3}a}{8} \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{3}{4}.$$

**Câu 43:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \frac{a}{b\sqrt{c}}$  ( $a, c, c \in \mathbb{Z}$ ). Tính  $a - b + c$ .

A. 0.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x(\sqrt{5x+3} + \sqrt{3})} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \Rightarrow a + b - c = 5 + 2 - 3 = 4$$

**Câu 44:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5)$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. 0.

C.  $-\infty$ .

D. -2018.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( -2018 + \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) \right], \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -2018 + \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -2018$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5) = +\infty.$$

**Câu 45:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$  không liên tục tại

A.  $x = 3$ .B.  $x = 2$ .C.  $x = 1$ .D.  $x = 0$ .

Lời giải

Chọn B.

Hàm số không xác định tại  $x = 2$  nên không liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 46:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-3x}{2x+5}$  bằng

A.  $-\frac{3}{2}$ .B.  $\frac{1}{5}$ .C.  $\frac{1}{2}$ .D.  $-\frac{3}{5}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-3x}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 3}{2 + \frac{5}{x}} = -\frac{3}{2}.$$

**Câu 47:** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+3n}{3n^2 - n + 2}$  bằng:

A. 1.

B.  $\frac{2}{3}$ .C.  $+\infty$ .

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+3n}{3n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^2} + \frac{3}{n}}{3 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}} = 0.$$

**Câu 48:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và điểm  $O$  không thuộc mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu  $a // b$  và  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì  $b$  cũng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .
- C. Có duy nhất một đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $O$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .
- D. Có duy nhất một đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $O$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 49:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^{n+2}}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n}$  bằng:

- A.  $+\infty$ .
- B.  $-\infty$ .
- C. 900.
- D. 180.

**Lời giải**

**Chọn D**

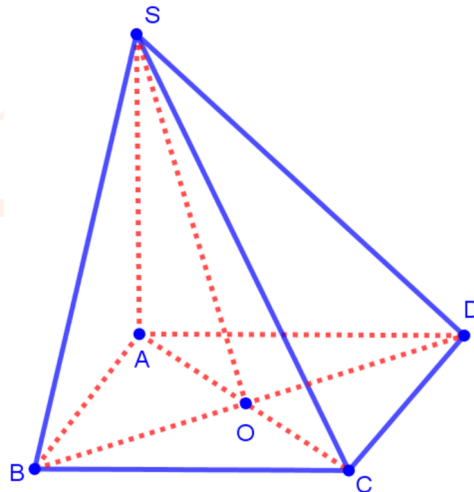
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^{n+2}}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^2 \cdot 30^n}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 30^2}{5 - \left(\frac{2}{3}\right)^n} = \frac{900}{5} = 180.$$

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Tính  $\tan \alpha$ ?

- A.  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .
- B.  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- C.  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ .
- D.  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Trong  $(ABCD)$ , giả sử  $AB \cap CD = O$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC).$$

Hình chiếu của cạnh  $SB$  lên mặt phẳng  $(SAC)$  là  $SO$

$$\Rightarrow \widehat{(SB; (SAC))} = \widehat{(SB; SO)} = \widehat{BSO}$$

Xét tam giác vuông  $SAO$  có  $SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{2a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}a}{2}$ .

Xét tam giác vuông  $SBO$  có  $\tan \widehat{BSO} = \frac{BO}{SO} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{10}a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

---HẾT---

## ĐỀ SỐ 8

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

- Câu 1.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $2a$ . Người ta dựng tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $ABC$ ; dựng tam giác đều  $A_2B_2C_2$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $A_1B_1C_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các tam giác đều  $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$  bằng  $24\sqrt{3}$  thì  $a$  bằng:
- A.  $4\sqrt{3}$ .                      B. 3.                      C.  $\sqrt{6}$ .                      D.  $3\sqrt{3}$ .
- Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{2n+1}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$ .
- Câu 3.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = 4$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng
- A. -4.                      B. -6.                      C. -2.                      D. 0.
- Câu 4.** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .                      B.  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$ .  
C.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$ .                      D.  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$ .
- Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 2}{2x + 3} \right) = \frac{1}{2}$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = +\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{2 - x} = -3$ .
- Câu 6.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. Góc giữa 2 đường thẳng  $B'D'$  và  $AA'$  bằng  $60^\circ$ .  
B. Góc giữa 2 đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng  $90^\circ$ .  
C. Góc giữa 2 đường thẳng  $AB$  và  $D'C$  bằng  $45^\circ$ .  
D. Góc giữa 2 đường thẳng  $D'C$  và  $A'C'$  bằng  $60^\circ$ .
- Câu 7.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}}$  là
- A.  $\frac{-1}{2019}$ .                      B.  $\frac{1}{2019}$ .                      C. -2019.                      D. 0.
- Câu 8.** Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$  là
- A.  $J = 3$ .                      B.  $J = 1$ .                      C.  $J = 0$ .                      D.  $J = 2$ .
- Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên thuộc đoạn  $[-20; 20]$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = -\infty$ ?
- A. 21.                      B. 22.                      C. 20.                      D. 41.

**Câu 10.** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$  ?

A.  $y = \frac{2x+6}{x^2-2}$ .      B.  $y = \frac{1}{x-2}$ .      C.  $y = \frac{x}{x+2}$ .      D.  $y = \frac{3x-1}{x-22}$ .

**Câu 11.** Dãy số nào sau đây không phải cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1; 1; -1.      B. 1; 0; 0; 0; 0; 0.      C. 1; 2; 4; 8; 16.      D. 1; 3; 9; 27; 80.

**Câu 12.** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right) = \frac{7}{27}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab$ .

A.  $\frac{49}{18}$ .      B.  $\frac{59}{34}$ .      C.  $\frac{43}{58}$ .      D.  $\frac{75}{68}$ .

**Câu 13.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 4x + 7}{x + 1} \right)$

A.  $I = 4$ .      B.  $I = 5$ .      C.  $I = -4$ .      D.  $I = 2$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ . Tính  $\alpha$ .

A.  $\alpha = 30^\circ$ .      B.  $\alpha = 60^\circ$ .      C.  $\alpha = 45^\circ$ .      D.  $\alpha = 90^\circ$ .

**Câu 15.** Chọn mệnh đề sai

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$ .      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ .  
C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n + 3} - n \right) = 1$ .      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ .

**Câu 16.** Xét các mệnh đề sau

(I).  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương tùy ý.

(II).  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương tùy ý.

(III).  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương tùy ý.

Trong ba mệnh đề trên thì

A. Cả (I), (II), (III) đều đúng.      B. Chỉ (I) đúng.  
C. Chỉ (I), (II) đúng.      D. Chỉ (III) đúng.

**Câu 17.** Cho biết  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \frac{2}{3}$ . Giá trị của  $a$  bằng

A. 3.      B.  $-\frac{2}{3}$ .      C. -3      D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để  $B > 2$  với  $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5)$ .

A.  $m \in \{0; 3\}$ .      B.  $m < \frac{1}{2}$  hoặc  $m > 2$ .  
C.  $\frac{1}{2} < m < 2$ .      D.  $-2 < m < 3$ .

**Câu 19.** Kết quả của giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} (-3n^2 + 2n - 4)$  là

A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C.  $I = 1$ .      D.  $I = 0$ .

- Câu 20.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b$  nguyên). Tính tổng  $L = a^2 + b^2$ .
- A. 150.                      B. 143.                      C. 140.                      D. 145.
- Câu 21.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Tích  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF}$
- A.  $2a^2$ .                      B.  $a\sqrt{2}$ .                      C.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $a^2$ .
- Câu 22.** Trong không gian cho điểm  $O$  và đường thẳng  $d$ . Qua điểm  $O$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $d$ ?
- A. Ba.                      B. Hai.                      C. Một.                      D. Vô số.
- Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB$  và  $AC = CB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $BC \perp (SAC)$ .                      B.  $SB \perp AB$ .                      C.  $SA \perp (ABC)$ .                      D.  $AB \perp SC$ .
- Câu 24.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{-4x + 2}$ .
- A.  $L = 1$ .                      B.  $L = \frac{1}{2}$ .                      C.  $L = -\frac{1}{2}$ .                      D.  $L = -\frac{3}{4}$ .
- Câu 25.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .                      B. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .  
C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .                      D. Nếu  $a // (P)$  và  $b // (P)$  thì  $b // a$ .
- Câu 26.** Tính giới hạn  $\lim \left( 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$ .
- A. 4.                      B. 3.                      C. 5.                      D.  $\frac{8}{3}$ .
- Câu 27.** Tính giới hạn  $I = \lim \left( \sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right)$ .
- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C. -2.                      D. 1.
- Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $ABC$ . Mệnh đề nào sai?
- A.  $BC \perp SA$ .                      B.  $BC \perp (SAB)$ .                      C.  $BC \perp SB$ .                      D.  $BC \perp (SAC)$ .
- Câu 29.** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3}$  bằng
- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{9}{17}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 1.
- Câu 30.** Tính giới hạn  $I = \lim \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2}$ .
- A.  $I = 1$ .                      B.  $I = \frac{-3}{2}$ .                      C.  $I = 0$ .                      D.  $I = 2$ .
- Câu 31.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 2$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số
- A. 7.                      B. 15.                      C. 17.                      D. 5.

- Câu 32.** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ .
- A.  $I = 2$ .                      B.  $I = 1$ .                      C.  $I = -2$ .                      D.  $I = -3$ .
- Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi  $O$ ,  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng đáy.
- A.  $\alpha = \widehat{SDA}$ .                      B.  $\alpha = \widehat{SDO}$ .                      C.  $\alpha = \widehat{SAD}$ .                      D.  $\alpha = \widehat{ASD}$ .
- Câu 34.** Cho các hàm số  $y = \sin x$  (I),  $y = \cos \sqrt{x}$  (II),  $y = \tan x$  (III). Hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- A. (I), (II).                      B. (I).                      C. (I), (II), (III).                      D. (III).
- Câu 35.** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?
- A.  $-18$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-17$ .
- Câu 36.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Phân tích véc tơ  $\overrightarrow{BC'}$  qua các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
- A.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .                      C.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .
- Câu 37.** Cho điểm  $O$  ở ngoài mặt phẳng  $(\alpha)$ . Trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A$  cố định. Gọi  $H, M$  lần lượt là hình chiếu của  $O$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $d$ . Độ dài đoạn  $OM$  lớn nhất khi
- A. Đường thẳng  $d$  trùng với  $HA$ .  
 B. Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $45^\circ$   
 C. Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $60^\circ$ .  
 D. Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $HA$ .
- Câu 38.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 3$ .  
 C. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .                      D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .
- Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ .  $AB = AD = a, CD = 2a$ ,  $SD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Có bao nhiêu mặt bên của hình chóp là tam giác vuông.
- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4.
- Câu 40.** Biết bốn số  $6; x; -2; y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $x + 2y$  bằng.
- A.  $-10$ .                      B.  $12$ .                      C.  $14$ .                      D.  $-2$ .
- Câu 41:** Chọn mệnh đề đúng
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = -\infty$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - n^3 + 1) = +\infty$ .  
 C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n}{2n + 5} = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$ .
- Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $H$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ .                      B.  $H$  trùng với trung điểm của  $AB$ .



C.  $H$  trùng với trục tâm của tam giác  $ABC$ . D.  $H$  trùng với trung điểm của  $BC$ .

**Câu 43:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tính góc giữa các véc tơ  $\overrightarrow{DA}$  và  $\overrightarrow{BD}$

- A.  $60^\circ$ . B.  $90^\circ$ . C.  $30^\circ$ . D.  $120^\circ$ .

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } \sin x \geq 0 \\ 3 - \cos x & \text{khi } \sin x < 0 \end{cases}$

Hàm số có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng  $(0; 2019)$ ?

- A. Vô số. B. 320. C. 321. D. 319.

**Câu 45:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 + mx - 8 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$

Tìm tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = -2$ .

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 5.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  và  $f(1) = 2$ ,  $f(5) = 10$ . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

- A. Phương trình  $f(x) = 6$  vô nghiệm.  
 B. Phương trình  $f(x) = 7$  có ít nhất một nghiệm trên  $(1; 5)$ .  
 C. Phương trình  $f(x) = 2$  có hai nghiệm  $x = 1$  và  $x = 5$ .  
 D. Phương trình  $f(x) = 7$  vô nghiệm.

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ , cạnh đáy bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $B$  và vuông góc với  $SC$ . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp trên và  $(\alpha)$ .

- A.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{10}$ . B.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{5}$ . C.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$ . D.  $\frac{a^2\sqrt{5}}{10}$ .

**Câu 48:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{x - 1} = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x)f(x) + 2}{x - 1}$ .

- A.  $I = 5$ . B.  $I = -4$ . C.  $I = 4$ . D.  $I = -5$ .

**Câu 49:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$ .

- A.  $\frac{-2}{7}$ . B.  $\frac{-7}{24}$ . C.  $\frac{-9}{31}$ . D. 0.

**Câu 50:** Hàm số  $y = \frac{x + 1}{x^2 + 7x + 12}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(3; 4)$ . B.  $(-\infty; 4)$ . C.  $(-4; 3)$ . D.  $(-4; +\infty)$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $2a$ . Người ta dựng tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $ABC$ ; dựng tam giác đều  $A_2B_2C_2$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $A_1B_1C_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các tam giác đều  $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$  bằng  $24\sqrt{3}$  thì  $a$  bằng:

- A.  $4\sqrt{3}$ .                      B. 3.                      C.  $\sqrt{6}$ .                      D.  $3\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có độ dài đường cao của tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $2a$  là  $2a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$  nên tam giác  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng  $a\sqrt{3}$ . Do đó hai tam giác  $ABC$  và  $A_1B_1C_1$  đồng dạng với nhau với tỉ số đồng dạng là  $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$\text{Suy ra } \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{3}{4} S_{ABC}.$$

$$\text{Tương tự ta có } S_{A_2B_2C_2} = \frac{3}{4} S_{A_1B_1C_1}, S_{A_3B_3C_3} = \frac{3}{4} S_{A_2B_2C_2}, \dots$$

Nên dãy số  $S_{ABC}, S_{A_1B_1C_1}, S_{A_2B_2C_2}, S_{A_3B_3C_3}, \dots$  là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = \frac{3}{4}$

$$\text{và số hạng đầu } S_{ABC} = (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

Suy ra tổng diện tích của tất cả các tam giác đều  $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$  bằng

$$S = \frac{S_{ABC}}{1-q} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{1-\frac{3}{4}} = 4a^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } 4a^2 \sqrt{3} = 24\sqrt{3} \Leftrightarrow a = \sqrt{6}.$$

**Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{2n+1}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \left|\frac{\pi}{4}\right| < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n = 0.$$

**Câu 3.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = 4$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng

- A. -4.                      B. -6.                      C. -2.                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{n}-2\right)^3}{a+\frac{2}{n^3}} = \frac{-8}{a}$ . Theo giả thiết ta có  $\frac{-8}{a} = 4 \Rightarrow a = -2$ .

Suy ra  $a - a^2 = -6$ .

**Câu 4.** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .

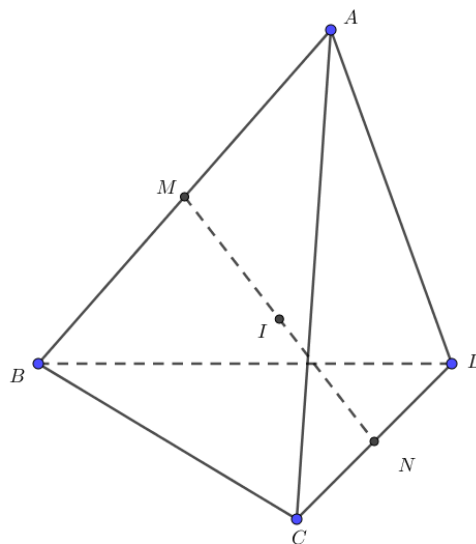
B.  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$ .

C.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$ .

D.  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{MC} + \overline{MD}) = \frac{1}{2}(\overline{MB} + \overline{BC} + \overline{MA} + \overline{AD}) = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD}) = \frac{1}{2}(\overline{AD} - \overline{CB})$

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = -\frac{1}{2}$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 2}{2x + 3} \right) = \frac{1}{2}$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = +\infty$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{2 - x} = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( -\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 \right)$

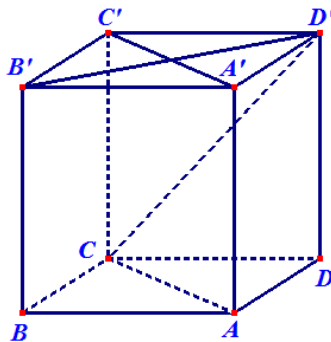
Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 \right) = -2 < 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = +\infty$ .

**Câu 6.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Góc giữa 2 đường thẳng  $B'D'$  và  $AA'$  bằng  $60^\circ$ .  
 B. Góc giữa 2 đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng  $90^\circ$ .  
 C. Góc giữa 2 đường thẳng  $AB$  và  $D'C$  bằng  $45^\circ$ .  
 D. Góc giữa 2 đường thẳng  $D'C$  và  $A'C'$  bằng  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



A sai vì  $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp B'D'$

**Câu 7.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}}$  là

- A.  $\frac{-1}{2019}$ .      B.  $\frac{1}{2019}$ .      C.  $-2019$ .      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^2 \cdot \left(\frac{2017}{2019}\right)^{n-2} - 1}{3 \cdot 2018^2 \cdot \left(\frac{2018}{2019}\right)^{n-2} - 2019} = \frac{1}{2019}.$$

**Câu 8.** Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$  là

- A.  $J = 3$ .      B.  $J = 1$ .      C.  $J = 0$ .      D.  $J = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{3}{n}\right)}{1 + \frac{2}{n^3}} = 0.$$

**Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên thuộc đoạn  $[-20; 20]$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = -\infty$ ?

- A. 21.      B. 22.      C. 20.      D. 41.

**Lời giải**

**Chọn C**

+) Nếu  $m = 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)(-3x^2) \lim_{x \rightarrow -\infty} 6x^2 = +\infty$

$\Rightarrow m = 0$  không thỏa mãn.

+) Nếu  $m \neq 0$  thì

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3mx^3 + 6x^2 + m^2x - 2m) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( -3m + 6 \cdot \frac{1}{x} + m^2 \frac{1}{x^2} - 2m \frac{1}{x^3} \right) \right]$$

Vậy để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = -\infty$  thì  $m < 0$ , do đó có 20 số nguyên thỏa mãn.

**Câu 10.** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

A.  $y = \frac{2x+6}{x^2-2}$ .      B.  $y = \frac{1}{x-2}$ .      C.  $y = \frac{x}{x+2}$ .      D.  $y = \frac{3x-1}{x-22}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Các hàm số ở phương án A, C, D là các hàm phân thức hữu tỉ liên tục trên tập xác định của chúng nên đều liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 11.** Dãy số nào sau đây không phải cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1; 1; -1.      B. 1; 0; 0; 0; 0; 0.      C. 1; 2; 4; 8; 16.      D. 1; 3; 9; 27; 80.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dãy 1; 3; 9; 27; 80 không phải cấp số nhân vì  $\frac{80}{27} \neq \frac{27}{9}$ .

**Câu 12.** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right) = \frac{7}{27}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab$ .

A.  $\frac{49}{18}$ .      B.  $\frac{59}{34}$ .      C.  $\frac{43}{58}$ .      D.  $\frac{75}{68}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{9x^2 - ax} + 3x - 3x + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-ax}{\sqrt{9x^2 - ax} - 3x} - \frac{-bx^2 - 5}{9x^2 + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + \left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}\right)^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-ax}{-x\sqrt{9 - \frac{a}{x}} - 3x} - \frac{-b - \frac{5}{x^2}}{9 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + \left(\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}}\right)^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{a}{\sqrt{9 - \frac{a}{x}} + 3} - \frac{-b - \frac{5}{x^2}}{9 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + \left(\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}}\right)^2} \right) = \frac{a}{6} + \frac{b}{27}.$$

Theo đề ta có  $\frac{7}{27} = \frac{a}{6} + \frac{b}{27} \geq 2\sqrt{\frac{a}{6} \cdot \frac{b}{27}} \Rightarrow ab \leq \frac{49}{18}$ .

$$\text{Đấu đẳng thức xảy ra khi } \frac{a}{6} = \frac{b}{27} = \frac{7}{54} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{9} \\ b = \frac{7}{2} \end{cases}.$$

**Câu 13.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 4x + 7}{x + 1} \right)$

A.  $I = 4$ .

B.  $I = 5$ .

C.  $I = -4$ .

D.  $I = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 4x + 7}{x + 1} \right) = \frac{4}{2} = 2.$$

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ . Tính  $\alpha$ .

A.  $\alpha = 30^\circ$ .

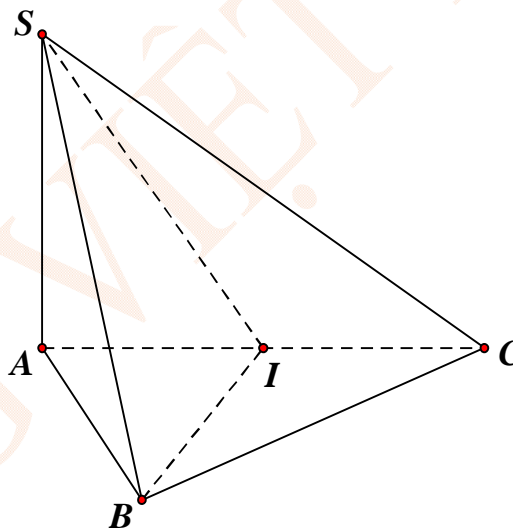
B.  $\alpha = 60^\circ$ .

C.  $\alpha = 45^\circ$ .

D.  $\alpha = 90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Từ  $B$  kẻ đường thẳng  $BI \perp AC$ . Lại có  $BI \perp SA$  nên  $BI \perp (SAC)$ .

Do đó hình chiếu của  $SB$  lên  $(SAC)$  là  $SI$ , góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  là góc giữa  $SB$  và  $SI$ .

Xét tam giác  $SBI$  vuông tại  $I$ , có  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2}$ ,  $BI = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Suy ra  $\sin BSI = \frac{BI}{SB} = \frac{1}{2}$ . Vậy  $\alpha = 60^\circ$ .

**Câu 15.** Chọn mệnh đề sai

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$ .

B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ .

C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$ .

D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ .

## Lời giải

## Chọn B

$\lim(-2)^n$  không tồn tại.

**Câu 16.** Xét các mệnh đề sau

(I).  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương tùy ý.

(II).  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương tùy ý.

(III).  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương tùy ý.

Trong ba mệnh đề trên thì

A. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

B. Chỉ (I) đúng.

C. Chỉ (I), (II) đúng.

D. Chỉ (III) đúng.

## Lời giải

## Chọn C

Ta có: (I), (II) đúng (các giới hạn đặc biệt: SGK trang 114 và trang 130).

Với  $k$  là số nguyên dương lẻ tùy ý ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$  (các giới hạn đặc biệt: SGK trang 130)

nên (III) sai.

**Câu 17.** Cho biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \frac{2}{3}$ . Giá trị của  $a$  bằng

A. 3.

B.  $-\frac{2}{3}$ .

C. -3

D.  $\frac{4}{3}$ .

## Lời giải

## Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}}{-ax + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} + \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}}{-a + \frac{2}{x}} = \frac{\sqrt{4}}{-a} = -\frac{2}{a}.$$

Theo giả thiết, ta có:  $-\frac{2}{a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = -3$ .

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để  $B > 2$  với  $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5)$ .

A.  $m \in \{0; 3\}$ .

B.  $m < \frac{1}{2}$  hoặc  $m > 2$ .

C.  $\frac{1}{2} < m < 2$ .

D.  $-2 < m < 3$ .

## Lời giải

## Chọn B

Ta có:  $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5) = 1^3 - 2 + 2m^2 - 5m + 5 = 2m^2 - 5m + 4$ .

$$\text{Theo giả thiết: } B > 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 4 > 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 19.** Kết quả của giới hạn  $I = \lim(-3n^2 + 2n - 4)$  là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $I = 1$ .                      D.  $I = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } I = \lim(-3n^2 + 2n - 4) = \lim\left[n^2\left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^2}\right)\right] = -\infty.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim n^2 = +\infty \\ \lim\left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^2}\right) = -3 < 0 \end{cases}$$

**Câu 20.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b$  nguyên). Tính tổng

$$L = a^2 + b^2.$$

- A. 150.                      B. 143.                      C. 140.                      D. 145.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1} + \frac{2 - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x^2 + x - 2}{(x^2 - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{-2x^3 - 5x + 7}{(x^2 - 1)\left[4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \left(\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}\right)^2\right]} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{(x-1)(-2x^2 - 2x - 7)}{(x-1)(x+1)\left[4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \left(\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}\right)^2\right]} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x+2}{(x+1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{-2x^2 - 2x - 7}{(x+1)\left[4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \left(\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}\right)^2\right]} \right\}$$

$$= \frac{3}{2.4} - \frac{11}{2.12} = -\frac{1}{12}.$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } -\frac{1}{12} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow L = a^2 + b^2 = 145.$$

**Câu 21.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Tích  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF}$



A.  $2a^2$ .

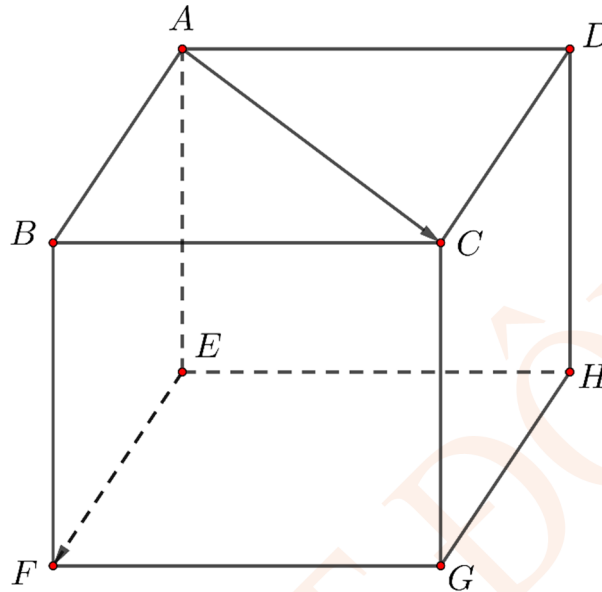
B.  $a\sqrt{2}$ .

C.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $a^2$ .

Lời giải

Chọn D



Ta có  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = a^2$ .

Câu 22. Trong không gian cho điểm  $O$  và đường thẳng  $d$ . Qua điểm  $O$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $d$ ?

A. Ba.

B. Hai.

C. Một.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Theo lý thuyết, chỉ có duy nhất một mặt phẳng đi qua điểm  $O$  cho trước và vuông góc với đường thẳng  $d$  cho trước.

Câu 23. Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB$  và  $AC = CB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $BC \perp (SAC)$ .

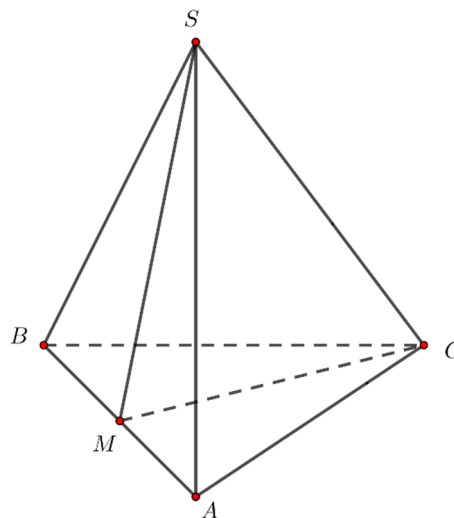
B.  $SB \perp AB$ .

C.  $SA \perp (ABC)$ .

D.  $AB \perp SC$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ , do hai tam giác  $SAB$  và  $CAB$  cân có chung đáy  $AB$  nên

$$\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMC) \Rightarrow AB \perp SC.$$

**Câu 24.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{-4x+2}$ .

- A.  $L=1$ .                      B.  $L=\frac{1}{2}$ .                      C.  $L=-\frac{1}{2}$ .                      D.  $L=-\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{-4x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{-4+\frac{2}{x}} = -\frac{1}{2}.$$

**Câu 25.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .                      B. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .  
C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .                      D. Nếu  $a // (P)$  và  $b // (P)$  thì  $b // a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 26.** Tính giới hạn  $\lim \left( 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$ .

- A. 4.                      B. 3.                      C. 5.                      D.  $\frac{8}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$  là một cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$  nên

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1.$$

$$\text{Nên } \lim \left( 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = \lim 2 + \lim \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = 2 + 1 = 3.$$

**Câu 27.** Tính giới hạn  $I = \lim \left( \sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right)$ .

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C. -2.                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có

$$I = \lim \left( \sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right) = \lim \frac{\left( \sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right) \left( \sqrt{n^2 - 4n + 8} + n \right)}{\sqrt{n^2 - 4n + 8} + n} = \lim \frac{-4n + 8}{\sqrt{n^2 - 4n + 8} + n}.$$

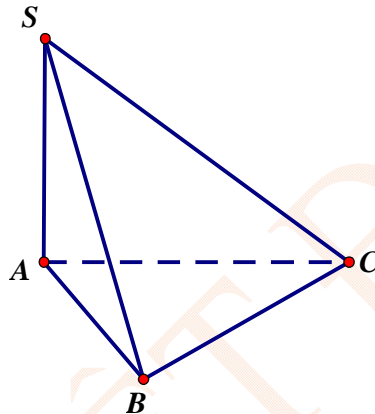
$$= \lim \frac{n \left( -4 + \frac{8}{n} \right)}{n \sqrt{1 - \frac{4}{n} + \frac{8}{n^2}} + n} = \lim \frac{-4 + \frac{8}{n}}{\sqrt{1 - \frac{4}{n} + \frac{8}{n^2}} + 1} = \frac{-4}{2} = -2.$$

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $ABC$ . Mệnh đề nào sai ?

- A.  $BC \perp SA$ .      B.  $BC \perp (SAB)$ .      C.  $BC \perp SB$ .      D.  $BC \perp (SAC)$ .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \text{ (gt)} \\ BC \perp SA \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Mệnh đề ở câu D sai.

**Câu 29.** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{9}{17}$ .      C.  $\frac{3}{2}$ .      D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}} + 2x}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}} + 2}{2 - \frac{3}{x}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 30.** Tính giới hạn  $I = \lim \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2}$ .

- A.  $I = 1$ .      B.  $I = \frac{-3}{2}$ .      C.  $I = 0$ .      D.  $I = 2$ .

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{2}{n} + 1} = 2.$$

**Câu 31.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 2$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số

- A. 7.                                      B. 15.                                      C. 17.                                      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $(u_n)$  là cấp số cộng có công sai  $d = 3$ ,  $u_1 = 5$  nên  $u_5 = u_1 + 4d = 5 + 4 \cdot 3 = 17$ .

**Câu 32.** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ .

- A.  $I = 2$ .                                      B.  $I = 1$ .                                      C.  $I = -2$ .                                      D.  $I = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

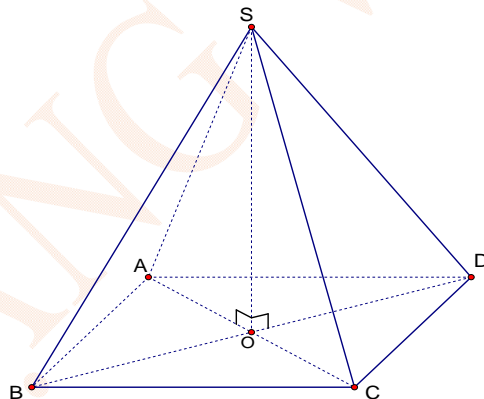
$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+(2n-1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2+6n+1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( -2 + \frac{6}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = -2.$$

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi  $O$ ,  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng đáy.

- A.  $\alpha = \widehat{SDA}$ .                                      B.  $\alpha = \widehat{SDO}$ .                                      C.  $\alpha = \widehat{SAD}$ .                                      D.  $\alpha = \widehat{ASD}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $OD$  là hình chiếu của  $SD$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$

Góc giữa  $SD$  và mặt đáy  $(ABCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $OD$ .

$$\Delta SDO \text{ vuông tại } O \Rightarrow \left( \widehat{SD, OD} \right) = \widehat{SDO}.$$

Vậy góc  $\alpha = \widehat{SDO}$ .

**Câu 34.** Cho các hàm số  $y = \sin x$  (I),  $y = \cos \sqrt{x}$  (II),  $y = \tan x$  (III). Hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. (I),(II).                      B. (I).                      C. (I),(II),(III).                      D. (III).

Lời giải

Chọn B

Hàm số  $y = \sin x$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \cos \sqrt{x}$  có tập xác định  $D = [0; +\infty)$ , liên tục trên  $[0; +\infty)$ .

Hàm số  $y = \tan x$  liên tục tại mọi điểm  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Câu 35. Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

- A. -18.                      B. -1.                      C. 1.                      D. -17.

Lời giải

Chọn D

Ta có

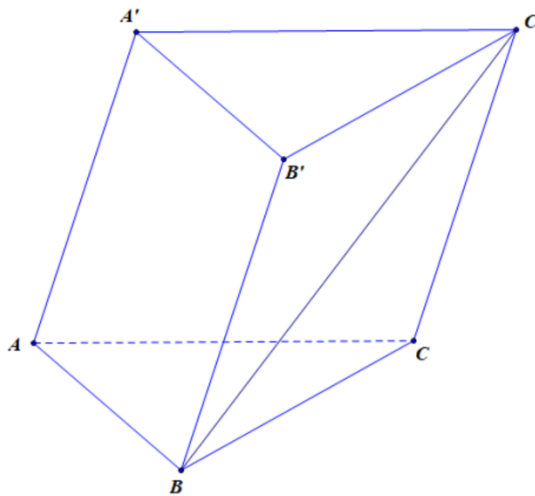
Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  hữu hạn nên  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} 3 - 4 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3 - 4 \cdot 5 = -17$ .

Câu 36. Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Phân tích véc tơ  $\overrightarrow{BC'}$  qua các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .                      C.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .

Lời giải

Chọn A



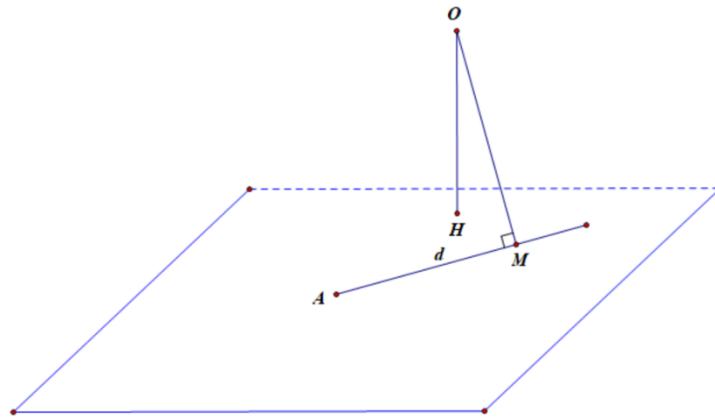
Có  $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

Câu 37. Cho điểm  $O$  ở ngoài mặt phẳng  $(\alpha)$ . Trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có đường thẳng  $d$  đi động qua điểm  $A$  cố định. Gọi  $H, M$  lần lượt là hình chiếu của  $O$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $d$ . Độ dài đoạn  $OM$  lớn nhất khi

- A. Đường thẳng  $d$  trùng với  $HA$ .  
 B. Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $45^\circ$   
 C. Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $60^\circ$ .  
 D. Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $HA$ .

## Lời giải

Chọn D



Có  $OM \leq OA$  nên  $OM_{\max} = OA$  khi  $M \equiv A \Rightarrow OA \perp d \Rightarrow d \perp HA$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+2x}-1 & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 3$ .

C. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .

D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

## Lời giải

Chọn B

Xét tính liên tục của hàm số tại  $x = 0$ .

$$f(0) = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(\sqrt{1+2x}+1)} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1+3x) = 1 \text{ nên hàm số liên tục tại } x = 0.$$

Vậy hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  hình thang vuông tại A và D.  $AB = AD = a, CD = 2a$ ,  $SD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Có bao nhiêu mặt bên của hình chóp là tam giác vuông.

A. 1.

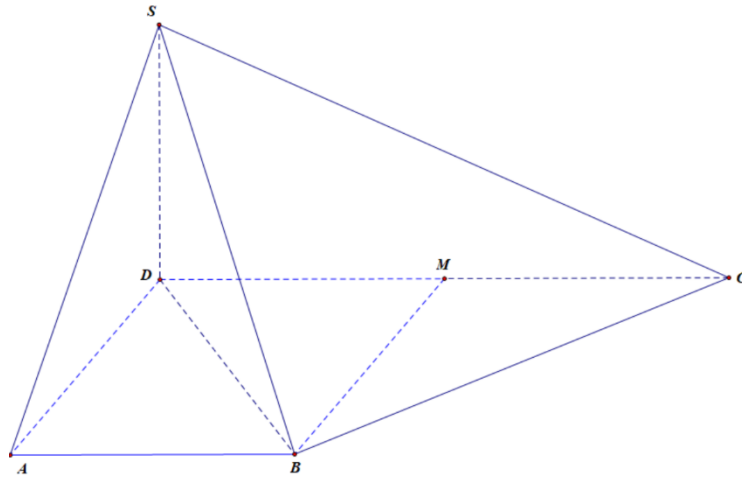
B. 3.

C. 2.

D. 4.

## Lời giải

Chọn D



$\triangle SDC, \triangle SDA$  là các tam giác vuông.

$AB \perp AD, AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow \triangle SAB$  vuông.

Gọi  $M$  là trung điểm  $CD \Rightarrow BC \perp BD \Rightarrow BC \perp (SBD) \Rightarrow \triangle SBC$  vuông.

**Câu 40.** Biết bốn số  $6; x; -2; y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $x + 2y$  bằng.

A. -10.

B. 12.

C. 14.

D. -2.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Do bốn số  $6; x; -2; y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng suy ra

$$\begin{cases} 6 - 2 = 2x \\ x + y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow x + 2y = 14.$$

**Câu 41:** Chọn mệnh đề đúng

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = -\infty$ . B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - n^3 + 1) = +\infty$ .

C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n}{2n + 5} = \frac{1}{2}$ . D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n} - 2} \right) = -\infty$ .

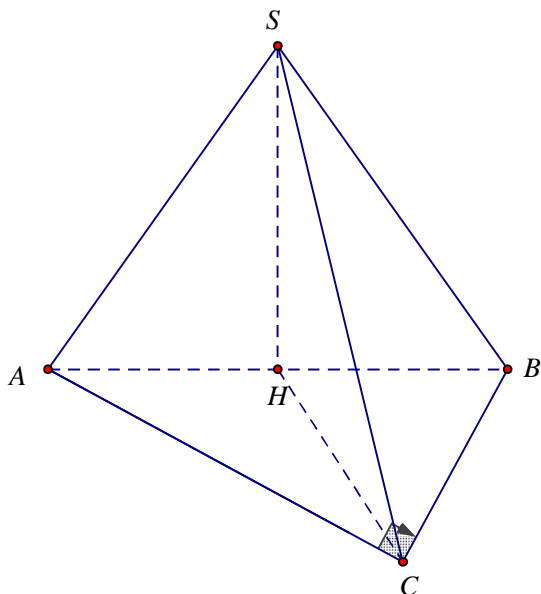
**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A.  $H$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ . B.  $H$  trùng với trung điểm của  $AB$ .

C.  $H$  trùng với trực tâm của tam giác  $ABC$ . D.  $H$  trùng với trung điểm của  $BC$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Do  $SA = SB = SC$  và  $H$  là hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  nên  $HA = HB = HC$ . Suy ra  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  mà tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Khi đó  $H$  trùng với trung điểm của  $AB$ .

**Câu 43:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tính góc giữa các véc tơ  $\overrightarrow{DA}$  và  $\overrightarrow{BD}$

A.  $60^0$ .

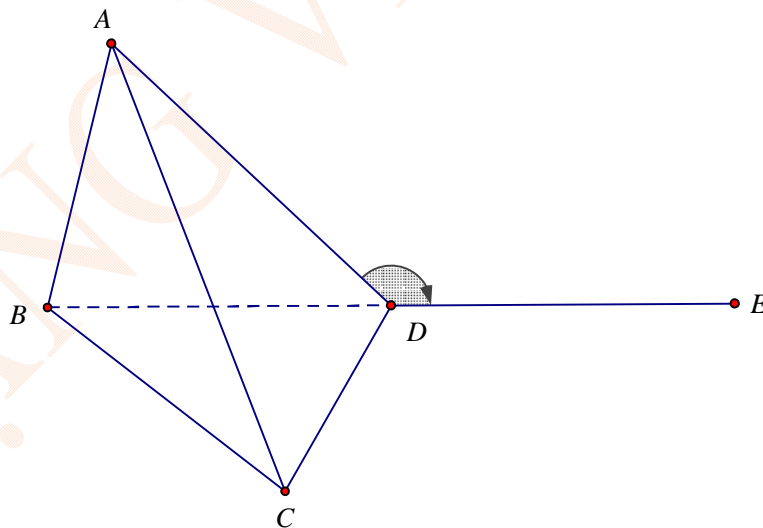
B.  $90^0$ .

C.  $30^0$ .

D.  $120^0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Vẽ  $\overline{DE} = \overline{BD}$  khi đó  $(\widehat{DA; BD}) = (\widehat{DA; DE}) = \widehat{ADE} \Rightarrow (\widehat{DA; BD}) = 120^0$ .

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } \sin x \geq 0 \\ 3 - \cos x & \text{khi } \sin x < 0 \end{cases}$

Hàm số có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng  $(0; 2019)$ ?



A. Vô số.

B. 320.

C. 321.

D. 319.

**Lời giải****Chọn C**

Xét hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$ , khi đó

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } x \in [0; \pi] \\ 3 - \cos x & \text{khi } x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}$$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2 = f(0)$ ,  $\lim_{x \rightarrow (2\pi)^-} f(x) = 2 = f(2\pi)$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} (1 + \cos x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} (3 - \cos x) = 4$$

do  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x)$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = \pi$ . Hàm số  $y = \cos x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ . Suy ra hàm số gián đoạn tại các điểm  $x = \pi + k2\pi$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

Ta có  $x \in (0; 2019) \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < 2019 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 320,833$  với  $k \in \mathbb{Z}$

nên  $k \in \{0; 1; 2; \dots; 320\}$ . Vậy hàm số có 321 điểm gián đoạn.

**Câu 45:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 + mx - 8 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$

Tìm tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = -2$ .

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 5.

**Chọn A****Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (2x - 1) = -5$ ,  $f(-2) = m^2 - 2m - 8$ . Để hàm số liên tục

$$\text{tại } x = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

Suy ra tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = -2$  là: 2.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  và  $f(1) = 2$ ,  $f(5) = 10$ . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

A. Phương trình  $f(x) = 6$  vô nghiệm.B. Phương trình  $f(x) = 7$  có ít nhất một nghiệm trên  $(1; 5)$ .C. Phương trình  $f(x) = 2$  có hai nghiệm  $x = 1$  và  $x = 5$ .D. Phương trình  $f(x) = 7$  vô nghiệm.**Lời giải****Chọn B.**

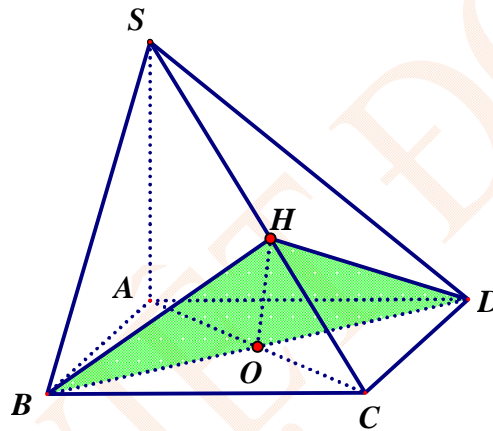
Hàm số liên tục trên đoạn  $[1;5]$  và  $f(1) = 2, f(5) = 10, 7 \in (2;10)$  nên theo định lý giá trị trung bình ta có  $\exists x_0 \in (1;5): f(x_0) = 7$  hay phương trình  $f(x) = 7$  có ít nhất một nghiệm trên  $(1;5)$ .

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ , cạnh đáy bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $B$  và vuông góc với  $SC$ . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp trên và  $(\alpha)$ .

- A.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{10}$ .      B.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{5}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{5}}{10}$ .

Lời giải

Chọn A.



Do  $SC \perp (\alpha)$  và dễ dàng chứng minh  $BD \perp SC$ , nên suy ra  $BD \subset (\alpha)$ .

Kẻ  $BH \perp SC$  thì  $BH \subset (\alpha)$ .

Vậy thiết diện là  $\triangle BDH$ .

Với tam giác  $\triangle SBC$  vuông tại  $B$  ta có  $BH = \frac{BC \cdot BS}{SC} = \frac{BC \cdot BS}{\sqrt{BC^2 + BS^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

Có  $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HO = a\sqrt{\frac{3}{10}}$

Mà tam giác  $\triangle BDH$  cân tại  $H \Rightarrow S_{\triangle BDH} = BO \cdot HO = a^2 \sqrt{\frac{3}{20}} = a^2 \frac{\sqrt{15}}{10}$ .

**Câu 48:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1}$ .

- A.  $I = 5$ .      B.  $I = -4$ .      C.  $I = 4$ .      D.  $I = -5$ .

Lời giải

Chọn D.

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x)f(x) + 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x)+1}{x-1}(x^2 + x) + \frac{-x^2 - x + 2}{x-1} \right]$$

Mà  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x) = 2$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 - x + 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-x-2)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x-2) = -3$$

nên  $I = -1.2 - 3 = -5$ .

**Câu 49:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2+x+3}-3}{4-x^2}$ .

A.  $\frac{-2}{7}$ .

B.  $\frac{-7}{24}$ .

C.  $\frac{-9}{31}$ .

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2+x+3}-3}{4-x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(2x-3)}{(2-x)(2+x)(\sqrt{2x^2+x+3}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x-3)}{(2-x)(\sqrt{2x^2+x+3}+3)} = \frac{-7}{24}$$

**Câu 50:** Hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2+7x+12}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. (3;4).

B.  $(-\infty; 4)$ .

C.  $(-4; 3)$ .

D.  $(-4; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định của hàm số là  $D = (-\infty; -4) \cup (-3; +\infty) \Rightarrow D \supset (3; 4)$

Vậy hàm số liên tục trên (3;4).

----- **Hết** -----

## ĐỀ SỐ 9

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 40 câu TN, 02 câu tự luận)

## I – TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Giới hạn nào dưới đây có kết quả bằng 1 ?

A.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}$ .

**Câu 2.** Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}; \dots$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A.  $\frac{1}{3}$ .      B. 1.      C.  $-\frac{1}{3}$ .      D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 3.**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A.  $-\infty$ .      B. 2.      C. 1.      D.  $+\infty$ .

**Câu 4.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2018}{n + 3}$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0.      B. -1.      C.  $-\frac{1}{3}$ .      D.  $-\frac{1}{4}$ .

**Câu 5.**  $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0.      B. -2.      C. 3.      D. -1.

**Câu 6.**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A.  $+\infty$       B.  $-\infty$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

**Câu 7.**  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 4      B. 0      C. 2      D. 6

**Câu 8.** Cho phương trình  $-4x^3 + 4x - 1 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

A. Phương trình đã cho có đúng một nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ .

B. Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(-2; 0)$ .

D. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 9.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5})$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A.  $+\infty$       B. 0      C.  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$       D.  $-\infty$

**Câu 10.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 0      B.  $+\infty$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{9}$

**Câu 11.**  $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 16x - 1}}$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $\sqrt{\frac{3}{8}}$ .      B.  $\sqrt{\frac{1}{8}}$ .      C.  $\frac{3}{8}$ .      D.  $+\infty$ .

**Câu 12.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $-\infty$ .      B.  $-1$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $0$ .

**Câu 13.** Trong các dãy số  $(u_n)$  dưới đây, dãy nào có giới hạn khác 0?

A.  $u_n = \frac{n^2 + 2018}{n^3 - 2019}$ .      B.  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ .      C.  $u_n = \frac{1}{n}$ .      D.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .

**Câu 14.** Trong các dãy số  $(u_n)$  dưới đây, dãy nào có giới hạn bằng  $+\infty$ ?

A.  $u_n = \frac{9n^2 + 7n}{n + n^2}$ .      B.  $u_n = n^2 + 1$ .      C.  $u_n = \frac{2007 + 2008n}{n+1}$ .      D.  $u_n = 2008 - 2007n^2$ .

**Câu 15.** Dãy số  $(u_n)$  nào sau đây có giới hạn bằng  $\frac{1}{5}$ ?

A.  $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+5}$ .      B.  $u_n = \frac{1-2n}{5n+5n^2}$ .      C.  $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+5n^2}$ .      D.  $u_n = \frac{1-2n}{5n+5}$ .

**Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ .

A.  $a = 5$ .      B.  $a = -5$ .      C.  $a = 3$ .      D.  $a = -3$ .

**Câu 17.** Trong các dãy số  $(u_n)$  dưới đây, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A.  $u_n = \left(-\frac{5}{3}\right)^n$ .      B.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$ .      C.  $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .      D.  $u_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$ .

**Câu 18.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A.  $4$ .      B.  $+\infty$ .      C.  $2$ .      D.  $-\infty$ .

**Câu 19.** Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} a^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-a)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $a = 1$ .      B.  $a = \frac{1}{2}$ .      C.  $a = -1; a = \frac{1}{2}$ .      D.  $a = 1; a = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 20.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n - 6}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A.  $-2$ .      B.  $-1$ .      C.  $0$ .      D.  $3$ .

**Câu 21.** Cho đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với một đường thẳng  $a$  nằm trong  $(\alpha)$ .

- B.** Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với mọi đường thẳng  $a$  nằm trong  $(\alpha)$ .
- C.** Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .
- D.** Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với một đường thẳng  $b$  song song với  $(\alpha)$ .

**Câu 22.** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  song song với  $b$ .
- B.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.
- C.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng  $b$  với  $b$  vuông góc với mặt phẳng đã cho.
- D.** Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(Q)$  thì mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $BD$  và mặt phẳng  $(SAD)$ . Chọn khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A.**  $\alpha = 60^\circ$ .                      **B.**  $\alpha = 30^\circ$ .                      **C.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .                      **D.**  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 24.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.
- B.** Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một vectơ-không thì ba vectơ đó đồng phẳng.
- C.** Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.
- D.** Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

**Câu 25.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .                      **B.**  $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$ .
- C.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$ .                      **D.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A}$ .

**Câu 26.** Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A.** Qua một điểm  $O$  cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông với một mặt phẳng cho trước.
- B.** Cho hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
- C.** Qua một điểm  $O$  cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng  $\Delta$  cho trước.
- D.** Qua một điểm  $O$  cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**Câu 27.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.** Nếu  $b // (P)$  thì  $a \perp b$ .                      **B.** Nếu  $b // a$  thì  $b \perp (P)$ .
- C.** Nếu  $a \perp b$  thì  $b // (P)$ .                      **D.** Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b // a$ .

**Câu 28.** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .  
 B. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .  
 C. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .  
 D. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .
- Câu 29.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh bên bằng  $2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a, AC = a\sqrt{3}$  và hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $B'C'$ .
- A.  $\frac{3}{4}$ .  
 B.  $\frac{1}{4}$ .  
 C.  $\frac{1}{2}$ .  
 D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, góc giữa  $SC$  và mặt đáy  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\varphi = 60^\circ$ .  
 B.  $\varphi = 45^\circ$ .  
 C.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{30}}{6}$ .  
 D.  $\tan \varphi = \sqrt{5}$ .
- Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp  $S.ABCD$  với mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $SC$ .
- A.  $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ .  
 B.  $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .  
 C.  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ .  
 D.  $S = \frac{4a^2\sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  tính góc giữa  $AC$  và  $DA_1$
- A.  $60^\circ$ .  
 B.  $120^\circ$ .  
 C.  $45^\circ$ .  
 D.  $90^\circ$ .
- Câu 33.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Người ta định nghĩa “ $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$  khi  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ ”. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng nối  $AD$  và  $BC$ .  
 B.  $GA = GB = GC = GD$ .  
 C.  $G$  là trung điểm của  $IJ$  ( $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ).  
 D.  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng nối  $AC$  và  $BD$ .
- Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $AH, AK$  lần lượt là các đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau
- A.  $SC \perp (AHC)$ .  
 B.  $SC \perp (AHD)$ .  
 C.  $SC \perp HK$ .  
 D.  $SC \perp BK$ .
- Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA = SC; SB = SD$ . Chọn khẳng định đúng.
- A.  $AC \perp SB$ .  
 B.  $BD \perp CD$ .  
 C.  $SC \perp AB$ .  
 D.  $AD \perp SC$ .
- Câu 36.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $AC'$  và  $(A'BCD')$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.
- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .  
 B.  $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .  
 C.  $\alpha = 45^\circ$ .  
 D.  $\alpha = 30^\circ$ .
- Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt đáy là trung điểm  $H$  của đoạn  $AB$ , biết  $SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $45^0$ .                      B.  $30^0$ .                      C.  $60^0$ .                      D.  $75^0$ .
- Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Vẽ  $SH \perp (ABC), H \in (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
 A.  $H$  trùng với trung điểm  $AC$ .                      B.  $H$  trùng với trung điểm  $BC$ .  
 C.  $H$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ .                      D.  $H$  trùng với trực tâm tam giác  $ABC$ .
- Câu 39.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}, \vec{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
 A.  $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .                      B.  $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$ .  
 C.  $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .                      D.  $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .
- Câu 40.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.  
 A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.  
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.  
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

## II – TỰ LUẬN

**Câu 1:** Tìm  $a, b$  để hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} & (x(x-2) \neq 0) \\ a & \text{khi } x = 2 \\ b & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- Câu 2:** Cho tứ diện đều  $ABCD, M$  là trung điểm  $BC$ , cạnh  $AB = a$   
 a) Chứng minh  $AB \perp CD$ .  
 b) Tính góc giữa  $AB$  và  $DM$ .



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

## I – TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Giới hạn nào dưới đây có kết quả bằng 1 ?

A.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x+2) = 1.$$

**Câu 2.** Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}; \dots$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A.  $\frac{1}{3}$ .      B. 1.      C.  $-\frac{1}{3}$ .      D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{1}{2}$  và  $u_1 = \frac{1}{2}$ .

$$\text{Vậy } S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)^n}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{-1}{2}\right)^n\right).$$

Vậy tổng là  $\lim S_n = \frac{1}{3}$ .

**Câu 3.**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A.  $-\infty$ .      B. 2.      C. 1.      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$  và  $x-1 > 0$  khi  $x \rightarrow 1^+$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = 2$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = +\infty$ .

**Câu 4.**  $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{n + 3}$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0.      B. -1.      C.  $-\frac{1}{3}$ .      D.  $-\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{n + 3} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{1 + \frac{3}{n}} = 0.$$

**Câu 5.**  $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$  có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0.      B. -2.      C. 3.      D. -1.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\lim_{x \rightarrow 1} 3x = 3 \cdot 1 = 3.$$

**Câu 6.**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.  $+\infty$                       B.  $-\infty$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 1) = 2 > 0$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 1) = 0; x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$

**Câu 7.**  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 4                      B. 0                      C. 2                      D. 6

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 6$$

**Câu 8.** Cho phương trình  $-4x^3 + 4x - 1 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- A. Phương trình đã cho có đúng một nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ .  
 B. Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.  
 C. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(-2; 0)$ .  
 D. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Xét hàm số  $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

$$\text{Mà } f(-2) = 23; f(0) = -1; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}; f(1) = -1.$$

Do  $f(-2) \cdot f(0) = -23 < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(-2; 0)$

$$f(0) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} < 0 \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng } \left(0; \frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(1) = -\frac{1}{2} < 0 \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng } \left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

**Câu 9.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5})$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.  $+\infty$                       B. 0                      C.  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$                       D.  $-\infty$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+5}} = 0$$

**Câu 10.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 0                      B.  $+\infty$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{4}{9}$

**Lời giải**

Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{5 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}} = \frac{3}{5}$$

Câu 11.  $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 16x - 1}}$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $\sqrt{\frac{3}{8}}$ .

B.  $\sqrt{\frac{1}{8}}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $+\infty$ .

Bài giải

Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 16x - 1}} = \sqrt{\frac{3}{8}}$$

Câu 12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $-\infty$ .

B.  $-1$ .

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D.  $0$ .

Bài giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1) - (\sqrt{x^2+x+1}-1)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} - \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{x(\sqrt{x+1}-1)} - \frac{x^2+x}{x(\sqrt{x^2+x+1}+1)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} - \frac{x+1}{(\sqrt{x^2+x+1}+1)} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0. \end{aligned}$$

Câu 13. Trong các dãy số  $(u_n)$  dưới đây, dãy nào có giới hạn khác 0?

A.  $u_n = \frac{n^2 + 2018}{n^3 - 2019}$ .

B.  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

C.  $u_n = \frac{1}{n}$ .

D.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .

Bài giải

Chọn D.

$$\text{Vì } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Câu 14. Trong các dãy số  $(u_n)$  dưới đây, dãy nào có giới hạn bằng  $+\infty$ ?

A.  $u_n = \frac{9n^2 + 7n}{n + n^2}$ .

B.  $u_n = n^2 + 1$ .

C.  $u_n = \frac{2007 + 2008n}{n+1}$ .

D.  $u_n = 2008 - 2007n^2$ .

Bài giải

Chọn B.

Vì  $\lim(n^2 + 1) = +\infty$ .

**Câu 15.** Dãy số  $(u_n)$  nào sau đây có giới hạn bằng  $\frac{1}{5}$ ?

A.  $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+5}$ .      B.  $u_n = \frac{1-2n}{5n+5n^2}$ .      C.  $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+5n^2}$ .      D.  $u_n = \frac{1-2n}{5n+5}$ .

**Bài giải**

**Chọn C.**

Vì  $\lim \frac{n^2-2n}{5n+5n^2} = \lim \frac{n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)}{n^2 \left(\frac{5}{n} + 5\right)} = \frac{1}{5}$ .

**Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x=1$ .

A.  $a=5$ .      B.  $a=-5$ .      C.  $a=3$ .      D.  $a=-3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Có  $f(1) = a + \frac{5}{2}$ .

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2-3x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x-3}{x+1} = -\frac{5}{2}$

Để hàm số liên tục tại  $x=1$  thì  $a + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow a = -5$ .

**Câu 17.** Trong các dãy số  $(u_n)$  dưới đây, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A.  $u_n = \left(-\frac{5}{3}\right)^n$ .      B.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$ .      C.  $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .      D.  $u_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Có  $0 < \frac{1}{3} < 1$  nên  $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ .

**Câu 18.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 4.      B.  $+\infty$ .      C. 2.      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)(x^2+1) = 4$ .

**Câu 19.** Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} a^2x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-a)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $a=1$ .      B.  $a = \frac{1}{2}$ .      C.  $a = -1; a = \frac{1}{2}$ .      D.  $a = 1; a = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải****Chọn C**

Ta có TXĐ  $D = \mathbb{R}$ .

Với  $x \in (-\infty; 2)$  ta có  $f(x) = a^2x^2$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .

Với  $x \in (2; +\infty)$  ta có  $f(x) = (1-a)x$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số liên tục trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (1-a)x = 2(1-a).$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} a^2x^2 = 4a^2 = f(2).$$

$$\text{Để hàm số liên tục trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow 4a^2 = 2(1-a) \Leftrightarrow 2a^2 + a - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 20.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n-6}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

A. -2.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n-6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27 - 4 \cdot \frac{1}{n} + 5 \cdot \frac{1}{n^3}}}{1 - 6 \cdot \frac{1}{n}} = 3.$$

**Câu 21.** Cho đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với một đường thẳng  $a$  nằm trong  $(\alpha)$ .

B. Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với mọi đường thẳng  $a$  nằm trong  $(\alpha)$ .

C. Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .

D. Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu  $d$  vuông góc với một đường thẳng  $b$  song song với  $(\alpha)$ .

**Lời giải****Chọn B.**

**Câu 22.** Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  song song với  $b$ .

B. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

C. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng  $b$  với  $b$  vuông góc với mặt phẳng đã cho.

D. Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(Q)$  thì mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$ .

Lời giải

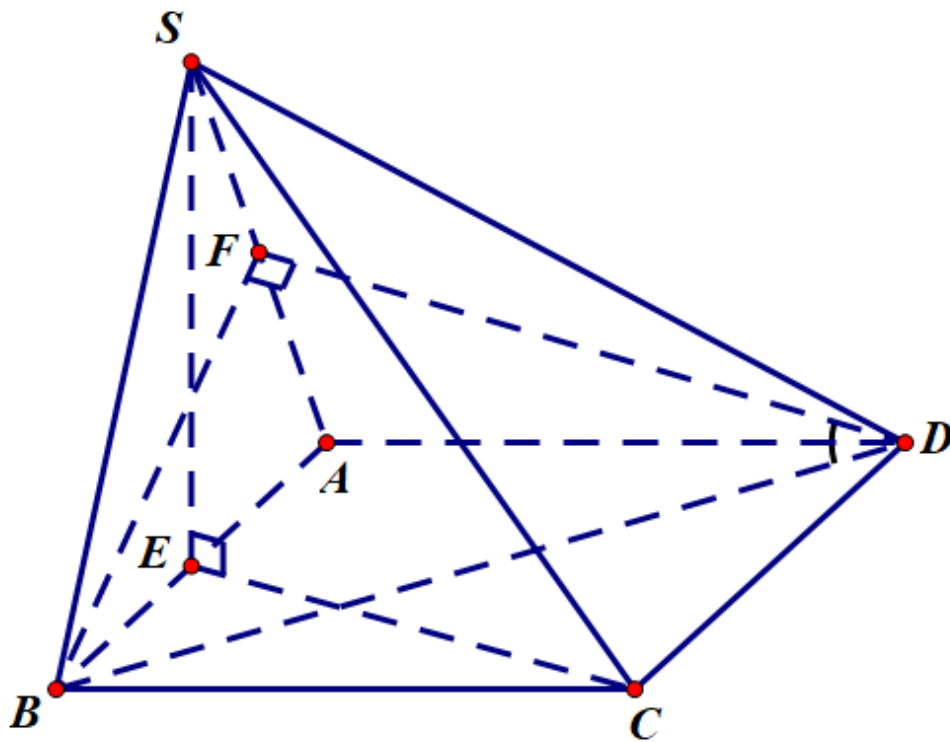
Chọn B.

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $BD$  và mặt phẳng  $(SAD)$ . Chọn khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A.  $\alpha = 60^\circ$ .      B.  $\alpha = 30^\circ$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .      D.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$ .

Lời giải

Chọn D.



Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$  và  $F$  là trung điểm của  $SA$  suy ra  $SE \perp (ABCD)$  và  $BF \perp (SAD)$ . Do đó hình chiếu của  $BD$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  dẫn đến góc giữa  $BD$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là  $\alpha = \widehat{BDF}$ .

Giả sử đáy  $ABCD$  có cạnh là  $x$ , khi đó  $CE = \frac{x\sqrt{5}}{2}$  và  $SE = \frac{x\sqrt{3}}{2}$  suy ra  $SC = x\sqrt{2}$  mà  $SC = a\sqrt{2}$  do đó  $x = a$ .

Vậy  $\tan \widehat{BDF} = \frac{BF}{DF} = \frac{BF}{\sqrt{BD^2 - BF^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 24.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

- B. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một vectơ-không thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
 C. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
 D. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D.

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\vec{AB'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ .

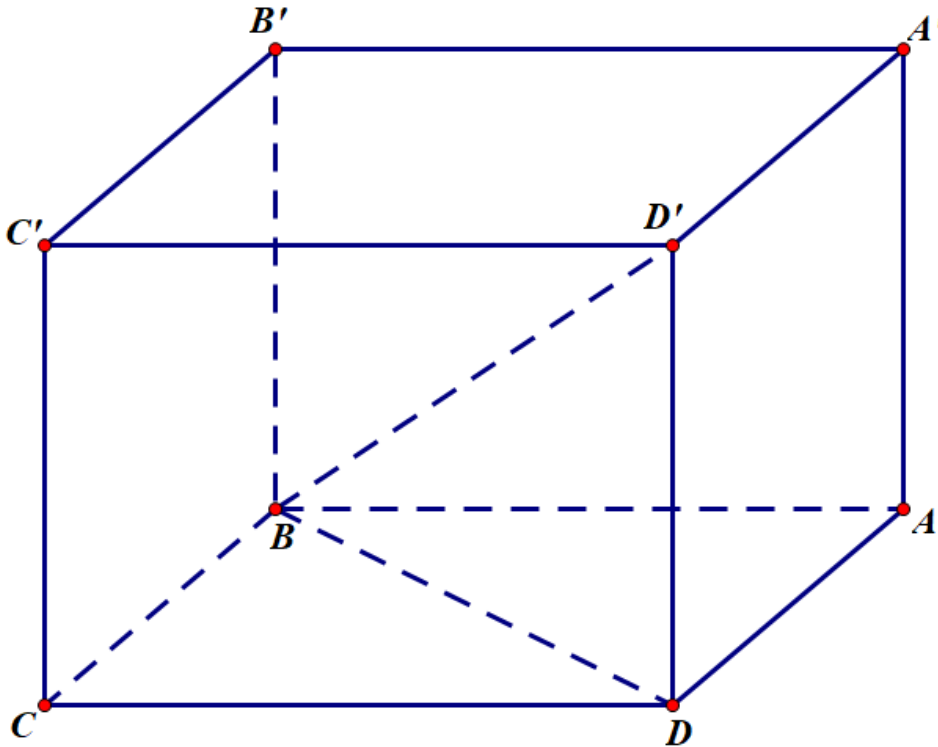
B.  $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$ .

C.  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'}$ .

D.  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{A'A}$ .

Lời giải

Chọn B.



Ta có  $\vec{BD'} = \vec{BD} + \vec{BB'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$ .

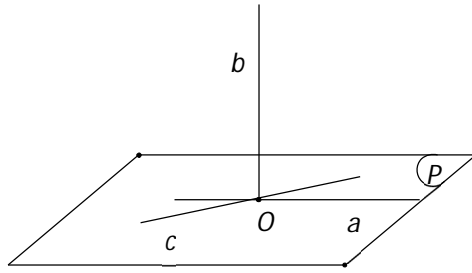
Câu 26. Chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông với một mặt phẳng cho trước.  
 B. Cho hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.  
 C. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng  $\Delta$  cho trước.  
 D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải:

Chọn D.

D sai vì qua một điểm O cho trước có vô số đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.



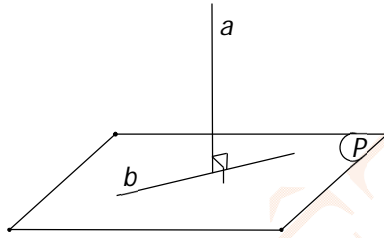
**Câu 27.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu  $b // (P)$  thì  $a \perp b$ .
- B. Nếu  $b // a$  thì  $b \perp (P)$ .
- C. Nếu  $a \perp b$  thì  $b // (P)$ .
- D. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b // a$ .

**Lời giải:**

**Chọn C.**

C sai vì  $b$  có thể nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .



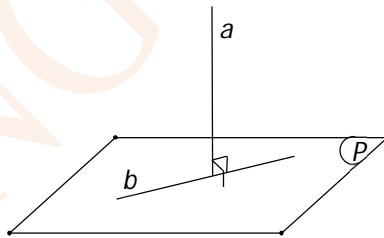
**Câu 28.** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .
- B. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .
- C. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .
- D. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

**Lời giải:**

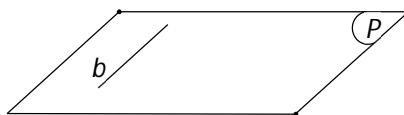
**Chọn D.**

A sai vì  $b$  có thể nằm trong  $(P)$ .



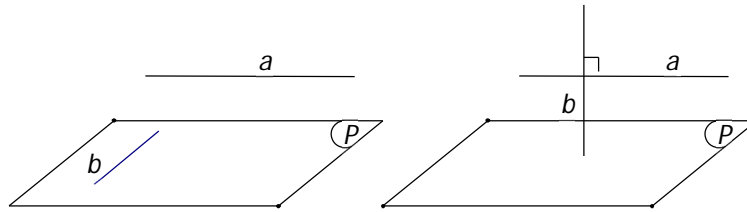
B sai vì  $b$  có thể nằm trong  $(P)$ .

$a$



C sai vì  $b$  có thể cắt  $(P)$  hoặc  $b$  nằm trong  $(P)$ .





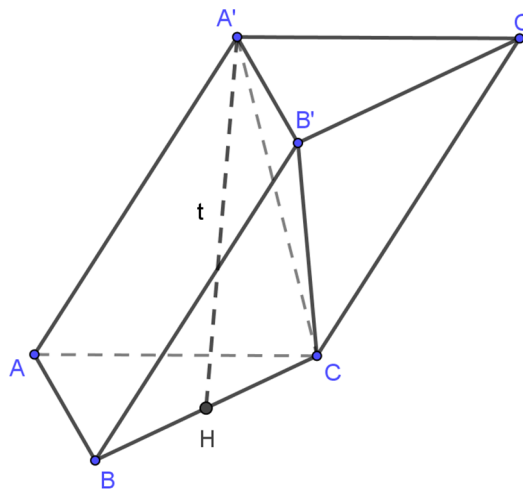
Đúng vì  $a // (P) \Rightarrow \exists a' \subset (P)$  sao cho  $a // a'$ ,  $b \perp (P) \Rightarrow b \perp a'$ . Khi đó  $\Rightarrow a \perp b$ .

**Câu 29.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh bên bằng  $2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a, AC = a\sqrt{3}$  và hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $B'C'$ .

- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Ta có  $AA' // BB'$  nên giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $B'C'$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $B'C'$ .

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a = BB'$  nên tứ giác  $BCC'B'$  là hình thoi.

Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ , theo đề ra ta có  $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp BC, A'H \perp AH$ .

Do đó  $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$ .

Lại có:  $A'H \perp A'B' \Rightarrow B'H = \sqrt{A'B'^2 + A'H^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$ .

Xét tam giác  $BB'H$  cân tại  $B'$  ta có ngay  $\cos \widehat{B'BH} = \frac{1}{4}$ .

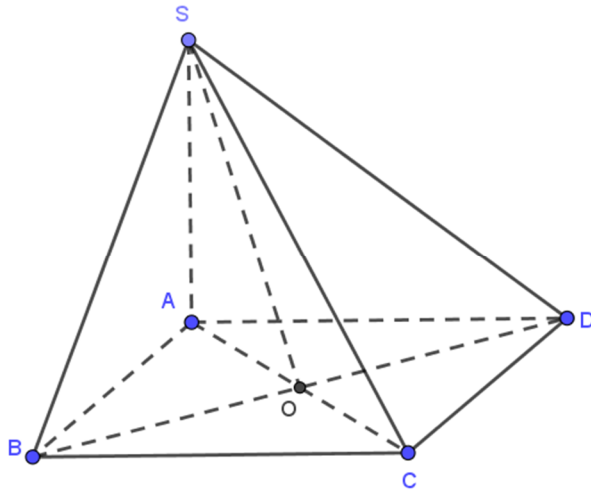
Vậy  $\cos(AA', B'C') = \frac{1}{4}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, góc giữa  $SC$  và mặt đáy  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\varphi = 60^\circ$ .                      B.  $\varphi = 45^\circ$ .                      C.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{30}}{6}$ .                      D.  $\tan \varphi = \sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**



Do  $SA \perp (ABCD)$  nên góc giữa  $SC$  và đáy  $(ABCD)$  là  $\widehat{SCA}$ . Suy ra  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

Lại có  $BD \perp (SAC)$  nên góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$  là  $\widehat{DSO}$ , suy ra  $\varphi = \widehat{DSO}$ .

Ta có  $\Delta SAC$  vuông cân nên  $SA = AC = a\sqrt{2}$ .

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\tan \varphi = \frac{DO}{SO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} = \sqrt{1 + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{6}{5}} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}.$$

(Lưu ý là các giá trị lượng giác của  $\varphi$  đều dương do nó là góc nhọn).

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp  $S.ABCD$  với mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $SC$ .

A.  $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ .

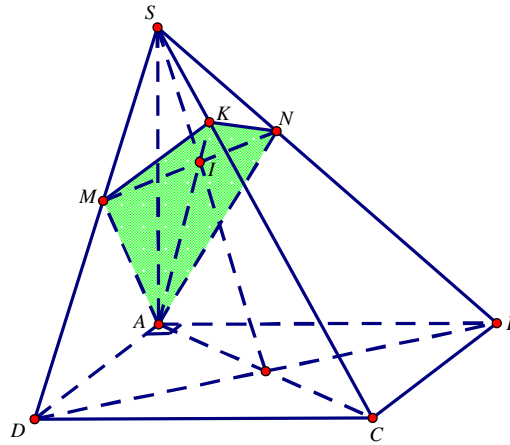
B.  $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $S = \frac{4a^2\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

Chọn A.



Ta có  $\left. \begin{array}{l} AM \perp SD \\ AM \perp DC (DC \perp (SAD)) \end{array} \right\} AM \perp SC.$

Tương tự  $AN \perp SC$ .

Vậy  $SC \perp (AMN)$  hay mặt phẳng  $(AMN)$  là mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đầu bài.

Gọi  $SO \cap MN = \{I\}$ ,  $AI \cap SC = \{K\}$ . Thiết diện tạo thành là tứ giác  $AMKN$ .

Ta có  $MN \perp AK$  vậy  $S_{AMKN} = \frac{1}{2} MN \cdot AK$ .

Xét tam giác vuông  $SAD$  có  $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AS^2} \Leftrightarrow AM = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

Tương tự  $AK = \frac{1}{2} SC = a$ .

Mặt khác:  $SD = a\sqrt{3}$ ,  $SA^2 = SM \cdot SD \Rightarrow SM = \frac{2a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

Tam giác  $SMN$  đồng dạng với tam giác  $SBD$  ta có  $\frac{MN}{BD} = \frac{SM}{SD} \Rightarrow MN = \frac{BD \cdot SM}{SD}$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy  $S_{AMKN} = \frac{1}{2} \frac{2a^2\sqrt{2}}{3} = S_{AMKN} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  tính góc giữa  $AC$  và  $DA_1$

A.  $60^\circ$ .

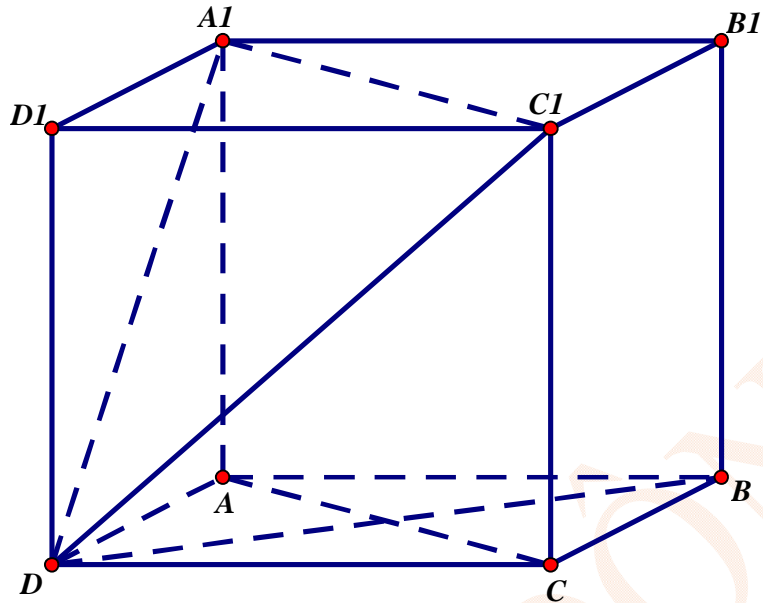
B.  $120^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

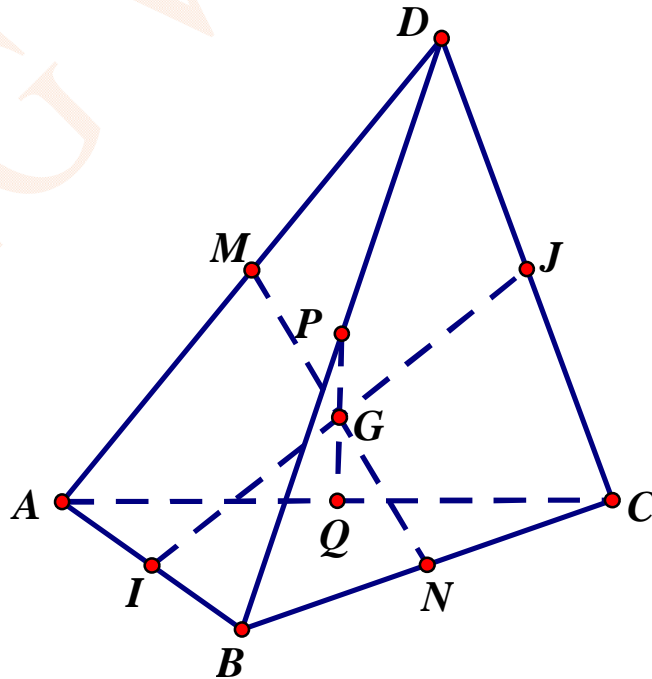


Ta có  $AC \parallel A_1C_1$  vậy góc giữa  $AC$  và  $DA_1$  bằng góc giữa  $A_1C_1$  và  $DA_1$  và bằng  $60^\circ$  do tam giác  $DA_1C_1$  là tam giác đều.

- Câu 33.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Người ta định nghĩa “ $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$  khi  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ ”. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng nối  $AD$  và  $BC$ .
  - B.  $GA = GB = GC = GD$ .
  - C.  $G$  là trung điểm của  $IJ$  ( $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ).
  - D.  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng nối  $AC$  và  $BD$ .

Lời giải

Chọn B.



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  ta có

$$\vec{0} = \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \frac{1}{2}(\vec{GM} + \vec{GN}).$$

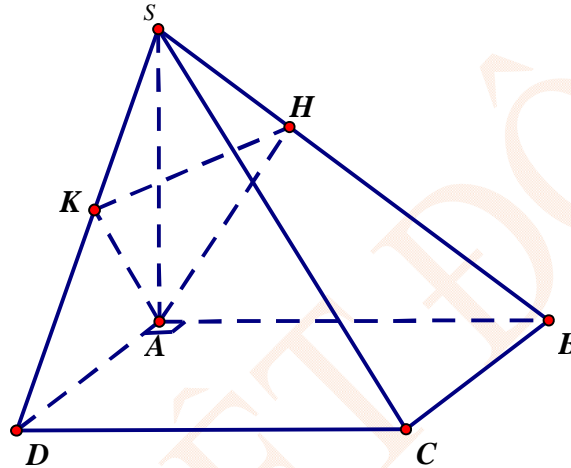
Vậy A đúng. Tương tự có C, D đúng.

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $AH$ ,  $AK$  lần lượt là các đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A.  $SC \perp (AHC)$ .
- B.  $SC \perp (AHD)$ .
- C.  $SC \perp HK$ .
- D.  $SC \perp BK$ .

Lời giải

Chọn C.



Ta có  $\left. \begin{matrix} AK \perp SD \\ AK \perp DC (DC \perp (SAD)) \end{matrix} \right\} AK \perp SC.$

Tương tự  $AH \perp SC$ .

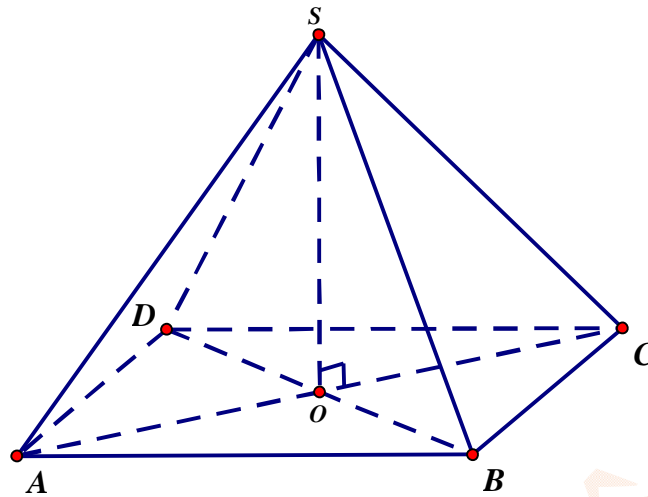
Vậy  $SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA = SC; SB = SD$ . Chọn khẳng định **đúng**.

- A.  $AC \perp SB$ .
- B.  $BD \perp CD$ .
- C.  $SC \perp AB$ .
- D.  $AD \perp SC$ .

Lời giải

Chọn A.



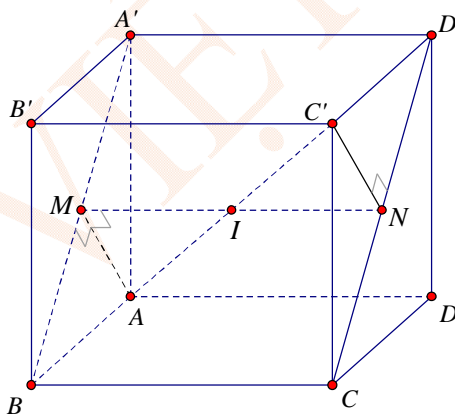
Do tam giác SAC cân nên  $SO \perp AC$  mặt khác  $AC \perp BD$  vậy  $AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SB$ .

**Câu 36.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $AC'$  và  $(A'BCD')$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .      C.  $\alpha = 45^\circ$ .      D.  $\alpha = 30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $A'B, CD'$ .

Suy ra hình chiếu của  $AC'$  lên mặt phẳng  $(A'BCD')$  là đường thẳng  $MN$ .

Gọi  $I = AC' \cap MN$ .

Ta có  $(AC', (A'BCD')) = (AC', MN)$

Xét tam giác vuông  $AMI$  có

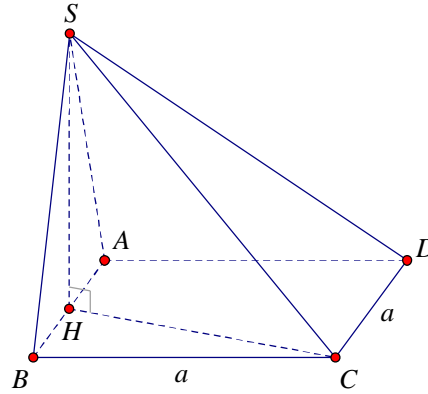
$$MI = \frac{a}{2}, AI = \frac{\sqrt{a^2 + a^2 + a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \cos \widehat{AIM} = \frac{MI}{AI} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt đáy là trung điểm  $H$  của đoạn  $AB$ , biết  $SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $75^\circ$ .

**Lời giải**

Chọn C.



$$hc_{SC / (ABCD)} = HC.$$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, HC) = \widehat{SCH}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } BHC \text{ có } HC = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Xét tam giác vuông SHC có

$$\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow (SC, (ABCD)) = 60^\circ.$$

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Vẽ  $SH \perp (ABC), H \in (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $H$  trùng với trung điểm  $AC$ .      B.  $H$  trùng với trung điểm  $BC$ .  
C.  $H$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ .      D.  $H$  trùng với trực tâm tam giác  $ABC$ .

Lời giải

Chọn A.

$SA = SB = SC \Rightarrow S$  nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Mà tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  suy ra tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm  $AC$ .

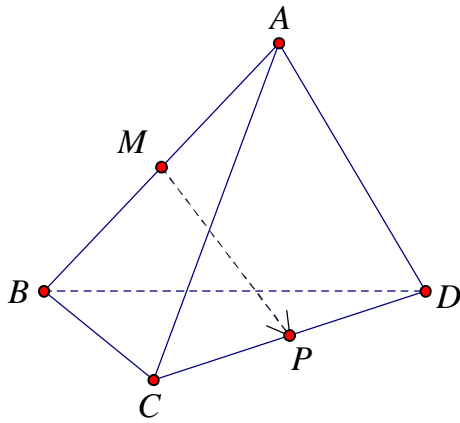
Suy ra hình chiếu  $H$  của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $AC$ .

**Câu 39.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .      B.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$ .  
C.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .      D.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .

Lời giải

Chọn C.



$$\begin{cases} \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DP} \\ \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{d} + \vec{c} - \vec{b} \Rightarrow \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{c} - \vec{b}).$$

**Câu 40.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Lời giải**

**Chọn D.**

## II – TỰ LUẬN

**Câu 1:** Tìm  $a, b$  để hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} & (x(x-2) \neq 0) \\ a & \text{khi } x = 2 \\ b & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

**Lời giải**

Hàm số liên tục tại  $x \neq 0$  và  $x \neq 2$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-1)}{x} = 1$$

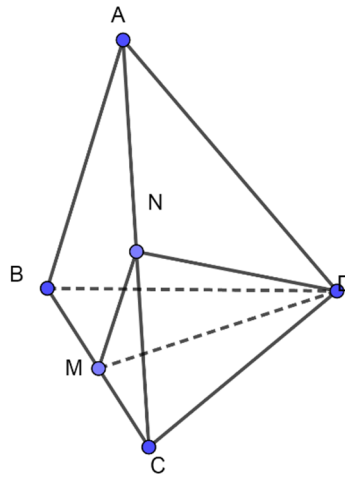
Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow a = 1, b = -1$

**Câu 2:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ , cạnh  $AB = a$

- a) Chứng minh  $AB \perp CD$ .
- b) Tính góc giữa  $AB$  và  $DM$ .

**Lời giải**





$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow AB \perp CD$$

$$MN \parallel AB \Rightarrow (\widehat{AB, DM}) = (\widehat{MN, DM})$$

$$DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \frac{a}{2} \Rightarrow \cos \widehat{NMD} = \frac{a}{4} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

## ĐỀ SỐ 10

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Họ và tên học sinh:..... Mã số học sinh:.....

## PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

**A.**  $\lim u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).

**B.**  $\lim q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).

**C.**  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .

**D.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k > 1$ ).

**Câu 2:**  $\lim 3^n$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 2.

**D.** 0

**Câu 3:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

**A.**  $\left(\frac{4}{e}\right)^n$ .

**B.**  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

**C.**  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

**D.**  $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ .

**Câu 4:** Nếu  $\lim u_n = L$  thì  $\lim \sqrt{u_n + 9}$  có giá trị là bao nhiêu?

**A.**  $\sqrt{L+9}$ .

**B.**  $L+9$ .

**C.**  $L+3$ .

**D.**  $\sqrt{L} + 3$ .

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 2$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$ 

**A.**  $-\frac{1}{5}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{5}{9}$ .

**D.**  $+\infty$ .

**Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 4$  và  $\lim v_n = 9$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

**A.** 36.

**B.** 5.

**C.** 13.

**D.** -1

**Câu 7:** Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0?

**A.**  $(1,01)^n$ .

**B.**  $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n$ .

**C.**  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ .

**D.**  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

**Câu 8:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 3.

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 4.

**D.** 0.

**Câu 10:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

**Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 12:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 13:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng?

- A. 5.                      B. 2.                      C. -6.                      D. 3.

**Câu 14:** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

- A.  $y = (x+1)(x^2+2)$ .    B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .                      C.  $y = \frac{x}{x-1}$ .                      D.  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+3}{2x-1}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số bị gián đoạn tại điểm  $x_0 = \frac{1}{2}$ .                      B. Hàm số liên tục trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ .  
C. Hàm số liên tục trên đoạn  $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$ .                      D. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .

**Câu 16:** Hình chiếu song song của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang.                      B. Hình bình hành.                      C. Hình chữ nhật.                      D. Hình thoi

**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{AC'}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC}$ .                      C.  $\overrightarrow{AB'}$ .                      D.  $\overrightarrow{AD'}$ .

**Câu 18:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vector:  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A.  $k = \frac{1}{3}$ .                      B.  $k = 2$ .                      C.  $k = 3$ .                      D.  $k = \frac{1}{2}$ .

**Câu 19:** Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề đúng là?

- A. Trong không gian, cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.  
B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.  
D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Câu 20:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .                      B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .                      C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .                      D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$

**Câu 21:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2n^2}{n^3+3n-1}$  bằng

- A. 2.                                      B. 1.                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D. 0.

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{an+4}{5n+3}$  trong đó  $a$  là số thực. Để dãy số  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2, giá trị của  $a$  là

- A. 10.                                      B. 8.                                      C. 6.                                      D. 4.

**Câu 23:** Kết quả của giới hạn  $\lim \frac{3^n - 2 \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^n}$  bằng

- A. -15.                                      B. -10.                                      C. 10.                                      D. 15.

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$  bằng

- A.  $-\frac{2}{3}$ .                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. -3.

**Câu 25:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$  bằng?

- A.  $a$ .                                      B.  $b$ .                                      C.  $c$ .                                      D.  $\frac{a+b}{c}$ .

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{4}$ .                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D. 1.

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  với  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1}$  với mọi  $x \neq 1$ . Tính  $f(1)$ .

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 0.                                      D. -1.

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

- A.  $m \neq 2$ .                                      B.  $m \neq 1$ .                                      C.  $m \neq 2$ .                                      D.  $m \neq 3$ .

**Câu 29:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$

- A.  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .                      B.  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .  
C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .                      D.  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$ .

**Câu 30:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi  $m$  nhận giá trị

- A.  $m = 1$ .                                      B.  $m = 2$ .                                      C.  $m$  bất kỳ.                                      D.  $m = -1$ .

**Câu 31:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với tâm  $O$ . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

- A.  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} = \overline{AD'} + \overline{D'O} + \overline{OC'}$ .                      B.  $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$ .

C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$ .

D.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

**Câu 32:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .

B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .

C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 33:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?

A.  $90^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $120^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .

B.  $\alpha = 30^\circ$ .

C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

D.  $\alpha = 60^\circ$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt  $ABC$  và  $ABD$  là các tam giác đều. Góc giữa  $AB$  và  $CD$  là?

A.  $120^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

### PHẦN TỰ LUẬN.

**Bài 1:** Tính giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ (\sqrt{n+3} - \sqrt{n-5})n \right]$ .

**Bài 2:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$ ?

**Bài 3:**

a) Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tìm tổng  $S = a^2 + b^2$ ?

b) Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \begin{cases} 2\sqrt[3]{x} - x - 1 & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

## ĐỀ SỐ 10

## HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Họ và tên học sinh:..... Mã số học sinh:.....

## PHẦN TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là sai?

A.  $\lim u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).

B.  $\lim q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).

C.  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .

D.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k > 1$ ).

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số thì  $\lim q^n = 0$  ( $|q| < 1$ ).Câu 2:  $\lim 3^n$  bằng

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 2.

D. 0

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa giới hạn vô hạn của dãy số thì  $\lim q^n = +\infty$  ( $q > 1$ ).

Câu 3: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A.  $\left(\frac{4}{e}\right)^n$ .

B.  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

C.  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

D.  $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ .

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số thì  $\lim q^n = 0$  ( $|q| < 1$ ).Câu 4: Nếu  $\lim u_n = L$  thì  $\lim \sqrt{u_n + 9}$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $\sqrt{L+9}$ .

B.  $L+9$ .

C.  $L+3$ .

D.  $\sqrt{L}+3$ .

Lời giải

Chọn A

Theo lí thuyết,  $\lim \sqrt{u_n + 9} = \sqrt{L+9}$ .Câu 5: Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 2$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$ 

A.  $-\frac{1}{5}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{5}{9}$ .

D.  $+\infty$ .

Lời giải

Chọn C

$$\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{5}{9}$$

- Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 4$  và  $\lim v_n = 9$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng
- A. 36.                                      B. 5.                                      C. 13.                                      D. -1

Lời giải

Chọn A

Theo định lí về giới hạn hữu hạn của dãy số Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = b$  thì  $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$ .

- Câu 7:** Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0 ?

- A.  $(1,01)^n$ .                                      B.  $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n$ .                                      C.  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .                                      D.  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

Lời giải

Chọn C

Ta biết rằng nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim q^n = 0$ .

- Câu 8:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

Lời giải.

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2.$$

- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 4.                                      D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có :  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ .

- Câu 10:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .                                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .                                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

Lời giải

Chọn C

Vì có thể  $b = 0$ .

- Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D. 1.

Lời giải.

Chọn A

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương.

- Câu 12:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. -2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo qui tắc tìm giới hạn của tích

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L > 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty \text{ thì } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty.$$

- Câu 13:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng?
- A. 5.                      B. 2.                      C. -6.                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} 3f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} 4g(x) = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6.$$

- Câu 14:** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

A.  $y = (x+1)(x^2+2)$ .    B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .    C.  $y = \frac{x}{x-1}$ .    D.  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  không xác định tại  $x_0 = -1$  nên gián đoạn tại  $x_0 = -1$ .

- Câu 15:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+3}{2x-1}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số bị gián đoạn tại điểm  $x_0 = \frac{1}{2}$ .    B. Hàm số liên tục trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ .

C. Hàm số liên tục trên đoạn  $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$ .    D. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = \frac{2x+3}{2x-1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  nên hàm số bị gián đoạn tại điểm  $x_0 = \frac{1}{2}$ .

- Câu 16:** Hình chiếu song song của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang.    B. Hình bình hành.    C. Hình chữ nhật.    D. Hình thoi

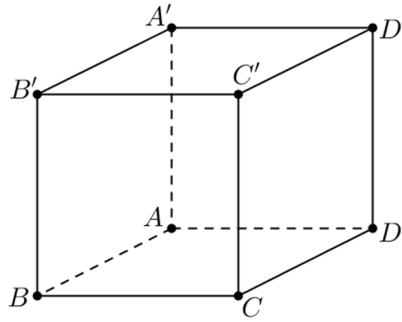
**Lời giải**

**Chọn A**

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án A.

- Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$  bằng



A.  $\overline{AC'}$ .B.  $\overline{AC}$ .C.  $\overline{AB'}$ .D.  $\overline{AD'}$ .

Lời giải

Chọn A

Theo qui tắc hình hộp.

**Câu 18:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vector:  $\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC} = k\overline{DG}$

A.  $k = \frac{1}{3}$ .B.  $k = 2$ .C.  $k = 3$ .D.  $k = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất trọng tâm ta có  $\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC} = 3\overline{DG}$ .

**Câu 19:** Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề đúng là?

A. Trong không gian, cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

Theo định lí.

**Câu 20:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ 

Lời giải

Chọn A

 $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

**Câu 21:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2n^2}{n^3+3n-1}$  bằng

A. 2.

B. 1.

C.  $\frac{2}{3}$ .

D. 0.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2n^2}{n^3+3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n^2} - \frac{1}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0.$$

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{an+4}{5n+3}$  trong đó  $a$  là số thực. Để dãy số  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2, giá trị của  $a$  là

- A.** 10.                      **B.** 8.                      **C.** 6.                      **D.** 4.

**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an+4}{5n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{4}{n}}{5 + \frac{3}{n}} = \frac{a}{5}. \text{ Khi đó } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{5} = 2 \Leftrightarrow a = 10.$$

**Câu 23:** Kết quả của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^n}$  bằng

- A.** -15.                      **B.** -10.                      **C.** 10.                      **D.** 15.

**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 10}{2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + 1} = -10.$$

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$  bằng

- A.**  $-\frac{2}{3}$ .                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** -3.

**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Chia cả tử và mẫu cho } x, \text{ ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{1} = 1.$$

**Câu 25:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$  bằng?

- A.**  $a$ .                      **B.**  $b$ .                      **C.**  $c$ .                      **D.**  $\frac{a+b}{c}$ .

**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c + \frac{a}{x^2}}{1 + \frac{b}{x^2}} = \frac{c+0}{1+0} = c.$$

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$  bằng

**A.**  $-\frac{1}{4}$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $\frac{1}{2}$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  với  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1}$  với mọi  $x \neq 1$ . Tính  $f(1)$ .

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.** -1.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Vì } f(x) \text{ liên tục trên } \mathbb{R} \text{ nên suy ra } f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1.$$

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

gián đoạn tại  $x = 1$ .

**A.**  $m \neq 2$ .

**B.**  $m \neq 1$ .

**C.**  $m \neq 2$ .

**D.**  $m \neq 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Hàm số gián đoạn tại } x = 1 \text{ khi } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} \neq 3m$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} \neq 3m \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) \neq 3m \Leftrightarrow 3 \neq 3m \Leftrightarrow m \neq 1.$$

**Câu 29:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$

**A.**  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .      **B.**  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .

**C.**  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .      **D.**  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3x^{2017} - 8x + 4.$$

Hàm số liên tục trên đoạn  $[0;1]$  và  $f(0).f(1) = 4.(-1) = -4 \Rightarrow f(0).f(1) < 0$ .

Vậy phương trình  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ .

**Câu 30:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi  $m$  nhận giá trị

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m$  bất kỳ.                      D.  $m = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 1) = 0$ ;  $f(1) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + m) = m + 1$

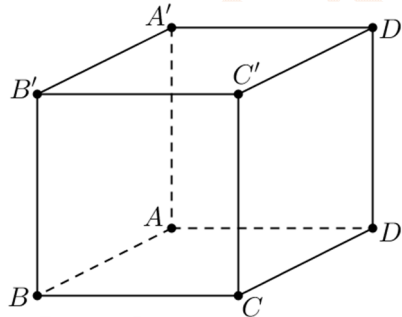
Hàm số liên tục tại  $x_0 = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ .

**Câu 31:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với tâm  $O$ . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$ .

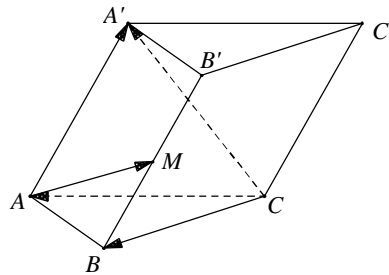
**Câu 32:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .                      B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .  
C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .                      D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta phân tích như sau:

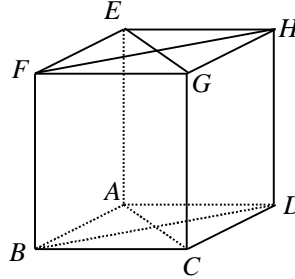
$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$$

$$= \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{c}.$$

- Câu 33:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?  
**A.**  $90^\circ$ .                      **B.**  $60^\circ$ .                      **C.**  $45^\circ$ .                      **D.**  $120^\circ$

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có:  $EG \parallel AC$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ.$$

- Câu 34:** Cho hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.**  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .                      **B.**  $\alpha = 30^\circ$ .                      **C.**  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .                      **D.**  $\alpha = 60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

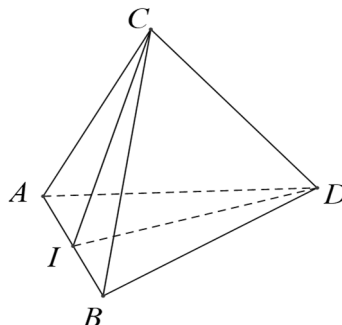
$$\text{Ta có } (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 \Leftrightarrow 2\vec{a}\vec{b} = 4^2 + 3^2 - 4^2 \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Do đó: } \cos \alpha = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3}{8}.$$

- Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt  $ABC$  và  $ABD$  là các tam giác đều. Góc giữa  $AB$  và  $CD$  là?  
**A.**  $120^\circ$ .                      **B.**  $60^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$

Vì  $ABC$  và  $ABD$  là các tam giác đều

$$\text{Nên } \begin{cases} CI \perp AB \\ DI \perp AB \end{cases}.$$

Suy ra  $AB \perp (CID) \Rightarrow AB \perp CD$ .

### PHẦN TỰ LUẬN.

**Bài 1:** Tính giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ (\sqrt{n+3} - \sqrt{n-5})n \right]$ .

**Bài 2:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính  $\cos(AB, DM)$  ?.

**Bài 3:**

a) Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tìm tổng  $S = a^2 + b^2$  ?

b) Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

### Hướng dẫn.

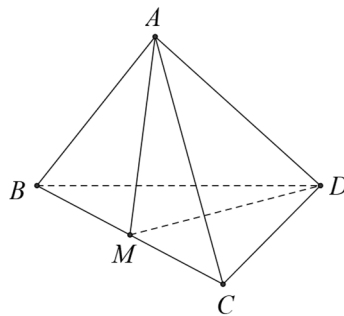
**Bài 1:** Tính giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ (\sqrt{n+3} - \sqrt{n-5})n \right]$ .

#### Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ (\sqrt{n+3} - \sqrt{n-5})n \right] &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[(n+3) - (n-5)]n}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n-5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n}{\sqrt{n} \left( \sqrt{1 + \frac{3}{n}} + \sqrt{1 - \frac{5}{n}} \right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n} \cdot \frac{8}{\left( \sqrt{1 + \frac{3}{n}} + \sqrt{1 - \frac{5}{n}} \right)} \right] = +\infty. \end{aligned}$$

**Bài 2:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính  $\cos(AB, DM)$  ?

#### Lời giải



Giả sử cạnh của tứ diện là  $a$ .

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DM}|} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM}}{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{DM} &= \overline{AB}(\overline{AM} - \overline{AD}) = \overline{AB} \cdot \overline{AM} - \overline{AB} \cdot \overline{AD} = AB \cdot AM \cdot \cos 30^\circ - AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ \\ &= a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}. \end{aligned} \quad \text{Do có}$$

$$\cos(\overline{AB}, \overline{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}. \text{ Suy ra } \cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

**Bài 3:**

a) Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tìm tổng  $S = a^2 + b^2$ ?

**Lời giải**

Vì hàm số có giới hạn hữu hạn tại  $x = 1$  nên biểu thức tử nhận  $x = 1$  làm nghiệm, hay  $1 + a + b = 0$ .

Áp dụng vào giả thiết, được  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 1 - a}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1+a)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{2}$ .

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1+a}{x+1} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2+a}{2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -3. \text{ Suy ra } b = 2.$$

Vậy  $a^2 + b^2 = 13$ .

b) Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt[3]{x} - 1) - (x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} - 1 \right) = -\frac{1}{3}$ .

Để thấy hàm số liên tục khi  $x \neq 1$ . Hàm số liên tục tại  $x = 1$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -\frac{1}{3} = m + 1 \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}.$$

Vậy hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi  $m = -\frac{4}{3}$ .

## ĐỀ SỐ 11

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Họ và tên học sinh:..... Mã số học sinh:.....

## PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 3) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng  
**A.** 3. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 2:**  $\lim(2n + 3)$  bằng  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$  và  $\lim v_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng  
**A.** 5. **B.** 6. **C.** -1. **D.** 1.
- Câu 4:**  $\lim \frac{2}{n+3}$  bằng  
**A.** 0. **B.**  $+\infty$ . **C.** 2. **D.**  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 5:**  $\lim 3^n$  bằng  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$  và  $\lim v_n = 4$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng  
**A.** 12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** -1.
- Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 6$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng  
**A.** 4. **B.** -4. **C.** 12. **D.** -12.
- Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$  bằng  
**A.** 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.
- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng  
**A.** 3. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 0.
- Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)$  bằng  
**A.** 3. **B.** 1. **C.**  $+\infty$ . **D.**  $-\infty$ .
- Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4}$  bằng  
**A.** 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.** 0. **D.** 1.



- Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. -2.
- Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{x-1}{x-2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x=1$ .                      B.  $x=0$ .                      C.  $x=2$ .                      D.  $x=-1$ .
- Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x=1$ .                      B.  $x=0$ .                      C.  $x=3$ .                      D.  $x=2$ .
- Câu 16:** Cho hai đường thẳng  $d$ ,  $\Delta$  cắt nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $\Delta$ . Ảnh của  $d$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là
- A. một đường thẳng.      B. một điểm.                      C. một tia.                      D. một đoạn thẳng.
- Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$ .      B.  $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{AC}$ .      C.  $\overline{AB} + \overline{CB} = \overline{AC}$ .      D.  $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}$ .
- Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'}$  bằng
- A.  $\overline{BC'}$ .                      B.  $\overline{BD'}$ .                      C.  $\overline{BA'}$ .                      D.  $\overline{BD}$ .
- Câu 19:** Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không tùy ý, tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng
- A.  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      B.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      C.  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .      D.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .
- Câu 20:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Gọi hai véc-tơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
- A.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .                      B.  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .                      C.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ .                      D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ .
- Câu 21:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+4}$  bằng
- A. 3.                      B.  $-\frac{1}{4}$ .                      C.  $+\infty$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .
- Câu 22:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Tổng  $S$  của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng
- A. 2.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 5.
- Câu 23:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{3^n + 4^n}$  bằng
- A. 1.                      B. 4.                      C. 0.                      D.  $+\infty$ .
- Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x)$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 1.                      D. -1.
- Câu 25:**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1}$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B. -1.                      C. 2.                      D.  $-\infty$ .

- Câu 26:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} \right) = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $b - a$  bằng
- A. -1.                      B. 1.                      C. 6.                      D. 3.
- Câu 27:** Hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?
- A.  $(-2; 2)$ .                      B.  $(0; 2)$ .                      C.  $(-2; 0)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .
- Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là
- A.  $m = 4$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m = 5$ .                      D.  $m = 1$ .
- Câu 29:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ ?
- A.  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .                      B.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .                      C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .                      D.  $y = \frac{1}{x^2-1}$ .
- Câu 30:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = x + \cos x$ .                      B.  $y = x + \tan x$ .                      C.  $y = 2 + \cot x$ .                      D.  $y = \frac{1}{\cos x}$ .
- Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 32:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BC$  bằng
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 33:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 5$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  bằng
- A.  $\sqrt{19}$ .                      B. 7.                      C. 15.                      D.  $\frac{15}{2}$ .
- Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .                      B.  $\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ .  
C.  $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} - \vec{AD})$ .                      D.  $\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .
- Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .                      B.  $\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{AD} - \vec{BC}$ .  
C.  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .                      D.  $\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .

**PHẦN TỰ LUẬN**

**Câu 36:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - n} - 2n)$ .

- Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên cạnh  $AD$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\vec{AM} = -4\vec{DM}$  và trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $\vec{BN} = 4\vec{NC}$ . Chứng minh rằng ba vectơ  $\vec{AB}, \vec{DC}$  và  $\vec{MN}$  đồng phẳng.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

## PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 3) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

**A.** 3.**B.** -3.**C.** 1.**D.** 0.**Lời giải**

Ta có  $\lim(u_n - 3) = 0 \Rightarrow \lim u_n = 3$ .

**Câu 2:**  $\lim(2n + 3)$  bằng

**A.**  $+\infty$ .**B.**  $-\infty$ .**C.** 2.**D.** 3.**Lời giải**

Ta có  $\lim(2n + 3) = \lim n \left( 2 + \frac{3}{n} \right) = +\infty$ .

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$  và  $\lim v_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng

**A.** 5.**B.** 6.**C.** -1.**D.** 1.**Lời giải**

Ta có  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 3 + 2 = 5$ .

**Câu 4:**  $\lim \frac{2}{n+3}$  bằng

**A.** 0.**B.**  $+\infty$ .**C.** 2.**D.**  $\frac{2}{3}$ .**Lời giải**

Ta có  $\lim \frac{2}{n+3} = \lim \frac{\frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = \frac{0}{1} = 0$ .

**Câu 5:**  $\lim 3^n$  bằng

**A.**  $+\infty$ .**B.**  $-\infty$ .**C.** 3.**D.** 0.**Lời giải**

Vì  $3 > 1$  nên  $\lim 3^n = +\infty$ .

**Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$  và  $\lim v_n = 4$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

**A.** 12.**B.** 7.**C.** 1.**D.** -1.**Lời giải**

$\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n = 3 \cdot 4 = 12$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 6$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng

**A.** 4.**B.** -4.**C.** 12.**D.** -12.**Lời giải**

$\lim(u_n - 2) = \lim u_n - 2 = 6 - 2 = 4$ .

**Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$  bằng

**A.** 5.**B.** 6.**C.** 1.**D.** -1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 - 2 = 1.$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

**A.** 3.**B.** 1.**C.** 6.**D.** 0.

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .

**Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)$  bằng

**A.** 3.**B.** 1.**C.**  $+\infty$ .**D.**  $-\infty$ .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1.$$

**Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x + 4}$  bằng

**A.** 5.**B.** 4.**C.** 2.**D.** 3.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x + 4} = \sqrt{5 + 4} = 3.$$

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

**A.**  $+\infty$ .**B.**  $-\infty$ .**C.** 0.**D.** 1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty.$$

**Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

**A.**  $+\infty$ .**B.**  $-\infty$ .**C.** 2.**D.** -2.

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3 < 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$  nên theo tính chất ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty$ .

**Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{x-1}{x-2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

**A.**  $x = 1$ .**B.**  $x = 0$ .**C.**  $x = 2$ .**D.**  $x = -1$ .

Lời giải

Hàm số đã cho không xác định tại  $x = 2$  nên gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

**A.**  $x = 1$ .**B.**  $x = 0$ .**C.**  $x = 3$ .**D.**  $x = 2$ .

Lời giải

Hàm số đã cho luôn xác định tại  $x = 0$  nên liên tục tại  $x = 0$ .

**Câu 16:** Cho hai đường thẳng  $d$ ,  $\Delta$  cắt nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $\Delta$ . Ảnh của  $d$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là

**A.** một đường thẳng.**B.** một điểm.**C.** một tia.**D.** một đoạn thẳng.

Lời giải

Vì  $d, \Delta$  cắt nhau nên ảnh của  $d$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là một đường thẳng.

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

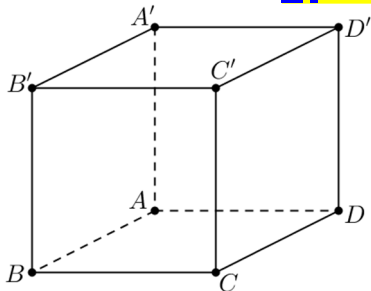
- A.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .      **C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .

Lời giải

Theo qui tắc ba điểm ta có  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$  bằng

- A.**  $\overrightarrow{BC'}$ .      **B.**  $\overrightarrow{BD'}$ .      **C.**  $\overrightarrow{BA'}$ .      **D.**  $\overrightarrow{BD}$ .



Lời giải

Theo qui tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .

**Câu 19:** Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không tùy ý, tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      **B.**  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      **C.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .      **D.**  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .

Lời giải

Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không, ta có  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Câu 20:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Gọi hai véc-tơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .      **B.**  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .      **C.**  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ .      **D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ .

Lời giải

Vì hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc nên hai véc-tơ chỉ phương của chúng cũng vuông góc với nhau nên ta có

$$+ \vec{u} \perp \vec{v} \text{ hay } (\vec{u}; \vec{v}) = 90^\circ. \text{ Do đó } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 0, \text{ suy ra } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$$

**Câu 21:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+4}$  bằng

- A.** 3.      **B.**  $-\frac{1}{4}$ .      **C.**  $+\infty$ . **D.**  $\frac{3}{4}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{4}{n}} = 3.$$

**Câu 22:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Tổng  $S$  của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A.** 2.      **B.** 4.      **C.** 3.      **D.** 5.

Lời giải

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn trên là  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3$ .

**Câu 23:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{3^n + 4^n}$  bằng

A. 1.                      **B. 4.**                      C. 0.                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{3^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4 \cdot 4^n}{3^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 4}{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 1} = 4.$$

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x)$  bằng

A.  $+\infty$ .                      **B.  $-\infty$ .**                      C. 1.                      D. -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{2}{x^2}\right).$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{x^2}\right) = 1 > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{2}{x^2}\right) = -\infty.$$

**Câu 25:**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1}$  bằng

A.  $+\infty$ .                      B. -1.                      C. 2.                      **D.  $-\infty$ .**

**Lời giải**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+1) = 3 > 0; \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0 \text{ và khi } x \rightarrow 1^- \text{ thì } x < 1 \text{ nên } x-1 < 0.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$$

**Câu 26:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-1}{x^2+x-2}\right) = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $b-a$  bằng

A. -1.                      **B. 1.**                      C. 6.                      D. 3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-1}{x^2+x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{Vậy } b-a = 3-2 = 1.$$

**Câu 27:** Hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^2-3x+2}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; 2)$ .                      B.  $(0; 2)$ .                      **C.  $(-2; 0)$ .**                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^2-3x+2}$  là hàm phân thức hữu tỷ, xác định trên các khoảng  $(-\infty; 1)$ ,  $(1; 2)$  và  $(2; +\infty)$  nên nó liên tục trên khoảng này.

Do đó, hàm số đã cho liên tục trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là

A.  $m = 4$ .                      B.  $m = 2$ .                      **C.  $m = 5$ .**                      D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $f(2) = m$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x+3) = 5.$$

Để hàm số liên tục tại  $x = 2$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = 5$ .

**Câu 29:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0;3)$ ?

**A.**  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .

B.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .

C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{1}{x^2-1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x-2}{x+2}$  xác định trên khoảng  $(0;3)$  nên liên tục trên  $(0;3)$ .

Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$  gián đoạn tại  $x = 2 \in (0;3)$  nên không liên tục trên  $(0;3)$ .

Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  gián đoạn tại  $x = 1 \in (0;3)$  nên không liên tục trên  $(0;3)$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{x^2-1}$  gián đoạn tại  $x = 1 \in (0;3)$  nên không liên tục trên  $(0;3)$ .

**Câu 30:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $y = x + \cos x$ .

B.  $y = x + \tan x$ .

C.  $y = 2 + \cot x$ .

D.  $y = \frac{1}{\cos x}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = x + \cos x$  xác định trên  $\mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = x + \tan x$  gián đoạn tại các điểm  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Hàm số  $y = 2 + \cot x$  gián đoạn tại các điểm  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$  gián đoạn tại các điểm  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng

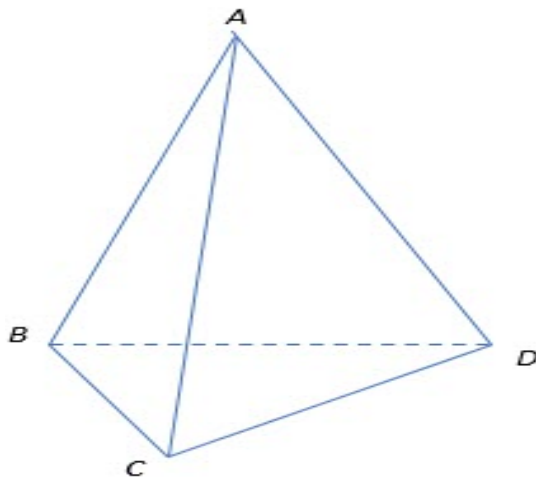
**A.**  $90^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có

$$\begin{aligned}\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})}{AB \cdot CD} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot CD} \\ &= \frac{AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} - AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}}{AB \cdot CD} = 0.\end{aligned}$$

Vậy  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$  hay góc giữa  $(AB, CD)$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BC$  bằng

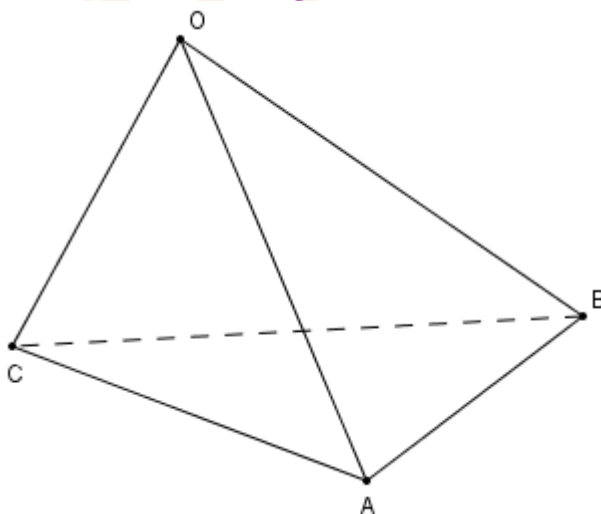
**A.**  $60^\circ$ .

**B.**  $120^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Do  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$  nên các tam giác  $OAB$ ,  $OAC$ ,  $OBC$  là các tam giác vuông cân bằng nhau, suy ra  $AB = BC = CA$ .

Do đó, tam giác  $ABC$  là tam giác đều.

Vậy góc giữa  $AC$  và  $BC$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 33:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 5$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  bằng

**A.**  $\sqrt{19}$ .

**B.**  $7$ .

**C.**  $15$ .

**D.**  $\frac{15}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } |\vec{u} - \vec{v}|^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$$



$$= 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ = 49$$

$$\Rightarrow |\vec{u} - \vec{v}| = 7.$$

**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

**B.**  $\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ .

**C.**  $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} - \vec{AD})$ .

**D.**  $\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

**Lời giải**

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  nên ta có  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$   
 $\Rightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .

**B.**

$\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{AD} - \vec{BC}$ .

**C.**  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .

**D.**

$\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\vec{AC} + \vec{BD} = (\vec{AD} + \vec{DC}) + (\vec{BC} + \vec{CD}) = \vec{AD} + \vec{BC}$ .

**PHẦN TỰ LUẬN**

**Câu 36:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - n} - 2n)$ .

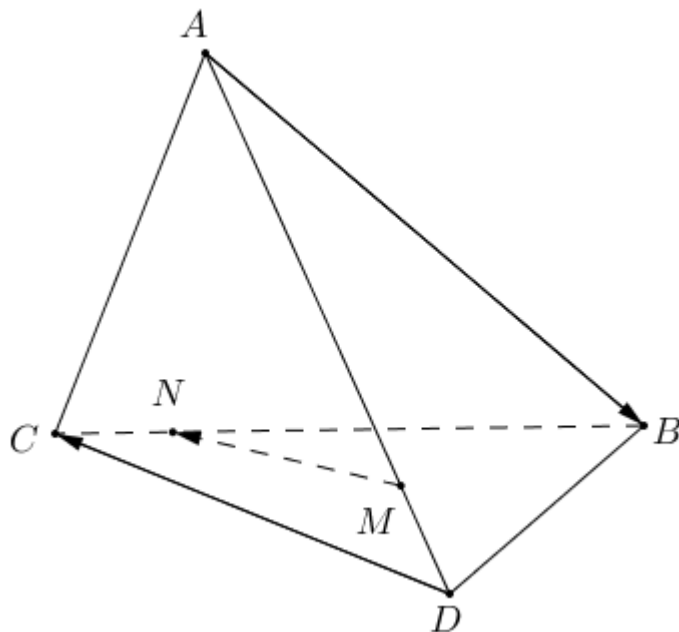
**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - n} - 2n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - n - (2n)^2}{\sqrt{4n^2 - n} + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n}{\sqrt{4n^2 - n} + 2n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt{4 - \frac{1}{n}} + 2} = -\frac{1}{4}.$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên cạnh  $AD$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\vec{AM} = -4\vec{DM}$  và trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $\vec{BN} = 4\vec{NC}$ . Chứng minh rằng ba vectơ  $\vec{AB}, \vec{DC}$  và  $\vec{MN}$  đồng phẳng.

**Lời giải**



Theo giả thiết:  $\overrightarrow{AM} = -4\overrightarrow{DM} \Rightarrow \overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{DM} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{NC} \Rightarrow \overrightarrow{NB} + 4\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ .

Từ đó, ta có  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}$ ;

Và  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}$ . Suy ra  $4\overrightarrow{DC} = 4\overrightarrow{DM} + 4\overrightarrow{MN} + 4\overrightarrow{NC}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{DM}) + 5\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{NB} + 4\overrightarrow{NC})$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{DC} = 5\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{DC}}$$

Vậy  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$  và  $\overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.

### Câu 38:

a) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} \right) = -\frac{1}{4}$ .

b) Chứng minh phương trình  $\cos^5 x + \cos x - 1 = 0$  có ít nhất một nghiệm.

#### Lời giải

a) Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} \right) = -\frac{1}{4}$  là số hữu hạn nên  $x = 2$  phải là nghiệm của tam thức

$$x^2 + ax + b. \text{ Do đó, ta có } \boxed{b = -2a - 4}.$$

$$\text{Khi đó } x^2 + ax + b = (x - 2)(x + a + 2).$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + a + 2}{x + 2} = \frac{4 + a}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = -5 \Rightarrow b = 6.$$

Vậy  $a = -5; b = 6$  là các giá trị cần tìm.

b) Đặt  $\cos x = t (-1 \leq t \leq 1)$ , phương trình đã cho trở thành  $t^5 + t - 1 = 0$  (\*)

Hàm số  $f(t) = t^5 + t - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } f(1) = 1, f(-1) = -3.$$

Do  $f(1) \cdot f(-1) = -3 < 0$ , suy ra phương trình (\*) có ít nhất một nghiệm thuộc  $(-1; 1)$

Vậy phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm.

-----HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	A	A	A	A	A	C	A	B	D	B	B	C	B	A	A	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	A	C	B	B	D	B	C	C	A	A	A	B	A	C	A	C	



C.  $(h_n)$  với  $h_n = 3^n$ . D.  $(u_n)$  với  $u_n = n^3 + 2n - 3$ .

**Câu 13.** Trong các dãy số dưới đây, dãy số có giới hạn khác không là

A.  $\left((-0,98)^n\right)$ . B.  $\left((1,01)^n\right)$ . C.  $\left((-0,99)^n\right)$ . D.  $\left((0,99)^n\right)$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  là

A.  $90^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $120^\circ$ .

**Câu 15.** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

(I):  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) > 0$  thì tồn tại ít nhất một số  $c \in (a; b)$  sao cho  $f(c) = 0$ .

(II):  $f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $(a; c]$  và trên nửa khoảng  $[c; b)$  nhưng không liên tục trên khoảng  $(a; b)$ .

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I) và (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) sai.

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$ .

B.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$ .

C.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

D.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ .

**Câu 17.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. 1. C.  $-\infty$ .

D. 0.

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $CD$  là

A.  $45^\circ$ .

B.  $90^\circ$ . C.  $30^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Câu 19.** Biết  $\lim u_n = 2$ . Mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là

A.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{2}$ .

B.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{2}{7}$ .

C.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{3}{8}$ .

D.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{4}$ .

**Câu 20.** Biết hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 3b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $a, b$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A.  $a \leq -3b$ .

B.  $a < -3b$ .

C.  $a \geq -3b$ .

D.  $a > -3b$ .

**Câu 21.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2} \right)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 3.

C.  $-\infty$ .

D.  $+\infty$ .

**Câu 22.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Ba véc tơ nào sau đây đồng phẳng

A.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

B.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ .

C.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ .

D.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ .

**Câu 23.** Hàm số nào sau đây liên tục trên khoảng  $(0; 2)$ ?

A.  $y = \frac{x+3}{x^2-1}$ .

B.  $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ .

C.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{1}{x^2}$ .

**Câu 24.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$ , biết  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 7$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$  bằng:

A. 10.

B. 4.

C. -4.

D. -10.

**Câu 25.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1}{(x-4)^2}$  bằng



b) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} & \text{khi } x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3}m^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

## BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.A	5.B	6.D	7.A	8.C	9.C	10.D
11.C	12.A	13.B	14.A	15.D	16.C	17.C	18.D	19.A	20.D
21.D	22.B	23.D	24.B	25.C	26.C	27.B	28.C	29.A	30.C
31.D	32.C	33.B	34.A	35.D	1	2	3		

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x \neq 3 \\ 2m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 3$  khi  $m$  bằng

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 6.

**D.** -3.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6$  và  $f(3) = 2m$ .

Hàm số liên tục tại  $x = 3$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 6 = 2m \Leftrightarrow m = 3$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** Hàm số không liên tục trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**B.** Hàm số không liên tục tại  $x_0 = -1$ .

**C.** Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số liên tục tại  $x_0 = -1$ .

**Lời giải**

**\*Tự luận**

Khi  $x > -1$ ,  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1}$ , hàm số xác định trên  $(-1; +\infty)$  nên liên tục trên  $(-1; +\infty)$ .

Khi  $x < -1$ ,  $f(x) = 2x+3$ , hàm số xác định trên  $(-\infty; -1)$  nên liên tục trên  $(-\infty; -1)$ .

Do vậy hàm số đã cho liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

Xét tính liên tục của hàm số tại  $x_0 = -1$ :

$$+) \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - (x+2)}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-2}{x - \sqrt{x+2}} = \frac{3}{2}.$$

$$+) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2x+3) = 1.$$

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$  do đó không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ .

Vậy hàm số cho không liên tục tại  $x_0 = -1$ .

**\*Trắc nghiệm**

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ . Do đó loại phương án A

Nếu phương án D đúng, thì phương án C cũng đúng. Do đó loại C, D

Vậy phương án đúng là **B**

**Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{4n^2 + n + 3}{an^2 + 6}$ . Để  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2 thì giá trị của  $a$  là



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Với  $a=0$  thì  $u_n = \frac{4n^2 + n + 3}{an^2 + 6} = \frac{4n^2 + n + 3}{6}$ . Suy ra  $\lim \frac{4n^2 + n + 3}{6} = +\infty$ . Nên  $a \neq 0$ .

Khi đó theo bài ra  $\lim u_n = 2 \Rightarrow 2 = \lim \frac{4n^2 + n + 3}{an^2 + 6} = \lim \frac{4 + \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2}}{a + \frac{6}{n^2}} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = 2$ .

Câu 4.  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x+5}$  bằng

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

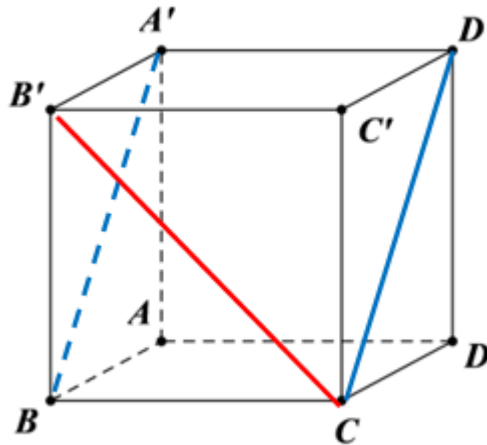
Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x+5} = \sqrt{4+5} = 3$ .

Câu 5. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $B'C$  là

A.  $30^\circ$ .B.  $60^\circ$ .C.  $45^\circ$ .D.  $90^\circ$ .

Lời giải



Ta có  $(A'B, B'C) = (D'C, B'C) = \widehat{B'CD'} = 60^\circ$  (vì tam giác  $B'CD'$  đều).

Câu 6. Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Do  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$  suy ra  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$

Câu 7. Cho hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x).g(x)]$  bằng

A.  $+\infty$ .B.  $-\infty$ .

C. 2.

D. -2

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x).g(x)] = +\infty$ .

Câu 8. Cấp số nhân lùi vô hạn  $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \dots; \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$  có tổng là một phân số tối giản  $\frac{m}{n}$ . Khi đó

$m.n$  bằng

A. 0.

B. 5.

C. 6.

D. 2

Lời giải

Ta thấy cấp số nhân trên có  $u_1 = 1$ ; công bội  $q = -\frac{1}{2}$

$$\text{Suy ra } S = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{8}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{3}$$

Vậy  $m = 2; n = 3$  và  $m.n = 6$ .

**Câu 9.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC}$ .  
 B.  $\overline{AD} + \overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AB'}$ .  
 C.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .  
 D.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AD'}$ .

**Lời giải**

Theo tính chất hình hộp:  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .

**Câu 10.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 10}{x^3 + 6} = a$  và  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{25 - x^2} = b$ . Khi đó  $S = a + b$  bằng

- A.  $S = \frac{1}{5}$ .  
 B.  $S = 2$ .  
 C.  $S = \frac{1}{10}$ .  
 D.  $S = \frac{21}{10}$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 10}{x^3 + 6} = 2 \rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{25 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(x+5)(x+6)}{(5-x)(5+x)} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+6}{5-x} = \frac{1}{10} \rightarrow b = \frac{1}{10}$$

$$\text{Nên } S = a + b = 2 + \frac{1}{10} = \frac{21}{10}.$$

**Câu 11.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3, \lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim(3u_n - v_n)$  bằng

- A. -14.  
 B. 12.  
 C. 18.  
 D. 8.

**Lời giải**

Theo tính chất giới hạn hữu hạn ta có:

$$\lim(3u_n - v_n) = \lim 3u_n - \lim v_n = 3 \cdot (-3) - 5 = -14.$$

**Câu 12.** Trong các dãy số sau, dãy số có giới hạn hữu hạn là

- A.  $(w_n)$  với  $w_n = \frac{n^3 + 2}{n^3 - 2n + 1}$ .  
 B.  $(v_n)$  với  $v_n = \frac{n^3 + 2}{n}$ .  
 C.  $(h_n)$  với  $h_n = 3^n$ .  
 D.  $(u_n)$  với  $u_n = n^3 + 2n - 3$ .

**Lời giải**

$$\text{Xét } \lim w_n = \lim \frac{n^3 + 2}{n^3 - 2n + 1} = \lim \frac{1 + \frac{2}{n^3}}{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}} = 1. \text{ Suy ra } (w_n) \text{ có giới hạn hữu hạn.}$$

**Câu 13.** Trong các dãy số dưới đây, dãy số có giới hạn khác không là

- A.  $((-0,98)^n)$ .  
 B.  $((1,01)^n)$ .  
 C.  $((-0,99)^n)$ .  
 D.  $((0,99)^n)$ .

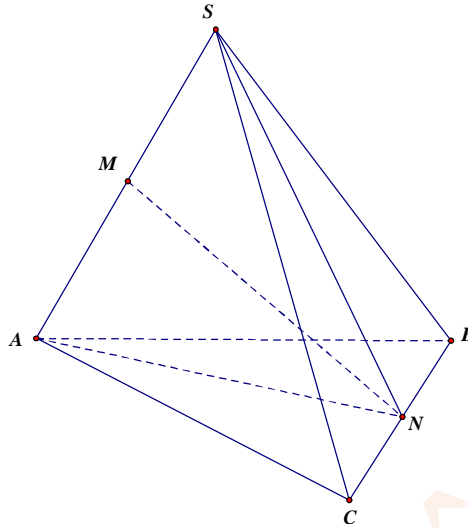
**Lời giải**

Vì  $1,01 > 1$  nên  $\lim(1,01)^n = +\infty$ . (Các dãy số còn lại đều có  $|q| < 1$  nên đều có giới hạn bằng 0).

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  là

- A.  $90^\circ$ .  
 B.  $45^\circ$ .  
 C.  $60^\circ$ .  
 D.  $120^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$   
 $\Rightarrow \Delta SAC = \Delta SAB$  (c.g.c)  $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$  cân tại A  
 $\Rightarrow AN \perp BC$  (1).

$SB = SC \Rightarrow \Delta BSC$  cân tại S  $\Rightarrow SN \perp BC$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $BC \perp (SAN) \Rightarrow BC \perp MN \Rightarrow (MN; BC) = 90^\circ$ .

**Câu 15.** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

(I):  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì tồn tại ít nhất một số  $c \in (a; b)$  sao cho  $f(c) = 0$ .

(II):  $f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $(a; c]$  và trên nửa khoảng  $[c; b)$  nhưng không liên tục trên khoảng  $(a; b)$ .

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I) và (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) sai.

Lời giải

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

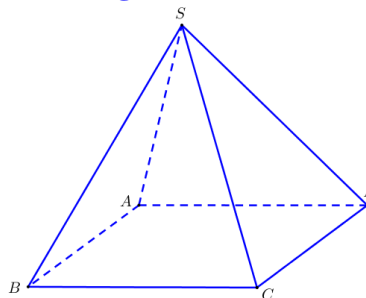
A.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$ .

B.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$ .

C.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

D.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ .

Lời giải



Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

Khi đó  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + \vec{0} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

Vậy C là khẳng định **đúng**.

**Câu 17.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. 1. C.  $-\infty$ .

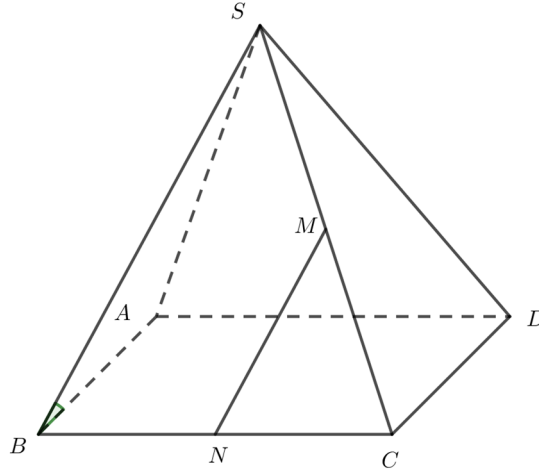
D. 0.

## Lời giải

♦ Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $CD$  là  
**A.**  $45^\circ$ .      **B.**  $90^\circ$ .   **C.**  $30^\circ$ .      **D.**  $60^\circ$ .

## Lời giải



♦ Từ giả thiết ta có:  $MN \parallel SB$  (do  $MN$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$ ). Mà  $CD \parallel AB$   
 $\Rightarrow (MN, CD) = (SB, AB)$ .

♦ Mặt khác do hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  nên  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (MN, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 19.** Biết  $\lim u_n = 2$ . Mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là

**A.**  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{2}{7}$ .      **C.**  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{3}{8}$ .      **D.**  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{4}$ .

## Lời giải

Do  $\lim u_n = 2$  nên  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{2+2}{2 \cdot 2 + 4} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 20.** Biết hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 3b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $a, b$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

**A.**  $a \leq -3b$ .      **B.**  $a < -3b$ .      **C.**  $a \geq -3b$ .      **D.**  $a > -3b$ .

## Lời giải

Do hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 3b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên phương trình  $x^2 + a + 3b = 0$  vô nghiệm

$\Leftrightarrow x^2 = -a - 3b$  vô nghiệm. Khi đó  $-a - 3b < 0 \Leftrightarrow a > -3b$

**Câu 21.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2} \right)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 3.

C.  $-\infty$ .

**D.  $+\infty$ .**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 1) = 3 > 0$  (1).

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 - 5x + 2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2(x-2) \left( x - \frac{1}{2} \right) = 0$  (2).

Mà  $2(x-2) \left( x - \frac{1}{2} \right) > 0, \forall x > 2$  (3).

Từ (1),(2),(3)  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2} \right) = +\infty$ .

**Câu 22.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Ba véc tơ nào sau đây đồng phẳng

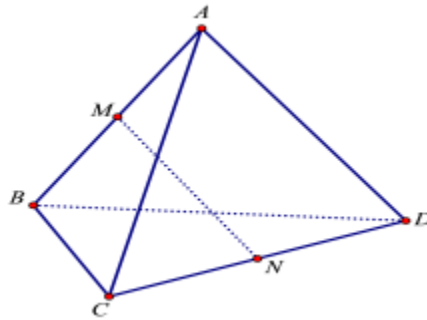
A.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

**B.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ .**

C.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ .

D.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$  (1)

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$  (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) ta được:  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN}$  (3)

Mà  $M$  là trung điểm  $AB$  nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$  (4)

$N$  là trung điểm  $CD$  nên  $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}$  (5)

Thay (4),(5) vào (3) ta được:  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$  suy ra  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$  đồng phẳng.

**Câu 23.** Hàm số nào sau đây liên tục trên khoảng  $(0; 2)$ ?

A.  $y = \frac{x+3}{x^2-1}$ .

B.  $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ .

C.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .

**D.  $y = \frac{1}{x^2}$ .**

**Lời giải**

Ta biết rằng: Hàm phân thức liên tục trên từng khoảng xác định của nó.

Hàm số  $y = \frac{x+3}{x^2-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$  nên không liên tục trên  $(0; 2)$ .

Hàm số  $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ ,  $y = \frac{x+3}{x-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên không liên tục trên  $(0; 2)$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  nên liên tục trên từng khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ , do đó hàm số liên tục trên  $(0; 2)$ .

**Câu 24.** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$ , biết  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 7$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$  bằng:

A. 10.

**B. 4.**

C. -4.

D. -10.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = -3 + 7 = 4$ .

**Câu 25.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1}{(x-4)^2}$  bằng

A. 0.

B.  $-\infty$ .

**C.  $+\infty$ .**

D. 9.

**Lời giải**

Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow 4} (2x+1) = 9 > 0.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 4} (x-4)^2 = 0, (x-4)^2 > 0 \text{ với mọi } x \neq 4.$$

$$\text{Suy ra: } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1}{(x-4)^2} = +\infty.$$

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{khi } x < -1 \\ x^2-1 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ . Khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau là

A.  $f(x)$  liên tục trên  $(-\infty; -1]$ .

B.  $f(x)$  liên tục trên

$\mathbb{R}$ .

**C.  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .**

D.  $f(x)$  liên tục tại

$x = -1$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$+ f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2 - 1) = 0.$$

$$\Rightarrow f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x).$$

+ Với  $x > -1$  ta có  $f(x) = x^2 - 1$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\Rightarrow f(x) \text{ liên tục trên } (-1; +\infty).$$

Vậy  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .

**Câu 27.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

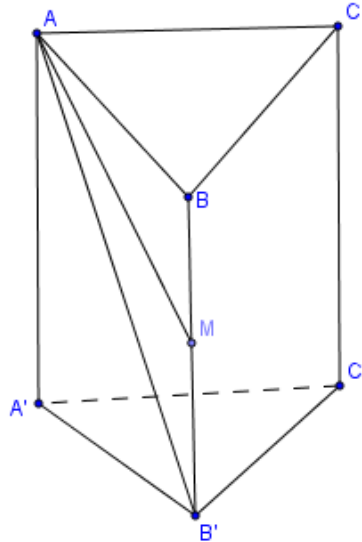
A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ .

**B.  $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .**

C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ .

D.  $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**



Ta có :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB'} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}) = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

**Câu 28.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$ . Góc giữa đường thẳng  $AO$  và  $BD$  bằng

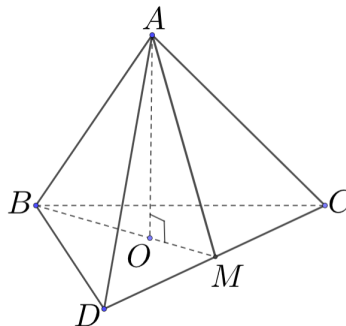
A.  $30^\circ$ .

B.  $0^\circ$ .

**C.  $90^\circ$ .**

D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$ , vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên  $\triangle ACD, \triangle BCD$  là các tam giác đều.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABM)$$

$$\text{Mà } AO \subset (ABM) \Rightarrow AO \perp CD$$

Do đó góc giữa  $AO$  và  $CD$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 29.**  $\lim_{x \rightarrow 5} (4x^2 + 1)$  bằng

**A.** 101.

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 100.

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta thấy :  $\lim_{x \rightarrow 5} (4x^2 + 1) = 4.25 + 1 = 101$

**Câu 30.** Cho 2 dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  biết  $\lim u_n = -5, \lim v_n = 0$  và dấu  $v_n < 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

**A.**  $-5$ .

**B.** 0.

**C.**  $+\infty$ .

**D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

Ta thấy : Xét  $\lim \frac{u_n}{v_n}$ , ta thấy  $\lim u_n = -5, \lim v_n = 0$  mà dấu  $v_n < 0$

Nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$

**Câu 31.** Hình biểu diễn của hình chữ nhật trong không gian không thể là hình nào trong các hình sau:

**A.** Hình bình hành.

**B.** Hình thoi.

**C.** Hình chữ nhật.

**D.** Hình thang.

**Lời giải**

Trong không gian hình biểu diễn của hình chữ nhật phải là một hình bình hành nên hình thang không thể là hình biểu diễn của hình chữ nhật.

**Câu 32.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Khi đó  $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$  bằng

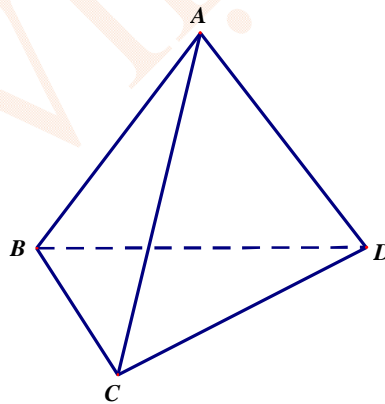
**A.**  $\frac{a^2}{2}$ .

**B.**  $-a^2$ .

**C.** 0.

**D.**  $a^2$ .

**Lời giải**



Ta có  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = (\overline{CB} - \overline{CA}) \cdot \overline{CD} = \overline{CB} \cdot \overline{CD} - \overline{CA} \cdot \overline{CD}$

$$= CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} a^2 = 0$$

**Câu 33.** Khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau là

**A.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $|q| > 1$ .

**B.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$ .

**C.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q < 1$ .

**D.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $|q| < 1$ .

**Lời giải**

**Câu 34.**  $\lim \frac{2^{2n} + 4}{3 \cdot 4^n}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.** 0.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 1.



## Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{2^{2n} + 4}{3 \cdot 4^n} = \lim \frac{4^n + 4}{3 \cdot 4^n} = \lim \frac{1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 35.** Giới hạn  $\lim \frac{1}{n^{2021}}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C. 1.

**D. 0.**

## Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{1}{n^{2021}} = 0.$$

## PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 1.** Tính giới hạn của dãy số sau  $\lim \frac{4^{2n} + 3 \cdot 2^{n+1}}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n}$

## Lời giải

$$\lim \frac{4^{2n} + 3 \cdot 2^{n+1}}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n} = \lim \frac{16^n + 6 \cdot 2^n}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n} = \lim \frac{1 + 6 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^n}{5 + 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{1}{5}$$

**Câu 2.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ . Xét hai vectơ  $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{x}, \vec{y}$ . Tính cosin của góc  $\alpha$ .

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} \Rightarrow |\vec{x}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 4^2 - 4 \cdot 10 + 4 \cdot 3^2 = 12. \text{ Suy ra: } |\vec{x}| = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có: } \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow |\vec{y}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 4^2 - 2 \cdot 10 + 3^2 = 5. \text{ Suy ra: } |\vec{y}| = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy: } \cos \alpha = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|} = \frac{(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{|\vec{a}|^2 - 3\vec{a} \cdot \vec{b} + 2|\vec{b}|^2}{2\sqrt{15}} = \frac{4^2 - 3 \cdot 10 + 2 \cdot 3^2}{2\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{15}}{15}.$$

**Câu 3.** a) Tính giới hạn của hàm số sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1}$

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x})(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 2 - x^2 - 3x}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x}} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1} = -\frac{1}{4}$$

b) (0.75 điểm) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-\sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4}-2} & \text{khi } x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3}m^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x=0$ .

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3-\sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4}-2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(3-\sqrt{x+9})(3+\sqrt{x+9})(\sqrt{2x+4}+2)}{(\sqrt{2x+4}-2)(\sqrt{2x+4}+2)(3+\sqrt{x+9})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x(\sqrt{2x+4}+2)}{2x(3+\sqrt{x+9})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(\sqrt{2x+4}+2)}{2(3+\sqrt{x+9})} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( 5x - \frac{1}{3}m^2 \right) = -\frac{1}{3}m^2$$

$$f(0) = -\frac{1}{3}m^2$$

Hàm số liên tục tại  $x=0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3}m^2 = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy với  $\begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$  thì hàm số liên tục tại  $x=0$ .

## ĐỀ SỐ 13

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## PHẦN I: ĐỀ BÀI

## A. PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (35 CÂU, 7 ĐIỂM)

**Câu 1.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và công bội  $q = 3$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{20}$  bằng

A.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} + 1)$ .      B.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} - 1)$ .      C.  $S = \frac{5}{2}(3^{21} - 1)$ .      D.  $S = \frac{5}{2}(1 - 3^{20})$ .

**Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $u_6 = -96$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân là

A.  $q = -2$ .      B.  $q = \sqrt{2}$ .      C.  $q = 4$ .      D.  $q = 2$ .

**Câu 3.** Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

A.  $u_n = u_1 + nd$ .      B.  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .      C.  $u_n = u_1 + (n+1)d$ .      D.  $u_n = u_1 - (n-1)d$ .

**Câu 4.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n+1}$  bằng

A. 2.      B.  $+\infty$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

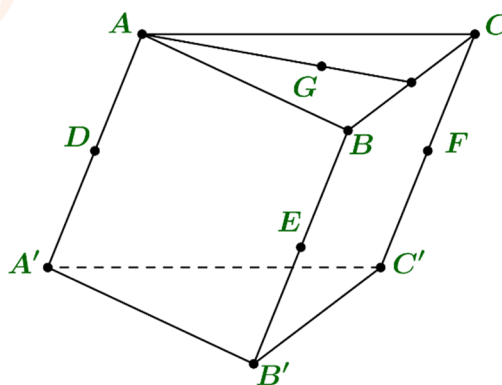
**Câu 5.** Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

A.  $u_n = u_1 q^n$ .      B.  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .      C.  $u_n = u_1 + (n-1)q$ .      D.  $u_n = u_1 + q^{n-1}$ .

**Câu 6.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = n^2 + 1$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $(u_n)$  là dãy giảm.      B.  $(u_n)$  là dãy không tăng không giảm.  
C.  $(u_n)$  là dãy tăng.      D.  $u_1 = 4$ .

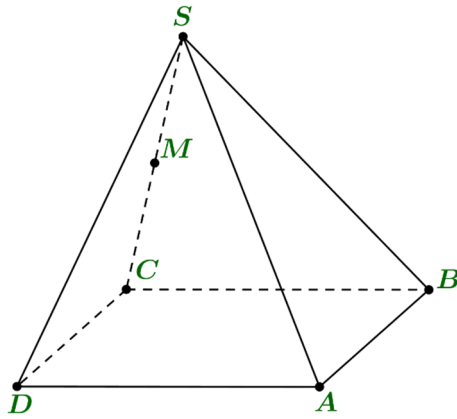
**Câu 7.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , (như hình vẽ).



Lấy các điểm  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AA', BB', CC'$  và điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $(DB'F) \parallel (GEC)$ .      B.  $(DB'F) \parallel (AEC)$ .      C.  $(DB'F) \parallel (AEG)$ .      D.  $(DB'F) \parallel (ABC)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành, gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  (như hình vẽ).



Giao tuyến của mặt phẳng  $(MAD)$  và  $(SBC)$  là

- A. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .
- B. đường thẳng  $DM$ .
- C. đường thẳng  $AM$ .
- D. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $CD$ .

**Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -1, u_6 = 39$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là

- A.  $d = 8$ .
- B.  $d = 10$ .
- C.  $d = 6$ .
- D.  $d = \frac{20}{3}$ .

**Câu 10.** Cho đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song với nhau. Các mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  tương ứng đi qua  $d$  và  $d'$  đồng thời cắt nhau theo giao tuyến  $a$  thì :

- A. Đường thẳng  $a$  song song với cả hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ .
- B. Đường thẳng  $a$  trùng với đường thẳng  $d$ .
- C. Đường thẳng  $a$  hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  hoặc  $d'$ .
- D. Đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $d$ .

**Câu 11.** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân ?

- A.  $1; 1; 1; 1; 1$ .
- B.  $1; 2; 4; 8; 16$ .
- C.  $1; 3; 5; 7; 9$ .
- D.  $1; -1; 1; -1; 1$ .

**Câu 12.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với mọi đường thẳng nằm trong  $(Q)$ .
- C. Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với  $(Q)$ .
- D. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau.

**Câu 13.** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \sqrt{n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $(u_n)$  là dãy số bị chặn dưới.
- B.  $(u_n)$  là dãy số tăng.
- C. 5 số hạng đầu của dãy là:  $1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{6}$ .
- D. Số hạng  $u_1 = \sqrt{2}$ .

**Câu 14.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau

A.  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2.$

B.  $u_k = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2.$

C.  $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}, k \geq 2.$

D.  $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2.$

**Câu 15.** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

A. 8.

B.  $\frac{8}{3}.$

C.  $+\infty.$

D. 2.

**Câu 16.**  $\lim(2n-1)$  bằng

A. -1.

B.  $-\infty.$

C. 1.

D.  $+\infty.$

**Câu 17.** Cho cấp số nhân  $3; a; 75$ . Giá trị của  $a$  là:

A.  $a = \pm 15.$

B. 125.

C.  $\pm \frac{1}{5}.$

D. 5.

**Câu 18.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Công thức nào sau đây đúng

A.  $\frac{(u_1 + u_{n+1})n}{2}.$

B.  $\frac{(u_1 + u_n)n}{2}.$

C.  $\frac{(u_1 - u_n)n}{2}.$

D.  $\frac{(u_1 + u_n)(n-1)}{2}.$

**Câu 19.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  bằng

A. -10.

B. 0.

C. 5.

D. -5.

**Câu 20.** Cho dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng.

A.  $-\infty.$

B.  $+\infty.$

C. 0.

D. 2.

**Câu 21.** Cho cấp số cộng:  $5; 3; 1; -1; -3$ . Công sai của cấp số cộng này là

A. 1.

B. -2.

C. 4.

D. 2.

**Câu 22.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 4$ , số hạng thứ mười của cấp số cộng là

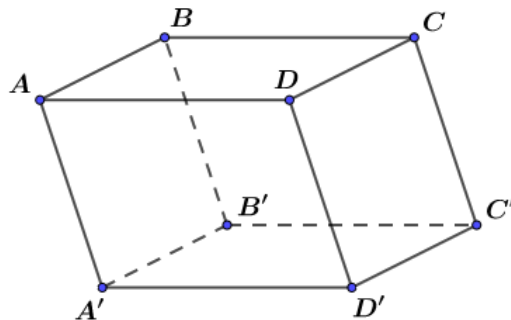
A.  $u_{10} = 38.$

B.  $u_{10} = 34.$

C.  $u_{10} = 15.$

D.  $u_{10} = 42.$

**Câu 23.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



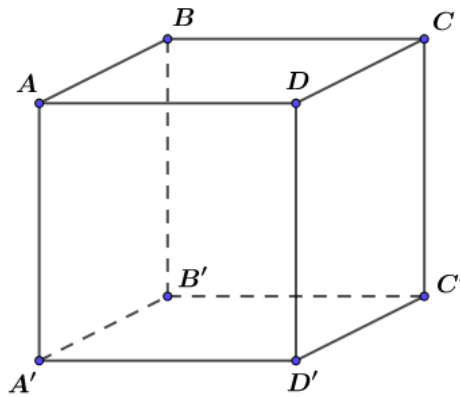
A.  $(BC'D).$

B.  $(BCA').$

C.  $(BDA').$

D.  $(A'C'C).$

**Câu 24.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh  $AA', BB', CC', DD'$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Hỏi tứ giác  $MNPQ$  là hình gì ?



- A. Hình chữ nhật.      B. Hình bình hành.      C. Hình vuông.      D. Hình Thang Cân.

**Câu 25.** Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.  
 B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 C. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
 D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**Câu 26.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ ba của dãy số bằng

- A.  $u_3 = 1$ .      B.  $u_3 = 3$ .      C.  $u_3 = 2$ .      D.  $u_3 = -1$ .

Ta có:  $u_2 = u_1 - 2 = 3 - 2 = 1$ ;  $u_3 = u_2 - 2 = 1 - 2 = -1$ .

**Câu 27.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 1; 1; 1; 1; 1.      B. -1; 1; 2; 3; 4.      C. 1; 2; 4; 8; 16.      D. 1; 3; 6; 10; 15.

**Câu 28.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0, \forall n$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A. 0.      B. -3.      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

**Câu 29.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = -\infty$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C. 0.      D. -2.

**Câu 30.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{2}{n+1}$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.  
 B. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.  
 C. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn trên và không bị chặn dưới.  
 D. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.

**Câu 31.**  $\lim \frac{2^n + 7^n}{10 - 2 \cdot 7^n}$  bằng.

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C. 0.      D. -1.

**Câu 32.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng  $b$  đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .
- B.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có vô số mặt phẳng qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .
- C.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .
- D.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Câu 33.** Cho một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Qua  $A$  có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng song song với  $(P)$ ?

- A.** Vô số.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện của mặt phẳng  $(\alpha)$  với hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

- A.** Hình ngũ giác.              **B.** Tam giác.              **C.** Hình thang.              **D.** Hình bình hành.

**Câu 35.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được cho bởi công thức  $u_n = 2n + 1$ . Giá trị của  $u_3$  là:

- A.** 5.                      **B.** 3.                      **C.** 1.                      **D.** 7.

**Câu 35.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được cho bởi công thức  $u_n = 2n + 1$ . Giá trị của  $u_3$  là:

- A.** 5.                      **B.** 3.                      **C.** 1.                      **D.** 7.

## B. PHẦN II: TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

**Câu 1.** Tính  $\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SA, SD$ .

a) Chứng minh rằng  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

b) Gọi  $P$  là trung điểm cạnh  $AB$ ,  $Q$  là điểm bất kì thuộc đoạn  $ON$ .

Chứng minh  $PQ \parallel (SBC)$ .

**Câu 3.** Cho  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và  $\frac{1}{u_1 u_3} + \frac{1}{u_3 u_5} + \dots + \frac{1}{u_{2019} u_{2021}} = \frac{1010}{6061}$ .

Tính công sai của cấp số cộng trên.

----- HẾT -----

## PHẦN II: ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.C	5.B	6.C	7.B	8.A	9.A	10.C
11.C	12.C	13.C	14.D	15.A	16.D	17.A	18.B	19.D	20.A
21.B	22.A	23.A	24.B	25.A	26.D	27.A	28.C	29.C	30.A
31.B	32.C	33.A	34.C	35.D					

## PHẦN III: GIẢI CHI TIẾT

## A. PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (35 CÂU, 7 ĐIỂM)

**Câu 1.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và công bội  $q = 3$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{20}$  bằng

A.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} + 1)$ .      **B.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} - 1)$ .**      C.  $S = \frac{5}{2}(3^{21} - 1)$ .      D.  $S = \frac{5}{2}(1 - 3^{20})$ .

**Lời giải**

Theo công thức  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$ , ta suy ra

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{20} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{20}}{1 - q} = 5 \cdot \frac{1 - 3^{20}}{1 - 3} = \frac{5}{2}(3^{20} - 1).$$

**Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $u_6 = -96$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân là

A.  $q = -2$ .      B.  $q = \sqrt{2}$ .      C.  $q = 4$ .      **D.  $q = 2$ .**

**Lời giải**

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ , ta có  $u_6 = u_1 \cdot q^5$ .

$$\text{Vậy } -96 = -3 \cdot q^5 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2.$$

**Câu 3.** Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

A.  $u_n = u_1 + nd$ .      **B.  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .**      C.  $u_n = u_1 + (n+1)d$ .      D.  $u_n = u_1 - (n-1)d$ .

**Lời giải**

Theo công thức số hạng tổng quát ta chọn đáp án  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .

**Câu 4.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n+1}$  bằng

A. 2.      B.  $+\infty$ .      **C.  $\frac{1}{3}$ .**      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left( 1 + \frac{2}{n} \right)}{n \left( 3 + \frac{1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{1+0}{3+0} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 5.** Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

A.  $u_n = u_1 q^n$ .      **B.  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .**      C.  $u_n = u_1 + (n-1)q$ .      D.  $u_n = u_1 + q^{n-1}$ .



## Lời giải

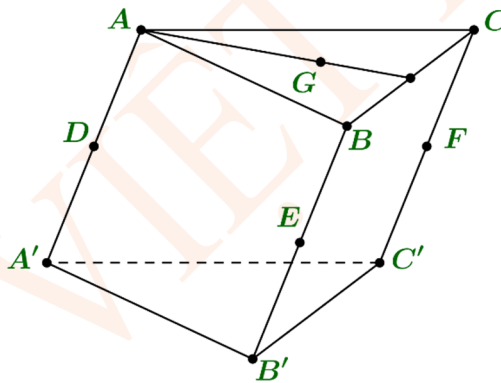
Ta có công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  là  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .

- Câu 6.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = n^2 + 1$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $(u_n)$  là dãy giảm.  
 B.  $(u_n)$  là dãy không tăng không giảm.  
 C.  $(u_n)$  là dãy tăng.  
 D.  $u_1 = 4$ .

## Lời giải

Từ giả thiết ta có  $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 1 - n^2 - 1 = 2n + 1 > 0$  với mọi  $n \geq 1$  nên  $(u_n)$  là dãy tăng.

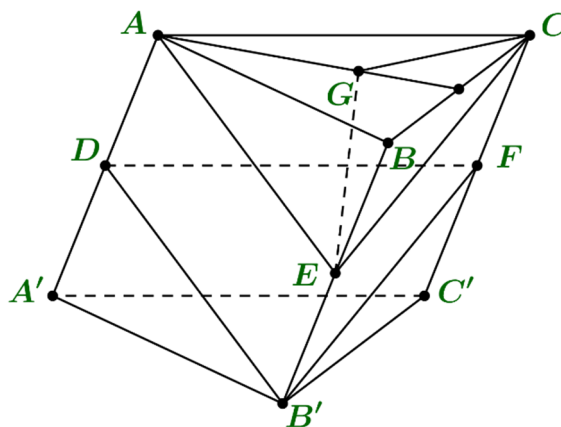
- Câu 7.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , (như hình vẽ).



Lấy các điểm  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AA', BB', CC'$  và điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(DB'F) \parallel (GEC)$ . B.  $(DB'F) \parallel (AEC)$ . C.  $(DB'F) \parallel (AEG)$ . D.  $(DB'F) \parallel (ABC)$ .

## Lời giải

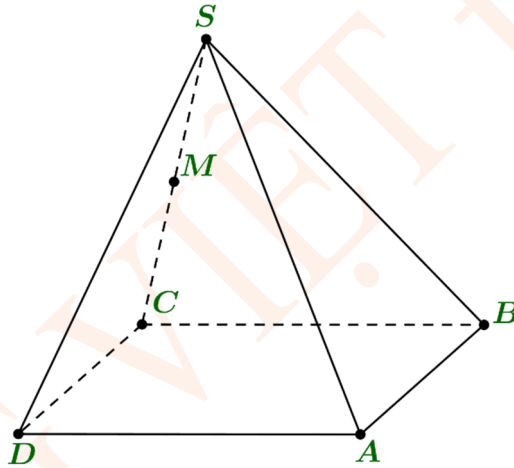


Ta có:  $\begin{cases} AD = EB' = \frac{1}{2}AA' \\ AD \parallel EB' \end{cases} \Rightarrow AEB'D \text{ là hình bình hành} \Rightarrow AE \parallel DB' . \text{ Vì } DB' \subset (DB'F)$   
 $\Rightarrow AE \parallel (DB'F)$ .

Tương tự:  $\begin{cases} CF = EB' = \frac{1}{2}AA' \\ CF \parallel EB' \end{cases} \Rightarrow CFB'E \text{ là hình bình hành} \Rightarrow CE \parallel FB' . \text{ Vì } FB' \subset (DB'F)$   
 $\Rightarrow CE \parallel (DB'F)$ .

Mà  $\begin{cases} AE \cap CE = \{E\} \\ AE, CE \subset (AEC) \end{cases} . \text{ Do đó } (AEC) \parallel (DB'F)$ .

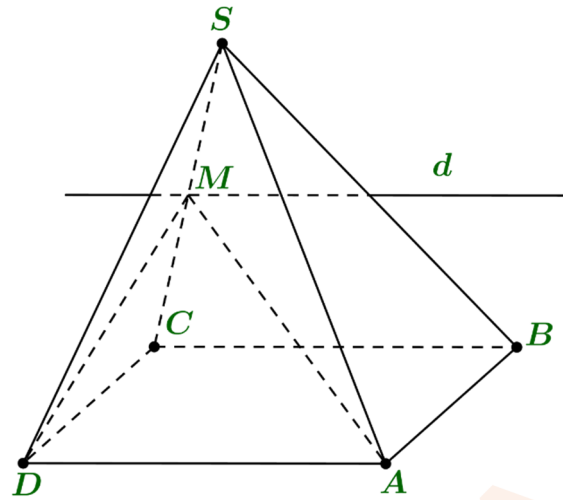
**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành, gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  (như hình vẽ).



Giao tuyến của mặt phẳng  $(MAD)$  và  $(SBC)$  là

- A.** đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .
- B. đường thẳng  $DM$ .
- C. đường thẳng  $AM$ .
- D. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $CD$ .

**Lời giải**



Ta có: 
$$\begin{cases} M \in (MAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (MAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow (MAD) \cap (SBC) = d, d \text{ qua } M \text{ và } d \parallel AD \parallel BC.$$

**Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -1, u_6 = 39$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là

- A.  $d = 8$ .       B.  $d = 10$ .       C.  $d = 6$ .       D.  $d = \frac{20}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow d = \frac{u_6 - u_1}{5} = \frac{39 - (-1)}{5} = 8$ .

**Câu 10.** Cho đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song với nhau. Các mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  tương ứng đi qua  $d$  và  $d'$  đồng thời cắt nhau theo giao tuyến  $a$  thì :

- A. Đường thẳng  $a$  song song với cả hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ .  
 B. Đường thẳng  $a$  trùng với đường thẳng  $d$ .  
 C. Đường thẳng  $a$  hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  hoặc  $d'$ .  
 D. Đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $d$ .

**Lời giải**

Đường thẳng  $a$  hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  hoặc  $d'$ .

**Câu 11.** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân ?

- A.  $1; 1; 1; 1; 1$ .       B.  $1; 2; 4; 8; 16$ .       C.  $1; 3; 5; 7; 9$ .       D.  $1; -1; 1; -1; 1$ .

**Lời giải**

Dễ thấy dãy số  $1; 1; 1; 1; 1$  là cấp số nhân với công bội  $q = 1$ .

$1; 2; 4; 8; 16$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

$1; -1; 1; -1; 1$  là cấp số nhân với công bội  $q = -1$ .

$1; 3; 5; 7; 9$  không phải là cấp số nhân vì ta có  $3:1 = 3$  nhưng  $5:3 = \frac{5}{3}$ .

**Câu 12.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.

**B.** Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với mọi đường thẳng nằm trong  $(Q)$ .

**C.** Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với  $(Q)$ .

**D.** Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau.

### Lời giải

**Câu 13.** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \sqrt{n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây là *sai*?

**A.**  $(u_n)$  là dãy số bị chặn dưới.

**B.**  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**C.** 5 số hạng đầu của dãy là:  $1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{6}$ .

**D.** Số hạng  $u_1 = \sqrt{2}$ .

### Lời giải

Dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \sqrt{n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ , suy ra  $u_1 = \sqrt{2}$  nên đáp án C là sai.

**Câu 14.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau

**A.**  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2.$

**B.**  $u_k = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2.$

**C.**  $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}, k \geq 2.$

**D.**  $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2.$

### Lời giải

Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , ta có  $\begin{cases} u_k = u_{k-1} \cdot q \\ u_k \cdot q = u_{k+1} \end{cases} \Rightarrow u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2.$

**Câu 15.** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho

bằng

**A.** 8.

**B.**  $\frac{8}{3}.$

**C.**  $+\infty.$

**D.** 2.

### Lời giải

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$  là  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = 8.$

**Câu 16.**  $\lim (2n-1)$  bằng

**A.** -1.

**B.**  $-\infty.$

**C.** 1.

**D.**  $+\infty.$

### Lời giải

Ta có:  $\lim (2n-1) = \lim \left[ n \left( 2 - \frac{1}{n} \right) \right].$  Mà  $\begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \left( 2 - \frac{1}{n} \right) = 2 > 0 \end{cases}$  nên  $\lim (2n-1) = +\infty.$

**Câu 17.** Cho cấp số nhân  $3; a; 75$ . Giá trị của  $a$  là:

**A.**  $a = \pm 15$ .

**B.** 125.

**C.**  $\pm \frac{1}{5}$ .

**D.** 5.

**Lời giải**

Do  $3; a; 75$  là ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân nên ta có:  $3.75 = a^2 \Leftrightarrow 225 = a^2 \Leftrightarrow a = \pm 15$ .

**Câu 18.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Công thức nào sau đây đúng

**A.**  $\frac{(u_1 + u_{n+1})n}{2}$ .

**B.**  $\frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ .

**C.**  $\frac{(u_1 - u_n)n}{2}$ .

**D.**  $\frac{(u_1 + u_n)(n-1)}{2}$ .

**Lời giải**

Do  $(u_n)$  là cấp số cộng nên ta chọn đáp án B.

**Câu 19.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow \infty} u_n$  bằng

**A.** -10.

**B.** 0.

**C.** 5.

**D.** -5.

**Lời giải**

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn,  $\lim(u_n + 5) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = -5$ .

**Câu 20.** Cho dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng.

**A.**  $-\infty$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.** 2.

**Lời giải**

Theo định lí về giới hạn, do  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = +\infty$  nên  $\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$ .

**Câu 21.** Cho cấp số cộng:  $5; 3; 1; -1; -3$ . Công sai của cấp số cộng này là

**A.** 1.

**B.** -2.

**C.** 4.

**D.** 2.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 5; u_2 = 3; u_3 = 1; u_4 = -1; u_5 = -3$ , dễ thấy công sai của cấp số cộng bằng -2.

**Câu 22.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 4$ , số hạng thứ mười của cấp số cộng là

**A.**  $u_{10} = 38$ .

**B.**  $u_{10} = 34$ .

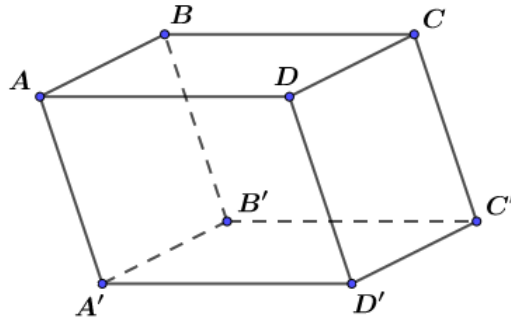
**C.**  $u_{10} = 15$ .

**D.**  $u_{10} = 42$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{10} = u_1 + 9d = 2 + 9.4 = 38$ .

**Câu 23.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



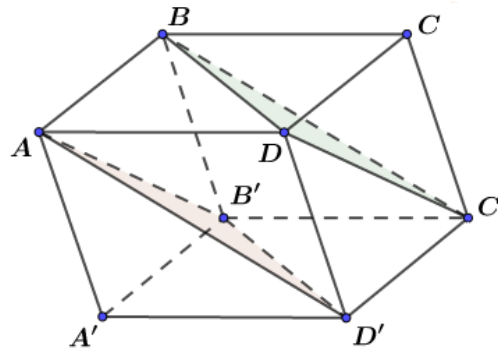
**A.**  $(BC'D)$ .

**B.**  $(BCA')$ .

**C.**  $(BDA')$ .

**D.**  $(A'C'C)$ .

Lời giải



Ta có:

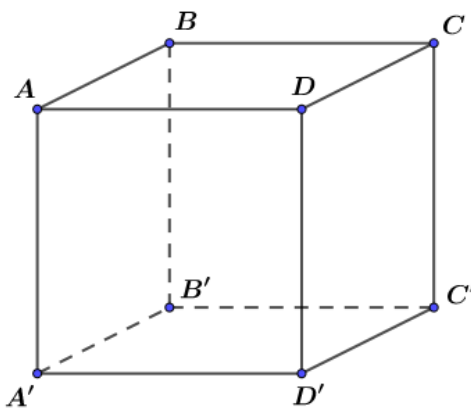
$BA'$  cắt  $B'A$  nên hai mặt phẳng  $(BCA')$  và  $(AB'D')$  cắt nhau.

$DA'$  cắt  $AD'$  nên hai mặt phẳng  $(BDA')$  và  $(AB'D')$  cắt nhau.

$A'C'$  cắt  $B'D'$  nên hai mặt phẳng  $(A'C'C)$  và  $(AB'D')$  cắt nhau.

Vậy  $(BC'D)$  song song với  $(AB'D')$

**Câu 24.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh  $AA', BB', CC', DD'$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Hỏi tứ giác  $MNPQ$  là hình gì ?



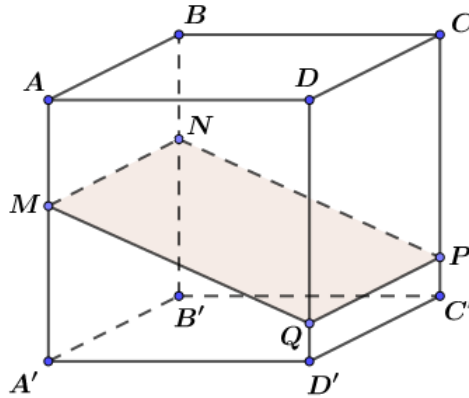
**A.** Hình chữ nhật.

**B.** Hình bình hành.

**C.** Hình vuông.

**D.** Hình Thang Cân.

Lời giải



Ta thấy tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

**Câu 25.**

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.** Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.  
**B.** Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.  
**C.** Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**D.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**Lời giải**

- Câu 26.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ ba của dãy số bằng
- A.**  $u_3 = 1$ .      **B.**  $u_3 = 3$ .      **C.**  $u_3 = 2$ .      **D.**  $u_3 = -1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_2 = u_1 - 2 = 3 - 2 = 1$ ;  $u_3 = u_2 - 2 = 1 - 2 = -1$ .

**Câu 27.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.** 1; 1; 1; 1; 1.      **B.** -1; 1; 2; 3; 4.      **C.** 1; 2; 4; 8; 16.      **D.** 1; 3; 6; 10; 15.

**Lời giải**

- Câu 28.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0, \forall n$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng
- A.** 0.      **B.** -3.      **C.**  $-\infty$ .      **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Theo quy tắc về giới hạn vô cực, vì  $\lim u_n = -3$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0, \forall n$  nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$ .

- Câu 29.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = -\infty$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng
- A.**  $+\infty$ .      **B.**  $-\infty$ .      **C.** 0.      **D.** -2.

## Lời giải

Theo quy tắc về giới hạn vô cực, vì  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = -\infty$  nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

**Câu 30.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{2}{n+1}$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**B.** Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.

**C.** Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

**D.** Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.

## Lời giải

Với mọi số tự nhiên  $n \geq 1$  thì  $n+1 \geq 2$  nên  $0 < \frac{2}{n+1} \leq 1$ , do đó  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Câu 31.**  $\lim \frac{2^n + 7^n}{10 - 2 \cdot 7^n}$  bằng.

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $-\frac{1}{2}$ .

**C.** 0.

**D.** -1.

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \frac{2^n + 7^n}{10 - 2 \cdot 7^n} = \lim \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^n + 1}{10 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^n - 2} = -\frac{1}{2}$$

**Câu 32.** Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng  $b$  đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .

**B.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có vô số mặt phẳng qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .

**C.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .

**D.** Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

## Lời giải

Vì: Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có vô số đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ . Chúng đi qua  $A$  và nằm trên mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Câu 33.** Cho một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Qua  $A$  có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng song song với  $(P)$ ?

**A.** Vô số.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

## Lời giải

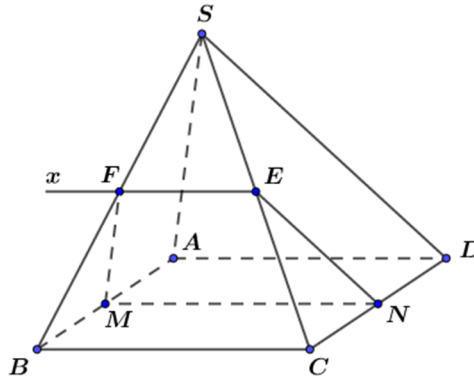


Vì: Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có vô số đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ . Chúng đi qua  $A$  và nằm trên mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện của mặt phẳng  $(\alpha)$  với hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

- A. Hình ngũ giác.      B. Tam giác.      **C. Hình thang**      D. Hình bình hành.

**Lời giải**



Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  nên  $MN$  song song với  $AD, BC$ .

Trong  $(SCD)$ : kẻ  $NE \parallel SD$ .

Vậy  $(MNE) \parallel (SAD)$  hay  $(MNE)$  là mp  $(\alpha)$ .

$$\left. \begin{array}{l} (MNE) \cap (SBC) = Ex \\ MN \parallel BC \\ MN \subset (MNE) \\ BC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Leftrightarrow Ex \parallel MN \parallel BC$$

Vậy thiết diện của mp  $(\alpha)$  với hình chóp  $S.ABCD$  là hình thang  $MNEF$ .

**Câu 35.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được cho bởi công thức  $u_n = 2n + 1$ . Giá trị của  $u_3$  là:

- A. 5.      B. 3.      C. 1.      **D. 7.**

**Lời giải**

$$\text{Xét } n = 3 \Rightarrow u_3 = 2.3 + 1 = 7$$

## B. PHẦN II: TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

**Câu 1. (1,0 điểm).** Tính  $\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n) = \lim \frac{n^2 - 2n + 3 - n^2}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n} = \lim \frac{-2n + 3}{n\sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + n}$$

$$= \lim \frac{-2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2} + 1}} = \frac{-2}{2} = -1$$

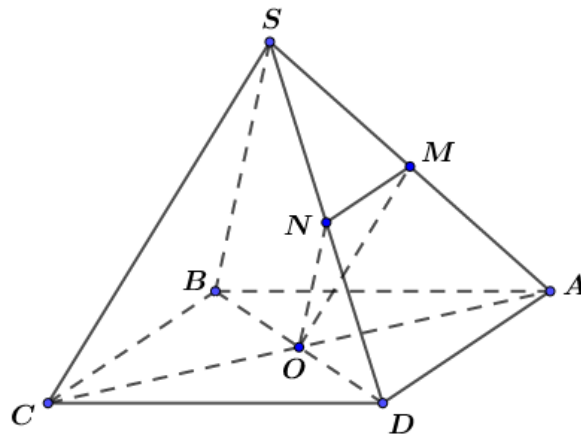
**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SA, SD$ .

a) Chứng minh rằng  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

b) Gọi  $P$  là trung điểm cạnh  $AB$ ,  $Q$  là điểm bất kì thuộc đoạn  $ON$ .

Chứng minh  $PQ \parallel (SBC)$ .

**Lời giải**



a) Chứng minh  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

Do  $MN$  là đường trung bình của  $\triangle SAD$  nên  $MN \parallel AD$ . Mà  $AD \parallel BC$ . Suy ra  $MN \parallel BC$ .

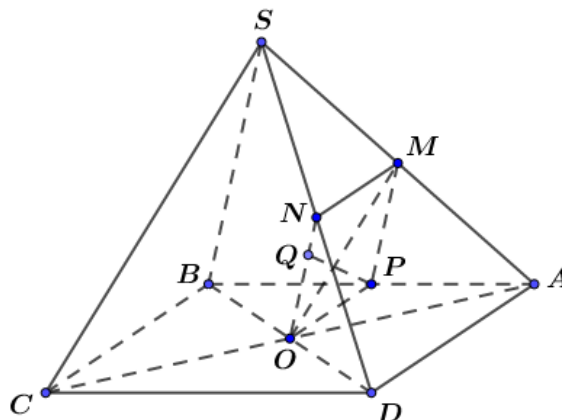
Mặt khác  $BC \subset (SBC)$  nên  $MN \parallel (SBC)$  (1).

Do  $ON$  là đường trung bình của  $\triangle SDB$  nên  $ON \parallel SB$ .  $SB \subset (SBC) \Rightarrow ON \parallel (SBC)$  (2)

$ON$  cắt  $MN$  và cùng thuộc mặt phẳng  $(OMN)$  (3).

Từ (1),(2),(3) suy ra  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

b) Chứng minh  $PQ \parallel (SBC)$ .



Ta có  $PO \parallel MN$  (cùng song song với  $AD$ ). Do đó  $(MNPQ) \equiv (OMN)$ .

$PQ \subset (OMN)$  và  $(OMN) \parallel (SBC)$  nên  $PQ \parallel (SBC)$ .

**Câu 3.** Cho  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và  $\frac{1}{u_1 u_3} + \frac{1}{u_3 u_5} + \dots + \frac{1}{u_{2019} u_{2021}} = \frac{1010}{6061}$ .

Tính công sai của cấp số cộng trên.

### Lời giải

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

Ta có:

$$\frac{1}{u_1 u_3} + \frac{1}{u_3 u_5} + \dots + \frac{1}{u_{2019} u_{2021}} = \frac{1}{2d} \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_5} + \dots + \frac{1}{u_{2019}} - \frac{1}{u_{2021}} \right) = \frac{1}{2d} \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{2021}} \right)$$

$$\text{Theo bài ra } \frac{1}{u_1 u_3} + \frac{1}{u_3 u_5} + \dots + \frac{1}{u_{2019} u_{2021}} = \frac{1010}{6061}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2d} \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{2021}} \right) = \frac{1010}{6061} \Leftrightarrow \frac{1}{2d} \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 2020d} \right) = \frac{1010}{6061} \Leftrightarrow \frac{1}{2d} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{1 + 2020d} \right) = \frac{1010}{6061}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2d} \left( \frac{2020d}{1 + 2020d} \right) = \frac{1010}{6061} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + 2020d} = \frac{1}{6061} \Leftrightarrow 1 + 2020d = 6061 \Leftrightarrow d = 3.$$

## ĐỀ SỐ 14

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## ĐỀ BÀI

## PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm)

Câu 1. Hãy chọn câu đúng.

- A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường nằm trên mặt phẳng kia.  
 B. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.  
 C. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.  
 D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 2. Dãy số nào có giới hạn 0?

- A.  $u_n = 2^n$ .                      B.  $u_n = \frac{1}{n+1}$ .                      C.  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .                      D.  $u_n = 2n+3$ .

Câu 3. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; .... Số 121 là số hạng thứ mấy của dãy?

- A. 41.                      B. 121.                      C. 39.                      D. 40.

Câu 4. Với mọi số nguyên dương  $n$  thì  $7^n - 1$  chia hết cho mấy?

- A. 6.                      B. 7.                      C. 5.                      D. 8.

Câu 5. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A.  $u_n = n$ .                      B.  $u_n = 3n+2$ .                      C.  $u_n = 1+2^n$ .                      D.  $u_n = 3^n$ .

Câu 6.  $\lim\left(\frac{1-2n}{n}\right)$  bằng

- A. -2.                      B. 2.                      C. -1.                      D. 1.

Câu 7. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. đồng quy.                      B. song song.                      C. thẳng hàng.                      D. chéo nhau.

Câu 8. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\overline{D'B'} = \overline{DB}$ .                      B.  $\overline{B'C'} = \overline{AD}$ .                      C.  $\overline{A'C'} = \overline{CA}$ .                      D.  $\overline{AA'} = \overline{CC'}$ .

Câu 9. Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $b$  nằm trong mặt phẳng  $(\beta)$ .

Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau.B.  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow b // (\alpha)$ .C.  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$ .D.  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ .Câu 10.  $\lim\left(\frac{2^n + 5^n}{2 \cdot 3^n + 3 \cdot 5^n}\right)$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

Câu 11. Cho dãy số có các số hạng đầu:  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A.  $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ .                      B.  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .                      C.  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ .                      D.  $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ .

- Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ . **B.**  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .  
**C.**  $2\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ . **D.**  $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .
- Câu 13.**  $\lim_{x \rightarrow -1} (-2x^2 + 1)$  bằng  
**A.** 3. **B.**  $-\infty$ . **C.** 1. **D.** -1.
- Câu 14.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?  
**A.** 2; 4; 5; 8; ... **B.** 1; 2; 3; 4; ... **C.** 2; 4; 6; 7; ... **D.** 1; 3; 5; 6; ...
- Câu 15.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5; 10; 15; 20; ... Số hạng thứ 10 của dãy bằng  
**A.** 60. **B.** 55. **C.** 50. **D.** 45.
- Câu 16.** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?  
**A.**  $u_n = \frac{n+4}{n+1}$ . **B.**  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ . **C.**  $u_n = 3n-4$ . **D.**  $u_n = 3^n$ .
- Câu 17.** Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?  
**A.** Hình thang. **B.** hình thoi. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình bình hành.
- Câu 18.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu thị) vectơ  $\overrightarrow{BC'}$  qua các vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .  
**A.**  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ . **B.**  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ . **C.**  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ . **D.**  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .
- Câu 19.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1-x}$  bằng  
**A.**  $-\infty$ . **B.** 3. **C.**  $+\infty$ . **D.** 0.
- Câu 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?  
**A.**  $(BC'D)$ . **B.**  $(BCA')$ . **C.**  $(BDA')$ . **D.**  $(A'C'C)$ .
- Câu 21.** Với mọi số nguyên dương  $n$  thì  $1+2+3+4+\dots+n$  bằng  
**A.**  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ . **B.**  $\frac{n(n+1)}{2}$ . **C.**  $\frac{n+1}{2}$ . **D.**  $\frac{n(n-1)}{2}$ .
- Câu 22.** Cho một cấp số nhân lùi vô hạn, biết  $q = \frac{1}{2}$ ;  $S = 4$ . Số hạng đầu bằng  
**A.**  $\frac{1}{2}$ . **B.** -2. **C.** 2. **D.**  $-\frac{1}{2}$ .
- Câu 23.**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{1-x}$  bằng  
**A.** 0. **B.**  $+\infty$ . **C.** 3. **D.**  $-\infty$ .
- Câu 24.** Một cấp số cộng gồm 10 số hạng. Biết tổng của số hạng đầu và số hạng cuối là 20. Khi đó, tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ tám bằng  
**A.** 23. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 20.
- Câu 25.** Tính  $\lim \left[ \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right]$ .  
**A.**  $\frac{2}{3}$ . **B.** 2. **C.**  $\frac{1}{2}$ . **D.** 1.
- Câu 26.** Dãy số nào sau đây bị chặn?

A.  $u_n = 3^n$ .                      B.  $u_n = 3n - 4$ .                      C.  $u_n = 7 - 3n$ .                      D.  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

**Câu 27.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \cos \frac{n\pi}{3}$ . Khi đó, tổng  $S_{2021} = u_1 + u_2 + \dots + u_{2021}$  bằng

A. 2021.                      B. 0.                      C. 1.                      D. -1.

**Câu 28.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{4n^2 + n + 2}{an^2 + 5}$ , trong đó  $a$  là tham số. Để  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2 thì giá trị của tham số  $a$  là?

A. -4.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 2.

**Câu 29.** Cho  $a, b, c$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $(a+b+c)(a-b+c) = a^4 + b^4 + c^4$ .                      B.  $(a+b+c)(a-b+c) = a^3 + b^3 + c^3$ .

C.  $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + b^2 + c^2$ .                      D.  $(a+b+c)(a-b+c) = a + b + c$ .

**Câu 30.** Viết thêm năm số vào giữa hai số: số 2 và số 20 để được một cấp số cộng. Tổng của năm số đó là:

A. 77.                      B. 55.                      C. 40.                      D. 60.

**Câu 31.** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$  đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện là hình gì?

A. Tứ giác.                      B. Hình thang.                      C. Tam giác.                      D. Hình bình hành.

**Câu 32.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$ .                      B.  $2^2 + 4^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$ .

C.  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$ .                      D.  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$ .

**Câu 33.** Cho  $a$  là một số thực khác 0 thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = 4$ . Khi đó  $a$  bằng

A. 4.                      B. -1.                      C. 1.                      D. -4.

**Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đặt  $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$ ;  $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$ ;  $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .                      B.  $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

C.  $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .                      D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ ,  $\Delta = mp(AMN) \cap mp(A'B'C')$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $\Delta // AA'$ .                      B.  $\Delta // BC$ .                      C.  $\Delta // AB$ .                      D.  $\Delta // AC$ .

**Câu 36.** Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết tổng số hạng đầu và cuối là 37, tổng hai số hạng giữa là 36. Tổng các bình phương của bốn số đó bằng

A. 1425.                      B. 5329.                      C. 73.                      D. 0.

**Câu 37.** Cho tứ diện  $ABCD$  và  $M, N$  là các điểm thay đổi trên các cạnh  $AB, CD$  sao cho  $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = k > 0$  và  $P$  là một điểm nằm trên cạnh  $AC$ . Tính theo  $k$  tỉ số diện tích của tam giác  $MNP$  và diện tích thiết diện của  $mp(MNP)$  và tứ diện  $ABCD$ .

- A.  $\frac{2k}{k+1}$ .                      B.  $\frac{k}{k+1}$ .                      C.  $\frac{1}{k}$ .                      D.  $\frac{1}{k+1}$ .

**Câu 38.** Cho  $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Biết rằng  $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0\right)$ , khi đó  $\cos 2\alpha$  bằng.

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 39.** Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a, b, c$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b\sqrt{9x^2 + 2}}{cx + 1} = 5$ .

- A.  $\frac{a-3b}{c} = 5$ .                      B.  $\frac{a+3b}{c} = -5$ .                      C.  $\frac{a-3b}{c} = -5$ .                      D.  $\frac{a+3b}{c} = 5$ .

**Câu 40.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = 1; u_2 = 2$  và  $u_{n+2} = \frac{1+u_{n+1}}{u_n}$ . Khi đó, số hạng  $u_{2021}$  bằng

- A.  $u_{2021} = 0$ .                      B.  $u_{2021} = 3$ .                      C.  $u_{2021} = 2$ .                      D.  $u_{2021} = 1$ .

## PHẦN 2. TỰ LUẬN (2,0 điểm)

### Bài 1 (1,0 đ).

- a) Xét tính tăng giảm của dãy số  $u_n = 5 - 3n$ .  
b) Tính  $\lim \frac{3n+1}{2-n}$ .

**Câu 2 (1,0 đ).** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$

- a) Chứng minh  $mp(A_1BD) \parallel mp(CB_1D_1)$ .  
b) Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{AD} = \vec{b}; \overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$ . Tính  $\overrightarrow{A_1C}$  theo  $\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}$

∞ HẾT ∞

## BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3D	4A	5D	6A	7D	8C	9C	10B	11B	12D	13D	14B	15C
16A	17A	18C	19D	20A	21B	22C	23D	24D	25C	26D	27D	28D	29C	30B
31B	32D	33C	34A	35B	36A	37B	38D	39D	40D					

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

## PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm)

**Câu 1.** Hãy chọn câu đúng.

A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường nằm trên mặt phẳng kia.

**B. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.**

C. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

**Lời giải**

A. Sai bởi vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

B. Đúng.

C. Sai bởi vì hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau.

D. Sai bởi vì hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau.

**Câu 2.** Dãy số nào có giới hạn 0?

A.  $u_n = 2^n$ .

**B.  $u_n = \frac{1}{n+1}$ .**

C.  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .

D.  $u_n = 2n+3$ .

**Lời giải**

A. Sai vì  $\lim 2^n = +\infty$ .

**B. Đúng vì  $\lim \frac{1}{n+1} = 0$ .**

C. Sai vì  $\lim \frac{n}{n+1} = 1$ .

D. Sai vì  $\lim (2n+3) = +\infty$ .

**Câu 3.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: 4; 7; 10; 13; .... Số 121 là số hạng thứ mấy của dãy?

A. 41.

B. 121.

C. 39.

**D. 40.**

**Lời giải**

Dãy số trên là một cấp số cộng với  $u_1 = 4$  và  $d = 3$ .

Ta có  $121 = 4 + 39 \cdot 3$  nên 121 là số hạng thứ 40 của dãy.

**Câu 4.** Với mọi số nguyên dương  $n$  thì  $7^n - 1$  chia hết cho mấy?

**A. 6.**

B. 7.

C. 5.

D. 8.

**Lời giải**

Với mọi số nguyên dương  $n$ , ta có  $7^n - 1 = (7-1)(7^{n-1} + 7^{n-2} + \dots + 1) = 6(7^{n-1} + 7^{n-2} + \dots + 1)$

nên  $7^n - 1$  chia hết cho 6.

**Câu 5.** Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A.  $u_n = n$ .

B.  $u_n = 3n+2$ .

C.  $u_n = 1+2^n$ .

**D.  $u_n = 3^n$ .**

**Lời giải**

Xét đáp án D :  $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3 \cdot 3^n = 3 \cdot u_n, \forall n$ . Vậy dãy số có  $u_n = 3^n$  là cấp số nhân.



Xét đáp án A :  $u_n = n \Rightarrow u_1 = 1; u_2 = 2; u_3 = 3 \Rightarrow \frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ . Đáp án A sai.

Xét đáp án B :  $u_n = 3n + 2 \Rightarrow u_1 = 5; u_2 = 8; u_3 = 11 \Rightarrow \frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ . Đáp án B sai.

Xét đáp án C :  $u_n = 1 + 2^n \Rightarrow u_1 = 3; u_2 = 5; u_3 = 9 \Rightarrow \frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ . Đáp án C sai.

**Câu 6.**  $\lim \left( \frac{1-2n}{n} \right)$  bằng

**A.** -2.

**B.** 2.

**C.** -1.

**D.** 1.

**Lời giải**

Ta có :  $\lim \left( \frac{1-2n}{n} \right) = \lim \left( \frac{1}{n} - 2 \right) = -2$ .

**Câu 7.** Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

**A.** đồng quy.

**B.** song song.

**C.** thẳng hàng.

**D.** chéo nhau.

**Lời giải**

Qua phép chiếu song song, tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai?

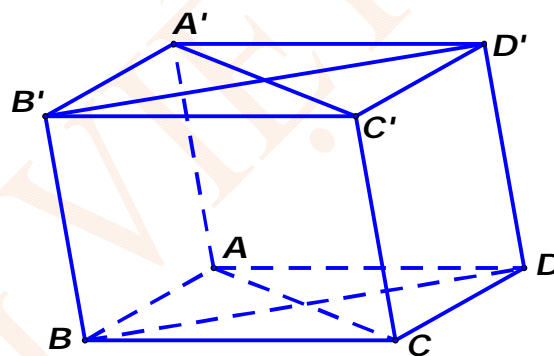
**A.**  $\overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{DB}$ .

**B.**  $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AD}$ .

**C.**  $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{CA}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$ .

**Lời giải**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên ta có  $\overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$  và hai vec-tơ  $\overrightarrow{A'C'}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  đối nhau.

Nên phương án A, B, C đúng, phương án C sai.

**Câu 9.** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $b$  nằm trong mặt phẳng  $(\beta)$ .

Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.**  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau.

**B.**  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow b // (\alpha)$ .

**C.**  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$ .

**D.**  $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ .

**Lời giải**

Đáp án sai: C.

**Câu 10.**  $\lim \left( \frac{2^n + 5^n}{2 \cdot 3^n + 3 \cdot 5^n} \right)$  bằng

A.  $\frac{2}{3}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{5}{2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \left( \frac{2^n + 5^n}{2 \cdot 3^n + 3 \cdot 5^n} \right) = \lim \left[ \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n + 1}{2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n + 3} \right] = \frac{\lim \left[ \left(\frac{2}{5}\right)^n + 1 \right]}{\lim \left[ 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n + 3 \right]} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 11.** Cho dãy số có các số hạng đầu:  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là

A.  $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ .

B.  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

C.  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ .

D.  $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } u_1 = \frac{1}{3}, q = \frac{1}{3}. \text{ Số hạng tổng quát của cấp số nhân: } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^n}.$$

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

B.  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

C.  $2\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

D.  $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

Lời giải

Ta có:  $G$  là trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  suy ra  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} \\ &= 3\overrightarrow{AG} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA} \\ &= 4\overrightarrow{AG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) \\ &= 4\overrightarrow{AG}. \end{aligned}$$

**Câu 13.**  $\lim_{x \rightarrow -1} (-2x^2 + 1)$  bằng

A. 3.

B.  $-\infty$ .

C. 1.

D. -1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -1} (-2x^2 + 1) = -2 \cdot (-1)^2 + 1 = -1.$$

**Câu 14.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 2; 4; 5; 8; ...

B. 1; 2; 3; 4; ...

C. 2; 4; 6; 7; ...

D. 1; 3; 5; 6; ...

Lời giải

Dãy số 1; 2; 3; 4; ... là cấp số có với công sai  $d = 1$ .

**Câu 15.** Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5; 10; 15; 20; ... Số hạng thứ 10 của dãy bằng

A. 60.

B. 55.

C. 50.

D. 45.

Lời giải

Dãy số 5; 10; 15; 20; ... tạo thành cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công sai  $d = 5$ .

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{10} = u_1 + 9d = 5 + 9 \cdot 5 = 50.$$

**Câu 16.** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A.  $u_n = \frac{n+4}{n+1}$ .

B.  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

C.  $u_n = 3n - 4$ .

D.  $u_n = 3^n$ .

## Lời giải

Xét dãy số  $u_n = \frac{n+4}{n+1}$ . Ta có  $u_{n+1} = \frac{n+5}{n+2}$ .

Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n = \frac{n+5}{n+2} - \frac{n+4}{n+1} = \frac{-3}{(n+2)(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra dãy số  $u_n = \frac{n+4}{n+1}$  là dãy số giảm.

**Câu 17.** Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

**A.** Hình thang.

**B.** hình thoi.

**C.** hình chữ nhật.

**D.** hình bình hành.

## Lời giải

Theo phép chiếu song song thì không thể là hình thang.

**Câu 18.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overline{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu thị) vectơ  $\overline{BC'}$  qua các vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

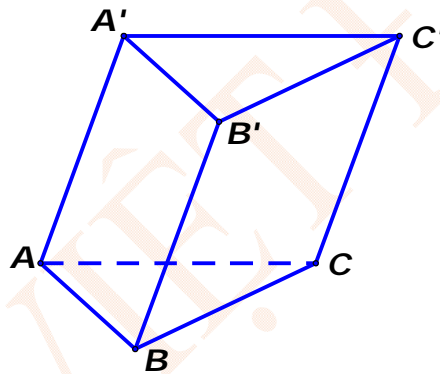
**A.**  $\overline{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

**B.**  $\overline{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**C.**  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**D.**  $\overline{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

## Lời giải



Ta có  $\overline{BC'} = \overline{BB'} + \overline{B'C'}$ .

Mà  $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \vec{a}$ ;  $\overline{B'C'} = \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = \vec{c} - \vec{b}$ .

Vậy  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 19.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1-x}$  bằng

**A.**  $-\infty$ .

**B.** 3.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 0.

## Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} 1} = \frac{0}{0-1} = 0.$$

**Câu 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

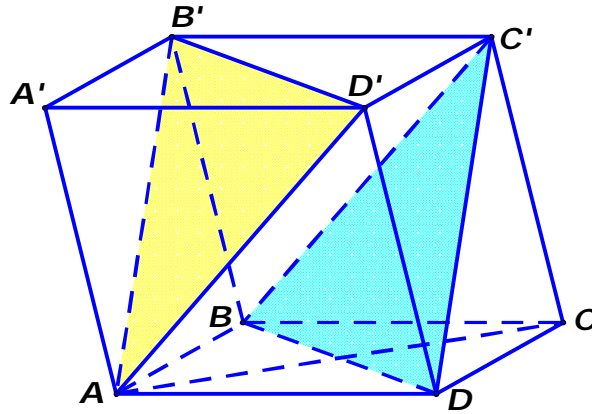
**A.**  $(BC'D)$ .

**B.**  $(BCA')$ .

**C.**  $(BDA')$ .

**D.**  $(A'C'C)$ .

## Lời giải



Ta có:  $BD \parallel B'D' \Rightarrow BD \parallel (AB'D')$

$BC' \parallel AD' \Rightarrow BC' \parallel (AB'D')$  mà  $BD$  và  $BC'$  cắt nhau và cùng nằm trong  $(BC'D)$   
 $\Rightarrow (BC'D) \parallel (AB'D')$ .

**Câu 21.** Với mọi số nguyên dương  $n$  thì  $1+2+3+4+\dots+n$  bằng

- A.  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ .      B.  $\frac{n(n+1)}{2}$ .      C.  $\frac{n+1}{2}$ .      D.  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

**Lời giải**

Do là tổng cấp số cộng với  $u_1 = 1, d = 1$  nên  $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{n(n+1)}{2}$ .

**Câu 22.** Cho một cấp số nhân lùi vô hạn, biết  $q = \frac{1}{2}; S = 4$ . Số hạng đầu bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-2$ .      C.  $2$ .      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức:  $S = \frac{u_1}{1-q} \Leftrightarrow 4 = \frac{u_1}{1-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow u_1 = 2$

**Câu 23.**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{1-x}$  bằng

- A. 0.      B.  $+\infty$ .      C. 3.      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} 3 = 3 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (1-x) = 0 \\ 1-x < 0 \quad \forall x > 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{1-x} = -\infty$ .

**Câu 24.** Một cấp số cộng gồm 10 số hạng. Biết tổng của số hạng đầu và số hạng cuối là 20. Khi đó, tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ tám bằng

- A. 23.      B. 21.      C. 22.      D. 20.

**Lời giải**

Gọi số hạng tổng quát của cấp số cộng đó là  $u_n$  ( $1 \leq n \leq 10$ ).

Ta có:  $u_1 + u_{10} = 2u_1 + 9d = 20$ .

$u_3 + u_8 = (u_1 + 2d) + (u_1 + 7d) = 2u_1 + 9d = 20$ .

**Câu 25.** Tính  $\lim \left[ \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right]$ .

A.  $\frac{2}{3}$ .                      B. 2.                      **C.  $\frac{1}{2}$ .**                      D. 1.

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{2n+1} = \frac{n}{2n+1} \end{aligned}$$

Nên  $\lim \left[ \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right] = \lim \frac{n}{2n+1} = \lim \frac{1}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 26.** Dãy số nào sau đây bị chặn?

A.  $u_n = 3^n$ .                      B.  $u_n = 3n - 4$ .                      C.  $u_n = 7 - 3n$ .

**D.  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .**

**Lời giải**

$$\left. \begin{array}{l} \lim(3^n) = +\infty \\ \lim(3n-4) = +\infty \\ \lim(7-3n) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Loại các đáp án A, B, C.}$$

Xét  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ , ta có:  $\frac{2n+1}{n+1} = 1 + \frac{n}{n+1}$ .

Để thấy  $n$  là số tự nhiên và  $n \geq 1$  nên  $0 < \frac{n}{n+1} < 1$ . Suy ra  $1 < 1 + \frac{n}{n+1} < 2$  hay  $1 < u_n < 2$ .

Vậy  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$  là dãy số bị chặn.

**Câu 27.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \cos \frac{n\pi}{3}$ . Khi đó, tổng  $S_{2021} = u_1 + u_2 + \dots + u_{2021}$  bằng

A. 2021.                      B. 0.                      C. 1.

**D. -1.**

**Lời giải**

Ta có:  $S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6$   
 $= \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{3\pi}{3} + \cos \frac{4\pi}{3} + \cos \frac{5\pi}{3} + \cos \frac{6\pi}{3} = 0$

Khi đó:  $S_{2021} = 336S_6 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 0 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -1$ .

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{4n^2 + n + 2}{an^2 + 5}$ , trong đó  $a$  là tham số. Để  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2 thì giá trị của tham số  $a$  là?

A. -4.                      B. 3.                      C. 4.

**D. 2.**

**Lời giải**

+ Với  $a=0$  ta có  $\lim u_n = \lim \frac{4n^2 + n + 2}{5} = +\infty$  nên không thỏa mãn.

+ Với  $a \neq 0$  ta có:  $\lim u_n = \lim \frac{4n^2 + n + 2}{an^2 + 5} = \lim \frac{n^2 \left(4 + \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}\right)}{n^2 \left(a + \frac{5}{n^2}\right)} = \lim \frac{4 + \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}{a + \frac{5}{n^2}} = \frac{4}{a}$ .

Theo giả thuyết ta có:  $\frac{4}{a} = 2 \Leftrightarrow a = 2$ .

**Câu 29.** Cho  $a, b, c$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $(a+b+c)(a-b+c) = a^4 + b^4 + c^4$ .

**B.**  $(a+b+c)(a-b+c) = a^3 + b^3 + c^3$ .

**C.**  $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + b^2 + c^2$ .

**D.**  $(a+b+c)(a-b+c) = a+b+c$ .

**Lời giải**

Do  $a, b, c$  là các số hạng liên tiếp của cấp số nhân nên  $ac = b^2$ .

Ta có  $(a+b+c)(a-b+c) = (a+c)^2 - b^2 = a^2 + c^2 + 2ac - b^2 = a^2 + b^2 + c^2$ .

**Câu 30.** Viết thêm năm số vào giữa hai số: số 2 và số 20 để được một cấp số cộng. Tổng của năm số đó là:

**A.** 77.

**B.** 55.

**C.** 40.

**D.** 60.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 2$  và  $u_7 = 20$ .

Mặt khác  $u_7 = u_1 + 6d \Rightarrow d = 3$ .

Do đó  $u_2 = 5, u_3 = 8, u_4 = 11, u_5 = 14, u_6 = 17$ .

Suy ra tổng năm số là:  $5 + 8 + 11 + 14 + 17 = 55$ .

*Cách khác:* có thể tính bằng cách  $\sum_{i=2}^6 u_i = S_6 - u_1 = \frac{6(2u_1 + 5d)}{2} - u_1 = 55$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$  đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện là hình gì?

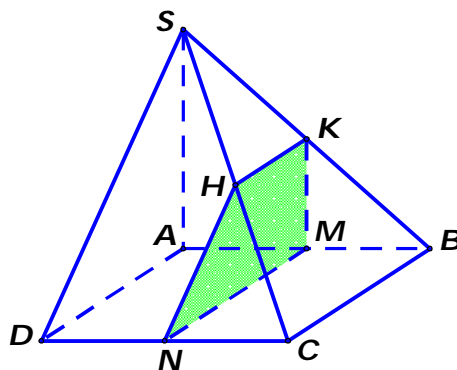
**A.** Tứ giác.

**B.** Hình thang.

**C.** Tam giác.

**D.** Hình bình hành.

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // (SAD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK // SA, K \in SB.$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // (SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH // SD, H \in SC.$$

Để thấy  $HK = (\alpha) \cap (SBC)$ . Thiết diện là tứ giác  $MNHK$

Ba mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $(SBC)$  và  $(\alpha)$  đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là  $MN, HK, BC$ ,  
mà  $MN // BC \Rightarrow MN // HK$ .

Vậy thiết diện là một hình thang.

**Câu 32.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $1+3+5+7+\dots+(2n-1) = n^2$ .

**B.**  $2^2+4^2+\dots+(2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$ .

**C.**  $1^2+3^2+5^2+\dots+(2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$ .

**D.**  $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$ .

**Lời giải**

Đáp án D sai vì với  $n=1$  thì  $VT=1, VP=2$ .

**Câu 33.** Cho  $a$  là một số thực khác 0 thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = 4$ . Khi đó  $a$  bằng

**A.** 4.

**B.** -1.

**C.** 1.

**D.** -4.

**Lời giải**

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x+a)(x^2+a^2)}{x-a} = \lim_{x \rightarrow a} [(x+a)(x^2+a^2)] = 4a^3$$

Mà theo giả thiết  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = 4$ . Do đó  $4a^3 = 4 \Leftrightarrow a = 1$

**Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đặt  $\vec{x} = \vec{AB}$ ;  $\vec{y} = \vec{AC}$ ;  $\vec{z} = \vec{AD}$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

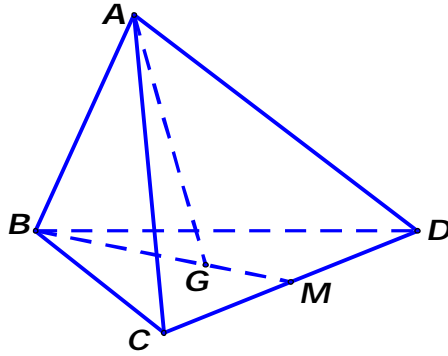
**A.**  $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**B.**  $\vec{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**C.**  $\vec{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**D.**  $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**Lời giải**

**Cách 1.**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khi đó ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})\end{aligned}$$

**Cách 2. (GV Phản biện: Cô Do Thi Thuy Ngọc)**

Ta có

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} \quad (3)$$

Cộng từng vế (1), (2) và (3) có:

$$3\overrightarrow{AG} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG})$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) + \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$$

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ ,  $\Delta = mp(AMN) \cap mp(A'B'C')$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\Delta // AA'$ .

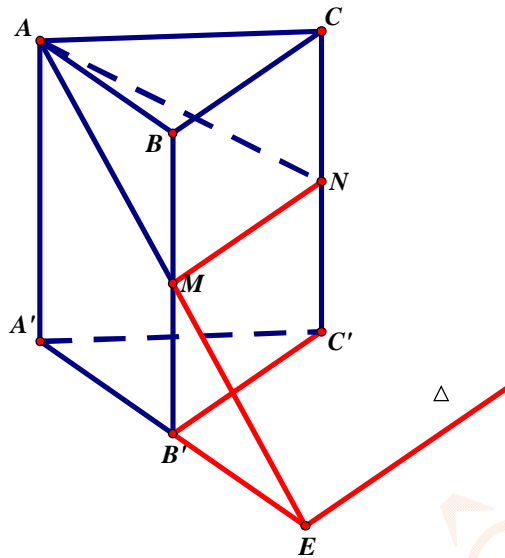
**B.  $\Delta // BC$ .**

C.  $\Delta // AB$ .

D.  $\Delta // AC$ .

**Lời giải**





Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$  nên  $MN \parallel B'C'$  (1)

Trong mặt phẳng  $(ABB'A')$ , hai đường thẳng  $AM$  và  $A'B'$  cắt nhau tại  $E$

Xét hai mặt phẳng  $mp(AMN), mp(A'B'C')$ .

Có  $E$  là điểm chung thứ nhất(2).

$MN \parallel B'C'$  (3) (c/m trên)

$MN \subset mp(AMN); B'C' \subset mp(A'B'C')$  (4).

Từ (2), (3) và (4) suy ra giao tuyến  $\Delta$  của hai mặt phẳng  $mp(AMN), mp(A'B'C')$  là đường thẳng đi qua  $E$  song song với  $B'C'$ .

Mà  $BC \parallel B'C'$  nên  $\Delta \parallel BC$ .

**Câu 36.** Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết tổng số hạng đầu và cuối là 37, tổng hai số hạng giữa là 36. Tổng các bình phương của bốn số đó bằng

**A.** 1425.

**B.** 5329.

**C.** 73.

**D.** 0.

**Lời giải**

Gọi số đầu tiên là  $a$ ,  $a$  là số nguyên dương.

Do ba số đầu lập thành cấp số cộng với công sai là  $d$ , nên số thứ hai và thứ ba là  $a + d, a + 2d$ .

Do ba số sau lập thành cấp số nhân nên số thứ tư là  $\frac{(a + 2d)^2}{a + d}$ .

Bốn số lần lượt là:  $a, a + d, a + 2d, \frac{(a + 2d)^2}{a + d}$ .

Tổng số hạng đầu và cuối là 37 nên  $a + \frac{(a + 2d)^2}{a + d} = 37$  suy ra

$$2a(2a + 2d) + (2a + 4d)^2 = 74(2a + 2d). \quad (1)$$

$$\text{Tổng hai số hạng giữa là 36 nên } a + d + a + 2d = 36 \text{ suy ra } 2a = 36 - 3d. \quad (2)$$

Thay vào (1) ta được

$$(36 - 3d)(36 - 3d + 2d) + (36 - 3d + 4d)^2 = 74(36 - 3d + 2d)$$

$$\Rightarrow (36 - 3d)(36 - d) + (36 + d)^2 = 74(36 - d)$$

$$\Rightarrow 2d^2 + d - 36 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 1: với  $d = 4$  suy ra  $a = 12$ , bốn số hạng là: 12, 16, 20, 25 suy ra tổng các bình phương là 1425.

Trường hợp 2: với  $d = -\frac{9}{2}$  suy ra  $a = \frac{99}{4}$  không thỏa mãn  $a$  là số nguyên dương.

**Câu 37.** Cho tứ diện  $ABCD$  và  $M, N$  là các điểm thay đổi trên các cạnh  $AB, CD$  sao cho  $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = k > 0$  và  $P$  là một điểm nằm trên cạnh  $AC$ . Tính theo  $k$  tỉ số diện tích của tam giác  $MNP$  và diện tích thiết diện của  $mp(MNP)$  và tứ diện  $ABCD$ .

A.  $\frac{2k}{k+1}$ .

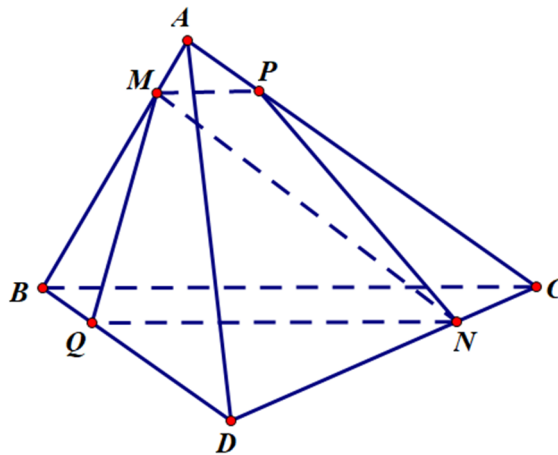
**B.  $\frac{k}{k+1}$ .**

C.  $\frac{1}{k}$ .

D.  $\frac{1}{k+1}$ .

Lời giải

TH1:  $\frac{AP}{PC} = k$



Khi đó  $MP \parallel BC$  nên  $BC \parallel (MNP)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} N \in (MNP) \cap (BCD) \\ BC \parallel (MNP) \\ BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow (BCD) \cap (MNP) = NQ \parallel BC \text{ với } Q \in BD.$$

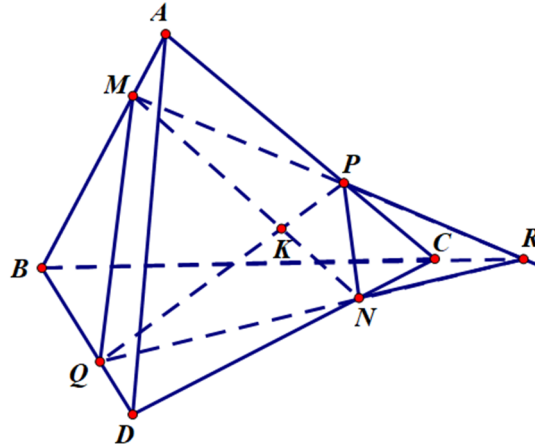
Vậy thiết diện được tạo thành là hình thang  $MPNQ$ .

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{MPNQ}} = \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta MNP} + S_{\Delta MQN}} = \frac{MP}{MP + NQ} = \frac{\frac{MP}{NQ}}{\frac{MP}{NQ} + 1}$$

$$\text{Mà } \frac{MP}{NQ} = \frac{BC}{NQ} = \frac{AB}{DN} = \frac{AM}{DN+NC} = \frac{k+1}{k+1} = k$$

$$\text{Suy ra } \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{MPNQ}} = \frac{k}{k+1}$$

$$\text{TH2: } \frac{AP}{PC} \neq k$$



Trong  $(ABC)$ , gọi  $R = MP \cap BC$ ;

Trong  $(BCD)$ , gọi  $Q = RN \cap BD$ ;

Nối  $PN, MQ$  ta được thiết diện cần tìm là tứ giác  $MPNQ$ .

Gọi  $K = MN \cap PQ$ .

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{MPNQ}} = \frac{PK}{PQ}$$

Do  $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = \frac{PK}{PQ} = k$  (theo giả thiết) nên  $AC; MN, BD$  lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và đường thẳng  $PQ$  cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại  $P, K, Q$  nên áp dụng định

$$\text{lí Talet ta có } \frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = \frac{PQ}{KQ} = k \Rightarrow \frac{PK}{KQ} = \frac{PK}{KQ+PK} = \frac{\frac{PK}{KQ}}{1+\frac{PK}{KQ}} \Rightarrow \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{MPNQ}} = \frac{PK}{KQ} = \frac{k}{1+k}.$$

**Câu 38.** Cho  $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Biết rằng  $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0\right)$ , khi đó  $\cos 2\alpha$  bằng.

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

**D.**  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết ta có:

$$\cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{6} \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{6} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{Lúc đó } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}.$$

- Câu 39.** Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a, b, c$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b\sqrt{9x^2 + 2}}{cx + 1} = 5$ .
- A.  $\frac{a-3b}{c} = 5$ .      B.  $\frac{a+3b}{c} = -5$ .      C.  $\frac{a-3b}{c} = -5$ .      **D.  $\frac{a+3b}{c} = 5$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b\sqrt{9x^2 + 2}}{cx + 1} = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b|x|\sqrt{9 + \frac{2}{x^2}}}{cx + 1} = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + b\sqrt{9 + \frac{2}{x^2}}}{c + \frac{1}{x}} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{a + b\sqrt{9+0}}{c+0} = 5 \Leftrightarrow \frac{a+3b}{c} = 5.$$

- Câu 40.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = 1; u_2 = 2$  và  $u_{n+2} = \frac{1+u_{n+1}}{u_n}$ . Khi đó, số hạng  $u_{2021}$  bằng
- A.  $u_{2021} = 0$ .      B.  $u_{2021} = 3$ .      C.  $u_{2021} = 2$ .      **D.  $u_{2021} = 1$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_1 = 1; u_2 = 2; u_3 = \frac{1+2}{1} = 3; u_4 = \frac{1+3}{2} = 2; u_5 = \frac{1+2}{3} = 1$$

$$u_6 = \frac{1+1}{2} = 1; u_7 = \frac{1+1}{1} = 2; u_8 = \frac{1+2}{1} = 3; u_9 = \frac{1+3}{2} = 2; u_{10} = \frac{1+2}{3} = 1;$$

$$\text{Giả sử } u_{5k+1} = 1; u_{5k+2} = 2; u_{5k+3} = 3; u_{5k+4} = 2; u_{5k+5} = 1; \text{ với } k \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Khi đó } u_{5(k+1)+1} = \frac{1+u_{5k+5}}{u_{5k+4}} = \frac{1+1}{2} = 1; u_{5(k+1)+2} = \frac{1+u_{5k+6}}{u_{5k+5}} = \frac{1+1}{1} = 2; u_{5(k+1)+3} = \frac{1+u_{5k+7}}{u_{5k+6}} = \frac{1+2}{1} = 3;$$

$$u_{5(k+1)+4} = \frac{1+u_{5k+8}}{u_{5k+7}} = \frac{1+3}{2} = 2; u_{5(k+1)+5} = \frac{1+u_{5k+9}}{u_{5k+8}} = \frac{1+2}{3} = 1;$$

$$\text{Theo pp quy nạp suy ra } u_{5n+1} = 1; u_{5n+2} = 2; u_{5n+3} = 3; u_{5n+4} = 2; u_{5n+5} = 1; \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Do đó } u_{2021} = u_{5 \cdot 404 + 1} = 1.$$

## PHẦN 2. TỰ LUẬN (2,0 điểm)

### Bài 1 (1 đ).

- a) Xét tính tăng giảm của dãy số  $u_n = 5 - 3n$

**Lời giải**

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} - u_n = [5 - 3(n+1)] - (5 - 3n) = -3 < 0.$$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số giảm.

- b) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2-n}$ .

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2-n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left( 3 + \frac{1}{n} \right)}{n \left( \frac{2}{n} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n}}{\frac{2}{n} - 1} = \frac{3}{-1} = -3.$$

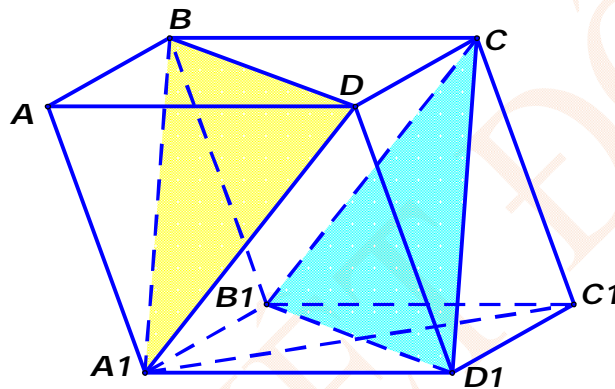
$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2-n} = -3.$$

**Câu 2 (1 đ).** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$

a) Chứng minh  $mp(A_1BD) \parallel mp(CB_1D_1)$ .

b) Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{AD} = \vec{b}; \overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$ . Tính  $\overrightarrow{A_1C}$  theo  $\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}$

## Lời giải



$$\text{a) Ta có } \begin{cases} A_1B \parallel CD_1 \\ BD \parallel B_1D_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1B \parallel (CB_1D_1) \\ BD \parallel (CB_1D_1) \end{cases} \Rightarrow (A_1BD) \parallel (CB_1D_1)$$

$$\text{b) Ta có } \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{A_1C_1} + \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}.$$

∞ HẾT ∞

## ĐỀ SỐ 15

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 04 câu tự luận)

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-5}{\sqrt{n^2+1}+2n}$  bằng

- A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{5}{3}$ .

Câu 2.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x-1}{x-1}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B. -3.                      C.  $-\infty$ .                      D. -1.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm AD. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{CM}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MC}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MC}$ .

Câu 4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{0,5})^{n+1}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $-\infty$ .                      D. 1.

Câu 5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2+3n)$  bằng

- A. 2.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 1.

Câu 6. Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0$ . Giá trị  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  bằng

- A. 0.                      B. 3.                      C. -3.                      D. 2.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là sai?

A. Nếu  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = -2$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n \cdot v_n) = -\infty$ .

B. Nếu  $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = +\infty$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{u_n} = 0$ .

C. Nếu  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \pm\infty$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

D. Nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = +\infty$ .

Câu 8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n^2+5}$  bằng

- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B.  $\frac{2}{-3}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.

Câu 9. Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -4$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$  bằng

- A. 2.                      B. 1.                      C. 10.                      D. -1.

Câu 10. Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 5$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - v_n)$  bằng

- A. 2.                      B. 6.                      C. 8.                      D. -2.

Câu 11. Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

A. 0. B. 3. C. -3. D. 9.

Câu 12. Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{3x-1}$  ?

A.  $\frac{3}{2}$ . B.  $-\frac{1}{2}$ . C.  $-\frac{3}{2}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

Câu 13. Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

A.  $-\infty$ . B.  $-4$ . C.  $4$ . D.  $+\infty$ .

Câu 14. Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 4$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Tích vô hướng của  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

A. 6. B.  $-6\sqrt{3}$ . C.  $-6$ . D.  $6\sqrt{3}$ .

Câu 15. Số điểm gián đoạn của hàm số  $y = \frac{3+x}{x^4+4x^2}$  là

A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 16. Hàm số  $y = \frac{1}{x(x^2-1)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

A.  $x=1$ . B.  $x=-1$ . C.  $x=-2$ . D.  $x=0$ .

Câu 17. Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ , gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là hai vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ ;  $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng

A.  $-135^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $135^\circ$ . D.  $-45^\circ$ .

Câu 18. Cho hình hộp  $ABCD A' B' C' D'$ . Ta có  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$  bằng

A.  $\overrightarrow{DB}$ . B.  $\overrightarrow{DA'}$ . C.  $\overrightarrow{DC'}$ . D.  $\overrightarrow{DB'}$ .

Câu 19.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^{2020}+1}{2-n^{2021}}$  bằng:

A.  $-5$ . B.  $-\infty$ . C.  $0$ . D.  $+\infty$ .

Câu 20. Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A.  $\overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD}$ . B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ . C.  $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD}$ . D.  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ .

Câu 21. Hàm số  $\frac{x^2+1}{x^2-3x-4}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; 2)$ . B.  $(5; 8)$ . C.  $(2; 5)$ . D.  $(-\infty; +\infty)$ .

Câu 22.  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x^2-1}$  bằng

A.  $-\infty$ . B.  $0$ . C.  $2$ . D.  $+\infty$ .

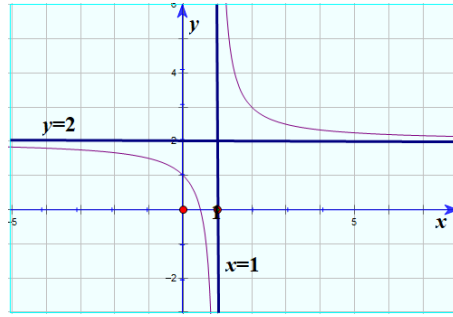
Câu 23. Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ ?

A.  $y = \frac{1}{x^3+1}$ . B.  $y = \frac{5}{x^2-x-2}$ . C.  $y = \frac{3}{x^2-1}$ . D.  $y = \frac{1}{x^2-2}$ .

Câu 24. Tổng  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$  bằng

- A. 3.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C. 2.                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 25.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hình vẽ như sau. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Câu 26.** Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là  $+\infty$  ?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - x^2 + 6)$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 + 6)$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + x^3)$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x)$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ 4 + 2m & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$  khi giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng

- A.  $(5; 10)$ .                      B.  $(10; 15)$ .                      C.  $(0; 5)$ .                      D.  $(-5; 0)$ .

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.  $\overline{JG} + \overline{IG} = \vec{0}$ .                      B.  $\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC} = 3\overline{DG}$ .  
 C.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$ .                      D.  $4\overline{JG} = \overline{JB} + \overline{JA} + \overline{JD} + \overline{JC}$ .

**Câu 29.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{3n + 2n^2}$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 30.** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $2\vec{u} + 3\vec{v}$  bằng

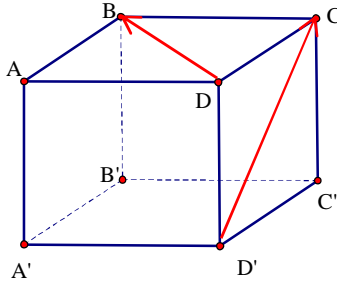
- A.  $97 - 36\sqrt{3}$ .                      B.  $\sqrt{61}$ .                      C. 71.                      D.  $\sqrt{133}$ .

**Câu 31.** Hàm số nào dưới đây không liên tục trên  $R$ ?

- A.  $y = \cos 2x$ .                      B.  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ .                      C.  $y = (x + 1)^3(x^2 + 2)$ .                      D.  $y = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên). Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{DB}$  và  $\overline{D'C}$ .





- A.  $90^\circ$ .                      B.  $135^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 33.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{y}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{z}$  và gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $BC'$ . Phân tích (hay biểu thị) vectơ  $\overrightarrow{B'M}$  qua các vectơ  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  là

- A.  $2\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .    B.  $\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ .    C.  $3\overrightarrow{B'M} = \vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ .    D.  $2\overrightarrow{B'M} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .

**Câu 34.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1}$  bằng

- A. 9.                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 5.                                      D. -9.

**Câu 35.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.                      B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{C'B}$  đồng phẳng.  
C.  $\overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}$  đồng phẳng.                      D.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 1.** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3}$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$ .

**Câu 3.** Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn:  $a - b = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 + (bx-1)^3}{x} = 1$ .

**Câu 4.** Với mọi giá trị thực của tham số  $m$ , chứng minh phương trình  $(m+1)x^4 + 3mx^2 + x - 2m - 2 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực.

-----Hết-----

## ĐÁP ÁN

1C	2C	3D	4B	5C	6B	7D	8D	9A	10A
11C	12D	13A	14A	15A	16C	17B	18D	19C	20A
21B	22D	23A	24C	25A	26A	27D	28B	29A	30D
31B	32C	33A	34D	35A					

## LỜI GIẢI

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-5}{\sqrt{n^2+1}+2n}$  bằng

A. 0.

B.  $+\infty$ .C.  $\frac{4}{3}$ .D.  $\frac{5}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-5}{\sqrt{n^2+1}+2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(4 - \frac{5}{n}\right)}{n \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} + 2\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{5}{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} + 2} = \frac{4}{1+2} = \frac{4}{3}$$

Câu 2.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x-1}{x-1}$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. -3.

C.  $-\infty$ .

D. -1.

Lời giải

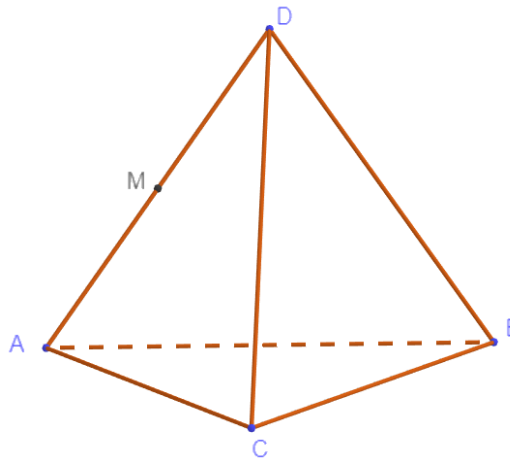
Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (-3x-1) = -4 < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$  với mọi  $x > 1$ .

Do đó,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x-1}{x-1} = -\infty$

Câu 3. Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD}$ .B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{CM}$ .C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MC}$ .D.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MC}$ .

Lời giải



$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = -(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = -2\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MC}.$$

**Câu 4.**  $\lim(\sqrt{0,5})^{n+1}$  bằng

- A.  $+\infty$ .      **B. 0.**      C.  $-\infty$ .      D. 1.

**Lời giải**

Vì  $0,5 < 1$  nên  $\lim(\sqrt{0,5})^{n+1} = 0$

**Câu 5.**  $\lim(2+3n)$  bằng

- A. 2.      B.  $-\infty$ .      **C.  $+\infty$ .**      D. 1.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(2+3n) = \lim n \left( \frac{2}{n} + 3 \right)$ .

Vì  $\lim n = +\infty$ ;  $\lim \left( \frac{2}{n} + 3 \right) = 3$  nên  $\lim n \left( \frac{2}{n} + 3 \right) = +\infty$ .

Vậy  $\lim(2+3n) = +\infty$ .

**Câu 6.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 3) = 0$ . Giá trị  $\lim u_n$  bằng

- A. 0.      **B. 3.**      C. -3.      D. 2.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(u_n - 3) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = 3$ .

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = -2$  thì  $\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$ .

B. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = 0$ .

C. Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

**D. Nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim q^n = +\infty$ .**

**Lời giải**

Phương án A, B, C đúng với nội dung định lí. Phương án D sai vì nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim q^n = 0$ .

**Câu 8.**  $\lim \frac{1-2n}{3n^2+5}$  bằng

- A.  $\frac{2}{5}$ .      B.  $\frac{2}{-3}$ .      C.  $+\infty$ .      **D. 0.**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim \frac{1-2n}{3n^2+5} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{2}{n}}{3 + \frac{5}{n^2}} = \frac{0}{3} = 0$ .

**Câu 9.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -4$ . Giá trị của

$$\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)] \text{ bằng}$$

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 10.

**D.** -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)] = 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2.3 + (-4) = 2.$$

**Câu 10.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

**A.** 2.

**B.** 6.

**C.** 8.

**D.** -2.

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } \lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = 5 - 3 = 2.$$

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

**A.** 0.

**B.** 3.

**C.** -3.

**D.** 9.

**Lời giải**

$$\text{Áp dụng định lí: } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$$

**Câu 12.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{3x - 1}$  ?

**A.**  $\frac{3}{2}$ .

**B.**  $-\frac{1}{2}$ .

**C.**  $-\frac{3}{2}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{3x - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{3x^2 + 1} - x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3x^2 + 1} - \lim_{x \rightarrow 1} x}{\lim_{x \rightarrow 1} 3x - \lim_{x \rightarrow 1} 1} = \frac{\sqrt{3.1^2 + 1} - 1}{3.1 - 1} = \frac{1}{2}$$

**Câu 13.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ . Giá trị của

$$\lim_{x \rightarrow 0} [f(x).g(x)] \text{ bằng}$$

**A.**  $-\infty$ .

**B.** -4.

**C.** 4.

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Với  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ , áp dụng quy tắc tính giới hạn vô cực, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} [f(x).g(x)] = -\infty.$$

**Câu 14.** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 4$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Tích vô hướng của  $\vec{u}. \vec{v}$  bằng

**A.** 6.

**B.**  $-6\sqrt{3}$ .

**C.** -6.

**D.**  $6\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \vec{u}. \vec{v} = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 4.3.\cos 120^\circ = -6.$$

**Câu 15.** Số điểm gián đoạn của hàm số  $y = \frac{3+x}{x^4+4x^2}$  là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

**Lời giải**

Hàm số xác định khi  $x^4 + 4x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ .

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Tại  $x=0$ : Hàm số không xác định nên hàm số gián đoạn.

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm gián đoạn.

**Câu 16.** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x^2-1)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

A.  $x=1$ .B.  $x=-1$ .C.  $x=-2$ .D.  $x=0$ .

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định khi  $x(x^2-1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$

Hàm số đã cho là hàm phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 1)$ ,  $(1; +\infty)$ . Do  $-2 \in (-\infty; -1)$  nên hàm số đã cho liên tục tại  $x=-2$ .

**Câu 17.** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ , gọi hai vectơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  lần lượt là hai vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ ;  $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng

A.  $-135^\circ$ .B.  $45^\circ$ .C.  $135^\circ$ .D.  $-45^\circ$ .

**Lời giải**

Vì  $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ > 90^\circ$  nên góc giữa  $a$  và  $b$  bằng  $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ .

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD A' B' C' D'$ . Ta có  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$  bằng

A.  $\overrightarrow{DB}$ .B.  $\overrightarrow{DA'}$ .C.  $\overrightarrow{DC'}$ .D.  $\overrightarrow{DB'}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$

(Áp dụng quy tắc hình bình hành cho hình bình hành  $ABCD$  và  $BB'D'D$ ).

**Câu 19.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^{2020} + 1}{2 - n^{2021}}$  bằng:

A.  $-5$ .B.  $-\infty$ .C.  $0$ .D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^{2020} + 1}{2 - n^{2021}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2021} \left( \frac{5}{n} + \frac{1}{n^{2021}} \right)}{n^{2021} \left( \frac{2}{n^{2021}} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left( \frac{5}{n} + \frac{1}{n^{2021}} \right)}{\left( \frac{2}{n^{2021}} - 1 \right)} = \frac{0+0}{0-1} = 0$

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A.  $\overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD}$ .B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .C.  $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD}$ .D.  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\overline{CD} - 2\overline{DC} = \overline{CD} + 2\overline{CD} = 3\overline{CD}$  nên A sai.

**Câu 21.** Hàm số  $\frac{x^2+1}{x^2-3x-4}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; 2)$ .

**B.  $(5; 8)$ .**

C.  $(2; 5)$ .

D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 4)$ ,  $(4; +\infty)$  nên liên tục trên khoảng  $(5; 8)$ .

**Câu 22.**  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x^2-1}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B. 0.

C. 2.

**D.  $+\infty$ .**

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (2x+1) = -1 < 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2-1) = 0$  và  $x^2-1 < 0$  khi  $-1 < x < 1$  nên  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x^2-1} = +\infty$ .

**Câu 23.** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ ?

**A.  $y = \frac{1}{x^3+1}$ .**

B.  $y = \frac{5}{x^2-x-2}$ .

C.  $y = \frac{3}{x^2-1}$ .

D.  $y = \frac{1}{x^2-2}$ .

**Lời giải**

Ta có:

\* Hàm số  $y = \frac{1}{x^3+1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số xác định trên  $(0; 3)$ .

Suy ra hàm số liên tục trên  $(0; 3)$ .

\* Hàm số  $y = \frac{5}{x^2-x-2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

Hàm số  $y = \frac{3}{x^2-1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Hàm số  $y = \frac{1}{x^2-2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

Do đó 3 hàm số trên không liên tục trên  $(0; 3)$ .

Kết luận: Hàm số  $y = \frac{1}{x^3+1}$  liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 24.** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$  bằng

A. 3.

B.  $\frac{2}{3}$ .

**C. 2.**

D.  $\frac{1}{2}$ .

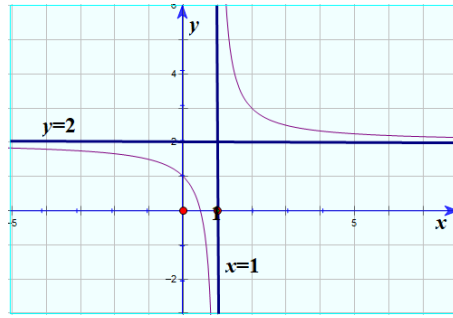
**Lời giải**

Ta có các số hạng  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{2^n}; \dots$  lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}$ .

Do đó:  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ .

Kết luận:  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 2$ .

**Câu 25.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hình vẽ như sau. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



**A.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .

**Câu 26.** Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là  $+\infty$  ?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - x^2 + 6)$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 + 6)$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + x^3)$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x)$ .

**Lời giải**

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - x^2 + 6) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( 2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^3} \right) = +\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^3} \right) = 2 > 0$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 + 6) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left( -2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^4} \right) = -\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^4} \right) = -2 < 0$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + x^3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( -2 \cdot \frac{1}{x^2} + 1 \right) = -\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -2 \cdot \frac{1}{x^2} + 1 \right) = 1 > 0$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( 2 \cdot \frac{1}{x} + 1 \right) = -\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2 \cdot \frac{1}{x} + 1 \right) = 1 > 0$ .

Vậy chỉ có đáp án A là có kết quả là  $+\infty$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ 4 + 2m & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$  khi giá trị của tham

số  $m$  thuộc khoảng

**A.**  $(5; 10)$ .

**B.**  $(10; 15)$ .

**C.**  $(0; 5)$ .

**D.**  $(-5; 0)$ .

**Lời giải**

Ta có :  $f(-1) = 4 + 2m$ .

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1) = 3.$$

Hàm số liên tục tại  $x = -1$  khi  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow 3 = 4 + 2m \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$ .

Vậy  $m \in (-5; 0)$ .

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

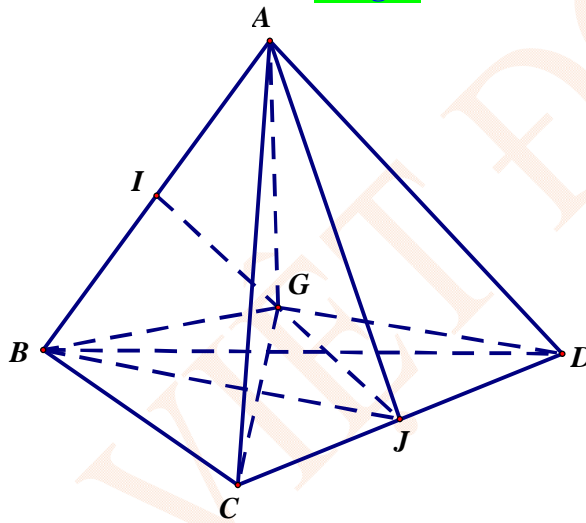
**A.**  $\overrightarrow{JG} + \overrightarrow{IG} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$ .

**C.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**D.**  $4\overrightarrow{JG} = \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC}$ .

**Lời giải**



+) Vì  $G$  là trung điểm  $IJ$  nên  $\overrightarrow{JG} + \overrightarrow{IG} = \vec{0}$ , suy ra **A** đúng.

+) Ta có  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ .

Vì  $G$  không là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} \neq \vec{0}$ .

nên  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} \neq 3\overrightarrow{DG}$ , suy ra **B** sai.

+) Ta có  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}$ , suy ra **C** đúng.

+) Ta có  $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = 4\overrightarrow{JG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 4\overrightarrow{JG}$ , suy ra **D** đúng.

**Câu 29.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{3n + 2n^2}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{4}$ .

**B.**  $\frac{1}{3}$ .

**C.**  $\frac{1}{2}$ .

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$



$$\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{3n+2n^2} = \lim \frac{n(n+1)}{2(3n+2n^2)} = \lim \frac{n^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)}{n^2 \left(4 + \frac{6}{n}\right)} = \lim \frac{1 + \frac{1}{n}}{4 + \frac{6}{n}} = \frac{1}{4}$$

**Câu 30.** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $2\vec{u} + 3\vec{v}$  bằng

A.  $97 - 36\sqrt{3}$ .

B.  $\sqrt{61}$ .

C. 71.

D.  $\sqrt{133}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \cos 60^\circ \cdot |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$$

$$|2\vec{u} + 3\vec{v}|^2 = (2\vec{u} + 3\vec{v})^2 = 4|\vec{u}|^2 + 9|\vec{v}|^2 + 12\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \cdot 2^2 + 9 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = 133$$

$$\Rightarrow |2\vec{u} + 3\vec{v}| = \sqrt{133}$$

**Câu 31.** Hàm số nào dưới đây không liên tục trên  $R$ ?

A.  $y = \cos 2x$ .

B.  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ .

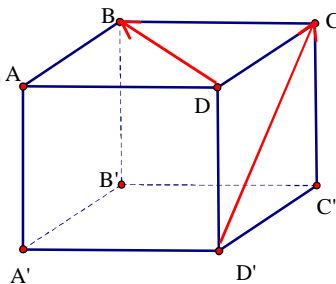
C.  $y = (x+1)^3(x^2+2)$ .

D.  $y = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$  có tập xác định là  $D = R \setminus \{-1; 1\}$  nên không liên tục trên  $R$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên). Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\vec{DB}$  và  $\vec{D'C}$ .



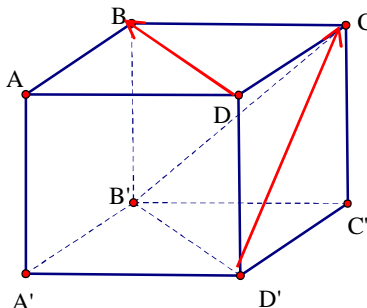
A.  $90^\circ$ .

B.  $135^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

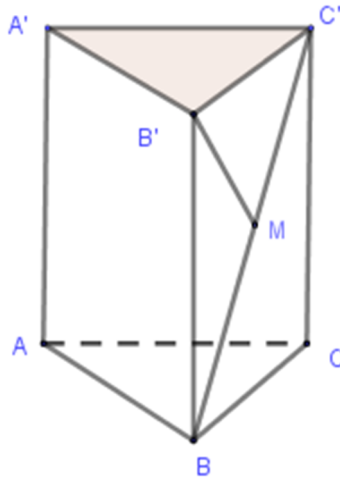


Ta có:  $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{D'C}) = (\overrightarrow{D'B'}, \overrightarrow{D'C}) = \widehat{B'D'C} = 60^\circ$  (do  $\Delta B'D'C$  là tam giác đều)

**Câu 33.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}, \overrightarrow{AB} = \vec{y}, \overrightarrow{AC} = \vec{z}$  và gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $BC'$ . Phân tích (hay biểu thị) vectơ  $\overrightarrow{B'M}$  qua các vectơ  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  là

- A.**  $2\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .    **B.**  $\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ .    **C.**  $3\overrightarrow{B'M} = \vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ .    **D.**  $2\overrightarrow{B'M} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .

**Lời giải**



Ta có:

$$2\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$$

$$2\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A'A}$$

$$2\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$

$$2\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}.$$

**Câu 34.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1}$  bằng

**A.** 9.

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 5.

**D.** -9.

**Lời giải**

Ta có :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^2 \cdot 3^n + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 + 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1 + \frac{1}{3^n}} = \frac{9}{-1} = -9$$

**Câu 35.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

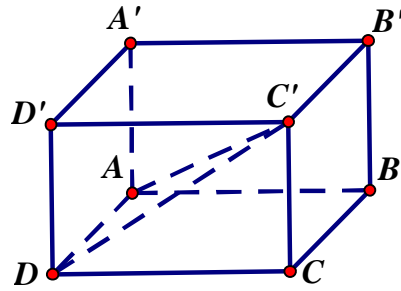
**A.**  $\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

**B.**  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{C'B}$  đồng phẳng.

**C.**  $\overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}$  đồng phẳng.

**D.**  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

## Lời giải



Ta có  $DC' \subset (ADC')$  (1)

$AC' \subset (ADC')$  (2)

Lại có,  $A'D' \parallel AD$  mà  $AD \subset (ADC')$  nên  $A'D' \parallel (ADC')$  (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra  $\overrightarrow{DC'}$ ,  $\overrightarrow{A'D'}$ ,  $\overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

## II. PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 1.** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3}$ .

## Lời giải

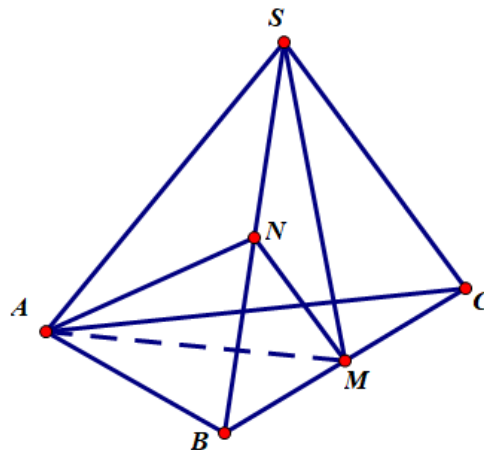
Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n^2 + 2n + 1)}{n^3 + 2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 4n^2 + 2n}{n^3 + 2n - 3} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{4}{n} + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^3}} = \frac{2 + 0 + 0}{1 + 0 - 0} = 2 \end{aligned}$$

Kết luận:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3} = 2$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$ .

## Lời giải



Vì  $SA = SB = SC$  và tam giác tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên có  $SM \perp (ABC)$ .

Gọi  $N$  là trung điểm của  $SB$  khi đó có  $MN \parallel SC$  nên góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$  chính là góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $MN$ .

Do tam giác tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $AM \perp BC$ . Mặt khác do  $SM \perp (ABC)$  nên có  $AM \perp SM$ . Do đó  $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MN$

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 3.** Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn:  $a - b = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 + (bx-1)^3}{x} = 1$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 + (bx-1)^3}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 - 1 + (bx-1)^3 + 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(bx-1)^3 + 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1-1)(ax+1+1)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(bx-1+1)[(bx-1)^2 - (bx-1) + 1]}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax(ax+2)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx[(bx-1)^2 - (bx-1) + 1]}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} [a(ax+2)] + \lim_{x \rightarrow 0} b[(bx-1)^2 - (bx-1) + 1] \\ &= 2a + 3b. \end{aligned}$$

$$\text{Theo đề ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a - b = 2 \\ 2a + 3b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{5} \\ b = \frac{-3}{5} \end{cases}.$$

**Câu 4.** Với mọi giá trị thực của tham số  $m$ , chứng minh phương trình  $(m+1)x^4 + 3mx^2 + x - 2m - 2 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực.

**Lời giải**

Đặt  $f(x) = (m+1)x^4 + 3mx^2 + x - 2m - 2$ .

Đây là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Trường hợp 1:  $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$ . Ta có  $f(x) = -3x^2 + x$ .

$$\text{Do đó } f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm.

Trường hợp 2:  $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  và  $f(0) = -2m - 2 < 0, \forall m > -1$ .

Do đó, phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm trên mỗi khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Suy ra, phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thực với mọi  $m > -1$ .

Trường hợp 3:  $m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  và  $f(0) = -2m - 2 > 0, \forall m < -1$ .

Do đó, phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm trên mỗi khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Suy ra, phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thực với mọi  $m < -1$ .

Vậy, phương trình đã cho luôn có ít nhất hai nghiệm thực với mọi giá trị thực của tham số  $m$ .

-----Hết-----

## ĐỀ SỐ 16

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\lim \frac{1}{n} = +\infty$ .      B.  $\lim(-2n+1) = -\infty$ .      C.  $\lim \frac{2-n}{3n^2} = -\infty$ .      D.  $\lim \frac{-3}{-2n+1} = \frac{3}{2}$ .

Câu 2: Tính  $\lim(-n^2 + 4)$ ?

- A.  $-\infty$ .      B.  $+\infty$ .      C.  $-1$ .      D.  $4$ .

Câu 3: Cho các dãy số  $(u_n), (v_n)$  và  $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A.  $1$ .      B.  $0$ .      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

Câu 4: Tính  $\lim \frac{2n+1}{1+n}$  được kết quả là

- A.  $2$ .      B.  $0$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $1$ .

Câu 5: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .      B.  $\left(\frac{4}{e}\right)^n$ .      C.  $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ .      D.  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

Câu 6: Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 9$  và  $\lim v_n = 2$  Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

- A.  $18$ .      B.  $7$ .      C.  $11$       D.  $-7$

Câu 7: Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 15$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng

- A.  $13$ .      B.  $-13$ .      C.  $30$ .      D.  $-30$ .

Câu 8: Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$  bằng

- A.  $3$ .      B.  $10$ .      C.  $-3$ .      D.  $3$ .

Câu 9: Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2021$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2021$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

- A.  $2021$ .      B.  $1$ .      C.  $2020$ .      D.  $2022$ .

Câu 10: Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$  bằng

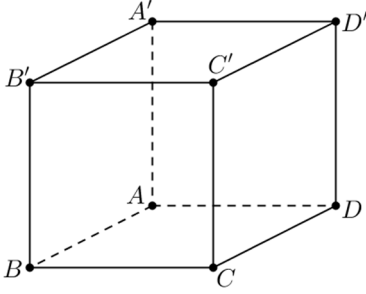
- A.  $2$ .      B.  $1$ .      C.  $+\infty$ .      D.  $0$ .

Câu 11:  $\lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x+16}$  bằng

- A.  $5$ .      B.  $4$ .      C.  $25$ .      D.  $9$ .

Câu 12:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{2021}$  bằng

- A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C.  $0$ .      D.  $1$ .

- Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2021$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. -2.
- Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{1}{x-2022}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x = 2022$ .                      B.  $x = 2020$ .                      C.  $x = 2023$ .                      D.  $x = -2022$ .
- Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{2021}{(x-1)(x-2)(x-3)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 2$ .
- Câu 16:** Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?
- A. Hình thang                      B. Hình bình hành                      C. Hình chữ nhật                      D. Hình thoi
- Câu 17:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$ .                      B.  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .                      D.  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .
- Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$  bằng
- A.  $\overrightarrow{BD'}$ .                      B.  $\overrightarrow{BD}$ .                      C.  $\overrightarrow{BA'}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC'}$ .
- 
- Câu 19:** Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không tùy ý, tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng
- A.  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .                      B.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .                      C.  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cot(\vec{u}, \vec{v})$ .                      D.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cot(\vec{u}, \vec{v})$ .
- Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DD'$  là
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .
- Câu 21:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$  bằng
- A.  $\frac{2}{3}$                       B. 1                      C. 3                      D. -2
- Câu 22:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = -\frac{1}{2}$ . Tổng  $S$  của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng
- A.  $S = 2$ .                      B.  $S = \frac{3}{2}$ .                      C.  $S = 1$ .                      D.  $S = \frac{2}{3}$ .

**Câu 23:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{3}$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2021)$  bằng

- A. 0.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 2.

**Câu 25:**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2022}{x-1}$  bằng

- A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C. 1.                      D.  $-\infty$ .

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$  bằng

- A.  $\frac{5}{4}$ .                      B.  $-\frac{5}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D. 2.

**Câu 27:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-3; 2)$ .                      B.  $(-2; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 3)$ .                      D.  $(2; 3)$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x=1$  bằng

- A.  $m=3$ .                      B.  $m=1$ .                      C.  $m=\frac{3}{4}$ .                      D.  $m=\frac{1}{2}$ .

**Câu 29:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 2021)$ ?

- A.  $y = \frac{x-2}{x+2020}$ .                      B.  $y = \frac{2x+1}{x-25}$ .                      C.  $y = \frac{x+1}{x-2020}$ .                      D.  $y = \frac{1}{x^2-4}$ .

**Câu 30:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $f(x) = \tan x + 5$ .                      B.  $f(x) = \frac{x^2+3}{5-x}$ .                      C.  $f(x) = \sqrt{x-6}$ .                      D.  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $A'A$ .

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng:

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 33:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}|=4; |\vec{b}|=3; |\vec{a}-\vec{b}|=4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .                      B.  $\alpha = 30^\circ$ .                      C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .                      D.  $\alpha = 60^\circ$ .



**Câu 34:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**.

**A.**  $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

**B.**  $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

**C.**  $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ .

**D.**  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$  Gọi  $E$  là trung điểm  $AD$ ,  $F$  là trung điểm  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.**  $\vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 3\vec{EG}$ .

**B.**  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**C.**  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$ .

**D.**  $2\vec{EF} = \vec{AB} + \vec{DC}$ .

### PHẦN TỰ LUẬN

**Bài 1.** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

**Bài 2.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD = a$ , góc  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DM$ .

**Bài 3.**

a) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (2a+1)x + 2a}{2x - 4a} = \frac{1}{4}$

b) Với giá trị thực của tham số  $m \in (2; 3)$  chứng minh phương trình  $2x^3 - 9x^2 + 12x - 2 - m = 0$  luôn có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

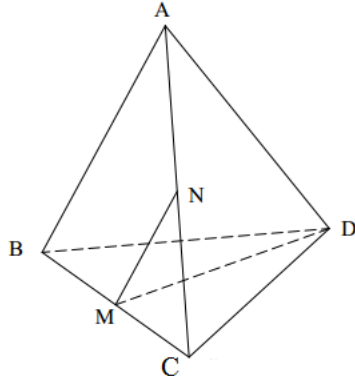
Môn : TOÁN, Lớp 11

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.B	2.A	3.B	4.A	5.A	6.A	7.A	8.A	9.A	10.D
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.D	18.A	19.A	20.A
21.C	22.D	23.A	24.B	25.D	26.A	27.B	28.C	29.A	30.D
31.A	32.C	33.A	34.A	35.B					

\* Mỗi câu trắc nghiệm đúng được 0,2 điểm.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu hỏi	Nội dung	Điểm
<b>Bài 1</b> (1,0 điểm)	Ta có: $\lim(\sqrt{n^2+n+1}-n) = \lim \frac{n^2+n+1-n^2}{\sqrt{n^2+n+1}+n}$	0,25
	$= \lim \frac{n+1}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)}+n}$	0,25
	$= \lim \frac{n\left(1+\frac{1}{n}\right)}{n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}+1\right)}$	0,25
	$= \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}+1} = \frac{1}{2}$	0,25
<b>Bài 2</b> (1,0 điểm)	 <p><math>\Delta ABC, \Delta ABD</math> là tam giác đều. <math>\Delta ADC, \Delta BDC</math> lần lượt là tam giác vuông tại A và B. Dựng <math>MN // AB \Rightarrow N</math> là trung điểm của AC.</p> <p><math>MN = \frac{a}{2}</math>.</p> <p><math>DM = DN = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}</math>.</p>	0,25
		0,25
		0,25

	$DN^2 = DM^2 + MN^2 - 2DM \cdot MN \cdot \cos \widehat{DMN}$ $\Rightarrow \cos \widehat{DMN} = \frac{MN}{2DM} = \frac{a}{2a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \widehat{DMN} = 77^\circ 4'$	0,25
<b>Bài 3a</b> (0,5 điểm)	<p>Ta có: <math>\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (2a+1)x + 2a}{2x - 4a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 2ax - x + 2a}{2(x-2a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-2a) - (x-2a)}{2(x-2a)}</math></p> $= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-2a)(x-1)}{2(x-2a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-1}{2} = \frac{a-1}{2}.$	0,25
	<p>Mà <math>\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (2a+1)x + 2a}{2x - 4a} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{a-1}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.</math></p>	0,25
<b>Bài 3b</b> (0,5 điểm)	<p>Đặt <math>f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2 - m</math></p> <p>Vì <math>m \in (2;3) \Leftrightarrow 2 &lt; m &lt; 3 \Rightarrow \begin{cases} m-2 &gt; 0 \\ m-3 &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p>Ta có <math>f(0) = -2 - m &lt; 2 - m &lt; 0</math>, <math>f(1) = 3 - m &gt; 0</math>, <math>f(2) = 2 - m &lt; 0</math>,</p> $f(3) = 7 - m > 0.$ <p>Từ đó có <math>\begin{cases} f(0).f(1) &lt; 0 \\ f(1).f(2) &lt; 0 \\ f(2).f(3) &lt; 0 \end{cases}</math> (1). Vì hàm số liên tục và xác định trên</p>	0,25
	<p>R nên hàm số liên tục trên các đoạn <math>[0;1]</math>, <math>[1;2]</math>, <math>[2;3]</math> (2). Từ (1) và (2) suy ra phương trình <math>f(x) = 0</math> có ba nghiệm dương phân biệt lần lượt thuộc các khoảng <math>(0;1)</math>, <math>(1;2)</math>, <math>(2;3)</math>.</p>	0,25

## HƯỚNG DẪN CHI TIẾT 35 CÂU TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  $\lim \frac{1}{n} = +\infty$ .      **B.**  $\lim(-2n+1) = -\infty$ .      **C.**  $\lim \frac{2-n}{3n^2} = -\infty$ .      **D.**  $\lim \frac{-3}{-2n+1} = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim(-2n+1) = \lim n \left(-2 + \frac{1}{n}\right) = -\infty$ .

**Câu 2:** Tính  $\lim(-n^2+4)$ ?

**A.**  $-\infty$ .      **B.**  $+\infty$ .      **C.**  $-1$ .      **D.**  $4$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có  $\lim(n^2+4) = \lim \left[ n^2 \cdot \left(-1 + \frac{4}{n^2}\right) \right] = -\infty$ .

**Câu 3:** Cho các dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

**A.**  $1$ .      **B.**  $0$ .      **C.**  $-\infty$ .      **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  trong đó  $a$  hữu hạn thì

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = 0.$$

**Câu 4:** Tính  $\lim \frac{2n+1}{1+n}$  được kết quả là

**A.**  $2$ .      **B.**  $0$ .      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.**  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim \frac{2n+1}{1+n} = \lim \frac{n \left(2 + \frac{1}{n}\right)}{n \left(\frac{1}{n} + 1\right)} = \lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{\frac{1}{n} + 1} = \frac{2+0}{0+1} = 2.$$

**Câu 5:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

**A.**  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

**B.**  $\left(\frac{4}{e}\right)^n$ .

**C.**  $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ .

**D.**  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

**Lời giải****Chọn A**Ta có: nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim q^n = 0$ .Trong các Chọn A vì có  $\left|\frac{1}{3}\right| < 1$  nên  $\lim\left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ .**Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 9$  và  $\lim v_n = 2$  Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

**A.** 18.

**B.** 7.

**C.** 11

**D.** -7

**Lời giải****Chọn A**Ta có:  $\lim(u_n \cdot v_n) = 9 \cdot 2 = 18$ **Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 15$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng

**A.** 13.

**B.** -13.

**C.** 30.

**D.** -30.

**Lời giải****Chọn A**Ta có:  $\lim(u_n - 2) = 15 - 2 = 13$ .**Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$  bằng

**A.** 3.

**B.** 10.

**C.** -3.

**D.** 3.

**Lời giải****Chọn A**Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)] = 5 - 2 = 3$ .**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2021$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2021$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

**A.** 2021.

**B.** 1.

**C.** 2020.

**D.** 2022.

**Lời giải****Chọn A**Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2021$ .**Câu 10:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$  bằng



**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2021}{(x-1)(x-2)(x-3)} = f(-2)$ . Hàm số  $y = \frac{2021}{(x-1)(x-2)(x-3)}$  liên tục tại  $x = -2$ .

**Câu 16:** Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A.** Hình thang      **B.** Hình bình hành      **C.** Hình chữ nhật      **D.** Hình thoi

**Lời giải**

**Chọn A**

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án **A**.

**Câu 17:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{CB} + \overline{AD}$ .      **B.**  $2\overline{MN} = \overline{AB} + \overline{DC}$ .  
**C.**  $\overline{AD} + 2\overline{MN} = \overline{AB} + \overline{AC}$ .      **D.**  $2\overline{MN} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

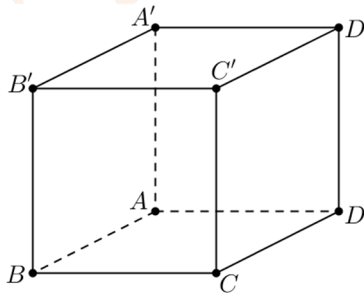
Ta có  $N$  là trung điểm của  $BC$  nên

$$2\overline{MN} = \overline{MB} + \overline{MC} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{MA} + \overline{AC} = 2\overline{MA} + \overline{AB} + \overline{AC} = \overline{DA} + \overline{AB} + \overline{AC} = -\overline{AD} + \overline{AB} + \overline{AC}$$

(Vì  $M$  là trung điểm  $AD$ ).

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'}$  bằng

- A.**  $\overline{BD'}$ .      **B.**  $\overline{BD}$ .      **C.**  $\overline{BA'}$ .      **D.**  $\overline{BC'}$ .



**Lời giải**

**Chọn A**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$ .

**Câu 19:** Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không tùy ý, tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      **B.**  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      **C.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cot(\vec{u}, \vec{v})$ .      **D.**  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cot(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DD'$  là

- A.**  $90^\circ$ .                      **B.**  $60^\circ$ .                      **C.**  $45^\circ$ .                      **D.**  $120^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  $DD' \perp (ABCD)$  nên  $DD' \perp AB \Rightarrow (AB; DD') = 90^\circ$ .

**Câu 21:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$  bằng

- A.**  $-\frac{2}{3}$                       **B.** 1                      **C.** 3                      **D.** -2

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-\frac{2}{n}}{1+\frac{3}{n}} = 3.$$

**Câu 22:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = -\frac{1}{2}$ . Tổng  $S$  của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A.**  $S = 2$ .                      **B.**  $S = \frac{3}{2}$ .                      **C.**  $S = 1$ .                      **D.**  $S = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 23:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$  bằng

- A.**  $-\frac{1}{3}$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 2.                      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$K = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3} = -\frac{1}{3}.$$

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2021)$  bằng

- A.** 0.                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.** 2.

**Lời giải**





$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-2^2}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+2} = \frac{3}{4}.$$

Và  $f(1) = m$  ta suy ra hàm số liên tục tại  $x=1$  khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ .

**Câu 29:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 2021)$ ?

**A.**  $y = \frac{x-2}{x+2020}$ .      **B.**  $y = \frac{2x+1}{x-25}$ .      **C.**  $y = \frac{x+1}{x-2020}$ .      **D.**  $y = \frac{1}{x^2-4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có hàm số  $y = \frac{x-2}{x+2020}$  luôn xác định trên khoảng  $(0; 2021)$ .

**Câu 30:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $(-\infty; +\infty)$ ?

**A.**  $f(x) = \tan x + 5$ .      **B.**  $f(x) = \frac{x^2+3}{5-x}$ .      **C.**  $f(x) = \sqrt{x-6}$ .      **D.**  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

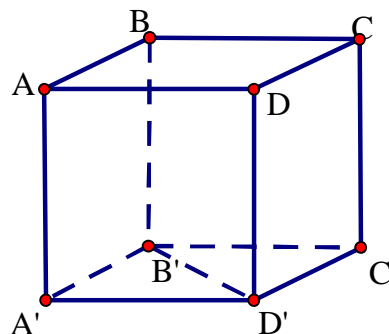
Hàm số  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$  là hàm phân thức hữu tỉ và có TXĐ là  $D = \mathbb{R}$  do đó hàm số  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $A'A$ .

**A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $45^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên cạnh  $A'A \perp (A'B'C'D')$  và  $B'D' \in (A'B'C'D')$

Nên  $A'A \perp B'D' \Rightarrow (\widehat{A'A, B'D'}) = 90^\circ$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng:

A.  $60^\circ$ .

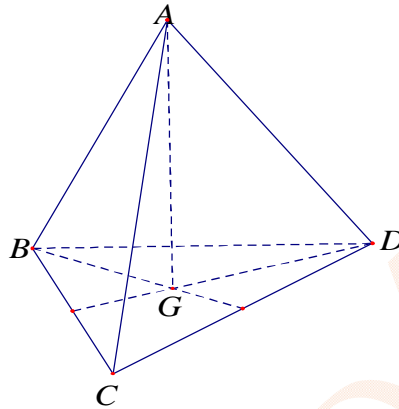
B.  $30^\circ$ .

**C.  $90^\circ$ .**

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Vì tứ diện  $ABCD$  đều nên  $AG \perp (BCD)$ .

Ta có:  $\begin{cases} CD \perp AG \\ CD \perp BG \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABG) \Rightarrow CD \perp AB$ .

Vậy số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 33:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

**A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .**

B.  $\alpha = 30^\circ$ .

C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

D.  $\alpha = 60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}\vec{b} \Rightarrow \vec{a}\vec{b} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Do đó: } \cos \alpha = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3}{8}$$

**Câu 34:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**.

**A.  $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .**

B.  $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

C.  $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ .

D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo giả thuyết trên thì với  $O$  là một điểm bất kỳ ta luôn có:  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ .

Ta thay điểm  $O$  bởi điểm  $A$  thì ta có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

Do vậy  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$  là sai.

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$  Gọi  $E$  là trung điểm  $AD$ ,  $F$  là trung điểm  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

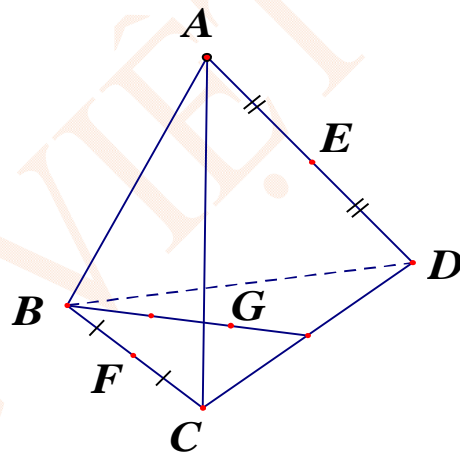
**A.**  $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 3\overrightarrow{EG}$ .

**B.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ .

**D.**  $2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Do  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  nên với điểm  $M$  bất kỳ ta có:  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MG}$ .

\* Thay  $M$  bằng  $E$  ta được phương án A  $\Rightarrow$  A đúng.

\* Do  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  nên  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow$  B sai vì  $\overrightarrow{GD} \neq \vec{0}$  do  $G \neq D$ .

\* Thay  $M$  bằng  $A$  ta được phương án C  $\Rightarrow$  C đúng.

\* Do  $E$  là trung điểm  $AD$ ,  $F$  là trung điểm  $BC$  nên:  $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$ ;  $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = -(\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CF}) = \vec{0}$

$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} \\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{EF} \Rightarrow \text{D đúng.}$$



## ĐỀ SỐ 17

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng  
**A.**  $-2$ . **B.**  $2$ . **C.**  $1$ . **D.**  $0$ .
- Câu 2.**  $\lim(n+2)$  bằng  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.**  $1$ . **D.**  $2$ .
- Câu 3.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 4$  và  $\lim v_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng  
**A.**  $2$ . **B.**  $8$ . **C.**  $-2$ . **D.**  $6$ .
- Câu 4.**  $\lim \frac{1}{n+3}$  bằng  
**A.**  $1$ . **B.**  $+\infty$ . **C.**  $0$ . **D.**  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 5.**  $\lim 2^n$  bằng  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.**  $2$ . **D.**  $0$ .
- Câu 6.** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng  
**A.**  $6$ . **B.**  $5$ . **C.**  $1$ . **D.**  $-1$ .
- Câu 7.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng  
**A.**  $-3$ . **B.**  $3$ . **C.**  $10$ . **D.**  $-10$ .
- Câu 8.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$  bằng  
**A.**  $5$ . **B.**  $6$ . **C.**  $1$ . **D.**  $-1$ .
- Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng  
**A.**  $2$ . **B.**  $1$ . **C.**  $4$ . **D.**  $0$ .
- Câu 10.**  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x+1)$  bằng  
**A.**  $3$ . **B.**  $1$ . **C.**  $+\infty$ . **D.**  $-\infty$ .
- Câu 11.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$  bằng  
**A.**  $-\frac{2}{3}$ . **B.**  $1$ . **C.**  $2$ . **D.**  $-3$ .
- Câu 12.** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$  bằng  
**A.**  $2$ . **B.**  $1$ . **C.**  $+\infty$ . **D.**  $0$ .
- Câu 13.** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$ .  
**A.**  $L = -\infty$ . **B.**  $L = 0$ . **C.**  $L = +\infty$ . **D.**  $L = 1$ .
- Câu 14.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$  bằng  
**A.**  $2$ . **B.**  $4$ . **C.**  $-1$ . **D.**  $-4$ .
- Câu 15.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$ .  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.**  $2$ . **D.**  $0$ .
- Câu 16.** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$ .

- A.  $L = -2$ .                      B.  $L = -1$ .                      C.  $L = -\frac{1}{2}$ .                      D.  $L = 2$ .

**Câu 17.** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

- A.  $-4$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $4$ .                      D.  $2$ .

**Câu 18.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $3$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 19.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $1$ .

**Câu 20.** Hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 0$ .

**Câu 21.** Hàm số  $y = \frac{2x-1}{(x+1)(x^2-3x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -3$ .

**Câu 22.** Hàm số  $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-5x+6}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .                      B.  $(0; 3)$ .                      C.  $(4; 6)$ .                      D.  $(2; 5)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x-5 & \text{khi } x \neq -1 \\ 3m-1 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$  bằng

- A.  $2$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-1$ .

**Câu 24.** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(-2; 3)$ ?

- A.  $y = \frac{2x}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$ .                      C.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .                      D.  $y = \frac{2-x}{x+3}$ .

**Câu 25.** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{2}{\sin x + 1}$ .                      B.  $y = \tan 2x + 5$ .                      C.  $y = x^2 - 2x + \cos x$ .                      D.  $y = \frac{3}{\cos x}$ .

**Câu 26.** Cho hai đường thẳng  $a, l$  song song với nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $l$ . Ảnh của  $a$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $l$  là

- A. một đường thẳng.                      B. một điểm.                      C. một tia.                      D. một đoạn thẳng.

**Câu 27.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'}$  bằng

- A.  $\overline{AC'}$ .                      B.  $\overline{BC'}$ .                      C.  $\overline{BD}$ .                      D.  $\overline{BD'}$ .

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đặt  $\vec{x} = \overline{AB}$ ;  $\vec{y} = \overline{AC}$ ;  $\vec{z} = \overline{AD}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .                      B.  $\overline{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

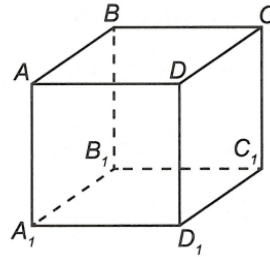
- C.  $\overline{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .                      D.  $\overline{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**Câu 29.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overline{AB} = \vec{a}$ ,  $\overline{AC} = \vec{b}$ ,  $\overline{AD} = \vec{c}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$ .                      B.  $\overline{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

- C.  $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$ .                      D.  $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$ .

- Câu 30.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng?
- A.** Hai vectơ  $\vec{y}; \vec{z}$  cùng phương. **B.** Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{y}$  cùng phương.  
**C.** Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{z}$  cùng phương. **D.** Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.
- Câu 31.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
**B.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.  
**C.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.  
**D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
- Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABBC.A_1B_1C_1D_1$  (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng  $AD$  và  $BB_1$  bằng

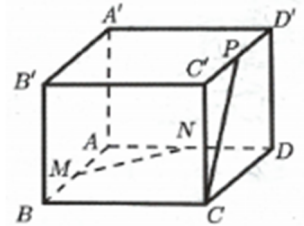


- A.**  $90^\circ$ . **B.**  $30^\circ$ . **C.**  $45^\circ$ . **D.**  $60^\circ$ .
- Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

- A.**  $60^\circ$ . **B.**  $30^\circ$ . **C.**  $45^\circ$ . **D.**  $90^\circ$ .

- Câu 34.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD, C'D'$ . Cosin của góc giữa hai đường thẳng  $MN, CP$  bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ . **B.**  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .  
**C.**  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ . **D.**  $\frac{3}{\sqrt{10}}$ .



- Câu 35.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Tính góc giữa cặp vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{IJ}$ .
- A.**  $120^\circ$ . **B.**  $90^\circ$ . **C.**  $45^\circ$ . **D.**  $45^\circ$ .

### PHẦN TỰ LUẬN

**Bài 1.** (1 điểm) Xác định  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x > 2 \\ (1-a)x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài 2.** (1 điểm) Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ , biết  $AB = CD = a, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

**Bài 3.** (0,5 điểm) Tìm hai số  $a, b$  biết rằng,  $a + b = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$ .

**Bài 4.** (0,5 điểm) Tính  $I = \lim \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} \right)$ .



-----Hết-----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn : TOÁN, Lớp 11

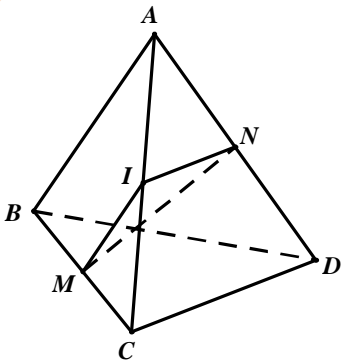
## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

## BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	A	D	C	A	A	B	A	A	A	B	D	B	D	B	D	B	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
A	B	D	C	B	D	C	B	D	A	A	B	D	A	A	C	B	

\* Mỗi câu trắc nghiệm đúng được 0,2 điểm.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu hỏi	Nội dung	Điểm
<b>Bài 1</b> (1,0 điểm)	<p>Hàm số xác định trên <math>\mathbb{R}</math>            Với <math>x &lt; 2 \Rightarrow</math> hàm số liên tục            Với <math>x &gt; 2 \Rightarrow</math> hàm số liên tục            Với <math>x = 2</math> ta có <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-a)x = 2(1-a) = f(2)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} a^2(\sqrt{x+2}+2) = 4a^2</math></p> <p>Hàm số liên tục trên <math>\mathbb{R} \Leftrightarrow</math> hàm số liên tục tại <math>x = 2</math>  <math>\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow 4a^2 = 2(1-a) \Leftrightarrow a = -1, a = \frac{1}{2}</math>.</p> <p>Vậy <math>a = -1, a = \frac{1}{2}</math> là những giá trị thỏa yêu cầu bài toán.</p>	0,25  0,25  0,25  0,25
<b>Bài 2</b> (1,0 điểm)	<p><b>Cách 1.</b></p>  <p>Gọi <math>I</math> là trung điểm của <math>AC</math>. Ta có <math>\begin{cases} IM \parallel AB \\ IN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow \widehat{(AB, CD)} = \widehat{(IM, IN)}</math></p> <p>Đặt <math>\widehat{MIN} = \alpha</math>, xét tam giác <math>IMN</math> có <math>IM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}, IN = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math>.</p>	0,25  0,25

	<p>Theo định lí côsin, ta có</p> $\cos \alpha = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2IM \cdot IN} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2} < 0$ <p><math>\Rightarrow \widehat{MIN} = 120^\circ</math> suy ra <math>(\widehat{AB, CD}) = 06^\circ</math>.</p> <p><b>Cách 2.</b> <math>\cos(\widehat{AB, CD}) = \cos(\widehat{IM, IN}) = \frac{ \overline{IM} \cdot \overline{IN} }{ \overline{IM}   \overline{IN} }</math></p> $\overline{MN} = \overline{IN} - \overline{IM} \Rightarrow \overline{MN}^2 = (\overline{IN} - \overline{IM})^2 = IM^2 + IN^2 - 2\overline{IN} \cdot \overline{IM}$ $\overline{IN} \cdot \overline{IM} = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2} = -\frac{a^2}{8}$ $\cos(\widehat{AB, CD}) = \left  \cos(\widehat{IM, IN}) \right  = \frac{ \overline{IM} \cdot \overline{IN} }{ \overline{IM}   \overline{IN} } = \frac{1}{2}$ <p>Vậy <math>(\widehat{AB, CD}) = 60^\circ</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>Bài 3</b> (0,5 điểm)</p>	<p>Ta có <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1 + 1 - \sqrt{1-bx}}{x} \right]</math></p> $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-bx} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt[3]{(ax+1)^2} + \sqrt[3]{ax+1} + 1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{\sqrt{1-bx} + 1}$ $= \frac{a}{3} + \frac{b}{2}$ <p><math>\Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow 2a + 3b = 12.</math></p> <p>Do đó ta có hệ <math>\begin{cases} a + b = 5 \\ 2a + 3b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>Bài 4</b> (0,5 điểm)</p>	<p>Ta có: <math>\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} &lt; \frac{1}{\sqrt{n^2+n+k}} &lt; \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}, \forall k = 2, 3, \dots, n-1</math></p> $\Rightarrow \frac{n}{\sqrt{n^2+2n}} < \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} < \frac{n}{\sqrt{n^2+n+1}}$ <p>Mà <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{2}{n}}} = 1</math>; <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}} = 1</math></p> <p>Vậy <math>I = 1</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>





**Câu 16.** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$ .

- A.  $L = -2$ .                      B.  $L = -1$ .                      C.  $L = -\frac{1}{2}$ .                      D.  $L = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( 2 + \frac{1}{x} \right)}{x \left( 1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{2+0}{1+0} = 2.$$

**Câu 17.** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

- A.  $-4$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $4$ .                      D.  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} \\ &= -2. \end{aligned}$$

**Câu 18.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $3$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( 3 + 5\frac{1}{x} - 9\sqrt{2}\frac{1}{x^2} - 2017\frac{1}{x^3} \right) = -\infty.$$

**Câu 19.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 20.** Hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  là hàm số phân thức hữu tỉ nên liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó là

$(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ . Do đó, hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x = -1$ .

**Câu 21.** Hàm số  $y = \frac{2x-1}{(x+1)(x^2-3x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số  $y = \frac{2x-1}{(x+1)(x^2-3x+2)}$  là hàm số phân thức hữu tỉ nên liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó là  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 1)$ ,  $(1; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

Do đó, hàm số  $y = \frac{2x-1}{(x+1)(x^2-3x+2)}$  liên tục tại điểm  $x = -3$ .

**Câu 22.** Hàm số  $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-5x+6}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .      B.  $(0; 3)$ .      C.  $(4; 6)$ .      D.  $(2; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số  $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-5x+6}$  là hàm số phân thức hữu tỉ nên liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó là  $(-\infty; 2)$ ;  $(2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .

Vì  $(4; 6) \subset (3; +\infty)$  nên hàm số  $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-5x+6}$  liên tục trên khoảng  $(4; 6)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x-5 & \text{khi } x \neq -1 \\ 3m-1 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$  bằng

- A. 2.      B. -2.      C. 1.      D. -1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x-5) = -7$  và  $f(-1) = 3m-1$ .

Điều kiện cần và đủ để hàm số đã cho liên tục tại điểm  $x = -1$  là

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow -7 = 3m-1 \Leftrightarrow m = -2.$$

**Câu 24.** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(-2; 3)$ ?

- A.  $y = \frac{2x}{x+1}$ .      B.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .      D.  $y = \frac{2-x}{x+3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số  $y = \frac{2-x}{x+3}$  xác định và liên tục trên mỗi khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-3; +\infty)$ . Ta có

$(-2; 3) \subset (-3; +\infty)$  nên hàm số  $y = \frac{2-x}{x+3}$  liên tục trên khoảng  $(-2; 3)$ .

**Câu 25.** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{2}{\sin x + 1}$ .      B.  $y = \tan 2x + 5$ .      C.  $y = x^2 - 2x + \cos x$ .      D.  $y = \frac{3}{\cos x}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số  $y = x^2 - 2x$  là hàm số đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = \cos x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số  $y = x^2 - 2x + \cos x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 26.** Cho hai đường thẳng  $a, l$  song song với nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $l$ . Ảnh của  $a$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $l$  là

- A. một đường thẳng.      B. một điểm.      C. một tia.      D. một đoạn thẳng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phép chiếu song song biến đường thẳng song song với phương chiếu thành một điểm.

**Câu 27.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$  bằng

A.  $\overrightarrow{AC'}$ .

B.  $\overrightarrow{BC'}$ .

C.  $\overrightarrow{BD}$ .

D.  $\overrightarrow{BD'}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đặt  $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$ ;  $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$ ;  $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

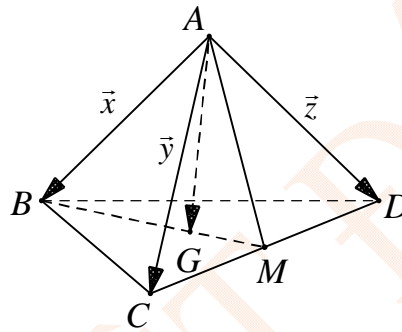
B.  $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

D.  $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

Lời giải

**Chọn A**



Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  nên ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**Câu 29.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$ .

B.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

C.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$ .

D.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD})$ .

$\Rightarrow \overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$ .

**Câu 30.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ;  $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$ ;  $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vectơ  $\vec{y}; \vec{z}$  cùng phương.

B. Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{y}$  cùng phương.

C. Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{z}$  cùng phương.

D. Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.

Lời giải

**Chọn B**

+ Nhận thấy:  $\vec{y} = -2(2\vec{a} - \vec{b}) = -2\vec{x}$  nên hai vectơ  $\vec{x}; \vec{y}$  cùng phương.

**Câu 31.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**B.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

**C.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

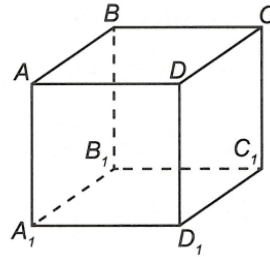
**D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Lời giải**

**Chọn D**

Trong không gian một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABBC.A_1B_1C_1D_1$  (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng  $AD$  và  $BB_1$  bằng



**A.**  $90^\circ$ .

**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng:

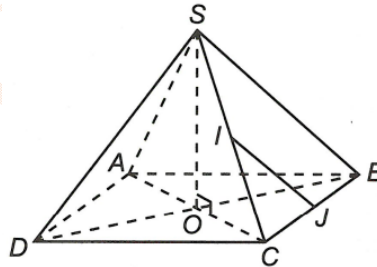
**A.**  $60^\circ$ .

**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**



**Chọn A**

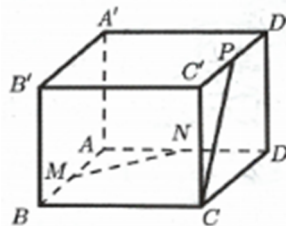
Từ giả thiết ta có  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SCB$

và  $AB \parallel CD \Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$ .

Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều nên  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ .

Suy ra  $(SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 34.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD, C'D'$ . Cosin của góc giữa hai đường thẳng  $MN, CP$  bằng



**A.**  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

**B.**  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

**C.**  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

**D.**  $\frac{3}{\sqrt{10}}$



## Lời giải

## Chọn C

Đặt  $AD = 2a$ , gọi  $Q$  là trung điểm  $B'C'$  thì  $PQ // B'D' // MN$  do đó  $(\widehat{MN; CP}) = (\widehat{PQ; CP})$

$$\text{Ta có } PQ = \frac{B'D'}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$$

$$CQ = CP = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$$

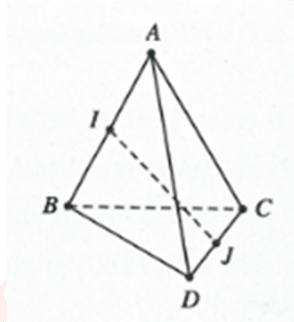
$$\text{Do đó } \cos \widehat{CPQ} = \frac{PQ^2 + PC^2 - CQ^2}{2.PQ.PC} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Vậy } \cos(\widehat{MN; CP}) = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

- Câu 35.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$ ?
- A.**  $120^\circ$                       **B.**  $90^\circ$                       **C.**  $45^\circ$                       **D.**  $45^\circ$

## Lời giải

## Chọn B



Xét tam giác  $ICD$  có  $J$  là trung điểm  $CD \Rightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$

Tam giác  $ABC$  có  $\begin{cases} AB = AC \\ \widehat{BAC} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC$  đều  $\Rightarrow CI \perp AB$

Tương tự ta có  $\Delta ABD$  đều nên  $DI \perp AB$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{IJ}) = 90^\circ.$$

## ĐỀ SỐ 18

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II

Môn: Toán, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Họ và tên học sinh:..... Mã số học sinh:.....

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM(7.0 điểm).

- Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2020) = 1$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng  
**A.** 2021.                      **B.** 1.                      **C.** 2020.                      **D.** 0.
- Câu 2:**  $\lim \frac{n^2 + 2n}{n+1}$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 1.                      **D.** 2.
- Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = -8$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng  
**A.** 4.                      **B.** 8.                      **C.** -12.                      **D.** -4.
- Câu 4:**  $\lim \frac{n}{n^2 + 3}$  bằng  
**A.** 0.                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.** 1.                      **D.**  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 5:**  $\lim 5^n$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 2.                      **D.** 0.
- Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 18$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right)$  bằng  
**A.** 6.                      **B.** 15.                      **C.** 54.                      **D.**  $\frac{1}{6}$ .
- Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$ . Giá trị của  $\lim(u_n + 2)$  bằng  
**A.** 7.                      **B.** 3.                      **C.** -7.                      **D.** -10.
- Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$  bằng  
**A.** 8.                      **B.** 5.                      **C.** 1.                      **D.** 7.
- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng  
**A.** -2.                      **B.** 1.                      **C.** -4.                      **D.** 0.
- Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (x+2)$  bằng  
**A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $-\infty$ .
- Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow 2021} \sqrt{x-2020}$  bằng  
**A.** 1.                      **B.** 4041.                      **C.** 2020.                      **D.** 2021.

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = +\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = -2$ .

**Câu 16:** Cho hai đường thẳng  $d, \Delta$  song song với nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $\Delta$ . Ảnh của  $d$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là

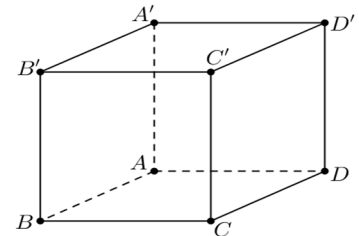
- A. một điểm.    B. một đường thẳng.    C. một tia.                      D. một đoạn thẳng.

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$                       B.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ .                      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{C'A'}$  bằng:

- A.  $\vec{0}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB'}$ .                      D.  $\overrightarrow{AD'}$ .



**Câu 19:** Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không tùy ý, tính  $|\vec{v} \cdot \vec{u}|$

- A.  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot |\cos(\vec{u}, \vec{v})|$ .                      B.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .  
C.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .                      D.  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Câu 20:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

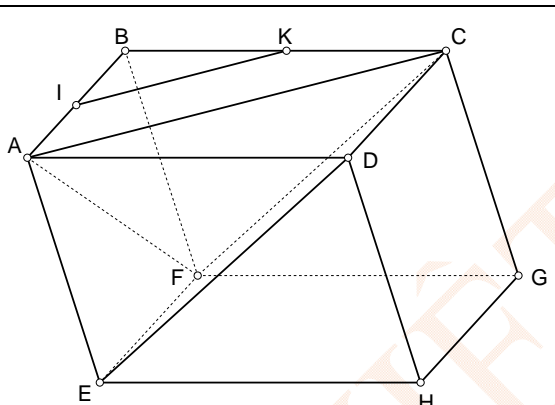
- A.  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .                      B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .                      C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .                      D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ .

**Câu 21:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{2n+1}$  bằng

- A. 2.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

- Câu 22:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng
- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C. 3.                      D. 2.
- Câu 23:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5 \cdot 3^n}{7 \cdot 2^n + 3^n}$  bằng
- A. 5.                      B.  $\frac{5}{7}$ .                      C. 0.                      D.  $+\infty$ .
- Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x)$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 1.                      D. -1.
- Câu 25:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B. -1.                      C. 2.                      D.  $-\infty$ .
- Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} \right)$  bằng
- A. 4.                      B. 1.                      C. -2.                      D. -1.
- Câu 27:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?
- A.  $(-5; -1)$ .                      B.  $(0; 2)$ .                      C.  $(2; 4)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .
- Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{khi } x \neq 3 \\ m+1 & \text{khi } x = 3. \end{cases}$  Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$  bằng:
- A. 4.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.
- Câu 29:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ ?
- A.  $y = \frac{x-2}{x}$ .                      B.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .                      C.  $y = \frac{x+1}{x-3}$ .                      D.  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ .
- Câu 30:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = x + \cos x$ .                      B.  $y = x - \tan x$ .  
C.  $y = x + \cot x$ .                      D.  $y = \frac{1}{\sin x - 1}$ .
- Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$  bằng
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 32:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB, CI$  bằng
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .



Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1</b> (1.0 điểm)	Tính $\lim (n - \sqrt{n^2 + n})$ .	
	$\lim (n - \sqrt{n^2 + n}) = \lim \frac{-n}{n + \sqrt{n^2 + n}} = \lim \frac{-n}{n + n \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}}}$ $= \lim \frac{-1}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}} = \frac{-1}{1 + \sqrt{1 + 0}} = \frac{-1}{2}$	0.5 0.5
<b>Câu 2</b> (1.0 điểm)	Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ . Gọi $I$ và $K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB$ và $BC$ . Chứng minh ba vectơ $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{ED}$ đồng phẳng.	
		0.25
	Chứng minh được $IK // (AFC)$ Chứng minh được $ED // (AFC)$ Suy ra ba vectơ $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{ED}$ đồng phẳng.	0.25 0.25 0.25
<b>Câu 3</b> (1.0 điểm)	a) Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{1-x}}{x}$ . b) Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0(1)$ , với $a \neq 0$ thỏa $2a + 3b + 6c = 0$ . Chứng minh rằng phương trình (1) có ít nhất 1 nghiệm $x_0$ thỏa $0 \leq x_0 \leq \frac{2}{3}$ .	
	Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ . Tính được $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x} = \frac{1}{3}$ . Tính được $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} = \frac{1}{2}$ . Suy ra $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{1-x}}{x} = \frac{5}{6}$ .	0.25 0.25

	Xét hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ Ta có $f(0) = c, f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4a}{9} + \frac{2b}{3} + c = \frac{4a + 6b + 9c}{9}$ . Theo đề ra ta có $2a + 3b + 6c = 0 \Rightarrow 4a + 6b = -12c$ . Suy ra $f(0) \cdot f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{c^2}{3} \leq 0$ . Vậy ta có điều phải chứng minh.	0.25 0.25
--	--	--------------

\* Mọi cách giải khác hướng dẫn chấm; nếu đúng vẫn cho điểm tối đa./.

### III. LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2020) = 1$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng  
**A.** 2021.                      **B.** 1.                      **C.** 2020.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim(u_n - 2020) = 1 \Leftrightarrow \lim u_n - 2020 = 1 \Leftrightarrow \lim u_n = 2021. .$$

- Câu 2:**  $\lim \frac{n^2 + 2n}{n+1}$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 1.                      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim \frac{n^2 + 2n}{n+1} = \lim \frac{1 + \frac{2}{n}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim \left(1 + \frac{2}{n}\right) = 1 > 0 \\ \lim \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right) = 0 \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} > 0, \forall n \end{array} \right\} \Rightarrow \lim \frac{1 + \frac{2}{n}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = +\infty.$$

- Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = -8$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng  
**A.** 4.                      **B.** 8.                      **C.** -12.                      **D.** -4.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -4 - (-8) = 4.$$

**Câu 4:**  $\lim \frac{n}{n^2+3}$  bằng

**A.** 0.

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 1.

**D.**  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim \frac{n}{n^2+3} = \lim \frac{\frac{1}{n}}{1+\frac{3}{n^2}} = \frac{0}{1+0} = 0.$$

**Câu 5:**  $\lim 5^n$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  $5 > 1$  nên  $\lim 5^n = +\infty$ .

**Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 18$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right)$  bằng

**A.** 6.

**B.** 15.

**C.** 54.

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{\lim u_n}{\lim v_n} = \frac{18}{3} = 6.$$

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$ . Giá trị của  $\lim (u_n + 2)$  bằng

**A.** 7.

**B.** 3.

**C.** -7.

**D.** -10.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim (u_n + 2) = \lim u_n + 2 = 5 + 2 = 7.$$

**Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ .

Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$  bằng

**A.** 8.

**B.** 5.

**C.** 1.

**D.** 7.

**Lời giải**



**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [2f(x)] + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 \cdot 3 + 2 = 8.$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

**A.** -2.                      **B.** 1.                      **C.** -4.                      **D.** 0.

**Lời giải****Chọn A**

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$  (theo định lí 2 trang 126, sách giáo khoa 11- chương trình chuẩn). Vậy chọn phương án. **A.**

**Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)$  bằng

**A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $-\infty$ .

**Lời giải****Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 1 + 2 = 3.$$

**Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow 2021} \sqrt{x - 2020}$  bằng

**A.** 1.                      **B.** 4041.                      **C.** 2020.                      **D.** 2021.

**Lời giải****Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow 2021} \sqrt{x - 2020} = \sqrt{2021 - 2020} = 1.$$

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

**A.**  $-\infty$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.** 0.                      **D.** 1.

**Lời giải****Chọn A**

Chọn phương án. **A.**

**Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = +\infty$ .

Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

**A.**  $-\infty$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.** 2.                      **D.** -2.

**Lời giải****Chọn A**

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty.$$

**Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.**  $x = -1$ .                      **B.**  $x = 0$ .                      **C.**  $x = 2$ .                      **D.**  $x = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  không xác định tại  $x = -1$  nên nó gián đoạn tại điểm  $x = -1$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.**  $x = 1$ .                      **B.**  $x = 0$ .                      **C.**  $x = -1$ .                      **D.**  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$  gián đoạn tại các điểm  $x = 0, x = -1, x = -2$ . Dùng phương pháp loại trừ ta chọn phương án **A**.

**Câu 16:** Cho hai đường thẳng  $d, \Delta$  song song với nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $\Delta$ . Ảnh của  $d$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là

- A.** một điểm.                      **B.** một đường thẳng.                      **C.** một tia.                      **D.** một đoạn thẳng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Chọn phương án A (do định nghĩa).

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ .                      **B.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .                      **C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ .                      **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải**

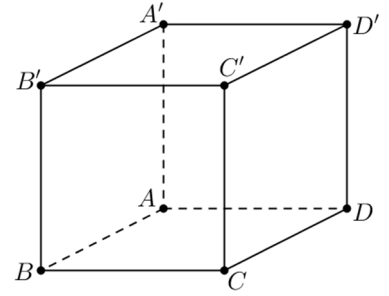
**Chọn A**

Chọn phương án A (quy tắc hiệu).

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .

Ta có  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{C'A'}$  bằng

- A.**  $\vec{0}$ . **B.**  $\overline{AC}$ .  
**C.**  $\overline{AB'}$ . **D.**  $\overline{AD'}$ .



**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{C'A'} = \overline{AC} + \overline{CA} = \overline{AA} = \vec{0}$ .

**Câu 19:** Với hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ - không tùy ý, tính  $|\vec{v} \cdot \vec{u}|$

- A.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot |\cos(\vec{u}, \vec{v})|$ . **B.**  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ . **C.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ . **D.**  $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Chọn phương án A (theo định nghĩa).

**Câu 20:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.**  $\vec{u} \perp \vec{v}$ . **B.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ . **C.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ . **D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Chọn phương án A (theo định nghĩa vectơ chỉ phương).

**Câu 21:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{2n+1}$  bằng

- A.** 2. **B.**  $\frac{1}{2}$ . **C.**  $+\infty$ . **D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{4+0}{2+0} = 2.$$

**Câu 22:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A.**  $\frac{3}{2}$ . **B.**  $\frac{2}{3}$ . **C.** 3. **D.** 2.

## Lời giải

Chọn A

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 23:**  $\lim \frac{2^n + 5 \cdot 3^n}{7 \cdot 2^n + 3^n}$  bằng

A. 5.

B.  $\frac{5}{7}$ 

C. 0.

D.  $+\infty$ .

## Lời giải

Chọn A

$$\lim \frac{2^n + 5 \cdot 3^n}{7 \cdot 2^n + 3^n} = \lim \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 5}{7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1} = \frac{0+5}{7 \cdot 0+1} = 5.$$

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x)$  bằng

A.  $+\infty$ .B.  $-\infty$ .

C. 1.

D. -1.

## Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x^3 \left( 1 + \frac{2}{x^2} \right) \right].$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{2}{x^2} \right) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x^3 \left( 1 + \frac{2}{x^2} \right) \right] = +\infty.$$

**Câu 25:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. -1.

C. 2.

D.  $-\infty$ .

## Lời giải

Chọn A

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+1) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \\ x-2 > 0, \forall x > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2} = +\infty.$$

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} \right)$  bằng

**A.** 4.**B.** 1.**C.** -2.**D.** -1.**Lời giải****Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = \frac{2+2}{2-1} = 4.$$

**Câu 27:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(-5; -1)$ .**B.**  $(0; 2)$ .**C.**  $(2; 4)$ .**D.**  $(-\infty; +\infty)$ .**Lời giải****Chọn A**

Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 3}$  xác định trên  $D = (-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty)$ . Suy ra nó liên tục trên  $(-5; -1)$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{khi } x \neq 3 \\ m+1 & \text{khi } x = 3. \end{cases}$  Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$

liên tục tại  $x = 3$  bằng**A.** 4.**B.** 2.**C.** 0.**D.** 1.**Lời giải****Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 5$  và  $f(3) = m+1$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 5 = m+1 \Leftrightarrow m = 4.$$

**Câu 29:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ ?

**A.**  $y = \frac{x-2}{x}$ .

**B.**  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .

**C.**  $y = \frac{x+1}{x-3}$ .

**D.**  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ .

**Lời giải****Chọn A**

**Xét**  $y = \frac{x-2}{x}$  ta có :

**Tập xác định**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

Hàm phân thức liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 0), (0; +\infty)$

Mà  $(1;4) \subset (0;+\infty)$  nên hàm số  $y = \frac{x-2}{x}$  liên tục trên khoảng  $(1;4)$ .

**Câu 30:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.**  $y = x + \cos x$ .      **B.**  $y = x - \tan x$ .      **C.**  $y = x + \cot x$ .      **D.**  $y = \frac{1}{\sin x - 1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = x + \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai vectơ  $\overline{AB}, \overline{CD}$  bằng

- A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $30^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$ . Chứng minh được  $CD \perp (ABI)$ . Suy ra  $CD \perp AB$ , do đó  $\overline{AB} \perp \overline{CD} \Leftrightarrow (\overline{AB}, \overline{CD}) = 90^\circ$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB, CI$  bằng

- A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $120^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tam giác  $ABC$  đều nên đường trung tuyến  $CI$  cũng là đường cao. Suy ra  $AB \perp CI$ .

**Câu 33:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 5$  và  $|\vec{v}| = 4$ . Tính  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

- A.** 10.      **B.** 7.      **C.** 20.      **D.** -10.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos 60^\circ = 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 10.$$

**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $3\overline{AG} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}$ .      **B.**  $2\overline{AG} = \overline{AB} + \overline{AC}$ .  
**C.**  $\overline{AG} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} - \overline{AD})$ .      **D.**  $\overline{AG} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  nên ta có  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 3\overline{AG}$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Chọn phương án A vì  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$  (đúng).

Đề này sửa những vấn đề sau

- 1) Chuẩn hóa theo chuẩn nhóm
- 2) Chính lệch công thức MATHTYPE
- 3) Giải lại câu 29

## ĐỀ SỐ 19

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

## Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 3) = 0$  Giá trị của  $\lim u_n$  bằng  
 A. 3. B. -3. C. 4. D. 0.
- Câu 2:**  $\lim \frac{1}{n^3}$  bằng  
 A. 0. B. 1. C.  $+\infty$ . D.  $-\infty$ .
- Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng  
 A. 7. B. 10. C. 3 D. -7.
- Câu 4:**  $\lim(n - 4)$  bằng  
 A.  $+\infty$ . B.  $-\infty$ . C. 0. D. -4.
- Câu 5:**  $\lim 3^n$  bằng  
 A. 0. B.  $+\infty$ . C.  $-\infty$ . D. 3.
- Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng  
 A. 10. B. 7. C. 3 D. -7.
- Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 7$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng  
 A. 5. B. 7. C. 2. D. -5.
- Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$  Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$  bằng  
 A. 7. B. 3. C. -7. D. -3.
- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng  
 A. 3. B. 6. C. 0. D. -3.
- Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 3)$  bằng  
 A. 5. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x + 7}$  bằng  
 A. 3. B. 7. C. 2. D. -3.
- Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3}$  bằng  
 A. 0. B.  $+\infty$ . C.  $-\infty$ . D. 1.
- Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng  
 A.  $+\infty$ . B.  $-\infty$ . C. -2 D. 2.



**Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{1}{x+2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x-2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 2$ .

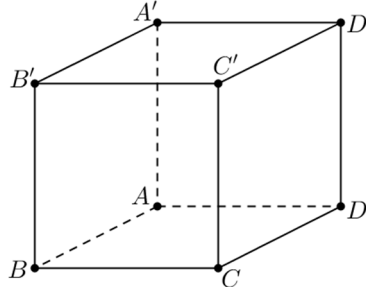
**Câu 16:** Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(\alpha)$ . Ảnh của  $M \notin (\alpha)$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là

- A. Một điểm.                      B. Một đường thẳng.                      C. Một tia.                      D. Một đoạn thẳng.

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  tùy ý trong không gian. Khi đó  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  bằng

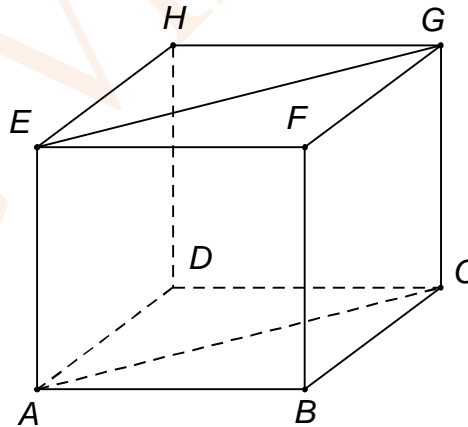
- A.  $\overrightarrow{CB}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC}$ .                      C.  $\overrightarrow{AC}$ .                      D.  $\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$  bằng



- A.  $\overrightarrow{BD'}$ .                      B.  $\overrightarrow{BD}$ .                      C.  $\overrightarrow{BA'}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC'}$ .

**Câu 19:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?



- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Câu 20:** Gọi hai vector  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vector chỉ phương của hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Góc giữa hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  bằng  $120^\circ$ , khi đó góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $-60^\circ$ .                      D.  $-120^\circ$ .

**Câu 21:** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2020}{3n+2021}$ .

- A.  $I = \frac{2}{3}$ .                      B.  $I = \frac{3}{2}$ .                      C.  $I = \frac{2017}{2018}$ .                      D.  $I = 1$ .

**Câu 22:** Tổng  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{9}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 23:** Giới hạn  $\lim \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$  bằng:

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{6}{5}$ .                      D. -6.

**Câu 24:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 25:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 + 2x}{x + 2}$

- A.  $-\infty$ .                      B. 2.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$  bằng:

- A. 1.                      B. 2.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 3.

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A.  $(-3; 2)$ .                      B.  $(-2; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 3)$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 28:** Giá trị của  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 3x - m & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$  là

- A. -5.                      B. 1.                      C. -1.                      D. 5.

**Câu 29:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ ?

- A.  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .                      B.  $(x - 1)^{2017} - x^{2019} - 2 = 0$ .  
C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .                      D.  $3x^{2019} - 8x + 4 = 0$ .

**Câu 30:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \sin x - 2 \tan x$ .                      B.  $y = \frac{3}{\cos x - 1}$ .                      C.  $y = \frac{2x - 5}{x^2 - x + 1}$ .                      D.  $y = \sqrt{9 - x^2}$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DD'}$ ?

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

A.  $30^\circ$ .B.  $45^\circ$ .C.  $60^\circ$ .D.  $90^\circ$ .

**Câu 33:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ ?

A.  $60^\circ$ .B.  $45^\circ$ .C.  $120^\circ$ .D.  $90^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $IJ$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$ .C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$ .D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{JI}$ .

### PHẦN TỰ LUẬN

**Bài 1.** Tìm giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$ .

**Bài 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Hai điểm  $M, N$  lần lượt thuộc  $BC, CD$  sao cho  $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}, \frac{NC}{ND} = \frac{3}{2}$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $A, M, N, G$  đồng phẳng.

**Bài 3.** Tìm  $a, b, c \in \mathbb{R}$  để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$ .

**Bài 4.** Chứng minh phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có đúng ba nghiệm phân biệt.

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn : TOÁN, Lớp 11

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.A	2.A	3.A	4.A	5.B	6.A	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.A	18.A	19.A	20.A
21.A	22.B	23.D	24.B	25.C	26.D	27.B	28.B	29.D	30.C
31.D	32.C	33.D	34.B	35.A					

\* Mỗi câu trắc nghiệm đúng được 0,2 điểm.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 1.** Tìm giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$ .

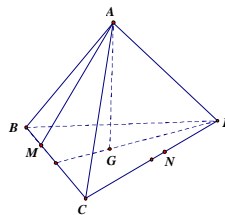
Lời giải

Ta có:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - n\sqrt{4 + \frac{1}{n}}}{n + n\sqrt{1 - \frac{2}{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{4 + \frac{1}{n}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{n}}} = \frac{2 - 2}{1 + 1} = 0.$$

**Câu 2.** Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Hai điểm M, N lần lượt thuộc BC, CD sao cho  $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2}$ . Chứng minh rằng bốn điểm A, M, N, G đồng phẳng.

Lời giải



Ta có:  $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MB} \Rightarrow 4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB}$  (1).

$\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\overrightarrow{NC} = -3\overrightarrow{ND} \Rightarrow 5\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD}$  (2).

Cộng vế với vế của (1) với (2), ta được:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \frac{4\overrightarrow{AM} + 5\overrightarrow{AN}}{3} \quad (3)$$

Vì G trọng tâm  $\triangle ABCD$  nên  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$  (4).

Thay (3) vào (4) được:  $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AM} + \frac{5}{9}\overrightarrow{AN}$ , từ hệ thức này chứng tỏ ba véc tơ  $\overrightarrow{AG}$ ,  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{AN}$  đồng phẳng. Suy ra bốn điểm A, M, N, G đồng phẳng.

**Câu 3.** Tìm  $a, b, c \in \mathbb{R}$  để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$ .

**Lời giải**

Ta có:  $x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2)$ .

Do đó phương trình  $2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1 = 0 \Rightarrow 4(1+ax^2) - (bx+1)^2 = 0$  phải có nghiệm kép  $x=1$

$\Leftrightarrow (4a-b^2)x^2 - 2bx + 3 = 0$  có nghiệm kép  $x=1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b^2 \neq 0 \\ \Delta' = b^2 - 3(4a-b^2) = 0 \\ (4a-b^2) \cdot (1)^2 - 2b \cdot 1 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b^2 \neq 0 \\ a = \frac{1}{3}b^2 \\ \frac{1}{3}b^2 - 2b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 3.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+3x^2} - 3x - 1}{x^3 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+3x^2} + 3x + 1}{(x-1)^2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(2\sqrt{1+3x^2} + 3x + 1)(x+2)} = \frac{1}{8}$$

Suy ra  $c = \frac{1}{8}$ .

Vậy  $a = b = 3, c = \frac{1}{8}$ .

**Câu 4.** Chứng minh phương trình  $(m^2+1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có đúng ba nghiệm phân biệt.

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = (m^2+1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1$ . Ta có

$$f(-3) = -44m^2 - 14 < 0$$

$$f(0) = m^2 + 1 > 0$$

$$f(1) = -2 < 0$$



## Lời giải

Chọn B

**Câu 6:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

A. 10.

B. 7.

C. 3

D. -7.

## Lời giải

Chọn A

Ta có:  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n = 5 \cdot 2 = 10$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 7$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng

A. 5.

B. 7.

C. 2.

D. -5.

## Lời giải

Chọn A

Ta có:  $\lim(u_n - 2) = \lim u_n - \lim 2 = 7 - 2 = 5$ .

**Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$  bằng

A. 7.

B. 3.

C. -7.

D. -3.

## Lời giải

Chọn A

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5 + 2 = 7$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

A. 3.

B. 6.

C. 0.

D. -3.

## Lời giải

Chọn A

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .

**Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (x+3)$  bằng

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

## Lời giải

Chọn A

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} (x+3) = 2+3 = 5$

**Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+7}$  bằng

A. 3.

B. 7.

C. 2.

D. -3.

## Lời giải

Chọn A

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+7} = \sqrt{2+7} = 3$ .

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3}$  bằng

**A.** 0.

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** -2

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{1}{x+2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

**A.**  $x = -2$ .

**B.**  $x = 2$ .

**C.**  $x = 0$ .

**D.**  $x = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số có nghĩa khi  $x \neq -2$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2} \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2}$

Do đó hàm đã cho gián đoạn tại  $x = -2$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x-2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

**A.**  $x = 1$ .

**B.**  $x = 0$ .

**C.**  $x = -1$ .

**D.**  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số có nghĩa khi  $x \neq 0; x \neq -1; x \neq 2$

Theo định lí hàm số đã cho liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1); (-1; 0); (0; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Câu 16:** Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(\alpha)$ . Ảnh của  $M \notin (\alpha)$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  là

**A.** Một điểm.

**B.** Một đường thẳng.

**C.** Một tia.

**D.** Một đoạn thẳng.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  tùy ý trong không gian. Khi đó  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  bằng

**A.**  $\overrightarrow{CB}$ .

**B.**  $\overrightarrow{BC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AC}$ .

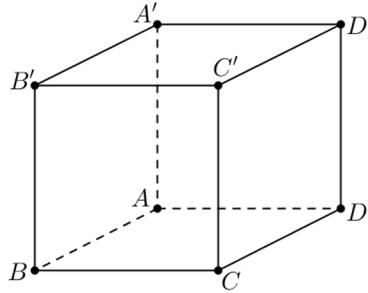
**D.**  $\overrightarrow{CA}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ta có  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$  bằng





A.  $\overrightarrow{BD'}$ .

B.  $\overrightarrow{BD}$ .

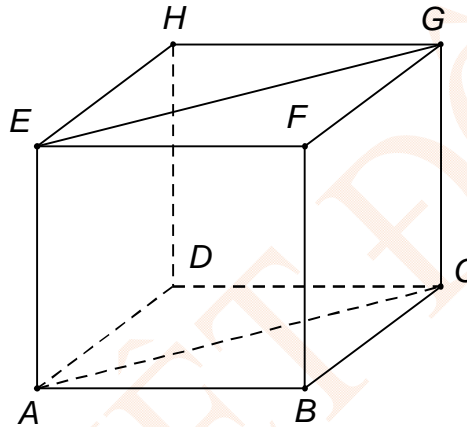
C.  $\overrightarrow{BA'}$ .

D.  $\overrightarrow{BC'}$ .

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?



A.  $45^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $120^\circ$ .

Lời giải

Chọn A

Vì  $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AC}$  ( $AEFC$  là hình chữ nhật) nên  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$  ( $ABCD$  là hình vuông).

Câu 20: Gọi hai vector  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là vector chỉ phương của hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Góc giữa hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  bằng  $120^\circ$ , khi đó góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $120^\circ$ .

C.  $-60^\circ$ .

D.  $-120^\circ$ .

Lời giải

Chọn A

$$(a, b) = 180^\circ - (\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ.$$

Câu 21: Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 2020}{3n + 2021}$ .

A.  $I = \frac{2}{3}$ .

B.  $I = \frac{3}{2}$ .

C.  $I = \frac{2017}{2018}$ .

D.  $I = 1$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2020}{3n+2021} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{2020}{n}}{3 + \frac{2021}{n}} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 22:** Tổng  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị bằng

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{9}$ .

D.  $\frac{1}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$S$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = \frac{1}{3}, q = \frac{1}{3}$ .

$$\text{Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 23:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$  bằng:

A.  $\frac{3}{2}$ .

B. 0.

C.  $\frac{6}{5}$ .

D. -6.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 6}{4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1} = -6.$$

**Câu 24:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 2.

D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( 2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty.$$

**Câu 25:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$

A.  $-\infty$ .

B. 2.

C.  $+\infty$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

## Lời giải

## Chọn C

Xét  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$  thấy:  $\lim_{x \rightarrow -2^-} (3+2x) = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x+2) = 0$  và  $x+2 < 0$  với mọi  $x < -2$  nên

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2} = +\infty.$$

Câu 26:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$  bằng:

A. 1.

B. 2.

C.  $\frac{3}{2}$ .

D. 3.

## Lời giải

## Chọn D

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3.$

Câu 27: Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A.  $(-3; 2)$ .B.  $(-2; +\infty)$ .C.  $(-\infty; 3)$ .D.  $\mathbb{R}$ .

## Lời giải

## Chọn B

Hàm số có nghĩa khi  $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}.$

Vậy theo định lí ta có hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; -3)$ ;  $(-3; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

Câu 28: Giá trị của  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 3x - m & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$  là

A. -5.

B. 1.

C. -1.

D. 5.

## Lời giải

## Chọn B

Ta có  $f(1) = 3 - m$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.$

Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 3 - m = 2 \Leftrightarrow m = 1.$

Câu 29: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ ?

A.  $2x^2 - 3x + 4 = 0.$ B.  $(x-1)^{2017} - x^{2019} - 2 = 0.$

C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .

D.  $3x^{2019} - 8x + 4 = 0$ .

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số  $f(x) = 3x^{2019} - 8x + 4$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Vì hàm số liên tục trên đoạn  $[0;1]$  và  $f(0).f(1) = 4.(-1) = -4 < 0$  nên phương trình  $3x^{2019} - 8x + 4 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ .

**Câu 30:** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = \sin x - 2 \tan x$ .

B.  $y = \frac{3}{\cos x - 1}$ .

C.  $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$ .

D.  $y = \sqrt{9-x^2}$ .

Lời giải

Chọn C

Hàm số  $y = \sin x - 2 \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Hàm số  $y = \frac{3}{\cos x - 1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

Hàm số  $y = \sqrt{9-x^2}$  có tập xác định là  $[-3;3]$ .

Hàm số  $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

Do đó hàm  $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DD'}$  ?

A.  $45^\circ$ .

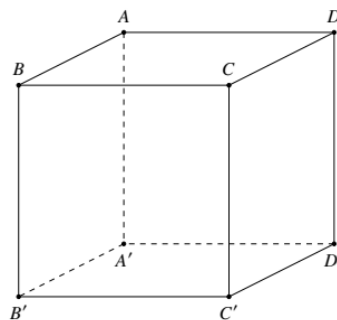
B.  $60^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn D



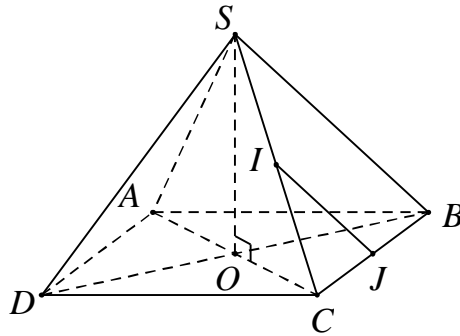
Ta có :  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DD'}) = (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DD'}) = 90^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

A.  $30^\circ$ .B.  $45^\circ$ .C.  $60^\circ$ .D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết ta có:  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$ ).

Lại có  $AB \parallel CD$  (do  $ABCD$  là hình thoi)

$\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$ .

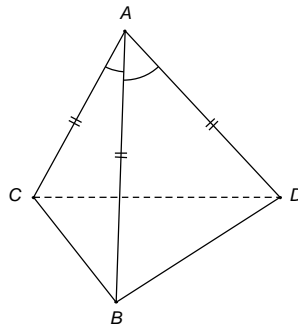
Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 33:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ ?

A.  $60^\circ$ .B.  $45^\circ$ .C.  $120^\circ$ .D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn D



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos 60^\circ - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos 60^\circ. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ.$$

**Câu 34:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

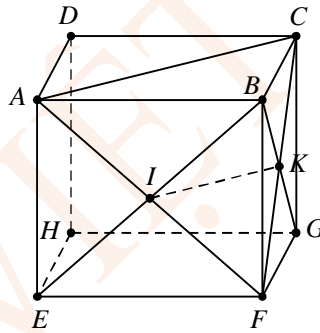
B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B



Vì  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AF$  và  $CF$ .

Suy ra  $IK$  là đường trung bình của tam giác  $AFC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$ .

Mà  $GF \parallel (ABCD)$  và  $BD \subset (ABCD)$  suy ra ba vectơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $IJ$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$ .

C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$ .

D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{JI}$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $IJ$  nên  $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} = \vec{0}$ .

Lại có  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  nên  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

và  $J$  là trung điểm của cạnh  $CD$  nên  $\vec{JC} + \vec{JD} = \vec{0}$ .

Từ đó ta có

$$\begin{aligned}\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} &= \vec{GI} + \vec{IA} + \vec{GI} + \vec{IB} + \vec{GJ} + \vec{JC} + \vec{GJ} + \vec{JD} \\ &= 2(\vec{GI} + \vec{GJ}) + (\vec{IA} + \vec{IB}) + (\vec{JC} + \vec{JD}) = \vec{0}.\end{aligned}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

## ĐỀ SỐ 20

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  có công thức số hạng tổng quát là  $u_n = n^2 - n + 1$ . Tìm số hạng thứ 6.  
**A.**  $u_6 = 12$ .                      **B.**  $u_6 = 36$ .                      **C.**  $u_6 = 7$ .                      **D.**  $u_6 = 31$ .
- Câu 2.** . Hãy cho biết dãy số  $(u_n)$  nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát là  $u_n$  của nó là:  
**A.**  $u_n = \frac{2}{n}$ .                      **B.**  $u_n = 2n$ .                      **C.**  $u_n = 2 - n$ .                      **D.**  $u_n = (-2)^n$ .
- Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 5^n$ . Chọn phương án đúng.  
**A.**  $u_{n+1} = 5^n + 1$ .                      **B.**  $u_{n+1} = 5^n + 5$ .                      **C.**  $u_{n+1} = 5 \cdot 5^n$ .                      **D.**  $u_{n+1} = 5(n+1)$ .
- Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = a \cdot 3^n$  (trong đó  $a$  là hằng số). Khẳng định nào sau đây **sai**?  
**A.** Dãy số có  $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$ .                      **B.** Hiệu số  $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a$ .  
**C.** Với  $a > 0$  thì dãy số tăng.                      **D.** Với  $a < 0$  thì dãy số giảm.
- Câu 5.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{a-1}{n^2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Dãy số có  $u_{n+1} = \frac{a-1}{n^2+1}$ .                      **B.** Dãy số có  $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$ .  
**C.** Là dãy số tăng với mọi  $a$ .                      **D.** Là dãy số giảm với mọi  $a$ .
- Câu 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d = \frac{1}{2}$  và số hạng đầu  $u_1 = 3$ . Số hạng thứ 7 của cấp số cộng bằng  
**A.** 6.                      **B.**  $\frac{13}{2}$ .                      **C.** 7.                      **D.** 16.
- Câu 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng  $u_1 = 2$ ,  $u_{20} = 21$ . Công sai của cấp số cộng trên là:  
**A.**  $d = \frac{2}{21}$ .                      **B.**  $d = \frac{21}{2}$ .                      **C.**  $d = -1$ .                      **D.**  $d = 1$ .
- Câu 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $S_4 = 14$  và  $u_1 + 2u_5 = 0$ . Số  $-40$  là số hạng thứ bao nhiêu?  
**A.** 15.                      **B.** 16.                      **C.** 17                      **D.** 18.
- Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 321$  và  $u_{n+1} = u_n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính tổng  $S$  của 125 số hạng đầu tiên của dãy đó.  
**A.**  $S = 16875$ .                      **B.**  $S = 63375$ .                      **C.**  $S = 63562,5$ .                      **D.**  $S = 16687,5$ .
- Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4; u_3 = 0$ . Giá trị của  $u_{10}$  bằng  
**A.**  $-14$ .                      **B.** 22.                      **C.**  $-32$ .                      **D.** 40.



- Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = 14$  và  $u_3 + u_8 = 31$ . Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng
- A. 590.                      B. 610.                      C. 440.                      D. 640.
- Câu 12.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{4}$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_5$  bằng
- A. 4.                      B. -4.                      C.  $-\frac{32}{4}$ .                      D.  $\frac{32}{4}$ .
- Câu 13.** Tổng các số hạng của cấp số nhân có 8 số hạng với số hạng đầu là  $-2$  và số hạng cuối là 4374
- A. -6565.                      B. -1094.                      C. 1093.                      D. 3280.
- Câu 14.** Cho các dãy số sau:
- (1):  $u_n = -\frac{3^{n-1}}{5}$                       (2):  $u_n = 3n - 1$                       (3):  $u_n = \frac{2^n - 1}{3}$                       (4):  $u_n = n^3$
- Hỏi có bao nhiêu dãy số là cấp số nhân?
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
- Câu 15.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn:  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_9 = -128$ . Tìm công bội  $q$ ?
- A.  $q = \pm \frac{1}{2}$                       B.  $q = \pm 2$                       C.  $q = \pm 4$                       D.  $q = \pm 1$
- Câu 16.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2, u_2 = 6$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của  $(u_n)$ .
- A. 50948.                      B. 590048.                      C. -59048.                      D. 59048.
- Câu 17.** Tìm số thực  $x; y$  để các số  $\frac{1}{2}; x; y; 32$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?
- A.  $x = -2; y = 8$ .                      B.  $x = 2; y = -8$ .                      C.  $x = 2; y = 8$ .                      D.  $x = -2; y = -8$ .
- Câu 18.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+7}$  bằng
- A. 1.                      B. 2.                      C. 7.                      D.  $\frac{1}{7}$ .
- Câu 19.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 8}{6n^2 - 3n + 4}$  bằng
- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D. 6.
- Câu 20.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n^3}{5n^3 + n^2 + 1}$  có kết quả là
- A.  $\frac{a}{5}$                       B.  $-\frac{2}{5}$                       C.  $+\infty$                       D.  $-\infty$
- Câu 21.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^{n+2}}{3^n - 4^n}$  có kết quả là

- A. -16                      B. -8                      C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{4}{3}$

**Câu 22.** Chọn nhận định sai

- A.  $\lim q^n = 0; |q| < 1$       B.  $\lim q^n = +\infty, q > 1$       C.  $\lim n^k = 0; k \in \mathbb{Z}^+$       D.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0; k \in \mathbb{Z}^+$

**Câu 23.** Tính  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$  ( $a, b$  nguyên). Khi đó giá trị của  $P = a + b$  bằng

- A. 5.                      B. 7.                      C. 10.                      D. 6.

**Câu 24.** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

- A. 5.                      B. 2.                      C. -6.                      D. 3.

**Câu 25.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2 + 1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$ . Tính  $P = 4a + b$ .

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. -1.

**Câu 26.** Cho mặt phẳng ( $\alpha$ ) và đường thẳng ( $d$ )  $\not\subset (\alpha)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu  $(d) // (\alpha)$  thì trong ( $\alpha$ ) tồn tại đường thẳng ( $a$ ) sao cho  $(a) // (d)$ .  
 B. Nếu  $(d) // (\alpha)$  và đường thẳng  $(b) \subset (\alpha)$  thì  $(b) // (d)$ .  
 C. Nếu  $(d) // (c) \subset (\alpha)$  thì  $(d) // (\alpha)$ .  
 D. Nếu  $(d) \cap (\alpha) = A$  và đường thẳng  $(d') \subset (\alpha)$  thì  $(d)$  và  $(d')$  hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

**Câu 27.** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng  $a \subset mp(P)$  và  $mp(P) //$  đường thẳng  $\Delta \Rightarrow a // \Delta$ .  
 B.  $\Delta // mp(P) \Rightarrow$  Tồn tại đường thẳng  $\Delta' \subset mp(P): \Delta' // \Delta$ .  
 C. Nếu đường thẳng  $\Delta$  song song với  $mp(P)$  và  $(P)$  cắt đường thẳng  $a$  thì  $\Delta$  cắt đường thẳng  $a$ .  
 D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì 2 đường thẳng đó song song nhau.

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $SAD$  và  $SBC$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $GK // (ABCD)$ .                      B.  $GK // (SCD)$ .  
 C.  $GK // (SAC)$ .                      D.  $GK // (SAB)$ .

**Câu 29.** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  và  $M$  là điểm thỏa  $\overline{AD} = 3\overline{AM}$ . Đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng

- A.  $(ACD)$ .                      B.  $(ABD)$ .                      C.  $(ABC)$ .                      D.  $(BCD)$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  và song song với  $SC$  cắt hình chóp theo một thiết diện. Thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Tứ giác.  
C. Ngũ giác. D. Lục giác.

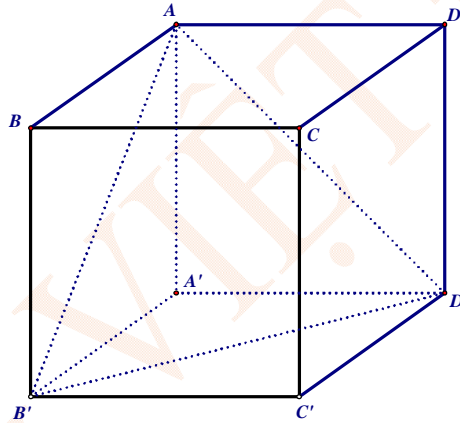
**Câu 31.** Cho đường thẳng  $a \subset (P)$  và đường thẳng  $b \subset (Q)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ . B.  $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ .  
C.  $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$  và  $b \parallel (P)$ . D.  $a$  và  $b$  chéo nhau.

**Câu 32.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A.  $(BCA')$ . B.  $(BC'D)$ . C.  $(A'C'C)$ . D.  $(BDA')$ .

**Câu 33.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



- A.  $(BCA')$ . B.  $(BDC')$ . C.  $(A'C'C)$ . D.  $(BDA')$ .

**Câu 34.** Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  nằm trong  $(\alpha)$ . Hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  nằm trong  $mp(\beta)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $a \parallel a'$  và  $b \parallel b'$  thì  $(\alpha) \parallel (\beta)$ .  
B. Nếu  $(\alpha) \parallel (\beta)$  thì  $a \parallel a'$  và  $b \parallel b'$ .  
C. Nếu  $a \parallel b$  và  $a' \parallel b'$  thì  $(\alpha) \parallel (\beta)$ .  
D. Nếu  $a$  cắt  $b$ ,  $a'$  cắt  $b'$ ,  $a \parallel a'$  và  $b \parallel b'$  thì  $(\alpha) \parallel (\beta)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$  đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAB)$  là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

**TỰ LUẬN**

**Câu 1.** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước để khoan giếng nước. Biết giá của 5 mét khoan đầu tiên là 100.000 đồng/mét, kể từ mét khoan thứ 6 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 50.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 30m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**Câu 2.** Tính giới hạn  $\lim(\sqrt{9n^2 + n} - \sqrt{4n^2 - 2n + 1} - n)$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Trên đoạn  $SA$  lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $SM = MN = NA$ .

a) Chứng minh  $GM // (SBC)$ .

b) Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $G$ . Chứng minh  $(MCD) // (NBG)$ .

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II - LỚP 11**  
**MÔN TOÁN**  
**THỜI GIAN: 90 PHÚT**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.D	2.B	3.C	4.A	5.B	6.A	7.D	8.C	9.A	10.A
11.B	12.A	13.D	14.A	15.B	16.D	17.C	18.B	19.C	20.B
21.A	22.C	23.B	24.C	25.B	26.B	27.B	28.A	29.C	30.C
31.C	32.B	33.B	34.D	35.B					

**TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  có công thức số hạng tổng quát là  $u_n = n^2 - n + 1$ . Tìm số hạng thứ 6.

A.  $u_6 = 12$ .

B.  $u_6 = 36$ .

C.  $u_6 = 7$ .

D.  $u_6 = 31$ .

**Lời giải**

$$u_6 = 6^2 - 6 + 1 = 31.$$

**Câu 2.** . Hãy cho biết dãy số  $(u_n)$  nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát là  $u_n$  của nó là:

A.  $u_n = \frac{2}{n}$ .

B.  $u_n = 2n$ .

C.  $u_n = 2 - n$ .

D.  $u_n = (-2)^n$ .

**Lời giải**

Xét dãy số  $(u_n): u_n = 2n$ .

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 2n = 2 > 0 \forall n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n \forall n \in \mathbb{N}$ .

Vậy dãy số là dãy tăng.

Đáp án A: dãy giảm.

Đáp án C: dãy giảm.

Đáp án D: dãy không tăng không giảm.

**Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 5^n$ . Chọn phương án đúng.

A.  $u_{n+1} = 5^n + 1$ .

B.  $u_{n+1} = 5^n + 5$ .

C.  $u_{n+1} = 5 \cdot 5^n$ .

D.  $u_{n+1} = 5(n+1)$ .

**Lời giải**

$$u_{n+1} = 5^{n+1} = 5 \cdot 5^n.$$

**Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = a \cdot 3^n$  (trong đó  $a$  là hằng số). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Dãy số có  $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$ .

B. Hiệu số  $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a$ .

C. Với  $a > 0$  thì dãy số tăng.D. Với  $a < 0$  thì dãy số giảm.

## Lời giải

Ta có

- $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$  là khẳng định đúng.
- Hiệu số  $u_{n+1} - u_n = a \cdot 3^{n+1} - a \cdot 3^n = a \cdot 3^n (3-1) = 2a \cdot 3^n$ . Do đó, khẳng định "Hiệu số  $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a^n$ " là sai.
- Hiệu số  $u_{n+1} - u_n = a \cdot 3^{n+1} - a \cdot 3^n = a \cdot 3^n (3-1) = 2a \cdot 3^n > 0$  nếu  $a > 0$ , suy ra  $u_{n+1} > u_n \Rightarrow$  dãy số  $(u_n)$  tăng.
- Hiệu số  $u_{n+1} - u_n = a \cdot 3^{n+1} - a \cdot 3^n = a \cdot 3^n (3-1) = 2a \cdot 3^n < 0$  nếu  $a < 0$ , suy ra  $u_{n+1} < u_n \Rightarrow$  dãy số  $(u_n)$  giảm.

**Câu 5.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{a-1}{n^2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Dãy số có  $u_{n+1} = \frac{a-1}{n^2+1}$ .

**B.** Dãy số có  $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$ .

**C.** Là dãy số tăng với mọi  $a$ .

**D.** Là dãy số giảm với mọi  $a$ .

## Lời giải

Khẳng định "Dãy số có  $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$ " là đúng.

**Câu 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d = \frac{1}{2}$  và số hạng đầu  $u_1 = 3$ . Số hạng thứ 7 của cấp số cộng bằng

**A.** 6.

**B.**  $\frac{13}{2}$ .

**C.** 7.

**D.** 16.

## Lời giải

Ta có:  $u_7 = u_1 + 6d = 3 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 6$ .

**Câu 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng  $u_1 = 2$ ,  $u_{20} = 21$ . Công sai của cấp số cộng trên là:

**A.**  $d = \frac{2}{21}$ .

**B.**  $d = \frac{21}{2}$ .

**C.**  $d = -1$ .

**D.**  $d = 1$ .

## Lời giải

Ta có:  $u_{20} = u_1 + 19d \Leftrightarrow d = \frac{u_{20} - u_1}{19} = \frac{21 - 2}{19} = 1$ .

**Câu 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $S_4 = 14$  và  $u_1 + 2u_5 = 0$ . Số  $-40$  là số hạng thứ bao nhiêu?

**A.** 15.

**B.** 16.

**C.** 17.

**D.** 18.

## Lời giải

Ta có  $u_1 + 2u_5 = 0 \Leftrightarrow 3u_1 + 8d = 0$

$$S_4 = 14 \Rightarrow \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 14 \Leftrightarrow 2u_1 + 3d = 7$$

Từ đây ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 3u_1 + 8d = 0 \\ 2u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \\ d = -3 \end{cases}$

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow 8 + (n-1)(-3) = -40 \Leftrightarrow n-1 = 16 \Leftrightarrow n = 17$$

**Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 321$  và  $u_{n+1} = u_n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính tổng  $S$  của 125 số hạng đầu tiên của dãy đó.

**A.**  $S = 16875$  .

**B.**  $S = 63375$  .

**C.**  $S = 63562,5$  .

**D.**  $S = 16687,5$  .

## Lời giải

Ta có  $u_2 = u_1 - 3 \Leftrightarrow u_2 - u_1 = -3 \Leftrightarrow d = -3$

Do đó tổng của 125 số hạng đầu tiên là  $S = \frac{125[2u_1 + (125-1)d]}{2} = 16875$

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4; u_3 = 0$ . Giá trị của  $u_{10}$  bằng

**A.**  $-14$  .

**B.**  $22$  .

**C.**  $-32$  .

**D.**  $40$  .

## Lời giải

Ta có  $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 0 = 4 + 2d \Leftrightarrow d = -2$

Vậy  $u_{10} = u_1 + 9d = 4 + 9 \cdot (-2) = -14$  .

**Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = 14$  và  $u_3 + u_8 = 31$ . Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

**A.**  $590$  .

**B.**  $610$  .

**C.**  $440$  .

**D.**  $640$  .

## Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} u_5 = 14 \\ u_3 + u_8 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 14 \\ 2u_1 + 9d = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$S_{20} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{20(2 \cdot 2 + 19 \cdot 3)}{2} = 610$$

**Câu 12.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{4}$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_5$  bằng

**A.**  $4$  .

**B.**  $-4$  .

**C.**  $-\frac{32}{4}$  .

**D.**  $\frac{32}{4}$  .

## Lời giải

Vì  $(u_n)$  là cấp số nhân nên ta có  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = \frac{1}{4} \cdot (-2)^4 = 4$  .



Vậy giá trị của  $u_5$  là 4. Chọn A.

**Câu 13.** Tổng các số hạng của cấp số nhân có 8 số hạng với số hạng đầu là  $-2$  và số hạng cuối là 4374

A.  $-6565$ .

B.  $-1094$ .

C.  $1093$ .

**D. 3280.**

### Lời giải

Từ giả thiết suy ra  $u_1 = -2$  và  $u_8 = 4374 = u_1 \cdot q^7$  do đó

$$q^7 = \frac{u_8}{u_1} = \frac{4374}{-2} = -2187 = (-3)^7 \Rightarrow q = -3.$$

Tổng các số hạng của cấp số nhân là  $S_8 = \frac{u_1(q^8 - 1)}{q - 1} = \frac{(-2)[(-3)^8 - 1]}{(-3) - 1} = 3280$ . Chọn D.

**Câu 14.** Cho các dãy số sau:

$$(1): u_n = -\frac{3^{n-1}}{5}$$

$$(2): u_n = 3n - 1$$

$$(3): u_n = \frac{2^n - 1}{3}$$

$$(4): u_n = n^3$$

Hỏi có bao nhiêu dãy số là cấp số nhân?

**A. 1**

B. 2

C. 3

D. 4

### Lời giải

Xét dãy số (1) ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{3^{n+1-1}}{5} : \left(-\frac{3^{n-1}}{5}\right) = 3 \Rightarrow (u_n)$  là CSN với công bội  $q = 3$ .

Xét dãy số (2) ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{3(n+1)-1}{3n-1} = \frac{3n+2}{3n-1} \Rightarrow (u_n)$  không là CSN.

Xét dãy số (3) ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}-1}{2^n-1} \Rightarrow (u_n)$  không là CSN.

Xét dãy số (4) ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^3}{n^3} \Rightarrow (u_n)$  không là CSN.

Vậy có 1 CSN.

**Câu 15.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn:  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_9 = -128$ . Tìm công bội  $q$ ?

A.  $q = \pm \frac{1}{2}$

**B.  $q = \pm 2$**

C.  $q = \pm 4$

D.  $q = \pm 1$

### Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_9 = u_1 \cdot q^8 \Rightarrow q^8 = 256 \Rightarrow q = \pm 2.$$

**Câu 16.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$ ,  $u_2 = 6$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của  $(u_n)$ .

A. 50948.

B. 590048.

C. -59048.

**D. 59048.**

**Lời giải**

Ta có  $q = \frac{u_2}{u_1} = 3$ . Do đó tổng 10 số hạng đầu tiên của  $(u_n)$  là  $S_{10} = 2 \cdot \frac{1-3^{10}}{1-3} = 59048$ .

**Câu 17.** Tìm số thực  $x; y$  để các số  $\frac{1}{2}; x; y; 32$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

A.  $x = -2; y = 8$ .

B.  $x = 2; y = -8$ .

**C.  $x = 2; y = 8$ .**

D.  $x = -2; y = -8$ .

**Lời giải**

Các số  $\frac{1}{2}; x; y; 32$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân  $\Rightarrow u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = x; u_3 = y; u_4 = 32$ .

Ta có  $32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Leftrightarrow q = 4$  nên  $x = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2; y = 2 \cdot 4 = 8$ .

**Câu 18.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+7}$  bằng

A. 1.

**B. 2.**

C. 7.

D.  $\frac{1}{7}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{7}{n}} = 2.$$

**Câu 19.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 8}{6n^2 - 3n + 4}$  bằng

A.  $\frac{2}{3}$ .

B. 2.

**C.  $\frac{1}{6}$ .**

D. 6.

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 8}{6n^2 - 3n + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n} + \frac{8}{n^2}}{6 - \frac{3}{n} + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 20.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n^3}{5n^3 + n^2 + 1}$  có kết quả là

A.  $\frac{a}{5}$

**B.  $-\frac{2}{5}$ .**

C.  $+\infty$

D.  $-\infty$

**Lời giải**

$$\lim \frac{an^2 - 2n^3}{5n^3 + n^2 + 1} = \lim \frac{n^3 \left( a \frac{1}{n} - 2 \right)}{n^3 \left( 5 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3} \right)} = \lim \frac{a \frac{1}{n} - 2}{5 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3}} = \frac{-2}{5}.$$

**Câu 21.**  $\lim \frac{2^n + 4^{n+2}}{3^n - 4^n}$  có kết quả là

**A.** -16

**B.** -8

**C.**  $\frac{2}{3}$

**D.**  $\frac{4}{3}$

**Lời giải**

$$\lim \frac{2^n + 4^{n+2}}{3^n - 4^n} = \lim \frac{\left(\frac{2}{4}\right)^n + 16}{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1} = -16.$$

**Câu 22.** Chọn nhận định sai

**A.**  $\lim q^n = 0; |q| < 1$

**B.**  $\lim q^n = +\infty, q > 1$

**C.**  $\lim n^k = 0; k \in \mathbb{Z}^+$

**D.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 0; k \in \mathbb{Z}^+$

**Lời giải**

Sử dụng các định lý

**Câu 23.** Tính  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$  ( $a, b$  nguyên). Khi đó giá trị của  $P = a + b$  bằng

**A.** 5.

**B.** 7.

**C.** 10.

**D.** 6.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2(x^2 - 3)}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} 2(x + \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}.$$

Suy ra  $a = 4, b = 3$ . Vậy  $P = a + b = 7$ .

**Câu 24.** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

**A.** 5.

**B.** 2.

**C.** -6.

**D.** 3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} 3f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} 4g(x) = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6.$$

**Câu 25.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2 + 1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$ . Tính  $P = 4a + b$ .

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( -a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x} \right)}{x \left( 1 + \frac{2018}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{1 + \frac{2018}{x}} = -a.$$

$$\text{Nên } -a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1}-x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+bx+1}-x)(\sqrt{x^2+bx+1}+x)}{\sqrt{x^2+bx+1}+x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+1}{x \left( \sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( b + \frac{1}{x} \right)}{x \left( \sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b + \frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \frac{b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 4.$$

$$\text{Vậy } P = 4 \left( -\frac{1}{2} \right) + 4 = 2.$$

**Câu 26.** Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $(d) \not\subset (\alpha)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Nếu  $(d) // (\alpha)$  thì trong  $(\alpha)$  tồn tại đường thẳng  $(a)$  sao cho  $(a) // (d)$ .

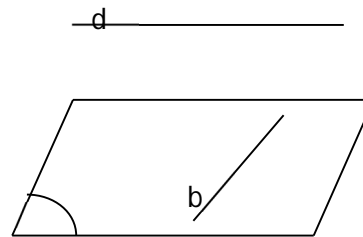
**B.** Nếu  $(d) // (\alpha)$  và đường thẳng  $(b) \subset (\alpha)$  thì  $(b) // (d)$ .

**C.** Nếu  $(d) // (c) \subset (\alpha)$  thì  $(d) // (\alpha)$ .

**D.** Nếu  $(d) \cap (\alpha) = A$  và đường thẳng  $(d') \subset (\alpha)$  thì  $(d)$  và  $(d')$  hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

### Lời giải

Khi  $(d) // (\alpha)$  và đường thẳng  $(b) \subset (\alpha)$  thì ngoài trường hợp  $(b) // (d)$  còn có trường hợp  $(b)$  và  $(d)$  chéo nhau.



**Câu 27.** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** Đường thẳng  $a \subset mp(P)$  và  $mp(P) //$  đường thẳng  $\Delta \Rightarrow a // \Delta$ .

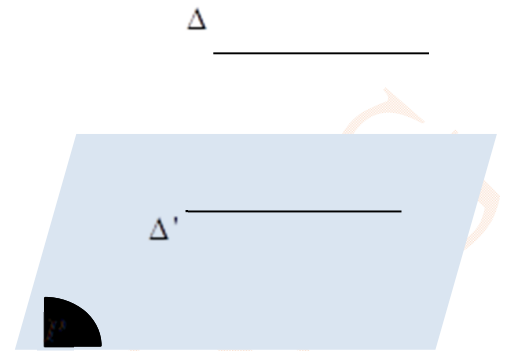
**B.**  $\Delta // mp(P) \Rightarrow$  Tồn tại đường thẳng  $\Delta' \subset mp(P): \Delta' // \Delta$ .

**C.** Nếu đường thẳng  $\Delta$  song song với  $mp(P)$  và  $(P)$  cắt đường thẳng  $a$  thì  $\Delta$  cắt đường thẳng  $a$ .

**D.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì 2 đường thẳng đó song song nhau.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} \Delta // \Delta' \\ \Delta' \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta // (P).$$



**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $SAD$  và  $SBC$ . Mệnh đề nào sau đây *sai* ?

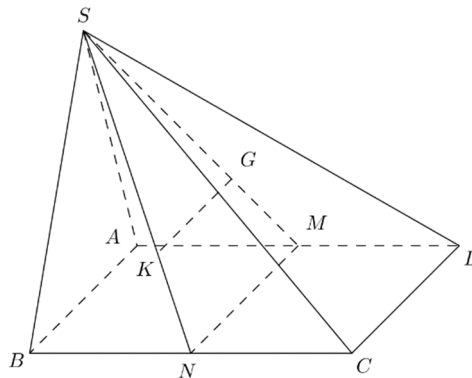
**A.**  $GK // (ABCD)$ .

**B.**  $GK // (SCD)$ .

**C.**  $GK // (SAC)$ .

**D.**  $GK // (SAB)$ .

**Lời giải**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Ta có

$$\frac{SG}{SM} = \frac{SK}{SN} = \frac{2}{3} \Rightarrow GK // MN // AB // CD$$

Do đó :  $GK // (ABCD), GK // (SCD), GK // (SAB)$ .

Vậy chọn C.

**Câu 29.** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  và  $M$  là điểm thỏa  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AM}$ . Đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng

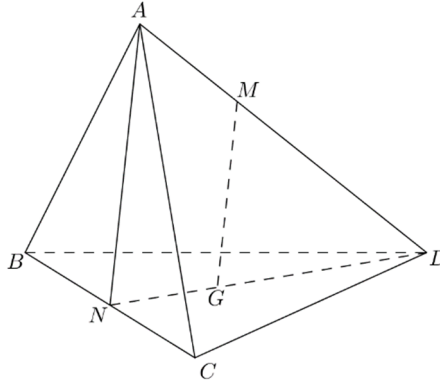
**A.**  $(ACD)$ .

**B.**  $(ABD)$ .

**C.**  $(ABC)$ .

**D.**  $(BCD)$ .

## Lời giải



Gọi  $N$  là trung điểm của đoạn  $BC \Rightarrow \frac{DG}{DN} = \frac{2}{3}$

Ta có  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AM} \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{DG}{DN} = \frac{DM}{DA} \Rightarrow MG \parallel AN, AN \subset (ABC) \Rightarrow MG \parallel (ABC)$ .

Chọn C.

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  và song song với  $SC$  cắt hình chóp theo một thiết diện. Thiết diện là hình gì?

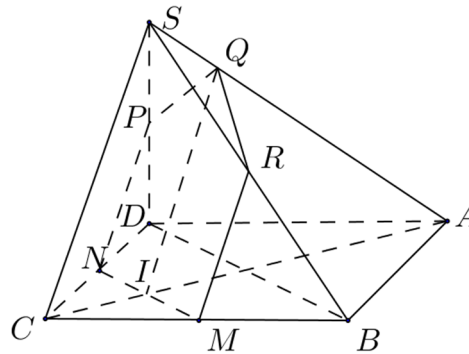
A. Tam giác.

B. Tứ giác.

C. Ngũ giác.

D. Lục giác.

## Lời giải



Trong  $(ABCD)$ , gọi  $I = MN \cap AC$

Trong  $(SCD)$ , kẻ đường thẳng qua  $N$  song song với  $SC$  cắt  $SD$  tại  $P$

Trong  $(SBC)$ , kẻ đường thẳng qua  $M$  song song với  $SC$  cắt  $SB$  tại  $R$

Trong  $(SAC)$ , kẻ đường thẳng qua  $I$  song song với  $SC$  cắt  $SA$  tại  $Q$

Thiết diện là ngũ giác  $MNPQR$ . Chọn C.

**Câu 31.** Cho đường thẳng  $a \subset (P)$  và đường thẳng  $b \subset (Q)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ .

B.  $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ .

**C.**  $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$  và  $b \parallel (P)$ . **D.**  $a$  và  $b$  chéo nhau.

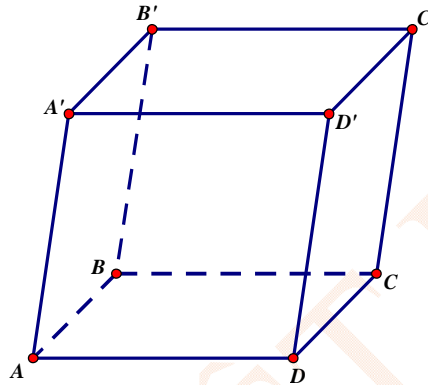
**Lời giải**

Đáp án C đúng.

**Câu 32.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

**A.**  $(BCA')$ . **B.**  $(BC'D)$ . **C.**  $(A'C'C)$ . **D.**  $(BDA')$ .

**Lời giải**

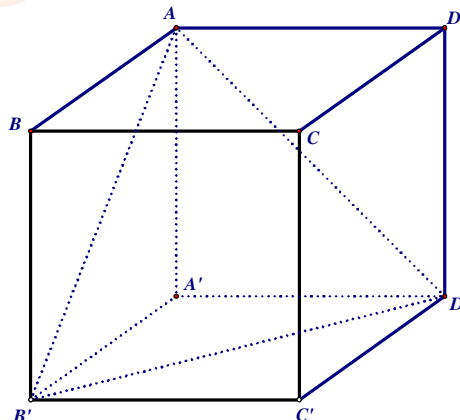


Ta có:

- $ADC'B'$  là hình bình hành nên  $AB' \parallel DC'$
- $ABC'D'$  là hình bình hành nên  $AD' \parallel BC'$

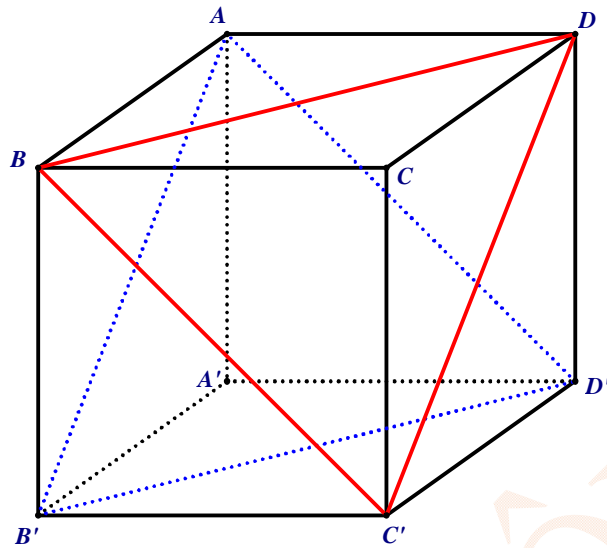
Suy ra ta có:  $(AB'D') \parallel (BC'D)$ .

**Câu 33.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



**A.**  $(BCA')$ . **B.**  $(BDC')$ . **C.**  $(A'C'C)$ . **D.**  $(BDA')$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB' // DC' \\ AD' // BC' \\ AB', AD' \subset (AB'D'); DC', BC' \subset (BDC') \end{cases} \Rightarrow (AB'D') // (BDC').$$



**Câu 34.** Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  nằm trong  $(\alpha)$ . Hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  nằm trong  $mp(\beta)$ .

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu  $a//a'$  và  $b//b'$  thì  $(\alpha)//(\beta)$ .  
 B. Nếu  $(\alpha)//(\beta)$  thì  $a//a'$  và  $b//b'$ .  
 C. Nếu  $a//b$  và  $a'//b'$  thì  $(\alpha)//(\beta)$ .  
**D. Nếu  $a$  cắt  $b$ ,  $a'$  cắt  $b'$ ,  $a//a'$  và  $b//b'$  thì  $(\alpha)//(\beta)$ .**

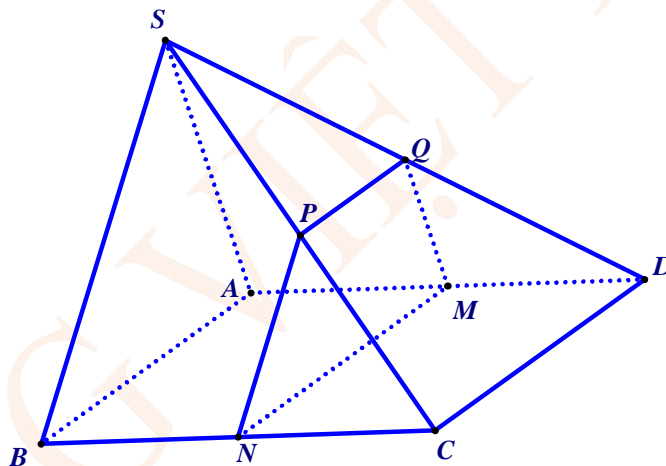
**Lời giải**

Chọn **D**.

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$  đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAB)$  là hình gì ?

- A. Tam giác .      **B. Hình thang.**      C. Hình bình hành.      D. Hình chữ nhật .

**Lời giải**



Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm  $SC, SD \Rightarrow NP//SB; MQ//SA; PQ//CD$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (\alpha)//(SAB) \\ SB = (SAB) \cap (SBC) \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = NP//SB. \\ N \in (\alpha) \cap (SBC) \end{cases}$$

Tương tự,  $(\alpha) \cap (SAD) = MQ//SA$ . Và  $(\alpha) \cap (SCD) = PQ$ .

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác  $MNPQ$ .

$$\text{Mà: } \begin{cases} PQ//CD \\ MN//CD \end{cases} \Rightarrow PQ//MN \Rightarrow MNPQ \text{ là hình thang.}$$

**TỰ LUẬN**

**Câu 1.** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của 5 mét khoan đầu tiên là 100.000 đồng/mét, kể từ mét khoan thứ 6 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 50.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 30m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**Giải**

Gọi  $u_n$  là giá của mét khoan thứ  $n$ , trong đó  $1 \leq n \leq 30$ .

Theo giả thiết, ta có  $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = 100.000$  và  $u_{n+1} - u_n = 50.000$  với  $5 \leq n \leq 30$ .

Ta có  $(v_n)$  với  $v_m = u_n$  ( $m \geq 1, n \geq 5$ ) là cấp số cộng có số hạng đầu  $v_1 = u_5 = 100.000$  và công sai  $d = 50.000$ .

Tổng số tiền gia đình thanh toán cho cơ sở khoan giếng chính là tổng 5 số hạng của  $(u_n)$  và tổng của 25 số hạng đầu của cấp số cộng  $(v_n)$ .

Suy ra số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{30} = 5u_1 + v_1 + \dots + v_{25} = 5.u_1 + \frac{25[2v_1 + (25-1)d]}{2} = 18.000.000 \text{ (đồng)}.$$

**Câu 2.** Tính giới hạn  $\lim(\sqrt{9n^2 + n} - \sqrt{4n^2 - 2n + 1} - n)$ .

**Lời giải**

Ta có:

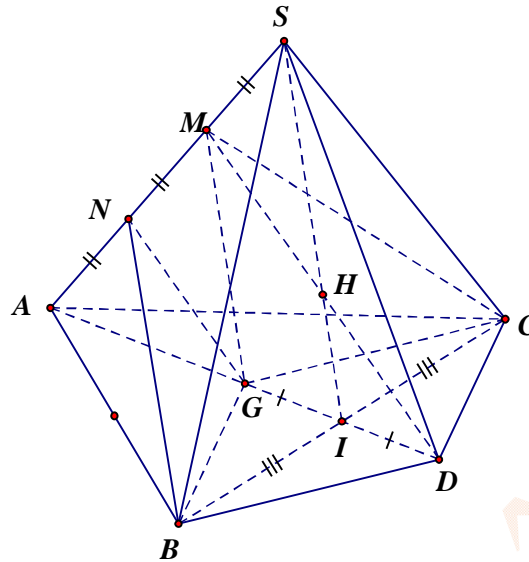
$$\begin{aligned} \lim(\sqrt{9n^2 + n} - \sqrt{4n^2 - 2n + 1} - n) &= \lim\left[\left(\sqrt{9n^2 + n} - 3n\right) + \left(2n - \sqrt{4n^2 - 2n + 1}\right)\right] \\ &= \lim\left[\frac{n}{\sqrt{9n^2 + n} + 3n} + \frac{2n - 1}{2n + \sqrt{4n^2 - 2n + 1}}\right] = \lim\left[\frac{1}{\sqrt{9 + \frac{1}{n}} + 3} + \frac{2 - \frac{1}{n}}{2 + \sqrt{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}}\right] \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Trên đoạn  $SA$  lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $SM = MN = NA$ .

a) Chứng minh  $GM // (SBC)$ .

b) Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $G$ . Chứng minh  $(MCD) // (NBG)$ .

**Lời giải**



a) Gọi  $I$  trung điểm của  $BC$ .

Trong  $\Delta SAI$  có  $\frac{AM}{AS} = \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel SI$  (Định lý đảo Talét), mà  $SI \subset (SBC) \Rightarrow GM \parallel (SBC)$ .

b) Theo đề có  $GD = GA$ , mà  $IG = \frac{1}{2} AG \Rightarrow IG = \frac{1}{2} GD \Rightarrow I$  trung điểm của đoạn  $GD$ . Từ đó suy ra tứ giác  $BDCG$  là hình bình hành  $\Rightarrow BG \parallel CD$ .

Ngoài ra có  $NG$  là đường trung bình của  $\Delta ADM \Rightarrow NG \parallel MD$ .

$$\text{Do đó } \begin{cases} BG \parallel CD; NG \parallel MD \\ BG \cap NG = G \\ BG, NG \subset (NBG); CD, MD \subset (CDM) \end{cases} \Rightarrow (NBG) \parallel (CDM).$$

## ĐỀ SỐ 21

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

**Câu 1.** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

**A.**  $\lim u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).

**B.**  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .

**C.**  $\lim q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).

**D.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k > 1$ ).

**Câu 2.** Giá trị của  $I = \lim \frac{3n+5}{2-4n}$  bằng

**A.**  $-\frac{3}{4}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{3}{4}$ .

**D.**  $-\frac{4}{3}$ .

**Câu 3.** Giá trị của  $K = \lim (\sqrt{n^2+3} - \sqrt{5n^2-2})$  là

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $1-\sqrt{5}$ .

**C.** 0.

**D.**  $-\infty$ .

**Câu 4.** Biết  $\lim \frac{-3n^3+2n^2-4}{an^3-1} = \frac{1}{2}$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a^2+3a$  bằng

**A.**  $-\frac{9}{4}$ .

**B.** 18.

**C.** 54.

**D.** -16.

**Câu 5.** Giá trị của  $A = \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 7)$  bằng

**A.** 5.

**B.** 9.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 7.

**Câu 6.** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -3$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 2$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [4f(x) + 5g(x)]$  bằng

**A.** -1.

**B.** 22.

**C.** -2.

**D.** 2.

**Câu 7.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$  bằng

**A.**  $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**C.**  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2-3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x-1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn kết quả **đúng** của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

**A.** -1.

**B.** 0.

**C.** 1.

**D.** Không tồn tại.

**Câu 9.** Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^4 - x^3 + x^2 - x}$  là:

**A.**  $-\infty$ .

**B.** 0.

**C.** 1.

**D.**  $+\infty$ .

**Câu 10.** Tính giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - x - 2}$  ta được kết quả.

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $\frac{1}{3}$ .

**D.** 1.

**Câu 11.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

I.  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm.

II.  $f(x)$  không liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) \geq 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm.

A. Chỉ I đúng. B. Chỉ II đúng. C. Cả I và II đúng. D. Cả I và II sai.

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A.  $(-3; 2)$ . B.  $(-2; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 3)$ . D.  $(2; 3)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số liên tục tại mọi điểm  $x \neq 1$  và gián đoạn tại  $x = 1$ .

C. Hàm số không liên tục trên  $(1; +\infty)$ .

D. Hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 1$ .

**Câu 14.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  liên tục với mọi  $x \neq 1$ .

(II).  $f(x) = \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(III).  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  liên tục tại  $x = 1$ .

A. Chỉ (II) và (III). B. Chỉ (I) và (II). C. Chỉ (I) và (III). D. Chỉ (I) đúng.

**Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$  liên tục tại

$x = 2$ .

A.  $m = 1$ . B. Không tồn tại  $m$ . C.  $m = 3$ . D.  $m = -2$ .

**Câu 16.** Phương trình  $2x^3 - 6x + 1 = 0$  có bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc  $(-2; 2)$ ?

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

**Câu 17.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vector đúng:

A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .

B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{EK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

B.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{AK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 19.** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  không nằm trong mp  $(P)$ , đường thẳng  $\Delta$  được gọi là vuông góc với mp  $(P)$  nếu:

A.  $\Delta$  vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp  $(P)$ .

B.  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $a$  mà  $a$  song song với mp  $(P)$ .

C.  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $a$  nằm trong mp  $(P)$ .

D.  $\Delta$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp ( $P$ ).

**Câu 20.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng ( $\alpha$ ). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Nếu  $a // b$  và  $a \perp (\alpha)$  thì  $b // (\alpha)$ .      B. Nếu  $a // b$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a // (\alpha)$ .

C. Nếu  $a // b$  và  $a \perp (\alpha)$  thì  $b \perp (\alpha)$ .      D. Nếu  $a // b$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a \subset (\alpha)$ .

**Câu 21.** Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề **đúng** là?

A. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Câu 22.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $c$  thì  $a$  vuông góc với  $c$ .

B. Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với đường thẳng  $c$  thì hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau.

C. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  song song với đường thẳng  $c$  thì  $a$  vuông góc với  $c$ .

D. Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau. Một đường thẳng  $c$  vuông góc với  $a$  thì  $c$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng ( $a, b$ ).

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc ( $IJ, CD$ ) bằng:

A.  $90^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 24.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC$  và  $DB = DC$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A.  $AB \perp (ABC)$ .      B.  $AC \perp BC$ .      C.  $CD \perp (ABD)$ .      D.  $BC \perp AD$ .

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $SB \perp AC$ .      B.  $SA \perp AB$ .      C.  $SB \perp BC$ .      D.  $SA \perp BC$ .

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ .

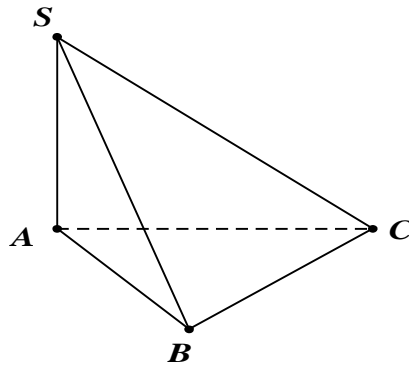
Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A.  $AM \perp (SBD)$ .      B.  $AM \perp (SBC)$ .      C.  $SB \perp (AMC)$ .      D.  $AM \perp (SAD)$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $CD$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A.  $MN \perp SD$ .      B.  $BD \perp MN$ .      C.  $BD \perp SA$ .      D.  $MN \perp SA$ .

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ .



Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 29.** Trong không gian, qua một điểm  $O$  cho trước có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  cho trước?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. Vô số.

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa  $SC$  và mặt đáy?

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  là góc nào sau đây?

- A.  $\widehat{BSO}$ .                      B.  $\widehat{SBA}$ .                      C.  $\widehat{BSC}$ .                      D.  $\widehat{BSD}$ .

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $(SAB) \perp (ABCD)$  và  $(SAC) \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $SA \perp (ABCD)$ .                      B.  $SB \perp (ABCD)$ .                      C.  $SC \perp (ABCD)$ .                      D.  $SD \perp (ABCD)$ .

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lăng trụ tam giác có hai mặt bên là hình chữ nhật là hình lăng trụ đứng.  
 B. Hình lăng trụ có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.  
 C. Hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau là hình chóp đều.  
 D. Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $(SCD) \perp (SAD)$ .                      B.  $(SDC) \perp (SAO)$ .                      C.  $(SBC) \perp (SAB)$ .                      D.  $(SBD) \perp (SAC)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(SBC) \perp (SAB)$ .                      B.  $(ABC) \perp (SBC)$ .                      C.  $(SAC) \perp (SBC)$ .                      D.  $(SAC) \perp (SAB)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** Tìm giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x} + x)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} - 6}{x^3 - 27} & (x > 3) \\ ax + 2 & (x \leq 3) \end{cases}$ . Tìm  $a$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $SB$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $AH$  và đường thẳng  $d$ ,  $d$  đi qua  $A$  nằm trong  $mp(ABC)$  và vuông góc với  $AC$ .

**a)** Chứng minh rằng:  $(\alpha) \perp SC$ .

**b)** Biết  $SA = AB = BC$ . Tính tang của góc tạo bởi  $SC$  với đáy  $(ABC)$ .



## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

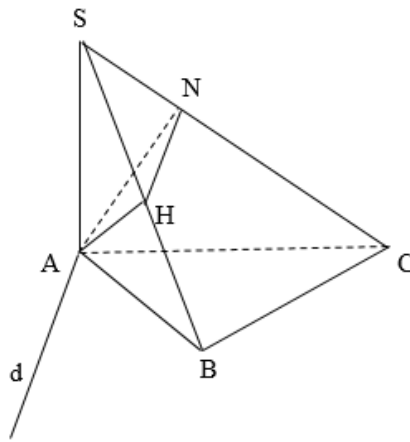
1.C	2.A	3.D	4.B	5.B	6.C	7.A	8.C	9.D	10.D
11.A	12.B	13.A	14.B	15.C	16.B	17.B	18.D	19.D	20.C
21.A	22.C	23.D	24.D	25.A	26.B	27.D	28.A	29.B	30.B
31.A	32.A	33.B	34.B	35.D					

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** ĐS:  $A = \frac{3}{2}$ .

**Câu 2.** ĐS:  $a = \frac{-637}{972}$ .

**Câu 3.** Hình vẽ



**a)** Gọi  $(\alpha)$  cắt  $SC$  tại  $N$ . Chứng minh:  $AH \perp SC$ ;  $SC \perp d$ .

**b)** Ta có  $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \angle SCA = \varphi$ .  $\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

## LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 01

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

**Câu 1.** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

**A.**  $\lim u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).

**B.**  $\lim \frac{1}{n} = 0$ .

**C.**  $\lim q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).

**D.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k > 1$ ).

**Lời giải**

**Chọn C**

♦ Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số thì  $\lim q^n = 0$  ( $|q| < 1$ ).

**Câu 2.** Giá trị của  $I = \lim \frac{3n+5}{2-4n}$  bằng

**A.**  $-\frac{3}{4}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{3}{4}$ .

**D.**  $-\frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ Ta có:  $I = \lim \frac{n\left(3 + \frac{5}{n}\right)}{n\left(\frac{2}{n} - 4\right)} = \lim \frac{3 + \frac{5}{n}}{\frac{2}{n} - 4} = -\frac{3}{4}$ .

**Câu 3.** Giá trị của  $K = \lim \left(\sqrt{n^2+3} - \sqrt{5n^2-2}\right)$  là

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $1 - \sqrt{5}$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

♦ Ta có:  $\lim \left(\sqrt{n^2+3} - \sqrt{5n^2-2}\right) = \lim n \left(\sqrt{1 + \frac{3}{n^2}} - \sqrt{5 - \frac{2}{n^2}}\right) = -\infty$ .

♦ Vì  $\lim n = +\infty$  và  $\lim \left(\sqrt{1 + \frac{3}{n^2}} - \sqrt{5 - \frac{2}{n^2}}\right) = 1 - \sqrt{5} < 0$ .

**Câu 4.** Biết  $\lim \frac{-3n^3 + 2n^2 - 4}{an^3 - 1} = \frac{1}{2}$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a^2 + 3a$  bằng

**A.**  $-\frac{9}{4}$ .

**B.**  $18$ .

**C.**  $54$ .

**D.**  $-16$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Ta có  $\lim \frac{-3n^3 + 2n^2 - 4}{an^3 - 1} = \lim \frac{n^3 \left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right)}{n^3 \left(a - \frac{1}{n^3}\right)} = \frac{-3}{a} = \frac{1}{2}$ .

♦ Suy ra  $a = -6$ . Khi đó  $a^2 + 3a = 18$ .

**Câu 5.** Giá trị của  $A = \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 7)$  bằng

A. 5.                      B. 9.                      C.  $+\infty$ .                      D. 7.

Lời giải

**Chọn B**

♦ Ta có  $A = \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 7) = 2 \cdot (2)^2 - 3 \cdot (2) + 7 = 9$ .

**Câu 6.** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -3$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 2$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [4f(x) + 5g(x)]$  bằng

A. -1.                      B. 22.                      C. -2.                      D. 2.

Lời giải

**Chọn C**

♦ Ta có  $\lim_{x \rightarrow x_0} [4f(x) + 5g(x)] = 4 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + 5 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -12 + 10 = -2$ .

**Câu 7.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$  bằng

A.  $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Cách 1:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}+3}{-\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Cách 2:** Bấm máy tính như sau:  $\frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}} + \text{CACL} + x = -10^9$  và so đáp án.

**Cách 3:** Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus:  $\lim_{x \rightarrow -10^9} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$  và so đáp án.

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn kết quả **đúng** của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

A. -1.                      B. 0.                      C. 1.                      D. Không tồn tại.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 3) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 1) = 1$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ .

**Câu 9.** Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^4 - x^3 + x^2 - x}$  là:

A.  $-\infty$ .                      B. 0.                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn D**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^4 - x^3 + x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^4 \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}} = +\infty$ .

Vì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}} = 1 > 0.$$

**Câu 10.** Tính giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - x - 2}$  ta được kết quả.

- A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $\frac{1}{3}$ .                      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:**

$$\text{Ta có: } A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+1} = 1.$$

**Cách 2:** Bấm máy tính như sau  $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - x - 2} + \text{CACL} + x = 2 + 10^{-10}$  và so đáp án.

**Câu 11.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- I.  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm.  
 II.  $f(x)$  không liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) \geq 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm.

- A.** Chỉ I đúng.                      **B.** Chỉ II đúng.                      **C.** Cả I và II đúng.                      **D.** Cả I và II sai.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A.**  $(-3; 2)$ .                      **B.**  $(-2; +\infty)$ .                      **C.**  $(-\infty; 3)$ .                      **D.**  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có nghĩa khi  $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$ .

Vậy theo định lí ta có hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; -3); (-3; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
**B.** Hàm số liên tục tại mọi điểm  $x \neq 1$  và gián đoạn tại  $x = 1$ .  
**C.** Hàm số không liên tục trên  $(1; +\infty)$ .  
**D.** Hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

- ♦ Nếu  $x \neq 1$  thì  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \Rightarrow f(x)$  là hàm phân thức hữu tỷ  $\Rightarrow f(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- ♦ Tại  $x = 1$ , ta có:  $f(1) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$   
 $\Rightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} y = 2$  nên hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1$ .
- ♦ Vậy hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 14.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  liên tục với mọi  $x \neq 1$ .

(II).  $f(x) = \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(III).  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  liên tục tại  $x = 1$ .

**A.** Chỉ (II) và (III). **B.** Chỉ (I) và (II). **C.** Chỉ (I) và (III). **D.** Chỉ (I) đúng.

**Lời giải**

**Chọn B**

- ♦ Ta có (I) sai vì hàm số có TXĐ:  $D = [-1; +\infty) \setminus \{1\}$ .
- ♦ Ta có (II) đúng vì hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định.
- ♦ Ta có (III) đúng vì  $f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x}, & \text{khi } x \geq 0 \\ -\frac{x}{x}, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ .

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 1$ .

Vậy hàm số  $y = f(x) = \frac{|x|}{x}$  liên tục tại  $x = 1$ .

**Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$  liên tục tại

$x = 2$ .

**A.**  $m = 1$ .

**B.** Không tồn tại  $m$ . **C.**  $m = 3$ .

**D.**  $m = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

♦ Ta có:  $f(2) = 2m - 4$ ;

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (mx - 4) = 2m - 4$ ;

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2$ .

♦ Để hàm số liên tục tại  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m - 4 = 2 \Leftrightarrow m = 3$ .

**Câu 16.** Phương trình  $2x^3 - 6x + 1 = 0$  có bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc  $(-2; 2)$ ?

- A. 0.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Đặt  $f(x) = 2x^3 - 6x + 1 \Rightarrow f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

♦ Vì:  $\begin{cases} f(-2)f(0) = -3 < 0 \\ f(0)f(1) = -3 < 0 \\ f(1)f(2) = -15 < 0 \end{cases}$  nên phương trình  $2x^3 - 6x + 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt trong

khoảng  $(-2; 2)$ .

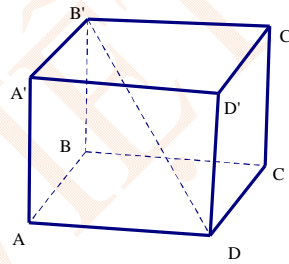
**Câu 17.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vectơ đúng:

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .                                      B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .                                      D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

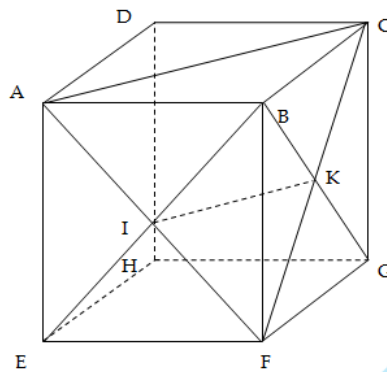


**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{EK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.                                      B.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.  
C.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{AK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.                                      D.  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

**Chọn D**



♦ Ta có:  $\begin{cases} IK // (ABCD) \\ GF // (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BD}$  đồng phẳng.

**Câu 19.** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  không nằm trong mp  $(P)$ , đường thẳng  $\Delta$  được gọi là vuông góc với mp  $(P)$  nếu:

- A.  $\Delta$  vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp  $(P)$ .
- B.  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $a$  mà  $a$  song song với mp  $(P)$ .
- C.  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $a$  nằm trong mp  $(P)$ .
- D.**  $\Delta$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp  $(P)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: đường thẳng  $\Delta$  được gọi là vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  nếu  $\Delta$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 20.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Nếu  $a // b$  và  $a \perp (\alpha)$  thì  $b // (\alpha)$ .
- B. Nếu  $a // b$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a // (\alpha)$ .
- C.** Nếu  $a // b$  và  $a \perp (\alpha)$  thì  $b \perp (\alpha)$ .
- D. Nếu  $a // b$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a \subset (\alpha)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc: Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

**Câu 21.** Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề **đúng** là?

- A.** Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.
- B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc: Cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

**Câu 22.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

- A. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $c$  thì  $a$  vuông góc với  $c$ .
- B. Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với đường thẳng  $c$  thì hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau.
- C.** Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  song song với đường thẳng  $c$  thì  $a$  vuông góc với  $c$ .
- D. Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau. Một đường thẳng  $c$  vuông góc với  $a$  thì  $c$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(a, b)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo lý thuyết về mối quan hệ giữa song song và vuông góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng:

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      **D.  $60^\circ$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $IJ \parallel SB, CD \parallel AB$ .

Nên góc giữa  $IJ$  và  $CD$  bằng góc giữa  $SB$  và  $AB$ .

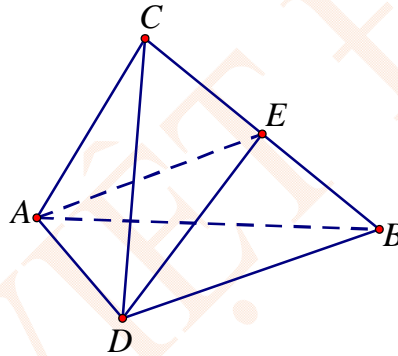
Tam giác  $SAB$  có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác  $SAB$  đều, do đó góc giữa  $SB$  và  $AB$  bằng  $60^\circ$ .

Vậy góc giữa  $IJ$  và  $CD$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 24.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC$  và  $DB = DC$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.  $AB \perp (ABC)$ .              B.  $AC \perp BC$ .              C.  $CD \perp (ABD)$ .              **D.  $BC \perp AD$ .**

**Lời giải**



**Chọn D**

Gọi  $E$  là trung điểm  $BC$ . Do  $AB = AC$  và  $DB = DC$  nên tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , tam giác  $DBC$  cân tại  $D$ .

Từ đó ta suy ra:  $AE \perp BC$  và  $DE \perp BC$  nên  $BC \perp (AED)$

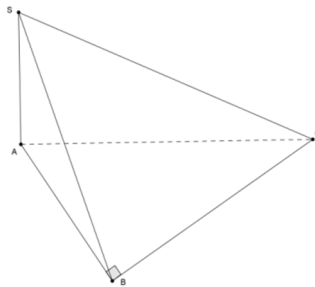
mà  $AD \subset (AED) \Rightarrow AD \perp BC$

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $SB \perp AC$ .**              B.  $SA \perp AB$ .              C.  $SB \perp BC$ .              D.  $SA \perp BC$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA \perp AB$  và  $SA \perp BC$ . Vậy B và D đúng.



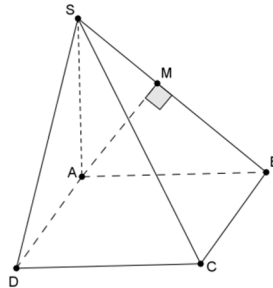
Mặt khác:  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$  vậy C đúng.

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.**  $AM \perp (SBD)$ .      **B.**  $AM \perp (SBC)$ .      **C.**  $SB \perp (AMC)$ .      **D.**  $AM \perp (SAD)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$  (1)

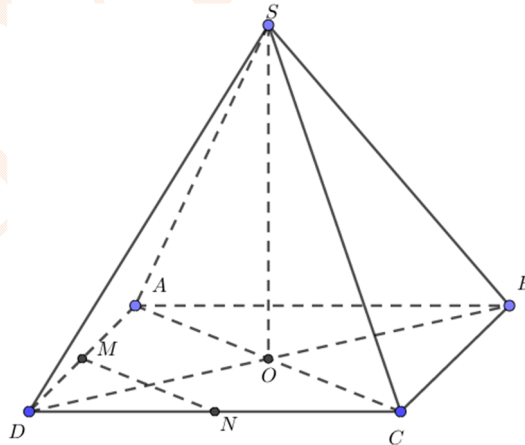
Mặt khác:  $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \text{ (1)} \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC)$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $CD$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A.**  $MN \perp SD$ .      **B.**  $BD \perp MN$ .      **C.**  $BD \perp SA$ .      **D.**  $MN \perp SA$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Xét phương án A: Do  $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases}$  và  $\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$  nên  $AC \perp SD$ , mà  $MN \parallel AC$  (tính chất

đường trung bình) suy ra  $MN \perp SD$ . Loại phương án A.

Tương tự ta chứng minh được  $BD \perp MN$  và  $BD \perp SA$  nên loại các phương án B, C.

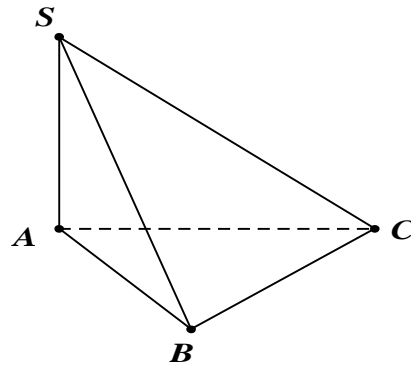
Ta có tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  và  $SO$  là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.

Do đó  $SO \perp AC$ , suy ra tam giác  $\Delta SOA$  vuông tại  $O$  nên  $AC$  và  $SA$  không thể vuông tại  $A$ .

Mà theo tính chất đường trung bình ta có  $MN \parallel AC$ . Vậy  $MN$  không vuông góc với  $SA$ .

Vậy chọn đáp án **D**

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ .



Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.**  $60^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Nên:  $(\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$ .

Xét tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$ :  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$ .

**Câu 29.** Trong không gian, qua một điểm  $O$  cho trước có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  cho trước?

- A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B**

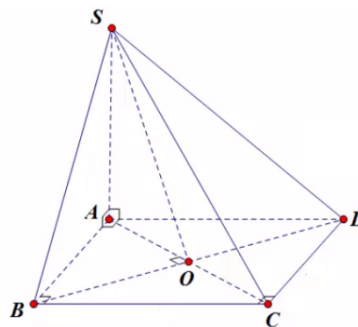
Theo “Tính chất 2” trong sách giáo khoa Hình học 11 cơ bản trang 100: Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa  $SC$  và mặt đáy?

- A.**  $30^\circ$ .                      **B.**  $45^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD)$  là  $AC \Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCA}$

Ta có  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$  nên tam giác  $SAC$  vuông cân tại  $A$ .

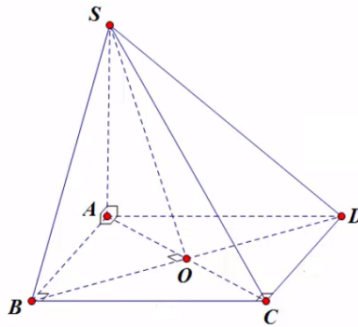
$\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  là góc nào sau đây?

A.  $\widehat{BSO}$ .B.  $\widehat{SBA}$ .C.  $\widehat{BSC}$ .D.  $\widehat{BSD}$ .

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } \begin{cases} BO \perp SA \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

Hình chiếu của  $SB$  lên  $(SAC)$  là  $SO$ .

$$\Rightarrow (SB, (SAC)) = \widehat{BSO}$$

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $(SAB) \perp (ABCD)$  và  $(SAC) \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $SA \perp (ABCD)$ .B.  $SB \perp (ABCD)$ .C.  $SC \perp (ABCD)$ .D.  $SD \perp (ABCD)$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$$

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình lăng trụ tam giác có hai mặt bên là hình chữ nhật là hình lăng trụ đứng.

B. Hình lăng trụ có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

C. Hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau là hình chóp đều.

D. Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Lời giải

Chọn B

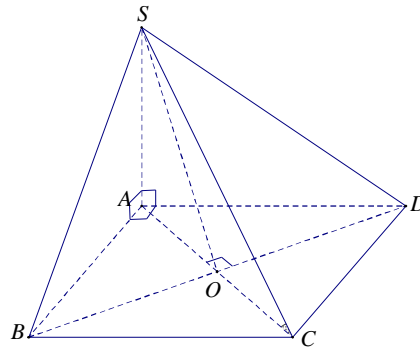
Theo định nghĩa lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là lăng trụ đều.

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $(SCD) \perp (SAD)$ .B.  $(SDC) \perp (SAO)$ .C.  $(SBC) \perp (SAB)$ .D.  $(SBD) \perp (SAC)$ .

Lời giải

Chọn B



$$(SCD) \perp (SAD) \text{ vì } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$(SBC) \perp (SAB) \text{ vì } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

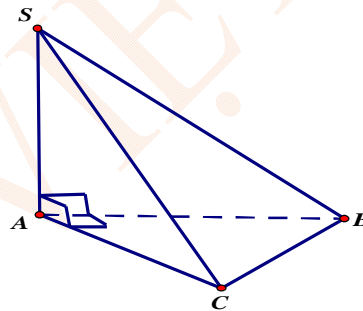
$$(SBD) \perp (SAC) \text{ vì } \begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $(SBC) \perp (SAB)$ .    **B.**  $(ABC) \perp (SBC)$ .    **C.**  $(SAC) \perp (SBC)$ .    **D.**  $(SAC) \perp (SAB)$ .

Lời giải

**Chọn D**



$$\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SA \end{cases} \\ \Rightarrow AC \perp (SAB)$$

$$\begin{cases} AC \perp (SAB) \\ AC \subset (SAC) \end{cases} \\ \Rightarrow (SAC) \perp (SAB)$$

## II. PHẢN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 4.** [VDC] Tìm giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x} + x)$ .

Lời giải

$$\blacklozenge \text{Ta có: } \sqrt{x^2 + x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x} + x = \frac{(\sqrt{x^2 + x + 1} + x)^2 - 4(x^2 - x)}{\sqrt{x^2 + x + 1} + 2\sqrt{x^2 - x} + x}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2x\sqrt{x^2+x+1}+1+5x-2x^2}{\sqrt{x^2+x+1}+2\sqrt{x^2-x+x}} \\
&= \frac{2x(\sqrt{x^2+x+1}-x)}{\sqrt{x^2+x+1}+2\sqrt{x^2-x+x}} + \frac{1+5x}{\sqrt{x^2+x+1}+2\sqrt{x^2-x+x}} \\
&= \frac{2x(x+1)}{(\sqrt{x^2+x+1}+2\sqrt{x^2-x+x})(\sqrt{x^2+x+1}+x)} + \\
&+ \frac{1+5x}{\sqrt{x^2+x+1}+2\sqrt{x^2-x+x}}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{♦ Do đó: } A &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{2}{x}}{\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2\sqrt{1 - \frac{1}{x} + 1}\right)\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1\right)} + \\
&+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + 5}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2\sqrt{1 - \frac{1}{x} + 1}} = \frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

**Câu 5.** [VD] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} - 6}{x^3 - 27} & (x > 3) \\ ax + 2 & (x \leq 3) \end{cases}$ . Tìm  $a$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

♦ Ta có với  $x > 3 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} - 6}{x^3 - 27}$  là hàm liên tục

♦ Ta có với  $x < 3 \Rightarrow f(x) = ax + 2$  là hàm liên tục

♦ Với  $x = 3 \Rightarrow f(3) = 3a + 2$

Ta có:

$$\text{♦ } P = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} - 6}{x^3 - 27} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{\sqrt[3]{x-2} - 1}{x^3 - 27} + \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^3 - 27} + \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^3 - 27} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 1}{x^3 - 27} + \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^3 - 27} + \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^3 - 27}$$

$$\text{Tính } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 1}{x^3 - 27} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{(x-3)(x^2+3x+9)\left(\sqrt[3]{(x-2)^2} + \sqrt[3]{x-2} + 1\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x^2+3x+9)\left(\sqrt[3]{(x-2)^2} + \sqrt[3]{x-2} + 1\right)} = \frac{1}{81}$$

Tính

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^3-27} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2(x-3)}{(x-3)(x^2+3x+9)(\sqrt{2x+3}+3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2}{(x^2+3x+9)(\sqrt{2x+3}+3)} = \frac{1}{81}$$

Tính  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^3-27} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{(x-3)(x^2+3x+9)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x^2+3x+9)(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{108}$

Vậy  $P = \frac{11}{324}$

♦  $Q = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax+2) = 3a+2$  ta có:

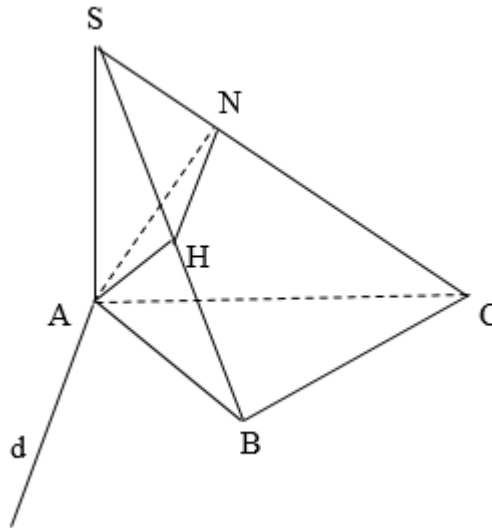
♦ Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 3a+2 = \frac{11}{324} \Leftrightarrow a = \frac{-637}{972}$

**Câu 6.** [VD] Cho hình chóp  $S.ABC$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $SB$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $AH$  và đường thẳng  $d$ ,  $d$  đi qua  $A$  nằm trong  $mp(ABC)$  và vuông góc với  $AC$ .

a) Chứng minh rằng:  $(\alpha) \perp SC$

b) Biết  $SA = AB = BC$ . Tính tang của góc tạo bởi  $SC$  với đáy  $(ABC)$

**Lời giải**



a) Gọi  $(\alpha)$  cắt  $SC$  tại  $N$

+) Ta có  $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC(gt) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \quad (1)$

Mà theo giả thiết  $AH \perp SB \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có  $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC \quad (3)$

+) Theo giả thiết  $\begin{cases} d \perp AC \\ SA \perp (ABC) \Rightarrow d \perp SA \end{cases} \Rightarrow d \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp d \quad (4)$

Từ (3) và (4) ta có  $SC \perp (\alpha)$  (ĐPCM)

b) Ta có  $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \angle SCA = \varphi$ . Gọi  $SA = AB = BC = a$

$$\text{Vậy } \tan \varphi = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

## ĐỀ SỐ 22

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

- Câu 1.** Tính  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^3+3}$ .
- A.  $L = 1$ .                      B.  $L = 0$ .                      C.  $L = 3$ .                      D.  $L = 2$ .
- Câu 2.** Tổng vô hạn sau đây  $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$  có giá trị bằng
- A.  $\frac{8}{3}$ .                      B. 3.                      C. 4.                      D. 2.
- Câu 3.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$  bằng
- A. -3.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D.  $-\frac{3}{2}$ .
- Câu 4.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng
- A. -12.                      B. -2.                      C. 0.                      D. -6.
- Câu 5.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$  bằng
- A. 2.                      B. 4.                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D. 0.
- Câu 6.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x+2}$  bằng:
- A. 2                      B. -32.                      C. -3                      D. 1
- Câu 7.** Tính giới hạn  $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$  bằng
- A.  $K = -\frac{2}{3}$ .                      B.  $K = \frac{2}{3}$ .                      C.  $K = \frac{4}{3}$ .                      D.  $K = 0$ .
- Câu 8.** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$  trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a^2 + b^2$ .
- A.  $S = 20$ .                      B.  $S = 10$ .                      C.  $S = 17$ .                      D.  $S = 25$ .
- Câu 9.** Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng  $-\infty$ ?
- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ .
- Câu 10.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. 0.
- Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $cm$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên  $[a; b]$  là
- A.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .



**Câu 12.** Hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  bằng?

- A.  $x_0 = 2018$ .                      B.  $x_0 = 1$ .                      C.  $x_0 = 0$                       D.  $x_0 = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 13.** Cho phương trình  $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$  (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng  $(-2; 1)$ .  
 B. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng  $(0; 2)$ .  
 C. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(-2; 0)$ .  
 D. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 14.** Tích các giá trị  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$  bằng:

- A. 4.                      B. 2.                      C. 14.                      D. 12.

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x < 2 \\ 6 - x & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{x - 2}{x} & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ . Hàm số có bao nhiêu điểm gián đoạn?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A.  $(-3; 2)$ .                      B.  $(-2; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 3)$ .                      D.  $(-3; +\infty)$ .

**Câu 17.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .  
 B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.  
 C. Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .  
 D. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức sai?

- A.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ .                      B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ .  
 C.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ .                      D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 19.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa các cặp vectơ  $\overrightarrow{BD}$  và  $\overrightarrow{A'A}$ .

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , cạnh  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = a$   $SA \perp AB, SA \perp AD$  và. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $DC$  bằng

A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

**Câu 21.** Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.  
 B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.  
 C. Một đường thẳng và một mặt phẳng ( không chứa đường thẳng đã cho ) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

**Câu 22.** Cho đường thẳng  $\Delta$  không vuông góc với đường thẳng  $d$ . Qua đường thẳng  $\Delta$ , có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $d$  ?

A. 1.                      B. 0.                      C. 2.                      D. Vô số.

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ , tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ , tam giác  $SCD$  vuông tại  $D$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $AC \perp (SBD)$ .                      B.  $SO \perp (ABCD)$ .                      C.  $AB \perp (SBC)$ .                      D.  $AB \perp (SAD)$ .

**Câu 24.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, BC, CD$  đôi một vuông góc. Điểm nào sau đây cách đều 4 đỉnh  $A, B, C, D$  ?

A. Trung điểm  $BC$ .                      B. Trung điểm  $AD$ .                      C. Trung điểm  $AC$ .                      D. Trung điểm  $AB$ .

**Câu 25.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Vẽ  $AH \perp (BCD)$ . Biết  $H$  là trực tâm tam giác  $BCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $CD \perp BD$ .                      B.  $AB \perp BC$ .                      C.  $AD \perp BC$ .                      D.  $AC \perp CD$ .

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ , biết rằng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây là sai?

A.  $SA \perp DB$ .                      B.  $SC \perp BD$ .                      C.  $SO \perp BD$ .                      D.  $AD \perp SC$ .

**Câu 27.** Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

(I) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

(II) Cho  $a, b$  là hai đường thẳng phân biệt, khi đó góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  khi  $a$  và  $b$  song song.

(III) Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(Q)$  thì mặt phẳng  $(P) // (Q)$ .

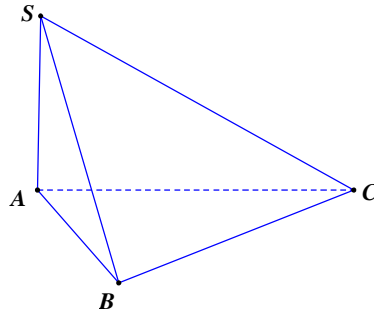
(IV) Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  song song với  $b$ .

A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Xác định góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .

A.  $\widehat{ACS}$ .                      B.  $\widehat{SAC}$ .                      C.  $\widehat{SOC}$ .                      D.  $\widehat{CSA}$ .

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 3a$ ,  $BC = \sqrt{3}a$ ;  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$  (tham khảo hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ . Tính  $\alpha$ .

- A.  $\alpha = 30^\circ$ .                      B.  $\alpha = 60^\circ$ .                      C.  $\alpha = 45^\circ$ .                      D.  $\alpha = 90^\circ$ .

**Câu 31.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Cho đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau, nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $a$ , mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $b$  thì  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

B. Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ , mọi mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $a$  thì  $(\beta) \perp (\alpha)$ .

C. Cho đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường này thì song song với đường kia.

D. Cho đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau, luôn có một mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

**Câu 32.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(BCD'A')$  vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

- A.  $(ADD'A')$ .                      B.  $(ABB'A')$ .                      C.  $(ABCD)$ .                      D.  $(BCC'B')$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC$ . Mặt phẳng  $(SAC)$  vuông với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SAD)$ .                      B.  $(ABCD)$ .                      C.  $(SBD)$ .                      D.  $(SAB)$ .

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SA$ . Mặt phẳng  $(MBD)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAC)$ .                      C.  $(SBD)$ .                      D.  $(ABCD)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $(SBC) \perp (SAB)$ .                      B.  $(SAC) \perp (SAB)$ .  
C.  $(SAC) \perp (SBC)$ .                      D.  $(ABC) \perp (SBC)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 04 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 4)

**Câu 1.** Tính  $\lim \left[ \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

- Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
- Câu 3.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $CI$  và  $AC$ , với  $I$  là trung điểm của  $AB$ .
- Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy  $(ABCD)$ , biết  $SD=2a\sqrt{5}$ ,  $SC$  tạo với mặt đáy  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$ . Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng sau:  $(\overline{SA}, (ABCD))$

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

1.B	2.B	3.D	4.A	5.C	6.D	7.A	8.C	9.C	10.B
11.C	12.D	13.B	14.D	15.C	16.B	17.B	18.D	19.A	20.A
21.B	22.B	23.D	24.B	25.C	26.D	27.B	28.B	29.C	30.B
31.B	32.B	33.C	34.B	35.B					

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 04 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 4)

**Câu 1.** ĐS:  $\lim \left[ \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right] = 1$ .

**Câu 2.** ĐS:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{13}{12}$ .

**Câu 3.** ĐS:  $(\widehat{CI}, \widehat{CA}) = 30^\circ$ .

**Câu 4.** ĐS:  $(\widehat{SA}, (\widehat{ABCD})) = \widehat{SAM} \approx 75^\circ 31'$ .

## LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 02

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

**Câu 1.** Tính  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^3+3}$ .

**A.**  $L = 1$ .

**B.**  $L = 0$ .

**C.**  $L = 3$ .

**D.**  $L = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^3+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{1 + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0$ .

**Câu 2.** Tổng vô hạn sau đây  $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$  có giá trị bằng

**A.**  $\frac{8}{3}$ .

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Ta có:  $2; \frac{2}{3}; \frac{2}{3^2}; \dots; \frac{2}{3^n}; \dots$  là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = \frac{1}{3} < 1$ .

♦ Khi đó  $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots = 2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = 3$ .

**Câu 3.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$  bằng

**A.**  $-3$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.**  $-\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

♦ Ta có:  $\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n = \frac{-3n + 1}{\sqrt{n^2 - 3n + 1} + n} = \frac{-3 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1}$ .

♦ Vậy  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n) = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 4.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng

**A.**  $-12$ .

**B.**  $-2$ .

**C.** 0.

**D.**  $-6$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left( 2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left( a + \frac{2}{n^3} \right)} = \frac{2}{a} = \frac{1}{2}$ .

♦ Suy ra  $a = 4$ . Khi đó  $a - a^2 = 4 - 4^2 = -12$ .

**Câu 5.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$  bằng

- A. 2.                                      B. 4.                                      C.  $\frac{1}{4}$ .                                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 6.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x+2}$  bằng:

- A. 2                                      B. -32.                                      C. -3                                      D. 1

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1.$$

**Câu 7.** Tính giới hạn  $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$  bằng

- A.  $K = -\frac{2}{3}$ .                                      B.  $K = \frac{2}{3}$ .                                      C.  $K = \frac{4}{3}$ .                                      D.  $K = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } K &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 8.** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \frac{a}{b}$  trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a^2 + b^2$ .

- A.  $S = 20$ .                                      B.  $S = 10$ .                                      C.  $S = 17$ .                                      D.  $S = 25$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)}{(x+2)} = \frac{1}{4} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow S = 17.$$

**Câu 9.** Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng  $-\infty$  ?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ .                                      B.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$ .                                      C.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$ .                                      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Để thấy } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3 \text{ (loại); } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3 \text{ (loại).}$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x + 4) = -2$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0$ ;  $x - 2 > 0, \forall x > 2$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x + 4}{x - 2} = -\infty$ .

**Câu 10.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

- A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 2.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( 2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $cm$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên  $[a; b]$  là

- A.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .      **B.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .  
**C.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .      **D.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Chọn:  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và

$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

**Câu 12.** Hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  bằng?

- A.**  $x_0 = 2018$ .                      **B.**  $x_0 = 1$ .                      **C.**  $x_0 = 0$                       **D.**  $x_0 = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 13.** Cho phương trình  $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$  (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng  $(-2; 1)$ .  
**B.** Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng  $(0; 2)$ .  
**C.** Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(-2; 0)$ .  
**D.** Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + x + 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $f(-2) = 11$ ,  $f(-1) = -3$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = -1$ ,  $f(2) = 15$ .

Suy ra  $\begin{cases} f(0).f(1) < 0 \\ f(1).f(2) < 0 \end{cases}$ . Do đó phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng  $(0; 2)$ .

$f(-2).f(-1) = -33 < 0 \Rightarrow f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(-2; -1)$ . Suy ra **C** sai.

$f(-1).f(0) = -3 < 0 \Rightarrow f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(-1; 0)$ . Suy ra **A, D** sai.



**Câu 14.** Tích các giá trị  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$  bằng:

A. 4.

B. 2.

C. 14.

D. 12.

Lời giải

**Chọn D**+) Hàm số đã cho có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$+) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x^2-2x+4) = 12.$$

$$+) f(-2) = m^2.$$

+) Hàm số đã cho liên tục tại  $x = -2$  khi và chỉ khi  $12 = m^2 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{3}$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} & \text{khi } x < 2 \\ 6-x & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{x-2}{x} & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ . Hàm số có bao nhiêu điểm gián đoạn?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

**Chọn C**+ TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 1$ .

Ta có:

+ Trên khoảng  $(-\infty; 2)$ :  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$  là hàm phân thức hữu tỉ xác định với mọi $x \neq 1; x \neq 2$  nên  $f(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; 2)$ .+ Trên khoảng  $(2; 3)$ :  $f(x) = 6-x$  là hàm đa thức nên  $f(x)$  liên tục trên  $(2; 3)$ .+ Trên khoảng  $(3; +\infty)$ :  $f(x) = \frac{x-2}{x}$  là hàm phân thức hữu tỉ xác định với mọi  $x > 3$  nên $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(3; +\infty)$ .+ Tại điểm  $x = 2$ , ta có:

$$f(2) = 6 - 2 = 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x-1} = 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (6-x) = 4.$$

Vậy hàm số liên tục tại điểm  $x = 2$ .+ Tại điểm  $x = 3$ , ta có:

$$f(3) = 6 - 3 = 3.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (6-x) = 3.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{x} = \frac{1}{3}.$$

Vậy hàm số không liên tục tại điểm  $x = 3$ .

Kết luận :  $f(x)$  gián đoạn tại 2 điểm  $x = 1$  và  $x = 3$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A.**  $(-3; 2)$ .                      **B.**  $(-2; +\infty)$ .                      **C.**  $(-\infty; 3)$ .                      **D.**  $(-3; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$ .

Nên hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -3)$ ;  $(-3; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 17.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A.** Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .  
**B.** Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.  
**C.** Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .  
**D.** Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

**Lời giải**

**Chọn B**

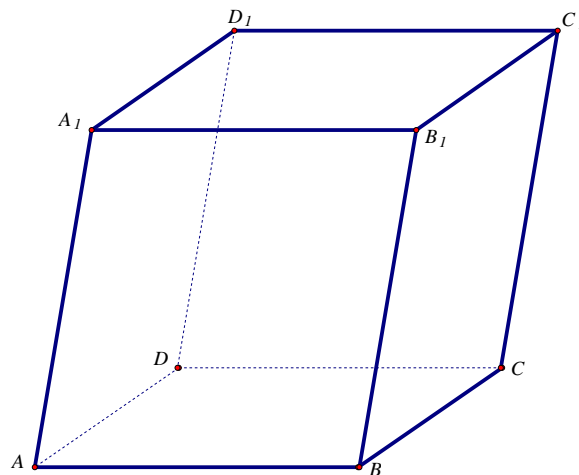
Phương án B sai vì theo định nghĩa ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng là giá của ba vectơ cùng song song với một mặt phẳng. Vì vậy giá của ba vectơ có thể không cùng thuộc một mặt phẳng.

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức sai?

- A.**  $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1}$ .                      **B.**  $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$ .  
**C.**  $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$ .                      **D.**  $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\begin{aligned}
 &+ \text{Xét A: Do } \begin{cases} \overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD} \\ \overline{B_1A_1} + \overline{B_1C_1} = \overline{B_1D_1} \\ \overline{BD} = \overline{B_1D_1} \end{cases} \text{ nên A đúng} \\
 &+ \text{Xét B: Do } \begin{cases} \overline{D_1A_1} + \overline{D_1C_1} = \overline{D_1B_1} \\ \overline{D_1B_1} = \overline{DB} \end{cases} \Rightarrow \overline{AD} + \overline{D_1A_1} + \overline{D_1C_1} = \overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB} = \overline{DC} \text{ nên B đúng.} \\
 &+ \text{Xét C: Đúng do áp dụng quy tắc hình hộp.} \\
 &+ \text{KL: D sai hoặc phát hiện } \begin{cases} \overline{DD_1} = \overline{BB_1} \\ \overline{BA} + \overline{BB_1} + \overline{BC} = \overline{BD_1} \end{cases} \Rightarrow \text{D sai.}
 \end{aligned}$$

**Câu 19.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa các cặp vectơ  $BD$  và  $A'A$ .

- A.**  $90^\circ$ .                      **B.**  $60^\circ$ .                      **C.**  $45^\circ$ .                      **D.**  $120^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

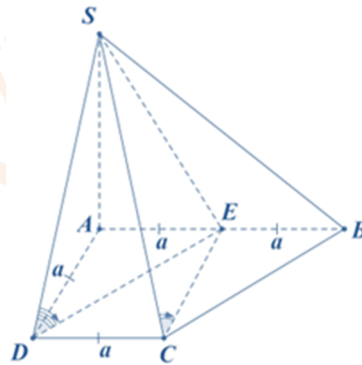
$$A'A \perp (ABCD) \Rightarrow A'A \perp DB \Rightarrow (A'A, DB) = 90^\circ$$

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , cạnh  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = a$ ,  $SA \perp AB$ ,  $SA \perp AD$  và. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $DC$  bằng

- A.**  $30^\circ$                       **B.**  $45^\circ$                       **C.**  $60^\circ$                       **D.**  $90^\circ$

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì  $DC \parallel AB \Rightarrow (\widehat{SB, DC}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$ . ( $\Delta SAB$  vuông tại  $A \Rightarrow \widehat{SBA} < 90^\circ$ ).

$$\text{Xét } \Delta SAB \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{2a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$$

Vậy  $(\widehat{SB, DC}) = \widehat{SBA} = 30^\circ$ .

**Câu 21.** Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song. .  
**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.  
**C.** Một đường thẳng và một mặt phẳng ( không chứa đường thẳng đã cho ) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
**D.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 22.** Cho đường thẳng  $\Delta$  không vuông góc với đường thẳng  $d$ . Qua đường thẳng  $\Delta$ , có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $d$ ?

- A. 1.                      B. 0.                      C. 2.                      D. Vô số.

Lời giải

**Chọn B**

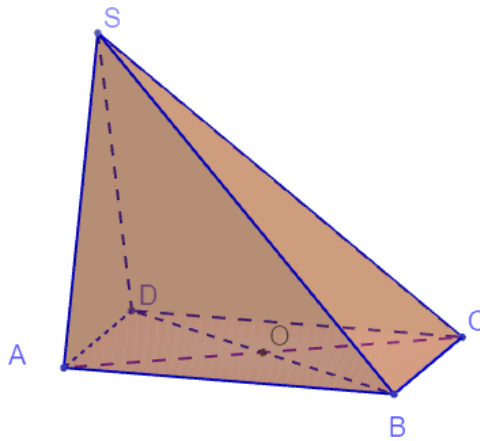
Giả sử có mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $d$ . Suy ra  $d \perp \Delta$  điều này mâu thuẫn với giả thiết. Nên không có mặt phẳng nào chứa  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $d$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ , tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ , tam giác  $SCD$  vuông tại  $D$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $AC \perp (SBD)$ .      B.  $SO \perp (ABCD)$ .      C.  $AB \perp (SBC)$ .      D.  $AB \perp (SAD)$ .

Lời giải

**Chọn D**



- ♦ Xét phương án A : Sai. Vì  $AC \perp (SBD)$  thì  $SD \perp (ABCD)$ .
- ♦ Xét phương án B : Sai. Vì  $SO \perp (ABCD)$  thì  $SO \perp DC$ .
- ♦ Xét phương án C : Sai. Vì  $AB \perp (SBC)$  thì  $\Delta SAB$  vuông tại B.
- ♦ Xét phương án D : Đúng, vì:
- ♦ Ta có: 
$$\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD (AB // CD, CD \perp SD) \end{cases}$$

Mà  $SA \cap SD = S \in (SAD)$ .

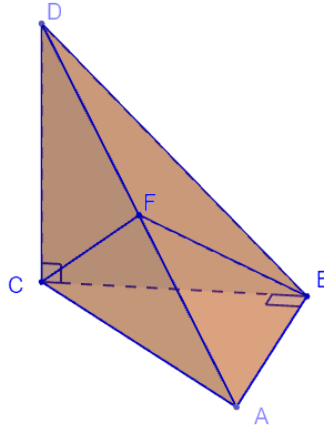
Nên  $AB \perp (SAD)$ .

**Câu 24.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, BC, CD$  đôi một vuông góc. Điểm nào sau đây cách đều 4 đỉnh  $A, B, C, D$ ?

- A. Trung điểm  $BC$ .      B. Trung điểm  $AD$ .      C. Trung điểm  $AC$ .      D. Trung điểm  $AB$ .

Lời giải

**Chọn B**



$$\diamond \text{ Ta có: } \begin{cases} CD \perp CB \text{ (gt)} \\ CD \perp AB \text{ (gt)} \Rightarrow CD \perp (ABC) \Rightarrow CD \perp AC. \\ CB \cap AB = B \end{cases}$$

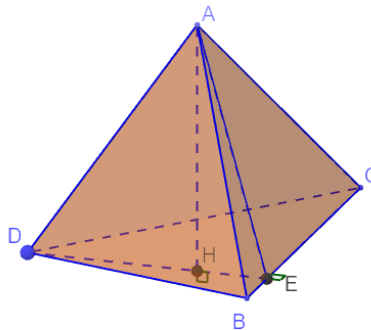
- ♦ Ta có:  $AB, BC, CD$  đôi một vuông góc nên  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACD$  lần lượt vuông tại  $B$  và  $C$
- ♦ Gọi  $F$  là trung điểm  $AD$ , ta có:  $BF, CF$  lần lượt là đường trung tuyến của  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACD$  nên  $FD = FA = FB = FC$ .

**Câu 25.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Vẽ  $AH \perp (BCD)$ . Biết  $H$  là trực tâm tam giác  $BCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $CD \perp BD$ .                      B.  $AB \perp BC$ .                      **C.  $AD \perp BC$ .**                      D.  $AC \perp CD$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $E = DH \cap BC$  trong mặt phẳng  $(BCD)$

- ♦ Xét phương án A: Sai. Vì  $CD \perp BD$  thì  $BD // BH$  (vô lí)
- ♦ Xét phương án B: Sai. Vì  $AB \perp BC$  thì  $BC // CD$  (vô lí)
- ♦ Xét phương án C: Đúng

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp DH \\ BC \perp AH \text{ (} AH \perp (BCD) \text{)} \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp AD. \\ DH \cap AH = H \end{cases}$$

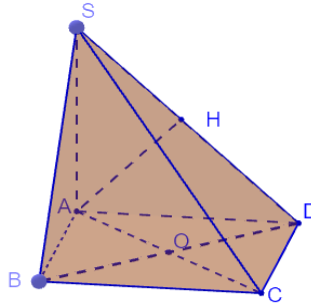
- ♦ Xét phương án D: Sai. Vì  $AC \perp CD$  thì  $CD // DB$

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ , biết rằng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $SA \perp DB$ .                      B.  $SC \perp BD$ .                      C.  $SO \perp BD$ .                      **D.  $AD \perp SC$ .**

## Lời giải

Chọn D



- ♦ Xét phương án A: Đúng vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ .
- ♦ Xét Phương án B: Đúng. Vì hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD)$  là  $AC$  và  $AC \perp BD$  suy ra  $SC \perp BD$  (theo định lý 3 đường vuông góc)
- ♦ Xét phương án C: Đúng. Vì  $DB \perp (SAC) \Rightarrow DB \perp SO$ .
- ♦ Xét phương án D: Sai. Vì nếu  $AD \perp SC$  thì  $AD \perp AC$ .

**Câu 27.** Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

(I) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

(II) Cho  $a, b$  là hai đường thẳng phân biệt, khi đó góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  khi  $a$  và  $b$  song song.

(III) Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(Q)$  thì mặt phẳng  $(P) // (Q)$ .

(IV) Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  song song với  $b$ .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

## Lời giải

Chọn B

♦ Ta có: (I), (II) đúng.

♦ (III) Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(Q)$  thì mặt phẳng  $(P) // (Q)$ . Có thể  $(P) \equiv (Q)$

♦ (IV) Góc giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng góc giữa đường thẳng  $b$  và mặt phẳng  $(P)$  thì  $a$  song song với  $b$ . Có thể  $a \equiv b$

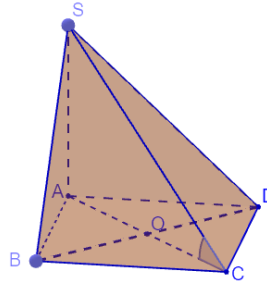
♦ Vậy có 2 mệnh đề đúng.

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Xác định góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .

A.  $\widehat{ACS}$ .B.  $\widehat{SAC}$ .C.  $\widehat{SOC}$ .D.  $\widehat{CSA}$ .

## Lời giải

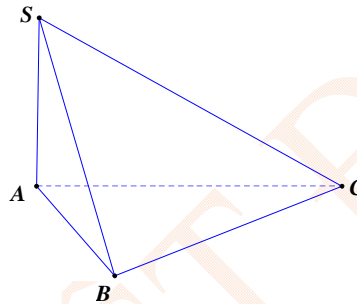
Chọn A



♦ Ta có:  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên  $(ABCD)$

$$\Rightarrow (\widehat{SC; (ABCD)}) = (\widehat{SC; AC}) = \widehat{SCA}$$

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 3a$ ,  $BC = \sqrt{3}a$ ;  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$  (tham khảo hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $SA \perp (ABC)$  nên góc giữa  $SC$  và  $(ABC)$  bằng  $\widehat{SCA}$ .

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{ASC} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SAC} = 30^\circ.$$

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ . Tính  $\alpha$ .

A.  $\alpha = 30^\circ$ .

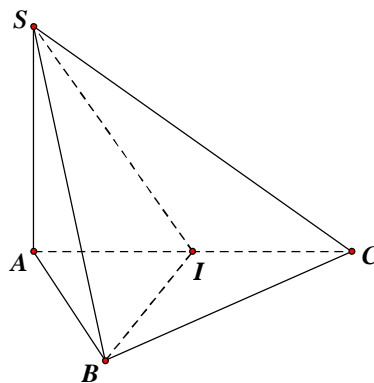
B.  $\alpha = 60^\circ$ .

C.  $\alpha = 45^\circ$ .

D.  $\alpha = 90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**



Từ  $B$  kẻ đường thẳng  $BI \perp AC$ . Lại có  $BI \perp SA$  nên  $BI \perp (SAC)$ .

Do đó hình chiếu của  $SB$  lên  $(SAC)$  là  $SI$ , góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  là góc giữa  $SB$  và  $SI$ .

Xét tam giác  $SBI$  vuông tại  $I$ , có  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2}$ ,  $BI = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Suy ra  $\sin \widehat{BSI} = \frac{BI}{SB} = \frac{1}{2}$ . Vậy  $\alpha = 60^\circ$ .

**Câu 31.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

**A.** Cho đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau, nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $a$ , mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $b$  thì  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

**B.** Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ , mọi mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $a$  thì  $(\beta) \perp (\alpha)$ .

**C.** Cho đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường này thì song song với đường kia.

**D.** Cho đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau, luôn có một mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

**Lời giải**

**Chọn B**

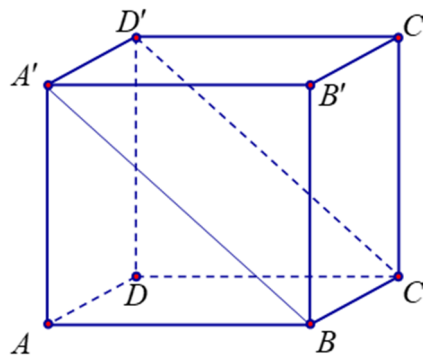
Theo định lý 1 bài hai mặt phẳng vuông góc ta có là điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 32.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(BCD'A')$  vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

**A.**  $(ADD'A')$ .      **B.**  $(ABB'A')$ .      **C.**  $(ABCD)$ .      **D.**  $(BCC'B')$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật

$$\Rightarrow \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow (BCD'A') \perp (ABB'A').$$

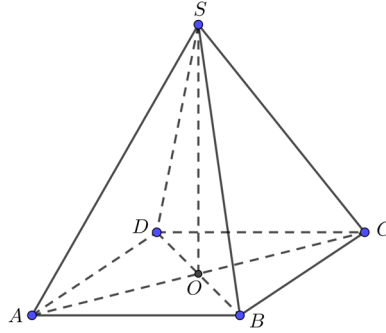
**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC$ . Mặt phẳng  $(SAC)$  vuông với mặt phẳng nào dưới đây?

**A.**  $(SAD)$ .      **B.**  $(ABCD)$ .      **C.**  $(SBD)$ .      **D.**  $(SAB)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**





Ta có:  $O$  là tâm của hình thoi  $ABCD \Rightarrow \begin{cases} OB = OD \\ OA = OC \end{cases}$

Mặt khác  $SA = SC \Rightarrow SO \perp AC$  (tính chất tam giác cân) (1)

Và  $AC \perp BD$  (tính chất hình thoi) (2)

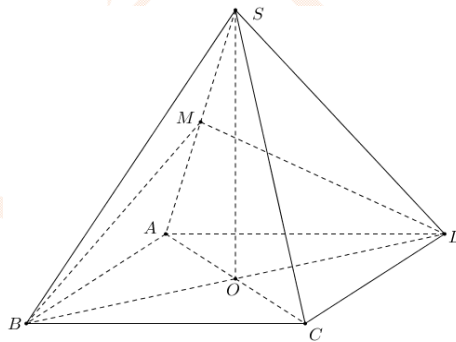
Từ (1) và (2)  $\Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$ .

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SA$ . Mặt phẳng  $(MBD)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAC)$ .                      C.  $(SBD)$ .                      D.  $(ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$  suy ra  $S.ABCD$  là hình chóp đều.

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  suy ra  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ .

$BD \perp AC$  (do  $ABCD$  là hình vuông) (1).

$BD \perp SO$  (do  $SO \perp (ABCD)$ ) (2).

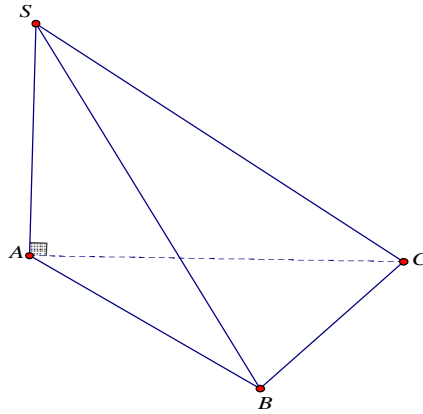
Từ (1) và (2) ta có  $BD \perp (SAC)$ . Mà  $BD \subset (MBD) \Rightarrow (MBD) \perp (SAC)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $(SBC) \perp (SAB)$ .                      B.  $(SAC) \perp (SAB)$ .  
C.  $(SAC) \perp (SBC)$ .                      D.  $(ABC) \perp (SBC)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ AC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp SA. \text{ Mà } AC \perp AB \text{ (do } ABC \text{ là tam giác vuông tại } A \text{).}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AC \perp (SAB) \\ AC \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAC) \perp (SAB).$$

## II. PHÂN TỰ LUẬN (GỒM 04 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 4)

**Câu 1.** Tính  $\lim \left[ \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

**Lời giải**

♦ Ta có:  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ .

♦  $= 1 - \frac{1}{n+1}$ .

♦ Vậy  $\lim \left[ \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right] = \lim \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**Lời giải**

♦ Ta có:  $\frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{(2\sqrt{1+x} - 2) + (2 - \sqrt[3]{8-x})}{x}$

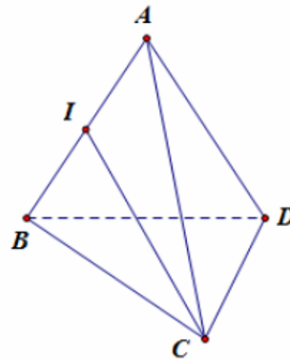
♦  $= \frac{2(\sqrt{1+x} - 1)}{x} + \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{2}{\sqrt{1+x} + 1} + \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}}$ .

♦  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{2}{\sqrt{1+x} + 1} + \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}} \right]$

♦  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+x} + 1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}} = 1 + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$ .

**Câu 3.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $CI$  và  $AC$ , với  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

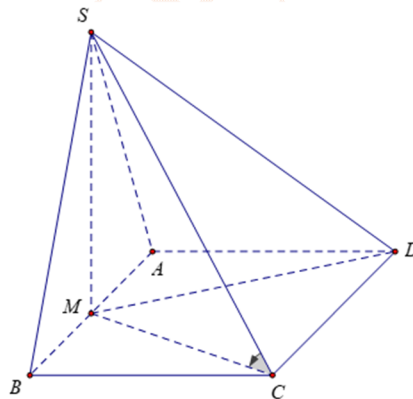
## Lời giải



- ♦ Ta có  $I$  là trung điểm của  $AB$  nên  $(\widehat{CI, CA}) = \widehat{ICA}$ .
- ♦ Xét tam giác  $AIC$  vuông tại  $I$ , có  $AI = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{1}{2}$ .
- ♦ Suy ra  $\sin \widehat{ICA} = \frac{AI}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ICA} = 30^\circ$ .
- ♦ Vậy  $(\widehat{CI, CA}) = 30^\circ$

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy  $(ABCD)$ , biết  $SD = 2a\sqrt{5}$ ,  $SC$  tạo với mặt đáy  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$ . Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng sau:  $(\widehat{SA, (ABCD)})$

## Lời giải



- ♦  $SM \perp (ABCD) \Rightarrow AM$  là hình chiếu của  $SA$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ .  
 $\Rightarrow (\widehat{SA, (ABCD)}) = (\widehat{SA, AM}) = \widehat{SAM}$
- ♦ Xét tam giác  $SMD$  vuông tại  $M$ : 
$$\begin{cases} SM = a\sqrt{15} \\ DM = a\sqrt{5} \\ AM = a \end{cases}$$
- ♦ Xét tam giác  $SMA$  vuông tại  $M$ :  $\tan \widehat{SAM} = \frac{SM}{AM} = \sqrt{15}$
- ♦  $\Rightarrow \widehat{SAM} \approx 75^\circ 31'$ .



- A.  $x_0 = 2018$ .      B.  $x_0 = 1$ .      C.  $x_0 = 0$       D.  $x_0 = -1$ .

**Câu 12.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$ .

- A.  $m = -4$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 4$ .      D.  $m = 0$ .

**Câu 13.** Chọn giá trị  $f(0)$  để các hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x = 0$ .

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 14.** Tìm  $a$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+2a & \text{khi } x < 0 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{4}$ .      C. 0.      D. 1.

**Câu 15.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  liên tục với mọi  $x \neq 1$ .

(II).  $f(x) = \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(III).  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  liên tục tại  $x = 1$ .

- A. Chỉ (I) đúng.      B. Chỉ (I) và (II).      C. Chỉ (I) và (III).      D. Chỉ (II) và (III).

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- I.  $(-1; 0)$ .      II.  $(0; 1)$ .      III.  $(1; 2)$ .

- A. Chỉ I.      B. Chỉ I và II.      C. Chỉ II.      D. Chỉ III.

**Câu 17.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là

- A.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ .  
C.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .      D.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

**Câu 18.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A. Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.      B. Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{a}$  cùng phương.  
C. Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{b}$  cùng phương.      D. Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đôi một cùng phương.

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = AC$  và  $\widehat{SAC} = \widehat{SAB}$ . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SA$  và  $BC$ .

- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = \frac{3}{2}AD, \widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ, CD = AD$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\cos \varphi = \frac{3}{4}$ .      B.  $\varphi = 60^\circ$ .      C.  $\varphi = 30^\circ$ .      D.  $\cos \varphi = \frac{1}{4}$ .

- Câu 21.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp véc tơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IJ}$ ?
- A.  $120^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $SAB$ . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?
- A.  $SA \perp BC$ .                      B.  $AH \perp BC$ .                      C.  $AH \perp SC$ .                      D.  $AH \perp AC$ .
- Câu 23.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $BCD$  và  $AH$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?
- A.  $CD \perp BD$ .                      B.  $AC = BD$ .                      C.  $AB = CD$ .                      D.  $AB \perp CD$ .
- Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.  $SA \perp AB$ .                      B.  $SA \perp AC$ .                      C.  $SA \perp BC$ .                      D.  $SA \perp SB$ .
- Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.  $AB \perp (SAC)$ .                      B.  $SA \perp (SBC)$ .                      C.  $SB \perp (ABC)$ .                      D.  $AC \perp (SAB)$ .
- Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  và có  $SA = SC, SB = SD$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?
- A.  $(ABCD)$ .                      B.  $(SAB)$ .                      C.  $(SAC)$ .                      D.  $(SCD)$ .
- Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.  $AB \perp (SAB)$ .                      B.  $AB \perp (SAC)$ .                      C.  $BC \perp (SAC)$ .                      D.  $BC \perp (SAB)$ .
- Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là
- A.  $\widehat{SAB}$ .                      B.  $\widehat{SBA}$ .                      C.  $\widehat{SBC}$ .                      D.  $\widehat{SCD}$ .
- Câu 29.** Cho lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $C'A$  với  $(ABCD)$  là
- A.  $\widehat{C'AB}$ .                      B.  $\widehat{C'AD}$ .                      C.  $\widehat{C'AC}$ .                      D.  $\widehat{C'CA}$ .
- Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông có cạnh huyền  $BC = a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của  $BC$ . Biết  $SB = a$ . Số đo của góc giữa  $SA$  và  $(ABC)$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $75^\circ$ .
- Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Tam giác  $SAB$  đều và  $SC = a\sqrt{2}$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của  $AB$ . Cosin của góc giữa  $SC$  và  $(SHD)$  bằng
- A.  $\sqrt{\frac{5}{3}}$ .                      B.  $\sqrt{\frac{2}{5}}$ .                      C.  $\sqrt{\frac{3}{5}}$ .                      D.  $\sqrt{\frac{5}{2}}$ .
- Câu 32.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?
- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

- Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $AC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.**  $BM \perp AC$ .      **B.**  $(SBM) \perp (SAC)$ .      **C.**  $(SAB) \perp (SBC)$ .      **D.**  $(SAB) \perp (SAC)$ .
- Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $I$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.**  $(SCD) \perp (SAD)$ .      **B.**  $(SDC) \perp (SAI)$ .      **C.**  $(SBC) \perp (SAB)$ .      **D.**  $(SBD) \perp (SAC)$
- Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.**  $(SBC) \perp (SAB)$ .      **B.**  $(SAC) \perp (SAB)$ .      **C.**  $(SAC) \perp (SBC)$ .      **D.**  $(ABC) \perp (SBC)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

- Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3} & x > 5 \\ (x-5)^2 + 3 & x \leq 5 \end{cases}$ . Xét tính liên tục của hàm số tại  $x_0 = 5$ .
- Câu 2.** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + 4x + 1}{\sqrt{4x^2 + 1} - x + 2}$ .
- Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 3a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $CD, BC$ .
- a)** Chứng minh rằng:  $(SAM) \perp (SDN)$ .
- b)** Tính sin của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .









$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( (4-a)x - b - 11 + \frac{23}{x+2} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=0 \\ -11-b=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-11 \end{cases} \Rightarrow a+b=-7.$$

**Câu 10.** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = -1$ . Tính giá của biểu thức  $P = a^2 - 2b^3$ .

- A.**  $P = 32$ .                      **B.**  $P = 0$ .                      **C.**  $P = 16$ .                      **D.**  $P = 8$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

TH1:  $b = 2$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 1}{\sqrt{4x^2 + ax + 1} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2} = -\frac{a}{4}.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = -1 \Leftrightarrow -\frac{a}{4} = -1 \Rightarrow a = 4.$$

$$\text{TH2: } b \neq 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x \left( -\sqrt{4 + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2}} + b \right) \right] = \begin{cases} -\infty & \text{khi } b > 2 \\ +\infty & \text{khi } b < 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a = 4, b = 2 \Rightarrow P = a^2 - 2b^3 = 0$$

**Câu 11.** Hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  nào sau đây?

- A.**  $x_0 = 2018$ .                      **B.**  $x_0 = 1$ .                      **C.**  $x_0 = 0$                       **D.**  $x_0 = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 12.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$ .

- A.**  $m = -4$ .                      **B.**  $m = 2$ .                      **C.**  $m = 4$ .                      **D.**  $m = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số liên tục tại  $x = -2$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{x^2 - 4}{x + 2} \right) = f(-2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = f(-2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = f(-2)$$

$$m = -4.$$

**Câu 13.** Chọn giá trị  $f(0)$  để các hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x = 0$ .

**A.** 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

Vậy ta chọn  $f(0) = 1$ 

**Câu 14.** Tìm  $a$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+2a & \text{khi } x < 0 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x=0$ .

**A.**  $\frac{1}{2}$ .**B.**  $\frac{1}{4}$ .**C.** 0.**D.** 1.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2+x+1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x+2a) = 2a$$

$$\text{Suy ra hàm số liên tục tại } x=0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

**Câu 15.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

$$(I). f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} \text{ liên tục với mọi } x \neq 1.$$

$$(II). f(x) = \sin x \text{ liên tục trên } \mathbb{R}.$$

$$(III). f(x) = \frac{|x|}{x} \text{ liên tục tại } x=1.$$

**A.** Chỉ (I) đúng.**B.** Chỉ (I) và (II).**C.** Chỉ (I) và (III).**D.** Chỉ (II) và (III).**Lời giải****Chọn D**

Ta có (II) đúng vì hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

$$\text{Ta có (III) đúng vì } f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x}, & \text{khi } x \geq 0 \\ -\frac{x}{x}, & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 1.$$

$$\text{Vậy hàm số } y = f(x) = \frac{|x|}{x} \text{ liên tục tại } x=1.$$

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

I.  $(-1;0)$ .II.  $(0;1)$ .III.  $(1;2)$ .**A.** Chỉ I.**B.** Chỉ I và II.**C.** Chỉ II.**D.** Chỉ III.**Lời giải****Chọn B**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $[-1;0]$ ,  $[0;1]$  và  $[1;2]$ , (1).

Ta có  $f(-1) = -1000,99$ ;  $f(0) = 0,01$  suy ra  $f(-1).f(0) < 0$ , (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(-1;0)$ .

Ta có  $f(0) = 0,01$ ;  $f(1) = -999,99$  suy ra  $f(0).f(1) < 0$ , (3).

Từ (1) và (3) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(0;1)$ .

Ta có  $f(1) = -999,99$ ;  $f(2) = -39991,99$  suy ra  $f(1).f(2) > 0$ , (4).

Từ (1) và (4) ta chưa thể kết luận về nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  trên khoảng  $(1;2)$ .

**Câu 17.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là

**A.**  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

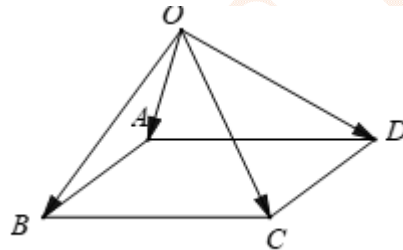
**B.**  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ .

**C.**  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

**D.**  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Trước hết, điều kiện cần và đủ để  $ABCD$  là hình bình hành là  $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$ .

Với mọi điểm  $O$  bất kì khác  $A, B, C, D$ , ta có:

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{OD} - \vec{OB} = \vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

**Câu 18.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ;  $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ ;  $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng?

**A.** Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.

**B.** Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{a}$  cùng phương.

**C.** Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{b}$  cùng phương.

**D.** Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đôi một cùng phương.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $\vec{y} = \frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{z})$  nên ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = AC$  và  $\widehat{SAC} = \widehat{SAB}$ . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SA$  và  $BC$ .

**A.**  $30^\circ$ .

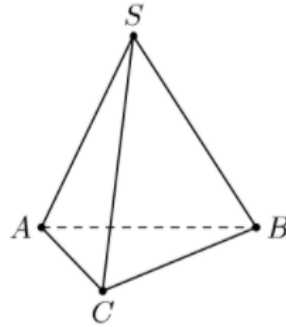
**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn D**



$$\begin{aligned} \text{Xét } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{SA} \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} \\ &= |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{SC}| \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SC}) - |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{SB}| \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}) \\ &= SA \cdot SC \cdot \cos \widehat{CSA} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSA} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \text{ chung} \\ AB = AC \\ \widehat{SAB} = \widehat{SAC} \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB = \Delta SAC (c.g.c) \Rightarrow \begin{cases} SC = SB \\ \widehat{ASC} = \widehat{ASB} \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow SA \perp BC$ .

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = \frac{3}{2}AD$ ,  $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$ ,  $CD = AD$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định **đúng**.

**A.**  $\cos \varphi = \frac{3}{4}$ .

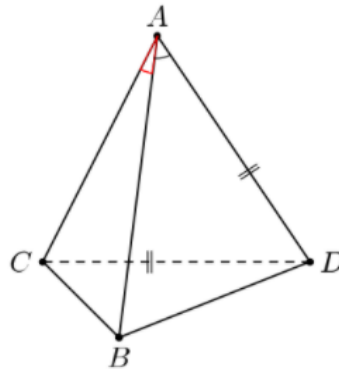
**B.**  $\varphi = 60^\circ$ .

**C.**  $\varphi = 30^\circ$ .

**D.**  $\cos \varphi = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CD}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{AB \cdot CD}$$

$$\begin{aligned} \text{Xét } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ &= AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \\ &= AB \cdot AD \cdot \frac{1}{2} - AB \cdot \frac{3}{2}AD \cdot \frac{1}{2} = \frac{-1}{4} AB \cdot AD = -\frac{1}{4} AB \cdot CD \end{aligned}$$

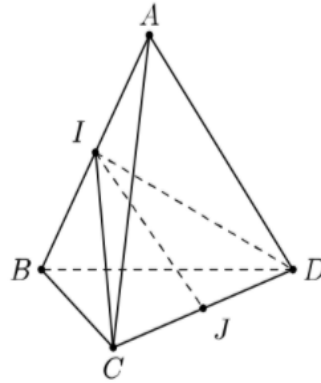
$$\text{Do đó } \cos(AB, CD) = \frac{\left| -\frac{1}{4} AB \cdot CD \right|}{AB \cdot CD} = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } \cos \varphi = \frac{1}{4}.$$

**Câu 21.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp véc tơ  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{IJ}$ ?

A.  $120^\circ$ .B.  $90^\circ$ .C.  $60^\circ$ .D.  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác  $ICD$  có  $J$  là trung điểm của đoạn  $CD \Rightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$ .

Tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$  đều  $\Rightarrow CI \perp AB$ .

Tương tự ta có  $\Delta ABD$  đều  $\Rightarrow DI \perp AB$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{AB}) = 90^\circ.$$

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $SAB$ . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A.  $SA \perp BC$ .B.  $AH \perp BC$ .C.  $AH \perp SC$ .D.  $AH \perp AC$ .

Lời giải

Chọn C

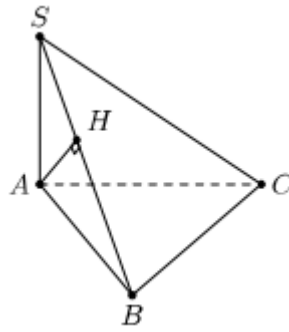
Theo bài ra, ta có  $SA \perp (ABC)$  mà  $BC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , ta có  $AB \perp BC$ .

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC.$$

Nếu có  $AH \perp AC$ , trong khi  $SA \perp AC$  thì  $AC \perp (SAH) \Rightarrow AC \perp AB$  (vô lý).

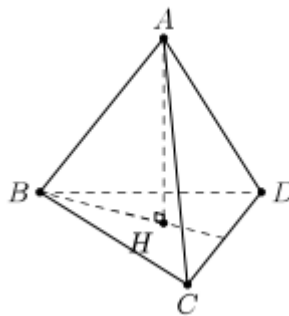


**Câu 23.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $BCD$  và  $AH$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A.  $CD \perp BD$ .      B.  $AC = BD$ .      C.  $AB = CD$ .      D.  $AB \perp CD$ .

Lời giải

**Chọn D**



Vì  $AH$  vuông góc với  $(BCD)$  nên  $AH \perp CD$ . (1)

Do  $H$  là trực tâm của tam giác  $BCD$  nên  $BH \perp CD$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp BH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp AB$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $SA \perp AB$ .      B.  $SA \perp AC$ .      C.  $SA \perp BC$ .      D.  $SA \perp SB$ .

Lời giải

**Chọn D**

♦ Đáp án A,B,C đúng vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA$  vuông với mọi đường nằm trên  $mp(ABC)$

♦ Đáp án sai là D

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $AB \perp (SAC)$ .      B.  $SA \perp (SBC)$ .      C.  $SB \perp (ABC)$ .      D.  $AC \perp (SAB)$ .

Lời giải

**Chọn B**

♦ Chọn đáp án B vì:

$SA, SB, SC$  đôi một vuông góc nên  $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC)$

♦ Tương tự ta có  $SB \perp (SAC), SC \perp (SAB)$



**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  và có  $SA = SC, SB = SD$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.**  $(ABCD)$ .      **B.**  $(SAB)$ .      **C.**  $(SAC)$ .      **D.**  $(SCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ **Chọn A** vì  $SA = SC, SB = SD$  và  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$

$$\text{nên } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

**Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.**  $AB \perp (SAB)$ .      **B.**  $AB \perp (SAC)$ .      **C.**  $BC \perp (SAC)$ .      **D.**  $BC \perp (SAB)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Ta có  $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là

- A.**  $\widehat{SAB}$ .      **B.**  $\widehat{SBA}$ .      **C.**  $\widehat{SBC}$ .      **D.**  $\widehat{SCD}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  trên  $(ABC)$

Vậy góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là  $\widehat{SBA}$

**Câu 29.** Cho lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $C'A$  với  $(ABCD)$  là

- A.**  $\widehat{C'AB}$ .      **B.**  $\widehat{C'AD}$ .      **C.**  $\widehat{C'AC}$ .      **D.**  $\widehat{C'CA}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

♦ Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là lăng trụ đứng nên  $CA$  là hình chiếu của  $C'A$  trên  $(ABCD)$

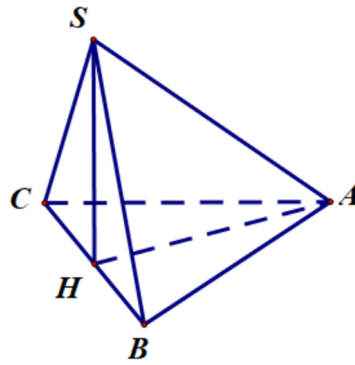
Vậy góc giữa  $C'A$  với  $(ABCD)$  là  $\widehat{C'AC}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông có cạnh huyền  $BC = a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của  $BC$ . Biết  $SB = a$ . Số đo của góc giữa  $SA$  và  $(ABC)$  bằng

- A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $45^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $75^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Do H là trung điểm của  $BC$ , ta có:  $AH = BH = CH = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$ .

Ta có:  $SH \perp (ABC) \Rightarrow HA$  là hình chiếu vuông góc của  $SA$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng góc  $\widehat{SAH}$ .

Ta có:  $SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Trong tam giác vuông  $SAH$  ta có:  $\tan \widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Tam giác  $SAB$  đều và  $SC = a\sqrt{2}$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của  $AB$ . Cosin của góc giữa  $SC$  và  $(SHD)$  bằng

A.  $\sqrt{\frac{5}{3}}$ .

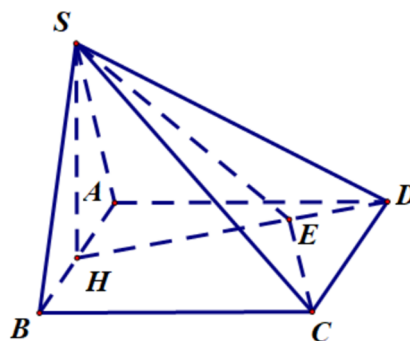
B.  $\sqrt{\frac{2}{5}}$ .

C.  $\sqrt{\frac{3}{5}}$ .

D.  $\sqrt{\frac{5}{2}}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Dựng  $CE \perp HD$ .

Ta có:  $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CE$ .

$\Rightarrow CE \perp (SHD) \Rightarrow SE$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(SHD)$ .

Do đó: Số đo của góc giữa  $SC$  lên mặt phẳng  $(SHD)$  bằng với số đo của góc  $\widehat{CSE}$

Ta có:  $\cos \widehat{CSE} = \frac{SE}{SC}$ .

Ta có:  $S_{\Delta CHD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Leftrightarrow CE \cdot HD = a^2 \Rightarrow CE = \frac{a^2}{HD}$ .

$$HD = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow CE = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

$$SE = \sqrt{SC^2 - CE^2} = \frac{a\sqrt{30}}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{CSE} = \frac{\frac{a\sqrt{30}}{5}}{\frac{a\sqrt{2}}{5}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

**Câu 32.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
**B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.  
**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
**D.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Mệnh đề A sai vì có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc với nhau nhưng đường thẳng thuộc mặt phẳng này song song với mặt phẳng kia.
- Mệnh đề B sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng song song.
- Mệnh đề C sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc.

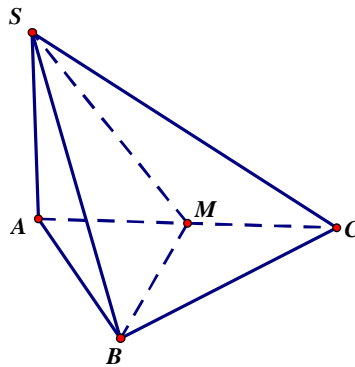
Chọn đáp án D

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $AC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $BM \perp AC$ .      **B.**  $(SBM) \perp (SAC)$ .      **C.**  $(SAB) \perp (SBC)$ .      **D.**  $(SAB) \perp (SAC)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có:

$$+) \left. \begin{array}{l} BM \perp AC \\ BM \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BM \perp (SAC) \text{ do đó } \mathbf{A}; \mathbf{B} \text{ đúng.}$$

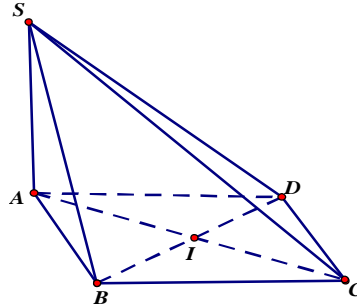
$$+) \left. \begin{array}{l} BC \perp BA \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB) \text{ do đó } \mathbf{C} \text{ đúng.}$$

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $I$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $(SCD) \perp (SAD)$ .      **B.**  $(SDC) \perp (SAI)$ .      **C.**  $(SBC) \perp (SAB)$ .      **D.**  $(SBD) \perp (SAC)$

## Lời giải

Chọn B



$$+ \text{Ta có: } (SCD) \perp (SAD) \text{ vì } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$+ (SBC) \perp (SAB) \text{ vì } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$+ (SBD) \perp (SAC) \text{ vì } \begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

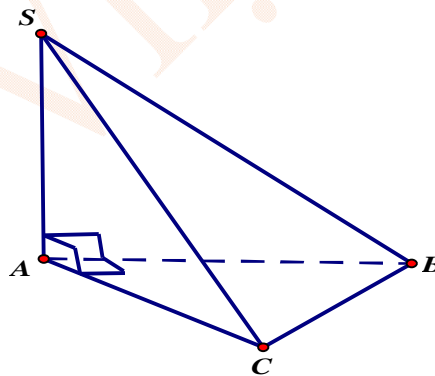
+ Không có đường thẳng nào nằm trong mp  $(SDC)$  vuông góc với  $(SAI)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $(SBC) \perp (SAB)$ .    **B.**  $(SAC) \perp (SAB)$ .    **C.**  $(SAC) \perp (SBC)$ .    **D.**  $(ABC) \perp (SBC)$ .

## Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SA \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB).$$

$$\begin{cases} AC \perp (SAB) \\ AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SAB).$$

## II. PHÂN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3} & x > 5 \\ (x-5)^2 + 3 & x \leq 5 \end{cases}$ . Xét tính liên tục của hàm số tại  $x_0 = 5$ .

## Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)}{2x-1-9} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)}{2x-10} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)}{2(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{(\sqrt{2x-1}+3)}{2} = \frac{\sqrt{2 \cdot 5-1}+3}{2} = 3. \end{aligned}$$

$$\text{Lại có: } \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} [(x-5)^2 + 3] = 0 + 3 = 3 = f(5).$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(5) \Rightarrow$  hàm số liên tục tại  $x_0 = 5$ .

Vậy hàm số liên tục tại  $x_0 = 5$ .

**Câu 2.** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3}+4x+1}{\sqrt{4x^2+1}-x+2}$ .

**Lời giải**

Ta có:

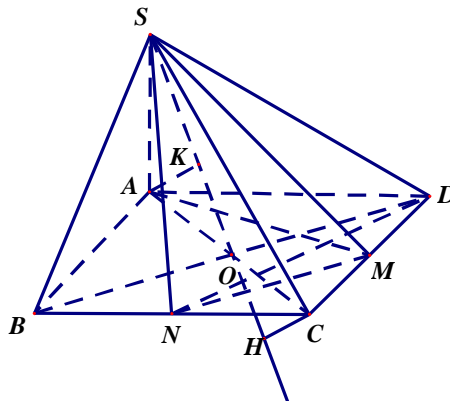
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3}+4x+1}{\sqrt{4x^2+1}-x+2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)}+4x+1}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{1}{x^2}\right)}-x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+4x+1}{|x|\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+4x+1}{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\left(\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}-4-\frac{1}{x}\right)}{-x\left(\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}+1-\frac{2}{x}\right)} = \frac{-3}{5} \end{aligned}$$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 3a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $CD, BC$ .

a) Chứng minh rằng:  $(SAM) \perp (SDN)$ .

b) Tính sin của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .

**Lời giải**



a) Chứng minh rằng:  $(SAM) \perp (SDN)$ .

Ta có:  $SA \perp DN$  ( $SA \perp (ABCD) \Rightarrow DN$ )

$AM \perp DN$  (tính chất hình vuông)

$$\Rightarrow DN \perp (SAM)$$

Mà  $DN \subset (SDN)$  nên  $(SAM) \perp (SDN)$  (đpcm)

**b)** Tính sin của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$

Ta có :  $(SAC) \perp (SBD)$  theo giao tuyến  $SO$ .

Dựng  $CH \perp SO$  nên  $CH \perp (SBD)$ . Suy ra  $H$  là hình chiếu của  $C$  lên mặt phẳng  $(SBD)$

$$\text{Do đó } (\widehat{SC; (SBD)}) = (\widehat{SC; SH}) = \widehat{CSH}$$

$$\text{Ta có : } SC = \sqrt{9a^2 + 2a^2} = a\sqrt{11}$$

Dựng  $AK \perp SO \Rightarrow AK = CH$  ( $\Delta AOK = \Delta CHO$ )

$$\text{Mà } AK = \frac{AO \cdot SA}{\sqrt{AO^2 + SA^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 3a}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + 9a^2}} = \frac{3\sqrt{19}}{19}$$

$$\text{Vậy } \sin(\widehat{CSH}) = \frac{HC}{SC} = \frac{3}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{209}}{209}.$$

## ĐỀ SỐ 24

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

**Câu 1.** Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Một dãy số có giới hạn thì luôn tăng hoặc luôn giảm.  
 B. Nếu  $\lim u_n = +\infty; \lim v_n = +\infty$  thì  $\lim(u_n - v_n) = 0$ .  
 C. Nếu  $u_n = q^n$  và  $-1 < q < 0$  thì  $\lim u_n = 0$ .  
 D. Nếu  $u_n = n^k, k \in \mathbb{N}^*$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = +\infty$ .

**Câu 2.** Nếu  $\lim u_n = -3; \lim v_n = 1$  thì  $\lim(u_n + v_n)$  bằng:

- A. -4.                                      B. 1.                                      C. -1.                                      D. -2.

**Câu 3.** Tính  $\lim \frac{2(n+1)(n^2+1)}{n^3+2n-1}$ .

- A. 2.                                      B.  $\frac{1}{2}$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $-\infty$ .

**Câu 4.** Biết  $\lim(2n - \sqrt{4n^2 + an + 3}) = 1$ , giá trị của  $a$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(-5, 0)$ .                                      B.  $(1, 5)$ .                                      C.  $(0, 1)$ .                                      D.  $(-1, 3)$ .

**Câu 5.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 - 1)$

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. -3.                                      D. -2.

**Câu 6.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2}$

- A. 0.                                      B. 1.                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $-\infty$ .

**Câu 7.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$  là:

- A. 37.                                      B. 38.                                      C. 39.                                      D. 40.

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x < 1 \\ 1 - x & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{2x - 2} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  là

- A.  $+\infty$ .                                      B. 2.                                      C. 4.                                      D.  $-\infty$ .

**Câu 9.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1)$  là

- A. 1.                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 10.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$  là

- A. 0.                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 3.                                      D. Không xác định.

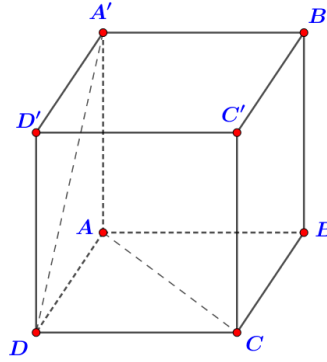
**Câu 11.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = x^2 - 3x + 2$ .                                      B.  $y = \frac{3x}{x+2}$ .                                      C.  $y = \cos x$ .                                      D.  $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

- Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên  $[a; b]$  là
- A.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .
- Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$  và  $f(2) = m^2 - 2$  với  $x \neq 2$ . Giá trị của  $m$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là:
- A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $-\sqrt{3}$ .      C.  $\pm\sqrt{3}$ .      D.  $\pm 3$
- Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?
- A.  $(-3; 2)$ .      B.  $(-2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 3)$ .      D.  $(2; 3)$ .
- Câu 15.** Tìm  $m$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 2x^2 + 3m + 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$
- A.  $m = 1$       B.  $m = -\frac{1}{6}$       C.  $m = 2$       D.  $m = 0$
- Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?
- I.  $(-1; 0)$ .      II.  $(0; 1)$ .      III.  $(1; 2)$ .
- A. Chỉ I.      B. Chỉ I và II.      C. Chỉ II.      D. Chỉ III.
- Câu 17.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$ , trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?
- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .  
 C.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .
- Câu 18.** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vector  $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định **đúng**?
- A. Ba vector  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.      B. Hai vector  $\vec{x}; \vec{a}$  cùng phương.  
 C. Hai vector  $\vec{x}; \vec{b}$  cùng phương.      D. Ba vector  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đôi một cùng phương.
- Câu 19.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?
- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.  
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.  
 D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- Câu 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
- A.  $BB' \perp BD$       B.  $A'C' \perp BD$ .      C.  $A'B \perp DC'$ .      D.  $BC' \perp A'D$ .



**Câu 21.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng



- A.  $45^\circ$                       B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc mặt đáy  $(ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .              B.  $AC \perp (SBD)$ .              C.  $BD \perp (SAC)$ .              D.  $CD \perp (SAD)$ .

**Câu 23.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .                      B. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \parallel a$ .  
C. Nếu  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .                      D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $I$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ .  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SC, SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $AK \perp (SCD)$ .              B.  $BD \perp (SAC)$ .              C.  $AH \perp (SCD)$ .              D.  $BC \perp (SAC)$ .

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $\Delta ABC$  vuông ở  $B$ .  $AH$  là đường cao của  $\Delta SAB$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $SA \perp BC$ .                      B.  $AH \perp BC$ .                      C.  $AH \perp AC$ .                      D.  $AH \perp SC$ .

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC, SB = SD$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $AC \perp SA$                       B.  $SD \perp AC$ .                      C.  $SA \perp BD$ .                      D.  $AC \perp BD$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trực tâm các tam giác  $SBC$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $BC \perp (SAH)$ .              B.  $SB \perp (CHK)$ .              C.  $HK \perp (SBC)$ .              D.  $BC \perp (SAB)$ .

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$ , có  $AB$  vuông góc với mặt đáy, tam giác  $BCD$  vuông tại  $B$ . Khẳng định nào đúng?

- A. Góc giữa  $CD$  và  $(ABD)$  là  $\widehat{CBD}$                       B. Góc giữa  $AC$  và  $(BCD)$  là  $\widehat{ACB}$   
C. Góc giữa  $AD$  và  $(ABC)$  là  $\widehat{ADB}$                       D. Góc giữa  $AC$  và  $(ABD)$  là  $\widehat{CBA}$

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Biết

$$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ Tính góc giữa } SC \text{ và } (ABCD).$$

A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $75^\circ$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tìm số đo của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .

A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ .

A.  $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $\frac{a}{6}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .                      D.  $\frac{2a}{3}$ .

**Câu 32.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì:

A. song song với nhau.

B. trùng nhau.

C. không song song với nhau.

D. hoặc song song với nhau hoặc cắt nhau theo giao tuyến vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

B. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

**Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  cùng vuông góc với  $(DBC)$ . Gọi  $BE$  và  $DF$  là hai đường cao của tam giác  $BCD$ ,  $DK$  là đường cao của tam giác  $ACD$ . Chọn khẳng định *sai* trong các khẳng định sau?

A.  $(ABE) \perp (ADC)$ .    B.  $(ABD) \perp (ADC)$ .    C.  $(ABC) \perp (DFK)$ .    D.  $(DFK) \perp (ADC)$ .

**Câu 35.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  vuông góc với nhau và gọi  $d = (\alpha) \cap (\beta)$ .

I. Nếu  $a \subset (\alpha)$  và  $a \perp d$  thì  $a \perp (\beta)$

II. Nếu  $d' \perp (\alpha)$  thì  $d' \perp d$ .

III. Nếu  $b \perp d$  thì  $b \subset (\alpha)$  hoặc  $b \subset (\beta)$

IV. Nếu  $(\gamma) \perp d$  thì  $(\gamma) \perp (\alpha)$  và  $(\gamma) \perp (\beta)$ .

Các mệnh đề **đúng** là:

A. I, II và III.

B. III và IV.

C. II và III.

D. I, II và IV.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^2 - 3f(x) + 2}{2x^2 - 5x + 3}$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{3x+1}}{x^2} & \text{khi } x > 0 \\ 3x^2 - 2x + 2m - 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy biết rằng  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ ,  $SA = 2a$ .

a. Chứng minh rằng: tam giác  $SBC$  là tam giác vuông.

b. Tính góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

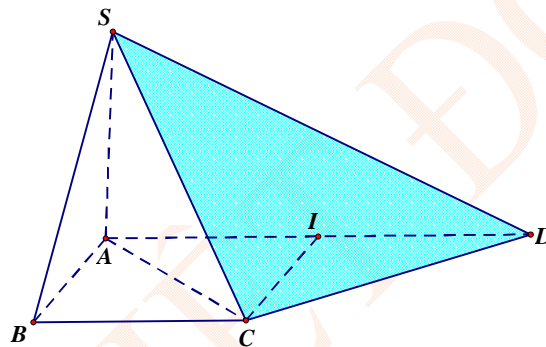
1.C	2.D	3.A	4.A	5.A	6.C	7.A	8.A	9.D	10.C
11.B	12.B	13	14.B	15.B	16.B	17.C	18.A	19.C	20.A
21.C	22.B	23.C	24.A	25.C	26.A	27.D	28.B	29.A	30.B
31.A	32.D	33.D	34.B	35.D					

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** ĐS:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^2 - 3f(x) + 2}{2x^2 - 5x + 3} = -3.$

**Câu 2.** ĐS:  $m = \frac{3}{4}.$

**Câu 3.** Hình vẽ



**a.** HD: Chứng minh  $BC \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp BC.$

**b.** HD:  $(\widehat{SD, (SAC)}) = \widehat{CSD} = 30^\circ.$





A.  $y = x^2 - 3x + 2$ .      B.  $y = \frac{3x}{x+2}$ .      C.  $y = \cos x$ .      D.  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \frac{3x}{x+2}$  không xác định tại điểm  $x = 2$  hay hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 2$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên  $[a; b]$  là

A.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên  $[a; b]$  là liên tục phải tại  $a$  và liên tục trái tại  $b$ , tức là  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$  và  $f(2) = m^2 - 2$  với  $x \neq 2$ . Giá trị của  $m$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là:

A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $-\sqrt{3}$ .      C.  $\pm\sqrt{3}$ .      D.  $\pm 3$

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số liên tục tại  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-1) = 1$ .

Vậy  $m^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A.  $(-3; 2)$ .      B.  $(-2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 3)$ .      D.  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số có nghĩa khi  $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$ .

Vậy theo định lí ta có hàm số  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; -3); (-3; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 15.** Tìm  $m$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 2x^2 + 3m + 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

- A.  $m = 1$                       B.  $m = -\frac{1}{6}$                       C.  $m = 2$                       D.  $m = 0$

**Lời giải**

**Chọn B**

- Với  $x > 0$  ta có  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$  nên hàm số liên tục trên  $(0; +\infty)$
  - Với  $x < 0$  ta có  $f(x) = 2x^2 + 3m + 1$  nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; 0)$ .
- Do đó hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = 0$   
Ta có:  $f(0) = 3m + 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x^2 + 3m + 1) = 3m + 1$$

$$\text{Do đó hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow 3m + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{6}$$

Vậy  $m = -\frac{1}{6}$  thì hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- I.  $(-1; 0)$ .                      II.  $(0; 1)$ .                      III.  $(1; 2)$ .

- A. Chỉ I.                      B. Chỉ I và II.                      C. Chỉ II.                      D. Chỉ III.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $[-1; 0]$ ,  $[0; 1]$  và  $[1; 2]$ , (1).

Ta có  $f(-1) = -1000,99$ ;  $f(0) = 0,01$  suy ra  $f(-1) \cdot f(0) < 0$ , (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(-1; 0)$ .

Ta có  $f(0) = 0,01$ ;  $f(1) = -999,99$  suy ra  $f(0) \cdot f(1) < 0$ , (3).

Từ (1) và (3) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(0; 1)$ .

Ta có  $f(1) = -999,99$ ;  $f(2) = -39991,99$  suy ra  $f(1) \cdot f(2) > 0$ , (4).

Từ (1) và (4) ta chưa thể kết luận về nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Câu 17.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overline{AA_1} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ ,  $\overline{BC} = \vec{d}$ , trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?

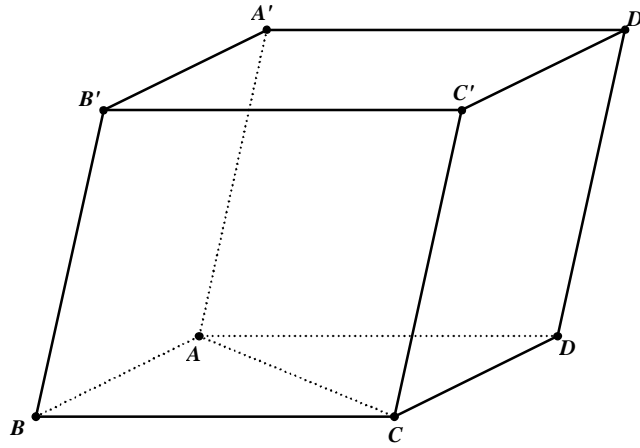
- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .                      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .                      C.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .                      D.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**







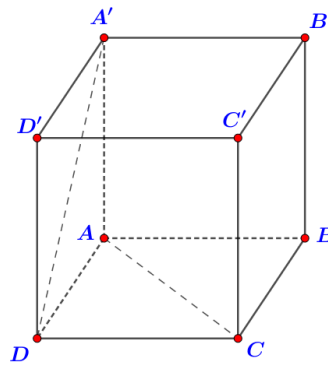
Vì hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác  $ABCD$ ,  $A'B'BA$ ,  $B'C'CB$  đều là hình thoi nên ta có

$$AC \perp BD \text{ mà } AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD.$$

$$A'B \perp AB' \text{ mà } AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'.$$

$$BC' \perp B'C \text{ mà } B'C \parallel A'D \Rightarrow BC' \perp A'D.$$

**Câu 21.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng



A.  $45^\circ$

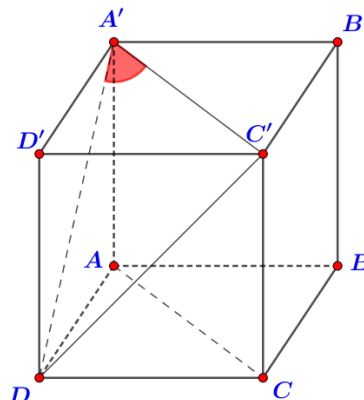
B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



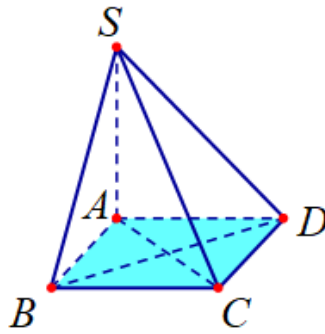
Ta có:  $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$  (Vì  $A'D = A'C' = C'D$ ).

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc mặt đáy ( $ABCD$ ). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .      B.  $AC \perp (SBD)$ .      C.  $BD \perp (SAC)$ .      D.  $CD \perp (SAD)$ .

Lời giải

Chọn B



$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

**Câu 23.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .      B. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \parallel a$ .  
 C. Nếu  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .      D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$ .

Lời giải

Chọn C

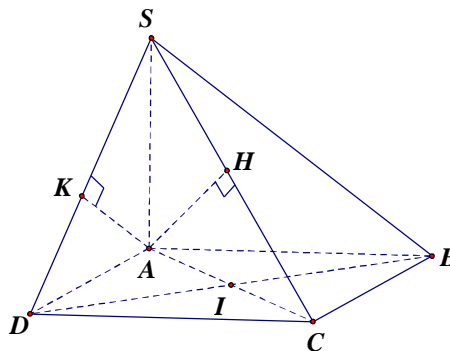
Do  $b$  có thể nằm trong  $(P)$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $I$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ .  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SC, SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $AK \perp (SCD)$ .      B.  $BD \perp (SAC)$ .      C.  $AH \perp (SCD)$ .      D.  $BC \perp (SAC)$ .

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$$

Mặt khác  $AK \perp SD$  (theo giả thiết)

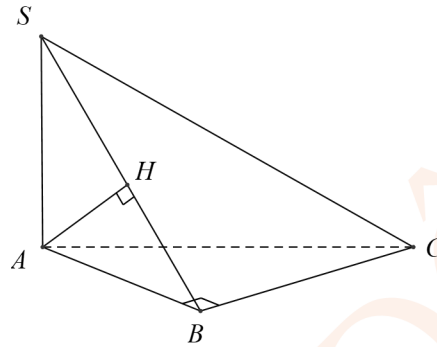
Suy ra  $AK \perp (SCD)$ .

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $\Delta ABC$  vuông ở  $B$ .  $AH$  là đường cao của  $\Delta SAB$ .  
Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $SA \perp BC$ .      **B.**  $AH \perp BC$ .      **C.**  $AH \perp AC$ .      **D.**  $AH \perp SC$ .

Lời giải

**Chọn C**



Do  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA \perp BC$ . Nên phương án A đúng.

Có  $\left. \begin{array}{l} AH \perp SB \\ AH \perp BC (BC \perp (SAB)) \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ . Phương án D đúng.

Suy ra  $AH \perp BC, AH \perp SC$ . Phương án B, D đúng.

Phương án C sai. Thật vậy với  $AH \perp AC$ , ta có  $\left\{ \begin{array}{l} AH \perp AC \\ SA \perp AC \end{array} \right. \Rightarrow AC \perp AB$ . (vô lý)

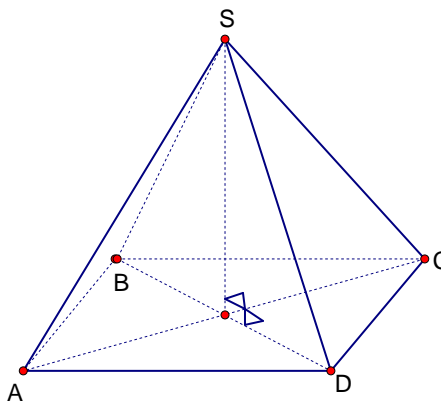
Vậy chọn **C**.

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC, SB = SD$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.**  $AC \perp SA$       **B.**  $SD \perp AC$ .      **C.**  $SA \perp BD$ .      **D.**  $AC \perp BD$ .

Lời giải

**Chọn A**



Để thấy do  $SA = SC$  nên  $\Delta SAC$  cân  $S$  và  $SO \perp AC$ . Tương tự  $SO \perp BD$ .

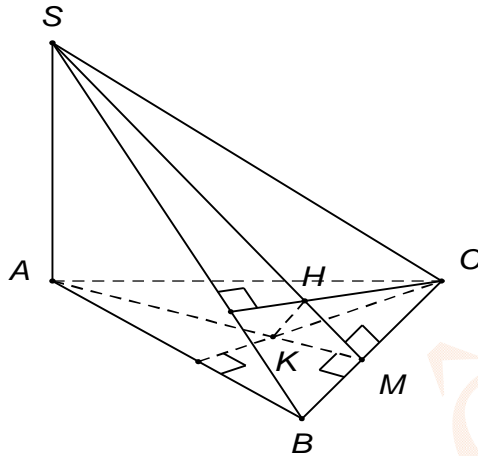
Do đó  $AC \perp SO$  nên  $AC$  không vuông góc với  $SA$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trực tâm các tam giác  $SBC$  và  $ABC$ .  
Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $BC \perp (SAH)$ .      B.  $SB \perp (CHK)$ .      C.  $HK \perp (SBC)$ .      D.  $BC \perp (SAB)$ .

Lời giải

Chọn D



Ta có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$ . Do đó A đúng.

Ta có  $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow CK \perp SB$ .

Mặt khác có  $CH \perp SB$ . Từ đó suy ra  $SB \perp (CHK)$ . Do đó B đúng.

Ta có  $\begin{cases} BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp HK \\ SB \perp (CHK) \Rightarrow SB \perp HK \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC)$ . Do đó C đúng.

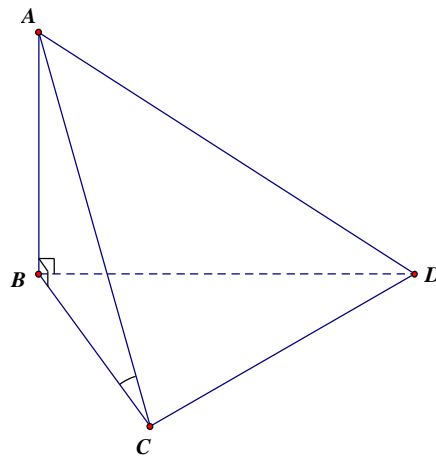
Dùng phương pháp loại trừ, suy ra D sai.

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$ , có  $AB$  vuông góc với mặt đáy, tam giác  $BCD$  vuông tại  $B$ . Khẳng định nào đúng?

- A. Góc giữa  $CD$  và  $(ABD)$  là  $\widehat{CBD}$       B. Góc giữa  $AC$  và  $(BCD)$  là  $\widehat{ACB}$   
 C. Góc giữa  $AD$  và  $(ABC)$  là  $\widehat{ADB}$       D. Góc giữa  $AC$  và  $(ABD)$  là  $\widehat{CBA}$

Lời giải

Chọn B



Do  $AB \perp (BCD)$  nên  $BC$  là hình chiếu của  $AC$  lên  $(BCD)$

Suy ra góc giữa  $AC$  và  $(BCD)$  là  $(AC; BC) = \widehat{ACB}$

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Biết

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Tính góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .

**A.**  $30^\circ$ .

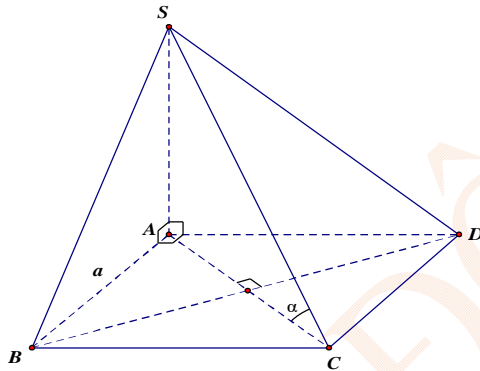
**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $75^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$

$\Rightarrow (\widehat{SC; (ABCD)}) = \widehat{SCA} = \alpha$

$ABCD$  là hình vuông cạnh  $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tìm số đo của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .

**A.**  $45^\circ$ .

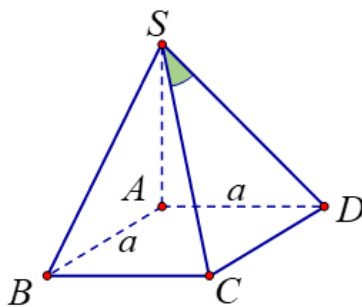
**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Dễ thấy  $CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên  $(SAB)$ .

Vậy góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là  $\widehat{CSB}$ .

Tam giác  $CSB$  có  $\widehat{B} = 90^\circ; CB = a; SB = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan \widehat{CSB} = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Vậy  $\widehat{CSB} = 30^\circ$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ .

**A.**  $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ .

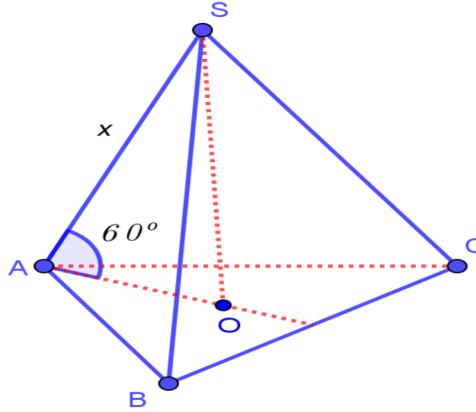
**B.**  $\frac{a}{6}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .

**D.**  $\frac{2a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Đặt  $SA = x$ .

Gọi  $O$  là tâm của tam giác đều  $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$ .

Hình chiếu của  $SA$  trên mặt phẳng  $(BCD)$  là  $AO \Rightarrow$  góc giữa cạnh bên  $SA$  và mặt đáy là góc  $\widehat{SAO} = 60^\circ$ .

$$\text{Xét tam giác vuông } SAO : \cos 60^\circ = \frac{AO}{SA} \Rightarrow SA = \frac{AO}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 32.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì:

**A.** song song với nhau.

**B.** trùng nhau.

**C.** không song song với nhau.

**D.** hoặc song song với nhau hoặc cắt nhau theo giao tuyến vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**B.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**C.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**D.** Cả ba mệnh đề trên đều sai.

**Lời giải**

**Chọn D**

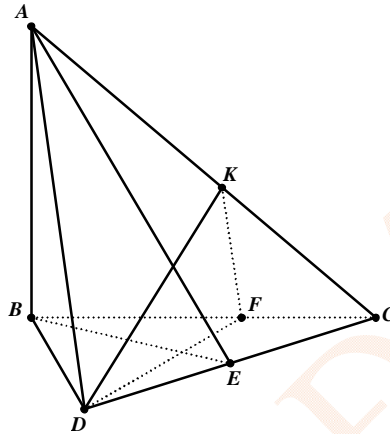
**A** sai vì 2 mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của nó vuông góc với mặt phẳng thứ 3. Từ đó suy ra **C** sai.

**B** sai vì hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

- Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  cùng vuông góc với  $(DBC)$ . Gọi  $BE$  và  $DF$  là hai đường cao của tam giác  $BCD$ ,  $DK$  là đường cao của tam giác  $ACD$ . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?  
**A.**  $(ABE) \perp (ADC)$ .    **B.**  $(ABD) \perp (ADC)$ .    **C.**  $(ABC) \perp (DFK)$ .    **D.**  $(DFK) \perp (ADC)$ .

Lời giải

**Chọn B**



Vì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  cùng vuông góc với  $(DBC)$  nên  $AB \perp (DBC)$ .

Ta có:

$$\begin{aligned}
 &+ \begin{cases} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABE) \Rightarrow (ABE) \perp (ADC) \text{ nên A đúng.} \\
 &+ \begin{cases} DF \perp BC \\ DF \perp AB \end{cases} \Rightarrow DF \perp (ABC) \Rightarrow (ABC) \perp (DFK) \text{ nên C đúng.} \\
 &+ \begin{cases} AC \perp DK \\ AC \perp DF \end{cases} \Rightarrow AC \perp (DFK) \Rightarrow (DFK) \perp (ADC) \text{ nên D đúng.}
 \end{aligned}$$

- Câu 35.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  vuông góc với nhau và gọi  $d = (\alpha) \cap (\beta)$ .

- I. Nếu  $a \subset (\alpha)$  và  $a \perp d$  thì  $a \perp (\beta)$   
 II. Nếu  $d' \perp (\alpha)$  thì  $d' \perp d$ .  
 III. Nếu  $b \perp d$  thì  $b \subset (\alpha)$  hoặc  $b \subset (\beta)$   
 IV. Nếu  $(\gamma) \perp d$  thì  $(\gamma) \perp (\alpha)$  và  $(\gamma) \perp (\beta)$ .

Các mệnh đề **đúng** là:

- A.** I, II và III.    **B.** III và IV.    **C.** II và III.    **D.** I, II và IV.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có các nhận xét sau:

- Nếu  $a \subset (\alpha)$  và  $a \perp d$  thì  $a \perp (\beta)$ .
- Nếu  $d' \perp (\alpha)$  thì  $d' \perp d$ .
- Nếu  $b \perp d$  thì  $b \subset (\alpha)$  hoặc  $b \subset (\beta)$  hoặc  $b \not\subset (\alpha), (\beta)$ .
- Nếu  $(\gamma) \perp d$  thì  $(\gamma) \perp (\alpha)$  và  $(\gamma) \perp (\beta)$ .



## II. PHÂN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = 3$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^2 - 3f(x) + 2}{2x^2 - 5x + 3}$

**Lời giải**

♦ Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (f(x)-2) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

♦ Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^2 - 3f(x) + 2}{2x^2 - 5x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x)-1)(f(x)-2)}{(2x-3)(x-1)} = 3 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x)-1)}{(2x-3)} = -3$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{3x+1}}{x^2} & \text{khi } x > 0 \\ 3x^2 - 2x + 2m - 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

**Lời giải**

♦ Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{3x+1}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\sqrt{2x+1} - (x+1)}{x^2} + \frac{x+1 - \sqrt[3]{3x+1}}{x^2} \right)$

♦ Tính  $I_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x+1} - (x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1 - (x+1)^2}{x^2(\sqrt{2x+1} + x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{(\sqrt{2x+1} + x+1)} = -\frac{1}{2}$ .

♦ Tính  $I_2 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1 - \sqrt[3]{3x+1}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)^3 - (3x+1)}{x^2 \left( (x+1)^2 + (x+1)\sqrt[3]{3x+1} + (\sqrt[3]{3x+1})^2 \right)}$ .

♦ Tính  $I_2 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{\left( (x+1)^2 + (x+1)\sqrt[3]{3x+1} + (\sqrt[3]{3x+1})^2 \right)} = 1$ .

♦ Suy ra:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = I_1 + I_2 = \frac{1}{2}$ .

♦ Mặt khác  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x^2 - 2x + 2m - 1) = 2m - 1$  và  $f(0) = 2m - 1$

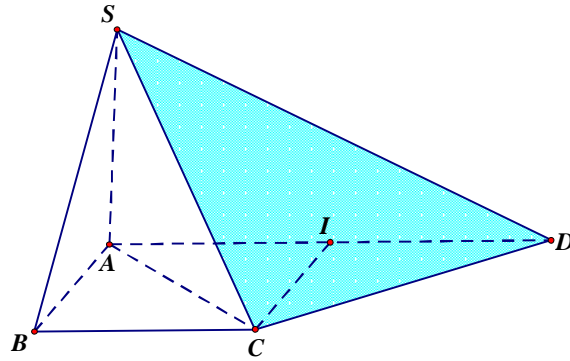
♦ Hàm số liên tục tại  $x = 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2m - 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy biết rằng  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ ,  $SA = 2a$ .

a. Chứng minh rằng: tam giác  $SBC$  là tam giác vuông.

b. Tính góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

**Lời giải**



- a.** Chứng minh rằng: tam giác  $SBC$  là tam giác vuông
- ♦ Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$  và  $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp BC$
  - ♦ Tam giác  $SBC$  vuông tại  $B$ .
- b.** Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SCD)$ .
- ♦ Gọi  $I$  là trung điểm của  $AD$
  - ♦ Ta có  $ABCI$  là hình vuông hay  $AC \perp CD$  và  $SA \perp CD$  suy ra  $CD \perp (SAC)$ .
  - ♦ Suy ra  $(\widehat{SD, (SAC)}) = \widehat{CSD}$  và  $AC = CD = a\sqrt{2}$ .
  - ♦ Ta có  $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$ .
  - ♦ Suy ra  $\tan \widehat{CSD} = \frac{CD}{SC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CSD} = 30^\circ$ .

## ĐỀ SỐ 25

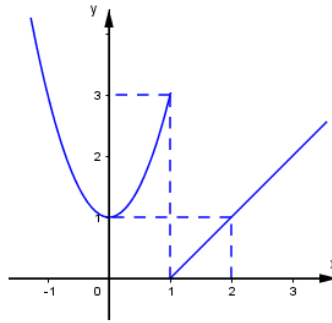
## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

- Câu 1.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{1-n}$  là?  
**A.** 2.                      **B.** -2.                      **C.** 3.                      **D.** -3
- Câu 2.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$  là?  
**A.** 1.                      **B.** 0.                      **C.**  $-\frac{1}{3}$ .                      **D.**  $-\infty$
- Câu 3.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$  là?  
**A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.**  $\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{1}{4}$
- Câu 4.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}\right)$  là?  
**A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.**  $\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$
- Câu 5.** Giới hạn hàm số  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2x-1}$  bằng?  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 5.                      **D.** 1
- Câu 6.** Giới hạn hàm số  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$  bằng?  
**A.** 2.                      **B.** 4.                      **C.**  $\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{1}{4}$
- Câu 7.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2}$  bằng  
**A.**  $\frac{1}{2}$ .                      **B.**  $-\frac{1}{2}$ .                      **C.** 1.                      **D.** 2.
- Câu 8.**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 3.                      **D.**  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 9.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x}{x^2 + 2}$  bằng  
**A.** 0.                      **B.** 2.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $-\infty$ .
- Câu 10.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 2x}{5x + 1}$  bằng  
**A.** 0.                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $-\infty$ .
- Câu 11.** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



- A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. -1.

**Câu 12.** Chọn đáp án đúng

A. Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm trong khoảng  $(a; b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ;  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

B. Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại một số điểm trong khoảng  $(a; b)$ .

C. Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm trong khoảng  $(a; b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ;  $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = f(b)$ .

D. Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm trong khoảng  $(a; b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ;  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+1}{x^3-x+6}} & x \neq 3; x \neq 2 \\ 2b + \sqrt{3} & x = 3; b \in \mathbb{R} \end{cases}$ . Tìm  $b$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$ .

- A.  $\sqrt{3}$ .                                      B.  $-\sqrt{3}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                                      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

I.  $(-1; 0)$ . II.  $(0; 1)$ . III.  $(1; 2)$ .

- A. Chỉ I.                                      B. Chỉ I và II.                                      C. Chỉ II.                                      D. Chỉ III.

**Câu 15.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x) = x^5 - 2x^2 + 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(II).  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$  liên tục trên khoảng  $(-1; 1)$ .

(III).  $f(x) = \sqrt{x-2}$  liên tục trên đoạn  $[2; +\infty)$ .

- A. Chỉ (I) đúng.                                      B. Chỉ (I) và (II).                                      C. Chỉ (II) và (III).                                      D. Chỉ (I) và (III).

**Câu 16.** Giá trị  $f(0)$  để các hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x = 0$  là

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

- Câu 17.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overline{AA_1} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ ,  $\overline{BC} = \vec{d}$  trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?
- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .      C.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .
- Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?
- A.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.      B.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{IK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.  
C.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{EK}$ ,  $\overline{GF}$  đồng phẳng.      D.  $\overline{BD}$ ,  $\overline{IK}$ ,  $\overline{GC}$  đồng phẳng.
- Câu 19.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a // b$ .  
B. Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .  
C. Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a // b$ .  
D. Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mp  $(\alpha) // c$  thì góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$ .
- Câu 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Giả sử tam giác  $AB'C$  và  $A'DC'$  đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  là góc nào sau đây?
- A.  $\widehat{AB'C}$ .      B.  $\widehat{DA'C'}$ .      C.  $\widehat{BB'D}$ .      D.  $\widehat{BDB'}$ .
- Câu 21.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau, biết  $AB = AC = AD = 1$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng
- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .
- Câu 22.** Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng trong  $(\alpha)$ .  
B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .  
C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .  
D. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .
- Câu 23.** Trong không gian tập hợp các điểm  $M$  cách đều hai điểm cố định  $A$  và  $B$  là
- A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .  
B. Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .  
C. Mặt phẳng vuông góc với  $AB$  tại  $A$ .  
D. Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$ .
- Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.  $SA \perp AB$ .      B.  $SA \perp AC$ .      C.  $SA \perp BC$ .      D.  $SA \perp SB$ .
- Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.  $AB \perp (SAC)$ .      B.  $SA \perp (SBC)$ .      C.  $SB \perp (ABC)$ .      D.  $AC \perp (SAB)$ .
- Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  và có  $SA = SC, SB = SD$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?
- A.  $(ABCD)$ .      B.  $(SAB)$ .      C.  $(SAC)$ .      D.  $(SCD)$ .
- Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $AB \perp (SAB)$ .      B.  $AB \perp (SAC)$ .      C.  $BC \perp (SAC)$ .      D.  $BC \perp (SAB)$ .

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là

A.  $\widehat{SAB}$ .      B.  $\widehat{SBA}$ .      C.  $\widehat{SBC}$ .      D.  $\widehat{SCD}$ .

**Câu 29.** Cho lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $C'A$  với  $(ABCD)$  là

A.  $\widehat{C'AB}$ .      B.  $\widehat{C'AD}$ .      C.  $\widehat{C'AC}$ .      D.  $\widehat{C'CA}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc mặt đáy. Góc giữa đường thẳng  $AC$  và  $mp(SAB)$  là

A.  $\widehat{CSB}$ .      B.  $\widehat{CAB}$ .      C.  $\widehat{SAC}$ .      D.  $\widehat{ACB}$ .

**Câu 31.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

A.  $60^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 32.** Cho  $a, b, c$  là các đường thẳng. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây?

A. Nếu  $a \perp b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $a$ , mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $b$  thì  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

B. Cho  $a \perp b, a \subset (\alpha)$ . Mọi mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $b$  và vuông góc với  $a$  thì  $(\beta) \perp (\alpha)$ .

C. Cho  $a \perp b$ . Mọi mặt phẳng chứa  $b$  đều vuông góc với  $a$ .

D. Cho  $a, b$ . Mọi mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $c$  trong đó  $c \perp a, c \perp b$  thì đều vuông góc với mặt phẳng  $(a, b)$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , kết luận nào sau đây **sai**?

A.  $(SAC) \perp (SBC)$ .      B.  $(SAB) \perp (ABC)$ .

C.  $(SAC) \perp (ABC)$ .      D.  $(SAB) \perp (SBC)$ .

**Câu 34.** Cho các mệnh đề sau với  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là hai mặt phẳng vuông góc với nhau với giao tuyến  $m = (\alpha) \cap (\beta)$  và  $a, b, c, d$  là các đường thẳng. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu  $b \perp m$  thì  $b \subset (\alpha)$  hoặc  $b \subset (\beta)$ .

B. Nếu  $d \perp m$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

C. Nếu  $a \subset (\alpha)$  và  $a \perp m$  thì  $a \perp (\beta)$ .

D. Nếu  $c \parallel m$  thì  $c \parallel (\alpha)$  hoặc  $c \parallel (\beta)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm  $AB$ ,  $N$  là trung điểm  $AC$ ,  $(SMC) \perp (ABC)$ ,  $(SBN) \perp (ABC)$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ,  $I$  là trung điểm  $BC$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $SI \perp (ABC)$ .      B.  $SG \perp (ABC)$ .      C.  $IA \perp (SBC)$ .      D.  $SA \perp (ABC)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - (a - 2)x - 2 & \text{khi } x \neq 1 \\ \sqrt{x + 3} - 2 & \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ .

Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

- Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $CC' = 2a$ . Điểm  $M$  là trung điểm của cạnh  $AA'$ ,
- Chứng minh  $(ABB'A') \perp (BCC'B')$  và  $BM \perp C'M$ .
  - Tính cosin góc giữa đường thẳng  $C'M$  với mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (GỒM 35 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 35)

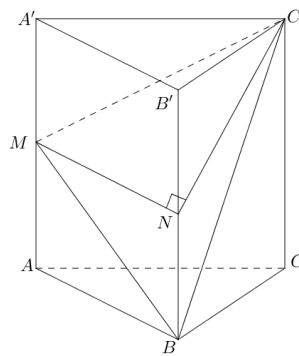
1.B	2.C	3.C	4.B	5.C	6.D	7.B	8.B	9.B	10.B
11.B	12.A	13.D	14.B	15.D	16.A	17.C	18.B	19.B	20.B
21.B	22.B	23.A	24.D	25.B	26.A	27.B	28.B	29.C	30.B
31.D	32.B	33.A	34.C	35.B					

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** ĐS:  $I = 2$ .

**Câu 2.** ĐS:  $\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$ .

**Câu 3.** Hình vẽ:



a) HD: chứng minh:  $BB' \perp AB$ ;  $AB \perp BC$ . Chứng minh:  $\triangle BMC'$  vuông.

b) HD: Góc cần tìm:  $\widehat{MC'N}$ . Tính được:  $\cos \widehat{MC'N} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ .





Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2x-1} = \frac{3 \cdot 1 + 2}{2 \cdot 1 - 1} = 5.$

**Câu 6.** Giới hạn hàm số  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$  bằng?

- A. 2.                                      B. 4.                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D.  $\frac{1}{4}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$

**Câu 7.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{1-x^2}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                                      C. 1.                                      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

♦  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x-1)}{(1-x)(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-2x}{1+x} = -\frac{1}{2}.$

**Câu 8.**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 3.                                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+2) = 3 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0 \\ (x-1) < 0, \forall x < 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1} = -\infty.$

**Câu 9.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-x}{x^2+2}$  bằng

- A. 0.                                      B. 2.                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-x}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x^2}} = 2.$

**Câu 10.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4-2x}{5x+1}$  bằng

- A. 0.                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $-\infty$ .

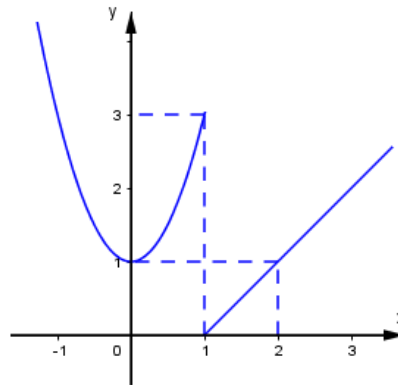
**Lời giải**

**Chọn B**

$$\diamond \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 2x}{5x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 \left(3 - \frac{2}{x^3}\right)}{x \left(5 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x^3 \cdot \frac{3 - \frac{2}{x^3}}{5 + \frac{1}{x}} \right).$$

$$\diamond \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{2}{x^3}}{5 + \frac{1}{x}} = \frac{3}{5} > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 2x}{5x + 1} = -\infty.$$

**Câu 11.** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

**Câu 12.** Chọn đáp án đúng

**A.** Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm trong khoảng  $(a; b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ;  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

**B.** Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại một số điểm trong khoảng  $(a; b)$ .

**C.** Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm trong khoảng  $(a; b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ;  $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = f(b)$ .

**D.** Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm trong khoảng  $(a; b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ;  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .

Lời giải

Chọn A

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^3 - x + 6}} & x \neq 3; x \neq 2 \\ 2b + \sqrt{3} & x = 3; b \in \mathbb{R} \end{cases}$ . Tìm  $b$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$ .

- A.  $\sqrt{3}$ .                      B.  $-\sqrt{3}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Hàm số liên tục tại  $x=3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$  (\*).

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{x^2+1}{x^3-x+6}} = \sqrt{\frac{1}{3}}.$$

$$\text{Và } f(3) = 2b + \sqrt{3}.$$

$$\text{Từ (*) suy ra } 2b + \sqrt{3} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow 2b = -\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2b = \frac{-2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow b = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } b = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- I.  $(-1;0)$ .                      II.  $(0;1)$ .                      III.  $(1;2)$ .

- A. Chỉ I.                      B. Chỉ I và II.                      C. Chỉ II.                      D. Chỉ III.

Lời giải

**Chọn B**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $[-1;0]$ ,  $[0;1]$  và  $[1;2]$ , (1).

Ta có  $f(-1) = -1000,99$ ;  $f(0) = 0,01$  suy ra  $f(-1) \cdot f(0) < 0$ , (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(-1;0)$ .

Ta có  $f(0) = 0,01$ ;  $f(1) = -999,99$  suy ra  $f(0) \cdot f(1) < 0$ , (3).

Từ (1) và (3) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(0;1)$ .

Ta có  $f(1) = -999,99$ ;  $f(2) = -39991,99$  suy ra  $f(1) \cdot f(2) > 0$ , (4).

Từ (1) và (4) ta chưa thể kết luận về nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  trên khoảng  $(1;2)$ .

**Câu 15.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x) = x^5 - 2x^2 + 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(II).  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$  liên tục trên khoảng  $(-1;1)$ .

(III).  $f(x) = \sqrt{x-2}$  liên tục trên đoạn  $[2;+\infty)$ .

- A. Chỉ (I) đúng.                      B. Chỉ (I) và (II).                      C. Chỉ (II) và (III).                      D. Chỉ (I) và (III).

Lời giải

**Chọn D**

Ta có (I) đúng vì  $f(x) = x^5 - 2x^2 + 1$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có (III) đúng vì  $f(x) = \sqrt{x-2}$  liên tục trên  $(2; +\infty)$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 0$  nên hàm số liên tục trên  $[2; +\infty)$ .

**Câu 16.** Giá trị  $f(0)$  để các hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x=0$  là

- A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

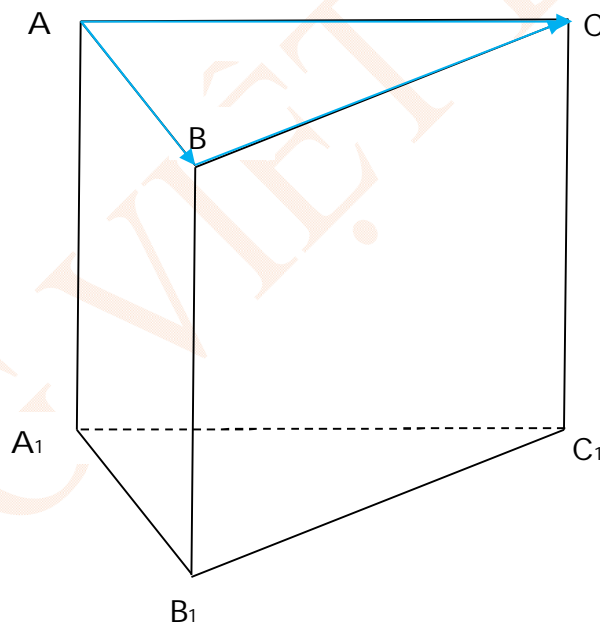
Vậy ta chọn  $f(0) = 1$

**Câu 17.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$  trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?

- A.**  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      **B.**  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .      **C.**  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      **D.**  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



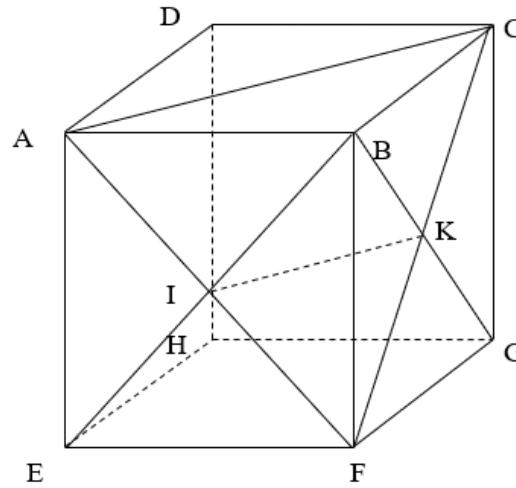
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} + \vec{d} - \vec{c} = \vec{0}.$$

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.**  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{AK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.                      **B.**  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.  
**C.**  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{EK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.                      **D.**  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có 
$$\begin{cases} IK \parallel (ABCD) \\ GF \parallel (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overline{IK}, \overline{GF}, \overline{BD} \text{ đồng phẳng.}$$

- Câu 19.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.** Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a \parallel b$ .
  - B.** Nếu  $a \parallel b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .
  - C.** Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a \parallel b$ .
  - D.** Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mp  $(\alpha) \parallel c$  thì góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau.

C sai do:

Giả sử hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau, ta dựng đường thẳng  $c$  là đường vuông góc chung của  $a$  và  $b$ . Khi đó góc giữa  $a$  và  $c$  bằng với góc giữa  $b$  và  $c$  và cùng bằng  $90^\circ$ , nhưng hiển nhiên hai đường thẳng  $a$  và  $b$  không song song.

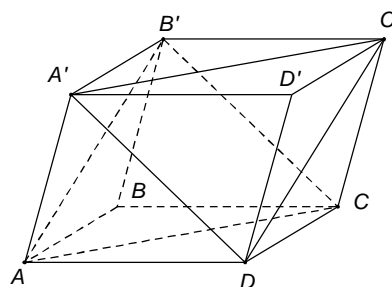
D sai do: giả sử  $a$  vuông góc với  $c$ ,  $b$  song song với  $c$ , khi đó góc giữa  $a$  và  $c$  bằng  $90^\circ$ , còn góc giữa  $b$  và  $c$  bằng  $0^\circ$ .

Do đó B đúng.

- Câu 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Giả sử tam giác  $AB'C$  và  $A'DC'$  đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  là góc nào sau đây?

- A.**  $\widehat{AB'C}$ .
- B.**  $\widehat{DA'C'}$ .
- C.**  $\widehat{BB'D}$ .
- D.**  $\widehat{BDB'}$ .

**Lời giải**



**Chọn B**

Ta có  $AC \parallel A'C'$  mà  $\widehat{DA'C'}$  nhọn nên  $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'}$ .



C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .

D. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$  chỉ đúng khi hai đường thẳng đó cắt nhau.

**Câu 23.** Trong không gian tập hợp các điểm  $M$  cách đều hai điểm cố định  $A$  và  $B$  là

**A.** Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

**B.** Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

**C.** Mặt phẳng vuông góc với  $AB$  tại  $A$ .

**D.** Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định nghĩa mặt phẳng trung trực.

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $SA \perp AB$ .

**B.**  $SA \perp AC$ .

**C.**  $SA \perp BC$ .

**D.**  $SA \perp SB$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

♦ Đáp án A,B,C đúng vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA$  vuông với mọi đường nằm trên  $mp(ABC)$

♦ Đáp án sai là D

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $AB \perp (SAC)$ .

**B.**  $SA \perp (SBC)$ .

**C.**  $SB \perp (ABC)$ .

**D.**  $AC \perp (SAB)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Chọn đáp án B vì:

$SA, SB, SC$  đôi một vuông góc nên  $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC)$

♦ Tương tự ta có  $SB \perp (SAC), SC \perp (SAB)$

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  và có  $SA = SC, SB = SD$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

**A.**  $(ABCD)$ .

**B.**  $(SAB)$ .

**C.**  $(SAC)$ .

**D.**  $(SCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ **Chọn A** vì  $SA = SC, SB = SD$  và  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$

nên  $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

**Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , biết  $SA \perp (ABC)$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A.  $AB \perp (SAB)$ .      B.  $AB \perp (SAC)$ .      C.  $BC \perp (SAC)$ .      D.  $BC \perp (SAB)$ .

Lời giải

Chọn B

$$\diamond \text{ Ta có } \begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$$

**Câu 28.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là

- A.  $\widehat{SAB}$ .      B.  $\widehat{SBA}$ .      C.  $\widehat{SBC}$ .      D.  $\widehat{SCD}$ .

Lời giải

Chọn B

$\diamond$  Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  trên  $(ABC)$

Vậy góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là  $\widehat{SBA}$

**Câu 29.** Cho lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $C'A$  với  $(ABCD)$  là

- A.  $\widehat{C'AB}$ .      B.  $\widehat{C'AD}$ .      C.  $\widehat{C'AC}$ .      D.  $\widehat{C'CA}$ .

Lời giải

Chọn C

$\diamond$  Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là lăng trụ đứng nên  $CA$  là hình chiếu của  $C'A$  trên  $(ABCD)$

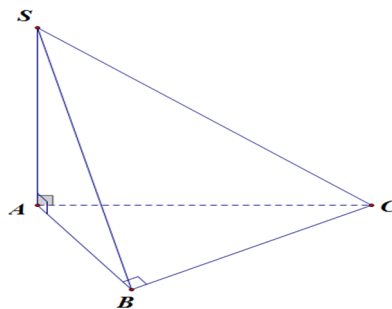
Vậy góc giữa  $C'A$  với  $(ABCD)$  là  $\widehat{C'AC}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc mặt đáy. Góc giữa đường thẳng  $AC$  và  $mp(SAB)$  là

- A.  $\widehat{CSB}$ .      B.  $\widehat{CAB}$ .      C.  $\widehat{SAC}$ .      D.  $\widehat{ACB}$ .

Lời giải

Chọn B



Vì  $CB \perp AB$  (do tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ).

Và  $CB \perp SA$  (do  $SA \perp (ABC)$ ).

Nên  $CB \perp (SAB)$

$\Rightarrow$  Hình chiếu của  $C$  lên  $(SAB)$  là điểm  $B$

$\Rightarrow$  Hình chiếu của  $AC$  lên  $(SAB)$  là  $AB$

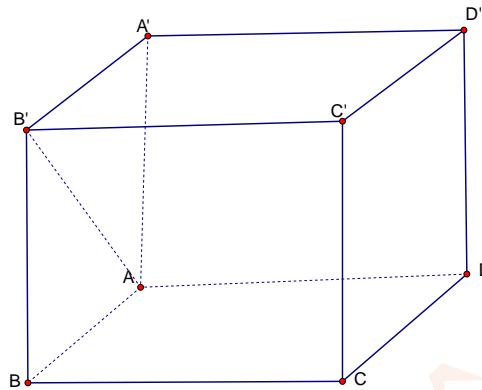
Vậy góc giữa đường thẳng  $AC$  và  $(SAB)$  là  $\widehat{CAB}$ .

**Câu 31.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

A.  $60^\circ$ .B.  $90^\circ$ .C.  $30^\circ$ .D.  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn D



Góc giữa  $AB'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{B'AB} = 45^\circ$ .

**Câu 32.** Cho  $a, b, c$  là các đường thẳng. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây?

A. Nếu  $a \perp b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $a$ , mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $b$  thì  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

B. Cho  $a \perp b, a \subset (\alpha)$ . Mọi mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $b$  và vuông góc với  $a$  thì  $(\beta) \perp (\alpha)$ .

C. Cho  $a \perp b$ . Mọi mặt phẳng chứa  $b$  đều vuông góc với  $a$ .

D. Cho  $a, b$ . Mọi mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $c$  trong đó  $c \perp a, c \perp b$  thì đều vuông góc với mặt phẳng  $(a, b)$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\beta) \perp a \\ a \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\beta) \perp (\alpha).$$

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , kết luận nào sau đây **sai**?

A.  $(SAC) \perp (SBC)$ .

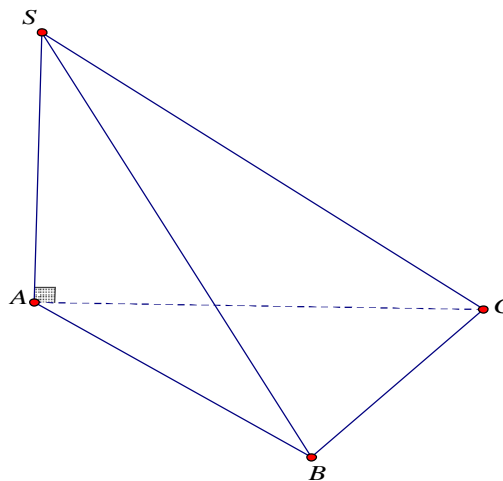
B.  $(SAB) \perp (ABC)$ .

C.  $(SAC) \perp (ABC)$ .

D.  $(SAB) \perp (SBC)$ .

Lời giải

Chọn A



Ta có:  $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB), (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAB), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow B, C \text{ đúng.}$

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$  mà  $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC)$   
 $\Rightarrow (SAB) \perp (SBC).$

**Câu 34.** Cho các mệnh đề sau với  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là hai mặt phẳng vuông góc với nhau với giao tuyến  $m = (\alpha) \cap (\beta)$  và  $a, b, c, d$  là các đường thẳng. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Nếu  $b \perp m$  thì  $b \subset (\alpha)$  hoặc  $b \subset (\beta)$ .

**B.** Nếu  $d \perp m$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

**C.** Nếu  $a \subset (\alpha)$  và  $a \perp m$  thì  $a \perp (\beta)$ .

**D.** Nếu  $c \parallel m$  thì  $c \parallel (\alpha)$  hoặc  $c \parallel (\beta)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Nếu  $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ m = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \perp (\alpha) \\ m \perp (\beta) \end{cases}$

Nếu  $a \subset (\alpha)$  và vuông góc với giao tuyến  $m$  thì  $a \perp (\beta)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm  $AB$ ,  $N$  là trung điểm  $AC$ ,  $(SMC) \perp (ABC)$ ,  $(SBN) \perp (ABC)$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ,  $I$  là trung điểm  $BC$ . **Khẳng định nào sau đây đúng?**

**A.**  $SI \perp (ABC)$ .

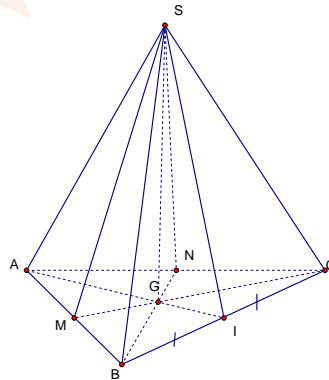
**B.**  $SG \perp (ABC)$ .

**C.**  $IA \perp (SBC)$ .

**D.**  $SA \perp (ABC)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



$\begin{cases} (SMC) \perp (ABC) \\ (SBN) \perp (ABC) \\ (SBN) \cap (SMC) = SG \end{cases} \Rightarrow SG \perp (ABC)$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (GỒM 03 CÂU TỪ CÂU 1 ĐẾN CÂU 3)

**Câu 1.** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x)} + 4 + 6)}$ .

**Lời giải**

$$\diamond \text{ Vì } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{x-1} = 24 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 1} (f(x)-16) = 0$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 16$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x)+4+6}} = \frac{1}{12}.$$

$$\diamond \text{ Khi đó } I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4+6})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{(x-1)} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x)+4+6}} = 2.$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ .

Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

**Lời giải**

$$\diamond \text{ Tập xác định: } D = [-3; +\infty).$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2}.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(ax+2)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1}.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (ax+2)(\sqrt{x+3}+2) = 4(a+2).$$

$$f(1) = 8 + a^2.$$

$$\diamond \text{ Hàm số đã cho liên tục tại } x = 1 \text{ khi } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4(a+2) = 8 + a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}.$$

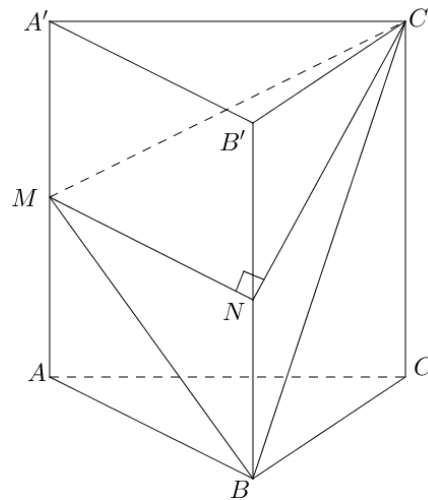
$$\diamond \text{ Vậy } \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}.$$

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $CC' = 2a$ . Điểm  $M$  là trung điểm của cạnh  $AA'$ ,

a) Chứng minh  $(ABB'A') \perp (BCC'B')$  và  $BM \perp C'M$ .

b) Tính cosin góc giữa đường thẳng  $C'M$  với mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

**Lời giải**



a) ♦ Ta có:  $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ đứng nên  $BB' \perp AB$

Hơn nữa  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  nên  $AB \perp BC$

Do đó  $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow (ABB'A') \perp (BCC'B')$ .

$$\diamond BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = a\sqrt{2}; BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{7}$$

$$C'M = \sqrt{A'C'^2 + A'M^2} = a\sqrt{5}$$

♦ Do  $C'M^2 + MB^2 = BC'^2 \Rightarrow \triangle BMC'$  vuông tại  $M$  hay  $BM \perp C'M$ .

b) ♦ Gọi  $N$  là trung điểm  $BB'$ , khi đó ta có  $MN \parallel AB$ , suy ra  $MN \perp (BCC'B')$ .

♦ Hình chiếu vuông góc của điểm  $C'M$  lên mặt phẳng  $(BCC'B')$  là  $C'N$ , suy ra góc giữa  $C'M$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$  bằng góc  $\widehat{MC'N}$ .

♦ Xét tam giác vuông  $MC'N$ .

$$\text{Ta có } \cos \widehat{MC'N} = \frac{NC'}{MC'} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

## ĐỀ SỐ 26

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n^2}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng đầu tiên của dãy số là:
- A.  $u_1 = -\frac{1}{3}$ .      B.  $u_1 = \frac{4}{3}$ .      C.  $u_1 = 0$ .      D.  $u_1 = \frac{1}{2}$ .
- Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là:
- A. 2;3;5.      B. 2;5;11.      C. -1;2;3.      D. -1;3;7.
- Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n-1}{n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm khẳng định sai
- A.  $u_1 = 0$ .      B.  $(u_n)$  bị chặn trên.  
C.  $(u_n)$  là dãy số giảm.      D.  $u_5 = \frac{4}{7}$ .
- Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 2^{\frac{1}{n^2+3n+2}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tích của 2021 số hạng đầu tiên bằng
- A.  $2^{\frac{505}{1011}}$ .      B.  $2^{\frac{1010}{2023}}$ .      C.  $2^{\frac{2021}{4046}}$ .      D.  $2^{\frac{2022}{4047}}$ .
- Câu 5.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n \cdot 3^n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng thứ 10 của dãy số là:
- A.  $3^{45}$ .      B.  $3^{36}$ .      C.  $3^{9!}$ .      D.  $3^{10!}$ .
- Câu 6.** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 2, u_{21} = 62$ . Công sai của cấp số cộng đó là
- A. 2.      B. 1.      C. 4.      D. 3.
- Câu 7.** Tìm  $m$  để 3 số:  $4; 5m+1; 32-7m$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
- A.  $m = -2$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 11$ .      D.  $m = 1$ .
- Câu 8.** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có 8 số hạng, biết  $u_1 = -2, u_8 = 32$ . Tổng các số hạng của cấp số cộng đó là
- A. 136.      B. 30.      C. 120.      D. 240.
- Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- A.  $u_n = -3n+4$ .      B.  $u_n = 3n-3$ .      C.  $u_n = 3n-2$ .      D.  $u_n = 3n+1$ .
- Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$ . Tính  $S = u_2 + u_5 + u_8 + \dots + u_{2021}$ .
- A. 2043231.      B. 2043230.      C. 2043905.      D. 2042220.
- Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 4$  và  $u_4 = 6$ . Giá trị của  $u_9$  bằng
- A. 11.      B. 10.      C. 9.      D. 8.

- Câu 12.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng thứ ba  $u_3 = 7$  và số hạng thứ năm  $u_5 = 28$ . Biết công bội là một số dương khi đó công bội của cấp số nhân  $(u_n)$  là
- A. 4.                                      B.  $\frac{7}{2}$ .                                      C. 2.                                      D. 21.
- Câu 13.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng thứ nhất  $u_1 = 16$ , công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Số hạng thứ mười  $u_{10}$  là
- A. 32.                                      B.  $\frac{1}{16}$ .                                      C. 120.                                      D.  $\frac{1}{32}$ .
- Câu 14.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$ , công bội  $q = 3$ . Số  $-39366$  là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?
- A. 10.                                      B. 9.                                      C. 8.                                      D. 11.
- Câu 15.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công bội  $q = -2$ . Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân là
- A. 2046.                                      B.  $-2046$ .                                      C. 682.                                      D.  $-682$ .
- Câu 16.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $S_5 = 30, S_{10} = 50$ . Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân.
- A.  $q = 2$ .                                      B.  $q = \sqrt{2}$ .                                      C.  $q = \sqrt[5]{\frac{3}{2}}$ .                                      D.  $q = \sqrt[5]{\frac{2}{3}}$ .
- Câu 17.** Tập nghiệm của phương trình  $1 + x + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^{10} = 0$  là.
- A.  $S = \{1; 2\}$ .                                      B.  $S = \{-1; -2\}$ .                                      C.  $S = \{0; -1; -2\}$ .                                      D.  $S = \{0; 1; 2\}$ .
- Câu 18.** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 2021\sqrt{n}}{2n + 2021}$  bằng
- A.  $+\infty$                                       B.  $-\infty$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D. 1.
- Câu 19.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?
- A.  $\left(\frac{2021}{643\pi}\right)^n$ .                                      B.  $\left(\frac{2\pi}{7}\right)^n$ .                                      C.  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ .                                      D.  $\left(\frac{4}{\pi}\right)^n$ .
- Câu 20.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{2n}\right)$ .
- A.  $+\infty$ .                                      B. 2.                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D. 1.
- Câu 21.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(3n+2)}{(n+1)^2(n+3)}$ .
- A. 1.                                      B. 3.                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D. 2.
- Câu 22.** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2019}n^3 + n^2 - 1}{2^{2018}n^2 + n - 2n^3}$  bằng
- A.  $-2^{2018}$ .                                      B.  $2^{2018}$ .                                      C. 2.                                      D. 0.

- Câu 23.** Giá trị của  $\lim \sqrt{n} \left( \sqrt{2^{2020}n + 2021} - \sqrt{2^{2020}n - 2021} \right)$  là
- A.  $\frac{2021}{2^{1010}}$ .      B.  $\frac{2021}{2^{2020}}$ .      C.  $+\infty$ .      D.  $-\infty$ .
- Câu 24.** Biết  $\lim \left( \sqrt{n^2 - \frac{1}{11}n + 3} - n \right) = a$ , với  $a \in \mathbb{Q}$ . Tính  $P = a^2 + 1$ .
- A.  $\frac{485}{484}$ .      B.  $\frac{483}{484}$ .      C.  $\frac{1}{121}$ .      D.  $\frac{1}{484}$ .
- Câu 25.** Biết  $\lim \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n} \right) = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $P = a - b^2$
- A. 8.      B. -8.      C. -2.      D. 10.
- Câu 26.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng  $BD$  không song song với mặt phẳng nào dưới đây
- A.  $(A'B'C'D')$ .      B.  $(AB'D')$ .      C.  $(CB'D')$ .      D.  $(BA'C')$ .
- Câu 27.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AC, AD$  sao cho  $AM = 2MB; AN = 2NC; AP = PD$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
- A.  $ND \parallel (ABC)$       B.  $MP \parallel (BCD)$ .  
C.  $NP \parallel (BCD)$ .      D.  $MN \parallel (BCD)$ .
- Câu 28.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau. Đường thẳng  $d$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào là khẳng định đúng?
- A.  $d$  có thể cắt  $(Q)$  hoặc nằm trong  $(Q)$ .      B.  $d$  nằm trong  $(Q)$ .  
C.  $d$  cắt  $(Q)$ .      D.  $d$  song song với  $(Q)$ .
- Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $A'B' \parallel (SAB)$ .      B.  $(A'B'C') \parallel (ACD)$ .  
C.  $A'B' \parallel (SBC)$ .      D.  $(BA'C') \parallel (B'AC)$ .
- Câu 30.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sai trong các mệnh đề sau?
- A.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD'}$ .      B.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DC'}$ .      D.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{DA}$ .
- Câu 31.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tứ diện. Khi hệ thức véc tơ  $\overrightarrow{MG} = k \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$  đúng với mọi điểm  $M$  thì giá trị của  $k$  là
- A.  $k = \frac{1}{2}$ .      B.  $k = 1$ .      C.  $k = \frac{1}{3}$ .      D.  $k = \frac{1}{4}$ .
- Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành, tam giác  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS}$ ?
- A.  $\frac{1}{2}a^2$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$ .      D.  $-\frac{1}{2}a^2$ .
- Câu 33.** Trong không gian, khẳng định nào sau đây sai?
- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.



- B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.  
 C. Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .  
 D. Nếu  $a // b$  và  $b \perp c$  thì  $c \perp a$ .

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình thoi góc  $\widehat{ABC}$  bằng  $120^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $2a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AC$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  biết  $SI$  vuông góc với cả hai đường thẳng  $AC$  và  $BI$ .

- A.  $\frac{17\sqrt{3}}{40}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $\frac{17\sqrt{3}}{80}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{6 \cdot 5^n + 5 \cdot 2^n}{5^n + 2^n}$ . Khi đó tổng

$$S = \frac{1}{u_1 - 5} + \frac{1}{u_2 - 5} + \dots + \frac{1}{u_{2021} - 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{3} \left(\frac{2}{5}\right)^c$$

trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $a + 2b^2 - 2c$ .

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_n = 2021u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{2021^n}$ .

**Câu 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .  $M, N$  lần lượt thuộc các đoạn  $AD, A'C$  sao cho  $AM = \frac{1}{5}AD, A'N = \frac{2}{5}A'C$ . Chứng minh:

- a)  $(AB'D') // (BC'D)$ .  
 b)  $AC' \perp A'B$ .  
 c)  $MN // (AB'D')$ .

## BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3	4.C	5.A	6.D	7.B	8.C	9.C	10
11	12.C	13.D	14.A	15.D	16.D	17.B	18.C	19.B	20.C
21.B	22.A	23.A	24.A	25.B	26.D	27.D	28.D	29.B	30.A
31.D	32.D	33.A	34.A	35.B					

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n^2}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng đầu tiên của dãy số là:

A.  $u_1 = -\frac{1}{3}$ .

B.  $u_1 = \frac{4}{3}$ .

C.  $u_1 = 0$ .

**D.  $u_1 = \frac{1}{2}$ .**

Lời giải

Ta có:  $u_1 = \frac{1^2}{1+1} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là:

**A. 2;3;5.**

B. 2;5;11.

C. -1;2;3.

D. -1;3;7.

Lời giải

Ta có:

$u_1 = 2$ .

$u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ .

$u_3 = 2u_2 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ .

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là: 2;3;5.

**Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n-1}{n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm khẳng định sai

A.  $u_1 = 0$ .

B.  $(u_n)$  bị chặn trên.

**C.  $(u_n)$  là dãy số giảm.**

D.  $u_5 = \frac{4}{7}$ .

Lời giải

\* Ta có:  $u_1 = \frac{1-1}{1+2} = 0$ . Phương án A đúng.

\* Ta có  $u_n = \frac{n-1}{n+2} = \frac{(n+2)-3}{n+2} = 1 - \frac{3}{n+2} < 1$ .

Suy ra:  $\forall n \in \mathbb{N}^*; u_n < 1$  nên  $(u_n)$  bị chặn trên. Phương án B đúng.

\* Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n}{n+3} - \frac{n-1}{n+2} = \frac{n^2 + 2n - n^2 + n - 3n + 3}{(n+3)(n+2)} = \frac{3}{(n+3)(n+2)} > 0; \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra  $(u_n)$  là dãy số tăng. Phương án C sai.

\* Ta có:  $u_5 = \frac{5-1}{5+2} = \frac{4}{7}$ . Phương án D đúng.

Vậy khẳng định sai là: “ $(u_n)$  là dãy số giảm”.

**Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 2^{\frac{1}{n^2+3n+2}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tích của 2021 số hạng đầu tiên bằng

A.  $2^{\frac{505}{1011}}$ .

B.  $2^{\frac{1010}{2023}}$ .

**C.  $2^{\frac{2021}{4046}}$ .**

D.  $2^{\frac{2022}{4047}}$ .

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{n^2 + 3n + 2} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{1.2-1.1} \left( \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}.$$

$$\text{Suy ra: } u_n = 2^{\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \\ u_2 = 2^{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} \\ u_3 = 2^{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} \\ \dots \\ u_{2021} = 2^{\frac{1}{2022} - \frac{1}{2023}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_{2021} = 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023}} = 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2023}} = 2^{\frac{2021}{2 \cdot 2023}} = 2^{\frac{2021}{4046}}.$$

**Câu 5.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n \cdot 3^n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng thứ 10 của dãy số là:

**A.**  $3^{45}$ .

**B.**  $3^{36}$ .

**C.**  $3^{9!}$ .

**D.**  $3^{10!}$ .

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 \cdot 3^1 \\ u_3 = u_2 \cdot 3^2 \\ \dots \\ u_{10} = u_9 \cdot 3^9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_{10} = u_1 \cdot u_2 \dots u_9 \cdot 3^1 \cdot 3^2 \dots 3^9 \Leftrightarrow u_{10} = 3^{1+2+\dots+9} = 3^{\frac{9 \cdot 10}{2}} = 3^{45}.$$

Chọn **A**.

**Câu 6.** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 2, u_{21} = 62$ . Công sai của cấp số cộng đó là

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 4.

**D.** 3.

## Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng  $u_n = u_1 + (n-1)d$

$$\text{ta có: } u_{21} = u_1 + (21-1)d \Leftrightarrow 62 = 2 + 20d \Leftrightarrow d = 3.$$

Vậy công sai của cấp số cộng đó là 3.

**Câu 7.** Tìm  $m$  để 3 số:  $4; 5m+1; 32-7m$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

**A.**  $m = -2$ .

**B.**  $m = 2$ .

**C.**  $m = 11$ .

**D.**  $m = 1$ .

## Lời giải

Áp dụng tính chất của cấp số cộng  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$  với  $k \geq 2$  ta có:

Ba số:  $4; 5m+1; 32-7m$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow 5m+1 = \frac{4 + (32-7m)}{2} \Leftrightarrow 10m+2 = -7m+36 \Leftrightarrow m = 2.$$

Vậy  $m = 2$  thỏa mãn đề bài.

- Câu 8.** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có 8 số hạng, biết  $u_1 = -2$ ,  $u_8 = 32$ . Tổng các số hạng của cấp số cộng đó là
- A. 136.                      B. 30.                      **C. 120.**                      D. 240.

Lời giải

Ta có tổng của 8 số hạng của cấp số cộng  $S_8 = \frac{(u_1 + u_8) \cdot 8}{2} = 4(-2 + 32) = 120$ .

Vậy chọn phương án C.

- Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- A.  $u_n = -3n + 4$ .                      B.  $u_n = 3n - 3$ .                      **C.  $u_n = 3n - 2$ .**                      D.  $u_n = 3n + 1$ .

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát  $u_n = u_1 + (n-1)d$  ta có:

$$u_n = 1 + (n-1) \cdot 3 \Leftrightarrow u_n = 3n - 2.$$

- Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$ . Tính  $S = u_2 + u_5 + u_8 + \dots + u_{2021}$ .

- A. 2043231.                      B. 2043230.                      **C. 2043905.**                      D. 2042220.

Lời giải

Cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai là  $d$ .

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$u_2, u_5, u_8, \dots, u_{2021}$  là một cấp số cộng  $(v_n)$  có:  $v_1 = u_2 = 4$ , công sai  $d' = 9$ ,  $n = 674$ .

$$S = u_2 + u_5 + u_8 + \dots + u_{2021} = \frac{v_1 + v_{674}}{2} \cdot 674 = 337 \cdot (2v_1 + 673d') = 2043905.$$

- Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 4$  và  $u_4 = 6$ . Giá trị của  $u_9$  bằng

- A. 11.**                      B. 10.                      C. 9.                      D. 8.

Lời giải

Cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai là  $d$ .

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} u_1 + d = 4 \\ u_1 + 3d = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_9 = u_1 + 8d = 11.$$

- Câu 12.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng thứ ba  $u_3 = 7$  và số hạng thứ năm  $u_5 = 28$ . Biết công bội là một số dương khi đó công bội của cấp số nhân  $(u_n)$  là

- A. 4.                      B.  $\frac{7}{2}$ .                      **C. 2.**                      D. 21.

## Lời giải

Cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội là  $q$ .

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} u_3 = 7 \\ u_5 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^2 = 7 \\ u_1 \cdot q^4 = 28 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 4.$$

Mà  $q > 0$  nên  $q = 2$ .

**Câu 13.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng thứ nhất  $u_1 = 16$ , công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Số hạng thứ mười  $u_{10}$  là

- A. 32.                      B.  $\frac{1}{16}$ .                      C. 120.                      **D.  $\frac{1}{32}$ .**

$$\text{Ta có số hạng thứ mười } u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{32}.$$

**Câu 14.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$ , công bội  $q = 3$ . Số  $-39366$  là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. 10.**                      B. 9.                      C. 8.                      D. 11.

## Lời giải

Gọi  $u_n$  là số hạng thứ  $n$  của dãy.

$$\text{Ta có: số hạng tổng quát của cấp số nhân: } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow -39366 = -2 \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 19683 \\ \Leftrightarrow 3^{n-1} = 3^9 \Leftrightarrow n = 10.$$

Vậy  $-39366$  là số hạng thứ 10.

**Câu 15.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công bội  $q = -2$ . Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân là

- A. 2046.                      B. -2046.                      C. 682.                      **D. -682.**

## Lời giải

$$\text{Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân: } S_{10} = u_1 \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{(-2)^{10} - 1}{-2 - 1} = -682.$$

Vậy chọn phương án **D**.

**Câu 16.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $S_5 = 30, S_{10} = 50$ . Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân.

- A.  $q = 2$ .                      B.  $q = \sqrt{2}$ .                      C.  $q = \sqrt[5]{\frac{3}{2}}$ .                      **D.  $q = \sqrt[5]{\frac{2}{3}}$ .**

## Lời giải

+) Trường hợp  $q = 1$ .

$$\text{Ta có } u_1 = u_2 = \dots = u_n = \dots$$

$$\text{Khi đó từ giả thiết ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + \dots + u_5 = 30 \\ u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5u_1 = 30 \\ 10u_1 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{30}{5} \text{ (vô lý)} \\ u_1 = 5 \end{cases}$$

+) Trường hợp  $q \neq 1$ .

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} S_5 = 30 \\ S_{10} = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{u_1(1-q^5)}{1-q} = 30 & (1) \\ \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = 50 & (2) \end{cases}$$

Chia vế cho vế của (2) cho (1) ta được:  $1+q^5 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow q^5 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow q = \sqrt[5]{\frac{2}{3}}$ .

Chọn phương án **D**.

**Câu 17.** Tập nghiệm của phương trình  $1+x+(1+x)^2+(1+x)^3+\dots+(1+x)^{10}=0$  là.

**A.**  $S = \{1; 2\}$ .

**B.**  $S = \{-1; -2\}$ .

**C.**  $S = \{0; -1; -2\}$ .

**D.**  $S = \{0; 1; 2\}$ .

**Lời giải**

Nhận xét:  $x=0$  không phải là nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có vế trái của phương trình đã cho là tổng của 10 số hạng đầu của một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 1+x$  và công bội  $q = 1+x$ .

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } (x+1) \cdot \frac{1-(x+1)^{10}}{1-(1+x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x+1=0 \\ 1-(1+x)^{10}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x=-1 \\ (1+x)^{10}=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x=-1 \\ 1+x=1 \\ 1+x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x=-1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x=0 \text{ (loại)} \\ x=-2 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{-1; -2\}$ .

**Câu 18.** Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2021\sqrt{n}}{2n+2021}$  bằng

**A.**  $+\infty$

**B.**  $-\infty$

**C.**  $\frac{1}{2}$

**D.** 1

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2021\sqrt{n}}{2n+2021} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2021 \cdot \sqrt{\frac{1}{n}}}{2 + \frac{2021}{n}} = \frac{1}{2}$$

**Câu 19.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

**A.**  $\left(\frac{2021}{643\pi}\right)^n$ .

**B.**  $\left(\frac{2\pi}{7}\right)^n$ .

**C.**  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ .

**D.**  $\left(\frac{4}{\pi}\right)^n$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim q^n = 0$  nếu  $|q| < 1$ .

$$\text{Mà } \left|\frac{2021}{643\pi}\right| > 1, \left|\frac{\pi}{3}\right| > 1, \left|\frac{4}{\pi}\right| > 1, \left|\frac{2\pi}{7}\right| < 1.$$

$$\text{Do đó } \lim \left(\frac{2\pi}{7}\right)^n = 0.$$

**Câu 20.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{1}{2n}\right)$ .

**A.**  $+\infty$ .

**B.** 2.

**C.**  $\frac{1}{2}$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

Ta có  $\frac{1}{2n} \rightarrow 0$  khi  $n \rightarrow +\infty$ .

Áp dụng kết quả  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ , ta có  $I = \lim \left( n \sin \frac{1}{2n} \right) = \lim \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2n}}{\frac{1}{2n}} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $I = \frac{1}{2}$ .

**Câu 21.** Tính  $I = \lim \frac{n^2(3n+2)}{(n+1)^2(n+3)}$ .

A. 1.

**B. 3.**

C.  $\frac{2}{3}$ .

D. 2.

**Lời giải**

Ta có  $I = \lim \frac{n^2(3n+2)}{(n+1)^2(n+3)} = \lim \frac{3 + \frac{2}{n}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \left(1 + \frac{3}{n}\right)} = 3$ .

**Câu 22.** Giá trị của  $\lim \frac{2^{2019}n^3 + n^2 - 1}{2^{2018}n^2 + n - 2n^3}$  bằng

**A.  $-2^{2018}$**

B.  $2^{2018}$ .

C. 2.

D. 0.

**Lời giải**

$\lim \frac{2^{2019}n^3 + n^2 - 1}{2^{2018}n^2 + n - 2n^3} = \lim \frac{2^{2019} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}}{\frac{2^{2018}}{n} + \frac{1}{n^2} - 2} = \frac{2^{2019}}{-2} = -2^{2018}$ .

**Câu 23.** Giá trị của  $\lim \sqrt{n} \left( \sqrt{2^{2020}n + 2021} - \sqrt{2^{2020}n - 2021} \right)$  là

**A.  $\frac{2021}{2^{1010}}$**

B.  $\frac{2021}{2^{2020}}$ .

C.  $+\infty$ .

D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

$\lim \sqrt{n} \left( \sqrt{2^{2020}n + 2021} - \sqrt{2^{2020}n - 2021} \right) = \lim \frac{4042\sqrt{n}}{\sqrt{2^{2020}n + 2021} + \sqrt{2^{2020}n - 2021}}$   
 $= \lim \frac{4042}{\sqrt{2^{2020} + \frac{2021}{n}} + \sqrt{2^{2020} - \frac{2021}{n}}} = \frac{4042}{2^{1010} + 2^{1010}} = \frac{2 \cdot 2021}{2 \cdot 2^{1010}} = \frac{2021}{2^{1010}}$ .

**Câu 24.** Biết  $\lim \left( \sqrt{n^2 - \frac{1}{11}n + 3} - n \right) = a$ , với  $a \in \mathbb{Q}$ . Tính  $P = a^2 + 1$ .

**A.  $\frac{485}{484}$**

B.  $\frac{483}{484}$ .

C.  $\frac{1}{121}$ .

D.  $\frac{1}{484}$ .

**Lời giải**

$\lim \left( \sqrt{n^2 - \frac{1}{11}n + 3} - n \right) = \lim \frac{-\frac{1}{11}n + 3}{\sqrt{n^2 - \frac{1}{11}n + 3} + n} = \lim \frac{-\frac{1}{11} + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 - \frac{1}{11n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{-\frac{1}{11}}{1+1} = -\frac{1}{22}$ .

$$\text{Vậy } P = a^2 + 1 = \left(-\frac{1}{22}\right)^2 + 1 = \frac{485}{484}.$$

**Câu 25.** Biết  $\lim\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n}\right) = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $P = a - b^2$

A. 8.

B. -8.

C. -2.

D. 10.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n} &= \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3 \cdot 2^n}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \lim\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n}\right) = \lim\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3 \cdot 2^n}\right) = \frac{1}{3}.$$

Ta có  $a = 1, b = 3$ . Vậy  $P = a - b^2 = -8$ .

**Cách 2 :** (Cấp số nhân lùi vô hạn).

$$\text{Đặt } u_n = \frac{1}{3 \cdot 2^n}.$$

Có  $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , nên  $(u_n)$  là cấp số nhân lùi.

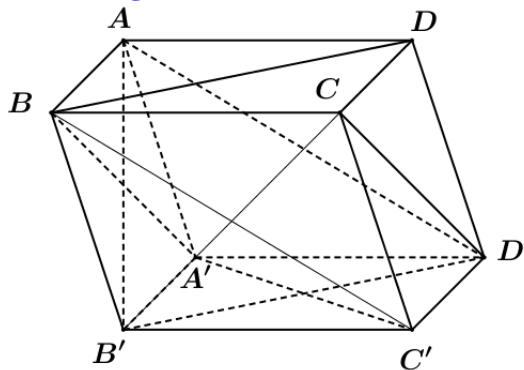
$$\Rightarrow S = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n} + \dots = \lim\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Ta có  $a = 1, b = 3$ . Vậy  $P = a - b^2 = -8$ .

**Câu 26.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng  $BD$  không song song với mặt phẳng nào dưới đây

A.  $(A'B'C'D')$ .B.  $(AB'D')$ .C.  $(CB'D')$ .D.  $(BA'C')$ .

Lời giải



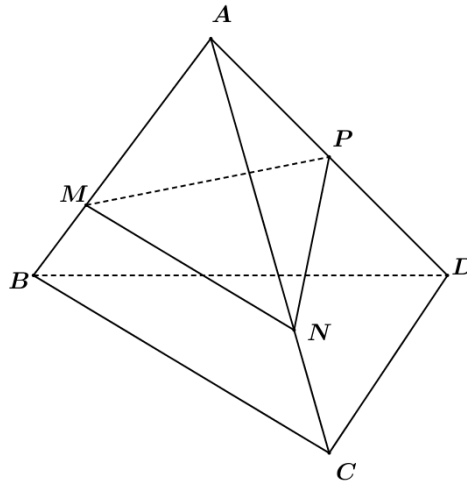


Đường thẳng  $BD$  và mặt phẳng  $(BA'C')$  có chung điểm  $B$  nên đường thẳng  $BD$  không song song với mặt phẳng  $(BA'C')$ .

**Câu 27.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AC, AD$  sao cho  $AM = 2MB; AN = 2NC; AP = PD$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.  $ND \parallel (ABC)$       B.  $MP \parallel (BCD)$ .  
C.  $NP \parallel (BCD)$ .      **D.  $MN \parallel (BCD)$ .**

**Lời giải**



Ta nhận thấy  $N$  nằm trên mặt phẳng  $(ABC)$  nên đường thẳng  $ND$  không song song với mặt phẳng  $(ABC)$ . Vậy đáp án A sai.

Từ giả thiết suy ra  $\frac{AM}{MB} \neq \frac{AP}{PD}$  nên  $MP$  cắt  $BD$ , do đó đường thẳng  $MP$  không song song với mặt phẳng  $(BCD)$ .

Tương tự ta lại có  $NP$  cắt  $CD$  nên đường thẳng  $NP$  không song song với mặt phẳng  $(BCD)$ .

Mặt khác  $MN \parallel BC$  và  $MN$  không nằm trên mặt phẳng  $(BCD)$  nên  $MN \parallel (BCD)$ .

**Câu 28.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau. Đường thẳng  $d$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào là khẳng định đúng?

- A.  $d$  có thể cắt  $(Q)$  hoặc nằm trong  $(Q)$ .      B.  $d$  nằm trong  $(Q)$ .  
C.  $d$  cắt  $(Q)$ .      **D.  $d$  song song với  $(Q)$ .**

**Lời giải**

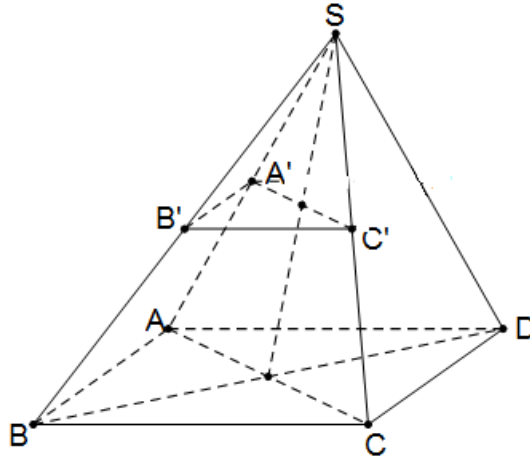
$$\begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow d \text{ và } (Q) \text{ không có điểm chung hay } d \text{ song song với } (Q).$$

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $A'B' \parallel (SAB)$ .      **B.  $(A'B'C') \parallel (ACD)$ .**

C.  $A'B' \parallel (SBC)$ .D.  $(BA'C') \parallel (B'AC)$ .

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} B'C' \parallel AD \\ B'C' \not\subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow B'C' \parallel (ACD) \quad (1)$$

$$\begin{cases} A'B' \parallel CD \\ A'B' \not\subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow A'B' \parallel (ACD) \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow (A'B'C') \parallel (ACD)$ .+ Đáp án A sai vì  $A'B' \subset (SAB)$ .+ Đáp án C sai vì  $A'B' \cap SB = \{B'\}$ .+ Đáp án D sai vì  $B'C \cap BC' = \{C\}$ .**Câu 30.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

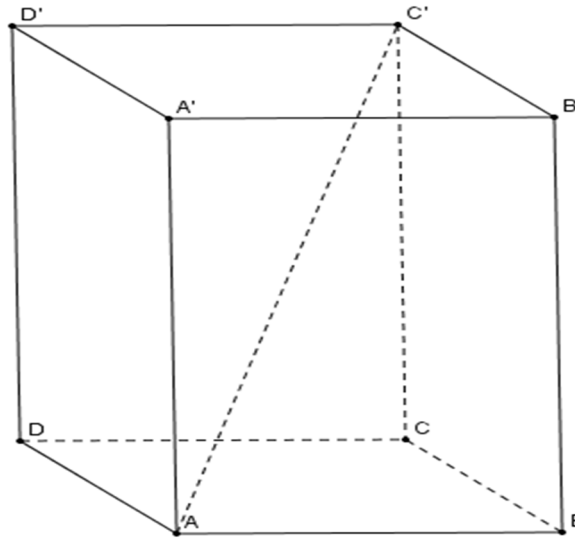
A.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD'}$ .

B.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

C.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DC'}$ .

D.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{DA}$ .

Lời giải



+ ) Theo quy tắc hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$  nên đáp án **A** sai.

+ ) Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  nên đáp án **B** đúng.

+ ) Theo quy tắc hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DC'}$  nên đáp án **C** đúng.

+ ) Theo quy tắc hình bình hành ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{DA}$  nên đáp án **D** đúng.

**Câu 31.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tứ diện. Khi hệ thức véc tơ  $\overrightarrow{MG} = k \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$  đúng với mọi điểm  $M$  thì giá trị của  $k$  là

**A.**  $k = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $k = 1$ .

**C.**  $k = \frac{1}{3}$ .

**D.**  $k = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

$$G \text{ là trọng tâm tứ diện } ABCD \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC}) + (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MD}) = \vec{0}, \text{ với mọi điểm } M$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{1}{4} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}), \text{ với mọi điểm } M.$$

Vậy  $k = \frac{1}{4}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành, tam giác  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$ .  
Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS}$  ?

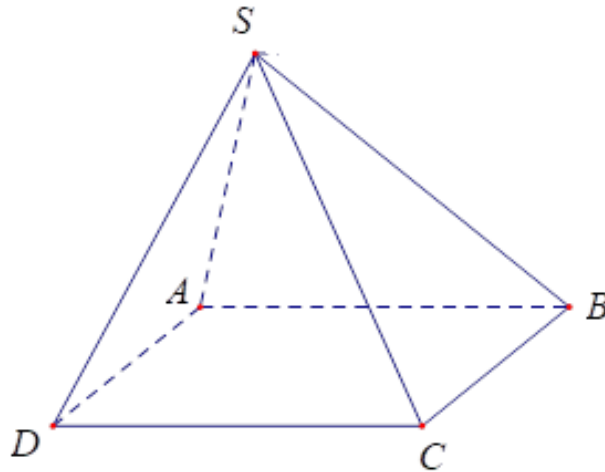
**A.**  $\frac{1}{2}a^2$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$ .

**D.**  $-\frac{1}{2}a^2$ .

**Lời giải**



Tam giác  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$  suy ra  $SA = AB = a$  và  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ .

Do  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$  nên  $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{BS}) = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BS}) = 180^\circ - (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BS}) = 120^\circ$ .

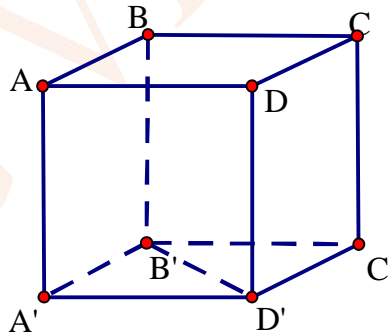
Vậy  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = |\overrightarrow{DC}| \cdot |\overrightarrow{BS}| \cdot \cos(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{BS}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2$

**Câu 33:** Trong không gian, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- C.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .
- D.** Nếu  $a // b$  và  $b \perp c$  thì  $c \perp a$ .

**Lời giải**

Xét hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , ta có  $AA' \perp AB; AA' \perp AD$  nhưng  $AB$  và  $AD$  cắt nhau. Do đó phương án **A** sai.



**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình thoi góc  $\widehat{ABC}$  bằng  $120^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  bằng

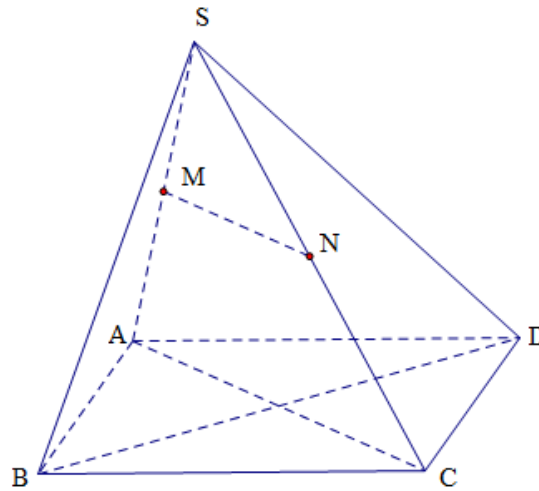
**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**



+ Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$  suy ra  $MN$  song song  $AC$ .

$$+ (\widehat{MN, BC}) = (\widehat{AC, BC}).$$

+) Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi có  $\widehat{ABC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BCD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BCA} = 30^\circ$ .

$$\text{Vậy } (\widehat{MN, BC}) = (\widehat{AC, BC}) = \widehat{BCA} = 30^\circ.$$

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $2a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AC$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  biết  $SI$  vuông góc với cả hai đường thẳng  $AC$  và  $BI$ .

A.  $\frac{17\sqrt{3}}{40}$ .

**B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .**

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\frac{17\sqrt{3}}{80}$ .

**Lời giải**

+ Vì tam giác  $ABC$  là tam giác đều suy ra  $IB$  vuông góc với  $AC$ .

$$+ \text{Ta có: } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IS}) \cdot (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IB}) = \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IS} \cdot \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IS} \cdot \overrightarrow{IB} = -a^2.$$

$$+ \cos(\widehat{SA, BC}) = \left| \cos(\widehat{SA, BC}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} \right| = \left| \frac{-a^2}{a\sqrt{3} \cdot 2a} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

**II. PHẦN TỰ LUẬN**

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{6 \cdot 5^n + 5 \cdot 2^n}{5^n + 2^n}$ . Khi đó tổng

$$S = \frac{1}{u_1 - 5} + \frac{1}{u_2 - 5} + \dots + \frac{1}{u_{2021} - 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{3} \left( \frac{2}{5} \right)^c$$

trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $a + 2b^2 - 2c$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n - 5 = \frac{6 \cdot 5^n + 5 \cdot 2^n}{5^n + 2^n} - 5 = \frac{5^n}{5^n + 2^n} \Rightarrow \frac{1}{u_n - 5} = \frac{5^n + 2^n}{5^n} = 1 + \left( \frac{2}{5} \right)^n.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= \frac{1}{u_1 - 5} + \frac{1}{u_2 - 5} + \dots + \frac{1}{u_{2021} - 5} = \left[ 1 + \left( \frac{2}{5} \right)^1 \right] + \left[ 1 + \left( \frac{2}{5} \right)^2 \right] + \dots + \left[ 1 + \left( \frac{2}{5} \right)^{2021} \right] \\ &= \left[ 2021 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1 - \left( \frac{2}{5} \right)^{2021}}{1 - \frac{2}{5}} \right] = \left[ 2021 + \frac{2}{3} \cdot \left( 1 - \left( \frac{2}{5} \right)^{2021} \right) \right] = \left[ \frac{6065}{3} - \frac{2}{3} \left( \frac{2}{5} \right)^{2021} \right]. \end{aligned}$$

Mà  $S = \frac{a}{3} - \frac{b}{3} \left(\frac{2}{5}\right)^c$  nên  $a = 6065; b = 2; c = 2021$ .

Nên  $a + 2b^2 - 2c = 6065 + 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2021 = 2031$ .

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_n = 2021u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{2021^n}$ .

**Lời giải**

+) Ta có:  $u_n = 2021u_{n-1} - 1 \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{2020} = 2021 \left( u_{n-1} - \frac{1}{2020} \right)$ .

+) Đặt  $v_n = u_n - \frac{1}{2020}$ . Ta có  $v_1 = u_1 - \frac{1}{2020} = -1 - \frac{1}{2020} = -\frac{2021}{2020}$  và  $v_n = 2021v_{n-1}, \forall n \geq 2$ .

Suy ra dãy  $(v_n)$  là cấp số nhân với công bội là  $q = 2021$ ,  $v_1 = -\frac{2021}{2020}$ .

Khi đó  $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = -\frac{2021}{2020} \cdot 2021^{n-1} = -\frac{2021^n}{2020}, \forall n \geq 1$ .

Do đó  $u_n = v_n + \frac{1}{2020} = -\frac{2021^n}{2020} + \frac{1}{2020}, \forall n = 1, 2, \dots$

+) Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{2021^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( -\frac{1}{2020} + \frac{1}{2020 \cdot 2021^n} \right) = -\frac{1}{2020}$ .

Vậy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{2021^n} = -\frac{1}{2020}$ .

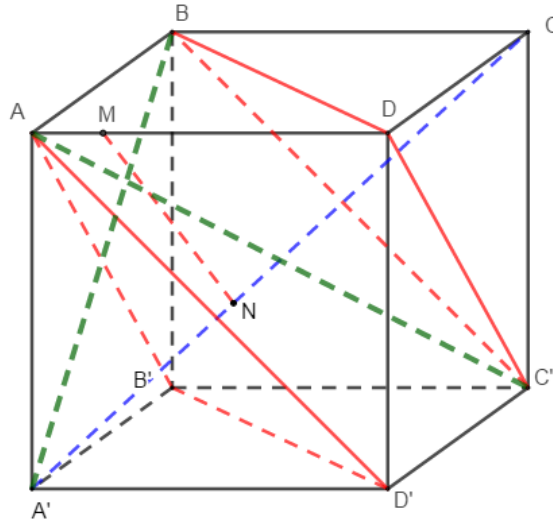
**Câu 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .  $M, N$  lần lượt thuộc các đoạn  $AD, A'C$  sao cho  $AM = \frac{1}{5}AD, A'N = \frac{2}{5}A'C$ . Chứng minh:

a)  $(AB'D') \parallel (BC'D)$ .

b)  $AC' \perp A'B$ .

c)  $MN \parallel (AB'D')$ .

**Lời giải**



a) Chứng minh  $(AB'D') \parallel (BC'D)$ .

Từ giả thiết ta có  $\left. \begin{array}{l} BD \parallel B'D' \\ AB' \parallel DC' \end{array} \right\} \Rightarrow (AB'D') \parallel (BC'D)$ .

b) Chứng minh  $AC' \perp A'B$ .

Ta có:  $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{A'B} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'})$   
 $= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AA'}^2 = AB^2 - AA'^2 = 0$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{AC'} \perp \overrightarrow{A'B} \Rightarrow AC' \perp A'B$ .

c) Chứng minh  $MN \parallel (AB'D')$ .

Để thấy  $M, N$  không thuộc  $(AB'D')$ .

$MN \parallel (AB'D') \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}$  đồng phẳng  $\Leftrightarrow \exists m, n: \overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{AB'} + n\overrightarrow{AD'}$ .

Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ .

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'N} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} = \vec{c} + \frac{2}{5}\overrightarrow{A'C} - \frac{1}{5}\vec{b} = \vec{c} + \frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) - \frac{1}{5}\vec{b} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{c}, \overrightarrow{AD'} = \vec{b} + \vec{c}.$$

$$\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{AB'} + n\overrightarrow{AD'} \Leftrightarrow \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} + (m+n)\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{5} \\ n = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB'} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD'}.$$

Vậy  $MN \parallel (AB'D')$ .

## ĐỀ SỐ 27

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Chọn đáp án đúng trong các đáp án sau:

A.  $\lim u_n = +\infty$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

B.  $\lim u_n = 0$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

C.  $\lim(u_n - a) = 0$  nếu  $\lim u_n = +\infty$ .

D.  $\lim u_n = a$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

Câu 2. Chọn câu sai:

A.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương.

B.  $\lim C = C$  với  $C$  là hằng số.

C.  $\lim q^n = 0$  với  $q > 1$ .

D.  $\lim q^n = 0$  với  $-1 < q < 1$ .

Câu 3. Cho các mệnh đề sau:

(I) – Nếu  $\lim u_n = a$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

(II) – Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{a}{b}$ .

(III) – Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n > 0$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ .

(IV) – Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

A. (I); (III); (IV) đúng.

B. (III); (IV) đúng.

C. Cả 4 mệnh đề đều đúng.

D. (II); (III); (IV) đúng.

Câu 4. Kết quả đúng của  $\lim \frac{4 - 5^{n-2}}{2^{2n} + 2.5^n}$  là

A.  $-\frac{5}{2}$ .

B.  $-\frac{1}{50}$ .

C.  $\frac{5}{2}$ .

D.  $-\frac{25}{2}$ .

Câu 5. Kết quả đúng của  $\lim \frac{-n^2 + 3n + 2}{\sqrt{3n^4 + 2020}}$  là

A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $-\frac{2020}{3}$ .

C.  $-\frac{3}{2020}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Câu 6. Giới hạn  $\lim(3 + 4n^2 - 5n^3)$  bằng

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 5.

D. -5.

Câu 7. Giới hạn  $\lim(n^3 + n + 3)$  bằng

A. 3.

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

D. -3.

Câu 8. Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = a - b$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

Câu 9. Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1)$  bằng

A. 1.

B.  $+\infty$ .

C. 0.

D. 2.

Câu 10. Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 2x^2 + 1)$





**Câu 23.** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^9 + n + 1} - 2n}{3n^4 + 4}$  ta được:

- A. 0.                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 24.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x}$  bằng số nào sau đây?

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                                      B.  $-\frac{2}{3}$ .                                      C. 5.                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 25.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$  bằng

- A. 3.                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 0.                                      D. 4.

**Câu 26.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$  là:

- A. 0.                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D.  $-\infty$ .

**Câu 27.** Cho hàm số:  $f(x) = ax^2 + (2a-1)x + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  sao cho  $a \neq 0$  và  $5a + 2021b = 1$ .

Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập số thực.  
 B. Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 3)$ .  
 C. Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$ .  
 D. Đồ thị của hàm số là một đường parabol luôn có điểm chung với trục  $Ox$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x+2)}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2x^2 + m^2 - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Tính tổng các giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                                      C. 2.                                      D. 0.

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 5m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham

số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

- A.  $m \neq 5$ .                                      B.  $m \neq 2$ .                                      C.  $m \neq 3$ .                                      D.  $m \neq 1$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+6 & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x+m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 6$ .                                      B.  $m = 5$ .                                      C.  $m = 4$ .                                      D.  $m = 12$ .

**Câu 31.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .                                      B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$   
 C.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$                                       D.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$  và  $ABCD$  là hình vuông. Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Giá trị  $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$  bằng

- A.  $\frac{a^2}{2}$ .                                      B.  $-\frac{a^2}{2}$                                       C.  $\frac{a^2}{3}$                                       D.  $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$

- Câu 33.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?  
**A.**  $AB \perp AD$ .      **B.**  $AC \perp B'D'$ .      **C.**  $A'B \perp BC$ .      **D.**  $AB' \perp B'C$ .
- Câu 34.** Mệnh đề nào dưới đây là đúng?  
**A.** Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.  
**B.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì luôn cắt nhau.  
**C.** Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của chúng.  
**D.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng  
**A.**  $45^\circ$ .      **B.**  $60^\circ$ .      **C.**  $120^\circ$ .      **D.**  $45^\circ$ .

## II. TỰ LUẬN

- Câu 36.** Cho giới hạn của dãy số  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn) = 505$ , với  $a$  và  $b$  là hai số thực. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .
- Câu 37.** Cho tứ diện  $SABC$ . Biết  $\widehat{ASB} = 60^\circ$ ,  $\widehat{BSC} = 90^\circ$ ,  $\widehat{CSA} = 120^\circ$ ,  $SA = 1$ ,  $SB = 2$ ,  $SC = x$ . Tìm  $x$  để  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ .
- Câu 38.** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 10$ . Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1} = -\frac{a}{b}$ ;  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + b$   
**A.** 23.      **B.** 77.      **C.** 22.      **D.** 32.
- Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $1 \leq f(x) \leq 2021$  với mọi  $x \in [1; 2021]$ . Chứng minh rằng luôn tồn tại  $x_0 \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(f(x_0)) = x_0$ .

**GIẢI CHI TIẾT**  
**BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM**

1D	2C	3B	4B	5A	6B	7C	8C	9C	10A
11A	12B	13A	14C	15B	16A	17D	18C	19D	20A
21D	22C	23B	24A	25D	26A	27B	28D	29D	30B
31A	32A	33D	34A	35B					

**TRẮC NGHIỆM****Câu 1.** Chọn đáp án đúng trong các đáp án sau:

A.  $\lim u_n = +\infty$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

B.  $\lim u_n = 0$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

C.  $\lim(u_n - a) = 0$  nếu  $\lim u_n = +\infty$ .

D.  $\lim u_n = a$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

**Lời giải****Chọn D.****Câu 2.** Chọn câu sai:

A.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương.

B.  $\lim C = C$  với  $C$  là hằng số.

C.  $\lim q^n = 0$  với  $q > 1$ .

D.  $\lim q^n = 0$  với  $-1 < q < 1$ .

**Lời giải****Chọn C.****Câu 3.** Cho các mệnh đề sau:

(I) – Nếu  $\lim u_n = a$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

(II) – Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  thì  $\lim \left(\frac{u_n}{v_n}\right) = \frac{a}{b}$ .

(III) – Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n > 0$  thì  $\lim \left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$ .

(IV) – Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

A. (I); (III); (IV) đúng.

B. (III); (IV) đúng.

C. Cả 4 mệnh đề đều đúng.

D. (II); (III); (IV) đúng.

**Lời giải**

Mệnh đề (I) và (II) sai vì thiếu điều kiện.

(I) – Nếu  $\lim u_n = a$  và  $u_n \geq 0$ ,  $\forall n$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

(II) – Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  và  $b \neq 0$  thì  $\lim \left(\frac{u_n}{v_n}\right) = \frac{a}{b}$ .

**Câu 4.** Kết quả đúng của  $\lim \frac{4 - 5^{n-2}}{2^{2n} + 2.5^n}$  là

A.  $-\frac{5}{2}$ .

B.  $-\frac{1}{50}$ .

C.  $\frac{5}{2}$ .

D.  $-\frac{25}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\lim \frac{4 - 5^{n-2}}{2^{2n} + 2.5^n} = \lim \frac{\frac{4}{5^n} - \frac{1}{25}}{\left(\frac{4}{5}\right)^n + 2} = \frac{0 - \frac{1}{25}}{0 + 2} = -\frac{1}{50}.$$

**Câu 5.** Kết quả đúng của  $\lim \frac{-n^2 + 3n + 2}{\sqrt{3n^4 + 2020}}$  là

**A.**  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**B.**  $-\frac{2020}{3}$ .

**C.**  $-\frac{3}{2020}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 + 3n + 2}{\sqrt{3n^4 + 2020}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(-1 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}\right)}{\sqrt{3 + \frac{2020}{n^4}}} = \frac{-1 + 0 + 0}{\sqrt{3 + 0}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 6.** Giới hạn  $\lim(3 + 4n^2 - 5n^3)$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 5.

**D.** -5.

Lời giải

$$\lim(3 + 4n^2 - 5n^3) = \lim \left[ n^3 \cdot \left( \frac{3}{n^3} + \frac{4}{n} - 5 \right) \right] = -\infty$$

**Câu 7.** Giới hạn  $\lim(n^3 + n + 3)$  bằng

**A.** 3.

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $+\infty$ .

**D.** -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim(n^3 + n + 3) = \lim \left[ n^3 \left( 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right) \right] = +\infty.$$

**Câu 8.** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = a - b$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

Lời giải

Chọn C vì có thể  $b = 0$ .

**Câu 9.** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1)$  bằng

**A.** 1.

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.** 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 - 1 = 0.$$

**Câu 10.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 2x^2 + 1)$

**A.**  $-\infty$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.** 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 2x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( 3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right) \right] = -\infty.$$

**Câu 11.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{3x^2 + x - 1}$

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.**  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{3x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right)}{x^2 \left( 3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \cdot \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}}{3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} \right] = +\infty.$$

**Câu 12.** [Mức độ 1]  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  có kết quả nào sau đây?

A.  $-\infty$ .B.  $+\infty$ .C.  $-\frac{1}{2}$ .

D. 2.

Lời giải

Ta có  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+1) = 5 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ và } x-2 > 0 \text{ với mọi } x > 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2} = +\infty$ .

**Câu 13.** [Mức độ 1]  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-3}{x-1}$  có kết quả nào sau đây?

A.  $-\infty$ .B.  $+\infty$ .

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có:  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} (4x-3) = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0 \text{ và } x-1 < 0 \text{ với mọi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-3}{x-1} = -\infty$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , xác định trên tập  $D$  và liên tục tại điểm  $x_0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $x_0 \notin D$ .B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ .C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ .

Lời giải

Dựa vào định nghĩa hàm số liên tục, ta thấy C là mệnh đề đúng.

**Câu 15.** Hàm số  $f(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x+2}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

A.  $(-3; 0)$ .B.  $(0; 3)$ .C.  $(-\infty; 0)$ .D.  $(-3; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn B

Hàm số  $f(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x+2}$  xác định trên  $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$  nên  $f(x)$  liên tục trên mỗi khoảng đó. Ta thấy  $(0; 3) \subset D$  nên  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 16.** Hình chiếu song song của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.

Lời giải

Do tính chất của phép chiếu song song.

Biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

**Câu 17.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .

C. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.

D. Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .

Lời giải

Theo định lý về tính đồng phẳng của ba vectơ nên chọn D

**Câu 18.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\vec{AB}$  là vectơ nào dưới đây?

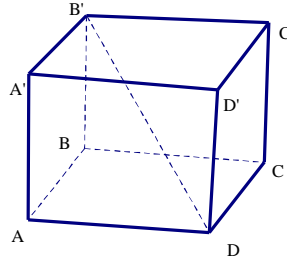
A.  $\overline{CD}$ .

B.  $\overline{B'A'}$ .

**C.  $\overline{D'C'}$ .**

D.  $\overline{BA}$ .

Lời giải



Quan sát hình vẽ ta thấy  $\overline{AB} = \overline{D'C'}$  nên chọn C.

**Câu 19.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ .

C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**D.  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .**

Lời giải

Góc giữa 2 đường thẳng trong không gian luôn nhận giá trị từ  $0^\circ$  đến  $90^\circ$

nên  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Câu 20.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BC'$  ?

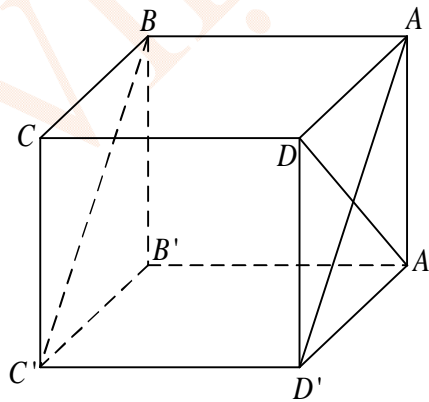
**A.  $A'D$ .**

B.  $AC$ .

C.  $BB'$ .

D.  $AD'$ .

Lời giải



Ta có góc giữa  $BC'$  và  $A'D$  bằng góc giữa  $AD'$  và  $A'D$

Mà  $AD' \perp A'D$  nên  $BC' \perp A'D$ .

**Câu 21.** Cho dãy  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4}$  bằng:

A. 0.

B.  $+\infty$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

**D.  $\frac{1}{3}$ .**

Lời giải

Ta có :  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$  là tổng n số hạng đầu của cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và  $u_n = 2n - 1$

suy ra  $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}(1 + 2n - 1) = n^2$  suy ra  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 22.** Biết  $\lim \left( \frac{\sqrt{3n^2 - 4n + 10} - \sqrt{8n^2 + 1}}{n+1} \right) = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $T = a + b$ .

A.  $T = -2$ .B.  $T = 1$ .C.  $T = -1$ .D.  $T = 3$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \left( \frac{\sqrt{3n^2 - 4n + 10} - \sqrt{8n^2 + 1}}{n+1} \right) = \lim \left( \frac{\sqrt{3 - \frac{4}{n} + \frac{10}{n^2}} - \sqrt{8 + \frac{1}{n^2}}}{1 + \frac{1}{n}} \right) = \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow T = -1.$$

**Câu 23.** Tính  $\lim \frac{\sqrt{n^9 + n + 1} - 2n}{3n^4 + 4}$  ta được:

A. 0.

B.  $+\infty$ .C.  $\frac{2}{3}$ .D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \frac{\sqrt{n^9 + n + 1} - 2n}{3n^4 + 4} = \lim \frac{\sqrt{n + \frac{1}{n^7} + \frac{1}{n^8} - \frac{2}{n^3}}}{3 + \frac{4}{n^4}} = +\infty$$

**Câu 24.**

Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x}$  bằng số nào sau đây?

A.  $-\frac{5}{2}$ .B.  $-\frac{2}{3}$ .

C. 5.

D.  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x} - 2} = -\frac{5}{2}.$$

**Câu 25.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$  bằng

A. 3.

B.  $+\infty$ .

C. 0.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(3x-5)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x-5}{x-1} = \frac{3 \cdot (-1) - 5}{(-1) - 1} = \frac{-8}{-2} = 4.$$

**Câu 26.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$  là:

A. 0.

B.  $+\infty$ .C.  $\frac{1}{2}$ .D.  $-\infty$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1} = 0$$

**Câu 27.** Cho hàm số:  $f(x) = ax^2 + (2a-1)x + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  sao cho  $a \neq 0$  và  $5a + 2021b = 1$ .  
Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau.

A. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập số thực.



**B.** Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 3)$ .

**C.** Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$ .

**D.** Đồ thị của hàm số là một đường parabol luôn có điểm chung với trục  $Ox$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x) = ax^2 + (2a-1)x + b$  là hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$

Do đó hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$ .

Ta có  $f(0) = b; f(3) = 9a + 3(2a-1) + b = 15a + b - 3 = 3 \cdot (-2021b) + b = -6062b$  vì  $5a + 2021b = 1$

Vậy  $f(0) \cdot f(3) = -6062b^2 \leq 0$ , phương trình  $f(x)$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $[0; 3]$

Đồ thị hàm số là một đường Parabol luôn có điểm chung với trục  $Ox$ .

Khi  $b = 0$ , phương trình có nghiệm là 0 và 3 do đó khẳng định B sai

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x+2)}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2x^2 + m^2 - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Tính tổng các giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $-\frac{1}{2}$ .

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x+2)}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2x^2 + m^2 - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$\forall x \neq 0, f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x+2)}{x}$  nên  $f(x)$  xác định và liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ . Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì hàm số cần liên tục tại  $x = 0$

Ta có:  $f(0) = m^2 - \frac{3}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x+2)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x + 4 - (x^2 + 4x + 4)}{x(\sqrt{x^2 - x + 4} + (x+2))} = -\frac{5}{4}$$

Vậy hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi:

$$m^2 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{4} \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$$

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 5m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

**A.**  $m \neq 5$ .

**B.**  $m \neq 2$ .

**C.**  $m \neq 3$ .

**D.**  $m \neq 1$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là:  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 5m$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+4) = 5.$$

Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1) \Leftrightarrow 5 \neq 5m \Leftrightarrow m \neq 1$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+6 & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x+m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m = 6$ .

**B.  $m = 5$**

C.  $m = 4$ .

D.  $m = 12$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là:  $\mathbb{R}$

Ta có hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

Xét tính liên tục của hàm số tại  $x = -1$ .

$$\text{Ta có } f(-1) = 3 \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (3x+6) = 3 \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2x+m) = m-2.$$

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = -1$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow 3 = m-2 \Leftrightarrow m = 5.$$

**Câu 31.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

**A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$**

B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$

C.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

D.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ} \text{ và } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$$

$$\text{nên } 2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}. \text{ Vậy } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$$

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$  và  $ABCD$  là hình vuông. Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Giá trị  $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$  bằng

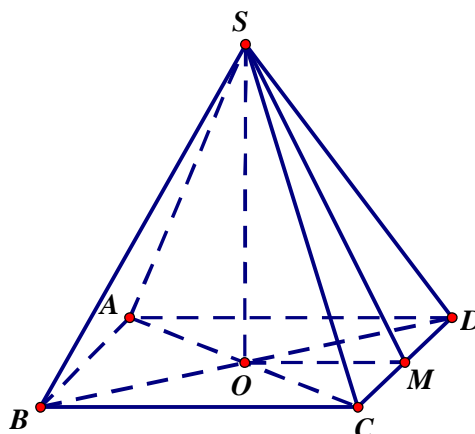
**A.  $\frac{a^2}{2}$**

B.  $-\frac{a^2}{2}$

C.  $\frac{a^2}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$

**Lời giải**



Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên các mặt bên là các tam giác đều cạnh  $a$  và

$$\Delta BSD \text{ vuông cân tại } S. \text{ Suy ra } \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SD} = 0; \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SD} = \frac{a^2}{2}$$

Do  $M$  là trung điểm của  $CD$  nên ta có:

$$\overline{MS} = -\frac{1}{2}(\overline{SC} + \overline{SD}) \text{ và } \overline{CB} = \overline{SB} - \overline{SC}.$$

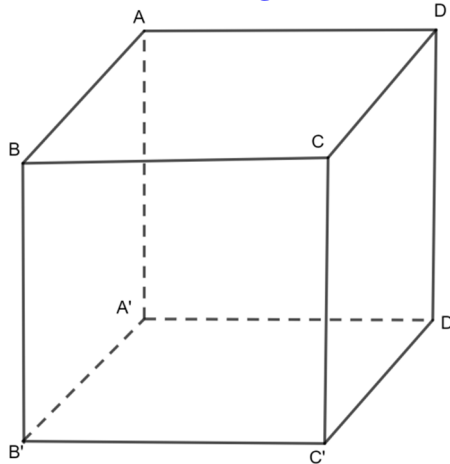
$$\begin{aligned} \overline{MS} \cdot \overline{CB} &= -\frac{1}{2}(\overline{SC} + \overline{SD})(\overline{SB} - \overline{SC}) = -\frac{1}{2}(\overline{SC} \cdot \overline{SB} + \overline{SB} \cdot \overline{SD} - \overline{SC} \cdot \overline{SD} - (\overline{SC})^2) \\ &= \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

**Câu 33.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $AB \perp AD$ .      B.  $AC \perp B'D'$ .      C.  $A'B \perp BC$ .

**D.  $AB' \perp B'C$ .**

**Lời giải**



Ta có  $AB' = B'C = AC$  (vì đều là đường chéo của hình vuông).

Suy ra tam giác  $AB'C$  là tam giác đều.

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ .

Do đó khẳng định **D** là sai.

**Câu 34.** Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.**

B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì luôn cắt nhau.

C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vector chỉ phương của chúng.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**Lời giải**

Mệnh đề A đúng.

Mệnh đề B sai vì hai đường thẳng vuông góc có thể chéo nhau.

Mệnh đề C sai vì góc giữa hai đường thẳng luôn nhỏ hơn hoặc bằng  $90^\circ$  còn góc giữa hai vector có thể là góc tù.

Mệnh đề D sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau.

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng

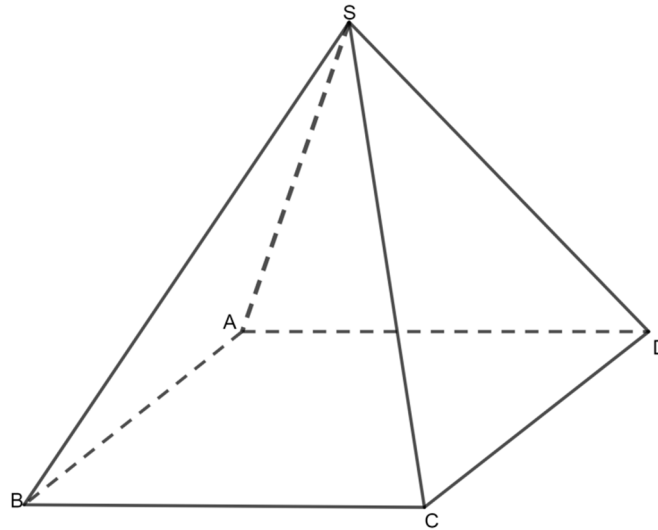
A.  $45^\circ$ .

**B.  $60^\circ$ .**

C.  $120^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $AB \parallel CD$  nên góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  chính là góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AB$  và bằng góc  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ .

### TỰ LUẬN

**Câu 36.** Cho giới hạn của dãy số  $\lim(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn) = 505$ , với  $a$  và  $b$  là hai số thực. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .

#### Lời giải

Giả thiết bài toán suy ra  $b > 0$

Ta có:

$$\lim(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn) = 505 \Leftrightarrow \lim \frac{(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn)(\sqrt{4n^2 + an - 2021} + bn)}{\sqrt{4n^2 + an - 2021} + bn} = 505$$

$$\Leftrightarrow \lim \frac{4n^2 + an - 2021 - b^2n^2}{\sqrt{4n^2 + an - 2021} + bn} = 505 \Leftrightarrow \lim \frac{(4 - b^2)n^2 + an - 2021}{n\left(\sqrt{4 + \frac{a}{n} - \frac{2021}{n^2}} + b\right)} = 505.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 4 - b^2 = 0 \quad (b > 0) \\ \frac{a}{2 + b} = 505 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 2020 \end{cases}.$$

Vậy  $P = a + b = 2022$ .

### C2: ADMIN

+) Giả thiết bài toán suy ra  $b = 2$

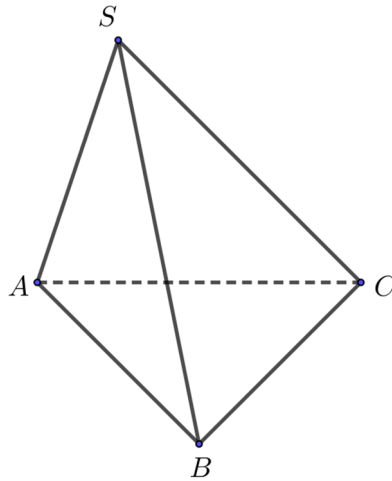
+) Ta có:

$$505 = \lim(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - 2n) = \lim \frac{an - 2021}{\sqrt{4n^2 + an - 2021} + 2n} = \lim \frac{a - \frac{2021}{n}}{\sqrt{4 + \frac{a}{n} - \frac{2021}{n^2}} + 2} = \frac{a}{4}$$

Suy ra  $a = 2020, b = 2$

**Câu 37.** Cho tứ diện  $SABC$ . Biết  $\widehat{ASB} = 60^\circ$ ,  $\widehat{BSC} = 90^\circ$ ,  $\widehat{CSA} = 120^\circ$ ,  $SA = 1$ ,  $SB = 2$ ,  $SC = x$ . Tìm  $x$  để  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$ .

**Lời giải**



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \Delta ABC \text{ vuông tại } B &\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB})(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB}^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow SA \cdot SC \cdot \cos \widehat{ASC} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} - SB \cdot SC \cdot \cos \widehat{BSC} + SB^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 1 \cdot x \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

Vậy  $x = 6$  thỏa đề bài.

**Câu 38.** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 10$ . Biết rằng

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1} = -\frac{a}{b}; \quad a, b \in \mathbb{N}^*, \quad \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản. Tính } a + b$$

**A.** 23.

**B.** 77.

**C.** 22.

**D.** 32.

**Lời giải**

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{f(x) - 5}{x - 1} \Rightarrow f(x) = (x - 1)g(x) + 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5.$$

$$\text{Ta có: } T = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - 3 + 3 - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - 3}{x - 1} - \frac{\sqrt{f(x) + 4} - 3}{x - 1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{4[f(x) - 5]}{(x - 1) \left[ \sqrt[3]{(4f(x) + 7)^2} + 3\sqrt[3]{4f(x) + 7} + 9 \right]} - \frac{f(x) - 5}{(x - 1) \left[ \sqrt{f(x) + 4} + 3 \right]} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x) - 5}{x - 1} \cdot \left( \frac{4}{\left( \sqrt[3]{(4f(x) + 7)^2} + 3\sqrt[3]{4f(x) + 7} + 9 \right)} - \frac{1}{\left( \sqrt{f(x) + 4} + 3 \right)} \right) \right]$$

$$= 10 \cdot \left( \frac{4}{27} - \frac{1}{6} \right) = -\frac{5}{27} = -\frac{a}{b} \Rightarrow a = 5; b = 27. \text{ Do đó } a + b = 32.$$

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $1 \leq f(x) \leq 2021$  với mọi  $x \in [1; 2021]$ . Chứng minh rằng luôn tồn tại  $x_0 \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(f(x_0)) = x_0$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $g(x) = f(x) - x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Do hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên ta cũng có hàm số  $y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Từ giả thiết  $1 \leq f(x) \leq 2021$  với mọi  $x \in [1; 2021]$ , ta có  $g(1) = f(1) - 1 \geq 0$  và

$$g(2021) = f(2021) - 2021 \leq 0$$

Suy ra  $g(1) \cdot g(2021) \leq 0$ , nên tồn tại  $x_0 \in [1; 2021]$  sao cho  $g(x_0) = 0$

Suy ra, tồn tại  $x_0 \in [1; 2021]$  thỏa  $f(x_0) = x_0$ .

Ta có  $f(f(x_0)) = f(x_0) = x_0$ .

## ĐỀ SỐ 28

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## PHẦN I: ĐỀ BÀI

## I. TRẮC NGHIỆM (35 CÂU)

Câu 1. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A.  $\frac{3n^2+11}{2n+3}$ .      B.  $2n-5n^2$ .      C.  $\frac{5n+1}{2n+11}$ .      D.  $\frac{3}{2n+1}$ .

Câu 2. Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

- A.  $\frac{2n+3}{n+5}$ .      B.  $\frac{1}{3n+1}$ .      C.  $\left(\frac{3}{4}\right)^{2n}$ .      D.  $\frac{2n+1}{3n^2+1}$ .

Câu 3.  $\lim \frac{2n+1}{n^3+7}$  bằng

- A. 0.      B.  $-\infty$ .      C.  $+\infty$ .      D. 2.

Câu 4.  $\lim(n^2-n+5)$  bằng

- A. 1.      B.  $-\infty$ .      C. 0.      D.  $+\infty$ .

Câu 5. Tính giới hạn  $\lim v_n$  biết  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 3$ .

- A.  $\lim v_n = \frac{2}{3}$ .      B.  $\lim v_n = \frac{3}{2}$ .      C.  $\lim v_n = 6$ .      D.  $\lim v_n = 1$

Câu 6. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng  $+\infty$  ?

- A.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ .      B.  $(-1,101)^n$ .      C.  $(0,919)^n$ .      D.  $(1,101)^n$ .

Câu 7. Trong bốn giới hạn sau, giới hạn nào bằng  $-\infty$  ?

- A.  $\lim \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .      B.  $\lim \frac{1}{n^2}$ .      C.  $\lim n^3$ .      D.  $\lim(-n^2)$ .

Câu 8. Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow a} x^2$  là

- A.  $2a$ .      B.  $a$ .      C.  $a^2$ .      D.  $a+2$ .

Câu 9. Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} (-x+3)$ .

- A. 0.      B. 2.      C. 4.      D. -5.

Câu 10. Tính  $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x + 3)$ .

- A. 3.      B.  $-\infty$ .      C.  $+\infty$ .      D. -3.

Câu 11. Tính  $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2}{x+1}$ .

- A. 6.      B. 2.      C. 1.      D. -1.

Câu 12. Tính  $N = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+2}{x-3}$ .

- A.  $-\infty$ .      B.  $+\infty$ .      C. 2.      D. -3.

Câu 13. Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ . Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x).g(x)]$  bằng

- A. 1.      B. -1.      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

**Câu 14.** Hàm số  $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 0$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 15.** Hàm số  $y = -\frac{1}{x}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 0$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 2$ .

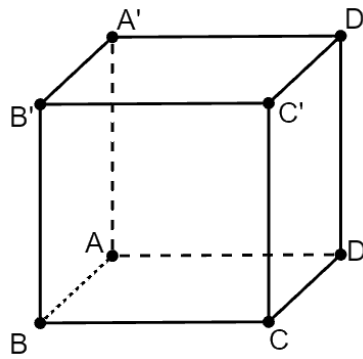
**Câu 16.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  cắt nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $a$ . Ảnh của  $b$  qua phép chiếu song song lên  $(\alpha)$  theo phương  $a$  là

- A. một điểm.                      B. một đường thẳng.                      C. một đoạn thẳng.                      D. một tia.

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có bao nhiêu vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình chóp.

- A. 10.                      B. 4.                      C. 12.                      D. 20.

**Câu 18.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\vec{AB} = \vec{AD}$ .                      B.  $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$ .  
 C.  $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$ .                      D.  $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$ .

**Câu 19.** Trong không gian cho điểm  $A$  và đường thẳng  $d$ . Có bao nhiêu đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. Vô số.

**Câu 20.** Trong không gian cho điểm  $A$  và đường thẳng  $\Delta$ . Các đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì

- A. song song với nhau.                      B. đồng phẳng.  
 C. cùng nằm trong một mặt phẳng chứa  $\Delta$ .                      D. vuông góc với nhau.

**Câu 21.** Tìm  $\lim \frac{2020n^2 - n}{2021 + n^2}$ .

- A. 2021.                      B. 2022.                      C. 4041.                      D. 2020.

**Câu 22.** Tìm  $\lim \frac{\sqrt{2n+5} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ .

- A.  $\sqrt{2} - 1$ .                      B.  $\sqrt{5}$ .                      C.  $\sqrt{2} + 1$ .                      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 23.** Tính tổng  $S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots + \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \dots$

- A.  $\frac{6}{5}$ .                      B.  $\frac{4}{5}$ .                      C.  $\frac{5}{6}$ .                      D.  $\frac{5}{4}$ .



**Câu 24.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x^2+3x-4}$  bằng

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{5}$ .

C.  $-\frac{1}{3}$ .

D.  $-\frac{1}{5}$ .

**Câu 25.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+2x^2+1}{x^2+3x-4}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C. 1.

D. 0.

**Câu 26.**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+3}{2-x}$  bằng:

A.  $+\infty$ .

B. 1.

C. -2.

D.  $-\infty$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax+1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Xác định số thực  $a$  để hàm số liên tục tại điểm

$x = 1$ .

A.  $a = -1$ .

B.  $a = 1$ .

C.  $a = 3$ .

D.  $a = -3$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$ . Chọn câu **đúng** trong các câu sau:

(I)  $f(x)$  liên tục tại  $x = \frac{1}{2}$

(II)  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = \frac{1}{2}$ .

(III)  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ .

A. (I) và (III).

B. Chỉ (II).

C. (II) và (III).

D. Chỉ (I).

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+8}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ .

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 4$ .

A.  $a = 3$ .

B.  $a = -\frac{15}{8}$ .

C.  $a = 2$ .

D.  $a = \frac{5}{2}$ .

**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $f(x) = 2x + 3 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$ .

B.  $f(x) = \frac{2x^2 - x}{3x^2 + 4}$ .

C.  $f(x) = mx^2 + 2x + 3$ .

D.  $f(x) = \tan 2x - 1$ .

**Câu 31.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$  và  $G_0$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GG_0}$ .

B.  $\overrightarrow{AG_0} = 3\overrightarrow{GG_0}$ .

C.  $\overrightarrow{AG_0} = -4\overrightarrow{GG_0}$ .

D.  $\overrightarrow{GA} = -3\overrightarrow{GG_0}$ .

**Câu 32.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh bằng  $2a$ . Tính tích vô hướng  $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$ :

- A.  $4a^2$ .                      B.  $2a^2$ .                      C.  $-2a^2$ .                      D.  $0$ .

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
 B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 C. Một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của tam giác thì sẽ vuông góc với cạnh thứ ba của tam giác đó.  
 D. Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai véc tơ chỉ phương của chúng bằng  $90^\circ$ .

**Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC$ ,  $DB = DC$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $AB \perp BC$ .                      B.  $AC \perp BD$ .                      C.  $AC \perp BD$ .                      D.  $BC \perp AD$ .

**Câu 35.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó góc giữa  $A'C'$  và  $BD$  bằng

- A.  $0^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

## II. TỰ LUẬN ( 4 CÂU )

**Bài 1.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2+4+\dots+2n+n}}{\sqrt[3]{48(1^2+2^2+\dots+n^2)+2n}}$  ?

**Bài 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$ ,  $BC$ ,  $C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$ .

**Bài 3.** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2+7} - 3\sqrt[3]{3x+5} + \sqrt[4]{3x+78}}{x^2-1}$

**Bài 4.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{nếu } \cos x < 0 \end{cases}$ . Chỉ ra các điểm gián đoạn của hàm số trên khoảng  $(0; 2021)$ ?

.....**Hết**.....

## PHẦN II: BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.D	2.A	3.A	4.D	5.A	6.D	7.D	8.C	9.B	10.C
11.D	12.B	13.D	14.D	15.A	16.B	17.D	18.A	19.D	20.B
21.D	22.A	23.C	24.D	25.B	26.D	27.D	28.B	29.B	30.D
31.D	32.D	33.A	34.D	35.D					

## PHẦN III: LỜI GIẢI CHI TIẾT

## I. TRẮC NGHIỆM (35 CÂU)

**Câu 1.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A.  $\frac{3n^2+11}{2n+3}$ .

B.  $2n-5n^2$ .

C.  $\frac{5n+1}{2n+11}$ .

D.  $\frac{3}{2n+1}$ .

**Lời giải**

Người làm: Trần Thị Mai Liên ; Fb: mailien

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n}}{2+\frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0$ .

**Câu 2.** Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

A.  $\frac{2n+3}{n+5}$ .

B.  $\frac{1}{3n+1}$ .

C.  $\left(\frac{3}{4}\right)^{2n}$ .

D.  $\frac{2n+1}{3n^2+1}$ .

**Lời giải**

Người làm: Trần Thị Mai Liên; Fb: mailien

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{3}{n}}{1+\frac{5}{n}} = \frac{2}{1} = 2$ .

**Câu 3.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^3+7}$  bằng

A. 0.

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

D. 2.

**Lời giải**

Người làm: Trần Thị Mai Liên; Fb: mailien

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^3+7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{1 + \frac{7}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0$ .

**Câu 4.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - n + 5)$  bằng

A. 1.

B.  $-\infty$ .

C. 0.

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Người làm: Trần Thị Mai Liên; Fb: mailien

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - n + 5) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n^2 \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2} \right) \right]$ .

Mà  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = +\infty$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2} \right) = 1 > 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n^2 \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2} \right) \right] = +\infty$ .

**Câu 5.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$  biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = 3$ .

**A.**  $\lim v_n = \frac{2}{3}$ .

**B.**  $\lim v_n = \frac{3}{2}$ .

**C.**  $\lim v_n = 6$ .

**D.**  $\lim v_n = 1$ .

Lời giải

$$\lim v_n = \lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{\lim u_n}{\lim v_n} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 6.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng  $+\infty$ ?

**A.**  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ .

**B.**  $(-1,101)^n$ .

**C.**  $(0,919)^n$ .

**D.**  $(1,101)^n$ .

Lời giải

Ta có  $\lim (1,101)^n = +\infty$  do  $1,101 > 1$ .

**Câu 7.** Trong bốn giới hạn sau, giới hạn nào bằng  $-\infty$ ?

**A.**  $\lim \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

**B.**  $\lim \frac{1}{n^2}$ .

**C.**  $\lim n^3$ .

**D.**  $\lim (-n^2)$ .

Lời giải

$$\lim (-n^2) = -\lim n^2 = -\infty.$$

**Câu 8.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow a} x^2$  là

**A.**  $2a$ .

**B.**  $a$ .

**C.**  $a^2$ .

**D.**  $a+2$ .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow a} x^2 = a^2.$$

**Câu 9.** Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} (-x+3)$ .

**A.**  $0$ .

**B.**  $2$ .

**C.**  $4$ .

**D.**  $-5$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow 1} (-x+3) = -1+3 = 2.$$

**Câu 10.** Tính  $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x + 3)$ .

**A.**  $3$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $+\infty$ .

**D.**  $-3$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) = +\infty$$

$$\text{vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) = 1 > 0.$$

**Câu 11.** Tính  $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2}{x+1}$ .

**A.**  $6$ .

**B.**  $2$ .

**C.**  $1$ .

**D.**  $-1$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = -1.$$

**Câu 12.** Tính  $N = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+2}{x-3}$ .

**A.**  $-\infty$ .

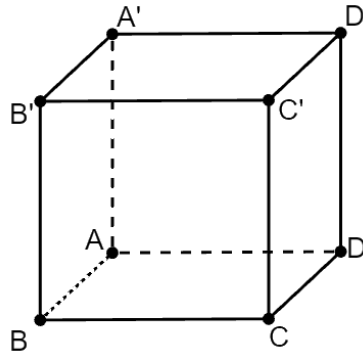
**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $2$ .

**D.**  $-3$ .

Lời giải





Đẳng thức nào sau đây sai?

**A.**  $\overline{AB} = \overline{AD}$ .

**C.**  $\overline{CB} + \overline{CD} = \overline{CA}$ .

**B.**  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$ .

**D.**  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$ .

**Lời giải**

Hai vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{AD}$  là 2 vectơ không cùng phương nên chúng không bằng nhau.

**Câu 19.** Trong không gian cho điểm  $A$  và đường thẳng  $d$ . Có bao nhiêu đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** Vô số.

**Lời giải**

Có vô số đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

**Câu 20.** Trong không gian cho điểm  $A$  và đường thẳng  $\Delta$ . Các đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì

**A.** song song với nhau.

**B.** đồng phẳng.

**C.** cùng nằm trong một mặt phẳng chứa  $\Delta$ .

**D.** vuông góc với nhau.

**Lời giải**

Các đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  cùng nằm trong 1 mặt phẳng, mặt phẳng đó vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ .

**Câu 21.** Tìm  $\lim \frac{2020n^2 - n}{2021 + n^2}$ .

**A.** 2021.

**B.** 2022.

**C.** 4041.

**D.** 2020.

**Lời giải**

Chia tử số và mẫu số cho  $n^2$ , ta được  $\frac{2020n^2 - n}{2021 + n^2} = \frac{2020 - \frac{1}{n}}{\frac{2021}{n^2} + 1}$ .

$$\text{Vì } \lim \left( 2020 - \frac{1}{n} \right) = \lim 2020 - \lim \frac{1}{n} = 2020 - 0 = 2020$$

$$\text{Và } \lim \left( \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} + 1 \right) = \lim \frac{1}{n} \cdot \lim \frac{1}{n} + \lim 1 = 2021 \cdot 0 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$\text{Nên } \lim \frac{2020n^2 - n}{2021 + n^2} = \lim \frac{2020 - \frac{1}{n}}{\frac{2021}{n^2} + 1} = \frac{\lim \left( 2020 - \frac{1}{n} \right)}{\lim \left( \frac{2021}{n^2} + 1 \right)} = \frac{2020}{1} = 2020.$$

Vậy  $\lim \frac{2020n^2 - n}{2021 + n^2} = 2020$ .

**Câu 22.** Tìm  $\lim \frac{\sqrt{2n+5} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ .

**A.**  $\sqrt{2}-1$ .

**B.**  $\sqrt{5}$ .

**C.**  $\sqrt{2}+1$ .

**D.**  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim \frac{\sqrt{2n+5} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}} = \lim \frac{\sqrt{2+\frac{5}{n}} - 1}{1} = \sqrt{2} - 1$ .

Vậy  $\lim \frac{\sqrt{2n+5} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}} = \sqrt{2} - 1$ .

**Câu 23.** Tính tổng  $S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots + \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \dots$

**A.**  $\frac{6}{5}$ .

**B.**  $\frac{4}{5}$ .

**C.**  $\frac{5}{6}$ .

**D.**  $\frac{5}{4}$ .

**Lời giải**

Các số hạng của tổng lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1$ ,  $q = -\frac{1}{5}$ .

Tổng của  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân có  $u_1 = 1$ ,  $q = -\frac{1}{5}$  bằng:

$$S_n = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots + \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Vì:  $|q| < 1$ , do đó:

$$S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots + \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \dots = \lim S_n = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{5}\right)} = \frac{5}{6}$$

Vậy  $S = \frac{5}{6}$ .

**Câu 24.** [Mức độ 2]  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x^2+3x-4}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.**  $\frac{1}{5}$ .

**C.**  $-\frac{1}{3}$ .

**D.**  $-\frac{1}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x^2+3x-4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(x-1)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x+4} = -\frac{1}{5}$ .

**Câu 25.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+2x^2+1}{x^2+3x-4}$  bằng

**A.**  $-\infty$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 1.

**D.** 0.

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3})}{x^2(1 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}}{1 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}}{1 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}} = 1 \end{cases} \text{ nên } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 3x - 4} = +\infty.$$

**Câu 26.**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+3}{2-x}$  bằng:

A.  $+\infty$ .

B. 1.

C.  $-2$ .

**D.  $-\infty$ .**

## Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+3) = 7 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (2-x) = 0 \\ 2-x < 0 \text{ khi } x \rightarrow 2^+ \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+3}{2-x} = -\infty.$$

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax+1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Xác định số thực  $a$  để hàm số liên tục tại điểm

$$x = 1.$$

A.  $a = -1$ .

B.  $a = 1$ .

C.  $a = 3$ .

**D.  $a = -3$ .**

## Lời giải

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } f(1) = a+1$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax+1) = a+1; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-3) = -2.$$

$$\text{Hàm số đã cho liên tục tại } x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a+1 = -2 \Leftrightarrow a = -3.$$

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$ . Chọn câu **đúng** trong các câu sau:

(I)  $f(x)$  liên tục tại  $x = \frac{1}{2}$

(II)  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = \frac{1}{2}$ .

(III)  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ .

A. (I) và (III).

**B. Chỉ (II).**



C. (II) và (III).

D. Chỉ (I).

Lời giải

$$\text{Ta có: } D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} = 0. \text{ Do không tồn tại } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) \text{ nên không tồn tại } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x).$$

Vậy hàm số gián đoạn tại  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+8}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ .

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 4$ .

A.  $a = 3$ .B.  $a = -\frac{15}{8}$ .C.  $a = 2$ .D.  $a = \frac{5}{2}$ .

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+8}}{x-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+8}) \cdot (\sqrt{3x+4} + \sqrt{2x+8})}{(x-4) \cdot (\sqrt{3x+4} + \sqrt{2x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{3x+4} + \sqrt{2x+8}} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x_0 = 4 \Leftrightarrow f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x) \Leftrightarrow a+2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow a = -\frac{15}{8}.$$

**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $f(x) = 2x + 3 \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$ .

B.  $f(x) = \frac{2x^2 - x}{3x^2 + 4}$ .

C.  $f(x) = mx^2 + 2x + 3$ .

D.  $f(x) = \tan 2x - 1$ .

Lời giải

$$\text{Do hàm số } f(x) = \tan 2x - 1 \text{ có tập xác định là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

nên hàm số không xác định trên  $\mathbb{R} \Rightarrow f(x)$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$  và  $G_0$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

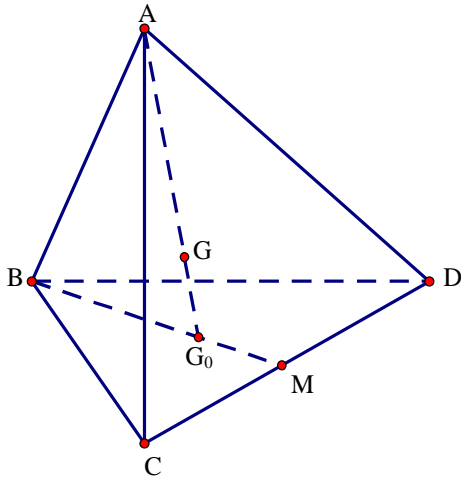
A.  $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GG_0}$ .

B.  $\overrightarrow{AG_0} = 3\overrightarrow{GG_0}$ .

C.  $\overrightarrow{AG_0} = -4\overrightarrow{GG_0}$ .

D.  $\overrightarrow{GA} = -3\overrightarrow{GG_0}$ .

## Lời giải



Do  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$  nên ta có  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

$G_0$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  nên ta có  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{GG_0}$ .

Từ hai đẳng thức trên suy ra  $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG_0} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} = -3\overrightarrow{GG_0}$ .

**Câu 32.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh bằng  $2a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ :

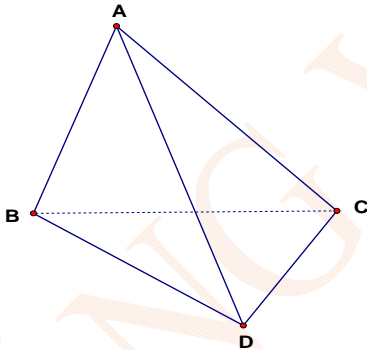
A.  $4a^2$ .

B.  $2a^2$ .

C.  $-2a^2$ .

D.  $0$ .

## Lời giải



Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

$$= -2a \cdot 2a \cdot \cos 60^\circ + 2a \cdot 2a \cdot \cos 60^\circ = 0$$

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của tam giác thì sẽ vuông góc với cạnh thứ ba của tam giác đó.

D. Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai véc tơ chỉ phương của chúng bằng  $90^\circ$ .

## Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau.

**Câu 34.** [Mức độ 2] Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC$ ,  $DB = DC$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

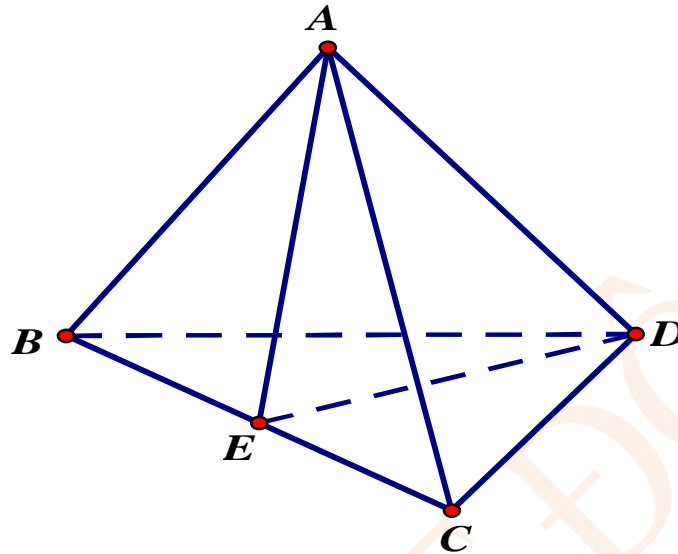
A.  $AB \perp BC$ .

B.  $AC \perp BD$ .

C.  $AC \perp BD$ .

**D.  $BC \perp AD$ .**

Lời giải



+Gọi  $E$  là trung điểm của  $BC$ . Vì tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , tam giác  $DBC$  cân tại  $D$  nên ta có  $AE \perp BC, DE \perp BC$ .

+ Do đó,  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} \cdot (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}) = 0$ , nên  $BC \perp AD$ .

**Câu 35.** [Mức độ 2] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó góc giữa  $A'C'$  và  $BD$  bằng

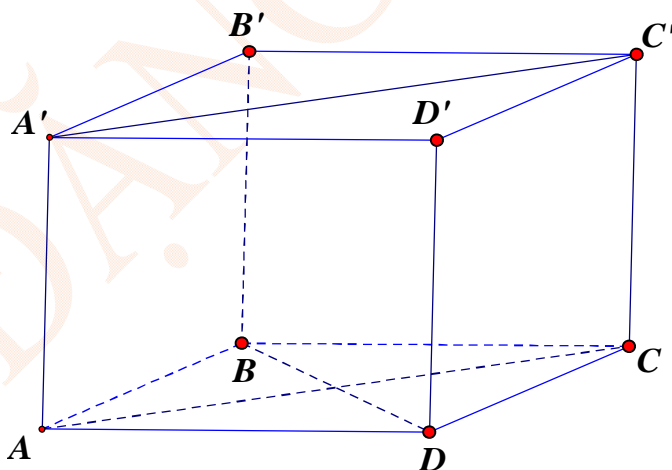
A.  $0^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

**D.  $90^\circ$ .**

Lời giải



Vì  $AC \parallel A'C' \Rightarrow (A'C'; BD) = (AC; BD) = 90^\circ$  (tính chất hai đường chéo của hình vuông).

## II. TỰ LUẬN ( 4 CÂU )

**Bài 1.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2+4+\dots+2n+n}}{\sqrt[3]{48(1^2+2^2+\dots+n^2)+2n}}$  ?

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2+4+\dots+2n+n}}{\sqrt[3]{48(1^2+2^2+\dots+n^2)+2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2(1+2+\dots+n)}+n}{\sqrt[3]{48(1^2+2^2+\dots+n^2)+2n}}$$

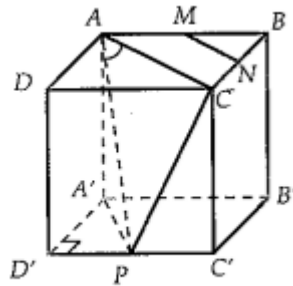
$$\text{Mà: } 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}; \quad 1^2+2^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} I &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 \frac{n(n+1)}{2}} + n}{\sqrt[3]{48 \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) + 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 \left( 1 + \frac{1}{n} \right)} + n}{\sqrt[3]{8n^3 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{1}{n} \right) + 2n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left( \sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1 \right)}{n \left( \sqrt[3]{8 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{1}{n} \right)} + 2 \right)} = \frac{\sqrt{1+1}+1}{\sqrt[3]{8+2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Bài 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$ .

**Lời giải**



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng  $a$  và  $MN \parallel AC$  nên:  $(\widehat{MN, AP}) = (\widehat{AC, AP})$ .

$$\text{Vì } \Delta A'D'P \text{ vuông tại } D' \text{ nên } A'P = \sqrt{A'D'^2 + D'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\Delta AA'P \text{ vuông tại } A' \text{ nên } AP = \sqrt{A'A^2 + A'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\Delta CC'P \text{ vuông tại } C' \text{ nên } CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có  $AC$  là đường chéo của hình vuông  $ABCD$  nên  $AC = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ACP$  ta có:

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos \widehat{CAP}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{CAP} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAP} = 45^\circ < 90^\circ$$

Vậy  $(\widehat{AC; AP}) = \widehat{CAP} = 45^\circ$  hay  $(\widehat{MN; AP}) = 45^\circ$ .

**Bài 3.** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 7} - 3\sqrt[3]{3x+5} + \sqrt[4]{3x+78}}{x^2 - 1}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{2x^2 + 7} - 3\sqrt[3]{3x+5} + \sqrt[4]{3x+78}}{x^2 - 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{2x^2 + 7} - 3}{x^2 - 1} - 3 \frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2}{x^2 - 1} + \frac{\sqrt[4]{3x+78} - 3}{x^2 - 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \left( \frac{2x^2 - 2}{\sqrt{2x^2 + 7} + 3} - 3 \frac{3x - 3}{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4} + \frac{3x - 3}{(\sqrt[4]{3x+78} + 3)(\sqrt{3x+78} + 9)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{\sqrt{2x^2 + 7} + 3} - \frac{9}{\left(\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4\right)(x+1)} + \frac{3}{(x+1)(\sqrt[4]{3x+78} + 3)(\sqrt{3x+78} + 9)} \right) \\ &= \frac{-1}{36}. \end{aligned}$$

**Bài 4.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{ne\`u } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{ne\`u } \cos x < 0 \end{cases}$ . Chỉ ra các điểm gián đoạn của hàm số trên khoảng  $(0; 2021)$ ?

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$ , khi đó:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{ne\`u } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \\ 1 + \cos x & \text{ne\`u } x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 = f(0)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = 0 = f(2\pi)$ .

Hàm số rõ ràng liên tục trên các khoảng  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ;  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$  và  $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

Ta xét tại  $x = \frac{\pi}{2}$ :

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} (1 + \cos x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \sin x = 1;$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

Như vậy  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  nên hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Ta xét tại  $x = \frac{3\pi}{2}$ :

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} \sin x = -1; \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} (1 + \cos x) = 1;$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} f(x)$  nên hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại điểm  $x = \frac{3\pi}{2}$ .

Do đó, trên đoạn  $[0; 2\pi]$  hàm số chỉ gián đoạn tại điểm  $x = \frac{3\pi}{2}$ .

Do tính chất tuần hoàn của hàm số  $y = \cos x$  và  $y = \sin x$  suy ra hàm số gián đoạn tại các điểm  $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Ta có  $x \in (0; 2021) \Leftrightarrow 0 < \frac{3\pi}{2} + k2\pi < 2021 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < k < \frac{2021}{2\pi} - \frac{3}{4} \approx 320.902$ .

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 320\}$ .

Vậy, hàm số  $f$  gián đoạn tại các điểm  $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$  với  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 320\}$

## ĐỀ SỐ 29

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

## Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## I. TRẮC NGHIỆM ( 7 ĐIỂM)

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2021) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $-2021$ .                      D. 2021.

**Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 1 ?

- A.  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$ .                      B.  $\lim \frac{1-n}{n+2}$ .                      C.  $\lim \frac{1+n}{n-1}$ .                      D.  $\lim \left(-1 + \frac{2}{n}\right)$ .

**Câu 3.** Đặt  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = b$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .                      B.  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .  
C.  $\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n$ .                      D.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$ .

**Câu 4.** Chọn khẳng định đúng.

- A. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
B. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi..  
C. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
D. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $\lim q^n = +\infty$  (với  $|q| > 1$  ).  
B. Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .  
C.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k$  là một số nguyên dương.  
D.  $\lim q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .

**Câu 6.** Cho các dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A. 1.                      B. 0.                      C.  $-\infty$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = -\infty$ .                      B. Nếu  $\lim u_n = -a$  thì  $\lim |u_n| = a$ .  
C. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim |u_n| = 0$ .                      D. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = +\infty$ .

**Câu 8.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2021$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$  (nếu có).

- A.  $+\infty$ .                      B. Không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ .  
C.  $-\infty$ .                      D. 0.





C.  $MN \parallel (A'C'D)$ .

D.  $MN \parallel (BC'B)$ .

**Câu 19.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng?

A.  $a^2$

B.  $\frac{a^2}{2}$

C. 0

D.  $-\frac{a^2}{2}$

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .

A.  $60^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 21.** Tìm  $a$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}$ .

A.  $a = 6$ .

B.  $a = 3$ .

C.  $a = 27$ .

D.  $a = 9$ .

**Câu 22.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$ . Tính tổng:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$

A.  $S = \frac{3}{2}$ .

B.  $S = \frac{2}{3}$ .

C.  $S = 2$ .

D.  $S = \frac{1}{2}$ .

**Câu 23.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$ . Khi đó  $1 - L^2$  bằng

A. 1.

B.  $\frac{3}{4}$ .

C. 0.

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 24.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 - 5}}$ .

A.  $\frac{3}{5}$ .

B.  $-\frac{3}{5}$ .

C. 5.

D. -5.

**Câu 25.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$  bằng

A. 2.

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

D. 1.

**Câu 26.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 10.

C. -10.

D. -6.

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3} & \text{khi } x \neq -3 \\ -x^2 + 3 & \text{khi } x = -3 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm  $x = -3$  và gián đoạn tại các điểm  $x \neq -3$ .

B. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

D. Hàm số không liên tục tại điểm  $x = -3$ .

**Câu 28.** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}}, & x \neq 4 \\ a + 5 & x = 4 \end{cases}$ , tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ :

A.  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} + 5$ .

B.  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$ .

C.  $a = -5$ .

D.  $a = 5$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{khi } x > 2 \\ \sqrt{4x+1} - 3 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = \frac{-3}{2}$ .      B.  $m = \frac{-1}{8}$ .      C.  $m = \frac{1}{8}$ .      D.  $m = \frac{3}{2}$ .

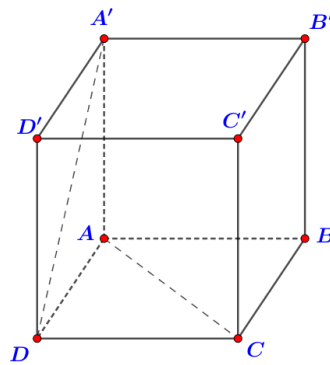
**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ .      B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .      C.  $y = 4x^3 - 3x + 1$ .      D.  $y = \frac{2x-5}{x^2+2}$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $SA$  vuông góc với đáy và  $AB = SA = a$ ,  $AC = 2a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$ .

- A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 33.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$ ?

- A.  $120^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 34.** Trong không gian, cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Các vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$  đồng phẳng.  
 B. Các vector  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{CC'}$  không đồng phẳng.  
 C. Các vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'}$ ,  $\overrightarrow{A'C}$  không đồng phẳng.  
 D. Các vector  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .      B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .      C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .      D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

## II. TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tính giới hạn  $\lim \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 37.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Chứng minh các vector  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{IK}$ ,  $\overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

- Câu 38.** Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng .Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới là  $50\text{cm}$  .Hỏi chiều cao tối đa của mô hình là bao nhiêu?
- Câu 39.** Chứng minh rằng phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  luôn có 3 nghiệm.

Lời giải

1D	2C	3A	4C	5A	6B	7C	8D	9C	10C
11C	12C	13D	14B	15A	16B	17C	18B	19C	20D
21A	22B	23B	24D	25C	26C	27C	28B	29B	30B
31A	32B	33B	34D	35D					

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2021) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $-2021$ .                      **D. 2021.**

Lời giải

Áp dụng định nghĩa 2 trang 113 sách giáo khoa Đại số và Giải tích 11 ban Cơ bản ta có  $\lim u_n = 2021$ .

**Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

- A.  $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$ .                      B.  $\lim \frac{1-n}{n+2}$ .                      **C.  $\lim \frac{1+n}{n-1}$** .                      D.  $\lim \left(-1 + \frac{2}{n}\right)$ .

Lời giải

$$\text{Vì } \lim \frac{3n+1}{-3n-3} = \lim \frac{1-n}{n+2} = \lim \left(-1 + \frac{2}{n}\right) = -1.$$

$$\text{Còn } \lim \frac{1+n}{n-1} = 1.$$

**Câu 3.** Đặt  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = b$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .**                      B.  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n$ .  
C.  $\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n$ .                      D.  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$ .

Lời giải

Mệnh đề  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$  là mệnh đề đúng nên mệnh đề ở câu A sai.

**Câu 4.** Chọn khẳng định đúng.

- A. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
B. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi..  
**C. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.**  
D. Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  nhỏ hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải

Dãy số  $(u_n)$  có giới hạn là  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$  nếu  $u_n$  lớn hơn một số dương bất kì kể từ một số hạng nào đó trở đi, do đó chọn C.

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim q^n = +\infty$  (với  $|q| > 1$ ).**





**Câu 15.** Khẳng định nào đúng ?

**A.** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**B.** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  là hàm sơ cấp xác định trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 16.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

**A.** Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

**B.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

**C.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

**D.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tính chất của phép chiếu song song:

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Suy ra B sai : Chúng có thể trùng nhau.

**Câu 17.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây không kết luận được ba vectơ đó đồng phẳng.

**A.** Một trong ba vectơ đó bằng  $\vec{0}$ .

**B.** Có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

**C.** Có một vectơ không cùng hướng với hai vectơ còn lại.

**D.** Có hai trong ba vectơ đó cùng hướng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Nếu hai trong ba vectơ đó cùng hướng thì ba vectơ đồng phẳng; nếu hai trong ba vectơ đó không cùng hướng thì chưa thể kết luận được ba vectơ đó đồng phẳng.

**Câu 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $M, N$  là các điểm thỏa  $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$ ,  $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A.  $MN \parallel (AC'B)$ .

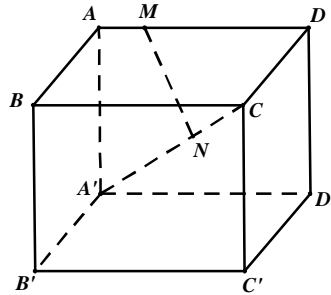
**B.  $MN \parallel (BC'D)$ .**

C.  $MN \parallel (A'C'D)$ .

D.  $MN \parallel (BC'B)$ .

Lời giải

**Chọn B**



Đặt  $\vec{BA} = \vec{a}, \vec{BB'} = \vec{b}, \vec{BC} = \vec{c}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là ba vec tơ không đồng phẳng và  
 $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{c}$   
 $\vec{BC'} = \vec{b} + \vec{c}, \vec{BA'} = \vec{a} + \vec{b}$ .

Ta có  $\vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{MD} \Rightarrow \vec{BA} - \vec{BM} = -\frac{1}{4}(\vec{BD} - \vec{BM}) \Rightarrow \frac{5}{4}\vec{BM} = \vec{BA} + \frac{1}{4}\vec{BD}$   
 $\Rightarrow \vec{BM} = \frac{4\vec{BA} + \vec{BD}}{5} = \frac{4\vec{a} + (\vec{a} + \vec{c})}{5} = \frac{5\vec{a} + \vec{c}}{5}$ .

Tương tự

$\vec{BN} = \frac{3\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}}{5}, \vec{MN} = \vec{BN} - \vec{BM} = \frac{-2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}}{5} = -\frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{3}{5}(\vec{b} + \vec{c}) = -\frac{2}{5}\vec{BD} + \frac{3}{5}\vec{BC'}$

Suy ra  $\vec{MN}, \vec{DB}, \vec{BC'}$  đồng phẳng mà  $N \notin (BC'D) \Rightarrow MN \parallel (BC'D)$ .

**Câu 19.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$  bằng?

A.  $a^2$

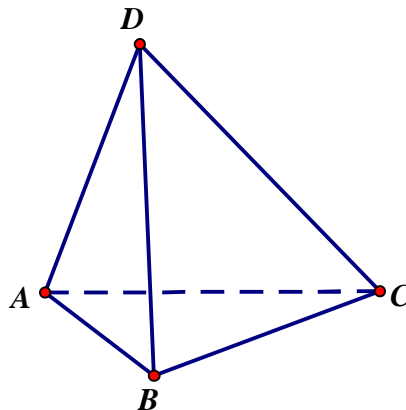
B.  $\frac{a^2}{2}$

**C. 0**

D.  $-\frac{a^2}{2}$

Lời giải

**Chọn C**



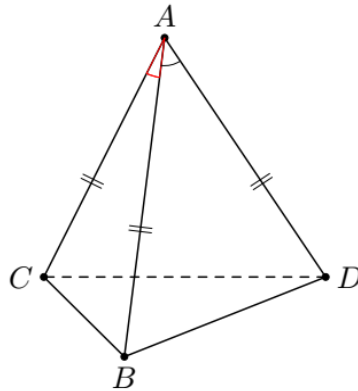
$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = (\vec{CB} - \vec{CA}) \cdot \vec{CD} = \vec{CB} \cdot \vec{CD} - \vec{CA} \cdot \vec{CD} = CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = 0$ .



- Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      **D.  $90^\circ$ .**

Lời giải

**Chọn D**



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos 60^\circ - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$$

$$\lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6.$$

- Câu 21.** Tìm  $a$  để  $\lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}$ .

**A.  $a = 6$ .**                      B.  $a = 3$ .                      C.  $a = 27$ .                      D.  $a = 9$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \lim \frac{a + \frac{4}{n}}{8 + \frac{3}{n^2}} = \frac{\lim \left( a + \frac{4}{n} \right)}{\lim \left( 8 + \frac{3}{n^2} \right)} = \frac{a}{8}.$$

- Câu 22.**  $\lim \frac{a.n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$ . Tính tổng:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$

A.  $S = \frac{3}{2}$ .                      **B.  $S = \frac{2}{3}$ .**                      C.  $S = 2$ .                      D.  $S = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$S$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1; q = -\frac{1}{2}$ .

$$\text{Do đó ta có: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 23.** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$ . Khi đó  $1 - L^2$  bằng

- A. 1.                      **B.  $\frac{3}{4}$ .**                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3}\right)}{n^3 \left(\frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^2} + 4\right)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } L = \frac{1}{2}. \text{ Khi đó } 1 - L^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}.$$

**Câu 24.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-5}}$ .

- A.  $\frac{3}{5}$ .                      B.  $-\frac{3}{5}$ .                      C. 5.                      **D. -5.**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(5 - \frac{3}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(5 - \frac{3}{x}\right)}{-x \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = -5.$$

**Câu 25.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x}$  bằng

- A. 2.                      B.  $-\infty$ .                      **C.  $+\infty$ .**                      D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x+1) = 1; x > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x} = +\infty$$

**Câu 26.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x\right) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu ?

- A. 6.                      B. 10.                      **C. -10.**                      D. -6.

Lời giải

**Chọn C**

**Cách 1:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a.x + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = -\frac{a}{2}$

Mà  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = -10$ .

**Cách 2:** Bấm máy tính như sau  $\sqrt{x^2 + Ax + 5} + x + \text{CACL} + x = -10^{10}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3} & \text{khi } x \neq -3 \\ -x^2 + 3 & \text{khi } x = -3 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm  $x = -3$  và gián đoạn tại các điểm  $x \neq -3$ .  
 B. Hàm số không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 D. Hàm số không liên tục tại điểm  $x = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

+ Với  $x \neq -3$ :  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ .

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; +\infty)$ .

+ Tại  $x = -3$ :  $f(-3) = -6$ ;  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 3) = -6$ .

Vậy hàm số đã cho liên tục tại  $x = -3$

Vậy hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}}, & x \neq 4 \\ a + 5 & x = 4 \end{cases}$ , tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ :

- A.  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} + 5$ .      **B.  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$ .**      C.  $a = -5$ .      D.  $a = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$  thì:

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}} = \sqrt{\frac{4^2 + 3}{4^2 - 2 \cdot 4 - 3}} = \sqrt{\frac{19}{5}} = f(4)$$

$$\Leftrightarrow a + 5 = f(4) = \sqrt{\frac{19}{5}} \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$$

Vậy  $a = \sqrt{\frac{19}{5}} - 5$  thì hàm số liên tục tại  $x = 4$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{khi } x > 2 \\ \sqrt{4x+1} - 3 & \text{khi } x > 2 \\ 2mx - 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số liên tục

trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m = \frac{-3}{2}$ .

**B.  $m = \frac{-1}{8}$ .**

C.  $m = \frac{1}{8}$ .

D.  $m = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Khi  $x \in (2; +\infty)$  thì  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$  là hàm sơ cấp xác định trên  $(2; +\infty)$  nên hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(2; +\infty)$ .

Khi  $x \in (-\infty; 2)$  thì  $f(x) = 2mx - 1$  là hàm đa thức nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; 2)$ .

Do đó hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

Ta có:  $f(2) = 4m - 1$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{(4x+1-9)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4} = \frac{-3}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2mx - 1) = 4m - 1.$$

Hàm số liên tục tại  $x = 2$  khi và chỉ khi:

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow 4m - 1 = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow m = \frac{-1}{8}.$$

**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ .

**B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .**

C.  $y = 4x^3 - 3x + 1$ .

D.  $y = \frac{2x-5}{x^2+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số bị gián đoạn tại điểm  $x = -1$ . Do

đó hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $SA$  vuông góc với đáy và  $AB = SA = a$ ,  $AC = 2a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$ .

**A.  $30^\circ$ .**

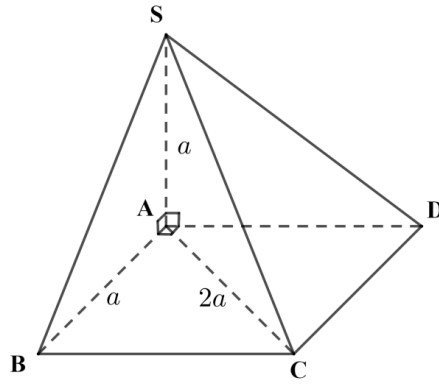
B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



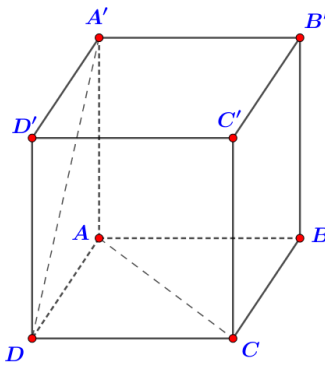
Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B \Rightarrow AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$ .

Ta có  $BC \parallel AD$  nên  $(\widehat{SD, BC}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$ .

Xét tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$ , ta có  $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 30^\circ$ .

Vậy  $(\widehat{SD, BC}) = 30^\circ$ .

**Câu 32.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng

A.  $45^\circ$ .

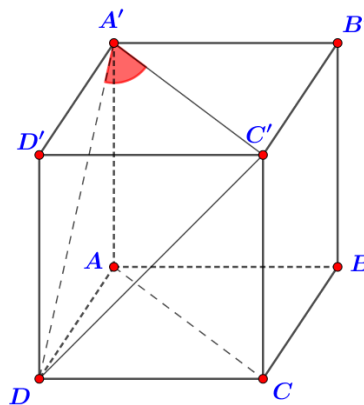
B.  $60^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



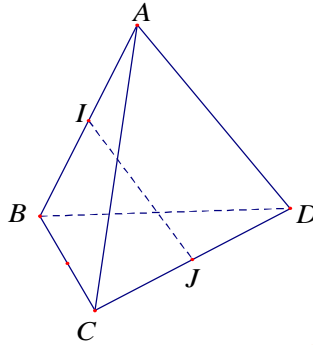
Do  $A'C' \parallel AC$  nên ta có:  $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'}$ .

Vì  $A'D = A'C' = C'D \Rightarrow \Delta A'C'D$  đều  $\Rightarrow \widehat{DA'C'} = 60^\circ$ .

- Câu 33.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$ ?
- A.  $120^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác  $ICD$  có  $J$  là trung điểm đoạn  $CD$ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$$

Vì tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$  và  $\widehat{BAC} = 60^\circ$

Nên tam giác  $ABC$  đều. Suy ra:  $CI \perp AB$

Tương tự ta có tam giác  $ABD$  đều nên  $DI \perp AB$ .

$$\text{Xét } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

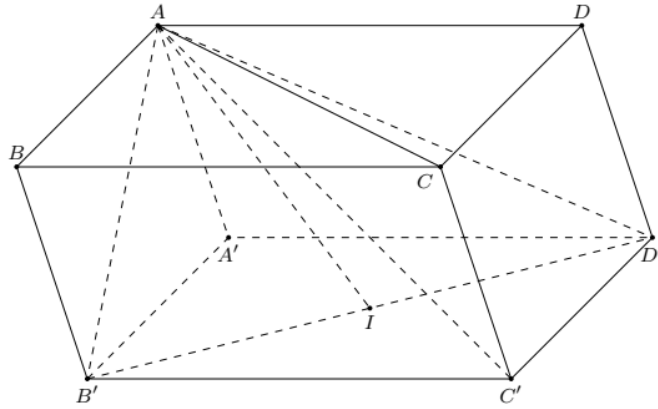
Suy ra  $\overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB}$ . Hay góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$  bằng  $90^\circ$ .

- Câu 34.** Trong không gian, cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Các vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$  đồng phẳng.
- B. Các vectơ  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{CC'}$  không đồng phẳng.
- C. Các vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'}$ ,  $\overrightarrow{A'C}$  không đồng phẳng.
- D. Các vectơ  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D



Xét phương án A. Ta có  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ ,  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$ ,  $\overline{CB} - \overline{CA} = \overline{AB}$ .

Các vector  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AC'}$  không đồng phẳng vì  $ABCC'$  là tứ diện.

Xét phương án B. Ta có  $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$  đồng phẳng vì giá của chúng là các đường thẳng song song nhau nên sẽ luôn song song với một mặt phẳng nào đó.

Xét phương án C. Ta có  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$ ,  $\overline{C'B'} + \overline{C'D'} = \overline{C'A'}$ . Các vector  $\overline{AC}, \overline{C'A'}, \overline{A'C}$  có giá là các đường thẳng cùng nằm trên mặt phẳng  $(AA'C'C)$  nên chúng đồng phẳng.

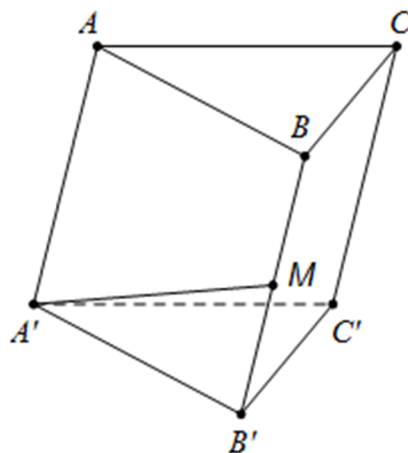
Xét phương án D. Ta có  $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AB'}$ ,  $\overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AD'}$ . Các vector  $\overline{AB'}, \overline{AD'}, \vec{x} = \overline{AB'} + \overline{AD'}$  hiển nhiên đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overline{CA} = \vec{a}$ ,  $\overline{CB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    B.  $\overline{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    C.  $\overline{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    **D.  $\overline{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .**

Lời giải.

**Chọn D**



$$\text{Ta có: } \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AB'} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AA'} = \overline{AC} + \overline{CB} + \frac{1}{2}\overline{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

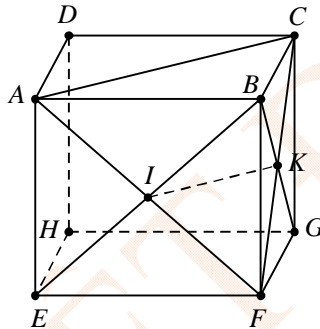
**Câu 36.** Tính giới hạn  $\lim \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right), n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \right) &= \lim \left[ 2 \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \right] \\ &= \lim \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \right] = \lim \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) \right] = 1 \end{aligned}$$

**Câu 37.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Chứng minh các vectơ  $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

**Lời giải**



Vì  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AF$  và  $CF$ .

Suy ra  $IK$  là đường trung bình của tam giác  $AFC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$ .

Mà  $GF \parallel (ABCD)$  và  $BD \subset (ABCD)$  suy ra ba vectơ  $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 38.** Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới là  $50\text{cm}$ . Hỏi chiều cao tối đa của mô hình là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi bán kính khối cầu dưới cùng là  $R = 50\text{cm}$ .

Gọi  $R_1, R_2, \dots, R_n$  là các khối cầu nằm ngay trên khối cầu cuối cùng.

$$\text{Ta có: } R_2 = \frac{R_1}{2}, R_3 = \frac{R_2}{2} = \frac{R_1}{4}, \dots, R_n = \frac{R_{n-1}}{2} = \frac{R_1}{2^{n-1}}.$$

Gọi  $h_n$  là chiều cao của mô hình gồm các khối cầu chồng lên nhau. Ta có

$$\begin{aligned} h_n &= 2R_1 + 2R_2 + \dots + 2R_n = 2 \left( R_1 + \frac{1}{2}R_1 + \frac{1}{4}R_1 + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}R_1 \right) \\ &= 2R_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \end{aligned}$$

$$h = \lim_{n \rightarrow +\infty} h_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ 2R_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \right] = 2R_1 \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 4R_1$$

Suy ra  $h = 4 \cdot 50 = 200\text{cm} = 2m$ . Vậy chiều cao tối đa của mô hình là  $2m$ .

**Câu 39.** Chứng minh rằng phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  luôn có 3 nghiệm.



## Lời giải

$$\text{Đặt } f(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1.$$

+ Hàm số  $f(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{+ Ta có: } f(x) = m^2(x^3 - 2x^2 + 1) + x^3 - 4x + 1$$

$$f(-3) = -44m^2 - 14 < 0; \forall m$$

$$f(0) = m^2 + 1 > 0; \forall m$$

$$f(1) = -2$$

$$f(2) = m^2 + 1 > 0; \forall m$$

Vì  $f(-3) \cdot f(0) < 0$  nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(-3; 0)$ .

Vì  $f(0) \cdot f(1) < 0$  nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

Vì  $f(1) \cdot f(2) < 0$  nên phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(1; 2)$ .

Vậy phương trình  $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$  có ít nhất 3 nghiệm trong khoảng  $(-3; 2)$ , mà phương trình đã cho là bậc 3 nên phương trình có đúng 3 nghiệm.

## ĐỀ SỐ 30

## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

## A-ĐỀ BÀI

## PHẦN I-TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)

**Câu 1.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  được kết quả là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      D. 0.

**Câu 2.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n}(n+2)}{n^2+n+1}$  được kết quả là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D. 0.

**Câu 3.** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 1.                      C. 2.                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 4.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2020n-1}{2021n+11}$ .

- A.  $I = 0$ .                      B.  $I = 1$ .                      C.  $I = \frac{2020}{2021}$ .                      D.  $I = +\infty$ .

**Câu 5.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^{2021} - 2n^{2020} + 1}{2n^{2019} - 4n^{2021} + 2020}$  bằng

- A. 4.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. -2.

**Câu 6.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 5 - 3n$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a \in (-20; 20)$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{an^2 - n + 1}{S_n} \right) > 0$ .

- A. 18.                      B. 17.                      C. 16.                      D. 19.

**Câu 7.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n - 2 \cdot 2^n + 1}{3^n - 4^n + 2}$  bằng

- A. 3.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. -3.

**Câu 8.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5^n - 2 \cdot 4^{n+1} + 3^{n+2}}{3^{n+1} - 4^{n+2} + 5^{n+1}} = \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Khi đó giá trị  $a + 2b$  là:

- A. 5.                      B. 10.                      C. 16.                      D. 13.

**Câu 9.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^n}{2^{2n-1} + 3^n}$  bằng

- A. 0.                      B. 2.                      C. 8.                      D.  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 10.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n}$  bằng

- A. 1.                      B. 0.                      C. -1.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 11.** Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^2 = L^2$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \left( \frac{1}{f(x)} \right) = \frac{1}{L}$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{L}$ .

**Câu 12.** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - 5]$  bằng

A.  $-1$ .

B.  $2$ .

C.  $-2$ .

D.  $1$ .

**Câu 13.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2x}}$  ta được kết quả là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $0$ .

**Câu 14.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3}{x^3 + x^2}$  ta được kết quả là:

A.  $+\infty$ .

B.  $1$ .

C.  $-\infty$ .

D.  $0$ .

**Câu 15.** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 25}{x - 1} = 24$ .

Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{f(x) + 24} + 2021}$ .

A.  $I = 0$ .

B.  $24$ .

C.  $I = \frac{1}{2028}$ .

D.  $I = +\infty$ .

**Câu 16.** Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính giá trị biểu thức  $P = 2020a + 2021b$ .

A.  $2020$ .

B.  $2018$ .

C.  $2021$ .

D.  $6062$ .

**Câu 17.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$  là:

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C.  $0$ .

D.  $1$ .

**Câu 18.** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$  là:

A.  $1$ .

B.  $+\infty$ .

C.  $0$ .

D.  $-\infty$ .

**Câu 19.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2021x^3 - 2022}{x - 1}$

A.  $2021$ .

B.  $2022$ .

C.  $-\infty$ .

D.  $+\infty$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Có bao nhiêu khẳng định đúng trong số các khẳng định dưới đây?

i. Nếu  $f(x)$  xác định tại  $x_0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$  thì hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x_0$ .

ii. Nếu  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(a; b)$  và xác định tại  $x = a, x = b$  thì hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ .

iii. Nếu  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(a; b)$ .

A. 1.                                      B. 3.                                      C. 2.                                      D. 0.

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu

A.  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ .                                      B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .                                      D.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}}, & x \neq \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}, & x = \sqrt{3} \end{cases}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x)$  liên tục tại  $x = \sqrt{3}$ .  
 (II).  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = \sqrt{3}$ .  
 (III).  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A. Chỉ (I) và (II).                                      B. Chỉ (II) và (III).  
 C. Chỉ (I) và (III).                                      D. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

**Câu 23.** Tìm giá trị  $f(0)$  biết hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x = 0$ .

A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 24.** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $\frac{1}{4}$ .                                      C.  $-\frac{1}{6}$ .                                      D. 1.

**Câu 25.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2mx + m^2 - 4 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ .

A.  $m = 1$ .                                      B.  $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$ .                                      C.  $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$ .                                      D.  $m = -3$

**Câu 26.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành

A. Hai đường thẳng song song.  
 B. Hai đường thẳng trùng nhau  
 C. Hai đường thẳng trùng nhau hoặc hai đường thẳng song song.  
 D. Hai đường thẳng chéo nhau.

**Câu 27.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $\overline{GA} = \overline{GB} = \overline{GC} = \overline{GD}$ .                                      B.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overline{GA} = \overline{GB} = \overline{GC} = \overline{GD}$ .                                      D.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = 0$ .

**Câu 28.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\overline{AC'} + \overline{A'C} = 2\overline{AC}$ .                                      B.  $\overline{AC'} + \overline{CA'} + 2\overline{C'C} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overline{CA'} + \overline{AC} = \overline{CC'}$ .                                      D.  $\overline{AC'} + \overline{CD} = \overline{A'D'}$ .

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}$ .                                      B.  $\overline{SA} - \overline{SB} + \overline{SC} - \overline{SD} = 4\overline{SO}$ .

- C.  $\overline{SA} + \overline{SB} = 2\overline{SO}$ . D.  $\overline{SA} - \overline{SB} = 2\overline{SO}$ .
- Câu 30.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai  
 A. Các véc tơ  $\overline{A'C'}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{CA}$  đồng phẳng. B. Các véc tơ  $\overline{AC'}$ ,  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{AD}$  đồng phẳng.  
 C. Các véc tơ  $\overline{AC'}$ ,  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{AC}$  đồng phẳng. D. Các véc tơ  $\overline{AC'}$ ,  $\overline{BB'}$ ,  $\overline{AC}$  đồng phẳng.
- Câu 31.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **SAI**?  
 A. Nếu đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $\Delta$  thì góc giữa chúng bằng  $0^\circ$ .  
 B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.  
 C. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.  
 D. Góc giữa hai đường thẳng chính là góc giữa hai vec-tơ chỉ phương của chúng.
- Câu 32.** Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?  
 (I) Trong không gian nếu đường thẳng  $d$  và đường thẳng  $\Delta$  cùng vuông góc với đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $d$  và đường thẳng  $\Delta$  là hai đường thẳng song song.  
 (II) Nếu  $\vec{u}$  là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  và  $\vec{v}$  là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  thì góc giữa hai đường thẳng chính là góc giữa hai vec-tơ chỉ phương nếu  $0^\circ \leq (\vec{u}, \vec{v}) \leq 90^\circ$ .  
 (III) Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai vec-tơ chỉ phương của chúng cũng vuông góc với nhau.  
 (IV) Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì góc giữa chúng bằng  $180^\circ$ .  
 A. 1. B. 4.  
 C. 3. D. 2.
- Câu 33.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính  $\cos(\overline{AB}, \overline{DM})$ .  
 A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ . B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  đôi một vuông góc với nhau, biết  $AB = AC = AD = 1$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  
 A.  $45^\circ$ . B.  $60^\circ$ . C.  $30^\circ$ . D.  $90^\circ$ .
- Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm các  $BC$  và  $DC$ . Góc giữa  $DE$  và  $SF$  là  
 A.  $30^\circ$ . B.  $60^\circ$ . C.  $45^\circ$ . D.  $90^\circ$ .

**PHẦN II-TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)**

**Câu 1.** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{n^2+3n}$ .

**Câu 2.** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+2x-3x^2}{\sqrt{4x+5}-\sqrt{-6x^2+7x+8}}$

**Câu 3.** Xác định giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2021 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

**Câu 5.** Biết  $a, b$  là hai số thực thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt[3]{1+bx}} = 1$ . Khi biểu thức  $P = a^2 + b^2$  đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị của  $a + b$ .

---HẾT---

## B-BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
D	D	D	C	D	D	D	D	D	B	C	D	B	C	C
16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
B	A	C	D	D	C	C	A	C	B	C	B	D	A	B
31.	32.	33.	34.	35.										
D	D	A	D	D										

## C-ĐÁP ÁN CHI TIẾT

## PHẦN 1-TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  được kết quả là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      **D. 0.**

Lời giải

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ .

**Câu 2.** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n}(n+2)}{n^2+n+1}$  được kết quả là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      **D. 0.**

Lời giải

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n}(n+2)}{n^2+n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left[ \sqrt{\frac{3}{n}} \left( 1 + \frac{2}{n} \right) \right]}{n^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{n}} \left( 1 + \frac{2}{n} \right)}{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0$ .

**Câu 3.** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 1.                      C. 2.                      **D.  $\frac{3}{2}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Các số hạng của tổng trên là một cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1, q = \frac{1}{3}$  nên  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{3}{2}$ .

**Câu 4.** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2020n-1}{2021n+11}$ .

- A.  $I = 0$ .                      B.  $I = 1$ .                      **C.  $I = \frac{2020}{2021}$ .**                      D.  $I = +\infty$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2020n-1}{2021n+11} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2020 - \frac{1}{n}}{2021 + \frac{11}{n}} = \frac{2020}{2021}$ .

**Câu 5.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^{2021} - 2n^{2020} + 1}{2n^{2019} - 4n^{2021} + 2020}$  bằng





$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+4^2+\dots+4^n}{2^{2n-1}+3^n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1}-1}{3 \cdot \left(\frac{4^n}{2}+3^n\right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n \left[4-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]}{3 \cdot 4^n \left[\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4-\left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \left[\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]} = \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+4^2+\dots+4^n}{2^{2n-1}+3^n} = \frac{8}{3}.$$

**Câu 10.** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n}$  bằng

A. 1 .

C. -1 .

**B. 0 .**

D.  $+\infty$  .

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } \left| \frac{\cos n}{n} \right| \leq \frac{1}{n} \text{ và } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0$$

**Câu 11.** Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^2 = L^2$  .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \left( \frac{1}{f(x)} \right) = \frac{1}{L}$  .

**C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$  .**

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{L}$  .

**Lời giải**

Mệnh đề C chỉ đúng khi  $L \geq 0$ .

**Câu 12.** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - 5]$  bằng

A. -1 .

B. 2 .

C. -2 .

**D. 1 .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - 5] = 3 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} 5 = 3 \cdot 2 - 5 = 1.$$

**Câu 13.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2x}}$  ta được kết quả là:

A.  $\frac{1}{2}$  .

**B.  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  .**

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .

D. 0 .

**Lời giải**

$$\text{Thay số trực tiếp ta có kết quả } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2x}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}.$$

**Câu 14.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3}{x^3 + x^2}$  ta được kết quả là:

A.  $+\infty$  .

B. 1 .

**C.  $-\infty$  .**

D. 0 .

**Lời giải**

$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 3) = -3, \lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + x^2) = 0$  và  $x^3 + x^2 = x^2(x+1) > 0$  với mọi  $x > -1$  và  $x \neq 0$ . Do đó

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3}{x^3 + x^2} = -\infty.$$

**Câu 15.** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 25}{x - 1} = 24$ .

Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{f(x) + 24} + 2021}$ .

A.  $I = 0$ .

B. 24.

**C.  $I = \frac{1}{2028}$ .**

D.  $I = +\infty$ .

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 25}{x - 1} = 24$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - 25] = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 25$ .

$$\Rightarrow I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{f(x) + 24} + 2021} = \frac{1}{2028}.$$

**Câu 16.** Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính giá trị biểu thức  $P = 2020a + 2021b$ .

A. 2020.

**B. 2018.**

C. 2021.

D. 6062.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1-1}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+1} = \frac{3}{2}$ .

Do đó,  $a = 3, b = 2$ . Vậy  $P = 2020a + 2021b = 6060 - 4042 = 2018$ .

**Câu 17.** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$  là:

**A.  $-\infty$ .**

B.  $+\infty$ .

C. 0.

D. 1.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{x+2-1}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{x+1}{x^2-4} \right) = -\infty$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x+1) = 3 > 0; \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2-4) = 0$  và  $x^2-4 < 0$  với mọi  $x \in (-2; 2)$ .

**Câu 18.** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$  là:

A. 1.

B.  $+\infty$ .

**C. 0.**

D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} = \frac{0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0$ .

**Câu 19.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2021x^3 - 2022}{x - 1}$

A. 2021.

B. 2022.

C.  $-\infty$ .

**D.  $+\infty$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} (2021x^3 - 2022) = 2021 \cdot 1^3 - 2022 = -1 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0 \\ x-1 < 0 \text{ khi } x \rightarrow 1^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2021x^3 - 2022}{x-1} = +\infty$$

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Có bao nhiêu khẳng định đúng trong số các khẳng định dưới đây?

- i.** Nếu  $f(x)$  xác định tại  $x_0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$  thì hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x_0$ .
- ii.** Nếu  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(a; b)$  và xác định tại  $x = a, x = b$  thì hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ .
- iii.** Nếu  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(a; b)$ .

**A.** 1.

**B.** 3.

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

Khẳng định *i* sai vì thiếu điều kiện  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .

Khẳng định *ii* sai vì thiếu điều kiện  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

Khẳng định *iii* sai vì thiếu điều kiện hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ .

Vậy không có khẳng định nào đúng.

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu

**A.**  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ .

**Lời giải**

Lý thuyết: Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}}, & x \neq \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}, & x = \sqrt{3} \end{cases}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I).  $f(x)$  liên tục tại  $x = \sqrt{3}$ .

(II).  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = \sqrt{3}$ .

(III).  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**A.** Chỉ (I) và (II).

**B.** Chỉ (II) và (III).

**C.** Chỉ (I) và (III).

**D.** Cả (I), (II), (III) đều đúng.

**Lời giải**

Với  $x \neq \sqrt{3}$  ta có hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; \sqrt{3})$  và  $(\sqrt{3}; +\infty)$ , (I).

Với  $x = \sqrt{3}$  ta có  $f(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$  và  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} = f(\sqrt{3})$  nên hàm số liên tục tại  $x = \sqrt{3}$ , (2)

Từ (1) và (2) ta có hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 23.** Tìm giá trị  $f(0)$  biết hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$  liên tục tại điểm  $x=0$ .

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

Để hàm số liên tục tại điểm  $x=0$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ . Vậy ta chọn  $f(0) = 1$ .

**Câu 24.** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x=0$ .

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\frac{1}{4}$ .

**C.**  $-\frac{1}{6}$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x(ax+2a+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} \end{aligned}$$

Nếu  $x=0$  là nghiệm của biểu thức  $ax+2a+1 \Leftrightarrow 2a+1=0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  không tồn tại.

$$\text{Nếu } a \neq -\frac{1}{2} \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} = \frac{2}{2a+1}.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x=0 \Leftrightarrow \frac{2}{2a+1} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}.$$

**Câu 25.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2mx+m^2-4 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x=1$ .

**A.**  $m=1$ .

**B.**  $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$ .

**C.**  $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$ .

**D.**  $m=-3$

**Lời giải**

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

$$f(1) = m^2 + 2m - 4$$

Hàm số liên tục tại  $x=1$  khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m^2 + 2m - 4 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$

**Câu 26.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành

- A. Hai đường thẳng song song.  
 B. Hai đường thẳng trùng nhau  
 C. Hai đường thẳng trùng nhau hoặc hai đường thẳng song song  
 D. Hai đường thẳng chéo nhau.

**Lời giải**

Theo định lí ta có: phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng trùng nhau hoặc hai đường thẳng song song.

**Câu 27.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$ .  
 B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$ .  
 D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

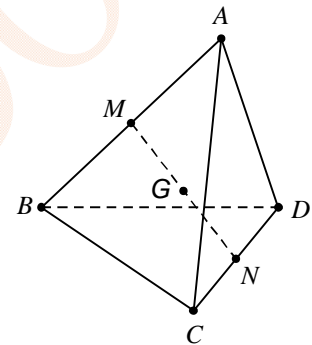
Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ , khi đó ta có  $G$  là trung điểm của  $MN$  và:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}$$

$$\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}$$

Cộng hai vế tương ứng ta được

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \vec{0}.$$

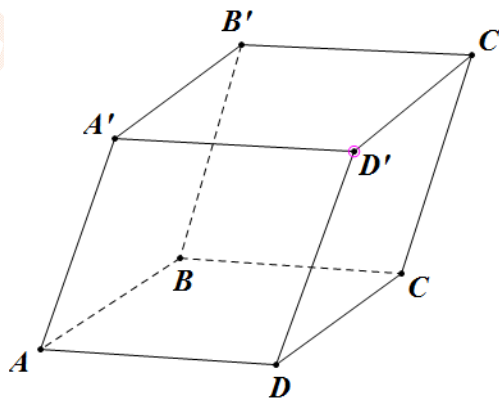


**Câu 28.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{AC}$ .  
 B.  $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC'}$ .  
 D.  $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A'D'}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$$+ \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}.$$

$$+ \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{C'C}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A} = \vec{0}.$$

$$+ \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}.$$

$$+ \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AD'}.$$

**Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

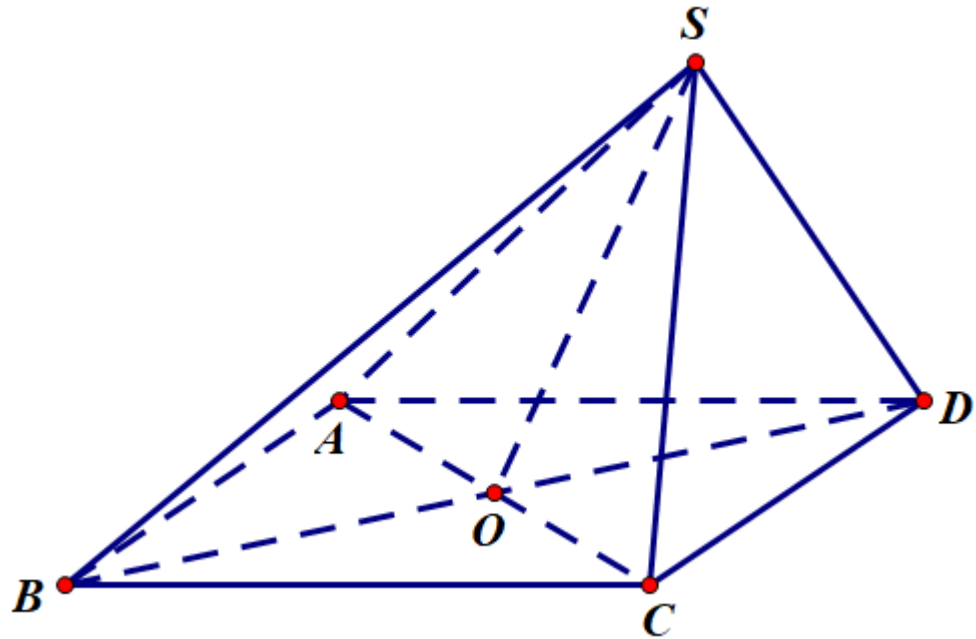
A.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ .

B.  $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ .

C.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$ .

D.  $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$ .

Lời giải



Ta có  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$  ( vì  $O$  là trung điểm của  $AC$  )

$\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$  ( vì  $O$  là trung điểm của  $BD$  )

Vậy  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ .

**Câu 30.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai

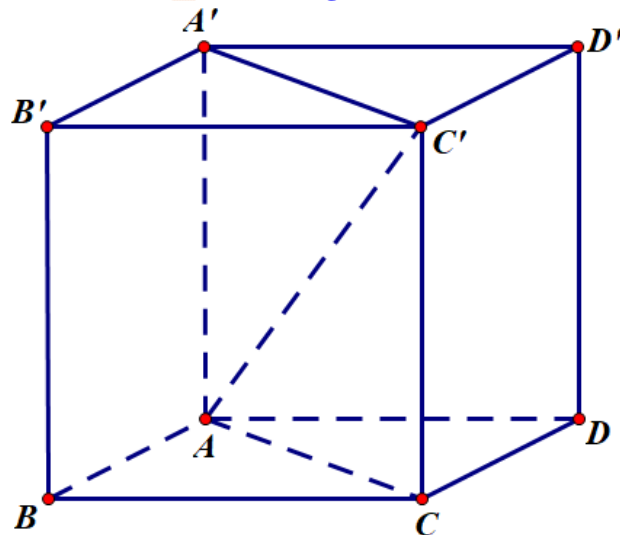
A. Các véc tơ  $\overrightarrow{A'C'}$ ,  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  đồng phẳng.

B. Các véc tơ  $\overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.

C. Các véc tơ  $\overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  đồng phẳng.

D. Các véc tơ  $\overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  đồng phẳng.

Lời giải



Ta có  $\overrightarrow{A'C'}$ ,  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  cùng có giá song song hoặc nằm trong  $(ABCD) \Rightarrow$  A đúng

Ta có  $\overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{AA'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  cùng có giá nằm trong  $(AA'C'C) \Rightarrow$  C đúng

Ta có  $\overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{BB'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  cùng có giá song song hoặc nằm trong  $(AA'C'C) \Rightarrow$  D đúng

Vậy B sai.

**Câu 31.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào SAI?

- A. Nếu đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $\Delta$  thì góc giữa chúng bằng  $0^\circ$ .  
 B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.  
 C. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.  
 D. Góc giữa hai đường thẳng chính là góc giữa hai vec-tơ chỉ phương của chúng.

**Lời giải**

Nếu  $\vec{u}$  là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  và  $\vec{v}$  là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  thì góc giữa hai đường thẳng chính là góc giữa hai vec-tơ chỉ phương nếu  $0^\circ \leq (\vec{u}, \vec{v}) \leq 90^\circ$ .

**Câu 32.** Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- (I) Trong không gian nếu đường thẳng  $d$  và đường thẳng  $\Delta$  cùng vuông góc với đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $d$  và đường thẳng  $\Delta$  là hai đường thẳng song song.  
 (II) Nếu  $\vec{u}$  là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  và  $\vec{v}$  là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  thì góc giữa hai đường thẳng chính là góc giữa hai vec-tơ chỉ phương nếu  $0^\circ \leq (\vec{u}, \vec{v}) \leq 90^\circ$ .  
 (III) Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai vec-tơ chỉ phương của chúng cũng vuông góc với nhau.  
 (IV) Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì góc giữa chúng bằng  $180^\circ$ .

A. 1.

B. 4.

C. 3.

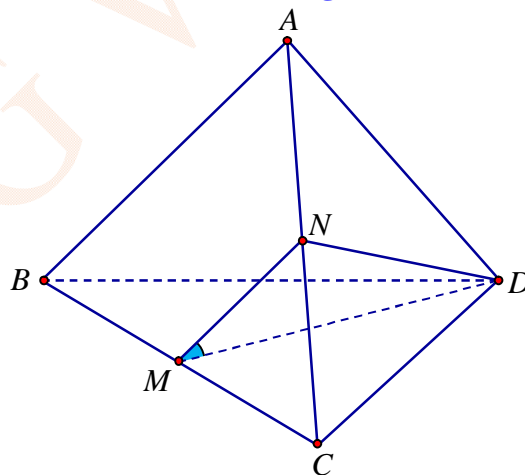
D. 2.

**Lời giải**

Mệnh đề (I) là mệnh đề sai.

Mệnh đề (IV) là mệnh đề sai.

**Câu 33.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính  $\cos(\overline{AB}, \overline{DM})$ .

A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .D.  $\frac{1}{2}$ .**Lời giải**

Gọi  $N$  là trung điểm của  $AC$  và  $a$  là độ dài cạnh tứ diện đều.

Ta có  $MN \parallel AB \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{DM}) = (\overline{MN}, \overline{DM}) = \widehat{DMN}$ .

Tam giác  $DMN$  có  $DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $MN = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$

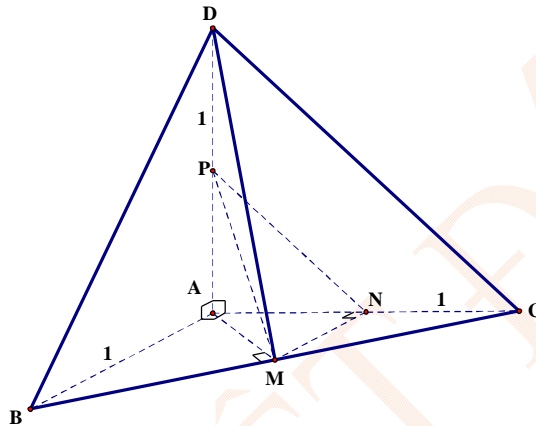
Theo định lí côsin ta có:

$$\cos \widehat{DMN} = \frac{DM^2 + MN^2 - DN^2}{2 \cdot DM \cdot MN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

- Câu 34.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau, biết  $AB = AC = AD = 1$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      **D.  $90^\circ$ .**

Lời giải



Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, AC, AD$ .

$$\text{Trong tam giác } ABC \text{ ta có } \begin{cases} MN \parallel AB \\ MN = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (tính chất đường trung bình)}$$

$$\text{Trong tam giác } ACD \text{ ta có } \begin{cases} NP \parallel CD \\ NP = \frac{1}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ (tính chất đường trung bình)}$$

Xét tam giác  $AMP$  vuông tại  $A$  ta có:

$$MP = \sqrt{AP^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có  $\begin{cases} MN \parallel AB \\ NP \parallel CD \end{cases}$  nên góc giữa  $AB$  và  $CD$  bằng góc giữa  $MN$  và  $NP$ . Đó là góc  $\widehat{MNP}$ .

Áp dụng định lý côsin cho tam giác  $MNP$  ta có:

$$\cos \widehat{MNP} = \frac{NP^2 + NM^2 - MP^2}{2NP \cdot NM} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 0 \Rightarrow \widehat{MNP} = 90^\circ$$

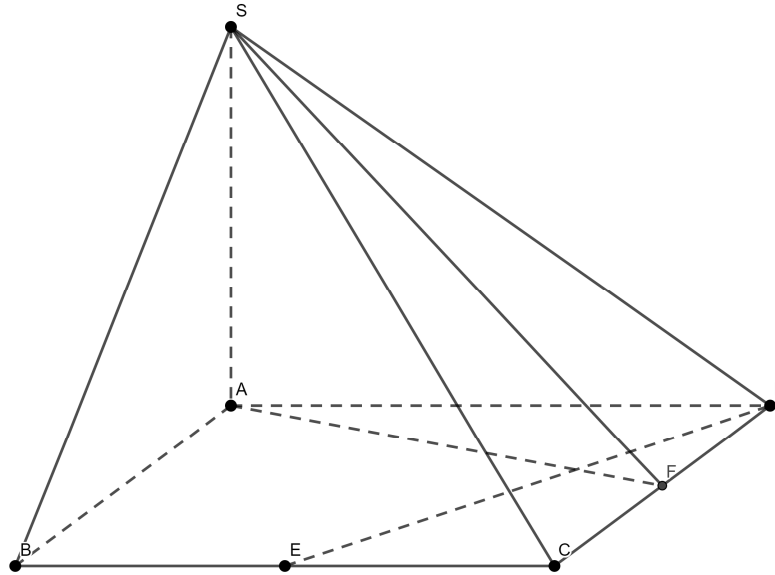
Vậy số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  $90^\circ$ .

- Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm các  $BC$  và  $DC$ . Góc giữa  $DE$  và  $SF$  là

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      **D.  $90^\circ$ .**

Lời giải





Ta có  $\triangle DCE$  và  $\triangle ADF$  bằng nhau (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{DAF}$$

Vì  $\widehat{CDE} + \widehat{EDA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EDA} + \widehat{DAF} = 90^\circ \Rightarrow AF \perp DE$ .

Ta có:

$$\begin{cases} DE \perp AF \text{ (cmt)} \\ DE \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD), DE \subset (ABCD) \text{)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow DE \perp (SAF) \Rightarrow DE \perp SF$$

## PHẦN II-TỰ LUẬN

**Câu 1.** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{n^2+3n}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{Nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{n^2+3n} = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{n^2+3n} = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{3}{n}} = \frac{1}{2}$$

**Câu 2.** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+2x-3x^2}{\sqrt{4x+5}-\sqrt{-6x^2+7x+8}}$

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+2x-3x^2}{\sqrt{4x+5}-\sqrt{-6x^2+7x+8}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+2x-3x^2)(\sqrt{4x+5}+\sqrt{-6x^2+7x+8})}{6x^2-3x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(1+3x)(\sqrt{4x+5}+\sqrt{-6x^2+7x+8})}{(x-1)(6x+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(1+3x)(\sqrt{4x+5}+\sqrt{-6x^2+7x+8})}{6x+3} \\ &= \frac{-4(\sqrt{9}+\sqrt{9})}{9} = -\frac{8}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 3.** Xác định giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2021 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Lời giải**

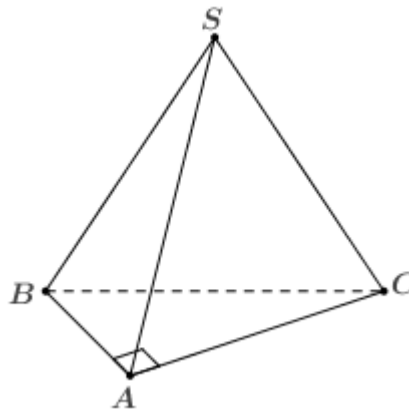
Ta có:

$$+ f(1) = 2021$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) - m(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1 - m) = 2 - m$$

Hàm số đã cho liên tục tại  $x_0 = 1$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2 - m = 2021 \Leftrightarrow m = -2019$

**Câu 4.** Cho hình chóp S.ABC có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{AB^2 + SA^2 - SB^2}{2} + \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2} = -\frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Ngoài ra có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC}}{AB \cdot SC} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a \cdot a} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = 120^\circ$$

$$\Rightarrow (AB, SC) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

**Câu 5.** Biết  $a, b$  là hai số thực thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt{1+bx}} = 1$ . Khi biểu thức  $P = a^2 + b^2$  đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị của  $a + b$ .

**Lời giải**

$$\text{Bổ đề: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+cx} - 1}{x} = \frac{c}{n}, \text{ với } c \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

**Chứng minh bổ đề:**

$$\text{Nếu } c = 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{x} = 0 \text{ (luôn đúng).}$$

Nếu  $c \neq 0$ , đặt  $\sqrt[n]{1+cx} = t$ , ta có  $x = \frac{t^n - 1}{c}$ .

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+cx} - 1}{x} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t - 1}{t^n - 1} \cdot c = c \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1}{t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1} = \frac{c}{n}$$

### Áp dụng

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt[5]{1+bx}} = 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 3x}{3x} \cdot \frac{x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt[5]{1+bx}} \right)$  (1).

Xét  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x \cdot \cos 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{1}{\cos 3x} \right) = 1$  (2).

Ngoài ra theo bổ đề trên:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} - \sqrt[5]{1+bx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{1+ax} - 1}{x} - \frac{\sqrt[5]{1+bx} - 1}{x} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{1+ax} - 1}{x} \right) - \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt[5]{1+bx} - 1}{x} \right) = \frac{a}{2} - \frac{b}{5} = \frac{5a - 2b}{10}$$

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt[5]{1+bx}} = \frac{10}{5a - 2b}$  (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt[5]{1+bx}} = \frac{30}{5a - 2b}$ .

Mà theo đề bài:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sqrt{1+ax} - \sqrt[5]{1+bx}} = 1 \Rightarrow 5a - 2b = 30$ .

Áp dụng BĐT Bunhiacopski:  $30^2 = [5a + (-2)b]^2 \leq (5^2 + (-2)^2)(a^2 + b^2) = 29(a^2 + b^2)$

Suy ra  $a^2 + b^2 \geq \frac{30^2}{29}$ . Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} 5a - 2b = 30 \\ \frac{a}{5} = \frac{b}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{150}{29} \\ b = -\frac{60}{29} \end{cases}$ . Khi đó

$$a + b = \frac{90}{29}.$$