

# TỔNG ÔN THPTQG MÔN TOÁN TÀI LIỆU LUYỆN THI NĂM 2022

2022

**Từ cơ bản tới nâng cao**  
Các dạng toán đa dạng và  
đầy đủ dành cho học sinh  
muốn đạt 8+.

- ① Hàm số
- ② Mũ và logarit
- ③ Tích phân và ứng dụng
- ④ Số phức
- ⑤ Hình Học GT
- ⑥ Hình học KG
- ⑦ Tổ hợp XS
- ⑧ Dãy số Giới hạn






# Mục lục

---

<b>Chương 1. 50 Dạng Toán THPT Quốc Gia</b>	<b>1</b>
<b>Bài 1. PHÂN TÍCH CHI TIẾT ĐỀ MINH HOẠ BỘ GIÁO DỤC 2022</b>	<b>1</b>
Câu 1. Đề minh họa BGD 2022	1
<i>📁 Dạng 1. Xác định mô-đun, phần thực, phần ảo, số phức liên hợp của số phức</i>	1
Câu 2. Đề minh họa BGD 2022	2
<i>📁 Dạng 2. Phương trình mặt cầu</i>	3
Câu 3. Đề minh họa BGD 2022	3
<i>📁 Dạng 3. Tìm điểm trên đồ thị hàm số</i>	4
Câu 4. Đề minh họa BGD 2022	4
<i>📁 Dạng 4. Tổ hợp-Chỉnh hợp-Hoán vị</i>	4
Câu 5. Đề minh họa BGD 2022	6
<i>📁 Dạng 5. Tìm nguyên hàm bằng định nghĩa, tính chất, bảng nguyên hàm</i>	6
Câu 6. Đề minh họa BGD 2022	7
<i>📁 Dạng 6. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên</i>	7
Câu 7. Đề minh họa BGD 2022	8
<i>📁 Dạng 7. Bất phương trình mũ cơ bản</i>	8
Câu 8. Đề minh họa BGD 2022	8
<i>📁 Dạng 8. Tính thể tích khối chóp</i>	9
Câu 9. Đề minh họa BGD 2022	9
<i>📁 Dạng 9. Hàm số lũy thừa</i>	9
Câu 10. Đề minh họa BGD 2022	10
<i>📁 Dạng 10. Phương trình mũ-Phương trình logarit cơ bản</i>	10
Câu 11. Đề minh họa BGD 2022	11
<i>📁 Dạng 11. Tính tích phân bằng định nghĩa và tính chất tích phân</i>	11
Câu 12. Đề minh họa BGD 2022	12
<i>📁 Dạng 12. Xác định các yếu tố cơ bản số phức qua các phép toán</i>	12
Câu 13. Đề minh họa BGD 2022	13
<i>📁 Dạng 13. Tìm VTPT của mặt phẳng</i>	13
Câu 14. Đề minh họa BGD 2022	14

<b>Dạng 14. Tìm tọa độ điểm-Tọa độ vec-tơ liên quan đến hệ tọa độ Oxyz</b> .....	14
Câu 15. Đề minh họa BGD 2022.....	15
<b>Dạng 15. Biểu diễn hình học của số phức</b> .....	15
Câu 16. Đề minh họa BGD 2022.....	15
<b>Dạng 16. Tiệm cận của đồ thị hàm số</b> .....	16
Câu 17. Đề minh họa BGD 2022.....	17
<b>Dạng 17. Biến đổi, rút gọn biểu thức có chứa logarit</b> .....	18
Câu 18. Đề minh họa BGD 2022.....	18
<b>Dạng 18. Nhận dạng đồ thị hay BBT của hàm số</b> .....	19
Câu 19. Đề minh họa BGD 2022.....	20
<b>Dạng 19. Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng</b> .....	20
Câu 20. Đề minh họa BGD 2022.....	22
<b>Dạng 20. Tổ hợp-Chỉnh hợp-Hoán vị</b> .....	22
Câu 21. Đề minh họa BGD 2022.....	23
<b>Dạng 21. Tính thể tích khối lăng trụ</b> .....	24
Câu 22. Đề minh họa BGD 2022.....	24
<b>Dạng 22. Tính đạo hàm hàm số mũ-logarit</b> .....	24
Câu 23. Đề minh họa BGD 2022.....	25
<b>Dạng 23. Xét sự đồng biến-nghịch biến của hàm số dựa vào bảng biến thiên</b> .....	26
Câu 24. Đề minh họa BGD 2022.....	26
<b>Dạng 24. Câu hỏi lý thuyết về khối nón-khối trụ</b> .....	26
Câu 25. Đề minh họa BGD 2022.....	28
<b>Dạng 25. Tính tích phân bằng tính chất của tích phân</b> .....	28
Câu 26. Đề minh họa BGD 2022.....	29
<b>Dạng 26. Cấp số cộng-Cấp số nhân</b> .....	30
Câu 27. Đề minh họa BGD 2022.....	30
<b>Dạng 27. Tính nguyên hàm bằng định nghĩa, tính chất và bảng nguyên hàm</b> .....	31
Câu 28. Đề minh họa BGD 2022.....	31
<b>Dạng 28. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên</b> .....	32
Câu 29. Đề minh họa BGD 2022.....	32
<b>Dạng 29. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số <math>y = f(x)</math> trên đoạn <math>[a; b]</math></b> .....	33
Câu 30. Đề minh họa BGD 2022.....	33
<b>Dạng 30. Xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số cho bởi công thức</b> .....	34
Câu 31. Đề minh họa BGD 2022.....	34

 Dạng 31. Tính giá trị biểu thức có chứa logarit.....	35
Câu 32. Đề minh họa BGD 2022.....	35
 Dạng 32. Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.....	36
Câu 33. Đề minh họa BGD 2022.....	38
 Dạng 33. Tính tích phân bằng tính chất tích phân.....	39
Câu 34. Đề minh họa BGD 2022.....	39
 Dạng 34. Viết phương trình mặt phẳng.....	40
Câu 35. Đề minh họa BGD 2022.....	42
 Dạng 35. Thực hiện các phép toán về số phức: Cộng-trừ-nhân-chia.....	42
Câu 36. Đề minh họa BGD 2022.....	42
 Dạng 36. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.....	43
Câu 37. Đề minh họa BGD 2022.....	44
 Dạng 37. Tính xác suất của biến cố.....	45
Câu 38. Đề minh họa BGD 2022.....	45
 Dạng 38. Viết phương trình đường thẳng.....	45
Câu 39. Đề minh họa BGD 2022.....	46
 Dạng 39. Bất phương trình mũ - Logarit- BPT tích.....	47
Câu 40. Đề minh họa BGD 2022.....	47
 Dạng 40. Sự tương giao của hai đồ thị hàm số.....	48
Câu 41. Đề minh họa BGD 2022.....	49
 Dạng 41. Tìm nguyên hàm của hàm số thỏa điều kiện cho trước.....	49
Câu 42. Đề minh họa BGD 2022.....	49
 Dạng 42. Thể tích khối chóp-khối lăng trụ liên quan đến khoảng cách, góc.....	50
Câu 43. Đề minh họa BGD 2022.....	51
 Dạng 43. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức qua các phép toán hay Bài toán qui về phương trình, hệ phương trình nghiệm thực-PT bậc 2.....	52
Câu 44. Đề minh họa BGD 2022.....	52
 Dạng 44. Min- Max của số phức.....	54
 Dạng 45. Sử dụng biến đổi đại số kết hợp với các bất đẳng thức quen thuộc để đánh giá.....	55
 Dạng 46. Sử dụng biểu diễn hình học của số phức đưa về các bài toán cực trị quen thuộc.....	56
Câu 45. Đề minh họa BGD 2022.....	57
 Dạng 47. Tính diện tích hình phẳng.....	59
Câu 46. Đề minh họa BGD 2022.....	59

 Dạng 48. Viết phương trình đường thẳng.....	60
Câu 47. Đề minh hoạ BGD 2022.....	61
 Dạng 49. Tính thể tích của khối nón, khối trụ liên quan đến thiết diện của nón hay trụ.....	62
Câu 48. Đề minh hoạ BGD 2022.....	64
 Dạng 50. Bất phương trình mũ-logarit- Phương pháp đặt ẩn phụ- phương pháp hàm số.....	65
Câu 49. Đề minh hoạ BGD 2022.....	65
 Dạng 51. Bài toán liên quan đến mặt cầu-mặt phẳng-đường thẳng.....	66
Câu 50. Đề minh hoạ BGD 2022.....	67
 Dạng 52. ....	68

## PHẦN I Tổng ôn các câu hỏi mức độ TB - Khó

<b>Chương 2. Hình không gian <i>Oxyz</i></b>	<b>71</b>
<b>Bài 1. Hệ trục tọa độ, góc, khoảng cách &amp; vị trí tương đối</b>	<b>71</b>
Ⓐ Kiến thức cần nhớ.....	71
<b>Bài 2. Mặt cầu và phương trình mặt cầu</b>	<b>83</b>
Ⓐ Phương trình mặt cầu.....	83
Ⓑ Các dạng viết phương trình mặt cầu thường gặp.....	83
<b>Bài 3. Mặt phẳng và phương trình mặt phẳng</b>	<b>90</b>
Ⓐ Mặt phẳng.....	90
Ⓑ Phương trình mặt phẳng.....	90
<b>Bài 4. Đường thẳng và phương trình đường thẳng</b>	<b>99</b>
Ⓐ Đường thẳng.....	99
Ⓑ Phương trình đường thẳng.....	99
<b>Chương 3. Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng</b>	<b>111</b>
<b>Bài 1. Tính chất nguyên hàm và tích phân, bảng nguyên hàm</b>	<b>111</b>
<b>Bài 2. Diện tích &amp; thể tích tròn xoay</b>	<b>126</b>
<b>Bài 3. Thể tích theo mặt cắt <math>S(x) \Rightarrow V = \int_a^b S(x) dx</math></b>	<b>131</b>
<b>Chương 4. Số phức</b>	<b>137</b>
<b>Chương 5. Cấp số cộng - Cấp số nhân - Tổ hợp - Xác suất</b>	<b>144</b>
<b>Bài 1. Cấp số cộng và cấp số nhân</b>	<b>144</b>
<b>Bài 2. Hoán vị - Chỉnh hợp - Tổ hợp</b>	<b>147</b>
<b>Bài 3. Xác suất</b>	<b>149</b>

<b>Chương 6. Góc &amp; khoảng cách</b>	<b>154</b>
Bài 1. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	154
Bài 2. Góc giữa hai mặt phẳng	156
Bài 3. Góc giữa hai đường thẳng	158
Bài 4. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng	159
Bài 5. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau	161
<b>Chương 7. Hàm số và các vấn đề liên quan đến hàm số</b>	<b>165</b>
Bài 1. Đơn điệu và cực trị	165
Bài 2. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất	173
Bài 3. Tiệm cận	184
Bài 4. Nhận dạng đồ thị hàm số	187
Bài 5. Sự tương giao	190
Bài 6. Phương trình tiếp tuyến	191
<b>Chương 8. Mũ &amp; Lôgarit</b>	<b>193</b>
Bài 1. Công thức mũ & lôgarit và bài toán biến đổi	193
Bài 2. Tập xác định và đạo hàm của hàm số mũ, hàm số lôgarit	198
Bài 3. Tập xác định và đạo hàm	203
Bài 4. Phương trình và bất phương trình mũ, lôgarit	204
(A) Kiến thức cần nhớ.....	204
(B) Bài tập luyện tập.....	204
<b>Chương 9. Thể tích khối đa diện</b>	<b>212</b>
Bài 1. Thể tích khối chóp	212
Bài 2. Thể tích lăng trụ, lập phương, hộp chữ nhật	215
<b>Chương 10. Nón - trụ - cầu</b>	<b>220</b>
Bài 1. Khối nón	220
Bài 2. Khối trụ	222
Bài 3. Khối cầu	226

## PHẦN II Tổng ôn mức vận dụng - vận dụng cao

<b>Chương 11. Bất phương trình mũ - Lôgarit</b>	<b>229</b>
(A) Bài tập mẫu.....	229
(B) Bài tập tương tự và phát triển.....	229
<b>Chương 12. Hàm số</b>	<b>233</b>

Ⓐ	Bài tập mẫu.....	233
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	234
<b>Chương 13.</b>	<b>Nguyên hàm - Tích phân hàm ẩn</b>	<b>243</b>
Ⓐ	Bài tập tương tự và phát triển.....	243
<b>Chương 14.</b>	<b>Thể tích khối đa diện</b>	<b>247</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	247
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	247
<b>Chương 15.</b>	<b>Số phức</b>	<b>254</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	254
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	254
<b>Chương 16.</b>	<b>Cực trị số phức</b>	<b>258</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	258
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	259
<b>Chương 17.</b>	<b>Ứng dụng tích phân</b>	<b>262</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	262
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	263
<b>Chương 18.</b>	<b>Toạ độ không gian <i>Oxyz</i></b>	<b>269</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	269
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	269
<b>Chương 19.</b>	<b>Khối tròn xoay</b>	<b>276</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	276
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	276
<b>Chương 20.</b>	<b>Mũ - Logarit</b>	<b>281</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	281
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	281
<b>Chương 21.</b>	<b>Toạ độ không gian <i>Oxyz</i></b>	<b>285</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	285
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	285
<b>Chương 22.</b>	<b>Max - min hàm số</b>	<b>291</b>
Ⓐ	Bài tập mẫu.....	291
Ⓑ	Bài tập tương tự và phát triển.....	292
	Bảng đáp án.....	296

Bảng đáp án .....	297
Bảng đáp án .....	297
Bảng đáp án .....	298
Bảng đáp án .....	298
Bảng đáp án .....	298
Bảng đáp án .....	299
Bảng đáp án .....	299
Bảng đáp án .....	300
Bảng đáp án .....	300
Bảng đáp án .....	301
Bảng đáp án .....	301
Bảng đáp án .....	301
Bảng đáp án .....	301
Bảng đáp án .....	301
Bảng đáp án .....	302
Bảng đáp án .....	302
Bảng đáp án .....	302
Bảng đáp án .....	302
Bảng đáp án .....	302
Bảng đáp án .....	303
Bảng đáp án .....	303
Bảng đáp án .....	303
Bảng đáp án .....	303







# Chương 1

## 50 DẠNG TOÁN THPT QUỐC GIA

### Bài 1

### PHÂN TÍCH CHI TIẾT ĐỀ MINH HOẠ BỘ GIÁO DỤC 2022

#### CÂU 1 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

❖ Ví dụ 1. Môđun của số phức  $z = 3 - i$  bằng

(A) 8.

(B)  $\sqrt{10}$ .

(C) 10.

(D)  $2\sqrt{2}$ .

💬 Lời giải.

Ta có  $z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$ .

Chọn đáp án (B)

#### 📄 PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Xác định các yếu tố cơ bản của số phức : Mô-đun, phần thực, phần ảo, số phức liên hợp.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết về số phức và các phép toán số phức.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

#### 📁 Dạng 1. Xác định mô-đun, phần thực, phần ảo, số phức liên hợp của số phức

### 1. Các kiến thức cơ bản về số phức

- ✔ Tập hợp số phức ký hiệu là  $\mathbb{C}$ .
- ✔ Số phức (dạng đại số) là biểu thức có dạng  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ),  $a$  là phần thực,  $b$  là phần ảo,  $i$  là đơn vị ảo,  $i^2 = -1$ .
- ✔  $z$  là số thực khi và chỉ khi phần ảo của  $z$  bằng 0 ( $b = 0$ ).
- ✔  $z$  là số thuần ảo khi và chỉ khi phần thực của  $z$  bằng 0 ( $a = 0$ ).
- ✔ Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.



Ta có  $R^2 = 9$  nên bán kính mặt cầu  $R = 3$ .

Chọn đáp án (A) □

### PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Phương trình mặt cầu (xác định tâm, bán kính, viết PT mặt cầu đơn giản, vị trí tương đối hai mặt cầu, điểm đến mặt cầu, đơn giản).

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về phương trình mặt cầu.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## Dạng 2. Phương trình mặt cầu

a) Xác định tâm và bán kính mặt cầu.

☑ Phương trình mặt cầu (S):  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$  có tâm  $I(a; b; c)$  bán kính  $R$ .

☑ Phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$  với điều kiện  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  là phương trình mặt cầu tâm  $I(-a; -b; -c)$ , có bán kính là  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

b) Viết phương trình mặt cầu (S).

**Dạng 1.** Biết (S) có tâm  $I(a; b; c)$  và đi qua điểm A.

Bán kính  $R = IA = \sqrt{(x_A - a)^2 + (y_A - b)^2 + (z_A - c)^2}$ .

**Dạng 2.** Biết (S) có đường kính AB.

Bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}{2}$ .

Tâm  $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$  là trung điểm AB.

**Dạng 3.** Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Tâm  $I(a; b; c)$  là nghiệm hệ phương trình  $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases}$ . Bán kính  $R = IA$ .

**Dạng 4.** Mặt cầu có tâm  $I(a; b; c)$  và tiếp xúc mặt phẳng  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ .

Tâm  $I(a; b; c)$ . Bán kính  $R = d[I, (\alpha)] = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

## CÂU 3 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

☞ Ví dụ 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số  $y = x^4 + x^2 - 2$ ?

(A) Điểm  $P(-1; -1)$ . (B) Điểm  $N(-1; -2)$ . (C) Điểm  $M(-1; 0)$ . (D) Điểm  $Q(-1; 1)$ .

🗨️ Lời giải.

Thay điểm  $M(-1; 0)$  vào hàm số  $y = x^4 + x^2 - 2$  (thỏa mãn).

Chọn đáp án (C) □

### PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Tìm điểm trên đồ thị của hàm số.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

- 3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về hàm số.  
**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 3. Tìm điểm trên đồ thị hàm số

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(G)$ . Khi đó :

$$M(x_0; y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0).$$

## CÂU 4 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**❖ Ví dụ 4.** Thể tích  $V$  của khối cầu bán kính  $r$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- (A)**  $V = \frac{1}{3}\pi r^3$ .      **(B)**  $V = 2\pi r^3$ .      **(C)**  $V = 4\pi r^3$ .      **(D)**  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

 **Lời giải.**

Thể tích khối cầu có bán kính  $r$  là  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

Chọn đáp án **(D)** □

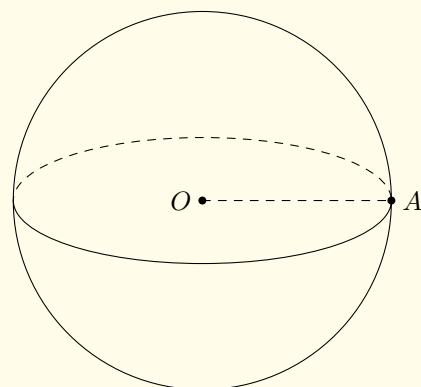
### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Bài toán về mặt cầu: Công thức tính diện tích, thể tích, VTTD giữa mặt cầu với mp, đt.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán đếm.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 4. Tổ hợp-Chỉnh hợp-Hoán vị

Tập hợp các điểm  $M$  trong không gian cách điểm  $O$  cố định một khoảng  $R$  gọi là *mặt cầu* tâm  $O$ , bán kính  $R$ , kí hiệu là  $S(O; R)$ .

Khi đó,  $S(O; R) = \{M | OM = R\}$ .



#### **1. Vị trí tương đối của một điểm đối với một mặt cầu**

Cho mặt cầu tâm  $O$  bán kính  $R$  và  $A$  là một điểm bất kì trong không gian.

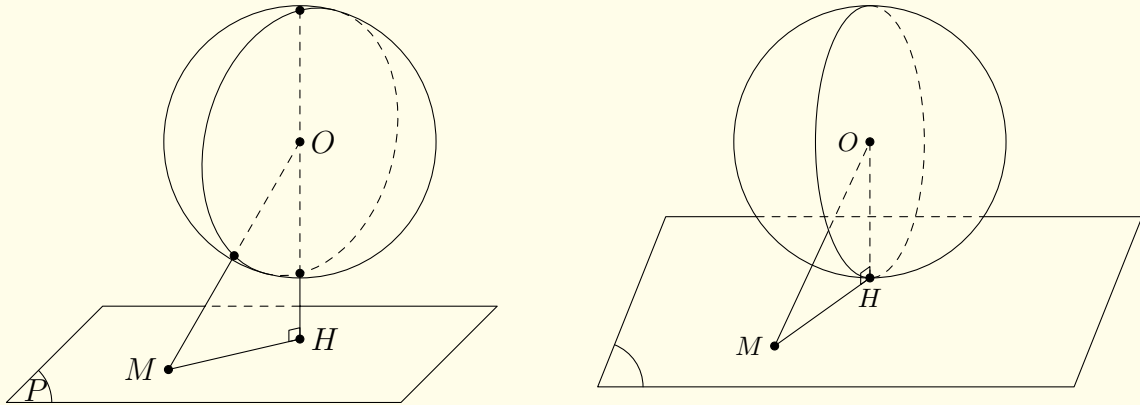
- Nếu  $OA = R$  thì ta nói điểm  $A$  *nằm trên* mặt cầu  $S(O; R)$ .
- Nếu  $OA < R$  thì ta nói điểm  $A$  *nằm trong* mặt cầu  $S(O; R)$ .
- Nếu  $OA > R$  thì ta nói điểm  $A$  *nằm ngoài* mặt cầu  $S(O; R)$ .

Tập hợp các điểm thuộc mặt cầu  $S(O; R)$  cùng với các điểm nằm trong mặt cầu đó gọi là *khối cầu* hoặc *hình cầu* tâm  $O$  bán kính  $R$ .

## 2. Vị trí tương đối của mặt phẳng đối với mặt cầu

Cho mặt cầu  $S(O; R)$  và mặt phẳng  $(P)$ . Gọi  $d$  là khoảng cách từ tâm  $O$  của mặt cầu đến mặt phẳng  $(P)$ . Ta có:

- ☑ Nếu  $d > R$  thì mặt phẳng  $(P)$  không cắt mặt cầu  $S(O; R)$ .
- ☑ Nếu  $d = R$  thì mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $S(O; R)$  có một điểm chung duy nhất. Khi đó, ta nói mặt phẳng  $(P)$  *tiếp xúc* với mặt cầu  $S(O; R)$ . Điểm tiếp xúc gọi là *tiếp điểm*,  $(P)$  gọi là *mặt phẳng tiếp xúc* hay *tiếp diện* của mặt cầu.



- ☑ Nếu  $d < R$  thì mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $S(O; R)$  theo một đường tròn bán kính  $R' = \sqrt{R^2 - d^2}$ . Đặc biệt, khi  $d = 0$  thì tâm  $O$  thuộc mặt phẳng  $(P)$ , giao tuyến của  $(P)$  và  $S(O; R)$  là đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ . Đường tròn này gọi là *đường tròn lớn*.

**⚠ Lưu ý:** Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu  $S(O; R)$  là  $(P)$  vuông góc với bán kính tại tiếp điểm.

## 3. Vị trí tương đối của đường thẳng đối với mặt cầu

Cho mặt cầu  $S(O; R)$  và đường thẳng  $\Delta$ . Gọi  $d$  là khoảng cách  $O$  đến đường thẳng  $\Delta$ . Khi đó,

- ☑  $d > R \Leftrightarrow \Delta$  không cắt mặt cầu  $S(O; R)$ .
- ☑  $d < R \Leftrightarrow \Delta$  cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.
- ☑  $d = R \Leftrightarrow \Delta$  và mặt cầu  $S(O; R)$  tiếp xúc nhau. Do đó, điều kiện cần và đủ để  $\Delta$  tiếp xúc với mặt cầu  $S(O; R)$  là  $d = R$ .

## 4. Vị trí tương đối của đường thẳng đối với mặt cầu

Cho mặt cầu  $S(O; R)$  và đường thẳng  $\Delta$ . Gọi  $d$  là khoảng cách  $O$  đến đường thẳng  $\Delta$ . Khi đó,

- ☑  $d > R \Leftrightarrow \Delta$  không cắt mặt cầu  $S(O; R)$ .
- ☑  $d < R \Leftrightarrow \Delta$  cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.
- ☑  $d = R \Leftrightarrow \Delta$  và mặt cầu  $S(O; R)$  tiếp xúc nhau. Do đó, điều kiện cần và đủ để  $\Delta$  tiếp xúc với mặt cầu  $S(O; R)$  là  $d = R$ .

## 5. Công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu

Cho mặt cầu bán kính  $R$ . Khi đó,

- ☑ Diện tích mặt cầu:  $S = 4\pi R^2$ .
- ☑ Thể tích khối cầu:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

❖ **Ví dụ 5.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$  là

**(A)**  $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C.$

**(B)**  $\int f(x)dx = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C.$

**(C)**  $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C.$

**(D)**  $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C.$

**Lời giải.**

Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$  là  $\int f(x) dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C.$

Chọn đáp án **(C)** □

**PHÂN TÍCH:**

1. **Dạng toán:** Tính nguyên hàm bằng đ/n - tính chất và bảng nguyên hàm.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán nguyên hàm.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**Dạng 5. Tìm nguyên hàm bằng định nghĩa, tính chất, bảng nguyên hàm**

**1. Định nghĩa nguyên hàm**

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{K}$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{K}$  nếu

$$F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

**2. Tính chất của nguyên hàm**

- $\int f'(x) dx = f(x) + C.$
- $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với  $k \neq 0.$
- $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$

**3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp**

Nguyên hàm cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\int 0 dx = C;</math></li> <li>• <math>\int dx = x + C;</math></li> <li>• <math>\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1);</math></li> <li>• <math>\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C;</math></li> <li>• <math>\int e^x dx = e^x + C;</math></li> <li>• <math>\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 &lt; a \neq 1);</math></li> <li>• <math>\int \cos x dx = \sin x + C;</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1);</math></li> <li>• <math>\int \frac{1}{ax + b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax + b  + C;</math></li> <li>• <math>\int e^{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{(ax+b)} + C;</math></li> <li>• <math>\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C, (a \neq 0);</math></li> <li>• <math>\int \frac{1}{\sin^2(ax + b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax + b) + C, (a \neq 0);</math></li> <li>• <math>\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C, (a \neq 0);</math></li> <li>• <math>\int \frac{1}{(ax + b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax + b} + C;</math></li> </ul>

$$\bullet \int \sin x \, dx = -\cos x + C;$$

$$\bullet \int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cot x + C;$$

$$\bullet \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} \, dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C, \quad (a \neq 0);$$

$$\bullet \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C;$$

## 🎓 CÂU 6 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$1$	$4$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**(A)** 3.

**(B)** 2.

**(C)** 4.

**(D)** 5.

### 💬 Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm nhận thấy  $f'(x)$  đổi dấu qua các giá trị  $x = -2, x = 0, x = 1, x = 4$ . Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(C)** □

### 📖 PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị của hàm số.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về cực trị của hàm số.

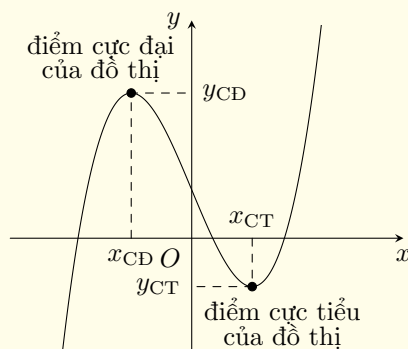
**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### 📁 Dạng 6. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên

Xác định các yếu tố liên quan đến cực trị ở mức độ nhận biết và thông hiểu, dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị.

- 🕒 Loại 1: Đối với bài toán cho trước bảng biến thiên, ta cần quan sát kỹ các yếu tố sau đây:
  - Nếu  $f'(x)$  đổi dấu từ (+) sang (-) khi  $x$  đi qua điểm  $x_0$  thì  $x_0$  là điểm cực đại của hàm số. Từ đó, ta có giá trị cực đại của hàm số là  $y_{CD} = f(x_0)$ .
  - Nếu  $f'(x)$  đổi dấu từ (-) sang (+) khi  $x$  đi qua điểm  $x_0$  thì  $x_0$  là điểm cực tiểu của hàm số. Từ đó, ta có giá trị cực tiểu của hàm số là  $y_{CT} = f(x_0)$ .
  - Số điểm cực trị của hàm số bằng số nghiệm đơn của phương trình  $f'(x) = 0$ .
  - Và các em cũng chú ý rằng: hàm số  $f(x)$  vẫn có thể đạt cực trị tại các điểm mà  $f'(x)$  không xác định nhưng điểm đó phải thuộc tập xác định của hàm số.
- 🕒 Loại 2: Đối với bài toán cho trước đồ thị, ta cần quan sát kỹ các yếu tố sau:





## CÂU 7 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

🔗 **Ví dụ 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 6$  là

- A**  $(\log_2 6; +\infty)$ .     
  **B**  $(-\infty; 3)$ .     
  **C**  $(3; +\infty)$ .     
  **D**  $(-\infty; \log_2 6)$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $2^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_2 6$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (\log_2 6; +\infty)$ .

Chọn đáp án  **A** □

### 📖 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Giải bất phương trình mũ, logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về bất phương trình mũ, logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### 📁 Dạng 7. Bất phương trình mũ cơ bản

a) Xét bất phương trình dạng  $a^x > b$ . (dạng  $a^x \geq b$  giải tương tự)

- ☑ Nếu  $b \leq 0$ , tập nghiệm của bất phương trình là  $\mathbb{R}$ .
- ☑ Nếu  $b > 0$ , khi đó
  - Với  $a > 1$ , ta có  $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$ .
  - Với  $0 < a < 1$ , ta có  $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$ .

b) Xét bất phương trình dạng  $a^x \leq b$ . (dạng  $a^x < b$  giải tương tự)

- ☑ Nếu  $b \leq 0$ , bất phương trình vô nghiệm.
- ☑ Nếu  $b > 0$ , khi đó
  - Với  $a > 1$ , ta có  $a^x \leq b \Leftrightarrow x \leq \log_a b$ .
  - Với  $0 < a < 1$ , ta có  $a^x \leq b \Leftrightarrow x \geq \log_a b$ .

c) Với  $a > 1$ ,  $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$ .

d) Với  $0 < a < 1$ ,  $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$ .

## CÂU 8 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

✎ **Ví dụ 8.** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 7$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

**(A)** 42.

**(B)** 126.

**(C)** 14.

**(D)** 56.

 **Lời giải.**

Thể tích của khối chóp  $V = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 7 = 14$ .

Chọn đáp án **(C)** □

### **PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Tính thể tích các khối chóp.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tính thể tích khối chóp.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### **Dạng 8. Tính thể tích khối chóp**

Thể tích khối chóp:  $V = \frac{1}{3}Bh$  với  $B$ : diện tích đáy,  $h$ : chiều cao.

## CÂU 9 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

✎ **Ví dụ 9.** Tập xác định của hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  là

**(A)**  $\mathbb{R}$ .

**(B)**  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**(C)**  $(0; +\infty)$ .

**(D)**  $(2; +\infty)$ .

 **Lời giải.**

Hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  xác định khi và chỉ khi  $x > 0$ .

Vậy  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

Chọn đáp án **(C)** □

### **PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Tìm tập xác định của hàm số lũy thừa.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tập xác định hàm số lũy thừa.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### **Dạng 9. Hàm số lũy thừa**

Hàm số lũy thừa là hàm số có dạng  $y = x^\alpha$ , trong đó  $\alpha$  là một hằng số tùy ý.

Từ định nghĩa các lũy thừa, ta thấy:

a) Hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha$  nguyên dương, xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

b) Hàm số  $y = x^\alpha$ , với  $\alpha$  nguyên âm hoặc  $\alpha = 0$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

c) Hàm số  $y = x^\alpha$ , với  $\alpha$  không nguyên, có tập xác định là tập hợp các số thực dương  $(0; +\infty)$ .

Khi tìm tập xác định của hàm số lũy thừa cần chú ý:

a) Hàm số  $y = [u(x)]^\alpha$  với  $\alpha$  nguyên dương, xác định với mọi  $u(x) \in \mathbb{R}$ .

b) Hàm số  $y = [u(x)]^\alpha$ , với  $\alpha$  nguyên âm hoặc  $\alpha = 0$  xác định với mọi  $u(x) \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

c) Hàm số  $y = [u(x)]^\alpha$ , với  $\alpha$  không nguyên, xác định khi  $u(x) > 0$

## CÂU 10 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

❖ Ví dụ 10. Nghiệm của phương trình  $\log_2(x+4) = 3$  là

**A**  $x = 5$ .

**B**  $x = 4$ .

**C**  $x = 2$ .

**D**  $x = 12$ .

### Lời giải.

Ta có  $\log_2(x+4) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ x+4 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$ .

Vậy  $x = 4$  là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **B** □

### PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Phương trình mũ-Phương trình logarit cơ bản.

2. **Mức độ:** Nhận biết.

3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán giải pt mũ và pt logarit cơ bản.

4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## Dạng 10. Phương trình mũ-Phương trình logarit cơ bản

### 1. Các công thức cần dùng để giải phương trình, bất phương trình logarit

Cho các số dương  $a, b, c, b_1, b_2$  và  $a \neq 1$ . Số thực  $\alpha$ .

$\log_a 1 = 0; \quad \log_a a = 1$	$\log_a(a^\alpha) = \alpha; \quad a^{\log_a b} = b$
$\log_a b_1 b_2 = \log_a b_1 + \log_a b_2$	$\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2;$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$
$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b; \quad \log_a a^\alpha = \alpha$ $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b \quad (n \geq 2, n \in \mathbb{N})$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (c \neq 1);$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (b \neq 1)$
$\log_a [f(x)]^\alpha = \alpha \log_a  f(x) $ nếu $\alpha$ chẵn	$\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b \quad (\alpha \neq 0)$

## 2. Phương trình mũ - PT logarit cơ bản

- a)  $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$  ( với  $0 < a \neq 1, b > 0$  ).
- b)  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$  ( với  $0 < a \neq 1$  ).
- c)  $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$  với ( $a > 0, a \neq 1$ ).
- d)  $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$
- e)  $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 (g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

## CÂU 11 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

❖ Ví dụ 11. Nếu  $\int_2^5 f(x) dx = 3$  và  $\int_2^5 g(x) dx = -2$  thì  $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

(A) 5.                      (B) -5.                      (C) 1.                      (D) 3.

 Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = 3 + (-2) = 1.$$

Chọn đáp án (C) □

### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Tính tích phân bằng định nghĩa và tính chất tích phân.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán tính tích phân bằng định nghĩa và tính chất.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## Dạng 11. Tính tích phân bằng định nghĩa và tính chất tích phân

### 1. Định nghĩa tích phân

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và xác định trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ .

Hiệu số  $F(b) - F(a)$  được gọi là tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$ . Kí hiệu là  $\int_a^b f(x) dx$ .

$$\text{Vậy } \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

### 2. Tính chất tích phân xác định

Tính chất của tích phân xác định.

$$\textcircled{C} \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b.$$

$$\textcircled{C} k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx \text{ với } (k \neq 0).$$

$$\textcircled{C} \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\textcircled{C} \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

$$\textcircled{C} \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz.$$

$$\textcircled{C} \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

## CÂU 12 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**◀ Ví dụ 12.** Cho số phức  $z = 3 - 2i$ , khi đó  $2z$  bằng

**(A)**  $6 - 2i$ .

**(B)**  $6 - 4i$ .

**(C)**  $3 - 4i$ .

**(D)**  $-6 + 4i$ .

 **Lời giải.**

Ta có  $2z = 2(3 - 2i) = 6 - 4i$ .

Chọn đáp án **(B)** □

### **PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Xác định các yếu tố cơ bản của số phức qua các phép toán của số phức.

**2. Mức độ:** Thông hiểu.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về xác định các yếu tố cơ bản của số phức qua các phép toán của số phức.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### **Dạng 12. Xác định các yếu tố cơ bản số phức qua các phép toán**

a) **Khái niệm số phức** Số phức (dạng đại số)  $z = a + bi$ . Trong đó  $a, b \in \mathbb{R}$ ;  $a$  là phần thực,  $b$  là phần ảo.

b) **Hai số phức bằng nhau** Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) và  $z_2 = c + di$  ( $c, d \in \mathbb{R}$ ).

$$\text{Khi đó } z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) và  $z_2 = d + di$  ( $c, d \in \mathbb{R}$ ).

c) **Phép cộng số phức** Khi đó  $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$ ;  $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$ .

d) **Phép trừ hai số phức**  $z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$ .

e) **Phép nhân hai số phức**  $z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$ .

f) **Phép chia hai số phức** Khi  $z_2 \neq 0$  thì

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i.$$

g) **Số phức liên hợp** Số phức liên hợp của  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là  $\bar{z} = a - bi$ .

h) **Mô đun của số phức** Với  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) ta có  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|,$

$||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|,$

$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$  (trong đó  $z_2 \neq 0$ ),

$||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|.$

## 🎓 CÂU 13 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : 2x - 3y + 4z - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- A  $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3).$      B  $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1).$      C  $\vec{n}_2 = (2; -3; 4).$      D  $\vec{n}_1 = (2; 3; 4).$

💬 **Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P) : 2x - 3y + 4z - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (2; -3; 4).$

Chọn đáp án  C □

### 📖 **PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Tìm VTPT của mặt phẳng.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về phương trình mặt phẳng.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### 📁 **Dạng 13. Tìm VTPT của mặt phẳng**

a) Phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(P)$  trong không gian có dạng  $(P) : Ax + By + Cz + D = 0$  với  $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ .

b) Nếu phương trình mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $Ax + By + Cz + D = 0$  thì một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là  $\vec{n} = (A; B; C)$ .

c) Nếu mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với giá của véc-tơ  $\vec{n} \neq \vec{0}$  thì véc-tơ  $\vec{n}$  là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

d) Nếu mặt phẳng  $(P)$  song song hoặc chứa giá của hai véc-tơ không cùng phương  $\vec{a}, \vec{b}$  thì

véc-tơ  $[\vec{a}, \vec{b}]$  là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

e) Nếu mặt phẳng đi qua điểm  $M(a; b; c)$  và nhận  $\vec{n} = (A; B; C)$  là một véc-tơ pháp tuyến thì phương trình của mặt phẳng là  $A(x - a) + B(y - b) + C(z - c) = 0$ .

## CÂU 14 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

❖ **Ví dụ 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; 3; -2)$  và  $\vec{v} = (2; 1; -1)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  là

**A**  $(3; 4; -3)$ .

**B**  $(-1; 2; -3)$ .

**C**  $(-1; 2; -1)$ .

**D**  $(1; -2; 1)$ .

 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 2; -1)$ .

Chọn đáp án **C** □

### **PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Tìm tọa độ điểm, véc-tơ liên quan đến hệ trục  $Oxyz$ .

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tìm tọa độ điểm, véc-tơ liên quan đến hệ trục  $Oxyz$

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### **Dạng 14. Tìm tọa độ điểm-Tọa độ véc-tơ liên quan đến hệ tọa độ $Oxyz$**

**1. Tọa độ véc-tơ** Cho  $\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

**Định lí:** Cho  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .

a)  $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$ .

b)  $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ .

c) Hai véc-tơ bằng nhau  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3. \end{cases}$

d)  $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ .

e) Mô-đun (độ dài) véc-tơ:  $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ .

f) Tích vô hướng:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

Suy ra:  $\begin{cases} \bullet \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0 \\ \bullet \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \end{cases}$

### **2. Tọa độ điểm**

$$M(a; b; c) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} = (a; b; c).$$

**⚠ Lưu ý:**

$$\begin{cases} M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0, M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0, M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0 \\ M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0, M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0, M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0. \end{cases}$$

**Định lí:** Cho hai điểm  $A = (x_A; y_A; z_A)$ ,  $A = (x_B; y_B; z_B)$ .

a)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ .

b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow M \left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right)$ .

c) Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Rightarrow G \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right)$ .

d) Gọi  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$ , khi đó tọa độ điểm  $G$  là  $G \left( \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \right)$ .

**🎓 CÂU 15 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022**

**🔗 Ví dụ 15.** Trên mặt phẳng tọa độ, cho  $M(2; 3)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

**(A)** 2.

**(B)** 3.

**(C)** -3.

**(D)** -2.

**💬 Lời giải.**

Vì  $M(2; 3)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$  nên  $z = 2 + 3i$ .

Vậy phần thực của số phức  $z$  là 2.

Chọn đáp án **(A)** □

**📖 PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Biểu diễn hình học của số phức.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

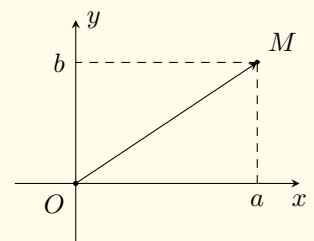
**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về số phức.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**📁 Dạng 15. Biểu diễn hình học của số phức**

**Biểu diễn hình học số phức**

Số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) được biểu diễn bởi điểm  $M(a; b)$  hay bởi  $\vec{u} = (a; b)$  trong mặt phẳng phức (mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ ).



**🎓 CÂU 16 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022**



❖ Ví dụ 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x + 2}{x - 2}$  là đường thẳng có phương trình

(A)  $x = 2$ .

(B)  $x = -1$ .

(C)  $x = 3$ .

(D)  $x = -2$ .

🗨️ Lời giải.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{3x + 2}{x - 2} = \pm\infty$  nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = 2$  làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (A) □

📄 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Bài toán xác định các đường tiệm cận của hàm số (không chứa tham số) hoặc biết BBT, đồ thị.

2. **Mức độ:** Nhận biết.

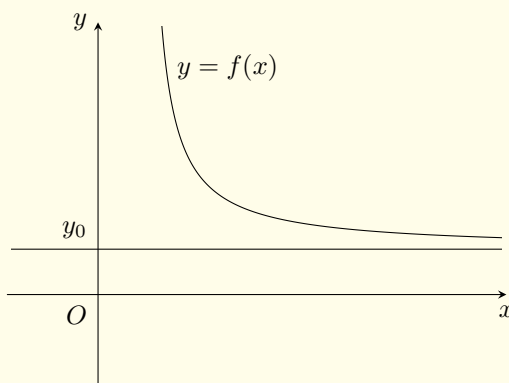
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

📁 Dạng 16. Tiệm cận của đồ thị hàm số

a) **Đường tiệm cận ngang:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng  $(a; +\infty)$ ,  $(-\infty; b)$  hoặc  $(-\infty; +\infty)$ ). Đường thẳng  $y = y_0$  là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$



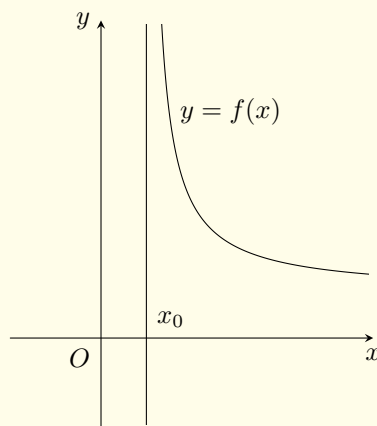
b) **Đường tiệm cận đứng:** Đường thẳng  $x = x_0$  được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

☑️  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$

☑️  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$

☑️  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$

☑️  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$



c) **Hướng giải:**

**B1.** Tìm tập xác định của hàm số.

**B2.** Tính giới hạn của hàm số tại vô cực để tìm tiệm cận ngang.

**B3.** Tính giới hạn của hàm số tại các điểm hàm số không xác định để tìm tiệm cận đứng.

**⚠ Lưu ý:** Nếu  $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$  là hàm phân thức hữu tỉ.

☑ Nếu  $x_0$  thỏa mãn  $\begin{cases} Q(x_0) = 0 \\ P(x_0) \neq 0 \end{cases}$  thì đồ thị có tiệm cận đứng là  $x = x_0$ .

☑ Nếu bậc của  $P(x) \leq$  bậc của  $Q(x)$  thì đồ thị có tiệm cận ngang.

☑ Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có TCD :  $x = -\frac{d}{c}$  và TCN :  $y = \frac{a}{c}$ .

## 🎓 CÂU 17 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 17.** Với mọi số thực  $a$  dương,  $\log_2 \frac{a}{2}$  bằng

**(A)**  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .

**(B)**  $\log_2 a + 1$ .

**(C)**  $\log_2 a - 1$ .

**(D)**  $\log_2 a - 2$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $\log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1$ .

Chọn đáp án **(C)** □

### 📖 **PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Biến đổi, rút gọn biểu thức có chứa logarit.

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về logarit.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### 1. Định nghĩa:

Cho hai số dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Số  $\alpha$  thỏa mãn đẳng thức  $a^\alpha = b$  được gọi là logarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu là  $\log_a b$ . Ta viết:  $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ .

### 2. Các tính chất:

Cho  $a, b > 0, a \neq 1$ , ta có:

- ☑  $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$ .
- ☑  $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$ .

### 3. Các quy tắc:

- ☑ Logarit của một tích: Cho 3 số dương  $a, b_1, b_2$  với  $a \neq 1$ , Ta có

$$\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$$

- ☑ Logarit của một thương: Cho 3 số dương  $a, b_1, b_2$  với  $a \neq 1$ , Ta có

$$\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$$

Đặc biệt: với  $a, b > 0, a \neq 1, \log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$ .

- ☑ Logarit của lũy thừa: Cho  $a, b > 0$  với  $a \neq 1$ , với mọi  $\alpha$ , ta có

$$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$$

Đặc biệt:  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$ .

- ☑ Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương  $a, b, c$  với  $a \neq 1, c \neq 1$ , ta có

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Đặc biệt:  $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$  và  $\log_a^\alpha b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$  với  $\alpha \neq 0$ .

## **CÂU 18 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022**

### ◀ Ví dụ 18.

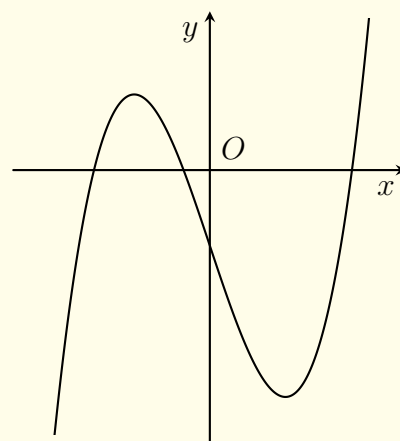
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

**A**  $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

**B**  $y = \frac{x+1}{x-1}.$

**C**  $y = x^3 - 3x - 1.$

**D**  $y = x^2 + x - 1.$



**Lời giải.**

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy rằng đường cong ở hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba, do đó ta chọn được hàm số  $y = x^3 - 3x - 1.$

Chọn đáp án **C** □

**PHÂN TÍCH:**

1. **Dạng toán:** Nhận dạng đồ thị hay BBT của hàm số.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về khảo sát hàm số.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**Dạng 18. Nhận dạng đồ thị hay BBT của hàm số**

Để nhận dạng đồ thị hàm số ta làm như sau:

- ☑ Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra hàm số bậc 3, bậc 4 hay phân thức . Nếu hàm số bậc 3 , bậc 4 dấu hệ số  $a.$
- ☑ Giao điểm của đồ thị với hai trục tọa độ.
- ☑ Cực trị của hàm số ( hay TCD-TCN).

a) Nhận dạng đối với đồ thị hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ).

- ☑ Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra dấu của hệ số  $a.$

Ta thấy  $\begin{cases} a > 0 \Leftrightarrow \text{nhánh phải của đồ thị đi lên} \\ a < 0 \Leftrightarrow \text{nhánh phải của đồ thị đi xuống} \end{cases}$

- ☑ Giao điểm của đồ thị và trục tung:  $x = 0$  suy ra  $y = d.$

- ☑ Cực trị và điểm uốn

—  $y' = 3ax^2 + 2bx + c; y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$

— Xét dấu  $b$  dùng  $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$  suy ra dấu  $b.$

— Xét dấu  $c$  dùng  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a}$  suy ra dấu  $c.$

- ☑ Tìm điểm thuộc đồ thị.

b) Nhận dạng đối với đồ thị hàm số trùng phương  $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0).$

- ☑ Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra dấu của hệ số  $a$ .  
Ta thấy  $\begin{cases} a > 0 \Leftrightarrow \text{nhánh phải của đồ thị đi lên} \\ a < 0 \Leftrightarrow \text{nhánh phải của đồ thị đi xuống} \end{cases}$ .
- ☑ Giao điểm của đồ thị và trục tung  $:x = 0$  suy ra  $y = c$
- ☑ Nếu  $ab < 0$  đồ thị có 3 cực trị và  $ab \geq 0$  đồ thị có một cực trị.
- ☑ Tìm điểm thuộc đồ thị.

c) Nhận dạng đồ thị hàm nhất biến  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

- ☑ Tìm tiệm cận đứng  $x = -\frac{d}{c}$  và tiệm cận ngang  $y = -\frac{a}{c}$ .
- ☑  $ad - bc > 0$  hàm số đồng biến,  $ad - bc < 0$  hàm số nghịch biến.
- ☑ Tìm điểm thuộc đồ thị.
- ☑ Giao điểm của đồ thị và trục hoành là  $\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ , giao điểm của đồ thị và trục tung là  $\left(0; \frac{b}{d}\right)$  với  $d \neq 0$ .

## 🎓 CÂU 19 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

🔗 Ví dụ 19. Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ A Điểm  $Q(2; 2; 3)$ .
- ☐ B Điểm  $N(2; -2; -3)$ .
- ☐ C Điểm  $M(1; 2; -3)$ .
- ☐ D Điểm  $P(1; 2; 3)$ .

### 💬 Lời giải.

Dễ thấy rằng đường thẳng  $d$  luôn đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$ .

Chọn đáp án ☐ C ☐

### 📖 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về phương trình đường thẳng.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## 📁 Dạng 19. Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng.

a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(x_A; y_A; z_A)$ ,  $B(x_B; y_B; z_B)$  và  $C(x_C; y_C; z_C)$   
Ta có  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ .

$$\begin{aligned} \text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB, I & \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2}. \end{cases} \\ \text{Tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC, G & \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

b)  $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

c)  $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$  cùng phương với  $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ , ( $\vec{v} \neq \vec{0}$ )  $\Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = kx_2 \\ y_1 = ky_2 \\ z_1 = kz_2. \end{cases}$

d) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua hai điểm  $A$  và  $B$  thì  $\Delta$  có một véc-tơ chỉ phương là  $\overrightarrow{AB}$  hoặc  $\overrightarrow{BA}$ .

e) Nếu  $\vec{u}$  là một véc-tơ chỉ phương của  $\Delta$  thì  $k\vec{u}$  ( $k \neq 0$ ) cũng là một véc-tơ chỉ phương của  $\Delta$ . Do đó một đường thẳng có vô số véc-tơ chỉ phương.

f) Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì véc-tơ chỉ phương của đường thẳng này cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng kia.

g) Nếu đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì véc-tơ chỉ phương  $\vec{u}_\Delta$  của đường thẳng  $\Delta$  chính là véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(\alpha)}$  của mặt phẳng  $(\alpha)$ , tức là  $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(\alpha)}$ .

h) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  và có một véc-tơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (a; b; c) \text{ có phương trình tham số là } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ và phương trình chính tắc là}$$

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad (abc \neq 0).$$

i) Điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $\Delta$  có PTTTS  $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$  thì  $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$ .

j) Cho hai mặt phẳng  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$  và  $(\alpha'): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ . Với điều kiện  $A : B : C \neq A' : B' : C'$  thì hai mặt phẳng đó cắt nhau. Gọi  $d$  là giao tuyến của chúng. Đường thẳng  $d$  gồm những điểm  $M(x; y; z)$  vừa thuộc  $(\alpha)$  vừa thuộc  $(\alpha')$  nên tọa độ của  $M$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$ . Gọi  $\vec{n} = (A; B; C)$  và  $\vec{n}' = (A'; B'; C')$ . Khi đó  $\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{n}']$  là một véc-tơ chỉ phương của  $d$ .

- k) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục  $Ox$  là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .
- l) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục  $Oy$  là  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .
- m) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục  $Oz$  là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .
- n) Tìm hai vectơ không cùng phương và có giá mỗi véc-tơ vuông góc với đường thẳng  $d$  là  $\vec{a}, \vec{b}$ .  
 Khi đó  $\vec{u}_d = [\vec{a}, \vec{b}]$  là một véc-tơ chỉ phương của  $d$ .

## 🎓 CÂU 20 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 20.** Với  $n$  là số nguyên dương, công thức nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ  $P_n = n!$       Ⓑ  $P_n = n - 1$       Ⓒ  $P_n = (n - 1)!$       Ⓓ  $P_n = n$ .

### 💬 Lời giải.

Số hoán vị của  $n$  phần tử là  $P_n = n!$ .

Chọn đáp án Ⓐ □

### 📄 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Bài toán chỉ sử dụng P hoặc C hoặc A.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán đếm.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## 📁 Dạng 20. Tổ hợp-Chỉnh hợp-Hoán vị

### a) Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có  $m$  cách thực hiện, hành động kia có  $n$  cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có  $m + n$  cách thực hiện.

☑️ Nếu  $A$  và  $B$  là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ .

### b) Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có  $m$  cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có  $n$  cách thực hiện hành động thứ hai thì có  $m \cdot n$  cách hoàn thành công việc.

### c) Hoán vị

#### ☑️ Hoán vị là gì?

Cho tập  $A$  có  $n$  phần tử ( $n \geq 1$ ). Khi sắp xếp  $n$  phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập  $A$ .

#### ☑️ Số các hoán vị

Số các hoán vị của một tập hợp có  $n$  phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1) \cdots 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1)n.$$

⚠️ **Lưu ý:** Ta có  $P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1)n = (n-3)!(n-2)(n-1)n = (n-2)!(n-1)n$ .

#### d) Chỉnh hợp

##### ☑ Chỉnh hợp là gì?

Cho tập  $A$  gồm  $n$  phần tử và số nguyên  $k$ , với  $1 \leq k \leq n$ . Khi lấy ra  $k$  phần tử của  $A$  và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử của  $A$ .

##### ☑ Số các chỉnh hợp

Số các chỉnh hợp chập  $k$  của một tập hợp có  $n$  phần tử ( $1 \leq k \leq n$ ) là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1).$$

##### ⚠ Lưu ý:

☑ Với  $0 < k < n$ , ta có thể viết  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

☑ Qui ước  $0! = 1$ ,  $A_n^0 = 1$  thì  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$  cũng đúng với  $0 \leq k \leq n$ . Khi  $k = n$  thì  $A_n^n = P_n = n!$ .

#### e) Tổ hợp

##### ☑ Tổ hợp là gì?

Cho tập  $A$  có  $n$  phần tử và số nguyên  $k$  ( $1 \leq k \leq n$ ). Mỗi tập con của  $A$  có  $k$  phần tử được gọi là một tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử của  $A$ .

##### ☑ Số các tổ hợp

Số các tổ hợp chập  $k$  của một tập hợp có  $n$  phần tử ( $1 \leq k \leq n$ ) là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

##### ⚠ Lưu ý:

☑ Qui ước  $0! = 1$ ,  $C_n^0 = 1$  thì  $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$  cũng đúng với  $0 \leq k \leq n$ . Ta có  $C_n^k \cdot k! = A_n^k$ .

☑ Với  $0 \leq k \leq n$ , ta có thể viết  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

### 🎓 CÂU 21 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 21.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$ . Thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ  $V = \frac{1}{3}Bh.$

Ⓑ  $V = \frac{4}{3}Bh.$

Ⓒ  $V = 6Bh.$

Ⓓ  $V = Bh.$

#### 💬 Lời giải.

Thể tích  $V$  của khối lăng trụ có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là  $V = B \cdot h$ .

Chọn đáp án Ⓓ





## PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Thể tích khối lăng trụ.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán tính thể tích khối lăng trụ.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 21. Tính thể tích khối lăng trụ

- Thể tích khối chóp:  $V = \frac{1}{3}Bh$  với  $B$ : diện tích đáy,  $h$ : chiều cao.
- Thể tích khối lăng trụ:  $V = Bh$  với  $B$ : diện tích đáy,  $h$ : chiều cao.
- Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước  $a, b, c$  là  $V = abc$ .
- Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng  $a$  là  $V = a^3$ .

## CÂU 22 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

❖ Ví dụ 22. Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_2 x$  là

(A)  $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ .

(B)  $y' = \frac{\ln 2}{x}$ .

(C)  $y' = \frac{1}{x}$ .

(D)  $y' = \frac{1}{2x}$ .

### Lời giải.

Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2 x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  là  $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ .

Chọn đáp án (A) □

## PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Tính đạo hàm hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về hàm số mũ và hàm số logarit.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 22. Tính đạo hàm hàm số mũ-logarit

☑ Công thức đạo hàm

Đạo hàm của hàm số thường gặp	Đạo hàm của hàm số hợp
$(C)' = 0$	
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(u^n)' = nu^{n-1}u'$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\sin u)' = u' \cos u$ $(\cos u)' = -u' \sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-cb}{(cx+d)^2}$	$\left(\frac{au+b}{cu+d}\right)' = \frac{ad-cb}{(cu+d)^2} \cdot u'$
$\left(\frac{ax^2+bx+c}{mx+n}\right)' = \frac{am \cdot x^2 + 2an \cdot x + bn - cm}{(mx+n)^2}$	
$\left(\frac{ax^2+bx+c}{mx^2+nx+p}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ m & n \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} a & c \\ m & p \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b & c \\ n & p \end{vmatrix}}{(mx^2+nx+p)^2}$	
$(e^x)' = e^x$ $(a^x)' = a^x \ln a$	$(e^u)' = u' e^u$ $(a^u)' = u' a^u \ln a$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

🔗 Quy tắc tính đạo hàm

Quy tắc tính đạo hàm		
$(u+v)' = u' + v'$	$(uv)' = u'v + v'u$	$(ku)' = ku' (k: \text{hằng số})$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	$(f[u(x)])' = f'[u(x)] \cdot u'(x)$

🎓 CÂU 23 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 Ví dụ 23. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$+$
$y$	$+\infty$		$1$		$+\infty$	

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$   
 $-1$        $-1$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A  $(0; +\infty)$ .     
 B  $(-\infty; -2)$ .     
 C  $(0; 2)$ .     
 D  $(-2; 0)$ .

💬 Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

Chọn đáp án  D

📖 PHÂN TÍCH:

1. Dạng toán: Xét tính đơn điệu dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số.

2. **Mức độ:** Nhận biết.

3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tính đơn điệu của hàm số.

4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 23. Xét sự đồng biến-nghịch biến của hàm số dựa vào bảng biến thiên

**Định lí:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $K$ .

a) Nếu  $f'(x) > 0$  với mọi  $x$  thuộc  $K$  thì hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $K$ .

b) Nếu  $f'(x) < 0$  với mọi  $x$  thuộc  $K$  thì hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $K$ .

## CÂU 24 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

❖ **Ví dụ 24.** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r$  và độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A  $S_{xq} = 4\pi rl$ .

B  $S_{xq} = 2\pi rl$ .

C  $S_{xq} = 3\pi rl$ .

D  $S_{xq} = \pi rl$ .

 **Lời giải.**

Diện tích xung quanh của hình trụ là  $S_{xq} = 2\pi rl$ .

Chọn đáp án  B

### **PHÂN TÍCH:**

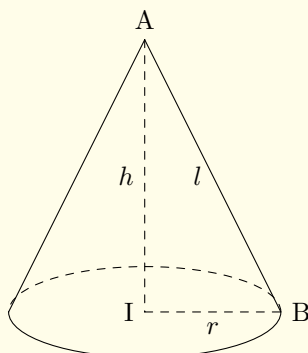
1. **Dạng toán:** Thể tích khối nón, khối trụ.

2. **Mức độ:** Nhận biết.

3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tính thể tích khối nón, khối trụ.

4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 24. Câu hỏi lý thuyết về khối nón-khối trụ



Chiều cao:  $h$ .

Bán kính đường tròn đáy:  $r$ .

Độ dài đường sinh:  $l$ .

Góc ở đỉnh:  $2\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ).

a) **Mối liên hệ giữa chiều cao, đường sinh và bán kính đáy của hình nón**

$$l^2 = h^2 + R^2.$$

b) **Hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác** Cho  $\triangle ABI$  vuông tại  $I$  quay quanh cạnh góc vuông  $AI$  thì đường gấp khúc  $ABI$  tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).

- ☑ Đường thẳng  $AI$  được gọi là trục,  $A$  là đỉnh,  $AI$  được gọi là đường cao và  $AB$  được gọi là đường sinh của hình nón.
- ☑ Hình tròn tâm  $I$ , bán kính  $r = IB$  là đáy của hình nón.

c) **Công thức diện tích của hình nón và thể tích của khối nón**

- ☑ Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l$ .
- ☑ Diện tích toàn phần hình nón:  $S_{tp} = S_{xq} + S_d$ .
- ☑ Diện tích đáy (hình tròn):  $S_d = \pi \cdot r^2$ .
- ☑ Thể tích khối nón:

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h.$$

d) **Thiết diện của hình nón ( $N$ ) khi cắt bởi mặt phẳng ( $P$ )**

- ☑ ( $P$ ) đi qua đỉnh của hình nón ( $N$ ):
  - Nếu ( $P$ ) tiếp xúc với mặt nón ( $N$ ) theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi ( $P$ ) là mặt phẳng tiết diện của mặt nón.
  - Nếu ( $P$ ) cắt mặt nón ( $N$ ) theo hai đường sinh  $\Rightarrow$  Thiết diện là tam giác cân.
  - Đặc biệt: Nếu ( $P$ ) đi qua trục của mặt nón ( $N$ )  $\Rightarrow$  Thiết diện là tam giác cân có cạnh bên  $l$  và cạnh đáy  $2r$ .
- ☑ ( $P$ ) không đi qua đỉnh của hình nón ( $N$ ):
  - Nếu ( $P$ ) vuông góc với trục hoành hình nón  $\Rightarrow$  giao tuyến là một đường tròn.
  - Nếu ( $P$ ) song song với hai nhánh của một hypebol.
  - Nếu ( $P$ ) song song với một đường sinh hình nón  $\Rightarrow$  giao tuyến là một đường parabol.

e) **Công thức tính độ dài cung tròn có số đo  $a^\circ$ , bán kính  $R$**

$$l = \frac{\pi R a}{180}.$$

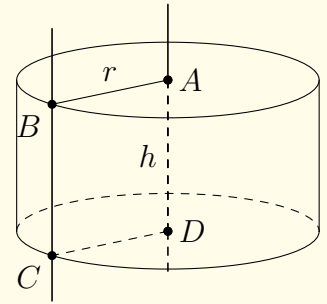
f) **Tính chất  $\triangle ABC$  đều cạnh  $a$**

- ☑ Độ dài đường cao, đường trung tuyến  $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
- ☑ Diện tích tam giác  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

## 7. Hình trụ tròn xoay

Khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh  $AD$  thì đường gấp khúc  $ABCD$  tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.

Đường thẳng  $AD$  được gọi là trục.  
 Đoạn thẳng  $BC$  được gọi là đường sinh.  
 Độ dài đoạn thẳng  $AD = DC = h$  được gọi là chiều cao của hình trụ.  
 Hình tròn tâm  $A$ , bán kính  $r = AB$  và hình tròn tâm  $D$ , bán kính  $r = DC$  được gọi là hai đáy của hình trụ.  
 Khối trụ tròn xoay, gọi tắt là khối trụ, là phần không gian giới hạn bởi hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ.



## 8. Công thức tính diện tích của hình trụ và thể tích của khối trụ:

Cho hình trụ có chiều cao là  $h$  và bán kính đáy bằng  $r$ .

- ☑ Diện tích xung quanh của hình trụ:  $S_{xq} = 2\pi r h$ .
- ☑ Diện tích toàn phần của hình trụ:  $S_m = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} = 2\pi r h + 2\pi r^2$ .
- ☑ Thể tích khối trụ:  $V = B \cdot h = \pi r^2 h$ .

## 🎓 CÂU 25 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

🔗 Ví dụ 25. Nếu  $\int_2^5 f(x) dx = 2$  thì  $\int_2^5 3f(x) dx$  bằng

- (A) 6.                      (B) 3.                      (C) 18.                      (D) 2.

💬 Lời giải.

Ta có  $\int_2^5 3f(x) dx = 3 \cdot 2 = 6$ .

Chọn đáp án (A) □

### 📖 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Tính tích phân bằng định nghĩa, tính chất.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tích phân bằng định nghĩa và tính chất.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## 📁 Dạng 25. Tính tích phân bằng tính chất của tích phân

### 1. Định nghĩa tích phân

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và xác định trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ .

Hiệu số  $F(b) - F(a)$  được gọi là tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$ . Kí hiệu là  $\int_a^b f(x) dx$ .

Vậy  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ .

## 2. Tính chất tích phân xác định

a)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$  với  $a < c < b$ .

b)  $k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx$  với  $(k \neq 0)$ .

c)  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ .

d)  $\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$ .

e)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz$ .

f)  $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$ .

## CÂU 26 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**❖ Ví dụ 26.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 7$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

**(A)** 11.

**(B)** 3.

**(C)**  $\frac{7}{4}$ .

**(D)** 28.

**🗨️ Lời giải.**

Ta có  $u_2 = u_1 + d = 7 + 4 = 11$ .

Chọn đáp án **(A)** □

### PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Cấp số cộng - Cấp số nhân .

**2. Mức độ:** Nhận biết.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về CSC-CSN.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**a) Cấp số cộng**

(a) **Định nghĩa**

Nếu  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d$ , ta có  $u_{n+1} = u_n + d$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

(b) **Số hạng tổng quát**

Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = u_1 + (n - 1)d$  với  $n \geq 2$ .

(c) **Tính chất**

Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$  với  $k \geq 2$ .

(d) **Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng**

Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Khi đó

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n - 1)d]}{2}.$$

**b) Cấp số nhân**

(a) **Định nghĩa**

Nếu  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q$ , ta có  $u_{n+1} = u_n \cdot q$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

(b) **Số hạng tổng quát**

Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$  với  $n \geq 2$ .

(c) **Tính chất**

Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là tích của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là  $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$  với  $k \geq 2$ .

(d) **Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số nhân**

Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q \neq 1$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Khi đó  $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$ .

(e) **Cấp số nhân lùi vô hạn**

☑ Cấp số nhân lùi vô hạn là cấp số nhân vô hạn có công bội  $q$  sao cho  $|q| < 1$ .

☑ Công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội  $q$ . Khi đó tổng của cấp số nhân lùi vô hạn được tính theo công thức

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1 - q}.$$

**CÂU 27 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022**

🔗 **Ví dụ 27.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + \sin x$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

**(A)**  $\int f(x)dx = x - \cos x + C.$

**(B)**  $\int f(x)dx = x + \sin x + C.$

**(C)**  $\int f(x)dx = x + \cos x + C.$

**(D)**  $\int f(x)dx = \cos x + C.$

Ta có  $\int f(x)dx = x - \cos x + C$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**PHÂN TÍCH:**

1. **Dạng toán:** Tính nguyên hàm bằng định nghĩa, tính chất và nguyên hàm cơ bản.
2. **Mức độ:** Nhận biết.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về định nghĩa và tính chất nguyên hàm.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**Dạng 27. Tính nguyên hàm bằng định nghĩa, tính chất và bảng nguyên hàm**

a) **Định nghĩa nguyên hàm** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x) \forall x \in K$ .

b) **Tính chất nguyên hàm**

- ✔  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .
- ✔  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với  $k \neq 0$ .
- ✔  $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$ .

c) **Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp**

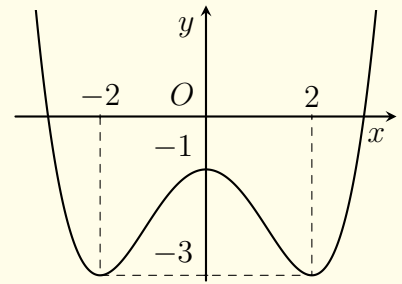
Nguyên hàm	Nguyên hàm mở rộng
① $\int 0dx = C$	$\int kdx = k \cdot x + C$
② $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
③ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{dx}{(ax+b)^2} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
④ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C$
⑤ $\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
⑥ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b  + C$
⑦ $\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
⑧ $\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
⑨ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
⑩ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$



### ◀ Ví dụ 28.

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) 0.      (B) -1.      (C) -3.      (D) 2.



### 💬 Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1.

Chọn đáp án (B) □

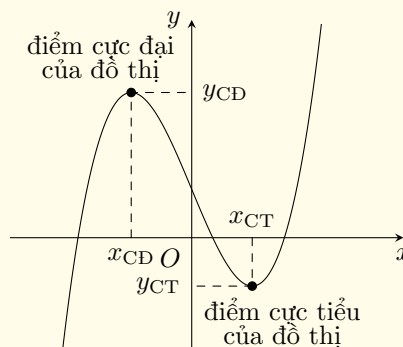
### 📖 PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị của hàm số.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về cực trị của hàm số.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### 📁 Dạng 28. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên

Xác định các yếu tố liên quan đến cực trị ở mức độ nhận biết và thông hiểu, dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị.

- ✔ Loại 1: Đối với bài toán cho trước bảng biến thiên, ta cần quan sát kỹ các yếu tố sau đây:
  - Nếu  $f'(x)$  đổi dấu từ (+) sang (-) khi  $x$  đi qua điểm  $x_0$  thì  $x_0$  là điểm cực đại của hàm số. Từ đó, ta có giá trị cực đại của hàm số là  $y_{CD} = f(x_0)$ .
  - Nếu  $f'(x)$  đổi dấu từ (-) sang (+) khi  $x$  đi qua điểm  $x_0$  thì  $x_0$  là điểm cực tiểu của hàm số. Từ đó, ta có giá trị cực tiểu của hàm số là  $y_{CT} = f(x_0)$ .
  - Và các em cũng chú ý rằng: hàm số  $f(x)$  vẫn có thể đạt cực trị tại các điểm mà  $f'(x)$  không xác định nhưng thuộc tập xác định của hàm số.
- ✔ Loại 2: Đối với bài toán cho trước đồ thị, ta cần quan sát kỹ các yếu tố sau:



 **CÂU 29 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022**

❖ **Ví dụ 29.** Trên đoạn  $[1; 5]$ , hàm số  $y = x + \frac{4}{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A  $x = 5$ .       B  $x = 2$ .       C  $x = 1$ .       D  $x = 4$ .

 **Lời giải.**

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$f(1) = 1 + \frac{4}{1} = 5$ .

$f(2) = 2 + \frac{4}{2} = 4$ .

$f(5) = 5 + \frac{4}{5} = \frac{29}{5}$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4 tại điểm  $x = 2$ .

Chọn đáp án  B □

 **PHÂN TÍCH:**

1. **Dạng toán:** Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn  $[a; b]$ .
2. **Mức độ:** Thông hiểu.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tìm GTLN-GTNN của hàm số trên đoạn  $[a; b]$ .
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

 **Dạng 29. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$**

- Bước 1  Nhận xét hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ .
- Tìm các điểm  $x_1, x_2, \dots, x_n$  trên khoảng  $(a; b)$ , tại đó  $f'(x) = 0$  hoặc  $f'(x)$  không xác định.

Bước 2 Tính  $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$ .

Bước 3 Khi đó

- $\max_{[a; b]} f(x) = \max\{f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)\}$ .
- $\min_{[a; b]} f(x) = \min\{f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)\}$ .

 **CÂU 30 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022**

❖ **Ví dụ 30.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

**A**  $y = -x^3 - x$ .

**B**  $y = -x^4 - x^2$ .

**C**  $y = -x^3 + x$ .

**D**  $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ .

**Lời giải.**

Ta thấy hàm số  $y = -x^3 - x$  có

✔ Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

✔  $y' = -3x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy hàm số  $y = -x^3 - x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Chọn đáp án **A** □

**PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức.

**2. Mức độ:** Thông hiểu.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về đơn điệu của hàm số.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**Dạng 30. Xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số cho bởi công thức**

✔ Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số.

✔ Tính  $y'$ . Tìm các điểm thuộc  $\mathcal{D}$  mà tại đó  $y' = 0$  hoặc  $y'$  không xác định.

✔ Lập bảng biến thiên của hàm số.

✔ Nếu  $f'(x) > 0$  với mọi  $x$  thuộc  $\mathcal{K}$  thì hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathcal{K}$ .

✔ Nếu  $f'(x) < 0$  với mọi  $x$  thuộc  $\mathcal{K}$  thì hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $\mathcal{K}$ .

**CÂU 31 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022**

**Ví dụ 31.** Với mọi  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2$ , khẳng định nào dưới đây **đúng?**

**A**  $a = 4b^3$ .

**B**  $a = 3b + 4$ .

**C**  $a = 3b + 2$ .

**D**  $a = \frac{4}{b^3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 2^2 \Leftrightarrow a = 4b^3$ .

Chọn đáp án **A** □

**PHÂN TÍCH:**

**1. Dạng toán:** Biến đổi, rút gọn, biểu diễn biểu thức chứa lô-ga-rít.

**2. Mức độ:** Thông hiểu.

**3. Định hướng ôn tập:** Học cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về logarit.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## Dạng 31. Tính giá trị biểu thức có chứa logarit

### a) Định nghĩa

Cho hai số dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Số  $\alpha$  thỏa mãn đẳng thức  $a^\alpha = b$  được gọi là *lô-ga-rít cơ số  $a$  của  $b$*  và kí hiệu là  $\log_a b$ . Ta viết:  $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ .

### b) Các tính chất Cho $a, b > 0$ với $a \neq 1$ , ta có

(a)  $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$ .

(b)  $a^{\log_a b} = b, \log_a(a^\alpha) = \alpha$ .

### c) Lôgarit của một tích Cho 3 số dương $a, b_1, b_2$ với $a \neq 1$ , ta có

(a)  $\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$ .

### d) Lôgarit của một thương Cho 3 số dương $a, b_1, b_2$ với $a \neq 1$ , ta có

(a)  $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$ .

(b) *Đặc biệt:* với  $a, b > 0, a \neq 1$   $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$ .

### e) Lôgarit của lũy thừa Cho $a, b > 0$ và $a \neq 1$ , với mọi $\alpha$ , ta có

(a)  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ .

(b) *Đặc biệt:*  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$ .

### f) Công thức đổi cơ số Cho 3 số dương $a, b, c$ với $a \neq 1, c \neq 1$ , ta có

(a)  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ .

(b) *Đặc biệt:*  $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$  và  $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$  với  $\alpha \neq 0$ .

### g) Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

(a) Lôgarit thập phân là lô-ga-rít cơ số 10. Ta viết:  $\log_{10} b = \log b = \lg b$ .

(b) Lôgarit tự nhiên là lô-ga-rít cơ số  $e$ . Ta viết:  $\log_e b = \ln b$ .

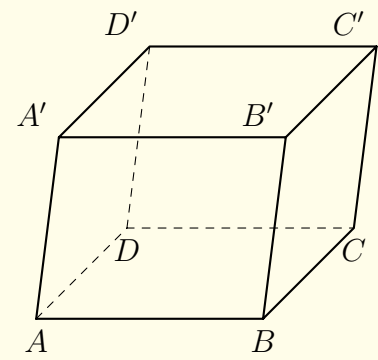
## CÂU 32 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

### Ví dụ 32.



Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng  $A'C'$  và  $BD$  bằng

- (A)  $90^\circ$ .      (B)  $30^\circ$ .      (C)  $45^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .



### 🗨️ Lời giải.

$A'C' \perp BD$  nên góc giữa  $A'C'$  và  $BD$  bằng  $90^\circ$ .

Chọn đáp án (A) □

### 📖 PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Xác định góc giữa đường thẳng và đường thẳng, mặt phẳng và đường thẳng, hai mp.
- Mức độ:** Thông hiểu.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về xác định góc giữa mặt phẳng và đường thẳng; mặt phẳng và mp, đường thẳng và đường thẳng.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## 📁 Dạng 32. Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

### 1. Góc giữa hai đường thẳng

**PP1.** Dùng định nghĩa : Tìm hai đường thẳng  $a', b'$  cắt nhau và lần lượt song song với  $a$  và  $b$ . Khi đó  $(\widehat{a, a}) = (\widehat{a', b'})$

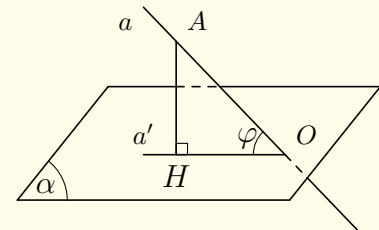
**PP2.** Sử dụng định lý hàm số cô-sin hoặc tỉ số lượng giác.

**PP3.** Sử dụng tích vô hướng: Nếu  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  lần lượt là hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng  $a$  và  $b$  thì góc  $\varphi$  của hai đường thẳng này được xác định bởi công thức

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}.$$

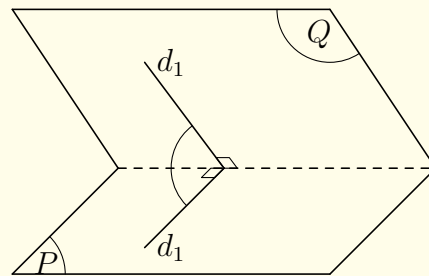
### 2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Muốn xác định góc của đường thẳng  $a$  và  $(P)$  ta tìm hình chiếu vuông góc  $a'$  của  $a$  trên  $(P)$ . Khi đó  $(\widehat{a, (P)}) = (\widehat{a, a'})$ .



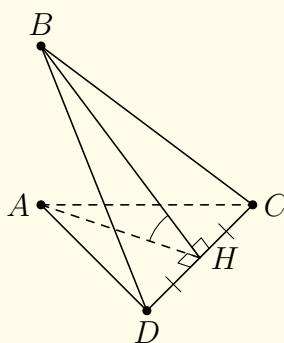
### 3. Góc giữa hai mặt phẳng

Để tìm góc giữa hai mặt phẳng, đầu tiên tìm giao tuyến của hai mặt phẳng. Sau đó tìm hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng vừa tìm.

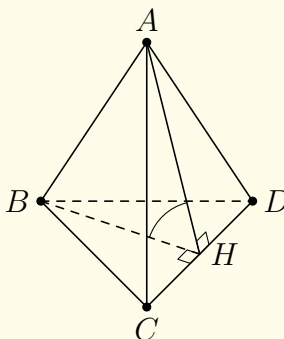


**Những trường hợp đặc biệt dễ hay xảy ra:**

- a) **Trường hợp 1:** Hai tam giác cân  $ACD$  và  $BCD$  có chung cạnh đáy  $CD$ , thì góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc  $\widehat{AHB}$ .



- b) **Trường hợp 2:** Hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  bằng nhau có chung cạnh  $CD$ . Dựng  $AH \perp CD \Rightarrow BH \perp CD$ . Vậy góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc  $\widehat{AHB}$ .



- c) **Trường hợp 3:** Khi xác định góc giữa hai mặt phẳng khó quá, ta nên sử dụng công thức sau:

$$\sin \varphi = \frac{d(A, mp(Q))}{d(A, a)}$$

Với  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q)$ ,  $A$  là một điểm thuộc mặt phẳng  $(P)$  và  $a$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

- d) **Trường hợp 4:** Có thể tìm góc giữa hai mặt phẳng bằng công thức  $S' = S \cdot \cos \varphi$ .
- e) **Trường hợp 5:** Tìm hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  lần lượt vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q)$ . Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa  $d$  và  $d'$ .
- f) **Trường hợp 6:** Cách xác định góc giữa mặt phẳng bên và mặt phẳng đáy

- (a) Bước 1: Xác định giao tuyến  $d$ .

(b) Bước 2: Từ hình chiếu vuông góc của đỉnh , dựng  $AH \perp d$

(c) Bước 3: Góc cần tìm là góc  $\widehat{SHA}$ .

Với  $S$  là đỉnh,  $A$  là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

**7. Sử dụng phương pháp tọa độ trong không gian** Chọn hệ trục thích hợp và cụ thể hóa tọa độ các điểm.

☑ Giả sử đường thẳng  $a$  và  $b$  lần lượt có VTCP là  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Khi đó

$$\cos(\widehat{a, b}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow (\widehat{a, b}).$$

☑ Giả sử đường thẳng  $a$  có VTCP là  $\vec{a}$  và  $(P)$  có VTPT là  $\vec{n}$  thì khi đó

$$\sin(\widehat{a, (P)}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} \Rightarrow (\widehat{a, (P)}).$$

☑ Giả sử mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  lần lượt có VTPT là  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Khi đó

$$\cos(\widehat{(\alpha), (\beta)}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow (\widehat{(\alpha), (\beta)}).$$

### CÂU 33 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022

❖ Ví dụ 33. Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = 2$  thì  $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx$  bằng

(A) 20.

(B) 10.

(C) 18.

(D) 12.

 Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_1^3 [f(x) + 2x]dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (3^2 - 1^2) = 10.$$

Chọn đáp án (B) □

#### PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Tính tích phân bằng định nghĩa, tính chất và tích phân cơ bản.

2. **Mức độ:** Thông hiểu.

3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tích phân cơ bản.

4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 33. Tính tích phân bằng tính chất tích phân

$$\text{a) } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b.$$

$$\text{b) } k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx \text{ với } (k \neq 0).$$

$$\text{c) } \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\text{d) } \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

$$\text{e) } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz.$$

$$\text{f) } \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

### CÂU 34 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**✎ Ví dụ 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -5; 3)$  và đường thẳng  $d : \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$ . Mặt phẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $d$  có phương trình là

**(A)**  $2x - 5y + 3z - 38 = 0.$

**(B)**  $2x + 4y - z + 19 = 0.$

**(C)**  $2x + 4y - z - 19 = 0.$

**(D)**  $2x + 4y - z + 11 = 0.$

#### Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{a} = (2; 4; -1)$ .

Phương trình mặt phẳng đi qua  $M(2; -5; 3)$  nhận  $\vec{a}$  làm véc-tơ pháp tuyến là

$$2(x - 2) + 4(y + 5) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z + 19 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

#### PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Viết phương trình mặt phẳng

**2. Mức độ:** Thông hiểu.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán viết phương trình mặt phẳng.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**



### 1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- ☑ Vectơ  $\vec{n} \neq \vec{0}$  là vectơ pháp tuyến (VTPT) nếu giá của  $\vec{n}$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- ☑ *Chú ý:*
  - Nếu  $\vec{n}$  là một VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $k\vec{n} (k \neq 0)$  cũng là một VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$ .
  - Một mặt phẳng được xác định duy nhất nếu biết một điểm nó đi qua và một VTPT của nó.
  - Nếu  $\vec{u}, \vec{v}$  có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$  là một VTPT của  $(\alpha)$ .

#### **⚠ Lưu ý:**

- ☑ Nếu  $\vec{n}$  là một VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $k\vec{n} (k \neq 0)$  cũng là một VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- ☑ Nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $Ax + By + Cz + D = 0$  thì nó có một VTPT là  $\vec{n} = (A; B; C)$ .

### 2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- ☑ Trong không gian  $Oxyz$ , mọi mặt phẳng đều có phương trình dạng:

$$\boxed{Ax + By + Cz + D = 0} \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 \neq 0.$$

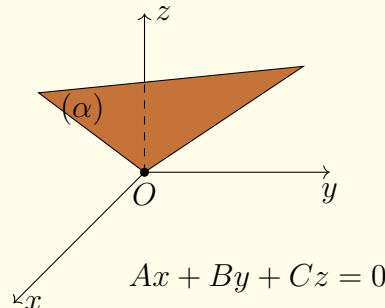
- ☑ Nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $Ax + By + Cz + D = 0$  thì nó có một VTPT là  $\vec{n} = (A; B; C)$ .
- ☑ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  và nhận vectơ  $\vec{n} = (A; B; C)$  khác  $\vec{0}$  là VTPT là

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

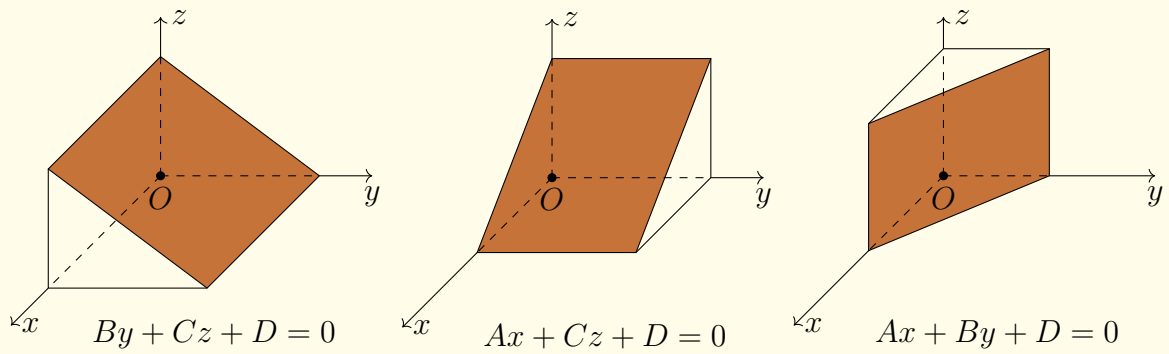
- ☑ *Các trường hợp riêng:*

Xét phương trình mặt phẳng  $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$  với  $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

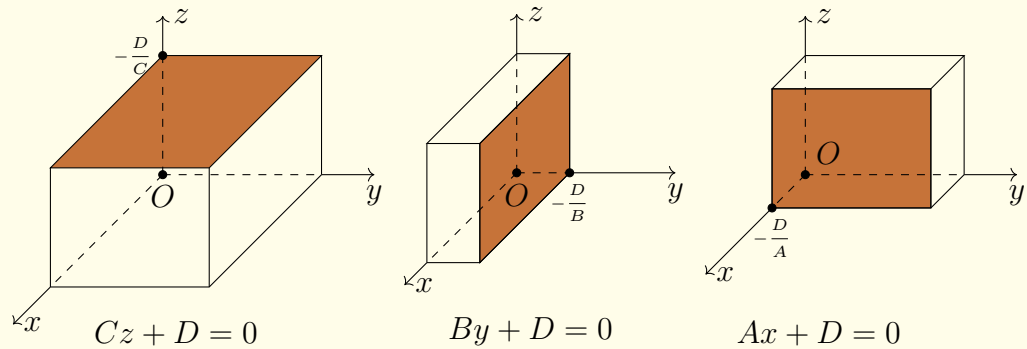
- Nếu  $D = 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua gốc tọa độ  $O$ .



- Nếu  $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  song song hoặc chứa trục  $Ox$ .
- Nếu  $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  song song hoặc chứa trục  $Oy$ .
- Nếu  $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  song song hoặc chứa trục  $Oz$ .



- Nếu  $A = B = 0, C \neq 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  song song hoặc trùng với  $(Oxy)$ .
- Nếu  $A = C = 0, B \neq 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  song song hoặc trùng với  $(Oxz)$ .
- Nếu  $B = C = 0, A \neq 0$  thì mặt phẳng  $(\alpha)$  song song hoặc trùng với  $(Oyz)$ .



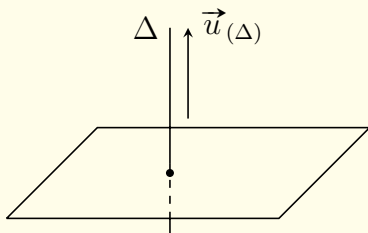
*Chú ý:*

- Nếu trong phương trình  $(\alpha)$  không chứa ẩn nào thì  $(\alpha)$  song song hoặc chứa trục tương ứng.
- Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn  $(\alpha)$ :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ . Ở đây  $(\alpha)$  cắt các trục tọa độ tại các điểm  $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$  với  $abc \neq 0$ .

- ☑ Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(x_0; y_0; z_0)$  và nhận  $\vec{u} = (a; b; c)$  làm véc-tơ chỉ phương. Khi đó phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  có dạng 
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, \text{ tham số } t \in \mathbb{R}.$$

- ☑ Mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $Ax + By + Cz + D = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (A, B, C)$ .

- ☑ Cho mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  có một véc-tơ chỉ phương  $\vec{u}_{(\Delta)}$ :



Khi đó mặt phẳng  $(P)$  nhận  $\vec{u}_{(\Delta)}$  làm một véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{(\Delta)}$ .

- ☑ Nếu có hai véc-tơ  $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$  không cùng phương và có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng  $(P)$  thì  $(P)$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ .

### 3. PP viết phương trình tổng quát của mặt phẳng

PP1. Tìm một điểm và một VTPT của mp (P).

- ☑ Tìm 1 điểm  $M(x_0; y_0; z_0) \in (P)$ .
- ☑ Tìm một VTPT của mp(P) là  $\vec{n} = (A, B, C)$ .
- ☑ Pt mp (P) là  $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ .

PP2. Thiếu điểm đi qua hay thiếu VTPT .

- ☑ Pt mp (P) có dạng :  $Ax + By + Cz + D = 0$ .
- ☑ Từ điều kiện bài toán ta xác định các hệ số  $A, B, C, D$

## CÂU 35 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 Ví dụ 35. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $i\bar{z} = 5 + 2i$ . Phần ảo của  $z$  bằng

- (A) 5.                      (B) 2.                      (C) -5.                      (D) -2.

 Lời giải.

Ta có  $\bar{z} = \frac{5 + 2i}{i} = 2 - 5i$ .

Suy ra  $z = 2 + 5i$ , do đó phần ảo của  $z$  là 5.

Chọn đáp án (A) □

#### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Thực hiện phép tính cộng, trừ, nhân, chia hai số phức.
- Mức độ:** Thông hiểu.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về các phép toán của số phức.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 35. Thực hiện các phép toán về số phức: Cộng-trừ-nhân-chia

Cho số phức  $z_1 = a + bi$  và  $z_2 = c + di$ .

- Phép cộng hai số phức:**  $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$ .
- Phép trừ hai số phức:**  $z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$ .
- Phép nhân hai số phức:**  $z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$ .
- Phép chia hai số phức:** Khi  $z_2 \neq 0$  thì

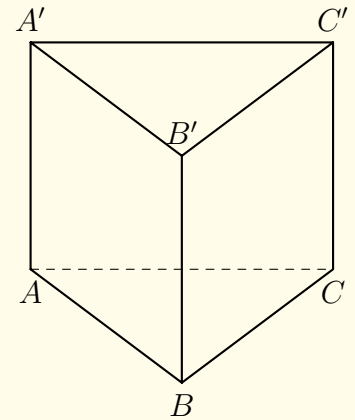
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i.$$

- Phương trình bậc 1 trên C :**  $(a + bi)z = c + di \Leftrightarrow z = \frac{c + di}{a + bi}$

🔗 Ví dụ 36.

Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AB = 4$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(ABB'A')$  bằng

- Ⓐ  $2\sqrt{2}$ .      Ⓑ 2.      Ⓒ  $\sqrt{2}$ .      Ⓓ 4.



🗨️ Lời giải.

Ta có  $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CB \perp (ABB'A')$ .

Suy ra  $d(C, (ABB'A')) = CB$ .

Mà  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $B$  nên  $CB = AB = 4$ .

Vậy  $d(C, (ABB'A')) = CB = 4$ .

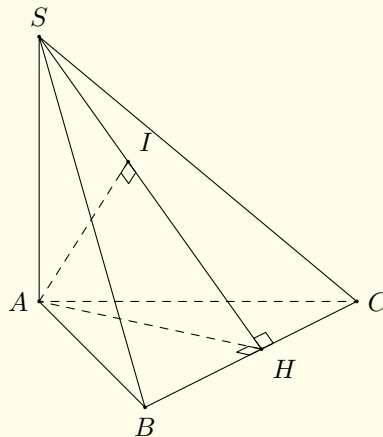
Chọn đáp án Ⓓ □

📖 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
2. **Mức độ:** Vận dụng.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

📁 Dạng 36. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

**Bài toán 1.** Tính khoảng cách từ hình chiếu vuông góc của đỉnh đến một mặt bên  
 Phương pháp xác định khoảng cách từ hình chiếu của đỉnh đến một mặt phẳng bên.



- 🕒 **Bước 1.** Xác định giao tuyến  $\Delta$ .

☑ **Bước 2.** Từ hình chiếu vuông góc của đỉnh, dựng  $AH \perp \Delta$  (với  $H \in \Delta$ ).

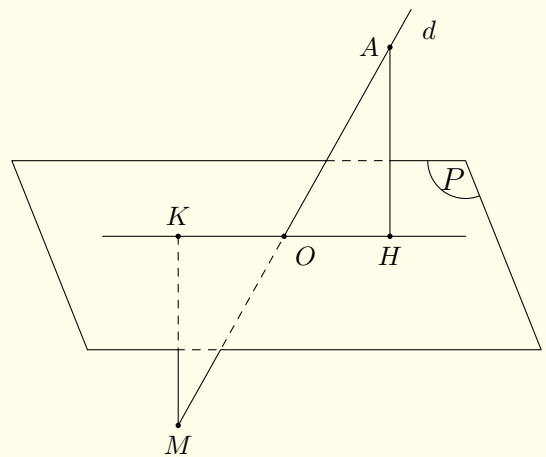
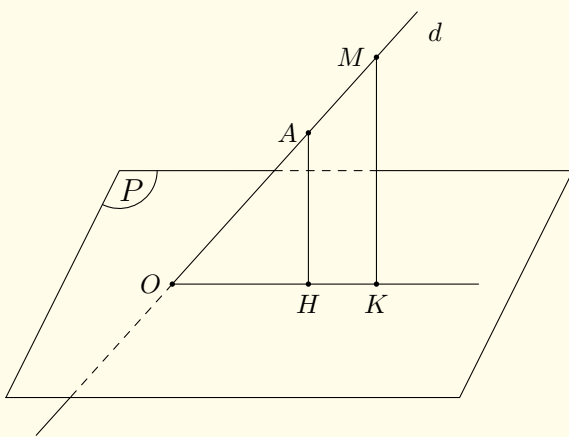
☑ **Bước 3.** Dựng  $AI \perp SH$  (với  $I \in SH$ ). Khoảng cách cần tìm là  $AI$ .  
Với  $S$  là đỉnh,  $A$  là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

☑ **Bước 4.**  $AI = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}}$

Ba bước dựng ở trên là sử dụng tính chất: Hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trên mặt phẳng này vuông góc với giao tuyến thì sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
*Đây là bài toán cơ bản nhưng vô cùng quan trọng trong việc tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Hầu như tính khoảng cách từ một điểm bất kỳ đến mặt phẳng bên đều thông qua điểm này dựa vào công thức của Bài toán 2.*

**Bài toán 2. Tính khoảng cách từ một điểm bất kỳ đến một mặt phẳng**

Thường sử dụng công thức sau:



Công thức tính tỉ lệ khoảng cách  $\frac{d(M, mp(P))}{d(A, mp(P))} = \frac{MO}{AO}$ .

Ở công thức trên cần tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(P)$ . Phương pháp phải tìm một đường thẳng  $d$  qua  $M$  và chứa một điểm  $A$  mà có thể tính khoảng cách đến mặt phẳng  $(P)$ . Kinh nghiệm thường điểm  $A$  là hình chiếu của đỉnh.

**🎓 CÂU 37 ĐỀ MINH HỌA BGD 2022**

🔗 **Ví dụ 37.** Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

- A  $\frac{7}{40}$      
  B  $\frac{21}{40}$      
  C  $\frac{3}{10}$      
  D  $\frac{2}{15}$

**💬 Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “chọn được hai quả màu khác nhau”  
Chọn 2 quả từ 16 quả nên không gian mẫu  $|n_\Omega| = C_{12}^2$

- ☑ Chọn 1 quả đỏ từ 7 quả đỏ có  $C_7^1$  cách.
- ☑ Chọn 1 quả xanh từ 9 quả xanh có  $C_9^1$  cách.

Vậy số cách chọn là  $C_7^1 \cdot C_9^1 = 63$ .

Xác suất biến cố  $A$  là  $P = \frac{63}{C_{12}^2} = \frac{21}{40}$ .

Chọn đáp án (B) □

### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Tính xác suất bằng định nghĩa.
- Mức độ:** Thông hiểu.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về xác suất.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 37. Tính xác suất của biến cố

- Tính số phần tử không gian mẫu  $n(\Omega)$ .
- Tính số phần tử của biến cố  $A$  là  $n(A)$ .
- Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

### CÂU 38 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**Ví dụ 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -2; 3)$ ,  $B(1; 3; 4)$  và  $C(3; -1; 5)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là:

- (A)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .      (B)  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$ .
- (C)  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$ .      (D)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$ .

### Lời giải.

$\vec{BC} = (2; -4; 1)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  song song với  $BC$  nên nhận  $\vec{BC}$  làm một vectơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng là  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$ .

Chọn đáp án (D) □

### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Viết phương trình đường thẳng trong không gian.
- Mức độ:** Thông hiểu.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về viết PT đường thẳng.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 38. Viết phương trình đường thẳng

- Tìm một điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  thuộc đường thẳng  $d$ .
- Tìm một vec-tơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (a; b; c)$ . (Cách tìm VTCP của đường thẳng).
  - Đường thẳng  $(d)$  đi qua hai điểm  $A, B$ , khi đó vec-tơ  $\vec{AB}$  là một chỉ phương của  $(d)$ .
  - Đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(l)$ , khi đó vec-tơ chỉ phương của  $(l)$  cũng

là một chỉ phương của  $(d)$ .

- (c) Đường thẳng  $(d)$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ , khi đó véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là một chỉ phương của  $(d)$ .
- (d) Đường thẳng  $(d)$  là giao tuyến của  $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ , mặt phẳng  $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  có véc-tơ chỉ phương của  $(d)$ ,  $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$
- (e) Đường thẳng  $(d)$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$ . Khi đó ta gọi  $\vec{u}$  là một véc-tơ chỉ phương của  $(d)$  thì  $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$  với  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  lần lượt là chỉ phương của  $(d_1), (d_2)$  nên ta chọn  $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ .
- (f) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M$ , cắt và vuông góc với một đường thẳng  $d_1$  cho trước. Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên đường thẳng  $d_1$  cho trước. Dựa vào điều kiện  $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_1 = 0$  ta tìm được  $H$ . Khi đó  $\overrightarrow{MH}$  là VTCP cần tìm.
- (g) Đường thẳng đi qua điểm  $M$ , vuông góc với  $(d_1)$  và cắt  $(d_2)$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $(d)$  và  $(d_2)$ . Ta có  $MK \perp (d_1)$  nên  $\overrightarrow{MK} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0$ , từ đó ta tìm được véc-tơ  $\overrightarrow{MK}$  chính là chỉ phương của  $(d)$ .
- (h) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M$  cắt cả hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ . Gọi  $(a)$  là mặt phẳng chứa  $(d_1)$  và đi qua điểm  $M$ ,  $(b)$  là mặt phẳng chứa  $(d_2)$  và đi qua điểm  $M$ . Khi đó đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng  $(a)$  và  $(b)$  là đường thẳng  $(d)$  cần tìm.
- (i) Đường thẳng  $(d)$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  cắt cả hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$ . Ta cần tìm điểm  $M$  là giao điểm của  $(P)$  và  $(d_1)$ , điểm  $N$  là giao điểm của  $(P)$  và  $(d_2)$ . Khi đó đường thẳng  $(d)$  đi qua hai điểm  $M, N$  là đường thẳng cần tìm.

c) PTTS của  $d$  là  $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$  trong đó  $t$  là tham số.

**⚠ Lưu ý:** Phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  qua  $M(x_0; y_0; z_0)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$  là  $d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$  với  $abc \neq 0$ .

## 🎓 CÂU 39 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 Ví dụ 39. Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$ ?

(A) 22.

(B) 25.

(C) 23.

(D) 24.

💬 Lời giải.

Điều kiện xác định:  $\begin{cases} 4x > 0 \\ 2 - \log(4x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{10}(4x) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4x \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 25.$

Vì  $\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$  nên bất phương trình đề bài đã cho tương đương với

$$4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0 \Leftrightarrow 4^x - 20 \cdot 2^x + 64 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \leq 4 \\ 2^x \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

So lại với điều kiện xác định, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $S = (0; 2] \cup [4; 25]$ . Vậy có 22 số nguyên  $x$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A)

□

## PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Bất phương trình mũ-logarit- Phương pháp đặt ẩn phụ
- Mức độ:** Vận dụng thấp.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về Bất phương trình mũ-logarit- Phương pháp đặt ẩn phụ.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 39. Bất phương trình mũ - Logarit- BPT tích

- Lập bảng xét dấu.
- Dựa vào chiều BPT chọn giá trị  $x$  thích hợp.

## CÂU 40 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**Ví dụ 40.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$			$1$		$-5$		$+\infty$

Diagram showing the function values at critical points:  $-\infty$  at  $x = -1$ ,  $1$  at  $x = 2$ , and  $-5$  at  $x = +\infty$ .

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x)) = 0$  là

- (A) 3.                      (B) 4.                      (C) 5.                      (D) 6.

### Lời giải.

Ta có

$$f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

Với  $f(x) = -1$ , đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -1$ . Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng  $y = -1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt, suy ra phương trình  $f(x) = -1$  có 3 nghiệm thực phân biệt.

Với  $f(x) = 2$ , đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = 2$ . Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại một điểm duy nhất, suy ra phương trình  $f(x) = 2$  có 1 nghiệm thực (nghiệm này khác 3 nghiệm của phương trình  $f(x) = 1$ ).

Vậy phương trình  $f'(f(x)) = 0$  có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

## PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Sự tương giao của hai đồ thị hàm số.
- Mức độ:** Vận dụng.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về sự tương giao của hai đồ thị hàm số.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**



## Dạng 40. Sự tương giao của hai đồ thị hàm số

– Bảng đạo hàm các hàm số cơ bản

Hàm $x$	Hàm hợp
1. $c' = 0$ 2. $x' = 1$	
3. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ ( $n \in \mathbb{N}; n > 1$ )	4. $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ ( $n \in \mathbb{N}; n > 1$ )
5. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$	6. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \forall u > 0$
7. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, \forall x \neq 0$	8. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}, \forall u \neq 0$
9. $(k \cdot x)' = k$	10. $(k \cdot u)' = k \cdot u'$
11. $(\cos x)' = -\sin x$	12. $(\cos u)' = -u' \sin u$
13. $(\sin x)' = \cos x$	14. $(\sin u)' = u' \cos u$
15. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	16. $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
17. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	18. $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

Đạo hàm của hàm hợp:  $y = f(u(x)) \Rightarrow y' = u'(x) \cdot f'(u(x))$ .

a) Phương trình  $f(x) = m$

- ☑ Ta có  $f(x) = m$  là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = m$ . ( $y = m$  là đường thẳng song song hoặc trùng trục hoành  $Ox$ )
- ☑ Số nghiệm của phương trình  $f(x) = m$  bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = m$ .
- ☑ Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$  suy ra số nghiệm phương trình  $f(x) = m$ .

b) Phương trình  $f(x) = g(x)$

- ☑ Ta có  $f(x) = g(x)$  là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ .
- ☑ Số nghiệm của phương trình  $f(x) = g(x)$  bằng số giao điểm của hai đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ .
- ☑ Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$  suy ra số nghiệm phương trình  $f(x) = g(x)$ .

**!** **Lưu ý:** Dạng toán 1: Tìm số nghiệm thực của phương trình  $f[u(x)] = b$ .

Hướng giải:

- B1.** Đặt  $t = u(x)$  thay vào phương trình  $f[u(x)] = b$  chuyển về phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị  $y = f(t)$  và  $y = b$ .
- B2.** Dựa vào đồ thị  $y = f(t)$  (chính là đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cho trước bằng cách đổi vai trò  $x$  thành  $t$ ) suy ra giá trị  $t$ .
- B3.** Dựa vào đồ thị hàm số  $t = u(x)$  suy ra giá trị của  $x$ . Chọn đáp án.

Dạng toán 2: Tìm tham số  $m$  để phương trình  $f[u(x)] = h(m)$  có  $n$  nghiệm.

Hướng giải:

- B1.** Đặt  $t = u(x)$  thay vào phương trình  $f[u(x)] = h(m)$  chuyển về phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị  $y = f(t)$  và  $y = h(m)$ .

**B2.** Dựa vào đồ thị  $y = f(t)$  (chính là đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cho trước bằng cách đổi vai trò  $x$  thành  $t$ ) suy ra giá trị  $t$ .

**B3.** Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f(t)$  suy ra giá trị  $m$  cần tìm. Chọn đáp án.

## CÂU 41 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

✎ **Ví dụ 41.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 3$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ , khi đó  $F(1)$  bằng

(A)  $-3$ .

(B)  $1$ .

(C)  $2$ .

(D)  $7$ .

 **Lời giải.**

Ta có  $f(x) = \int f'(x) dx = 4x^3 + 2x + C_1$ . Vì  $f(1) = 3$  nên  $C_1 = -3$ .

Khi đó  $f(x) = 4x^3 + 2x - 3$ .

Ta có  $F(x) = \int f(x) dx = x^4 + x^2 - 3x + C_2$ . Vì  $F(0) = 2$  nên  $C_2 = 2$ .

Khi đó  $F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$ .

Vậy  $F(1) = 1$ .

Chọn đáp án (B) □

### PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Tìm nguyên hàm của hàm số thỏa điều kiện cho trước.

**2. Mức độ:** Vận dụng.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về nguyên hàm.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 41. Tìm nguyên hàm của hàm số thỏa điều kiện cho trước

a)  $\int f'(x) dx = f(x) + C$

b)  $\int f''(x) dx = f'(x) + C$

🕒 Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Khi đó ta có  $F(x) = \int f(x) dx$ .

🕒 Tìm hằng số  $C$  dựa vào một dữ kiện đề bài cho.

## CÂU 42 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

✎ **Ví dụ 42.** Cho khối chóp đều  $S.ABCD$  có  $AC = 4a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A)  $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$ .

(B)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$ .

(C)  $16a^3$ .

(D)  $\frac{16}{3}a^3$ .

### Lời giải.

Ta có  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Mặt khác  $AB \parallel CD$  nên giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng  $d$  qua điểm  $S$  và song song với  $AB, CD$ . Gọi  $O$  là tâm hình vuông suy ra  $SO \perp (ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ ,  $J$  là trung điểm  $CD$ . Khi đó

$$\textcircled{A} \quad SI \perp AB \Rightarrow SI \perp d.$$

$$\textcircled{B} \quad SJ \perp CD \Rightarrow SJ \perp d.$$

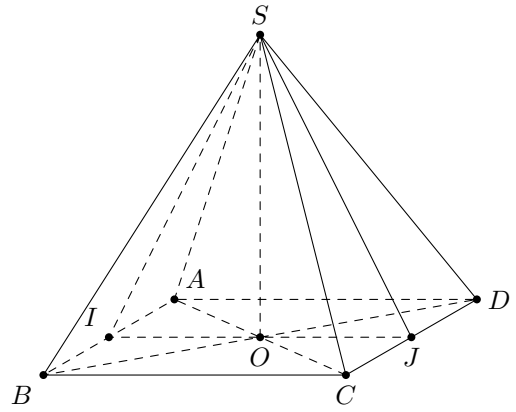
Suy ra góc giữa  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là  $\widehat{ISJ} = 90^\circ$

$$\text{Ta có } AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a.$$

$$\text{Vì } \triangle ISJ \text{ vuông tại } S \text{ nên } SO = \frac{1}{2}IJ = \frac{1}{2}AD = \sqrt{2}a.$$

$$\text{Thể tích } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot 8a^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**



### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Tính thể tích các khối đa diện.
- Mức độ:** Vận dụng thấp.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về thể tích khối đa diện.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 42. Thể tích khối chóp-khối lăng trụ liên quan đến khoảng cách, góc.

- Thể tích của khối chóp có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là  $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ .
- Công thức tính thể tích khối lăng trụ  $V = S \cdot h$ , trong đó  $S$  là diện tích đáy,  $h$  là chiều cao.
- Tính diện tích đáy  $S$  ta cần nhớ các công thức tính diện tích của tam giác và tứ giác thường gặp.
- Tính chiều cao  $h$  ta phải xác định được hình chiếu của đỉnh hình chóp (hay lăng trụ) trên mặt phẳng đáy.

### 7. Góc giữa hai mặt phẳng

là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

**Tính chất:** Từ định nghĩa trên ta có

- Góc giữa 2 mặt phẳng song song bằng  $0^\circ$ .
- Góc giữa 2 mặt phẳng trùng nhau bằng  $0^\circ$ .

### 8. Phương pháp xác định góc giữa hai mặt phẳng

Để có thể xác định chính xác góc giữa 2 mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  ta có thể áp dụng một trong những cách sau

- ☑ **Cách 1:** Dựng hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc lần lượt với hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  là góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$ .
- ☑ **Cách 2:** Xác định giao tuyến  $\Delta$  của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ . Tiếp theo, ta tìm một mặt phẳng  $(R)$  vuông góc với giao tuyến  $\Delta$  của hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  và cắt hai mặt phẳng đó tại các giao tuyến  $a$ ,  $b$ . Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  là góc giữa  $a$  và  $b$ .

### Phương pháp:

- ☑ Xác định đường cao của hình chóp hoặc lăng trụ.
- ☑ Xác định các loại góc (nếu có).
- ☑ Tính diện tích đáy và độ dài đường cao.
- ☑ Áp dụng công thức thể tích khối chóp hay khối lăng trụ.

### Chú ý các dạng sau:

- ☑ Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy.
- ☑ Khối chóp có một mặt phẳng chứa đỉnh vuông góc với đáy.
- ☑ Khối chóp có hai mặt phẳng chứa đỉnh vuông góc với đáy.
- ☑ Khối chóp đều.
- ☑ Khối chóp có hình chiếu của đỉnh trùng với một điểm đặc biệt nằm trong mặt đáy.
- ☑ Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy.
- ☑ Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng và có đáy là đa giác đều.
- ☑ Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.
- ☑ Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật.
- ☑ Hình lập phương là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông.

## CÂU 43 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

☞ **Ví dụ 43.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2|$ ?

- A** 5.                      **B** 6.                      **C** 3.                      **D** 4.

### Lời giải.

Ta có  $\Delta' = m^2 - 8m + 12$ .

- ☑ Nếu  $\Delta' > 0$  thì phương trình có hai nghiệm thực. Khi đó,  $|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$  (thỏa mãn).
- ☑ Nếu  $\Delta' < 0$ , thì phương trình có hai nghiệm phức. Khi đó, là hai số phức liên hợp nên ta luôn

có  $|z_1| = |z_2|$  hay  $m^2 - 8m + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 6$  luôn thỏa mãn.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

### PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Giải pt bậc 2 trên tập  $C$  và các bài toán liên quan.

2. **Mức độ:** Vận dụng thấp.

3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về pt bậc 2 trên  $C$  và định lý Vi-et.

4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 43. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức qua các phép toán hay Bài toán qui về phương trình, hệ phương trình nghiệm thực-PT bậc 2

Hai số phức là bằng nhau nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}, \text{ với } a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

☑ Biểu diễn số phức cần tìm  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Biến đổi thu gọn phương trình của bài toán về dạng  $A + Bi = C + Di$ .

☑ Giải hệ phương trình  $\begin{cases} A = C \\ B = D. \end{cases}$

### Phương trình bậc hai với hệ số thực

Cho phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0, \forall a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ . Xét biệt số  $\Delta = b^2 - 4ac$  của phương trình. Ta thấy

☑ Khi  $\Delta = 0$ , phương trình có một nghiệm thực  $x = \frac{-b}{2a}$ .

☑ Khi  $\Delta > 0$ , phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2}$ .

☑ Khi  $\Delta < 0$ , phương trình có hai nghiệm phức  $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ .

☑ **Định lý Vi-et:** Nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có hai nghiệm phức  $x_1, x_2$  thì  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  và  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ .

### Lưu ý:

a) Số phức  $z = a + bi$  được gọi là số phức thuần ảo  $\Leftrightarrow$  phần thực  $a = 0$ .  
 $z$  là số thực  $\Leftrightarrow$  phần ảo  $b = 0$ .

b) Khi bài toán yêu cầu tìm các thuộc tính của số phức (phần thực, phần ảo, mô-đun hoặc số phức liên hợp) mà đề bài cho giả thiết chứa hai thành phần trong ba thành phần  $z, \bar{z}, |z|$  thì ta sẽ gọi số phức  $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi, |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ , rồi sau đó thu gọn và sử dụng kết quả hai số phức bằng nhau, giải hệ.

**❖ Ví dụ 44.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  sao cho số phức  $w = \frac{1}{|z| - z}$  có phần thực bằng  $\frac{1}{8}$ . Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$  thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = 2$ , giá trị lớn nhất của  $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$  bằng

- (A) 16.                      (B) 20.                      (C) 10.                      (D) 32.

**Lời giải.**

Gọi  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ), điều kiện  $|z| - z \neq 0$  (\*);  $z_1 = x_1 + y_1i$ ;  
 $z_2 = x_2 + y_2i$ .

Ta có  $w = \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) - yi} = \frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) + yi}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x)^2 + y^2}$ .

Theo đề, ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{2(x^2 + y^2) - 2x\sqrt{x^2 + y^2}} &= \frac{1}{8} \\ \Leftrightarrow 8(\sqrt{x^2 + y^2} - x) &= 2x^2 + 2y^2 - 2x\sqrt{x^2 + y^2} \\ \Leftrightarrow 4(\sqrt{x^2 + y^2} - x) &= \sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} - x) \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} - x)(\sqrt{x^2 + y^2} - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \\ \sqrt{x^2 + y^2} - x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

**Trường hợp 1:**  $\sqrt{x^2 + y^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 0 \end{cases}$  (không thỏa mãn điều kiện).

**Trường hợp 2:**  $\sqrt{x^2 + y^2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 16$   
 $\Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = 16$  và  $x_2^2 + y_2^2 = 16$ .

Ta có  $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (y_1 - y_2)^2 = 4 - (x_1 - x_2)^2$ .

Khi đó  $P = x_1^2 + (y_1 - 5)^2 - x_2^2 - (y_2 - 5)^2 = -10 \cdot (y_1 - y_2) \leq 10 \cdot |y_1 - y_2| = 10 \cdot \sqrt{4 - (x_1 - x_2)^2} \leq 20$ .

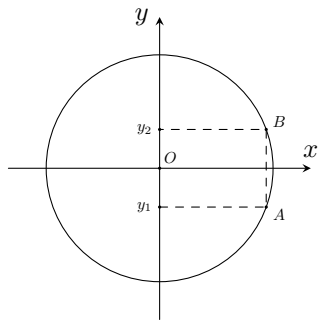
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $x_1 = x_2$  và  $|y_1 - y_2| = 2$ .

Vậy  $\max P = 20$ .

Chọn đáp án (A) □

**📖 PHÂN TÍCH:**

1. **Dạng toán:** Cực trị trong số phức.
2. **Mức độ:** Vận dụng.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về cực trị trong số phức.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**



**⚠ Lưu ý:**

- ☑  $-1 \leq \sin t \leq 1, -1 \leq \cos t \leq 1$  và  $a \sin t + b \cos t = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(t + \alpha)$ .
- ☑ Bất đẳng thức Cô-si :  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ , ( với  $a, b \geq 0$ ). Dấu = xảy ra khi  $a = b$
- ☑ Bất đẳng thức Cauchy-Schwarz dạng 1:  $|ax + by| \leq \sqrt{(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)}$ .  
Dấu = xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$
- ☑  $a \sin t + b \cos t \leq \sqrt{(a^2 + b^2)(\sin^2 t + \cos^2 t)} = \sqrt{a^2 + b^2}$ .  
Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} \frac{\sin t}{a} = \frac{\cos t}{b} \\ a \sin t + b \cos t = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$
- ☑  $a \sin t + b \cos t \geq -\sqrt{(a^2 + b^2)(\sin^2 t + \cos^2 t)} = -\sqrt{a^2 + b^2}$ .  
Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} \frac{\sin t}{a} = \frac{\cos t}{b} \\ a \sin t + b \cos t = -\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$

**a) Dạng 1 : Sử dụng phương pháp lượng giác hóa**

Đối với nhóm bài toán tập hợp điểm biểu diễn số phức là một đường tròn thì việc lượng giác hóa tỏ ra khá hiệu quả và nhanh chóng.

Giả sử có được giả thiết  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x - a}{R}\right)^2 + \left(\frac{y - b}{R}\right)^2 = 1$ , sẽ gọi ta

đến công thức  $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$  nên ta đặt  $\begin{cases} \frac{x - a}{R} = \sin t \\ \frac{y - b}{R} = \cos t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = R \sin t + a \\ y = R \cos t + b \end{cases}$  để đưa bài

toán về dạng lượng giác quen thuộc. Ngoài ra, ta cần nhớ những đánh giá thường được sử dụng: phần chú ý

**b) Dạng 2 : Sử dụng bình phương vô hướng**

Đối với một số bài toán tìm max, min việc sử dụng bình phương vô hướng để tìm điểm rơi nhằm áp dụng bất đẳng thức:  $|ax + by| \leq \sqrt{(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)}$ .

Ta cần nhớ bình phương vô hướng :  $|\vec{u} \pm \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 \pm 2\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

**c) Dạng 3: Sử dụng hình chiếu và tương giao**

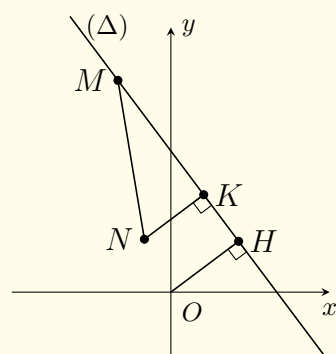
Cho đường thẳng  $(\Delta): ax + by + c = 0$  và điểm  $M \in (\Delta)$ . Điểm  $N \notin (\Delta)$  thì  $NM$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $M \equiv K$  với  $K$  là hình chiếu của  $N$  trên  $(\Delta)$ .

☑  $\min |z| = OH = d_{[O,(\Delta)]} = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

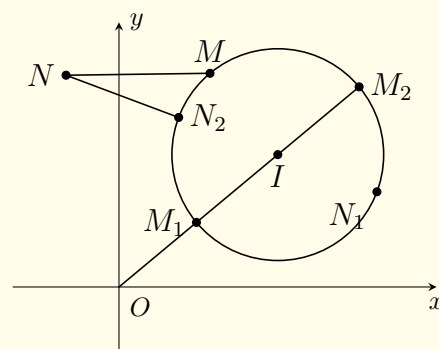
Khi đó  $M \equiv H$  và  $H = (\Delta) \cap OH$ .

☑  $\min |z - (x_N + y_N i)| = NK = d_{N,(\Delta)} = \frac{|ax_N + by_N + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

Khi đó  $M \equiv K$  và  $K = (\Delta) \cap NK$ .



Cho tập hợp các điểm  $M(x; y)$  biểu diễn số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) là đường tròn ( $\mathcal{C}$ ) có tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$ . Gọi  $N$  là điểm biểu diễn số phức  $z'$ . Khi đó



$$\begin{cases} \min |z| = \min OM = OM_1 = |OI - R| \\ \max |z| = \max OM = OM_2 = OI + R. \end{cases}$$

Khi đó  $OI \cap (\mathcal{C}) = \{M_1; M_2\}$ .

$$\begin{cases} \min |z - z'| = \min MN = NN_1 = |NI - R| \\ \max |z - z'| = \max MN = NN_2 = NI + R. \end{cases}$$

Khi đó  $NI \cap (\mathcal{C}) = \{N_1; N_2\}$ .

d) **Dạng 4 : Sử dụng bất đẳng thức trị tuyệt đối**

$$||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

### Dạng 45. Sử dụng biến đổi đại số kết hợp với các bất đẳng thức quen thuộc để đánh giá

#### 1. Đẳng Thức Mô Đun

$$\textcircled{v} |mz_1 + nz_2|^2 = m^2 |z_1|^2 + n^2 |z_2|^2 + mn (z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2) \text{ với } m, n \in \mathbb{R} \text{ và } z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

$$\textcircled{v} |z + z_1|^2 + |z + z_2|^2 = 2 \left[ \left| z + \frac{z_1 + z_2}{2} \right|^2 + \left| \frac{z_1 - z_2}{2} \right|^2 \right] \text{ với } z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

$$\textcircled{v} |z_1 + z_2| = \left| \frac{|z_2|}{|z_1|} z_1 + \frac{|z_1|}{|z_2|} z_2 \right| \text{ với } z_1, z_2 \text{ là các số phức khác } 0.$$

#### 2. Bất đẳng thức Mô-Đun

$$\textcircled{v} |z + z_1| + |z + z_2| \geq |z_1 - z_2|.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 
$$\begin{cases} z + z_1 = k [(z + z_1) + (-z - z_2)] \\ z + z_2 = k [(z + z_2) + (-z - z_1)] \\ z + z_1 = k (z + z_2); (z + z_2 \neq 0; k \in \mathbb{R}; k \geq 0) \end{cases} (k \in \mathbb{R}; k \in [0; 1])$$

$$\textcircled{v} ||z + z_1| - |z + z_2|| \leq |z_1 - z_2|. \text{ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi}$$

$$\begin{cases} z + z_1 = k [(z + z_1) + (-z - z_2)] \\ z + z_2 = k [(-z - z_1) + z + z_2] \\ z + z_1 = k (z + z_2); (z + z_2 \neq 0; k \in \mathbb{R}, k \leq 0) \end{cases} (k \in \mathbb{R}, k \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty))$$

#### 3. Kiến thức cần chuẩn bị:

a) Đẳng thức Môđun:

Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$ ) môđun của  $z$  ký hiệu là  $|z|$  và  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

$$\textcircled{v} |z|^2 = z \cdot \bar{z}; |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|; \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; |z| = |\bar{z}|; |z^n| = |z|^n (n \in \mathbb{N}^*).$$

$$\textcircled{v} |mz_1 + nz_2|^2 = m^2 |z_1|^2 + n^2 |z_2|^2 + mn (z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2) \text{ với } m, n \in \mathbb{R} \text{ và } z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$



$$\textcircled{v} |z + z_1|^2 + |z + z_2|^2 = 2 \left[ \left| z + \frac{z_1 + z_2}{2} \right|^2 + \left| \frac{z_1 - z_2}{2} \right|^2 \right] \text{ với } z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

$$\textcircled{v} |z_1 + z_2| = \left| \frac{|z_2|}{|z_1|} z_1 + \frac{|z_1|}{|z_2|} z_2 \right| \text{ với } z_1, z_2 \text{ là các số phức khác } 0.$$

b) Bất đẳng thức thường dùng

$\textcircled{v}$  Bất đẳng thức tam giác ở dạng môđun  $|z_1| + |z_2| \geq |z_1 + z_2|$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} z_2 = 0 \\ z_2 \neq 0, \exists k \in \mathbb{R}, k \geq 0 : z_1 = kz_2 \end{cases}$

$\textcircled{v}$   $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2|$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

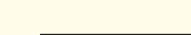
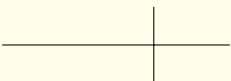
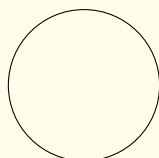
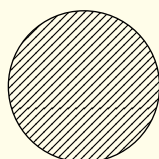
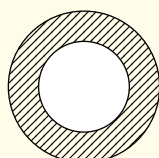
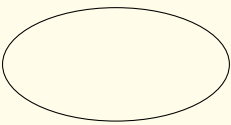
$$\begin{cases} z_2 = 0 \\ z_2 \neq 0, \exists k \in \mathbb{R}, k \leq 0 : z_1 = kz_2 \end{cases}$$

$\textcircled{v}$  Bất đẳng thức Bunhiacopxky  $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$  dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ .

### **Dạng 46. Sử dụng biểu diễn hình học của số phức đưa về các bài toán cực trị quen thuộc**

#### **1. Các quỹ tích cơ bản**

Gọi  $M(x; y)$  là điểm biểu diễn số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) và  $i^2 = -1$ .

Mối liên hệ giữa $x$ và $y$		Kết luận tập hợp điểm $M(x; y)$
$\textcircled{v}$ $Ax + By + C = 0$ .		Là đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$ .
$\textcircled{v}$ $MA = MB$ . Dạng số phức $ z - a - bi  =  z - c - di $ .		Là đường trung trực của đoạn $AB$ .
$\textcircled{v}$ $\begin{cases} (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0. \end{cases}$ Dạng số phức $ z - a - bi  = R$ .		Là đường tròn $(C)$ có tâm $I(0; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ .
$\textcircled{v}$ $\begin{cases} (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c \leq 0. \end{cases}$ Dạng số phức $ z - a - bi  \leq R$ .		Là hình tròn $(C)$ có tâm $I(0; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ (đường tròn kể cả bên trong).
$\textcircled{v}$ $R_1^2 \leq (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq R_2^2$ . Dạng số phức $R_1 \leq  z - a - bi  \leq R_2$ .		Là những điểm thuộc hình vành khăn tạo bởi hai đường tròn đồng tâm $I(a; b)$ và bán kính lần lượt là $R_1$ và $R_2$ .
$\textcircled{v}$ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $\begin{cases} MF_1 + MF_2 = 2a \\ F_1F_2 = 2c < 2a. \end{cases}$ Dạng số phức $ z - c  +  z + c  = 2a$ .		Là một elip có trục lớn $2a$ , trục bé $2b$ và tiêu cự là $2c$ với $a^2 = b^2 + c^2$ , ( $0 < b < a$ ).

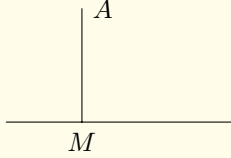
## 2. Một số kết quả quan trọng cần nhớ:

Gọi điểm biểu diễn của số phức  $z = x + yi, z_0 = x_0 + y_0i$  lần lượt là  $M, A$ .

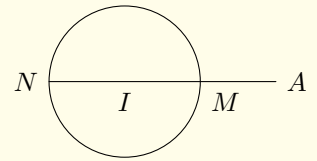
Khi đó  $|z - z_0| = |(x - x_0) + (y - y_0)i| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = MA$ .

Một số bất đẳng thức hình học thường dùng:

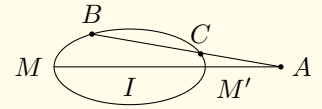
- a) Cho  $M$  di động trên đường thẳng  $\Delta, A$  là điểm cố định.  
 $MA \geq d(A; \Delta)$ . Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $AM \perp \Delta$ .



- b) Cho  $M$  di động trên đường tròn  $(I; R), A$  là điểm cố định.  
 $MA \leq AI + R$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow \vec{AI} \uparrow \vec{IM} \Leftrightarrow M \equiv N$ .  
 $MA \geq |AI - R|$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow \vec{AI} \updownarrow \vec{IM}$ .

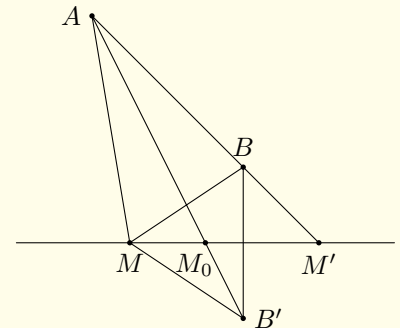


- c) Cho  $M$  di động trên Elip  $(E)$  có trục lớn  $\Delta$ , độ dài  $2a$ , tâm  $I, A$  là điểm cố định trên trục lớn.  $MA \leq AI + a$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow \vec{AI} \uparrow \vec{IM}$ .  
 $MA \geq |AI - a|$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow \vec{AI} \updownarrow \vec{IM}$ .



- d) Cho  $M$  di động trên đường thẳng  $\Delta, A, B$  là hai điểm cố định khác phía với  $\Delta$ .  
 $MA + MB \geq AB$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow M = AB \cap \Delta$ .

- e) Cho  $M$  di động trên đường thẳng  $\Delta$  và  $A, B$  là hai điểm cố định cùng phía với  $\Delta$ .  
 $MA + MB \geq AB'$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow M = AB' \cap \Delta$  trong đó  $B'$  đối xứng với  $B$  qua  $\Delta$ .



- f) Cho  $M$  di động trên đường thẳng  $\Delta, A, B$  là hai điểm cố định cùng phía với  $\Delta$ .  
 $|MA - MB| \leq AB$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow M = AB \cap \Delta$
- g) Cho  $M$  di động trên đường thẳng  $\Delta$  và  $A, B$  là hai điểm cố định khác phía với  $\Delta$ .  
 $|MA - MB| \leq AB'$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow M = AB' \cap \Delta$  trong đó  $B'$  đối xứng với  $B$  qua  $\Delta$ .

## CÂU 45 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**✎ Ví dụ 45.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có ba điểm cực trị là  $-2, -1$  và  $1$ . Gọi  $y = g(x)$  là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  bằng

**A**  $\frac{500}{81}$ .

**B**  $\frac{36}{5}$ .

**C**  $\frac{2932}{405}$ .

**D**  $\frac{2948}{405}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$ . (1)

Mặt khác, vì  $y = f(x)$  là hàm số bậc bốn và có ba điểm cực trị  $-2, -1, 1$  nên suy ra

$$f'(x) = 12(x+3)(x+1)(x-1) = 12(x^3 + 2x^2 - x - 2) = 12x^3 + 24x^2 - 12x - 24. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3a = 24 \\ 2b = -12 \\ c = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -6 \\ c = -24. \end{cases}$$

Suy ra  $f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x + d$ .

**Cách 1:**

Ta có  $f(x) = f'(x) \left( \frac{1}{4}x + \frac{1}{6} \right) - 7x^2 - 16x + d + 4$ .

Khi đó đồ thị đi qua ba điểm cực trị của  $f(x)$  là  $g(x) = -7x^2 - 16x + d + 4$ .

Do đó ta có

$$S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |3x^4 + 8x^3 + x^2 - 8x - 4| dx = \frac{2948}{405}.$$

**Cách 2:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x), g(x)$  là  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$ .

Nhận xét rằng  $f(x) - g(x)$  là hàm số bậc bốn và theo giả thiết, phương trình trên có 3 nghiệm  $-2, -1, 1$ . Khi đó

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= 3(x^2 - 1)(x + 2)(mx + n) \\ &= (3x^3 + 6x^2 - 3x - 6)(mx + n) \\ &= 3mx^4 + 3nx^3 + 6mx^3 + 6nx^2 - 3mx^2 - 3nx - 6mx - 6n \\ &= 3mx^4 + 3(n + 2m)x^3 + 3(2n - m)x^2 - 3(n + 2m)x - 6n. \end{aligned}$$

Vì  $f(x)$  là hàm số bậc bốn và  $g(x)$  là hàm số bậc hai, nên ta có thể đồng nhất hệ số bậc 4 và bậc 3 của  $f(x)$  và  $f(x) - g(x)$ . Suy ra  $m = 1$  và  $n = \frac{2}{3}$ .

Khi đó  $f(x) - g(x) = (x + 2)(x^2 - 1)(3x + 2)$ .

Do đó

$$S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |(x + 2)(x^2 - 1)(3x + 2)| dx = \frac{2948}{405}.$$

Chọn đáp án **(D)**

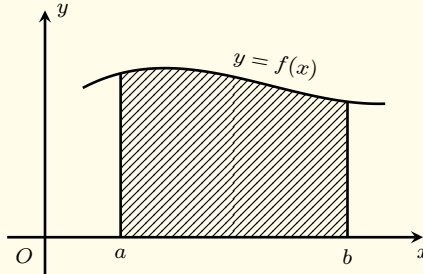


**PHÂN TÍCH:**

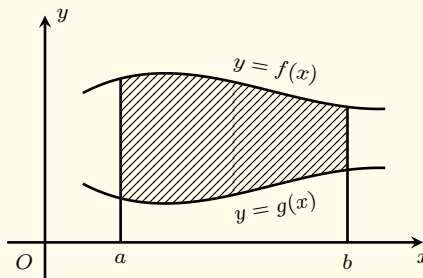
- Dạng toán:** Tính diện tích hình phẳng.
- Mức độ:** Vận dụng cao.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về tính diện tích hình phẳng.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## Dạng 47. Tính diện tích hình phẳng

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .



- b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .



- c) Để phá bỏ trị tuyệt đối ta dựa vào đồ thị để bỏ giá trị tuyệt đối.
- d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi đồ thị  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  quay quanh trục  $Ox$  là  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

### ⚠ Lưu ý:

- Chú ý khai thác giả thiết triệt để.
- Mấu chốt là tìm ra hai cận  $a, b$  và hàm số  $f(x) - g(x)$ .
- Khi đó thế vào công thức và dùng máy tính cầm tay tính kết quả cuối cùng.

## 🎓 CÂU 46 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-4; -3; 3)$  và mặt phẳng  $(P) : x + y + z = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , cắt trục  $Oz$  và song song với  $(P)$  có phương trình là

$$\text{A } \frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}.$$

$$\text{C } \frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\text{B } \frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\text{D } \frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}.$$

### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $d$  là đường thẳng thỏa đề bài. Đặt  $M(0; 0; m) = d \cap Oz$ .

- Mặt phẳng  $(P)$  có VTPT là  $\vec{n} = (1; 1; 1)$ , đường thẳng  $d$  có VTCP là  $\vec{u} = \vec{AM} = (4; 3; m-3)$ .

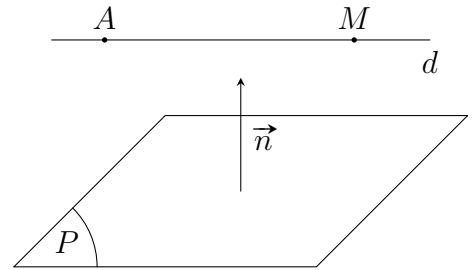
- Vì  $d \parallel (P) \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 4 + 3 + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -4$ .

-  $d$  có VTCP là  $\vec{u} = (4; 3; -7)$  nên loại được các phương án  $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$  và  $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ .

- Đường thẳng  $d$  qua  $A(-4; -3; 3)$  và có VTCP  $\vec{u} = (4; 3; -7)$  nên  $d$  có PTCT là:  $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{-7}$ .

- Vì  $d$  đi qua điểm  $N(-8; -6; 10)$  nên  $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$  là phương trình của  $d$ .

Chọn đáp án **(D)** □



### 📖 PHÂN TÍCH:

**1. Dạng toán:** Viết phương trình đường thẳng trong không gian.

**2. Mức độ:** Vận dụng.

**3. Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phân lý thuyết và cách giải bài toán về viết PT đường thẳng.

**4. Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### 📁 Dạng 48. Viết phương trình đường thẳng

B1. Tìm một điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  thuộc đường thẳng  $d$ .

B2. Tìm một vec-tơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (a; b; c)$ . (Cách tìm VTCP của đường thẳng).

- Đường thẳng  $(d)$  đi qua hai điểm  $A, B$ , khi đó vec-tơ  $\vec{AB}$  là một chỉ phương của  $(d)$ .
- Đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(l)$ , khi đó vec-tơ chỉ phương của  $(l)$  cũng là một chỉ phương của  $(d)$ .
- Đường thẳng  $(d)$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ , khi đó vec-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là một chỉ phương của  $(d)$ .
- Đường thẳng  $(d)$  là giao tuyến của  $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ , mặt phẳng  $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  có vec-tơ chỉ phương của  $(d)$ ,  $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$
- Đường thẳng  $(d)$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$ . Khi đó ta gọi  $\vec{u}$  là một vec-tơ chỉ phương của  $(d)$  thì  $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$  với  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  lần lượt là chỉ phương của  $(d_1), (d_2)$  nên ta chọn  $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ .
- Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M$ , cắt và vuông góc với một đường thẳng  $d_1$  cho trước. Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên đường thẳng  $d_1$  cho trước. Dựa vào điều kiện  $\vec{MH} \cdot \vec{u}_1 = 0$  ta tìm được  $H$ . Khi đó  $\vec{MH}$  là VTCP cần tìm.

- (g) Đường thẳng đi qua điểm  $M$ , vuông góc với  $(d_1)$  và cắt  $(d_2)$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $(d)$  và  $(d_2)$ . Ta có  $MK \perp (d_1)$  nên  $\overrightarrow{MK} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0$ , từ đó ta tìm được véc-tơ  $\overrightarrow{MK}$  chính là chỉ phương của  $(d)$ .
- (h) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M$  cắt cả hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ . Gọi  $(a)$  là mặt phẳng chứa  $(d_1)$  và đi qua điểm  $M$ ,  $(b)$  là mặt phẳng chứa  $(d_2)$  và đi qua điểm  $M$ . Khi đó đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng  $(a)$  và  $(b)$  là đường thẳng  $(d)$  cần tìm.
- (i) Đường thẳng  $(d)$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  cắt cả hai đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$ . Ta cần tìm điểm  $M$  là giao điểm của  $(P)$  và  $(d_1)$ , điểm  $N$  là giao điểm của  $(P)$  và  $(d_2)$ . Khi đó đường thẳng  $(d)$  đi qua hai điểm  $M$ ,  $N$  là đường thẳng cần tìm.

B3. Viết PTTS của  $d$  là 
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
 trong đó  $t$  là tham số.

**⚠ Lưu ý:** Phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  qua  $M(x_0; y_0; z_0)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$  là  $d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$  với  $abc \neq 0$ .

**⚠ Lưu ý:**

a) Đưa về bài toán viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm  $A, B$  là bài toán mẫu chốt.

b) Điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$  thì  $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$ .

c)  $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$  cùng phương với  $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$  ( $\vec{v} \neq \vec{0}$ ) khi và chỉ khi

$$\vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = kx_2 \\ y_1 = ky_2 \\ z_1 = kz_2 \end{cases}$$

Nếu  $x_2 \neq 0, y_2 \neq 0, z_2 \neq 0$  thì

$\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$  cùng phương với  $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$  ( $\vec{v} \neq \vec{0}$ ) khi và chỉ khi  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$

d)  $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$  vuông góc với  $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$  khi và chỉ khi  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$

e) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục  $Ox$  là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .

f) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục  $Oy$  là  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .

g) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục  $Oz$  là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

## CÂU 47 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**❖ Ví dụ 47.** Cho khối nón đỉnh  $S$  có bán kính đáy bằng  $2\sqrt{3}a$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho  $AB = 4a$ . Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $2a$ , thể tích của khối nón đã cho bằng

**A**  $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$ .

**B**  $4\sqrt{6}\pi a^3$ .

**C**  $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$ .

**D**  $8\sqrt{2}\pi a^3$ .

**Lời giải.**

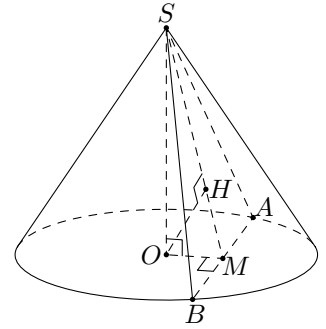
Gọi  $O$  là tâm đường tròn đáy và  $M$  là trung điểm của  $AB$ .  
 Ta có  $SO \perp (OAB)$  và  $OM \perp AB$ . Dựng  $OH \perp SM$  tại  $H$ .  
 Khi đó khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  là  $OH = 2a$ .  
 Ta tính được  $OM^2 = OA^2 - AM^2 = 12a^2 - 4a^2 = 8a^2$ .  
 Tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$  có  $OH$  là đường cao nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{8a^2} = \frac{1}{8a^2}.$$

Suy ra  $OS = 2\sqrt{2}a$ .

Thể tích của khối nón đã cho là  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi (2\sqrt{3}a)^2 \cdot 2\sqrt{2}a = 8\sqrt{2}\pi a^3$ .

Chọn đáp án **(A)**



**PHÂN TÍCH:**

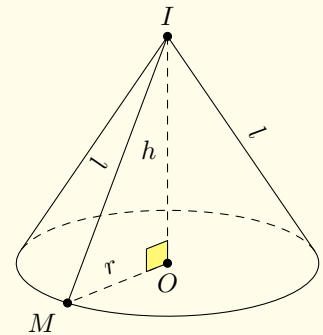
1. **Dạng toán:** Tính thể tích của khối nón, khối trụ liên quan đến thiết diện của nón hay trụ.
2. **Mức độ:** Vận dụng cao.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán liên quan đến thiết diện của khối nón, khối trụ.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

**Dạng 49. Tính thể tích của khối nón, khối trụ liên quan đến thiết diện của nón hay trụ**

**1. Khối nón:**

Được tạo thành khi xoay tam giác vuông quanh cạnh góc vuông.

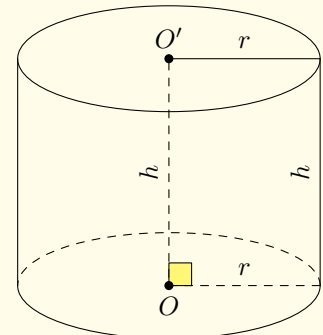
- a) Diện tích xung quanh:  $S_{xq \text{ nón}} = \pi r l$ .
- b) Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi r l + \pi r^2$ .
- c) Thể tích khối nón:  $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ .
- d) Mối liên hệ:  $l^2 = h^2 + r^2$ .



**2. Khối trụ:**

Được tạo thành khi quay hình chữ nhật xung quanh cạnh.

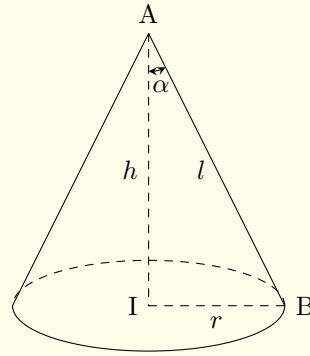
- a) Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = 2\pi r h$ .
- b) Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi r h + 2\pi r^2$ .
- c) Thể tích của khối trụ:  $V_{\text{trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi r^2 h$ .



**3. Khối cầu:**

Diện tích và thể tích mặt cầu:  $S = 4\pi R^2$  và  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

#### 4. Các yếu tố cơ bản của hình nón



- ☑ Chiều cao:  $h$ .
- ☑ Độ dài đường sinh:  $l$ .
- ☑ Bán kính đường tròn đáy:  $r$ .
- ☑ Góc ở đỉnh:  $2\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ).

#### 5. Mối liên hệ giữa chiều cao, đường sinh và bán kính đáy của hình nón

$$l^2 = h^2 + R^2.$$

#### 6. Hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác

Cho  $\triangle ABI$  vuông tại  $I$  quay quanh cạnh góc vuông  $AI$  thì đường gấp khúc  $ABI$  tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).

- ☑ Đường thẳng  $AI$  được gọi là trục,  $A$  là đỉnh,  $AI$  được gọi là đường cao và  $AB$  được gọi là đường sinh của hình nón.
- ☑ Hình tròn tâm  $I$ , bán kính  $r = IB$  là đáy của hình nón.

#### 7. Công thức diện tích của hình nón và thể tích của khối nón

- ☑ Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l$ .
- ☑ Diện tích toàn phần hình nón:  $S_{tp} = S_{xq} + S_d$ .
- ☑ Diện tích đáy (hình tròn):  $S_d = \pi \cdot r^2$ .
- ☑ Thể tích khối nón:

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h.$$

#### 8. Thiết diện của hình nón ( $N$ ) khi cắt bởi mặt phẳng ( $P$ )

- ☑ ( $P$ ) đi qua đỉnh của hình nón ( $N$ ):
  - Nếu ( $P$ ) tiếp xúc với mặt nón ( $N$ ) theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi ( $P$ ) là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.
  - Nếu ( $P$ ) cắt mặt nón ( $N$ ) theo hai đường sinh  $\Rightarrow$  Thiết diện là tam giác cân.
  - Đặc biệt: Nếu ( $P$ ) đi qua trục của mặt nón ( $N$ )  $\Rightarrow$  Thiết diện là tam giác cân có cạnh bên  $l$  và cạnh đáy  $2r$ .
- ☑ ( $P$ ) không đi qua đỉnh của hình nón ( $N$ ):
  - Nếu ( $P$ ) vuông góc với trục hoành hình nón  $\Rightarrow$  giao tuyến là một đường tròn.
  - Nếu ( $P$ ) song song với hai nhánh của một hypebol.
  - Nếu ( $P$ ) song song với một đường sinh hình nón  $\Rightarrow$  giao tuyến là một đường parabol.



### 9. Công thức tính độ dài cung tròn có số đo $a^\circ$ , bán kính $R$

$$l = \frac{\pi Ra}{180}.$$

### 10. Tính chất $\triangle ABC$ đều cạnh $a$

- ☑ Độ dài đường cao, đường trung tuyến  $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
- ☑ Diện tích tam giác  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

## 🎓 CÂU 48 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

🔗 **Ví dụ 48.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất bốn số nguyên  $b \in (-12; 12)$  thỏa mãn  $4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65$ ?

- (A) 4.                      (B) 6.                      (C) 5.                      (D) 7.

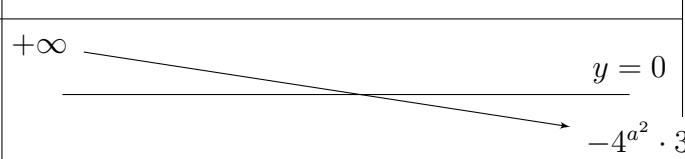
### 💬 Lời giải.

$$4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65 \Leftrightarrow \frac{3^b}{3^a} + 65 \geq 4^{a^2} \cdot 4^b \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \cdot 3^a \geq 0. \quad (1)$$

Hàm số  $f(b) = \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \cdot 3^a$ .

Ta có  $f'(b) = \left(\frac{3}{4}\right)^b \ln \frac{3}{4} + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b \ln \frac{1}{4} < 0, \forall b$ .

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$a$	$+\infty$
$f'(b)$	-	0	-
$f(b)$	$+\infty$		

Ta được tập nghiệm  $S = (-\infty; a]$ .

$S$  chứa ít nhất 4 số nguyên  $b \in (-12; 12) \Leftrightarrow \{-11; -10; -9; -8\} \subset (-\infty; a] \Leftrightarrow f(-8) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^8 + 65 \cdot 3^a \cdot 4^8 - 4^{a^2} \cdot 3^a \geq 0 \Leftrightarrow a \in \{-3; -2; \dots; 3\} \text{ (TABLE } -5 \rightarrow 5).$$

Chọn đáp án (D) □

### 📖 PHÂN TÍCH:

1. **Dạng toán:** Phương pháp hàm số, phương pháp đánh giá về mũ và logarit.
2. **Mức độ:** Vận dụng cao.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán đếm.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## Dạng 50. Bất phương trình mũ-logarit- Phương pháp đặt ẩn phụ- phương pháp hàm số

- a) **Dạng 1: Có một biến nguyên và rút được biến nguyên này theo biến còn lại.**  
Có một biến nguyên và rút được biến nguyên này theo biến còn lại. Đến đây, ta xét hàm để tìm miền giá trị cho biến nguyên đó.
- b) **Dạng 2: Sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai để tìm miền giá trị cho biến nguyên.**  
Khi phương trình rút gọn là phương trình bậc hai theo biến không nguyên. Ta sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai để tìm miền giá trị cho biến nguyên.  
Với cách giải sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai, ta phải thử lại nghiệm, nên có hạn chế so với phương pháp cô lập, xét hàm. Do đó, trong một số bài toán có thể cô lập, xét hàm thì ta nên chọn phương pháp này.
- c) **Dạng 3: Rút biến nguyên thuộc  $K$  theo biến còn lại để tìm miền giá trị cho biến đó.**  
Cả hai biến đều nguyên, trong đó có một biến nguyên thuộc tập  $K$  cho trước, với  $K$  có thể là một khoảng, một đoạn. Khi đó ta có thể rút biến nguyên thuộc  $K$  theo biến còn lại để tìm miền giá trị cho biến đó.
- d) **Dạng 4: Tìm điểm nguyên trên các đường cong đơn giản**  
Cả hai biến đều nguyên, rút được biến này theo biến kia đưa về bài toán tìm điểm nguyên trên các đường cong đơn giản.
- e) **Dạng 5: Đưa phương trình về tổng các bình phương của hai biến nguyên**
- f) **Dạng 6: Đưa về phương trình tích của hai biến nguyên**

**⚠ Lưu ý:** Chú ý : Với câu hỏi có bao nhiêu số nguyên  $y$  để mỗi số nguyên  $y$ , có ít nhất (hay có không quá) số nguyên  $x$  thỏa điều kiện cho trước thì ta xem  $y$  là tham số và  $x$  là biến số. Từ đó tìm ra được tập nghiệm bpt phương trình theo  $y$ .  
Từ điều kiện  $x$  phải thỏa mãn ta liệt kê ra các số nguyên  $x$ . Từ đó ta lại suy ra số lượng số nguyên  $y$  phải tìm.

## CÂU 49 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

**❖ Ví dụ 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z + 6)^2 = 50$  và đường thẳng  $d : \frac{x}{2} = \frac{y + 2}{4} = \frac{z - 3}{-1}$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ  $M$  kẻ được đến  $(S)$  hai tiếp tuyến cùng vuông góc với  $d$ ?

(A) 29.

(B) 33.

(C) 55.

(D) 28.

**💬 Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(4; -3; -6)$ ,  $R = 5\sqrt{2}$ .

Ta có  $M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$ .

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến từ  $M$  đến  $(S)$ . Khi đó  $(P)$  đi qua  $M(a; 0; 0)$ , vuông góc với đường thẳng  $d$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

$$2(x - a) + 4y - z = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z - 2a = 0.$$

Ta có  $M$  là điểm nằm ngoài mặt cầu, suy ra

$$\textcircled{C} \quad IM > R \Leftrightarrow (a - 4)^2 + 9 + 36 > 50 \Leftrightarrow (a - 4)^2 > 5 \quad (1)$$

$$\textcircled{C} \quad d(I, (P)) < R \Leftrightarrow \frac{|8 - 12 + 6 - 2a|}{\sqrt{21}} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow |2 - 2a| < 5\sqrt{42} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$\begin{cases} (a - 4)^2 > 5 \\ |2 - 2a| < 5\sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 8a + 11 > 0 \\ a^2 - 2a + 1 < \frac{350}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 7 \\ a \leq 1 \\ -15 \leq a \leq 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -15 \leq a \leq 1 \\ 7 \leq a \leq 17. \end{cases}$$

Vì  $a \in \mathbb{Z}$ , suy ra có 28 điểm  $M$  thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

### **PHÂN TÍCH:**

1. **Dạng toán:** Bài toán tổng hợp về MC-MP-ĐT.
2. **Mức độ:** Vận dụng cao.
3. **Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về MC-MP-ĐT.
4. **Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

## **Dạng 51. Bài toán liên quan đến mặt cầu-mặt phẳng-đường thẳng**

### **1. Tương giao giữa mặt cầu và mặt phẳng**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): Ax + By + Cz + D = 0$  và mặt cầu  $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$  có tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính  $R$ . Khi đó:

**TH1:** Nếu  $d(I; (P)) > R$  thì mặt cầu  $(S)$  và  $(P)$  không có điểm chung.

**TH2:** Nếu  $d(I; (P)) = R$  thì mặt cầu  $(S)$  và  $(P)$  có điểm chung duy nhất là  $H$  (mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại  $H$ ) và  $IH \perp (P)$ .

**TH3:** Nếu  $d(I; (P)) < R$  thì mặt cầu  $(S)$  cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là một đường tròn tâm  $H$  bán kính  $r$  ta có:

- ☑** Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên  $(P)$  và  $r^2 + IH^2 = R^2$  với  $(d_{(I; (P))} = IH)$ .
- ☑** Cho điểm  $M$  nằm trong mặt cầu  $(S)$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính  $r$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow IM \perp (P)$ .
- ☑** Cho điểm  $M$  nằm trong mặt cầu  $(S)$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính  $r$  lớn nhất  $\Leftrightarrow (P)$  đi qua 2 điểm  $I$  và  $M$ .

### **2. Tương giao giữa mặt cầu và đường thẳng**

Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta$  và mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và bán kính  $R$ . Khi đó:

- a) Nếu  $d(I; \Delta) > R$  thì mặt cầu  $(S)$  và  $\Delta$  không có điểm chung.
- b) Nếu  $d(I; \Delta) = R$  thì mặt cầu  $(S)$  và  $\Delta$  có điểm chung duy nhất là  $H$  khi đó  $IH \perp \Delta$ .
- c) Nếu  $d(I; \Delta) < R$  thì mặt cầu  $(S)$  và cắt đường thẳng  $\Delta$  tại hai điểm  $A, B$  ta có một số kết quả sau:

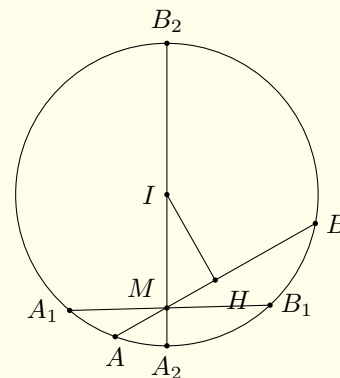
- ☑ Gọi  $H$  là trung điểm  $AB \Rightarrow IH \perp \Delta$  và  $d_{(I;\Delta)}^2 + \frac{AB^2}{4} = R^2$  với  $(d_{(I;\Delta)} = IH)$ .
- ☑ Cho điểm  $M$  khi đó đường thẳng đi qua  $M$  cắt  $(S)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho độ dài  $AB$  lớn nhất là đường thẳng đi qua 2 điểm  $M$  và  $I$ .
- ☑ Cho điểm  $M$  nằm trong mặt cầu  $(S)$  đường thẳng đi qua  $M$  cắt  $(S)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho độ dài  $AB$  nhỏ nhất là đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $IM$ .

**Chứng minh:**

Ta có  $d_{(I;\Delta)}^2 + \frac{AB^2}{4} = R^2 \Leftrightarrow AB = 2\sqrt{R^2 - d_{(I;\Delta)}^2}$ .

Vì  $\triangle HIM$  vuông tại  $H$  nên ta có  $0 \leq IH \leq IM$ .

- ☑  $AB$  lớn nhất  $\Leftrightarrow d_{(I;\Delta)} = 0 \Leftrightarrow \Delta$  qua 2 điểm  $I$  và  $M$ .
- ☑  $AB$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow d_{(I;\Delta)} = IM \Leftrightarrow \Delta$  vuông góc  $IM$ .



## CÂU 50 ĐỀ MINH HOẠ BGD 2022

☞ **Ví dụ 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$  có **đúng 9 điểm cực trị**?

- (A) 16.                      (B) 9.                      (C) 15.                      (D) 10.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -10. \end{cases}$

$$y' = (4x^3 - 16x) \cdot f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 16x = 0 \\ f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x^4 - 8x^2 + m = 0 \\ x^4 - 8x^2 + m = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ m = -x^4 + 8x^2 \quad (1) \\ m + 10 = -x^4 + 8x^2 \quad (2) \end{cases}$$

Để hàm số  $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$  có 9 điểm cực trị thì  $f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0$  phải có 6 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình (1) phải có 2 nghiệm và phương trình (2) phải có 4 nghiệm.

Ta có:  $\begin{cases} -m \geq 0 \\ -16 < -m - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ -10 < m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow -10 < m \leq 0.$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-9; -8; \dots; -1; 0\}$ .

Vậy có 10 giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(D)**

□

### PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Bài toán chỉ sử dụng P hoặc C hoặc A.
- Mức độ:** Vận dụng cao.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh cần nắm vững phần lý thuyết và cách giải bài toán về cực trị và sự tương giao giữa hai đồ thị hàm số.
- Kiến thức cần nắm và phương pháp giải:**

### Dạng 52.

Tìm cực trị của hàm số hợp  $g(x) = f[u(x)]$  khi biết đồ thị hàm số  $f(x)$  hay BBT hàm số  $f(x)$

#### Kiến thức bổ trợ

- a) **Bài toán bổ trợ 1:** Cho đồ thị hàm số  $f(x)$  hoặc bảng biến thiên hàm số  $f(x)$ . Tìm nghiệm phương trình  $f[u(x)] = 0$ .

**Phương pháp :**

- ☑ Dựa vào đồ thị (hoặc BBT) của hàm số  $f(x)$  để tìm các nghiệm  $x = x_i$  của phương trình  $f(x) = 0$ . (Giao điểm của đồ thị với trục hoành)
- ☑ Khi đó phương trình  $f[u(x)] = 0 \Leftrightarrow u(x) = x_i$ . Giải các phương trình  $u(x) = x_i$  ta tìm được các nghiệm của phương trình  $f[u(x)] = 0$ .  
*Nhận xét: Đôi khi chỉ tìm ra được các nghiệm gần đúng  $x_i$  hoặc chỉ tìm ra được số nghiệm của phương trình  $f[u(x)] = 0$ .*

- b) **Bài toán bổ trợ 2:** Cho đồ thị hàm số  $f(x)$  hoặc bảng biến thiên hàm số  $f(x)$ . Tìm nghiệm phương trình  $f[u(x)] + p(x) = 0$ .

**Phương pháp :**

- ☑ Đặt  $t = u(x)$ , biểu diễn  $p(x) = \varphi(t)$ .
- ☑ Biến đổi phương trình  $f[u(x)] + p(x) = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\varphi(t)$
- ☑ Dựa vào đồ thị (hoặc BBT) của hàm số  $f(x)$  để tìm các nghiệm  $x = x_i$  từ phương trình  $f(x) = -\varphi(x)$ . (Chú ý ta đổi vai trò  $x$  thành  $t$  rồi dựa vào đồ thị  $f(x)$ ).
- ☑ Khi đó phương trình  $f[u(x)] + p(x) = 0 \Leftrightarrow t = u(x) = x_i$ . Giải các phương trình  $u(x) = x_i$  ta tìm được các nghiệm của phương trình  $f[u(x)] = 0$ .

Xét sự biến thiên của hàm số hợp  $y = f[u(x)]$  ta làm như sau:

#### 1. Đạo hàm của hàm số hợp

☑  $g(x) = f[u(x)] \Rightarrow g'(x) = u'(x) \cdot f'[u(x)].$

☑  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = 0 \\ f'[u(x)] = 0. \end{cases}$  (Dựa vào đồ thị để suy ra nghiệm của pt  $f'(x) = 0$ )

Giải sử  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ \vdots \\ x = b \end{cases} \Rightarrow f'(u) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = a \\ \vdots \\ u = b. \end{cases} \quad (*)$

**Chú ý đề cho**

- ☑ Bảng xét dấu của  $f'(x)$  thì ta nhìn những vị trí  $f'(x) = 0$ . Suy ra (\*)
- ☑ Đồ thị của  $f'(x)$  thì ta nhìn những vị trí đồ thị cắt trục  $Ox$ . Suy ra (\*)
- ☑ Đồ thị của  $f(x)$  thì ta chiếu các điểm cực trị xuống trục  $Ox$ . Suy ra (\*)

## 2. Lập bảng biến thiên của hàm số

## 3. Nêu kết luận của hàm số

**⚠ Lưu ý: Chú ý: Cách vẽ đồ thị có chứa giá trị tuyệt đối.**

- Số điểm cực trị của hàm số  $y = |f(x)|$  bằng tổng số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  và số nghiệm bội lẻ của phương trình  $f(x) = 0$ .
- Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  bằng 2 lần số điểm cực trị dương của hàm số  $y = f(x)$  và cộng thêm 1.

PHẦN



**TỔNG ÔN CÁC CÂU  
HỎI MỨC ĐỘ TB - KHÁ**

# Chương 2

## HÌNH KHÔNG GIAN OXYZ

### Bài 1

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ, GÓC, KHOẢNG CÁCH & VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

### A Kiến thức cần nhớ

1. Véc-tơ  $\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$  và điểm  $M(a; b; c) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j} + c \cdot \vec{k}$ .

☑  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ .

☑  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ .

2. Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cái nào, cho cái đó bằng 0):

☑  $M \in (Oxy) \xrightarrow{z=0} M(x_M; y_M; 0)$ .

☑  $M \in (Oyz) \xrightarrow{x=0} M(\dots; \dots; \dots)$ .

☑  $M \in Oy \xrightarrow{x=z=0} M(\dots; \dots; \dots)$ .

☑  $M \in Oz \xrightarrow{x=y=0} M(\dots; \dots; \dots)$ .

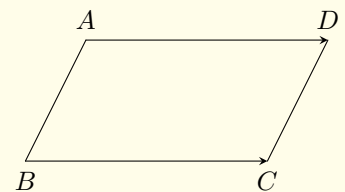
3. Trung điểm và trọng tâm:

☑  $M$  là trung điểm  $AB \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$ . Nhớ  $M = \frac{A+B}{2}$ .

☑  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$ . Nhớ  $G = \frac{A + B + C}{3}$ .

4. Hai véc-tơ bằng nhau khi và chỉ khi hoành = hoành, tung = tung, cao = cao, nghĩa là:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases} \quad \text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành thì } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$



5. Hai véc-tơ cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{\text{Hoành}}{\text{Hoành}} = \frac{\text{Tung}}{\text{Tung}} = \frac{\text{Cao}}{\text{Cao}} \Rightarrow A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AC}$ .

6. Tích vô hướng:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .  
(Hoành  $\times$  hoành, cộng tung  $\times$  tung, cộng cao  $\times$  cao)



7. Tích có hướng:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left( \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

(Hoành che hoành, tung che tung, cộng cao che cao)

8. Ứng dụng tích có hướng:

- ☑  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng  $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$ .
- ☑ Tam giác:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$ .
- ☑ Tứ diện:  $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$ .
- ☑  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng  $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$ .
- ☑ Hình bình hành:  $S_{ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$ .
- ☑ Khối hộp:  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA}'|$ .

9. Khoảng cách từ  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến  $(P): ax + by + cz + d = 0$  là

$$d(M, (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$\Rightarrow$  Khoảng cách giữa hai mặt song song  $(P): ax + by + cz + d = 0$  và  $(Q): ax + by + cz + d' = 0$  là  $d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

10. Góc bằng tích vô hướng có trị chia tích độ dài và nhớ cùng loại dùng cos, khác loại dùng sin.

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  là

- (A) (3; 2 - 2).      (B) (3; -2; 2).      (C) (-2; 3; 2).      (D) (2; 3; -2).

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

- (A) (2; -1; -3).      (B) (-3; 2; -1).      (C) (2; -3; -1).      (D) (-1; 2; -3).

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ . Tọa độ điểm  $A$  là

- (A)  $A(3; 4; -5)$ .      (B)  $A(-3; 4; 5)$ .      (C)  $A(3; 4; 5)$ .      (D)  $A(-3; -4; 5)$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$  và  $\vec{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{MN}$  là

- (A) (-2; 1; 1).      (B) (1; 1; 2).      (C) (-3; 0; 1).      (D) (-3; 0; -1).

**Câu 5.** Trong không gian, cho hai điểm  $A, B$  với  $\vec{OA} = (2; -1; 3)$  và  $\vec{OB} = (5; 2; -1)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{AB}$  là

- (A)  $\vec{AB} = (3; 3; -4)$ .      (B)  $\vec{AB} = (2; -1; 3)$ .      (C)  $\vec{AB} = (7; 1; 2)$ .      (D)  $\vec{AB} = (-3; -3; 4)$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 3; 4)$  và  $B(6; 2; 2)$ . Tìm tọa độ  $\vec{AB}$ .

- (A)  $\vec{AB} = (4; 3; 4)$ .      (B)  $\vec{AB} = (4; -1; -2)$ .      (C)  $\vec{AB} = (-2; 3; 4)$ .      (D)  $\vec{AB} = (4; -1; 4)$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 2; 3)$  và  $N(3; 4; 7)$ . Tọa độ vectơ  $\vec{MN}$  là

- (A) (4; 6; 10).      (B) (2; 3; 5).      (C) (2; 2; 4).      (D) (-2; -2; -4).

- Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$  và  $B(2; 1; 1)$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng
- (A) 2. (B)  $\sqrt{6}$ . (C)  $\sqrt{2}$ . (D) 6.
- Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; -4)$  và  $B(4; -3; 3)$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng
- (A) 11. (B) 5. (C) 7. (D) 9.
- Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; -1; 3)$  và  $\vec{b} = (1; 3; -2)$ . Vectơ  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$  có tọa độ là
- (A)  $(0; -7; 7)$ . (B)  $(0; 7; 7)$ . (C)  $(0; -7; -7)$ . (D)  $(4; -7; 7)$ .
- Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (5; 7; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; 4)$  và  $\vec{c} = (-6; 1; -1)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$  là
- (A)  $(3; 22; -3)$ . (B)  $(3; 22; 3)$ . (C)  $(-3; 22; -3)$ . (D)  $(3; -22; 3)$ .
- Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (3; 2; 1)$  và  $\vec{v} = (-2; 0; 1)$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  bằng
- (A)  $\sqrt{3}$ . (B)  $3\sqrt{3}$ . (C) 3. (D)  $\sqrt{2}$ .
- Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; -2; 3)$  và  $\vec{v} = (-1; 2; -3)$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} - 2\vec{v}$  bằng
- (A)  $\sqrt{26}$ . (B)  $\sqrt{126}$ . (C)  $\sqrt{85}$ . (D)  $\sqrt{185}$ .
- Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(-3; -4; -5)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là
- (A)  $I(1; 1; 1)$ . (B)  $I(-1; -1; -1)$ . (C)  $I(-2; -2; -2)$ . (D)  $I(4; 6; 8)$ .
- Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 1)$  và  $B(2; 1; 3)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là
- (A)  $M(0; 2; 2)$ . (B)  $N(2; 2; 2)$ . (C)  $P(0; 2; 0)$ . (D)  $Q(2; 2; 0)$ .
- Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 1; -3)$  và  $B(3; -1; 1)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ , đoạn  $OM$  có độ dài bằng
- (A)  $\sqrt{5}$ . (B)  $\sqrt{6}$ . (C) 6. (D) 2.
- Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 4)$  và  $B(2; 4; -1)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$ .
- (A)  $G(6; 3; 3)$ . (B)  $G(2; 1; 1)$ . (C)  $G(1; 1; 2)$ . (D)  $G(1; 2; 1)$ .
- Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 2; -2)$ ,  $B(-3; 5; 1)$  và  $C(1; -1; -2)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ ?
- (A)  $G(0; 2; -1)$ . (B)  $G(0; 2; 3)$ . (C)  $G(0; -2; -1)$ . (D)  $G(2; 5; -2)$ .
- Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; -3; 3)$ ,  $B(2; -4; 5)$ ,  $C(a; -2; b)$  nhận điểm  $G(1; c; 3)$  làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng  $a + b + c$  bằng
- (A) -5. (B) 3. (C) 1. (D) -2.
- Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -2; 5)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxz$  là
- (A)  $M(3; 0; 5)$ . (B)  $M(3; -2; 0)$ . (C)  $M(0; -2; 5)$ . (D)  $M(0; 2; 5)$ .
- Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; -1)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên trục  $Oz$  là điểm
- (A)  $M'(3; 0; 0)$ . (B)  $M'(0; 2; 0)$ . (C)  $M'(0; 0; -1)$ . (D)  $M'(3; 2; 0)$ .

**Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -1; 1)$ . Gọi  $A'$  là hình chiếu của  $A$  lên trục  $Oy$ . Độ dài đoạn thẳng  $OA'$  bằng

- A**  $\sqrt{11}$ .                      **B**  $\sqrt{10}$ .                      **C** 3.                      **D** 1.

**Câu 23.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4; 2; -3)$ . Tìm mệnh đề sai

- A** Hình chiếu của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $M(4; 2; 0)$ .  
**B** Hình chiếu của điểm  $A$  lên trục  $Oy$  là điểm  $M(0; 2; 0)$ .  
**C** Hình chiếu của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $M(0; 2; -3)$ .  
**D** Hình chiếu của điểm  $A$  lên trục  $Oz$  là điểm  $M(4; 2; 0)$ .

**Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1; -3; -5)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A**  $(0; -3; 0)$ .                      **B**  $(0; -3; -5)$ .                      **C**  $(-1; -3; -5)$ .                      **D**  $(1; -3; 0)$ .

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; -1)$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng với điểm  $A$  qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm  $A'$ .

- A**  $A'(2; -3; 1)$ .                      **B**  $A'(0; -3; 1)$ .                      **C**  $A'(-2; -3; 1)$ .                      **D**  $A'(-2; 0; 0)$ .

**Câu 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 5)$ . Điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua trục  $Oy$  là

- A**  $A'(2; 3; 5)$ .                      **B**  $A'(2; -3; -5)$ .                      **C**  $A'(-2; -3; 5)$ .                      **D**  $A'(-2; -3; -5)$ .

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; -1; 2)$ . Điểm  $N$  đối xứng với điểm  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A**  $N(0; -1; 2)$ .                      **B**  $N(3; 1; -2)$ .                      **C**  $N(-3; -1; 2)$ .                      **D**  $N(0; 1; -2)$ .

**Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (-2; 1; 3)$  và  $\vec{b} = (1; 2; m)$ . Tìm  $m$  để  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

- A**  $m = 1$ .                      **B**  $m = -1$ .                      **C**  $m = 2$ .                      **D**  $m = 0$ .

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (2; 1; -1)$  và  $\vec{v} = (1; 3; m)$ . Tìm  $m$  để  $(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ$ .

- A**  $m = -5$ .                      **B**  $m = 5$ .                      **C**  $m = 1$ .                      **D**  $m = -2$ .

**Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -2; 0)$  và  $\vec{v} = (-2; 3; 1)$ . Khẳng định nào sai?

- A**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -8$ .                      **B**  $2\vec{u} = (2; -4; 0)$ .  
**C**  $|\vec{v}| = 14$ .                      **D**  $\vec{u} + \vec{v} = (-1; 1; -1)$ .

**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (-1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 1; 0)$  và  $\vec{c} = (1; 1; 1)$ . Mệnh đề nào dưới đây sai

- A**  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .                      **B**  $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ .                      **C**  $\vec{c} \perp \vec{b}$ .                      **D**  $|a| = \sqrt{2}$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -2; 3)$  và  $\vec{v} = (1; 1; -1)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A**  $|\vec{u} + \vec{v}| = 3$ .                      **B**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$ .  
**C**  $|\vec{u} - \vec{v}| = 5$ .                      **D**  $[\vec{u}, \vec{v}] = (-1; -4; 3)$ .

**Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; 1; 2)$ ,  $\vec{v} = (-1; m; m - 2)$ . Khi  $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = \sqrt{14}$  thì

- A**  $m = 1$  hoặc  $m = -\frac{11}{5}$ .                      **B**  $m = -1$  hoặc  $m = -\frac{11}{3}$ .  
**C**  $m = 1$  hoặc  $m = -3$ .                      **D**  $m = -1$ .

- Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{b} = (2; y; z)$ , biết rằng vectơ  $\vec{b}$  cùng phương với  $\vec{a}$
- (A)  $\vec{b} = (2; 4; -6)$ .      (B)  $\vec{b} = (2; -4; 6)$ .      (C)  $\vec{b} = (2; 4; 6)$ .      (D)  $\vec{b} = (2; -3; 3)$ .
- Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; a; 2)$  và  $\vec{v} = (-3; 9; b)$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $a^2 + b$  bằng
- (A) 15.      (B) 3.      (C) 0.      (D) 4.
- Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1; 2; -3)$ ,  $B(1; 0; 2)$ ,  $C(x; y; -2)$  thẳng hàng. Khi đó  $x + y$  bằng
- (A) 1.      (B) 17.      (C)  $-\frac{11}{5}$ .      (D)  $\frac{11}{5}$ .
- Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 5)$ ,  $B(5; -5; 7)$ ,  $M(x; y; 1)$ . Nếu  $A, B, M$  thẳng hàng thì tổng  $x + y$  bằng
- (A) 11.      (B)  $-11$ .      (C)  $-3$ .      (D) 3.
- Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -2; 1)$ ,  $B(0; 1; 2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng là
- (A)  $M(4; -5; 0)$ .      (B)  $M(2; -3; 0)$ .      (C)  $M(0; 0; 1)$ .      (D)  $M(4; 5; 0)$ .
- Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 1; 3)$ ,  $B(5; -2; 1)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxy)$  tại điểm  $M(a; b; c)$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng
- (A) 5.      (B) 1.      (C) 11.      (D) 4.
- Câu 40.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 1)$ ,  $B(5; 6; 2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại  $M$ . Tỉ số  $\frac{AM}{BM}$  bằng
- (A)  $\frac{1}{2}$ .      (B) 2.      (C)  $\frac{1}{3}$ .      (D) 3.
- Câu 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 3; -2)$ ,  $B(3; 5; -12)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oyz)$  tại điểm  $N$ . Tỉ số  $\frac{BN}{AN}$  bằng
- (A) 4.      (B)  $\frac{7}{2}$ .      (C) 5.      (D) 3.
- Câu 42.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 6; 6)$ ,  $B(3; -6; -2)$ . Tìm điểm  $M \in (Oxy)$  để  $AM + BM$  ngắn nhất?
- (A)  $M(2; -3; 0)$ .      (B)  $M(2; 3; 0)$ .      (C)  $M(3; 2; 0)$ .      (D)  $M(-3; 2; 0)$ .
- Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (3; 0; 1)$  và  $\vec{v} = (2; 1; 0)$ . Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng
- (A) 0.      (B)  $-6$ .      (C) 8.      (D) 6.
- Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (1; 0; 3)$  và  $\vec{b} = (-2; 2; 5)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$  bằng
- (A) 25.      (B) 23.      (C) 27.      (D) 29.
- Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (-1; 3; 0)$  và  $\vec{b} = (4; -1; 2)$ . Tích vô hướng của  $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{a}$  bằng
- (A)  $-4$ .      (B) 24.      (C) 28.      (D) 4.
- Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{b} = (-1; 2; 1)$  và  $\vec{c} = (1; 0; 3)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$  bằng

(A) 5.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 6.

**Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-1; 2; 1)$ ,  $C(3; -1; -2)$ . Tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  bằng

(A) -6.

(B) -14.

(C) 14.

(D) 6.

**Câu 48.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; 2; 1)$ ,  $B(-1; 3; 2)$  và  $C(2; 4; -3)$ . Tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  bằng

(A) 2.

(B) -2.

(C) 6.

(D) -6.

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (2; -1; 4)$  và  $\vec{v} = \vec{i} - 3\vec{k}$ . Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

(A) -11.

(B) -13.

(C) 5.

(D) -10.

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = (2; -1; 1)$  và  $\vec{v} = (0; -3; -m)$ . Tìm số thực  $m$  sao cho tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$

(A)  $m = 4$ .

(B)  $m = 2$ .

(C)  $m = 3$ .

(D)  $m = -2$ .

**Câu 51.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A(4; 2; -1)$  và  $B(2; 1; 0)$  là

(A)  $M(-4; 0; 0)$ .

(B)  $M(5; 0; 0)$ .

(C)  $M(4; 0; 0)$ .

(D)  $M(-5; 0; 0)$ .

**Câu 52.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Oy$  và cách đều hai điểm  $A(3; 4; 1)$  và  $B(1; 2; 1)$  là

(A)  $M(0; 4; 0)$ .

(B)  $M(5; 0; 0)$ .

(C)  $M(0; 5; 0)$ .

(D)  $M(0; -5; 0)$ .

**Câu 53.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(3; 2; 8)$ ,  $N(0; 1; 3)$  và  $P(2; m; 4)$ . Tìm  $m$  để tam giác  $MNP$  vuông tại  $N$ .

(A)  $m = 25$ .

(B)  $m = 4$ .

(C)  $m = -1$ .

(D)  $m = -10$ .

**Câu 54.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm là  $A(1; 3; -1)$ ,  $B(3; -1; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\vec{MA} = 3\vec{MB}$ .

(A)  $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$ .

(B)  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$ .

(C)  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$ .

(D)  $M(4; -3; 8)$ .

**Câu 55.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(-2; 1; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $\vec{MB} = 2\vec{MA}$

(A)  $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

(B)  $M(4; 3; 1)$ .

(C)  $M(4; 3; 4)$ .

(D)  $M(-1; 3; 5)$ .

**Câu 56.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; -2)$  và  $B(3; -1; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $\vec{AM} = 3\vec{AB}$ .

(A)  $M(9; -5; 7)$ .

(B)  $M(9; 5; 7)$ .

(C)  $M(-9; 5; -7)$ .

(D)  $M(9; -5; -5)$ .

**Câu 57.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 1; -2)$  và  $B(2; -3; 5)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ . Tọa độ điểm  $M$  là

(A)  $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .

(B)  $(4; 5; -9)$ .

(C)  $\left(\frac{3}{5}; -5; \frac{17}{5}\right)$ .

(D)  $(1; -7; 12)$ .

**Câu 58.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 1)$  và  $C(-3; 6; 4)$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Độ dài đoạn  $AM$  bằng

(A)  $2\sqrt{7}$ .

(B)  $\sqrt{29}$ .

(C)  $3\sqrt{3}$ .

(D)  $\sqrt{30}$ .

**Câu 59.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Tìm tọa độ chân đường phân giác trong hạ từ  $B$  của tam giác  $ABC$ .

- A  $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$ .     
 B  $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$ .     
 C  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .     
 D  $(-2; 11; 1)$ .

**Câu 60.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(-5; 6; 4)$ ,  $C(0; 1; -2)$ . Độ dài đường phân giác trong  $AD$  của tam giác  $ABC$ .

- A  $\frac{3\sqrt{74}}{2}$ .     
 B  $\frac{3}{2\sqrt{74}}$ .     
 C  $\frac{2}{3\sqrt{74}}$ .     
 D  $\frac{2\sqrt{74}}{3}$ .

**Câu 61.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(5; 1; -2)$ ,  $C(7; 9; 1)$ . Độ dài đường phân giác trong  $AD$  của tam giác  $ABC$ .

- A  $\frac{5\sqrt{74}}{3}$ .     
 B  $\frac{3\sqrt{74}}{2}$ .     
 C  $\frac{2\sqrt{74}}{3}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .

**Câu 62.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; -1; 1)$ ,  $B(-2; 1; -1)$ ,  $C(-1; 3; 2)$ . Biết rằng  $ABCD$  là hình bình hành, tọa độ đỉnh  $D$  bằng

- A  $\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$ .     
 B  $(1; 3; 4)$ .     
 C  $(1; 1; 4)$ .     
 D  $(-1; -3; -2)$ .

**Câu 63.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(1; 2; 3)$ ,  $N(2; -3; 1)$ ,  $P(3; 1; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $Q$  để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

- A  $Q(2; -4; 6)$ .     
 B  $Q(4; -4; 0)$ .     
 C  $Q(2; 6; 4)$ .     
 D  $Q(-4; -4; 0)$ .

**Câu 64.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(2; 3; 4)$ ,  $C(6; 5; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

- A  $D(7; 7; 5)$ .     
 B  $D(5; 3; -1)$ .     
 C  $D(7; -6; 5)$ .     
 D  $D(7; 6; -5)$ .

**Câu 65.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(-3; 2; 1)$ ,  $C(4; 2; 0)$ ,  $B'(-2; 1; 1)$ ,  $D'(3; 5; 4)$ . Tọa độ đỉnh  $A'$  là

- A  $(-3; 3; 1)$ .     
 B  $(-3; 3; 3)$ .     
 C  $(-3; -3; -3)$ .     
 D  $(-3; -3; 3)$ .

**Câu 66.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(2; -1; 3)$ ,  $B(0; 1; -1)$ ,  $C(-1; 2; 0)$ ,  $D'(3; 2; -1)$ . Tọa độ đỉnh  $B'$  là

- A  $(1; 0; -4)$ .     
 B  $(2; 3; 6)$ .     
 C  $(1; 0; 4)$ .     
 D  $(2; 3; -6)$ .

**Câu 67.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$  và  $D'(0; 3; -3)$ . Tọa độ trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$  là

- A  $(1; 1; -2)$ .     
 B  $(1; 2; -1)$ .     
 C  $(2; 1; -1)$ .     
 D  $(2; 1; -2)$ .

**Câu 68.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(0; -2; 3)$ . Diện tích tam giác  $OAB$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{29}}{6}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{29}}{2}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{78}}{2}$ .     
 D 2.

**Câu 69.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(4; 0; 2)$ ,  $B(1; -4; -2)$ ,  $C(2; 1; 1)$ . Diện tích tam giác  $ABC$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{242}}{2}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{246}}{2}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{206}}{2}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{210}}{2}$ .

**Câu 70.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 1)$ ,  $C(2; 1; 1)$ . Diện tích tam giác  $OAB$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{11}}{2}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 71.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(0; -2; 3)$ . Độ dài đường cao  $AH$  của tam giác  $OAB$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{29}}{13}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{29}}{3}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{377}}{13}$ .

**Câu 72.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(-1; 0; 3)$ ,  $B(2; -2; 0)$  và  $C(-3; 2; 1)$ . Độ dài đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{65}}{2}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{651}}{3}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{651}}{21}$ .     
 D  $\frac{2\sqrt{651}}{21}$ .

**Câu 73.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A(2; 1; -3)$ ,  $B(0; -2; 5)$  và  $C(1; 1; 3)$ . Diện tích hình bình hành  $ABCD$  bằng

- A  $2\sqrt{87}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{349}}{2}$ .     
 C  $\sqrt{349}$ .     
 D  $\sqrt{87}$ .

**Câu 74.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(2; 3; 4)$  và  $C(6; 5; 2)$ . Diện tích hình bình hành  $ABCD$  bằng

- A  $3\sqrt{83}$ .     
 B  $\sqrt{83}$ .     
 C  $83$ .     
 D  $2\sqrt{83}$ .

**Câu 75.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A(2; 4; 0)$ ,  $B(4; 0; 0)$ ,  $C(-1; 4; -7)$  và  $D(-3; 8; -7)$ . Diện tích hình bình hành  $ABCD$  bằng

- A  $\sqrt{281}$ .     
 B  $\sqrt{181}$ .     
 C  $2\sqrt{181}$ .     
 D  $2\sqrt{83}$ .

**Câu 76.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(0; 0; -2)$ ,  $C(1; 0; 1)$  và  $D(2; 1; -1)$ . Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng

- A  $\frac{10}{3}$ .     
 B  $\frac{2}{3}$ .     
 C  $\frac{4}{3}$ .     
 D  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 77.** Trong không gian  $Oxyz$ , thể tích khối tứ diện  $ABCD$  với  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$  và  $D(4; 5; 6)$  bằng

- A  $\frac{8}{3}$ .     
 B  $2$ .     
 C  $\frac{14}{3}$ .     
 D  $\frac{7}{3}$ .

**Câu 78.** Trong không gian  $Oxyz$ , thể tích khối tứ diện  $ABCD$  với  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; 0; -1)$ ,  $C(0; 1; 3)$  và  $D(3; 1; 1)$  bằng

- A  $\frac{2}{3}$ .     
 B  $4$ .     
 C  $2$ .     
 D  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 79.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (0; 3; 1)$ ,  $\vec{v} = (3; 0; -1)$ . Khi đó  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$  bằng

- A  $-\frac{1}{100}$ .     
 B  $\frac{1}{100}$ .     
 C  $-\frac{1}{10}$ .     
 D  $\frac{1}{10}$ .

**Câu 80.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa  $\vec{i}$  và  $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$  bằng

- A  $120^\circ$ .     
 B  $60^\circ$ .     
 C  $150^\circ$ .     
 D  $30^\circ$ .

**Câu 81.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1; -2; 3)$ ,  $B(0; 3; 1)$  và  $C(4; 2; 2)$ . Cosin của góc  $\widehat{BAC}$  bằng

- A  $\frac{9}{35}$ .     
 B  $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .     
 C  $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .     
 D  $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

**Câu 82.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; 1; 2)$ ,  $\vec{v} = (2; 0; m)$ . Giá trị của tham số  $m$  để  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$  là

- A  $m = 1$ .     
 B  $m = 1; m = -11$ .     
 C  $m = -11$ .     
 D  $m = 0$ .

**Câu 83.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; 1; -2)$ ,  $\vec{v} = (1; 0; m)$ . Giá trị của tham số  $m$  để góc hợp bởi hai véc-tơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  bằng  $45^\circ$  là

- A  $m = 2 - \sqrt{6}$ .     
 B  $m = 2 + \sqrt{6}$ .     
 C  $m = 2 \pm \sqrt{6}$ .     
 D  $m = 2$ .



**Câu 84.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 3 = 0$ .

Số đo của góc hợp bởi  $d$  và  $(P)$  bằng

- (A)  $60^\circ$ .                      (B)  $30^\circ$ .                      (C)  $120^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 85.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ . Số đo của góc hợp bởi  $d$  và  $(P)$  bằng

- (A)  $60^\circ$ .                      (B)  $30^\circ$ .                      (C)  $120^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 86.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$  và mặt phẳng  $(P): 5x + 11y + 2z - 4 = 0$ . Số đo của góc hợp bởi  $d$  và  $(P)$  bằng

- (A)  $90^\circ$ .                      (B)  $30^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 87.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 1 + t \end{cases}$  và đường thẳng  $d': \frac{x+1}{1} =$

$\frac{y-1}{\sqrt{2}} = \frac{z-3}{-1}$  bằng

- (A)  $45^\circ$ .                      (B)  $30^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $90^\circ$ .

**Câu 88.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$  và  $d': \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$

bằng

- (A)  $150^\circ$ .                      (B)  $45^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $30^\circ$ .

**Câu 89.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$  và  $d': \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$

bằng

- (A)  $150^\circ$ .                      (B)  $45^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $30^\circ$ .

**Câu 90.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 1 = 0$  và  $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .                      (B)  $90^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 91.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(P): 8x - 4y - 8z + 11 = 0$  và  $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .                      (B)  $90^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 92.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$  và điểm  $M(1; 2; 1)$ . Tính khoảng cách từ  $M$  đến  $(P)$ .

- (A) 3.                      (B) 4.                      (C) 1.                      (D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 93.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$  và điểm  $M(-1; 2; 0)$ . Tính khoảng cách từ  $M$  đến  $(P)$ .

- (A) 5.                      (B) 2.                      (C)  $\frac{5}{3}$ .                      (D)  $\frac{4}{3}$ .



**Câu 94.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$ . Khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 3.                      (D) 1.

**Câu 95.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(4; 2; -2)$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 12x - 5z - 19 = 0$ . Bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  bằng

- (A) 39.                      (B) 29.                      (C) 13.                      (D) 3.

**Câu 96.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A(2; -1; -1)$  đến mặt phẳng  $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ . Độ dài đoạn  $AH$  bằng

- (A) 55.                      (B)  $\frac{11}{5}$ .                      (C)  $\frac{11}{25}$ .                      (D)  $\frac{22}{25}$ .

**Câu 97.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -2; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ . Gọi  $B$  đối xứng với  $A$  qua  $(P)$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng

- (A)  $\frac{20}{3}$ .                      (B)  $\frac{4}{3}$ .                      (C)  $\frac{2}{3}$ .                      (D)  $\frac{16}{3}$ .

**Câu 98.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 3; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ . Gọi  $B$  đối xứng với  $A$  qua  $(P)$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng

- (A)  $\frac{28}{3}$ .                      (B)  $\frac{32}{3}$ .                      (C) 6.                      (D) 5.

**Câu 99.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(3; 0; -1)$  và mặt phẳng  $(P): x + y - z - 1 = 0$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là hình chiếu của  $A$ ,  $B$  lên  $(P)$ . Độ dài đoạn  $MN$  bằng

- (A)  $2\sqrt{3}$ .                      (B) 4.                      (C)  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ .                      (D)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 100.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y + z = 0$  và  $(Q): 2x - y + z - 7 = 0$ . Khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- (A) 7.                      (B)  $7\sqrt{6}$ .                      (C)  $6\sqrt{7}$ .                      (D)  $\frac{7\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 101.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$  và  $(Q): 2x - y - 2z + 6 = 0$ . Khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- (A)  $\frac{5}{3}$ .                      (B)  $\frac{4}{3}$ .                      (C) 2.                      (D)  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 102.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$  và  $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ . Khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- (A)  $\frac{7}{\sqrt{14}}$ .                      (B)  $\frac{8}{\sqrt{14}}$ .                      (C) 14.                      (D)  $\frac{5}{\sqrt{14}}$ .

**Câu 103.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z = 0$ . Khoảng cách giữa  $\Delta$  và  $(P)$  bằng

- (A) 1.                      (B)  $\frac{1}{2}$ .                      (C) 2.                      (D) 3.

**Câu 104.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y - z + 1 = 0$ . Khoảng cách giữa  $\Delta$  và  $(P)$  bằng

- (A)  $\frac{1}{6}$ .                      (B)  $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ .                      (C) 0.                      (D) 2.

**Câu 105.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  và  $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$ . Tìm  $m$  để  $(P) \perp (Q)$ .

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = -1$ . (C)  $m = 6$ . (D)  $m = -6$ .

**Câu 106.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và  $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$ . Tìm  $m$  để  $(P) \perp (Q)$ .

- (A)  $m = -3$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $m = -2$ . (D)  $m = 2$ .

**Câu 107.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$  và  $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ . Tìm  $m, n$  để  $(P) \parallel (Q)$ .

- (A)  $m = n = -4$ . (B)  $m = 4, n = -4$ . (C)  $m = -4, n = 4$ . (D)  $m = n = 4$ .

**Câu 108.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$ . Chọn khẳng định đúng.

- (A)  $d$  cắt và không vuông góc với  $(P)$ . (B)  $d \perp (P)$ .  
(C)  $d \parallel (P)$ . (D)  $d \subset (P)$ .

**Câu 109.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$  và mặt phẳng  $(P): 11x + my + nz - 16 = 0$ . Biết  $\Delta \subset (P)$ , khi đó  $M + n$  bằng

- (A) 2. (B) -2. (C) 14. (D) -14.

**Câu 110.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - z + 1 = 0$  và  $(Q): x + y - z + 5 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục tung cách đều  $(P)$  và  $(Q)$ .

- (A)  $(0; -3; 0)$ . (B)  $(0; 3; 0)$ . (C)  $(0; -2; 0)$ . (D)  $(0; 1; 0)$ .

**Câu 111.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .  
(B)  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn khác đường tròn lớn.  
(C)  $(P)$  và  $(S)$  không có điểm chung.  
(D)  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn lớn.

**Câu 112.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ . Tìm  $m$  để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

- (A)  $m = -2, m = 5$ . (B)  $m = 2, m = -5$ . (C)  $m = 2$ . (D)  $m = -5$ .

**Câu 113.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 4z + 5 = 0$  và mặt phẳng  $(P): 4x - 3y - m = 0$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $(S)$  có đúng một điểm chung.

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = -1$  hoặc  $m = -21$ .  
(C)  $m = 1$  hoặc  $m = 21$ . (D)  $m = -9$  hoặc  $m = 31$ .

**Câu 114.** Trong không gian  $Oxyz$ , giao điểm của mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$  là điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$ . Giá trị tổng  $x_0 + y_0 + z_0$  bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) 5. (D) -2.

**Câu 115.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(3; 4; 4)$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P): 2x + y + mz - 1 = 0$  bằng độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = -2$ . (C)  $m = -3$ . (D)  $m = \pm 2$ .

**Câu 116.** Giao điểm của đường thẳng  $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z = 0$ .

- (A)  $M_2(2; 4; 1)$ .      (B)  $M_3(3; -4; 1)$ .      (C)  $M_1(2; -4; 0)$ .      (D)  $M_4(3; 4; 0)$ .

**Câu 117.** Giao điểm của  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z - 6 = 0$ .

- (A)  $M(1; 2; 1)$ .      (B)  $M(1; -2; 1)$ .      (C)  $M(1; -1; 2)$ .      (D)  $M(1; 2; -1)$ .

**Câu 118.** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; 2; -1)$  lên mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z = 0$  là

- (A)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$ .      (B)  $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$ .      (C)  $(1; 1; -2)$ .      (D)  $(-2; 1; 1)$ .

**Câu 119.** Hình chiếu của điểm  $M(3; 1; 0)$  trên mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$  là

- (A)  $H(1; 1; -1)$ .      (B)  $H(1; -2; 1)$ .      (C)  $H(1; -1; 1)$ .      (D)  $H(1; 2; -1)$ .

**Câu 120.** Điểm đối xứng với điểm  $M(2; 1; -1)$  qua mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$  là

- (A)  $M'(0; 3; 3)$ .      (B)  $M'(1; -1; -1)$ .      (C)  $M'(1; -1; 1)$ .      (D)  $M'(0; -3; 3)$ .

**Câu 121.** Điểm đối xứng với điểm  $M(4; 2; 1)$  qua mặt phẳng  $(P): 4x + y + 2z + 1 = 0$  là

- (A)  $M'(-4; 0; -3)$ .      (B)  $M'(-4; -4; -1)$ .      (C)  $M'(4; 2; 1)$ .      (D)  $M'(-2; 0; 5)$ .

**Câu 122.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 1; 1)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Tìm tọa độ hình chiếu  $A'$  của  $A$  trên  $d$ .

- (A)  $A'(2; 3; 1)$ .      (B)  $A'(-2; 3; 1)$ .      (C)  $A'(2; -3; 1)$ .      (D)  $A'(2; -3; -1)$ .

**Câu 123.** Hình chiếu của  $M(1; 1; -1)$  trên đường thẳng  $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-1}$  là

- (A)  $H(2; 2; 3)$ .      (B)  $H(6; 6; 3)$ .      (C)  $H(2; 1; -3)$ .      (D)  $H(1; 1; 4)$ .

**Câu 124.** Điểm đối xứng với điểm  $M(3; 2; 0)$  qua đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$  là

- (A)  $M'(-1; 0; 4)$ .      (B)  $M'(7; 1; -1)$ .      (C)  $M'(2; 1; -2)$ .      (D)  $M'(0; 2; -5)$ .

**Câu 125.** Điểm đối xứng với  $M(2; 0; 1)$  qua đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$  là

- (A)  $M'(0; 1; 3)$ .      (B)  $M'(1; 3; 0)$ .      (C)  $M'(0; 0; 3)$ .      (D)  $M'(3; 0; -1)$ .

**Câu 126.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 2; -2)$  và  $B(3; -3; 3)$ . Điểm  $M$  trong không gian thỏa mãn  $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ . Khi đó độ dài  $OM$  lớn nhất bằng

- (A)  $6\sqrt{3}$ .      (B)  $12\sqrt{3}$ .      (C)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .      (D)  $5\sqrt{3}$ .

**A Phương trình mặt cầu**

1. **Dạng 1:**  $(S_1): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \rightarrow \begin{cases} \text{Tâm } I(a; b; c) \\ \text{Bán kính } R. \end{cases}$

**Nhớ:** Tìm tâm **đối dấu** - Bán kính **lấy căn**.

2. **Dạng 2:**  $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Tâm } I(a; b; c) \\ \text{Bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} > 0. \end{cases}$

**Nhớ:** Tìm tâm lấy **hệ số** trước  $x, y, z$  **chia cho**  $-2$ .

Điều kiện để là một mặt cầu  $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ .

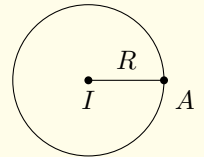
**B Các dạng viết phương trình mặt cầu thường gặp**

Để viết phương trình mặt cầu ta cần tìm tâm  $I$  và bán kính  $R$ .

1. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  biết tâm và đi qua một điểm.

Phương pháp

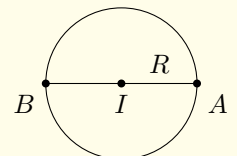
$(S): \begin{cases} \text{tâm } I(a; b; c) \\ \text{bán kính } R = IA. \end{cases}$



2. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$ .

Phương pháp

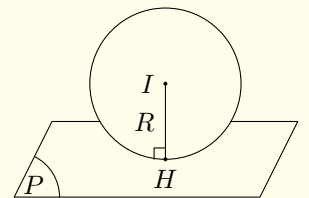
$(S): \begin{cases} \text{tâm } I \text{ là trung điểm của } AB \\ \text{bán kính } R = \frac{1}{2}AB. \end{cases}$



3. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với  $(P)$ .

Phương pháp

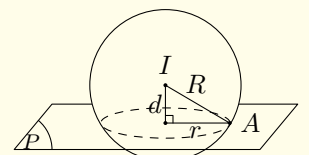
$(S): \begin{cases} \text{tâm } I \\ \text{bán kính } R = d(I, (P)). \end{cases}$



4. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính  $r$ .

Phương pháp

$(S): \begin{cases} \text{tâm } I \\ \text{bán kính } R = \sqrt{d^2(I, (P)) + r^2}. \end{cases}$

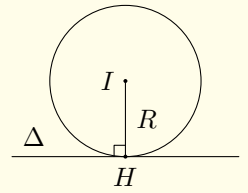


5. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc đường thẳng  $\Delta$ .

Phương pháp

$$(S): \begin{cases} \text{tâm } I \\ \text{bán kính } R = d(I, \Delta). \end{cases}$$

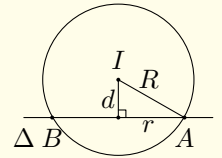
Nếu  $I(a; b; c)$  thì  $d(I, Ox) = \sqrt{b^2 + c^2}$ ,  $d(I, Oy) = \sqrt{a^2 + c^2}$ ,  $d(I, Oz) = \sqrt{a^2 + b^2}$ .



6. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $\Delta$  tại hai điểm  $A, B$ .

Phương pháp

$$(S): \begin{cases} \text{tâm } I \\ \text{bán kính } R = \sqrt{d^2(I, \Delta) + \frac{AB^2}{4}}. \end{cases}$$



7. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $d$ .

Phương pháp

Giả sử  $d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$  và ta cần tìm tâm  $I$ .

Gọi  $I(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct) \in d$ .

Ta có  $IA = IB \Rightarrow t$ , suy ra tọa độ tâm  $I$ .

$$\text{Khi đó } (S): \begin{cases} \text{tâm } I(a; b; c) \\ \text{bán kính } R = IA. \end{cases}$$

8. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  và đi qua ba điểm  $A, B, C$ .

Phương pháp

Gọi  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ , với tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} > 0$ .

Vì  $A, B, C \in (S)$  nên tìm được ba phương trình và  $I \in (P)$  là phương trình thứ tư.

Giải hệ bốn phương trình này tìm được  $a, b, c, d$ . Suy ra phương trình  $(S)$ .

9. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua bốn điểm  $A, B, C, D$ .

Phương pháp

Gọi  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ , với tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} > 0$ .

Vì  $A, B, C, D \in (S)$  nên tìm được bốn phương trình.

Giải hệ bốn phương trình này tìm được  $a, b, c, d$ , suy ra phương trình  $(S)$ .

**Câu 127.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu có phương trình  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 9$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu đó.

- (A)**  $I(-1; 3; 0), R = 3$ .    **(B)**  $I(1; -3; 0), R = 9$ .    **(C)**  $I(1; -3; 0), R = 3$ .    **(D)**  $I(-1; 3; 0), R = 9$ .

**Câu 128.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$  có tâm và bán kính lần lượt là

- (A)**  $I(-1; -2; 3), R = 2$ .    **(B)**  $I(1; 2; -3), R = 2$ .  
**(C)**  $I(1; 2; -3), R = 4$ .    **(D)**  $I(-1; -2; 3), R = 4$ .

**Câu 129.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$  có tâm và bán kính lần lượt là

- (A)**  $I(2; 0; -1), R = 3$ .    **(B)**  $I(4; 0; -2), R = 3$ .    **(C)**  $I(-2; 0; 1), R = 1$ .    **(D)**  $I(2; 0; -1), R = 1$ .

**Câu 130.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Diện tích

của mặt cầu ( $S$ ) bằng

- A**  $42\pi$ .                      **B**  $36\pi$ .                      **C**  $9\pi$ .                      **D**  $12\pi$ .

**Câu 131.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu ( $S$ ):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$  có bán kính  $R = 5$ . Tìm  $m$ .

- A**  $m = -16$ .                      **B**  $m = 16$ .                      **C**  $m = 4$ .                      **D**  $m = -4$ .

**Câu 132.** Cho mặt cầu ( $S$ ):  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2mz + 6m = 0$  có đường kính bằng 12 thì tổng các giá trị của tham số  $m$  bằng

- A**  $-2$ .                      **B**  $2$ .                      **C**  $-6$ .                      **D**  $6$ .

**Câu 133.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$  là phương trình của một mặt cầu.

- A**  $m \leq 6$ .                      **B**  $m < 6$ .                      **C**  $m > 6$ .                      **D**  $m \geq 6$ .

**Câu 134.** Trong không gian  $Oxyz$ , có tất cả bao nhiêu số tự nhiên của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m - 2)y - 2(m + 3)z + 3m^2 + 7 = 0$  là phương trình của một mặt cầu.

- A**  $2$ .                      **B**  $3$ .                      **C**  $4$ .                      **D**  $5$ .

**Câu 135.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m + 2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$  là phương trình của một mặt cầu.

- A**  $-5 < m < 5$ .                      **B**  $m < -5$  hoặc  $m > 1$ .  
**C**  $m < -5$ .                      **D**  $m > 1$ .

**Câu 136.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu ( $S$ ):  $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 2$ . Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu ( $S$ ) ?

- A**  $M(1; 1; 1)$ .                      **B**  $N(0; 1; 0)$ .                      **C**  $P(1; 0; 1)$ .                      **D**  $Q(1; 1; 0)$ .

**Câu 137.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm  $I(1; 0; -2)$ , bán kính  $r = 4$  ?

- A**  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$ .                      **B**  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ .  
**C**  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$ .                      **D**  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$ .

**Câu 138.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(3; -1; 0)$ , bán kính  $R = 5$  có phương trình là

- A**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 5$ .                      **B**  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 5$ .  
**C**  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 25$ .                      **D**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 25$ .

**Câu 139.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(1; -2; 3)$  đường kính bằng 4 có phương trình là

- A**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$ .                      **B**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$ .  
**C**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$ .                      **D**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$ .

**Câu 140.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(1; 1; 1)$  và diện tích bằng  $4\pi$  có phương trình là

- A**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$ .                      **B**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$ .  
**C**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$ .                      **D**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ .

**Câu 141.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(1; 2; 3)$  và diện tích bằng  $32\pi$ . Phương trình của ( $S$ ) là

- A**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ .                      **B**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$ .  
**C**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 8$ .                      **D**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 8$ .

**Câu 142.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; 2)$  và thể tích bằng  $\frac{256\pi}{3}$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 16.$ 
 B  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 4.$   
 C  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 4.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 4.$

**Câu 143.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; -4)$  và thể tích bằng  $36\pi$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9.$ 
 B  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$   
 C  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3.$

**Câu 144.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -3; 2)$  và đi qua điểm  $A(5; -1; 4)$  là

- A  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{24}.$ 
 B  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \sqrt{24}.$   
 C  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 24.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 24.$

**Câu 145.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -1)$  và đi qua điểm  $A(2; 2; -3)$  là

- A  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3.$ 
 B  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3.$   
 C  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9.$ 
 D  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9.$

**Câu 146.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; 2; 0), B(1; 0; 2), C(0; 4; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu có tâm là  $A$  và đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

- A  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4.$ 
 B  $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 5.$   
 C  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \sqrt{5}.$ 
 D  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 5.$

**Câu 147.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 3)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $IM$  ?

- A  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}.$ 
 B  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13.$   
 C  $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17.$ 
 D  $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13.$

**Câu 148.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; 1), B(0; 3; -1)$ . Mặt cầu  $(S)$  đường kính  $AB$  có phương trình là

- A  $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$ 
 B  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$   
 C  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9.$

**Câu 149.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu có đường kính  $AB$  với  $A(2; 1; 0), B(0; 1; 2)$  là

- A  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4.$ 
 B  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 2.$   
 C  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2.$

**Câu 150.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 2; 3)$  và  $N(-1; 2; -1)$ . Mặt cầu đường kính  $MN$  có phương trình là

- A  $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 20.$ 
 B  $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{5}.$   
 C  $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 5.$ 
 D  $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{20}.$

**Câu 151.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : 2x + 6y + z - 3 = 0$  cắt trục  $Oz$  và đường thẳng  $d : \frac{x - 5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z - 6}{-1}$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

- A  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 36.$ 
 B  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 5)^2 = 9.$   
 C  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 9.$ 
 D  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 5)^2 = 36.$

**Câu 152.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; -2; 3)$ . Hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với trục tung  $Oy$ .



**A**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{10}$ .

**B**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$ .

**C**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 10$ .

**D**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**Câu 153.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -1; 3)$  và tiếp xúc với trục hoành  $Ox$  là

**A**  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 10$ .

**B**  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**C**  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 10$ .

**D**  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 9$ .

**Câu 154.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oxy)$  là

**A**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$ .

**B**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 14$ .

**C**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$ .

**D**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**Câu 155.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có  $I(2; 1; -1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oyz)$  là

**A**  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$ .

**B**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$ .

**C**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$ .

**D**  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$ .

**Câu 156.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho phương trình mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 25$ . Phương trình của mặt cầu  $(S')$  đối xứng với mặt cầu  $(S)$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  là

**A**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 25$ .

**B**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$ .

**C**  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$ .

**D**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 25$ .

**Câu 157.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho phương trình mặt cầu  $(S) : (x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ . Phương trình mặt cầu  $(S')$  đối xứng với mặt cầu  $(S)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là

**A**  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**B**  $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$ .

**C**  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$ .

**D**  $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**Câu 158.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho phương trình mặt cầu  $(x - 6)^2 + (y + 1)^2 + (z + 8)^2 = 10$ . Phương trình mặt cầu  $(S')$  đối xứng với mặt cầu  $(S)$  qua trục hoành  $Ox$  là

**A**  $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 + (z - 8)^2 = 10$ .

**B**  $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 + (z - 8)^2 = 10$ .

**C**  $(x + 6)^2 + (y + 1)^2 + (z + 8)^2 = 10$ .

**D**  $(x + 6)^2 + (y - 1)^2 + (z - 8)^2 = 10$ .

**Câu 159.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho phương trình mặt cầu  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z + 5)^2 = 12$ . Phương trình mặt cầu  $(S')$  đối xứng với mặt cầu  $(S)$  qua trục tung là

**A**  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 + (z + 5)^2 = 12$ .

**B**  $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 + (z - 5)^2 = 12$ .

**C**  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 5)^2 = 12$ .

**D**  $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 + (z + 5)^2 = 12$ .

**Câu 160.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; -2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $I$ , cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ .

**A**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ .

**B**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 20$ .

**C**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ .

**D**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ .

**Câu 161.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 4; 3)$  và cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $B, C$  sao cho  $BC = 6$  có phương trình là

**A**  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 28$ .

**B**  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 34$ .

**C**  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 26$ .

**D**  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 19$ .

**Câu 162.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(5; 6; 8)$ , cắt trục hoành  $Ox$  tại  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông tại  $I$  có phương trình là

**A**  $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 + (z - 8)^2 = 200$ .

**B**  $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 + (z - 8)^2 = 20$ .

**C**  $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 + (z - 8)^2 = 100$ .

**D**  $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 + (z - 8)^2 = 10$ .



**Câu 163.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 4; 3)$  và cắt trục tung tại hai điểm  $B, C$  sao cho tam giác  $IBC$  vuông là

- A  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 50.$ 
 B  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 34.$   
 C  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 16.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 20.$

**Câu 164.** Trong không gian  $Oxyz$  phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(3; 3; 4)$  và cắt trục  $Oz$  tại hai điểm  $B, C$  sao cho tam giác  $IBC$  đều là

- A  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 16.$ 
 B  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 8.$   
 C  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 9.$ 
 D  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 24.$

**Câu 165.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; 2; -5)$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - 2y + z - 8 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu có tâm  $I$  và tiếp xúc với  $(P)$ .

- A  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25.$ 
 B  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 25.$   
 C  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 5.$ 
 D  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 36.$

**Câu 166.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 2z + 1 = 0$ . Phương trình của mặt cầu tâm  $A$  và tiếp xúc với  $(P)$  là

- A  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9.$ 
 B  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2.$   
 C  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4.$ 
 D  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 36.$

**Câu 167.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 1; -1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 2z - 3 = 0$  là

- A  $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4.$ 
 B  $x^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4.$   
 C  $x^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4.$ 
 D  $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 2.$

**Câu 168.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(-2; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 2z - 10 = 0$ . Biết  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  với tâm  $I$  theo đường tròn có chu vi bằng  $10\pi$ . Khi đó bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A 5.
  B  $\sqrt{34}.$ 
 C  $\sqrt{5}.$ 
 D 34.

**Câu 169.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P) : 2x + y + 2z + 4 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  cắt  $(P)$  theo một đường tròn bán kính  $r = 4$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 16.$ 
 B  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9.$   
 C  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25.$

**Câu 170.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(1; 2; -1)$  và cắt mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 2z - 1 = 0$  theo một đường tròn có bán kính bằng  $\sqrt{8}$  có phương trình là

- A  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$ 
 B  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$   
 C  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3.$ 
 D  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3.$

**Câu 171.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(-3; 0; 1)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P) : x - 2y - 2z - 1 = 0$  theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng  $\pi$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  là

- A  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4.$ 
 B  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25.$   
 C  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5.$ 
 D  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2.$

**Câu 172.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$  và mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; -2; 1)$ . Biết  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là  $2\pi$ . Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

- A  $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3.$ 
 B  $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1.$   
 C  $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3.$ 
 D  $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 2.$

**Câu 173.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2; 3; 4)$  biết mặt cầu  $(S)$  cắt mặt phẳng tọa độ  $(Oxz)$  theo một hình tròn giao tuyến có diện tích bằng  $16\pi$ .

- (A)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 25$ .      (B)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 5$ .  
 (C)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 16$ .      (D)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 9$ .

**Câu 174.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$ . Tìm số thực  $m$  để  $(P) : 2x - y + 2z - 8 = 0$  cắt  $(S)$  theo một đường tròn có chu vi bằng  $8\pi$ .

- (A)  $m = -4$ .      (B)  $m = -2$ .      (C)  $m = -3$ .      (D)  $m = -1$ .

**Câu 175.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$  có tâm  $I$  và mặt phẳng  $(P) : x + 2y + 2z + 7 = 0$ . Thể tích của khối nón đỉnh  $I$  và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

- (A)  $12\pi$ .      (B)  $48\pi$ .      (C)  $36\pi$ .      (D)  $24\pi$ .

**Câu 176.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$  có tâm  $I$  và mặt phẳng  $(P) : 2x + y + 2z + 4 = 0$ . Thể tích của khối nón đỉnh  $I$  và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

- (A)  $12\pi$ .      (B)  $16\pi$ .      (C)  $24\pi$ .      (D)  $36\pi$ .

**Câu 177.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2; 3; 4)$  và biết  $(S)$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  theo một đường tròn giao tuyến có diện tích bằng  $16\pi$ . Diện tích xung quanh của khối nón đỉnh là  $I$  và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

- (A)  $12\pi$ .      (B)  $20\pi$ .      (C)  $24\pi$ .      (D)  $36\pi$ .

**Câu 178.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 15$  và mặt phẳng  $(Q) : x - 2y + z - 5 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$  và cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$  đi qua điểm nào sau đây ?

- (A)  $M(2; -2; 1)$ .      (B)  $N(1; -2; 0)$ .      (C)  $P(0; -1; -5)$ .      (D)  $Q(-2; 2; -1)$ .

**Câu 179.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu đi qua hai điểm  $A(3; -1; 2), B(1; 1; -2)$  và có tâm thuộc trục  $Oz$  là

- (A)  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$ .      (B)  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 11$ .  
 (C)  $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 11$ .      (D)  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$ .

**Câu 180.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hãy tìm bán kính  $R$  của mặt cầu đi qua bốn điểm  $M(1; 0; 1), N(1; 0; 0), P(2; 1; 0)$  và  $Q(1; 1; 1)$ .

- (A)  $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      (B)  $R = \frac{3}{2}$ .      (C)  $R = 1$ .      (D)  $R = \sqrt{3}$ .

**Câu 181.** Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x - 1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$  và hai điểm  $A(2; 1; 0)$  và  $B(-2; 3; 2)$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và có tâm thuộc  $d$  là

- (A)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 17$ .      (B)  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .  
 (C)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 5$ .      (D)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 16$ .

**Câu 182.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -2; 3)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu qua  $A$  có tâm  $I$  thuộc tia  $Ox$  và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu  $(S)$  là

- (A)  $(x + 5)^2 + y^2 + z^2 = 49$ .      (B)  $(x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$ .  
 (C)  $(x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 49$ .      (D)  $(x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$ .

**Câu 183.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x}{2} = \frac{y - 3}{1} = \frac{z - 2}{1}$  và hai mặt phẳng  $(P) : x - 2y + 2z = 0, (Q) : x - 2y + 3z - 5 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  là giao điểm của  $d$  và  $(P)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  tiếp xúc với  $(S)$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  là

**A**  $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 + (z + 3)^2 = 1.$

**B**  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 6.$

**C**  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{7}.$

**D**  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z + 4)^2 = 8.$

**Câu 184.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  đi qua điểm  $O$  và cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  khác  $O$  thỏa mãn tam giác  $ABC$  có trọng tâm là điểm  $G(2; 4; 8)$ . Tọa độ tâm của mặt cầu  $(S)$  là

**A**  $(1; 2; 3).$

**B**  $(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}).$

**C**  $(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}).$

**D**  $(3; 6; 12).$

**Câu 185.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(3; 1; -2), C(1; 5; 4)$ . Biết rằng tâm hình chữ nhật  $A'B'C'D'$  thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$

**A**  $\frac{\sqrt{91}}{2}.$

**B**  $5\sqrt{3}.$

**C**  $\frac{\sqrt{74}}{2}.$

**D**  $\frac{7\sqrt{3}}{2}.$

## Bài 3 MẶT PHẪNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

### A Mặt phẳng

☑ **Mặt phẳng  $(P)$**  :  $\begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT } \vec{n}_P = (a; b; c) \end{cases} \rightarrow (P) : a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$

☑ **Phương trình mặt chắn**: mặt phẳng  $(P)$  đi qua ba điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  có dạng  $(P) \equiv (ABC) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

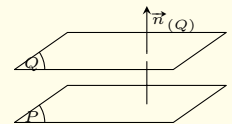
☑ **Đổi từ VTCP sang VTPT**: nếu mặt phẳng  $(P)$  song song với hai véc-tơ  $\vec{u}, \vec{v}$  thì một VTPT của  $(P)$  được tính bằng công thức  $\vec{n}_P = [\vec{u}, \vec{v}]$ . (che đầu, che giữa thêm trừ, che cuối)

### B Phương trình mặt phẳng

Để viết phương trình mặt phẳng ta cần tìm điểm đi qua và một véc-tơ pháp tuyến

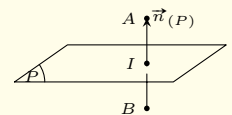
1) **Dạng 1.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(x_0; y_0; z_0)$  và  $(P) \parallel (Q) : ax + by + cz + d = 0.$

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \vec{n}_Q = (a; b; c). \end{cases}$



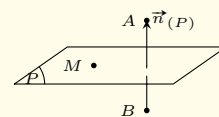
2) **Dạng 2.** Mặt phẳng trung trực  $(P)$  của đoạn thẳng  $AB.$

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } I(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}) : \text{là trung điểm } AB \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \vec{AB}. \end{cases}$



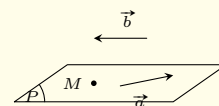
3) **Dạng 3.** Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  và vuông góc với đường thẳng  $d \equiv AB.$

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB}. \end{cases}$



4) **Dạng 4.** Mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  và có cặp véc-tơ chỉ phương  $\vec{a}, \vec{b}$ .

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_P = [\vec{a}, \vec{b}]. \end{cases}$



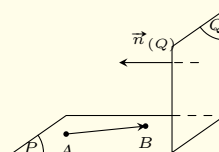
5) **Dạng 5.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } A, (\text{hay } B \text{ hay } C) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]. \end{cases}$



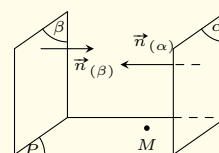
6) **Dạng 6.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, B$  và  $(P) \perp (Q)$ .

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } A, (\text{hay } B) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}]. \end{cases}$



7) **Dạng 7.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ .

Phương pháp:  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}]. \end{cases}$



8) **Dạng 8.** Phương trình  $(P) \parallel (Q) : ax + by + cz + d = 0$  và cách  $M(x_0; y_0; z_0)$  một khoảng  $k$ .  
Phương pháp:

☑ Vì  $(P) \parallel (Q) : ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P) : ax + by + cz + d' = 0, d \neq d'$ .

☑ Sử dụng công thức khoảng cách  $d_{[M,(P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'$ .

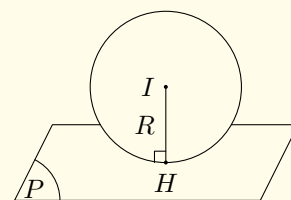
9) **Dạng 9.** Viết phương trình mặt  $(P) \parallel (Q) : ax + by + cz + d = 0$  và tiếp xúc mặt cầu  $(S)$ .

Phương pháp:

☑ Vì  $(P) \parallel (Q) : ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P) : ax + by + cz + d' = 0, d \neq d'$  (\*).

☑ Vì  $(P)$  tiếp xúc  $(S)$  nên có  $d_{[I,(P)]} = R \Rightarrow d'$ .

☑ Thế vào (\*) được phương trình mặt  $(P)$  (nhớ kiểm tra  $d \neq d'$ ).

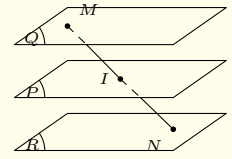


10) **Dạng 10.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai mặt phẳng  $(Q)$  và  $(R)$ .

Phương pháp:

☉ Lấy  $M \in (Q)$  và  $N \in (R)$ .

☉ Khi đó  $(P) : \begin{cases} \text{Qua } I \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$  ( $I$  là trung điểm  $MN$ ).



**Câu 186.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : 2x + 3y - 4z + 7 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là

- A**  $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ .      **B**  $\vec{n} = (-2; -3; -4)$ .      **C**  $\vec{n} = (2; 3; -4)$ .      **D**  $\vec{n} = (2; -3; -4)$ .

**Câu 187.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : 2x - 6y - 8z + 1 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là

- A**  $(-1; -3; 4)$ .      **B**  $(1; 3; 4)$ .      **C**  $(1; -3; -4)$ .      **D**  $(1; -3; 4)$ .

**Câu 188.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : x - 2z + 1 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là

- A**  $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$ .      **B**  $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$ .      **C**  $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$ .      **D**  $\vec{n}_4 = (-1; 2; 0)$ .

**Câu 189.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : 2x - y + z - 3 = 0$ . Điểm nào trong dưới đây thuộc mặt phẳng  $(P)$ ?

- A**  $M_1(-1; -1; 6)$ .      **B**  $M_2(2; -1; 0)$ .      **C**  $M_3(2; 1; 0)$ .      **D**  $M_4(-1; -1; 2)$ .

**Câu 190.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x - 3y + 1 = 0$ . Điểm nào trong các điểm dưới đây thuộc mặt phẳng  $(P)$ ?

- A**  $A(3; 1; 1)$ .      **B**  $A(1; -3; 1)$ .      **C**  $C(-1; 0; 0)$ .      **D**  $D(1; 0; 0)$ .

**Câu 191.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm  $M(3; 4; -2)$  thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A**  $(P) : x + y + z + 5 = 0$ .      **B**  $(Q) : z - 2 = 0$ .  
**C**  $(R) : x - 1 = 0$ .      **D**  $(T) : x + y - 7 = 0$ .

**Câu 192.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?

- A**  $y + 5 = 0$ .      **B**  $z + 20 = 0$ .      **C**  $x - 2019 = 0$ .      **D**  $2x + 5y - 8z = 0$ .

**Câu 193.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là

- A**  $z = 0$ .      **B**  $x + y + z = 0$ .      **C**  $y = 0$ .      **D**  $x = 0$ .

**Câu 194.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oyz)$  có phương trình là

- A**  $x = 0$ .      **B**  $z = 0$ .      **C**  $x + y + z = 0$ .      **D**  $y = 0$ .

**Câu 195.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua các điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 0)$ ,  $C(0; 0; 5)$  có phương trình là

- A**  $15x + 5y + 3z + 15 = 0$ .      **B**  $x + 3y + 5z = 1$ .  
**C**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0$ .      **D**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$ .

**Câu 196.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$  và  $C(0; 0; 3)$  là

- A**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ .      **B**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$ .      **C**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$ .      **D**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

**Câu 197.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là

A  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$     
 B  $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$     
 C  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0.$     
 D  $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

**Câu 198.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $M, N, P$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A(2; -3; 1)$  lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng  $(MNP)$  là

A  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1.$     
 B  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0.$   
 C  $3x - 2y + 6z = 6.$     
 D  $3x - 2y + 6z - 12 = 0.$

**Câu 199.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; -2)$ . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$  là

A  $\vec{n} = (1; 1; -2).$     
 B  $\vec{n} = (-1; 1; -2).$     
 C  $\vec{n} = (2; -2; -1).$     
 D  $\vec{n} = (-2; -2; 1).$

**Câu 200.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  đi qua các điểm  $A(-2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; -3)$ . Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A  $(Q_1) : x + y + z + 1 = 0.$     
 B  $(Q_2) : x - 2y - z - 3 = 0.$   
 C  $(Q_3) : 2x + 2y - z - 1 = 0.$     
 D  $(Q_4) : 3x - 2y + 2z + 6 = 0.$

**Câu 201.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng đi qua điểm  $M(2; -3; 4)$  và có một véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (-2; 4; 1)$  là

A  $2x - 4y - z + 12 = 0.$     
 B  $2x - 3y + 4z + 12 = 0.$   
 C  $2x - 4y - z - 12 = 0.$     
 D  $2x - 3y + 4z - 12 = 0.$

**Câu 202.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(3; -1; 4)$  đồng thời vuông góc với giá của véc-tơ  $\vec{a} = (1; -1; 2)$  có phương trình là

A  $3x - y + 4z - 12 = 0.$     
 B  $3x - y + 4z + 12 = 0.$   
 C  $x - y + 2z - 12 = 0.$     
 D  $x - y + 2z + 12 = 0.$

**Câu 203.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(5; -4; 2)$  và  $B(1; 2; 4)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$  là

A  $3x - y + 3z - 25 = 0.$     
 B  $2x - 3y - z + 8 = 0.$   
 C  $3x - y + 3z - 13 = 0.$     
 D  $2x - 3y - z - 20 = 0.$

**Câu 204.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; 2)$  và  $B(2; 0; 1)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là

A  $x + y - z = 0.$     
 B  $x - y - z - 2 = 0.$     
 C  $x + y + z - 4 = 0.$     
 D  $x - y - z + 2 = 0.$

**Câu 205.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 1; -1), B(-1; 0; 4)$  và  $C(0; -2; -1)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  là

A  $x - 2y - 5z - 5 = 0.$     
 B  $2x - y + 5z - 5 = 0.$   
 C  $x - 2y - 5 = 0.$     
 D  $x - 2y - 5z + 5 = 0.$

**Câu 206.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua  $M(1; -1; 2)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta : \frac{x+1}{2} - \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ .

A  $2x - y + 3z + 9 = 0.$     
 B  $2x + y + 3z - 9 = 0.$   
 C  $2x - y + 3z - 9 = 0.$     
 D  $2x - y + 3z - 6 = 0.$

**Câu 207.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; 2; -1)$  và vuông góc

với đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 5t \end{cases}$  là

A  $2x - 3y + 5z - 5 = 0.$     
 B  $-2x + 3y - 5z + 5 = 0.$



**C**  $2x + 3y + 5z + 5 = 0.$

**D**  $2x - 3y + 5z + 5 = 0.$

**Câu 208.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; -3; 1)$  và đường thẳng  $d : \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}.$

Phương trình mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$  là

**A**  $3x - 2y + z + 5 = 0.$

**B**  $3x - 2y + z - 7 = 0.$

**C**  $3x - 2y + z - 10 = 0.$

**D**  $3x - 2y + z - 5 = 0.$

**Câu 209.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A(1; -2; 3)$  và song song mặt phẳng  $(Oxy)$  thì phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là

**A**  $x - 1 = 0.$

**B**  $x + 2y + z = 0.$

**C**  $y + 2 = 0.$

**D**  $z - 3 = 0.$

**Câu 210.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $A(2; -4; 5)$  và song song với mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là

**A**  $x + 2y + 3z = 0.$

**B**  $y - 4 = 0.$

**C**  $z - 5 = 0.$

**D**  $y + 4 = 0.$

**Câu 211.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 3; -2)$  và song song với mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 3z + 4 = 0$  là

**A**  $2x + y + 3z + 7 = 0.$

**B**  $2x + y - 3z + 7 = 0.$

**C**  $2x - y + 3z + 7 = 0.$

**D**  $2x - y + 3z - 7 = 0.$

**Câu 212.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua điểm  $A(-1; 1; 2)$  và song song với mặt phẳng  $(a) : 2x - 2y + z - 1 = 0$  có phương trình là

**A**  $2x - 2y + z + 2 = 0.$

**B**  $2x - 2y + z = 0.$

**C**  $2x - 2y + z - 6 = 0.$

**D**  $2x - 2y + z - 2 = 0.$

**Câu 213.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua điểm  $A(1; -3; 4)$  và song song với mặt phẳng  $(P) : 6x - 5y + z - 7 = 0$  có phương trình là

**A**  $6x - 5y + z + 25 = 0.$

**B**  $6x - 5y + z - 7 = 0.$

**C**  $6x - 5y + z - 25 = 0.$

**D**  $6x - 5y + z + 17 = 0.$

**Câu 214.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2; 1; 2)$  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  xuống mặt phẳng  $(P)$ , số đo góc giữa mặt  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q) : x + y - 11 = 0$  bằng

**A**  $60^\circ.$

**B**  $30^\circ.$

**C**  $45^\circ.$

**D**  $90^\circ.$

**Câu 215.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; -1)$  và  $B(2; 1; 3)$ . Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  ?

**A**  $x + 2z + 3 = 0.$

**B**  $2x + y - 3 = 0.$

**C**  $x + y + z - 3 = 0.$

**D**  $x + 2z - 3 = 0.$

**Câu 216.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(3; 3; 0)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

**A**  $x + y - z - 2 = 0.$

**B**  $x + y - z + 2 = 0.$

**C**  $x + 2y - z - 3 = 0.$

**D**  $x + 2y - z + 3 = 0.$

**Câu 217.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(1; 5; 4)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

**A**  $x - 2y - z + 7 = 0.$

**B**  $x + y + z - 8 = 0.$

**C**  $x + y - z - 2 = 0.$

**D**  $2x + y - z - 3 = 0.$

**Câu 218.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9$ . Phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  tại điểm  $M(0; 4; -2)$  là

**A**  $x + 6y - 6z + 37 = 0.$

**B**  $x - 2y - 2z - 4 = 0.$

**C**  $x - 2y - 2z + 4 = 0.$

**D**  $x + 6y - 6z - 37 = 0.$

**Câu 219.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$  và điểm  $M(2; 1; 1)$  thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  tại  $M$ .

**A**  $x + 2y + z - 5 = 0$ .

**B**  $x + 2y - 2z - 2 = 0$ .

**C**  $x + 2y - 2z - 8 = 0$ .

**D**  $x + 2y + 2z - 6 = 0$ .

**Câu 220.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$  tại điểm  $M(4; 3; 0)$  có phương trình là

**A**  $x + 2y + 2z - 10 = 0$ .

**B**  $x + 2y - 2z - 8 = 0$ .

**C**  $x + 2y + 2z + 10 = 0$ .

**D**  $x + 2y - 2z + 8 = 0$ .

**Câu 221.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  với  $A(6; 2; -5), B(-4; 0; 7)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  tại  $A$  là

**A**  $5x + y - 6z + 62 = 0$ .

**B**  $5x + y - 6z - 62 = 0$ .

**C**  $5x - y - 6z - 62 = 0$ .

**D**  $5x + y + 6z + 62 = 0$ .

**Câu 222.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có cặp véc-tơ chỉ phương là  $\vec{a} = (2; 1; 2), \vec{b} = (3; 2; -1)$  là

**A**  $5x - 8y - z + 8 = 0$ .

**B**  $5x - 8y - z - 8 = 0$ .

**C**  $5x + 8y - z + 8 = 0$ .

**D**  $5x + 8y - z - 8 = 0$ .

**Câu 223.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1; 0; 2), B(1; 1; 1), C(2; 3; 0)$  là

**A**  $x + y - z + 1 = 0$ .   **B**  $x - y - z + 1 = 0$ .   **C**  $x + y + z - 3 = 0$ .   **D**  $x + y - 2z - 3 = 0$ .

**Câu 224.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua  $M(3; -1; 2), N(4; -1; -1), P(2; 0; 2)$  là

**A**  $3x + 3y - z + 8 = 0$ .

**B**  $3x - 2y + z - 8 = 0$ .

**C**  $3x + 3y + z - 8 = 0$ .

**D**  $3x + 3y - z - 8 = 0$ .

**Câu 225.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 1; 0)$ . Khi đó, phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $ax + y - z + d = 0$ . Khi đó  $a$  và  $d$  là

**A**  $a = 1, d = 1$ .   **B**  $a = 6, d = -6$ .   **C**  $a = -1, d = -6$ .   **D**  $a = -6, d = 6$ .

**Câu 226.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ  $O$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(P) : 3x - 2y + 2z + 7 = 0$  và  $(Q) : 5x - 4y + 3z + 1 = 0$  là

**A**  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .

**B**  $2x + y - 2z = 0$ .

**C**  $2x - y - 2z = 0$ .

**D**  $2x - y + 2z = 0$ .

**Câu 227.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; -5; 3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(P_1) : 2x + y - 3z - 4 = 0$  và  $(P_2) : x + y - z - 1 = 0$  là

**A**  $2x + y + z = 0$ .

**B**  $2x + y + z - 1 = 0$ .

**C**  $2x - y + z + 10 = 0$ .

**D**  $2x - y + z - 10 = 0$ .

**Câu 228.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 0; 0)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha) : x - y + 3 = 0$  và  $(\beta) : 2y - z + 1 = 0$  là

**A**  $x + y + 2z - 1 = 0$ .   **B**  $x + 2y - z - 1 = 0$ .   **C**  $x - 2y + z - 1 = 0$ .   **D**  $x + y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 229.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(-1; 1; 0)$ , song song với đường thẳng  $d : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P) : x - y - 3z + 5 = 0$  là

**A**  $5x - 4y + 3z + 9 = 0$ .

**B**  $5x - 4y + 3z - 9 = 0$ .

**C**  $x + 2y + z - 3 = 0$ .

**D**  $x + 2y + z + 3 = 0$ .

**Câu 230.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 0; 2)$ , song song với đường thẳng  $d : \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P) : y - z + 2 = 0$  là



- (A)  $x + y - z + 1 = 0$ . (B)  $x - y - z + 1 = 0$ . (C)  $x + y + z - 3 = 0$ . (D)  $x + y - 2z - 3 = 0$ .

**Câu 231.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; -1; 2)$ , song song với đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 3z + 10 = 0$  là

- (A)  $3x + 3y + z + 8 = 0$ . (B)  $3x + 3y + z - 8 = 0$ .  
(C)  $3x + 3y + z - 1 = 0$ . (D)  $3x - 3y - z - 8 = 0$ .

**Câu 232.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(2; 4; 1)$ ,  $B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$  là

- (A)  $2y + 3z - 11 = 0$ . (B)  $2x - 3y - 11 = 0$ .  
(C)  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ . (D)  $3y + 2z - 11 = 0$ .

**Câu 233.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm  $A(0; 1; 0)$ ,  $B(2; 0; 1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - y - 1 = 0$  là

- (A)  $x + y - 3z - 1 = 0$ . (B)  $2x + 2y - 5z - 2 = 0$ .  
(C)  $x - 2y - 6z + 2 = 0$ . (D)  $x + y - z - 1 = 0$ .

**Câu 234.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -2)$ ,  $B(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$  là

- (A)  $15x + 7y + z - 27 = 0$ . (B)  $15x + 7y + z + 27 = 0$ .  
(C)  $15x - 7y + z - 27 = 0$ . (D)  $15x - 7y + z + 27 = 0$ .

**Câu 235.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; -2; 3)$  và chứa trục  $Ox$  có dạng

- (A)  $3y + 2z - 1 = 0$ . (B)  $3y - 2z = 0$ . (C)  $3y + 2z = 0$ . (D)  $3y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 236.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; 2; -3)$  và chứa trục  $Oy$  có dạng

- (A)  $3x - 2z = 0$ . (B)  $3x + 2z = 0$ . (C)  $3x + 2z + 2 = 0$ . (D)  $3y - 2z + 2 = 0$ .

**Câu 237.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(0; 1; 0)$  và chứa đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$  là

- (A)  $x - y + z + 1 = 0$ . (B)  $3x - y + 2z + 1 = 0$ .  
(C)  $x + y + z - 1 = 0$ . (D)  $3x + y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 238.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua điểm  $A(3; 1; 0)$  và chứa  $d$  là

- (A)  $x + 2y + 4z - 1 = 0$ . (B)  $x - 2y + 4z - 1 = 0$ .  
(C)  $x - 2y + 4z + 1 = 0$ . (D)  $x - 2y - 4z - 1 = 0$ .

**Câu 239.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  chứa đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ ; đồng thời vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 2x + y - z = 0$  có phương trình là

- (A)  $x + 2y - 1 = 0$ . (B)  $x - 2y + z = 0$ . (C)  $x - 2y - 1 = 0$ . (D)  $x + 2y + z = 0$ .

**Câu 240.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 4)$  và song song với trục  $Oy$  có phương trình

- (A)  $4x + 3z - 12 = 0$ . (B)  $3x + 4z - 12 = 0$ . (C)  $4x + 3z + 12 = 0$ . (D)  $4x + 3z = 0$ .

**Câu 241.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng chứa hai điểm  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 2; 2)$  và song song với trục  $Ox$  có phương trình

- (A)  $y - 2z + 2 = 0$ .      (B)  $x + 2z - 3 = 0$ .      (C)  $2y - z + 1 = 0$ .      (D)  $x + y - z = 0$ .

**Câu 242.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(-1; 0; 1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + 2y - z + 1 = 0$  có phương trình là

- (A)  $2x - y + 3 = 0$ .      (B)  $x + z = 0$ .      (C)  $x - y - z = 0$ .      (D)  $3x - y + z = 0$ .

**Câu 243.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(2; 1; 1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + y + z + 1 = 0$  có phương trình là

- (A)  $3x - 2y - z - 3 = 0$ .      (B)  $x + y + z - 2 = 0$ .  
(C)  $x - y = 0$ .      (D)  $3x - 2y - z + 3 = 0$ .

**Câu 244.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1; 0; -2)$ ,  $B(-1; -1; 3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 2z + 1 = 0$  có phương trình là

- (A)  $3x + 14y + 4z + 5 = 0$ .      (B)  $2x - y + 2z - 2 = 0$ .  
(C)  $2x - y + 2z + 2 = 0$ .      (D)  $3x + 14y + 4z - 5 = 0$ .

**Câu 245.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(0; 2; 1)$ ,  $C(1; 0; 2)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và song song với đường thẳng  $CD$  là

- (A)  $x + y + z - 3 = 0$ .      (B)  $2x - y + z - 2 = 0$ .      (C)  $2x + y + z - 3 = 0$ .      (D)  $x + y - 2 = 0$ .

**Câu 246.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(-1; 1; -2)$ ,  $B(1; 2; -1)$ ,  $C(1; 1; 2)$ ,  $D(-1; -1; 2)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và song song với đường thẳng  $CD$  là

- (A)  $x - y - z = 0$ .      (B)  $x - y - z + 2 = 0$ .  
(C)  $2x + y + z + 2 = 0$ .      (D)  $x - 2y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 247.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(\beta): x + y - z + 3 = 0$  và cách  $(\beta)$  một khoảng bằng  $\sqrt{3}$  là

- (A)  $\begin{cases} x + y - z + 6 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ .      (B)  $x + y - z + 6 = 0$ .  
(C)  $\begin{cases} x - y - z + 6 = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ .      (D)  $\begin{cases} x + y + z + 6 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ .

**Câu 248.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình các mặt phẳng  $(P)$ , biết mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$  và  $(P)$  cách điểm  $M(1; -2; 1)$  một khoảng bằng 3 là

- (A)  $\begin{cases} x + 2y - 2z - 4 = 0 \\ x + 2y - 2z + 14 = 0 \end{cases}$ .      (B)  $\begin{cases} x + 2y - 2z - 2 = 0 \\ x + 2y - 2z + 11 = 0 \end{cases}$ .  
(C)  $\begin{cases} x + 2y - 2z - 4 = 0 \\ x + 2y + 2z + 14 = 0 \end{cases}$ .      (D)  $\begin{cases} x + 2y + 2z - 2 = 0 \\ x + 2y - 2z + 11 = 0 \end{cases}$ .

**Câu 249.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 0; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + z - 10 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cách  $M$  một khoảng bằng  $\sqrt{6}$ .

- (A)  $\begin{cases} x + 2y + z + 2 = 0 \\ x + 2y + z - 10 = 0 \end{cases}$ .      (B)  $x + 2y + z + 10 = 0$ .  
(C)  $x + 2y + z + 2 = 0$ .      (D)  $\begin{cases} x + 2y + z - 2 = 0 \\ x + 2y + z + 10 = 0 \end{cases}$ .

**Câu 250.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , cách  $(P)$  một khoảng bằng 3 và cắt trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ dương.

(A)  $2x - 2y + z + 4 = 0$ .

(B)  $2x - 2y + z - 14 = 0$ .

(C)  $2x - 2y + z - 19 = 0$ .

(D)  $2x - 2y + z - 8 = 0$ .

**Câu 251.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ , mặt phẳng  $(P)$  không qua  $O$ , song song với mặt phẳng  $(Q)$  và khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng 1. Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

(A)  $x + 2y + 2z + 4 = 0$ .

(B)  $x + 2y + 2z = 0$ .

(C)  $x + 2y + 2z - 6 = 0$ .

(D)  $x + 2y + 2z + 3 = 0$ .

**Câu 252.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): x - 2y - 2z - 3 = 0$ , mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$  và khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng 3. Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

(A)  $\begin{cases} x - 2y - 2z - 3 = 0 \\ x - 2y - 2z - 12 = 0 \end{cases}$

(B)  $x - 2y - 2z + 6 = 0$ .

(C)  $x - 2y - 2z - 12 = 0$ .

(D)  $\begin{cases} x - 2y - 2z + 6 = 0 \\ x - 2y - 2z - 12 = 0 \end{cases}$

**Câu 253.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ ,  $(\beta): x - y + z - 1 = 0$  và đồng thời  $(P)$  cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ .

(A)  $(P): x - z \pm 2 = 0$ . (B)  $(P): x - z \pm 3 = 0$ . (C)  $(P): x - y \pm 3 = 0$ . (D)  $(P): y - z \pm 2 = 0$ .

**Câu 254.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y - 3z + 2 = 0$ ,  $(\beta): x + y - 2z = 0$ , đồng thời  $(P)$  cách điểm  $M(0; 1; 0)$  một khoảng bằng  $\sqrt{59}$ .

(A)  $\begin{cases} 7x - y + 3z - 60 = 0 \\ 7x - y + 3z + 58 = 0 \end{cases}$

(B)  $7x - y + 3z + 60 = 0$ .

(C)  $7x - y = 3z - 58 = 0$ .

(D)  $\begin{cases} 7x - y + 3z + 60 = 0 \\ 7x - y + 3z - 58 = 0 \end{cases}$

**Câu 255.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 18 = 0$ . Tìm phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , đồng thời  $(Q)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

(A)  $(Q): 2x + 2y - z + 22 = 0$ .

(B)  $(Q): 2x + 2y - z - 28 = 0$ .

(C)  $(Q): 2x + 2y - z - 18 = 0$ .

(D)  $(Q): 2x + 2y - z + 12 = 0$ .

**Câu 256.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$  và mặt phẳng  $(P): 4x + 3y - 12z - 26 = 0$ . Tìm phương trình mặt phẳng  $(Q)$ , biết  $(Q)$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , đồng thời  $(Q)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

(A)  $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ .

(B)  $4x + 3y - 12z - 26 = 0$ .

(C)  $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ .

(D)  $4x + 3y - 12z + 26 = 0$ .

**Câu 257.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x - y + 4z + 2 = 0$  và  $(\beta): 3x - y + 4z + 8 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là

(A)  $3x - y + 4z + 10 = 0$ .

(B)  $3x - y + 4z + 5 = 0$ .

(C)  $3x - y + 4z - 10 = 0$ .

(D)  $3x - y + 4z - 5 = 0$ .

**Câu 258.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y - 3}{4} = \frac{z + 4}{2}$  và  $d_2: \frac{x - 2}{1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 2}{5}$ . Phương trình mặt phẳng song song và cách đều hai đường thẳng trên có dạng là

(A)  $16x - 13y + 2z + 6 = 0$ .

(B)  $16x - 13y + 2z + 12 = 0$ .

(C)  $16x - 13y + 2z - 31 = 0$ .

(D)  $16x - 13y + 2z - 15 = 0$ .

**Câu 259.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(0; 0; 6)$ ,  $D(2; 4; 6)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Phương trình của  $(P)$  là

**A**  $6x + 3y + 2z - 24 = 0.$

**B**  $6x + 3y + 2z - 12 = 0.$

**C**  $6x + 3y + 2z = 0.$

**D**  $6x + 3y + 2z - 36 = 0.$

**Câu 260.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$  và mặt phẳng  $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với  $(S)$ , song song với  $(\alpha)$  và cắt trục  $Oz$  ở điểm có cao độ dương.

**A**  $4x + 3y - 12z - 78 = 0.$

**B**  $4x + 3y - 12z - 26 = 0.$

**C**  $4x + 3y - 12z + 78 = 0.$

**D**  $4x + 3y - 12z + 26 = 0.$

**Câu 261.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 7; 2)$  và cách  $M(-2; 4; -1)$  một khoảng lớn nhất có phương trình là

**A**  $3x + 3y + 3z - 10 = 0.$

**B**  $x + y + z - 1 = 0.$

**C**  $x + y + z - 10 = 0.$

**D**  $x + y + z + 10 = 0.$

**Bài 4**

**ĐƯỜNG THẲNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

**A Đường thẳng**

Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (a; b; c)$  Phương pháp

Ta có  $d: \begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = (a; b; c) \end{cases}$

Phương trình dạng tham số  $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$

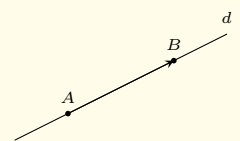
Phương trình dạng chính tắc  $d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad (abc \neq 0).$

**B Phương trình đường thẳng**

1. Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  đi qua điểm  $A$  và  $B$ .

Phương pháp

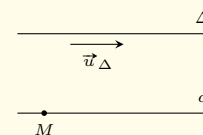
Đường thẳng  $d: \begin{cases} \text{qua } A \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = \overrightarrow{AB}. \end{cases}$



2. Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  đi qua điểm  $M$  và song song với đường thẳng  $\Delta$ .

Phương pháp

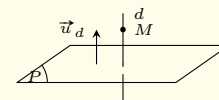
Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta. \end{cases}$



3. Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ :  $ax + by + cz + d = 0$ .

Phương pháp

Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (a; b; c). \end{cases}$



4. Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

Phương pháp

Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \in (P) \cap (Q) \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}]. \end{cases}$

5. Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  đi qua  $M$  và vuông góc với hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

Phương pháp

Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]. \end{cases}$

6. Viết phương trình đường thẳng  $d$  dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết  $d$  đi qua điểm  $M$  và song song với hai mặt phẳng  $(P), (Q)$ .

Phương pháp

Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}]. \end{cases}$

7. Viết phương trình đường thẳng  $d$  biết  $d$  đi qua điểm  $M$ ,  $d$  vuông góc với  $d'$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .

Phương pháp

Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d'}, \vec{n}_{(P)}]. \end{cases}$

8. Viết phương trình đường thẳng  $d$  biết  $d$  đi qua điểm  $M$ ,  $d$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  và song song với mặt phẳng  $(Q)$ .

Phương pháp

Đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}]. \end{cases}$

9. Viết phương trình đường thẳng  $d$  biết  $d$  đi qua điểm  $A$  vuông góc và cắt đường thẳng  $d'$

Phương pháp

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d', nghĩa là

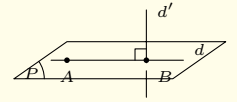
$$(P): \begin{cases} \text{qua } A \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{d'}. \end{cases}$$

Tìm  $B = d' \cap (P)$ .

Suy ra đường thẳng d qua A và B.

$$\text{Đường thẳng } d: \begin{cases} \text{qua } A \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = \overrightarrow{AB}. \end{cases}$$

**Lưu ý:** Trường hợp d' là các trục tọa độ thì  $d \equiv AB$  với B là hình chiếu của A lên trục.



10. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M, d cắt đường thẳng d1 và vuông góc với d2.

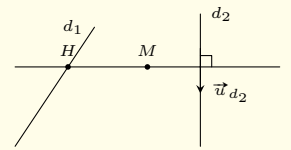
Phương pháp

$$\text{Giả sử } d_1: \begin{cases} x = x_1 + a_1t \\ y = y_1 + b_1t \\ z = z_1 + c_1t. \end{cases}$$

Gọi  $H(x_1 + a_1t; y_1 + b_1t; z_1 + c_1t) = d \cap d_1$ .

Vì  $MH \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Rightarrow t$  và suy ra H.

$$\text{Đường thẳng } d: \begin{cases} \text{qua } H \in (P) \cap (Q) \\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_d = [\overrightarrow{MH}]. \end{cases}$$



**Câu 262.** Trong không gian Oxyz, đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  có một véc-tơ chỉ phương là

- (A)  $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$ .      (B)  $\vec{u}_2 = (2; 1; 2)$ .      (C)  $\vec{u}_3 = (2; -1; 2)$ .      (D)  $\vec{u}_4 = (-1; -2; -3)$ .

**Câu 263.** Trong không gian Oxyz, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$  là

- (A)  $\vec{u}_1 = (-2; 1; -3)$ .      (B)  $\vec{u}_2 = (-3; 2; 1)$ .      (C)  $\vec{u}_3 = (3; -2; 1)$ .      (D)  $\vec{u}_4 = (2; 1; 3)$ .

**Câu 264.** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$  nhận véc-tơ  $\vec{u} = (a; 2; b)$  làm véc-tơ chỉ phương. Khi đó  $a + b$  bằng

- (A) -8.      (B) 8.      (C) 4.      (D) -4.

**Câu 265.** Trong không gian Oxyz, đường thẳng  $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$  đi qua điểm nào sau đây?

- (A)  $K(1; -1; 1)$ .      (B)  $E(1; 1; 2)$ .      (C)  $H(1; 2; 0)$ .      (D)  $F(0; 1; 2)$ .

**Câu 266.** Trong không gian Oxyz, đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$  đi qua điểm nào sau đây?

- (A)  $M(1; 3; -1)$ .      (B)  $M(-3; 5; 3)$ .      (C)  $M(3; 5; 3)$ .      (D)  $M(1; 1; -3)$ .

**Câu 267.** Trong không gian Oxyz, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  ?

- A  $Q(-1; 1; 3)$ .
  B  $P(1; 2; 5)$ .
  C  $N(1; 5; 2)$ .
  D  $M(1; 1; 3)$ .

**Câu 268.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ ?

- A  $Q(-2; 1; -3)$ .
  B  $P(2; -1; 3)$ .
  C  $M(-1; 1; -2)$ .
  D  $N(1; -1; 2)$ .

**Câu 269.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{3}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A  $Q(3; -2; 3)$ .
  B  $M(-2; -3; -4)$ .
  C  $P(2; 3; 4)$ .
  D  $N(-3; 2; -3)$ .

**Câu 270.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A  $Q(2; -1; -2)$ .
  B  $M(1; -2; -3)$ .
  C  $P(-1; 2; -3)$ .
  D  $N(2; -1; -2)$ .

**Câu 271.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình tham số trục  $Oz$  là

- A  $z = 0$ .
  B  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ .
  C  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .
  D  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ .

**Câu 272.** Trong không gian  $Oxyz$ , trục  $Oy$  có phương trình là

- A  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .
  B  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ .
  C  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ .
  D  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ .

**Câu 273.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{a} = (2; -3; 1)$  là

- A  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$ .
  B  $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .
  C  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .
  D  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .

**Câu 274.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; -2; 1)$  và  $N(0; 1; 3)$ . Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm  $M$  và  $N$  là

- A  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$ .
  B  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$ .
  C  $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$ .
  D  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 275.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $P(1; 1; -1)$  và  $Q(2; 3; 2)$  là

- A  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$ .
  B  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .
  C  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .
  D  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$ .

**Câu 276.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(5; 4; -1)$  là

- A  $\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$ .
  B  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-4}$ .
  C  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{4}$ .
  D  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}$ .

**Câu 277.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 3; 2)$ ,  $B(2; 0; 5)$ ,  $C(0; -2; 1)$ . Phương trình đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  là



$$\text{A } \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}.$$

$$\text{C } \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}.$$

$$\text{B } \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{1}.$$

$$\text{D } \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}.$$

**Câu 278.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  với  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(-3; 2; 5)$ ,  $C(1; 6; -3)$  là

$$\text{A } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases} \quad \text{B } \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad \text{C } \begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

**Câu 279.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  với  $A(-2; -2; 2)$ ,  $B(-2; -5; -7)$ ,  $C(6; -3; -1)$  là

$$\text{A } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+8}{-3}.$$

$$\text{B } \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{-11}.$$

$$\text{C } \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{3}.$$

$$\text{D } \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-4}{-1}.$$

**Câu 280.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; 3; 4)$  và song song với trục hoành là

$$\text{A } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{B } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{C } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 4 - t \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 4 + t \end{cases}$$

**Câu 281.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M(4; 3; 2)$  và song song với trục tung là

$$\text{A } \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{B } \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{C } \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

**Câu 282.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M(1; 1; -2)$  và song song với trục  $Oz$  là

$$\text{A } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = -2 \end{cases} \quad \text{B } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t - 2 \end{cases} \quad \text{C } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}$$

**Câu 283.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(2; -1; 0)$  và song song với đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$  là

$$\text{A } \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}.$$

$$\text{B } \frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$\text{C } \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}.$$

$$\text{D } \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

**Câu 284.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M(3; 1; -1)$  và song song với đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}$  là

$$\text{A } \frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{B } \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}.$$

$$\text{C } \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

$$\text{D } \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}.$$

**Câu 285.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A(3; 5; 7)$  và song song với đường thẳng  $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  là



$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 5t \\ z = 4 + 7t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 5t \\ z = 3 + 7t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

**Câu 286.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua  $A(1; 1; 1)$  và vuông góc với mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  có phương trình tham số là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$$

**Câu 287.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua  $A(1; 2; -3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Oyz)$  là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$$

**Câu 288.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua  $A(2; -1; 3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Oxz)$  là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 2 \\ y = t - 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$$

**Câu 289.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -3; 2)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$ . Tìm phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$ .

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+2}{2}$$

$$\textcircled{B} \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2}$$

$$\textcircled{C} \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$$

$$\textcircled{D} \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2}$$

**Câu 290.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A(2; 3; 0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x + 3y - z + 5 = 0$  là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

**Câu 291.** Đường thẳng đi qua  $A(2; 1; -5)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t - 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$$

**Câu 292.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 1; -5)$ , đồng thời vuông góc với hai véc-tơ  $\vec{a} = (1; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (4; 1; -1)$ .

$$\textcircled{A} d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$$

$$\textcircled{B} d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$$

$$\textcircled{C} d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-5}{-1}$$

$$\textcircled{D} d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-5}$$

**Câu 293.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; 2; 3)$ , đồng thời vuông góc với hai véc-tơ  $\vec{a} = (2; 3; 0)$ ,  $\vec{b} = (3; 4; 0)$ .

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$$

**Câu 294.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-3; 5; 7)$ ,  $C(-1; -4; -1)$ . Phương trình đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  tại trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

$$\textcircled{A} d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+3}{5}$$

$$\textcircled{B} d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{5}$$

$$\textcircled{C} d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{5}$$

$$\textcircled{D} d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-3}{5}$$

**Câu 295.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 0; 3)$ ,  $B(4; -3; 3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$  và vuông góc với mặt phẳng  $(OAB)$ .

$$\textcircled{A} \Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{1}$$

$$\textcircled{B} \Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{1}$$

$$\textcircled{C} \Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{1}$$

$$\textcircled{D} \Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{1}$$

**Câu 296.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 4; 2)$  và  $B(-1; 2; 4)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua trọng tâm của tam giác  $OAB$  và vuông góc với mặt phẳng  $(OAB)$ .

$$\textcircled{A} d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{1}$$

$$\textcircled{B} d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

$$\textcircled{C} d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$$

$$\textcircled{D} d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$$

**Câu 297.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 0)$ ,  $C(0; 0; 4)$ . Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Tìm phương trình chính tắc của đường thẳng  $OH$ .

$$\textcircled{A} \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$$

$$\textcircled{B} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$$

$$\textcircled{C} \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$$

$$\textcircled{D} \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$$

**Câu 298.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(0; 6; 0)$ ,  $C(0; 0; 6)$ . Phương trình đường thẳng đi qua trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  và vuông góc với mặt phẳng  $ABC$  là

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}$$

$$\textcircled{B} \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$$

$$\textcircled{C} \frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$$

**Câu 299.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -3; 4)$ , đường thẳng  $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + z - 2 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua  $M$  vuông góc với  $d$  và song song với  $(P)$ .

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$$

$$\textcircled{B} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$$

$$\textcircled{C} \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}$$

**Câu 300.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua  $A(2; -1; 5)$ , đồng thời song song với mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$  và vuông góc với đường  $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$  là

$$\textcircled{A} \frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$$

$$\textcircled{B} \frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$$

$$\textcircled{C} \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$$

$$\textcircled{D} \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$$

**Câu 301.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua gốc tọa độ  $O$ , vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$  và song song với mặt phẳng  $(P): x + y - 2z - 5 = 0$  là

**A**  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{3}$ .     
**B**  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-5}$ .     
**C**  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{5}$ .     
**D**  $\frac{x}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$ .

**Câu 302.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1; 1; 3)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ ;  $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$ . Phương trình đường thẳng đi qua  $M$ , vuông góc với  $d_1$  và  $d_2$  là

**A**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ .     
**B**  $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .     
**C**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .     
**D**  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

**Câu 303.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$  và  $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$ . Phương trình đường thẳng đi qua  $A(2; 3; -1)$ , vuông góc với  $d_1$  và  $d_2$  là

**A**  $\begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -7 - t \end{cases}$ .     
**B**  $\begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$ .     
**C**  $\begin{cases} x = -2 - 8t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - 7t \end{cases}$ .     
**D**  $\begin{cases} x = -2 + 8t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + 7t \end{cases}$ .

**Câu 304.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(1; -1; 2)$  đồng thời song song với hai mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ ,  $(Q): x + 2y - 3z + 3 = 0$  có phương trình là

**A**  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$ .     
**B**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$ .  
**C**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$ .     
**D**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$ .

**Câu 305.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(1; 2; 3)$  đồng thời song song với hai mặt phẳng  $(P): 2x + 3y = 0$ ,  $(Q): 3x + 4y = 0$  có phương trình là

**A**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$ .     
**B**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$ .     
**C**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$ .     
**D**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

**Câu 306.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(1; -2; 3)$  đồng thời song song với hai mặt phẳng  $(P): x + y + z + 1 = 0$ ,  $(Q): x - y + z - 2 = 0$  có phương trình là

**A**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ .     
**B**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$ .     
**C**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .     
**D**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$ .

**Câu 307.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P): x + z - 5 = 0$ ,  $(Q): x - 2y - z + 3 = 0$  có phương trình là

**A**  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$ .     
**B**  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ .  
**C**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .     
**D**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}$ .

**Câu 308.** Trong không gian  $Oxyz$ , hãy viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + z - 8 = 0$ ,  $(Q): 2x - 2y - 3z + 11 = 0$ .

**A**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}$ .     
**B**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{6}$ .  
**C**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{6}$ .     
**D**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+3}{6}$ .

**Câu 309.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi đường thẳng  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P): x - 3y + z = 0$ ,  $(Q): x + y - z + 4 = 0$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -t \\ z = -2 - 2t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

**Câu 310.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P): 2x - y - z + 4 = 0$  và vuông góc với đường thẳng  $(d): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$ , biết  $\Delta$  đi qua điểm  $M(0; 1; 3)$ .

$$\textcircled{A} \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1} \quad \textcircled{B} \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$$

$$\textcircled{C} \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1} \quad \textcircled{D} \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$$

**Câu 311.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P): x + 2y + z - 4 = 0$  và vuông góc với đường thẳng  $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ , biết  $\Delta$  đi qua điểm  $M(1; 1; 1)$ .

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$$

$$\textcircled{C} \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad \textcircled{D} \frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

**Câu 312.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm đường thẳng  $\Delta$  nằm trong  $(P): 2x + y - z - 2 = 0$  và song song với mặt phẳng  $(Q): x - 2y - 2z + 1 = 0$ . Biết  $\Delta$  đi qua điểm  $M(1; 1; 1)$

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{-4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$$

$$\textcircled{C} \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{5} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{-4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-5}$$

**Câu 313.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 0; 1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$ , vuông góc với  $d$  và cắt  $Ox$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

**Câu 314.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$$

$$\textcircled{C} \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$$

**Câu 315.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng  $d$  nằm trong  $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ ,

đồng thời  $d$  cắt và vuông góc với đường thẳng  $d': \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$  là

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$$

$$\textcircled{C} \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$$

**Câu 316.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 0; 2)$ , cắt và vuông góc với đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

$$\textcircled{A} P(2; -1; 1) \quad \textcircled{B} Q(0; -1; 1) \quad \textcircled{C} N(0; -1; 2) \quad \textcircled{D} M(-1; -1; 1)$$

**Câu 317.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1; 2; 3)$ , đồng thời  $d$  cắt và vuông góc với trục  $Ox$  là

**A**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$      
**B**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$      
**C**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$      
**D**  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

**Câu 318.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A(3; -4; 7)$ , đồng thời cắt và vuông góc với trục  $Oy$  là

**A**  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 \\ z = -7 - 7t \end{cases}$      
**B**  $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 + 4t \\ z = 7 - 7t \end{cases}$      
**C**  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 \\ z = 7 - 7t \end{cases}$      
**D**  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 4t \\ z = 7 - 7t \end{cases}$

**Câu 319.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$  có phương trình là

**A**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$      
**B**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$      
**C**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$      
**D**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

**Câu 320.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; -1; 3)$ , vuông góc với đường thẳng  $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$  và cắt đường thẳng  $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$  là

**A**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$      
**B**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$      
**C**  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$      
**D**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$

**Câu 321.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$ , vuông góc với đường thẳng  $d_1: \frac{x}{4} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+2}{-1}$  và cắt đường thẳng  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$  là

**A**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$      
**B**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-2}$      
**C**  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$      
**D**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$

**Câu 322.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; 1; 4)$ , vuông góc với đường thẳng  $d_1: \frac{x-10}{7} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-15}{8}$  và cắt đường thẳng  $d_2: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$  là

**A**  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$      
**B**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+4}{-3}$      
**C**  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{1}$      
**D**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-4}{-3}$

**Câu 323.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  qua  $A(1; -1; 4)$ , đồng thời  $d$  song song với mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 15 = 0$  và  $d$  cắt đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$  là

**A**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-4}{-3}$      
**B**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-1}$      
**C**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$      
**D**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-7}$

**Câu 324.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình đường thẳng  $d$  qua  $M(-1; 4; -2)$ , song song với mặt phẳng  $(P): y - z + 2019 = 0$  và  $d$  cắt đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-1}{-3}$ .

**A**  $\frac{x-1}{17} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-2}{-6}$      
**B**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{1}$

$$\textcircled{C} \frac{x+1}{17} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z+2}{-6}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x+1}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}.$$

**Câu 325.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ , điểm  $A(1; 3; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ . Tìm phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(P)$  và  $d$  lần lượt tại hai điểm  $M, N$  sao cho  $A$  là trung điểm của đoạn  $MN$ .

$$\textcircled{A} \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}.$$

**Câu 326.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 2)$ , mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(P)$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho  $A$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ .

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-1}{10} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}.$$

**Câu 327.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 3 \end{cases}$ , mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$

và điểm  $G\left(\frac{2}{3}; 1; \frac{2}{3}\right)$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(\alpha)$  lần lượt tại  $M, N$  sao cho tam giác  $OMN$  nhận  $G$  làm trọng tâm là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}.$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}.$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}.$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}.$$

**Câu 328.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$  điểm  $G\left(\frac{4}{3}; 0; 1\right)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(\alpha)$  lần lượt tại  $M, N$  sao cho tam giác  $OMN$  nhận  $G$  làm trọng tâm là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}.$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}.$$

**Câu 329.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$ , và mặt phẳng  $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$

và hai điểm  $C(-1; 0; 3)$ ,  $D(-2; -1; 2)$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(\alpha)$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 + 4t \end{cases} .$$

$$\textcircled{D} \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{1} .$$

# Chương 3

## NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

### Bài 1

### TÍNH CHẤT NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN, BẢNG NGUYÊN HÀM

**Câu 1.** Cho  $\int_1^3 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 g(x) dx = 1$ , khi đó  $\int_1^3 [1008f(x) + 2g(x)] dx$  bằng

- (A) 2017.                      (B) 2018.                      (C) 2019.                      (D) 2020.

**Câu 2.** Cho  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$  và  $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$ , khi đó  $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$  bằng

- (A)  $\frac{5}{2}$ .                      (B)  $\frac{7}{2}$ .                      (C)  $\frac{17}{2}$ .                      (D)  $\frac{11}{2}$ .

**Câu 3.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$  bằng

- (A) 7.                      (B)  $5 + \frac{\pi}{2}$ .                      (C) 3.                      (D)  $5 + \pi$ .

**Câu 4.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = a$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[ \frac{f(x) \cos^2 x - 5}{\cos^2 x} \right] dx$  bằng

- (A)  $a - 2$ .                      (B)  $a - 5$ .                      (C)  $\frac{a}{2}$ .                      (D)  $a - 1$ .

**Câu 5.** Cho  $\int_3^6 f(x) dx = 7$ , khi đó  $\int_3^6 [x^2 - f(x)] dx$  bằng

- (A) 7.                      (B) 56.                      (C) 42.                      (D) 18.

**Câu 6.** Cho  $\int_0^2 f(x) dx = 1$  và  $\int_0^2 [e^x - f(x)] dx = e^a - b$  với  $a, b$  là những số nguyên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $a > b$ .                      (B)  $a < b$ .                      (C)  $a = b$ .                      (D)  $ab = 1$ .

**Câu 7.** Cho  $\int_a^b f(x) dx = 2$  và  $\int_c^b f(x) dx = 3$  với  $a < b < c$ , khi đó  $\int_a^c f(x) dx$  bằng



- (A) -2.                      (B) 5.                      (C) 1.                      (D) -1.

**Câu 8.** Cho  $\int_2^5 f(x) dx = 3$  và  $\int_5^7 f(x) dx = 9$ , khi đó  $\int_2^7 f(x) dx$  bằng

- (A) 3.                      (B) 6.                      (C) 12.                      (D) -6.

**Câu 9.** Cho  $\int_1^3 f(x) dx = 2016$  và  $\int_4^3 f(x) dx = 2017$ , khi đó  $\int_1^4 f(x) dx$  bằng

- (A) 4023.                      (B) 1.                      (C) -1.                      (D) 0.

**Câu 10.** Cho  $\int_{-1}^5 f(x) dx = 5$ ,  $\int_4^5 f(t) dt = -2$  và  $\int_{-1}^4 g(u) du = \frac{1}{3}$ , khi đó  $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

- (A)  $\frac{8}{3}$ .                      (B)  $\frac{22}{3}$ .                      (C)  $\frac{10}{3}$ .                      (D)  $-\frac{20}{3}$ .

**Câu 11.** Cho  $\int_0^6 f(x) dx = 4$  và  $\int_2^6 f(t) dt = -3$ , khi đó  $\int_0^2 [f(u) - 3] du$  bằng

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 12.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Khi đó hiệu số  $F(1) - F(2)$  bằng

- (A)  $\int_1^2 f(x) dx$ .                      (B)  $\int_1^2 -f(x) dx$ .                      (C)  $\int_2^1 -F(x) dx$ .                      (D)  $\int_1^2 -F(x) dx$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$ . Biết rằng  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 1$  và  $F(-1) = -1$ . Tính  $F(2)$ .

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 0.                      (D) -1.

**Câu 14.** Cho biết hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x)$  và có một nguyên hàm là  $F(x)$ . Khi đó giá trị của nguyên hàm  $\int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$  bằng

- (A)  $2F(x) + xf(x) + C$ .                      (B)  $2xF(x) + f(x) + x + C$ .  
(C)  $2xF(x) + x + 1$ .                      (D)  $2F(x) + f(x) + x + C$ .

**Câu 15.** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số

- (A)  $f(x) = e^{x^2}$ .                      (B)  $f(x) = 2x \cdot e^{x^2}$ .                      (C)  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ .                      (D)  $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2-1}$ .

**Câu 16.** Nếu  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + \ln x + C$  thì  $f(x)$  bằng

- (A)  $x^3 + \frac{1}{x}$ .                      (B)  $x^3 + \ln x$ .                      (C)  $\frac{x^4}{3} + \frac{1}{x}$ .                      (D)  $\frac{x^4}{12} + \ln x$ .

**Câu 17.** Cho  $f(x)$  là hàm số có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(0) = 1$ , khi đó  $\int_0^x f'(t) dt$  bằng

- (A)  $f(x) + 1$ .                      (B)  $f(x + 1)$ .                      (C)  $f(x)$ .                      (D)  $f(x) - 1$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp 2 trên  $[2; 4]$  thỏa mãn  $f'(2) = 1$  và  $f'(4) = 5$ . Khi đó  $\int_2^4 f''(x) dx$  bằng

- (A) 4.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 1.

**Câu 19.** Cho  $f(x)$  có đạo hàm trên  $[-3; 5]$  thỏa  $f(-3) = 1, f(5) = 9$ , khi đó  $\int_{-3}^5 4f'(x) dx$  bằng

- (A) 40.                      (B) 32.                      (C) 36.                      (D) 44.

**Câu 20.** Cho  $f(x)$  có đạo hàm trên  $[1; 3]$  thỏa  $f(1) = 1, f(3) = m$  và  $\int_1^3 f'(x) dx = 5$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $m \in (-\infty; -3)$ .      (B)  $m \in [-3; 3)$ .      (C)  $m \in [3; 10)$ .      (D)  $m \in [10; +\infty)$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$ , khi đó  $\int_0^1 f'(x) dx$  bằng

- (A)  $\ln \sqrt{2}$ .                      (B)  $\ln(1 + \sqrt{2})$ .                      (C)  $1 + \ln \sqrt{2}$ .                      (D)  $2 \ln 2$ .

**Câu 22.** Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 16$ . Tính  $I = \int_0^2 f(2x) dx$ .

- (A)  $I = 32$ .                      (B)  $I = 8$ .                      (C)  $I = 16$ .                      (D)  $I = 4$ .

**Câu 23.** Cho  $\int_4^{10} f(x) dx = 18$ . Tính  $I = \int_1^3 f(3x + 1) dx$ .

- (A)  $I = \frac{18}{5}$ .                      (B)  $I = 6$ .                      (C)  $I = 9$ .                      (D)  $I = \frac{15}{6}$ .

**Câu 24.** Biết  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 4$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(2x) - \sin x] dx$  bằng

- (A)  $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      (B)  $3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      (C)  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      (D)  $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 25.** Cho tích phân  $\int_1^2 f(x) dx = a$ . Khi đó  $I = \int_0^1 x \cdot f(x^2 + 1) dx$  bằng

- (A)  $I = 2a$ .                      (B)  $I = \frac{a}{4}$ .                      (C)  $I = \frac{a}{2}$ .                      (D)  $I = 4a$ .

**Câu 26.** Cho  $f(x)$  có đạo hàm trên đoạn  $[1; 2], f(2) = 2, f(4) = 2018$ , khi đó  $\int_1^2 f'(2x) dx$  bằng

- (A)  $-1008$ .                      (B)  $2018$ .                      (C)  $1008$ .                      (D)  $-2018$ .

**Câu 27.** Biết  $\int_{\frac{1}{2}}^1 xf(x) dx = \frac{1}{2}$ . Tính  $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f(\sin x) dx$ .

(A)  $I = \frac{\pi}{3}$ .

(B)  $I = 1$ .

(C)  $I = 2$ .

(D)  $I = \frac{1}{2}$ .

**Câu 28.** Cho  $f(x)$  có đạo hàm trên  $[1; 2]$  thỏa  $\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases}$  và  $\int_1^2 f(x) dx = 1$ , khi đó  $\int_1^2 x \cdot f'(x) dx$  bằng

(A) 2.

(B)  $\frac{1}{2}$ .

(C)  $\frac{8}{3}$ .

(D) 3.

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ ,  $f(2) = 3$  và  $\int_0^2 f(x) dx = 3$ .

Khi đó  $\int_0^2 x f'(x) dx$  bằng

(A) -3.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 6.

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 5]$ ,  $f(5) = 10$  và  $\int_0^5 x f'(x) dx =$

30. Khi đó  $\int_0^5 f(x) dx$  bằng

(A) 20.

(B) -30.

(C) -20.

(D) 70.

**Câu 31.** Giả sử hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn điều kiện  $f(1) = 6$ ,  $\int_0^1 x f'(x) dx = 5$ . Tính  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

(A) 1.

(B)  $\frac{1}{2}$ .

(C) 3.

(D) 11.

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(2) = 16$ ,  $\int_0^2 f(x) dx = 4$ .

Khi đó  $I = \int_0^1 x f'(2x) dx$  bằng

(A) 20.

(B) 7.

(C) 12.

(D) 13.

**Câu 33.** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 5x + 5)e^x$ . Giá trị biểu thức  $2a + 3b + c$  bằng

(A) 6.

(B) 13.

(C) 8.

(D) 10.

**Câu 34.** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x - 3}}$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng

(A) 5.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 8.

**Câu 35.** Hàm số  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x) = 25^x + 5^x - 6$ . Hỏi hàm số  $F(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị trên  $\mathbb{R}$ .

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

**Câu 36.** Biết rằng  $\int_{-2019}^{2019} (m + x^{2019} \sqrt{x^4 + 2018}) dx = 2019$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $m < -4$ .      (B)  $m < -2019$ .      (C)  $m > 3$ .      (D)  $-3 < m < 3$ .

**Câu 37.** Tính tích phân  $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2016}}{e^x + 1} dx$ .

- (A)  $I = 0$ .      (B)  $I = 1$ .      (C)  $I = \frac{2^{2017}}{2017}$ .      (D)  $I = \frac{2^{2018}}{2018}$ .

**Câu 38.** Cho  $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+2^x} dx = 4$ , với  $y = f(x)$  là hàm số chẵn trên  $[-1; 1]$ , khi đó  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  bằng

- (A) 2.      (B) 16.      (C) 4.      (D) 8.

**Câu 39.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- (A)  $x^3 + C$ .      (B)  $\frac{x^3}{3} + x + C$ .      (C)  $6x + C$ .      (D)  $x^3 + x + C$ .

**Câu 40.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

- (A)  $e^x + x^2 + C$ .      (B)  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ .      (C)  $\frac{e^x}{x+1} + \frac{x^2}{2} + C$ .      (D)  $e^x + 1 + C$ .

**Câu 41.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$  là

- (A)  $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$ .      (B)  $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$ .      (C)  $\frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$ .      (D)  $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$ .

**Câu 42.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -4 \sin 2x + 2 \cos x - e^x$  là

- (A)  $-8 \cos 2x + 2 \sin x - e^x + C$ .      (B)  $8 \cos 2x - 2 \sin x - e^x + C$ .  
(C)  $4 \cos 2x - 2 \sin x - e^x + C$ .      (D)  $2 \cos 2x + 2 \sin x - e^x + C$ .

**Câu 43.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + 2^x$  là

- (A)  $1 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .      (B)  $\frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .      (C)  $\frac{x^2}{2} + 2^x \ln 2 + C$ .      (D)  $\frac{x^2}{2} + 2^x + C$ .

**Câu 44.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x-2}$  là

- (A)  $\frac{1}{5} \ln |5x-2| + C$ .      (B)  $-\frac{1}{2} \ln |5x-2| + C$ .      (C)  $5 \ln |5x-2| + C$ .      (D)  $\ln |5x-2| + C$ .

**Câu 45.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$  là

- (A)  $x^7 + \ln |x| + \frac{1}{x} - 2x + C$ .      (B)  $x^7 + \ln |x| - \frac{1}{x} - 2x$ .  
(C)  $x^7 + \ln |x| - \frac{1}{x} - 2x + C$ .      (D)  $x^7 + \ln x + \frac{1}{x} - 2x + C$ .

**Câu 46.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  thỏa mãn  $F(2) = 1$ . Giá trị của  $F(3)$  bằng

- (A)  $\ln 2 - 1$ .      (B)  $\ln 2 + 1$ .      (C)  $\frac{1}{2}$ .      (D)  $\frac{7}{4}$ .

**Câu 47.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$  là

- (A)  $-\frac{\sin 3x}{3} + C.$       (B)  $\frac{\sin 3x}{3} + C.$       (C)  $\sin 3x + C.$       (D)  $3 \sin 3x + C.$

**Câu 48.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} + 2$  là

- (A)  $\tan x + \cot x + 2x + C.$       (B)  $\tan x - \cot x + 2x + C.$   
 (C)  $-\tan x + \cot x + 2x + C.$       (D)  $-\tan x - \cot x + 2x + C.$

**Câu 49.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2} \left( x + \sin \frac{x}{2} \right)$  là

- (A)  $\frac{1}{4}x^2 - \cos \frac{x}{2} + C.$       (B)  $x^2 + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C.$       (C)  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C.$       (D)  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4} \cos \frac{x}{2} + C.$

**Câu 50.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-3}$  là

- (A)  $\frac{1}{2}\sqrt{2x-3} + C.$       (B)  $\frac{1}{3}(2x-3)\sqrt{2x-3} + C.$   
 (C)  $-\frac{1}{3}\sqrt{2x-3} + C.$       (D)  $\frac{2}{3}(2x-3)\sqrt{2x-3} + C.$

**Câu 51.** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$  là

- (A)  $\frac{x^3}{3} - 3 \ln |x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$       (B)  $\frac{x^3}{3} + 3 \ln |x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$   
 (C)  $\frac{x^3}{3} - 3 \ln |x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$       (D)  $\frac{x^3}{3} + 3 \ln |x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$

**Câu 52.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-1}}$  thỏa mãn  $F(5) = 7.$

- (A)  $F(x) = 2\sqrt{2x-1}.$       (B)  $F(x) = 2\sqrt{2x-1} + 1.$   
 (C)  $F(x) = \sqrt{2x-1} + 4.$       (D)  $F(x) = \sqrt{2x-1} - 10.$

**Câu 53.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+5}}$  là

- (A)  $\frac{1}{2}\sqrt{2x+5} + C.$       (B)  $\sqrt{2x+5} + C.$   
 (C)  $2\sqrt{2x+5} + C.$       (D)  $\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}} + C.$

**Câu 54.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos^2 x$  là

- (A)  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$       (B)  $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$       (C)  $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$       (D)  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$

**Câu 55.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (2 + e^{3x})^2$  là

- (A)  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$       (B)  $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$   
 (C)  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C.$       (D)  $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C.$

**Câu 56.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x(1 - 3e^{-2x})$  là

- (A)  $e^x - 3e^{-3x} + C.$       (B)  $e^x + 3e^{-x} + C.$       (C)  $e^x - 3e^{-x} + C.$       (D)  $e^x + 3e^{-2x} + C.$

**Câu 57.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$  là

- (A)  $2e^x + \cot x + C.$       (B)  $2e^x - \tan x + C.$       (C)  $2e^2 + \tan x + C.$       (D)  $2e^x - \tan x.$

**Câu 58.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \tan^2 x$  là

- (A)  $\tan x + C.$       (B)  $\tan x - x + C.$       (C)  $x - \tan x + C.$       (D)  $\tan x + x + C.$

**Câu 59.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x$  là

- (A)  $\frac{84^x}{\ln 84} + C$ .      (B)  $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$ .      (C)  $84^x + C$ .      (D)  $84^x \cdot \ln 84 + C$ .

**Câu 60.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}$  là

- (A)  $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C$ .      (B)  $3 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .      (C)  $3 \cos x + \frac{1}{x} + C$ .      (D)  $3 \cos x + \ln x + C$ .

**Câu 61.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^{2x} \left( 3^x - \frac{\sqrt{x}}{4^x} \right)$  là

- (A)  $\frac{12^x}{\ln 12} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$ .      (B)  $12^x + x\sqrt{x} + C$ .  
 (C)  $\frac{2^{2x}}{\ln 2} \left( \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x} \ln 4}{4^x} \right)$ .      (D)  $\frac{2^{2x}}{\ln 2} \left( \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x}}{4^x} \right)$ .

**Câu 62.** Cho  $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$  là họ nguyên hàm của  $f(x)$ . Tính  $f(\pi)$ .

- (A)  $f(\pi) = -3$ .      (B)  $f(\pi) = 1$ .      (C)  $f(\pi) = -1$ .      (D)  $f(\pi) = 0$ .

**Câu 63.** Hàm số  $y = f(x)$  có một nguyên hàm là  $F(x) = e^{2x}$ . Họ nguyên hàm của  $\frac{f(x) + 1}{e^x}$  là

- (A)  $e^x - e^{-x} + C$ .      (B)  $2e^x - e^{-x} + C$ .      (C)  $2e^x + e^{-x} + C$ .      (D)  $\frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$ .

**Câu 64.** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x+1}$  thỏa mãn  $F\left(\frac{e-1}{2}\right) = \frac{3}{2}$  là

- (A)  $2 \ln |2x+1| - \frac{1}{2}$ .      (B)  $2 \ln |2x+1| + 1$ .      (C)  $\frac{1}{2} \ln |2x+1| + 1$ .      (D)  $\frac{1}{2} \ln |2x+1| + \frac{1}{2}$ .

**Câu 65.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

- (A)  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ .      (B)  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ .  
 (C)  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ .      (D)  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .

**Câu 66.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = x + \sin x$  và  $f(0) = 1$ . Tìm  $f(x)$ .

- (A)  $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$ .      (B)  $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$ .  
 (C)  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}$ .      (D)  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x$ .

**Câu 67.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5 \sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A)  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$ .      (B)  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$ .  
 (C)  $f(x) = 3x - 5 \cos x + 5$ .      (D)  $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$ .

**Câu 68.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = x - \frac{1}{x^2} + 2$  và  $f(1) = 3$ . Khi đó hàm số  $f(x)$  là

- (A)  $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + 2x - \frac{1}{2}$ .      (B)  $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + 2x + \frac{3}{2}$ .      (C)  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + 2x - \frac{1}{2}$ .      (D)  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + 2$ .

**Câu 69.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = -2$  và  $f'(x) = (2e^x - 3)e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó tổng các nghiệm của phương trình  $f(x) = -2$  bằng

- (A)  $\ln 2$ .      (B)  $\frac{1}{2}$ .      (C)  $e$ .      (D)  $e + \frac{1}{2}$ .

**Câu 70.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 2$  và  $f'(x) = (e^{-x} + 1)e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ .      (B)  $\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{4}$ .      (C)  $e - \frac{1}{2}$ .      (D)  $e + \frac{1}{2}$ .

**Câu 71.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 3$  và  $f'(x) = \sqrt{e^x}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng

- (A)  $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ .      (B)  $4e - 2$ .      (C)  $e - \frac{1}{2}$ .      (D)  $e + \frac{1}{2}$ .

**Câu 72.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 1$  và  $f'(x) = (x + 1)e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ .      (B) 1.      (C)  $\frac{3}{2}$ .      (D) 2.

**Câu 73.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x + 1)^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$  bằng

- (A)  $\ln \frac{4}{3}$ .      (B)  $\frac{1}{2} \ln 2$ .      (C)  $\frac{1}{2} \ln 3$ .      (D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 74.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 0$  và  $f'(x) = x \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A) -1.      (B)  $\frac{1}{2}$ .      (C)  $2 - \frac{\pi}{2}$ .      (D) 1.

**Câu 75.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \frac{2x - 1}{(x + 1)^3}, \forall x > -1$ . Khi đó  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{7}{4} - 2 \ln 2$ .      (B)  $1 - 2 \ln 2$ .      (C)  $-\frac{1}{2}$ .      (D) -1.

**Câu 76.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 1$  và  $f'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) dx$  bằng

- (A)  $1 - \ln 3$ .      (B)  $\frac{1}{2}$ .      (C)  $\frac{1}{2} \ln 3$ .      (D)  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 77.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \frac{\cos x}{\sin^3 x}, \forall x \in \left(0; \frac{2\pi}{3}\right)$ . Khi đó  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ .      (B) 1.      (C)  $\sqrt{3} - 1$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ .

**Câu 78.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$  và  $f'(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$  bằng

- (A) 2.      (B) 1.      (C)  $\sqrt{3} - 1$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ .

**Câu 79.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 1$  và  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$  bằng

(A)  $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ .      (B)  $\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{4}$ .      (C)  $\frac{1}{2} \ln 3$ .      (D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 80.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 1$  và  $f'(x) = \tan^2 x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{\pi^2}{16} + \frac{\pi}{4}$ .      (B)  $\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{4}$ .      (C)  $\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{\pi^2}{32} + \frac{\pi}{4}$ .      (D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 81.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = -1$  và  $f'(x) = \sin x \sin^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^{\pi} f(x) dx$  bằng

(A)  $-\frac{7\pi}{15}$ .      (B)  $\frac{4\pi}{5}$ .      (C)  $\frac{3\pi}{5}$ .      (D)  $-\frac{8\pi}{15}$ .

**Câu 82.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 0$  và  $f'(x) = (x-1)(1-2x)(1-3x)(1-4x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A)  $-\frac{1}{20}$ .      (B)  $-\frac{1}{30}$ .      (C)  $-\frac{1}{10}$ .      (D)  $-\frac{1}{15}$ .

**Câu 83.** Với  $m$  là tham số thực, ta có  $\int_1^2 (2mx+1) dx = 4$ . Khi đó  $m$  thuộc tập hợp nào sau đây?

(A)  $(-3; -1)$ .      (B)  $[-1; 0)$ .      (C)  $[0; 2)$ .      (D)  $[2; 6)$ .

**Câu 84.** Có hai giá trị của số thực  $a$  là  $a_1, a_2$  ( $0 < a_1 < a_2$ ) thỏa mãn  $\int_1^a (2x-3) dx = 0$ . Giá trị của  $3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \frac{a_2}{a_1}$  bằng

(A) 26.      (B) 12.      (C) 13.      (D) 28.

**Câu 85.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$  Khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{7}{2}$ .      (B) 1.      (C)  $\frac{5}{2}$ .      (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 86.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$  Khi đó  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

(A)  $6 + \ln 4$ .      (B)  $4 + \ln 4$ .      (C)  $6 + \ln 2$ .      (D)  $2 + 2 \ln 2$ .

**Câu 87.** Cho  $a$  là số thực dương. Khi đó  $\int_{-1}^a |x| dx$  bằng

(A)  $\frac{a^2+1}{2}$ .      (B)  $\frac{a^2+2}{2}$ .      (C)  $\frac{1-2a^2}{2}$ .      (D)  $\frac{|3a^2-1|}{2}$ .



**Câu 88.** Tích phân  $\int_0^{2018} 2^x dx$  bằng

- (A)  $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$ .      (B)  $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$ .      (C)  $2^{2018} - 1$ .      (D)  $2^{2018}$ .

**Câu 89.** Tích phân  $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$  bằng

- (A)  $\frac{16}{225}$ .      (B)  $\log \frac{5}{3}$ .      (C)  $\ln \frac{5}{3}$ .      (D)  $\frac{2}{15}$ .

**Câu 90.** Tích phân  $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$  bằng

- (A)  $2 \ln 2$ .      (B)  $\ln 2$ .      (C)  $\frac{2}{3} \ln 2$ .      (D)  $\frac{1}{3} \ln 2$ .

**Câu 91.** Tích phân  $\int_1^2 e^{3x-1} dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$ .      (B)  $\frac{1}{3}e^5 - e^2$ .      (C)  $e^5 - e^2$ .      (D)  $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$ .

**Câu 92.** Tích phân  $\int_0^1 e^{3x+1} dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ .      (B)  $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ .      (C)  $e^4 - e$ .      (D)  $e^3 - e$ .

**Câu 93.** Nếu các số hữu tỉ  $a, b$  thỏa mãn  $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$  thì giá trị của biểu thức  $a + b$  bằng

- (A) 4.      (B) 6.      (C) 5.      (D) 3.

**Câu 94.** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$ .      (C)  $1 - \sqrt{2}$ .      (D)  $\sqrt{2} - 1$ .

**Câu 95.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+5}{x-1}$  là

- (A)  $x + 6 \ln|x-1| + C$ .      (B)  $x - 6 \ln|x-1| + C$ .  
(C)  $x + 6 \ln(x-1) + C$ .      (D)  $6 \ln|x-1| + C$ .

**Câu 96.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là

- (A)  $x + 3 \ln(x-1) + C$ .      (B)  $x - 3 \ln(x-1) + C$ .  
(C)  $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$ .      (D)  $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$ .

**Câu 97.** Cho  $\int_1^2 \frac{x-1}{x+3} dx = 1 + 4 \ln \frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Giá trị  $2a + b$  bằng

- (A) 0. (B) 13. (C) 14. (D) -20.

**Câu 98.** Cho  $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Giá trị  $a + 2b$  bằng

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 7.

**Câu 99.** Cho  $\int_2^3 \frac{x^2 - x + 4}{x+1} dx = a + b \ln 2 - c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số dương. Khi đó tích  $abc$  bằng

- (A) 12. (B) 36. (C) 72. (D) 6.

**Câu 100.** Cho  $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = a + \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $b > 0$ . Giá trị  $2a + b$  thuộc khoảng

- (A) (8; 10). (B) (6; 8). (C) (4; 6). (D) (2; 4).

**Câu 101.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+2}$  trên khoảng  $(-2; -1)$  là

- (A)  $\ln(x+1) + 2 \ln(-x-2) + C$ . (B)  $2 \ln(x+1) + \ln(x+2) + C$ .  
 (C)  $2 \ln(-x-1) - \ln(x+2) + C$ . (D)  $-\ln(-x-1) + 2 \ln(-x-2) + C$ .

**Câu 102.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-3x+2}$  trên khoảng  $(-\infty; 1)$  là

- (A)  $2 \ln(x-1) + 3 \ln(x-2) + C$ . (B)  $2 \ln(x-1) + 3 \ln(2-x) + C$ .  
 (C)  $2 \ln(1-x) - 3 \ln(2-x) + C$ . (D)  $2 \ln(1-x) + 3 \ln(2-x) + C$ .

**Câu 103.** Cho  $\int_3^5 \frac{dx}{x^2-x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$  với  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Giá trị của  $b - 2a + 3c^2$  bằng

- (A) -2. (B) 0. (C) 3. (D) 6.

**Câu 104.** Cho  $\int_2^3 \frac{x+2}{2x^2-3x+1} dx = a \ln 5 + b \ln 3 + 3 \ln 2$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Giá trị của  $2a - b$  bằng

- (A) 1. (B)  $-\frac{15}{2}$ . (C) 7. (D)  $\frac{15}{2}$ .

**Câu 105.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$  với  $a, c > 0$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng

- (A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

**Câu 106.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$  trên khoảng  $(-1; +\infty)$  là

- (A)  $2 \ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$ . (B)  $2 \ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$ .  
 (C)  $2 \ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$ . (D)  $2 \ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$ .

**Câu 107.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là

- (A)  $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$ .                      (B)  $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$ .  
 (C)  $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$ .                      (D)  $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$ .

**Câu 108.** Cho  $\int_0^1 \frac{4x}{(2x+1)^2} dx = -\frac{a}{b} + c \ln 3$  với  $a, b, c$  nguyên dương và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Giá trị của biểu thức  $a^2 - b + 5c$  bằng

- (A) 6.                      (B) 15.                      (C) 21.                      (D) 27.

**Câu 109.** Cho  $\int_2^5 \frac{2x+4}{(2x-3)^2} dx = a + \frac{b}{c} \ln 7$  với  $a, b, c$  là các số nguyên và phân số  $\frac{b}{c}$  tối giản. Giá trị của biểu thức  $a^2 - 8b + c$  bằng

- (A) 11.                      (B) 7.                      (C) 6.                      (D) 3.

**Câu 110.** Cho  $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Giá trị của  $2^{a-3b+c}$  bằng

- (A) 12.                      (B) 6.                      (C) 1.                      (D) 64.

**Câu 111.** Cho  $\int_0^1 \left(\frac{2x+1}{x+1}\right)^2 dx = a + b \ln 2$  với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Giá trị của  $2a + b$  bằng

- (A) -1.                      (B) 6.                      (C) 5.                      (D) 4.

**Câu 112.** Xét  $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ , nếu đặt  $u = x^2$  thì  $\int_0^2 xe^{x^2} dx$  bằng

- (A)  $2 \int_0^2 e^u du$ .                      (B)  $2 \int_0^4 e^u du$ .                      (C)  $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$ .                      (D)  $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$ .

**Câu 113.** Đổi biến  $t = x - 1$  thì  $\int \frac{x}{(x-1)^4} dx$  trở thành

- (A)  $\int \frac{t-1}{t^4} dt$ .                      (B)  $\int \frac{(t+1)^4}{t} dt$ .                      (C)  $\int \frac{t+1}{t^4} dt$ .                      (D)  $\int \frac{t+1}{t} dt$ .

**Câu 114.** Xét  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x dx$ , nếu đặt  $u = \sin x$  thì  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x dx$  bằng

- (A)  $2 \int_0^1 (u^2 - u^4) du$ .                      (B)  $\int_0^1 (u^2 - u^4) du$ .                      (C)  $-\int_0^1 u^2 du$ .                      (D)  $2 \int_0^1 (u^4 - u^2) du$ .

**Câu 115.** Nếu đặt  $t = \sqrt[3]{1-x}$  thì tích phân  $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$  trở thành

(A)  $3 \int_0^1 t dt.$       (B)  $\int_0^1 t^3 dt.$       (C)  $3 \int_0^1 t^2 dt.$       (D)  $3 \int_0^1 t^3 dt.$

**Câu 116.** Xét nguyên hàm  $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$ , nếu đặt  $u = \sqrt{x+1}$  thì  $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$  trở thành

(A)  $\int 2(u^2 - 4) du.$       (B)  $\int (u^2 - 4) du.$       (C)  $\int \frac{u^2 - 3}{u} du.$       (D)  $\int 2u(u^2 - 4) du.$

**Câu 117.** Với cách đổi biến  $u = \sqrt{1 + 3 \ln x}$  thì tích phân  $\int_1^e \frac{9 \ln x}{x \sqrt{1 + 3 \ln x}} dx$  trở thành

(A)  $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$       (B)  $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du.$       (C)  $\frac{4}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$       (D)  $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du.$

**Câu 118.** Xét tích phân  $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln^{2020} x + 1}}{x} dx$ , nếu đặt  $u = \ln x$  thì  $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln^{2020} x + 1}}{x} dx$  bằng

(A)  $2020 \int_0^1 (u + 1) du.$       (B)  $2020 \int_0^1 (u^{2020} + 1) du.$   
 (C)  $\int_0^1 \sqrt{u^{2020} + 1} du.$       (D)  $\int_0^1 (u^{2020} + 1) du.$

**Câu 119.** Nếu đặt  $t = \sqrt{1 + \cos x}$  thì tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos x}} dx$  trở thành

(A)  $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{4t^3 - 4t}{t} dt.$       (B)  $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{-4t^3 + 4t}{t} dt.$       (C)  $4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt.$       (D)  $4 \int_1^{\sqrt{2}} (1 - t^2) dt.$

**Câu 120.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$  bằng cách đặt  $u = x^2 - 1$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du.$       (B)  $I = \int_1^2 \sqrt{u} du.$       (C)  $I = \int_0^3 \sqrt{u} du.$       (D)  $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du.$

**Câu 121.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x(x^2 + 7)^{15}$  là

(A)  $\frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C.$       (B)  $-\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C.$       (C)  $\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C.$       (D)  $\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C.$

**Câu 122.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3 \sin^2 x \cos x$  là

(A)  $\sin^3 x + C.$       (B)  $-\sin^3 x + C.$       (C)  $\cos^3 x + C.$       (D)  $-\cos^3 x + C.$

**Câu 123.** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x}$  là

(A)  $\frac{1}{3} \ln |1 + 3 \cos x|.$       (B)  $-\frac{1}{3} \ln |1 + 3 \cos x|.$       (C)  $3 \ln |1 + 3 \cos x|.$       (D)  $\ln |1 + 3 \cos x|.$

**Câu 124.** Tìm hàm số  $f(x)$ , biết  $f'(x) = \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2}$ .

(A)  $\frac{\sin x}{(2 + \sin x)^2} + C.$       (B)  $\frac{1}{2 + \cos x} + C.$       (C)  $-\frac{1}{2 + \sin x} + C.$       (D)  $\frac{\sin x}{2 + \sin x} + C.$

**Câu 125.** Với  $a > 0$  thì  $\int_0^a \frac{x^3 + x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$  bằng

(A)  $(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1.$       (B)  $\frac{1}{3} [(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1].$

**C**  $\frac{1}{3} [(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1]$ .

**D**  $(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1$ .

**Câu 126.** Biết  $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$  với  $a, b$  là các số hữu tỷ. Giá trị của  $a + b$  bằng

**A** 1.

**B**  $\frac{1}{2}$ .

**C**  $\frac{3}{4}$ .

**D**  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 127.** Tích phân  $I = \int_0^\pi \cos^3 x \sin x dx$  bằng

**A**  $-\frac{1}{4}\pi^4$ .

**B**  $-\frac{1}{4}$ .

**C** 0.

**D**  $-\pi^4$ .

**Câu 128.** Cho tham số  $m > 1$  thỏa mãn  $\int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \ln 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A**  $m \in (0; 5)$ .

**B**  $m \in [5; 9)$ .

**C**  $m \in [9; 13]$ .

**D**  $m \in (13; +\infty)$ .

**Câu 129.** Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$  với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Khi đó  $a^3 + b^3$  bằng

**A** 2.

**B** -2.

**C** 0.

**D** 1.

**Câu 130.** Xét  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2-x) \sin x dx$  và đặt  $u = 2-x$ ,  $dv = \sin x dx$  thì

**A**  $I = -(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

**B**  $I = -(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

**C**  $I = (2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

**D**  $I = (2-x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

**Câu 131.** Xét  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$ , nếu đặt  $u = x$  và  $dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx$  thì  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$  bằng

**A**  $-(x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$ .

**B**  $(x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$ .

**C**  $(x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$ .

**D**  $-(x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$ .

**Câu 132.** Cho tích phân  $I = \int_1^e x \ln^2 x dx$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A**  $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e + \int_1^e x \ln x dx$ .

**B**  $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e x \ln x dx$ .

**C**  $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x dx$ .

**D**  $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x dx$ .

**Câu 133.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa  $a < b$  và  $\int_a^b x \sin x dx = \pi$ , đồng thời  $a \cos a = 0$  và

$b \cos b = -\pi$ . Khi đó  $\int_a^b \cos x dx$  bằng

**A**  $\frac{\pi}{2}$ .

**B**  $\pi$ .

**C**  $-\pi$ .

**D** 0.

**Câu 134.** Tích phân  $I = \int_1^2 x e^x dx$  bằng

**A**  $e^2$ .

**B**  $-e^2$ .

**C**  $e$ .

**D**  $3e^2 - 2e$ .

**Câu 135.** Tích phân  $I = \int_1^e x \ln x \, dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ .      (B)  $\frac{e^2 - 2}{2}$ .      (C)  $\frac{e^2 + 1}{4}$ .      (D)  $\frac{e^2 - 1}{4}$ .

**Câu 136.** Nếu  $\int_1^a \ln x \, dx = 1 + 2a$  với  $a > 1$  thì  $a$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) (18; 21).      (B) (1; 4).      (C) (11; 14).      (D) (6; 9).

**Câu 137.** Biết  $\int_0^2 2x \ln(x+1) \, dx = a \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$  và  $b$  là số nguyên tố. Khi đó  $6a + 7b$  bằng

- (A) 33.      (B) 25.      (C) 42.      (D) 39.

**Câu 138.** Cho  $\int_1^e (1 + x \ln x) \, dx = ae^2 + be + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào đúng?

- (A)  $a + b = c$ .      (B)  $a + b = -c$ .      (C)  $a - b = c$ .      (D)  $a - b = -c$ .

**Câu 139.** Biết  $\int_0^1 (2x + 1)e^x \, dx = a + be$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Giá trị của biểu thức  $a^3 + b$  bằng

- (A) 25.      (B) 2.      (C) 9.      (D) 17.

**Câu 140.** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1 + \sin 2x) \, dx = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}\pi^2$  với  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  là phân số tối giản. Khi đó  $a + b + c + d$  bằng

- (A) 36.      (B) 38.      (C) 12.      (D) 14.

**Câu 141.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $\cos 2x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^x$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^x$  là

- (A)  $-\sin 2x + \cos 2x + C$ .      (B)  $-2 \sin 2x + \cos 2x + C$ .  
(C)  $-2 \sin 2x - \cos 2x + C$ .      (D)  $2 \sin 2x - \cos 2x + C$ .

**Câu 142.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $F(x) = (x + 1)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^{3x}$  họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^{3x}$  là

- (A)  $(6 - 3x)e^x + C$ .      (B)  $(-6x - 3)e^x + C$ .      (C)  $(-2x - 1)e^x + C$ .      (D)  $(6 + 3x)e^x + C$ .

**Câu 143.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x}$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x) \ln x$  là

- (A)  $-\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$ .      (B)  $\frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$ .      (C)  $\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$ .      (D)  $\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$ .

**Câu 144.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $F(x) = \ln x$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x^3}$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x) \ln x$  là

- (A)  $-x^2 \ln x + \frac{x^2}{3} + C$ .      (B)  $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$ .      (C)  $x^2 \ln x + \frac{x^2}{3} + C$ .      (D)  $x^2 \ln x + \frac{x^2}{2} + C$ .

**Câu 145.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $\sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^x$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^x$  là

- (A)  $-2 \cos 2x - \sin 2x + C$ .      (B)  $-2 \cos 2x + \sin 2x + C$ .  
(C)  $2 \cos 2x + \sin 2x + C$ .      (D)  $2 \cos 2x - \sin 2x + C$ .

**Câu 146.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $2x - \cos x \sin x + 2020$  là một nguyên hàm của  $e^x f(x)$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $e^x f'(x)$  là

(A)  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2x + C$ .

(B)  $2 \sin^2 x - \sin x \cos x - 2x + C$ .

(C)  $-\cos 2x + \sin x \cos x - 2x + C$ .

(D)  $-\cos 2x + \frac{\sin 2x}{2} + 2x + C$ .

**Câu 147.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 3 + \ln 2$  và  $f''(x) = -\frac{1}{x^2}$ . Khi đó  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

(A)  $3 \ln 3 + 2$ .

(B)  $3 \ln 3 + 3$ .

(C)  $3 \ln 3 - 2$ .

(D)  $3 \ln 3 + 4$ .

**Câu 148.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$ .

Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(3)$  bằng

(A)  $4 + \ln 15$ .

(B)  $2 + \ln 15$ .

(C)  $3 + \ln 15$ .

(D)  $\ln 15$ .

**Câu 149.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  thỏa  $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ ,  $f(-1) = 2 \ln 2$  và  $f(3) = 3 \ln 2$ .

Giá trị của biểu thức  $\frac{f(0) + f(5)}{5}$  bằng

(A)  $5 \ln 2$ .

(B)  $5 \ln^2 2$ .

(C)  $2 \ln 2$ .

(D)  $\ln 2$ .

**Câu 150.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  thỏa  $f(0) = 1$  và  $f'(x) = \frac{3x+1}{(x+1)^2}$ . Tính

$\int_0^1 f(x) dx$ .

(A)  $3 \ln 2 - 1$ .

(B)  $8 \ln 2$ .

(C)  $3 \ln 2 - 2$ .

(D)  $8 \ln 2 - 4$ .

**Câu 151.** Hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm là  $f'(x) = |x-1|$ . Biết rằng  $f(0) = 3$ . Khi đó  $f(2) + f(4)$  bằng

(A) 10.

(B) 12.

(C) 4.

(D) 11.

**Câu 152.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $f'(x) = \sqrt{e^x + e^{-x} - 2}$ ,  $f(0) = 5$  và  $f(-2 \ln 2) = 0$ . Khi đó  $f(-\ln 16) + f(\ln 4)$  bằng

(A) 5.

(B) 2.

(C)  $\frac{5}{2}$ .

(D) 3.

## Bài 2

## DIỆN TÍCH & THỂ TÍCH TRÒN XOAY

**Câu 153.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$  được tính bởi công thức nào sau đây?

(A)  $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ .

(B)  $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$ .

(C)  $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$ .

(D)  $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ .

**Câu 154.** Diện tích hình phẳng  $S$  giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$ ,  $y = 2x$  và các đường  $x = -1$ ,  $x = 1$  được xác định bởi công thức nào sau đây?

(A)  $S = \left| \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx \right|$ .

(B)  $S = \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$ .

(C)  $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$ .

(D)  $S = \int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx$ .

**Câu 155.** Hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = -1$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ ,  $y = x^2 - 2x$  có diện tích  $S$  được tính theo công thức nào dưới đây?

(A)  $S = \int_{-1}^2 (x^2 - 2x) dx.$

(B)  $S = \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx.$

(C)  $S = \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx + \int_0^2 (x^2 - 2x) dx.$

(D)  $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx.$

**Câu 156.** Diện tích hình phẳng  $S$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - x, y = 0, x = 0$  và  $x = 2$  được tính bởi công thức nào sau đây?

(A)  $S = \int_0^2 (x - x^2) dx.$

(B)  $S = \int_0^2 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

(C)  $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx + \int_1^2 (x^2 - x) dx.$

(D)  $S = \int_0^2 (x^2 - x) dx.$

**Câu 157.** Tính diện tích  $S$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và các đường thẳng  $y = 0, x = -1, x = 1$ .

(A)  $S = \frac{2}{3}.$

(B)  $S = 2.$

(C)  $S = \frac{4}{3}.$

(D)  $S = \frac{8}{3}.$

**Câu 158.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 + 11x - 6, y = 6x^2$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .

(A)  $S = 3.$

(B)  $S = \frac{7}{2}.$

(C)  $S = 2.$

(D)  $S = \frac{5}{2}.$

**Câu 159.** Tính diện tích hình phẳng  $S$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$  và  $y = x - x^2$ .

(A)  $S = \frac{37}{12}.$

(B)  $S = \frac{9}{4}.$

(C)  $S = \frac{81}{12}.$

(D)  $S = 13.$

**Câu 160.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $(C_1): y = x^2 + 2x$  và  $(C_2): y = x^3$ .

(A)  $S = \frac{83}{12}.$

(B)  $S = \frac{15}{4}.$

(C)  $S = \frac{37}{12}.$

(D)  $S = \frac{9}{4}.$

**Câu 161.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 10x^2 + 9$  và trục hoành.

(A)  $S = \frac{784}{15}.$

(B)  $S = \frac{487}{15}.$

(C)  $S = \frac{748}{15}.$

(D)  $S = \frac{847}{15}.$

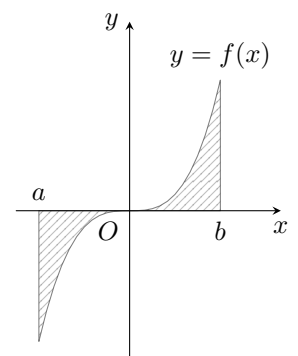
**Câu 162.** Diện tích phần gạch chéo trong hình bên dưới được tính theo công thức

(A)  $\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

(B)  $-\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

(C)  $\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

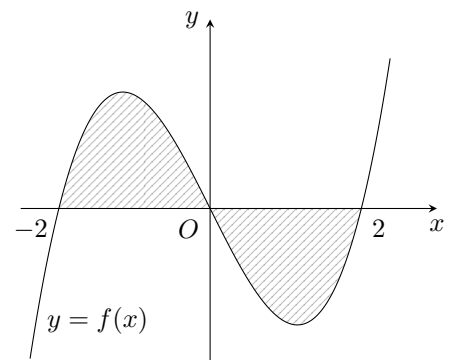
(D)  $-\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$





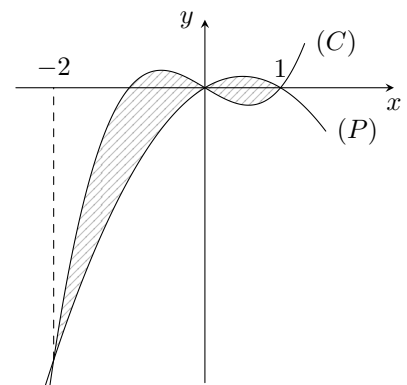
**Câu 163.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng  $S$  (phần tô đậm trong hình) bằng

- (A)  $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$ .
- (B)  $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$ .
- (C)  $\left| \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx \right|$ .
- (D)  $\int_{-2}^2 f(x) dx$ .



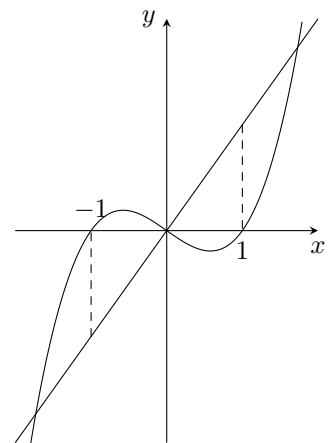
**Câu 164.** Diện tích giới hạn bởi (P):  $y = x - x^2$  và (C):  $y = x^3 - x$  (phần gạch) bằng

- (A)  $\frac{39}{12}$  (đvdt).
- (B)  $\frac{9}{4}$  (đvdt).
- (C)  $\frac{13}{2}$  (đvdt).
- (D)  $S = \frac{37}{12}$  (đvdt).



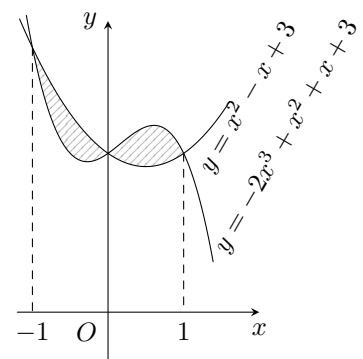
**Câu 165.** Diện tích giới hạn bởi đồ thị  $y = x^3 - x$ ,  $y = 2x$  và các đường  $x = -1$ ,  $x = 1$  bằng

- (A)  $\int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$ .
- (B)  $\int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$ .
- (C)  $\int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$ .
- (D)  $\int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx$ .



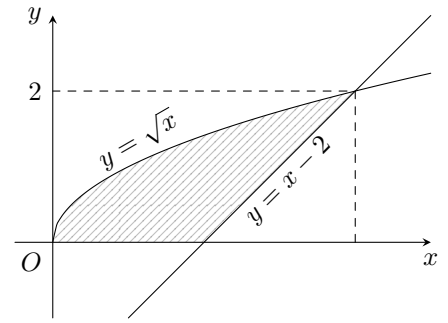
**Câu 166.** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?

- (A)  $\int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx + \int_0^1 (2x - 2x^3) dx$ .
- (B)  $\int_{-1}^1 (2x^3 - 2x) dx$ .
- (C)  $\int_{-1}^1 (2x - 2x^3) dx$ .
- (D)  $\int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx - \int_0^1 (2x - 2x^3) dx$ .



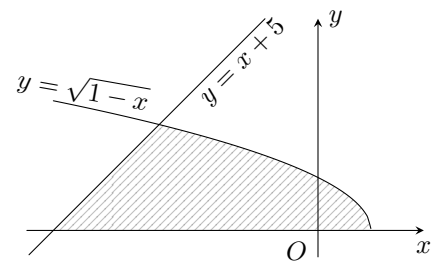
**Câu 167.** Diện tích phần gạch chéo trong hình bên dưới được tính theo công thức

- (A)  $\int_0^2 (\sqrt{x} - x + 2) dx$ .
- (B)  $\int_0^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx$ .
- (C)  $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx$ .
- (D)  $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (x - 2 - \sqrt{x}) dx$ .



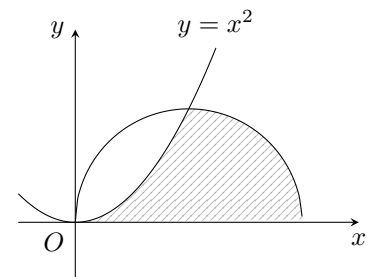
**Câu 168.** Diện tích hình phẳng giới hạn trong hình được tô được tính theo công thức nào?

- (A)  $\int_{-5}^{-3} (x + 5) dx - \int_{-3}^1 \sqrt{1-x} dx$ .
- (B)  $\int_{-5}^1 [(x + 5) - \sqrt{1-x}] dx$ .
- (C)  $\int_{-5}^{-3} (x + 5) dx + \int_{-3}^1 \sqrt{1-x} dx$ .
- (D)  $\int_{-5}^1 [\sqrt{1-x} - (x + 5)] dx$ .



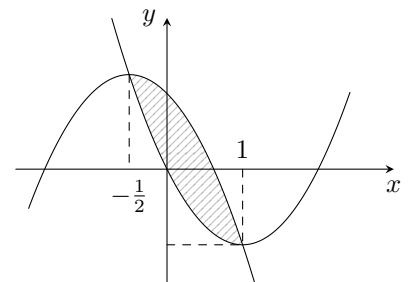
**Câu 169.** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2$ , cung tròn  $y = \sqrt{2x - x^2}$  và trục hoành (phần tô gạch sọc trong hình). Diện tích của hình (H) bằng

- (A)  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$ .
- (B)  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}$ .
- (C)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$ .
- (D)  $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$ .



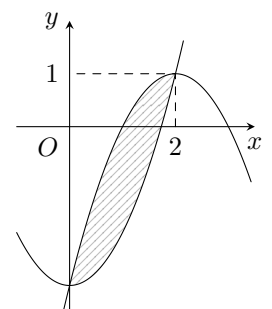
**Câu 170.** Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi  $y = f(x)$  và parabol  $y = x^2 - 2x$ . Biết  $\int_{-\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = \frac{3}{4}$ . Khi đó diện tích hình phẳng được tô trong hình vẽ bằng

- (A)  $\frac{9}{8}$ .
- (B)  $\frac{3}{2}$ .
- (C)  $\frac{3}{8}$ .
- (D)  $\frac{8}{3}$ .

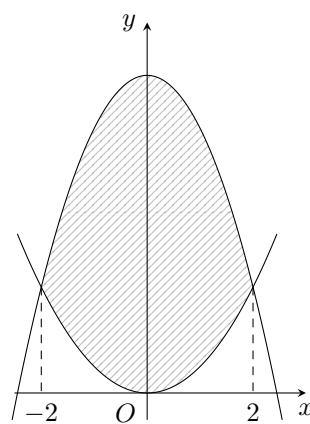


**Câu 171.** Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi các đường cong  $y = f(x)$  và  $y = -x^2 + 4x - 3$ . Biết  $\int_0^2 f(x) dx = -\frac{17}{6}$ . Khi đó diện tích hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ bằng

- (A)  $\frac{7}{8}$ .
- (B)  $\frac{9}{8}$ .
- (C)  $\frac{13}{6}$ .
- (D)  $\frac{8}{7}$ .

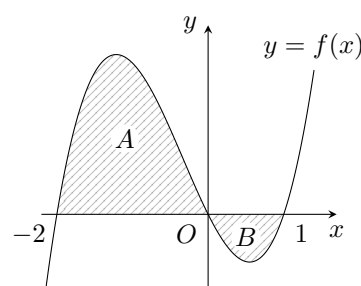


**Câu 172.** Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi  $y = f(x)$  và  $y = -x^2 + 6$ .  
 Biết  $\int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{8}{3}$ . Khi đó diện tích hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ bằng



- (A) 16.      (B)  $\frac{56}{3}$ .      (C)  $\frac{17}{3}$ .      (D)  $\frac{14}{3}$ .

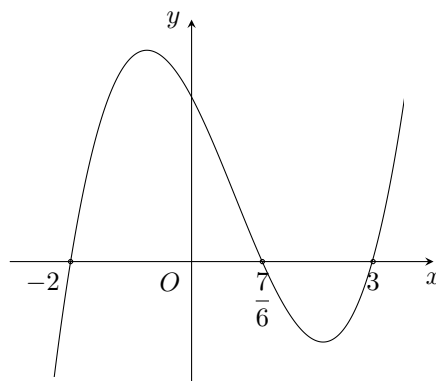
**Câu 173.** Cho hàm  $f(x)$  có đồ thị như hình và diện tích hai phần  $A$ ,  $B$  lần lượt bằng 11 và 2. Khi đó  $\int_{-1}^0 f(3x+1) dx$  bằng



- (A)  $\frac{13}{3}$ .      (B) 13.      (C) 3.      (D)  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 174.**

Cho hàm số  $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$  trong đó  $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Tập nghiệm của phương trình  $f(x) = r$  có tất cả bao nhiêu phần tử?

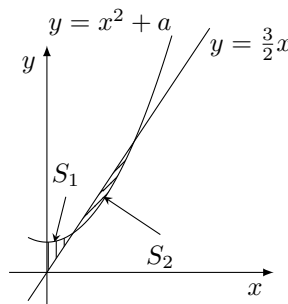


- (A) 3.      (B) 4.      (C) 5.      (D) 6.

**Câu 175.**

Cho đường thẳng  $y = \frac{3}{2}x$  và parabol  $y = x^2 + a$  ( $a$  là tham số thực dương).

Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

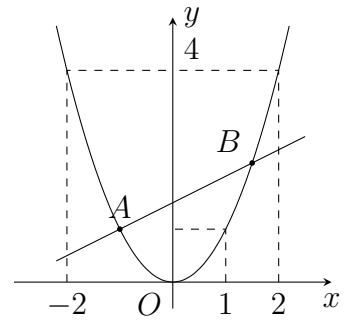


- (A)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$ .      (B)  $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$ .      (C)  $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$ .      (D)  $\left(0; \frac{2}{5}\right)$ .

**Câu 176.**

Cho Parabol  $(P): y = x^2$ . Hai điểm  $A, B$  di động trên  $(P)$  sao cho  $AB = 2$ . Khi diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và cát tuyến  $AB$  đạt giá trị lớn nhất thì hai điểm  $A, B$  có tọa độ xác định  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Giá trị của biểu thức  $T = x_A^2 x_B^2 + y_A^2 y_B^2$  bằng

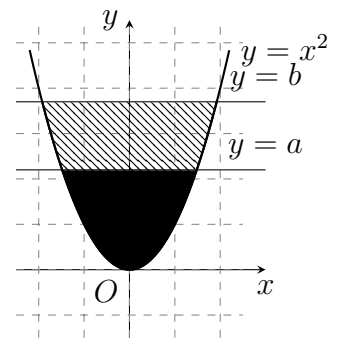
- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.



**Câu 177.**

Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = x^2$  và hai đường thẳng  $y = a, y = b$  ( $0 < a < b$ ) (hình vẽ). Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $P$  và đường thẳng  $y = a$  (phần tô đen); ( $S_2$ ) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường thẳng  $y = b$  (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của  $a$  và  $b$  thì  $S_1 = S_2$ ?

- (A)  $b = \sqrt[3]{4a}$ .                      (B)  $b = \sqrt[3]{2a}$ .                      (C)  $b = \sqrt[3]{3a}$ .                      (D)  $b = \sqrt[3]{6a}$ .



**Bài 3** **THỂ TÍCH THEO MẶT CẮT**  $S(x) \Rightarrow V = \int_A^B S(x) dx$

**Câu 178.** Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là  $3x$  và  $\sqrt{3x^2 - 2}$ .

- (A)  $32 + 2\sqrt{15}$ .                      (B)  $(32 + 2\sqrt{15})\pi$ .                      (C)  $\frac{124}{3}$ .                      (D)  $\frac{124\pi}{3}$ .

**Câu 179.** Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = \pi$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) là một tam giác đều cạnh là  $2\sqrt{\sin x}$ .

- (A)  $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$ .                      (B)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .                      (C)  $2\sqrt{3}$ .                      (D)  $2\pi\sqrt{3}$ .

**Câu 180.** Xét trong không gian  $Oxyz$ , tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = -1$  và  $x = 1$  biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) là một hình vuông cạnh  $2\sqrt{1 - x^2}$ .

- (A)  $V = \frac{16}{3}$ .                      (B)  $V = \frac{16\pi}{3}$ .                      (C)  $V = \frac{14}{3}$ .                      (D)  $V = \frac{14\pi}{3}$ .

**Câu 181.** Xét trong không gian  $Oxyz$ , tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 1$  và  $x = 4$  biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 4$ ) là một hình tròn có bán kính là  $\sqrt{x}$ .

- (A)  $V = \frac{15}{2}$ .                      (B)  $V = \frac{15\pi}{2}$ .                      (C)  $V = \frac{17\pi}{2}$ .                      (D)  $V = \frac{17}{2}$ .

**Câu 182.** Cho hình  $(D)$  giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = \pi, x = e$ . Quay  $(D)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích  $V$ . Khi đó  $V$  được xác định bằng công thức

- (A)  $V = \pi \int_e^\pi |f(x)| dx$ .                      (B)  $V = \pi \int_\pi^e f^2(x) dx$ .                      (C)  $V = \pi \int_e^\pi f^2(x) dx$ .                      (D)  $V = \int_e^\pi |f(x)| dx$ .

**Câu 183.** Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{\frac{5 + (x - 4)e^x}{xe^x + 1}}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$  quay quanh trục hoành có thể tích  $V = \pi [a + b \ln(e + 1)]$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

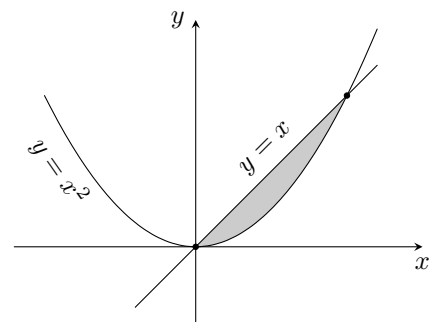
- (A)  $a + b = 5$ .                      (B)  $a + b = 9$ .                      (C)  $-2b = -3$ .                      (D)  $a - 2b = 13$ .

**Câu 184.** Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi  $y = \sqrt{\ln x}$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 2$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

- (A)  $2 \ln 2 + 1$ .                      (B)  $2\pi \ln 2 + \pi$ .                      (C)  $2\pi \ln 2 - \pi$ .                      (D)  $2 \ln 2 - 1$ .

**Câu 185.**

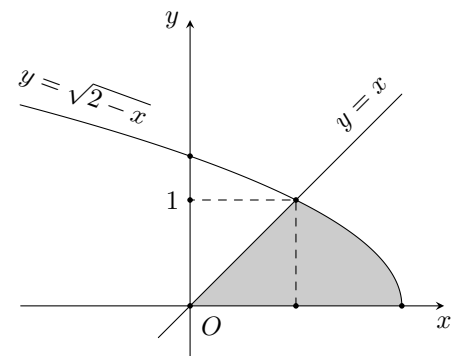
Thể tích  $V$  của khối tròn xoay khi cho hình phẳng (phần tô màu như hình vẽ) xoay quanh trục hoành  $Ox$  bằng



- (A)  $V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$ .  
 (B)  $V = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$ .  
 (C)  $V = \pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$ .  
 (D)  $V = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx$ .

**Câu 186.**

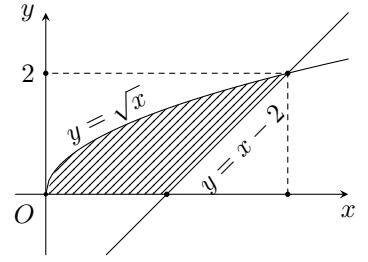
Nêu công thức tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần tô đậm của hình vẽ) xung quanh trục hoành  $Ox$ .



- (A)  $V = \pi \int_0^1 (2 - x) dx + \pi \int_1^2 x^2 dx$ .  
 (B)  $V = \pi \int_0^2 (2 - x) dx$ .  
 (C)  $V = \pi \int_0^2 x^2 dx + \pi \int_2^4 (2 - x) dx$ .  
 (D)  $V = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2 - x) dx$ .

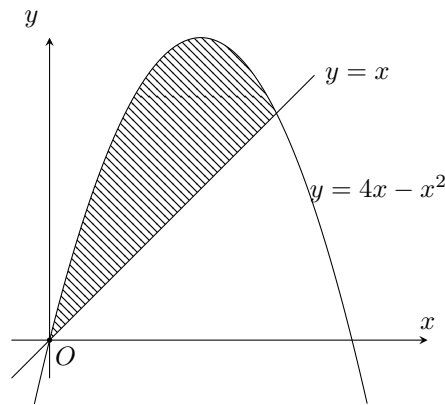
**Câu 187.**

Nêu công thức tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành  $Ox$ .



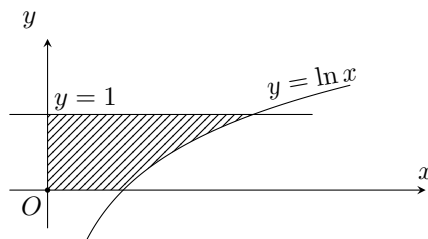
- (A)  $V = \pi \left[ \int_0^4 x \, dx + \int_2^4 (x-2)^2 \, dx \right]$  .  
 (B)  $V = \pi \left[ \int_0^4 x \, dx - \int_2^4 (x-2)^2 \, dx \right]$  .  
 (C)  $V = \pi \left[ \int_0^2 x \, dx + \int_2^4 (x-2)^2 \, dx \right]$  .  
 (D)  $V = \pi \left[ \int_0^2 \sqrt{x} \, dx - \int_2^4 (x-2) \, dx \right]$  .

**Câu 188.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục  $Ox$  bằng



- (A)  $\frac{81\pi}{10}$  .      (B)  $\frac{81\pi}{5}$  .      (C)  $\frac{108\pi}{5}$  .      (D)  $50\pi$  .

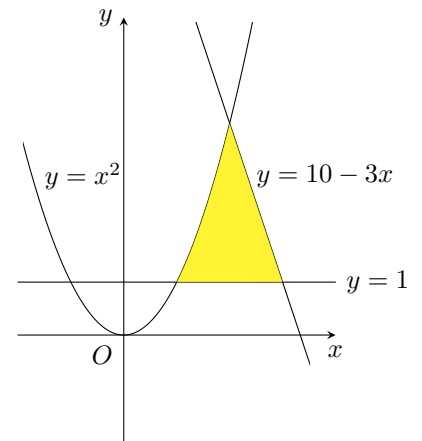
**Câu 189.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục  $Ox$  bằng



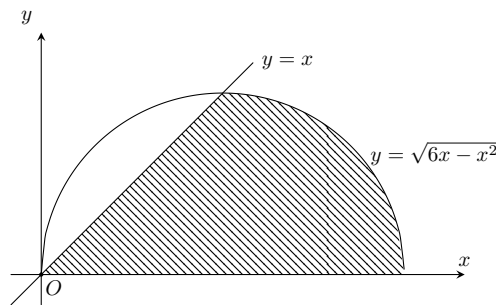
- (A)  $2\pi$  .      (B)  $e\pi$  .      (C)  $(e+1)\pi$  .      (D)  $\pi$  .

**Câu 190.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần tô màu của hình vẽ) xung quanh trục hoành bằng

- A  $\frac{56\pi}{5}$ .     
 B  $60\pi$ .     
 C  $\frac{8\pi}{5}$ .     
 D  $\frac{16\pi}{15}$ .



**Câu 191.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục  $Ox$  bằng

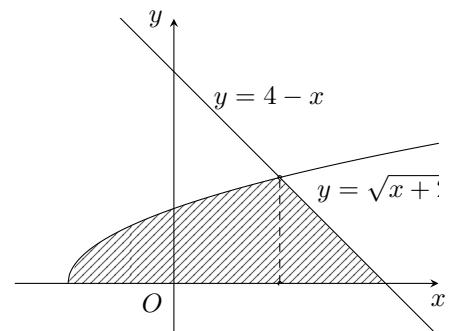


- A  $24\pi$ .     
 B  $27\pi$ .     
 C  $25\pi$ .     
 D  $26\pi$ .

**Câu 192.**

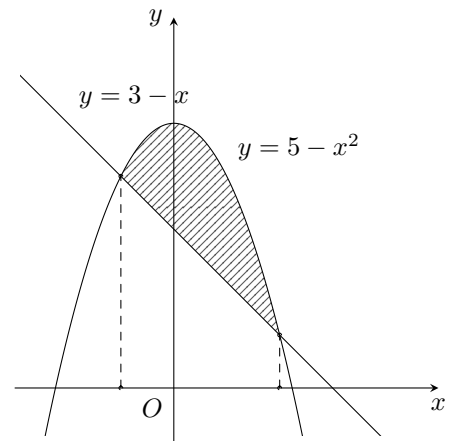
Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành bằng

- A  $\frac{31\pi}{3}$ .     
 B  $11\pi$ .     
 C  $\frac{32\pi}{3}$ .     
 D  $\frac{34\pi}{3}$ .



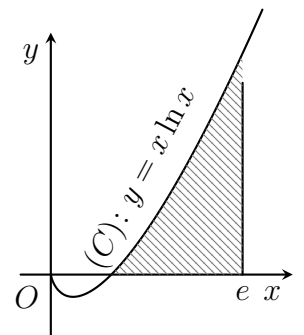
**Câu 193.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành bằng

- (A)  $\frac{12\pi}{5}$ .      (B)  $\frac{53\pi}{15}$ .      (C)  $\frac{153\pi}{5}$ .      (D)  $\frac{31\pi}{13}$ .



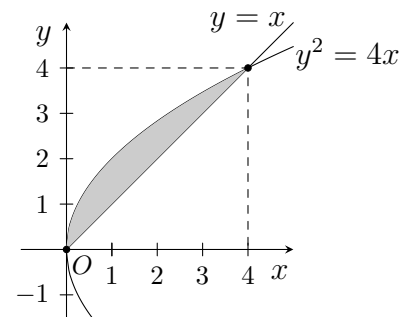
**Câu 194.** Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục  $Ox$  là

- (A)  $\pi \int_1^e [(x \cdot \ln x)^2 - e^2] dx$ .      (B)  $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x) dx$ .  
 (C)  $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x - e) dx$ .      (D)  $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x)^2 dx$ .



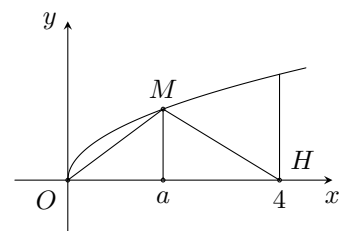
**Câu 195.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2 = 4x$  và  $y = x$  (với  $0 \leq x \leq 4$ ) được minh họa bằng hình vẽ bên (phần tô đậm). Cho  $(H)$  quay quanh trục  $Ox$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- (A)  $11\pi$ .      (B)  $\frac{32}{3}\pi$ .      (C)  $\frac{15}{7}\pi$ .      (D)  $10\pi$ .



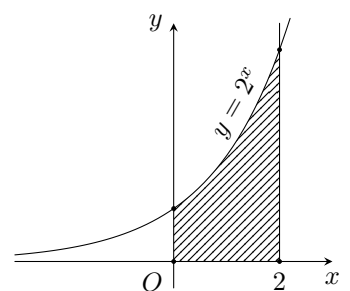
**Câu 196.** Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$  và  $x = 4$  quanh trục  $Ox$ . Đường thẳng  $x = a$ , ( $0 < a < 4$ ) cắt đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại  $M$  (hình vẽ bên). Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $\triangle OMH$  quanh trục  $Ox$ . Biết  $V = 2V_1$ . Tính  $a$ .

- (A)  $a = \frac{5}{2}$ .      (B)  $a = 3$ .      (C)  $a = 2\sqrt{2}$ .      (D)  $a = 2$ .



**Câu 197.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành  $Ox$  bằng

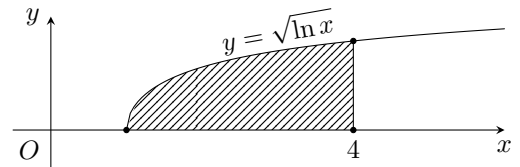
- (A)  $\frac{15\pi}{\ln 4}$ .      (B)  $\frac{8\pi}{\ln 2}$ .      (C)  $\frac{15\pi}{\ln 2}$ .      (D)  $\frac{17\pi}{\ln 4}$ .





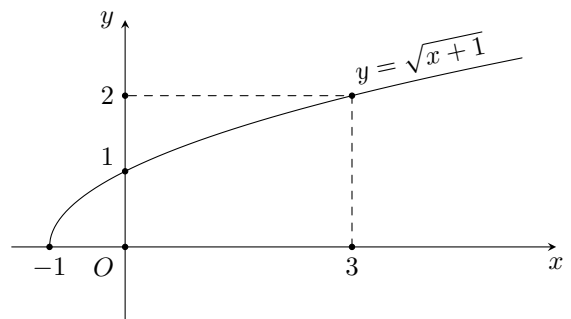
**Câu 198.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành  $Ox$  bằng

- A  $4\pi \ln 4 - 3$ .                       B  $\pi (4 \ln 2 - 3)$ .  
 C  $4\pi \ln 2 - 3\pi$ .                       D  $\pi (4 \ln 4 - 3)$ .



**Câu 199.** Một Bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x+1}$  (đồ thị như hình vẽ bên cạnh) và trục  $Ox$  quay quanh trục  $Ox$ . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Thể tích của lọ (đơn vị  $\text{dm}^3$ ) đã cho bằng

- A  $8\pi$ .                       B  $\frac{15\pi}{2}$ .                       C  $7\pi$ .                       D  $\frac{17\pi}{2}$ .



# Chương 4

## SỐ PHỨC

Trong các số phức  $(1+i)^4, (1+i)^6, (1+i)^9, (1+i)^{10}$  số phức nào là số thực?

- A**  $(1+i)^9$ .      **B**  $(1+i)^6$ .      **C**  $(1+i)^{10}$ .      **D**  $(1+i)^4$ .

**Câu 2.** Cho số phức  $z = a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn điều kiện  $(1+i)z + 2\bar{z} = 4-3i$ . Tính  $P = a+b$ .

- A**  $P = 3$ .      **B**  $P = 10$ .      **C**  $P = 7$ .      **D**  $P = 5$ .

**Câu 3.** Cho phương trình  $6x^4 + 19x^2 + 15 = 0$ . Gọi  $z_1, z_2, z_3$  và  $z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình đã cho. Tính  $T = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4}$ .

- A**  $T = -2\sqrt{2}$ .      **B**  $T = 2\sqrt{2}$ .      **C**  $T = -2$ .      **D**  $T = 0$ .

**Câu 4.** Cho số phức  $z = a + (a-5)i$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Tìm  $a$  để điểm biểu diễn của số phức nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư

- A**  $a = -\frac{1}{2}$ .      **B**  $a = \frac{5}{2}$ .      **C**  $a = 0$ .      **D**  $a = \frac{3}{2}$ .

**Câu 5.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$  có tọa độ là

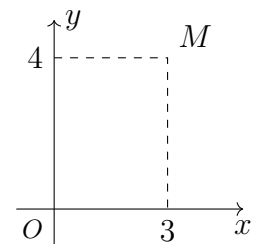
- A**  $(-1; -4)$ .      **B**  $(1; 4)$ .      **C**  $(1; -4)$ .      **D**  $(-1; 4)$ .

**Câu 6.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + 3z + 3 = 0$  trên tập  $\mathbb{C}$ . Tính  $T = |z_1| + |z_2|$ .

- A**  $2\sqrt{3}$ .      **B**  $2\sqrt{5}$ .      **C**  $6$ .      **D**  $3\sqrt{2}$ .

**Câu 7.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $z$ .

- A** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.      **B** Phần thực là 3 và phần ảo là  $4i$ .  
**C** Phần thực là 3 và phần ảo là 4.      **D** Phần thực là 4 và phần ảo là  $3i$ .



**Câu 8.** Trên tập hợp số phức tập nghiệm của phương trình  $z^4 + 4z^2 + 3 = 0$  là

- A**  $\{-i; i; -\sqrt{3}i; \sqrt{3}i\}$ .      **B**  $\emptyset$ .      **C**  $\{-1; -3\}$ .      **D**  $\{-i; i; -3i; 3i\}$ .

**Câu 9.** Cho hai số phức  $z_1 = 2+i$  và  $z_2 = 2-i$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $z_1 - z_2$  có tọa độ là

- A**  $(2; 0)$ .      **B**  $(0; 2)$ .      **C**  $(-2; 0)$ .      **D**  $(0; -2)$ .

**Câu 10.** Cho số phức  $z$  có  $|z| = 5$ . Khi đó, quỹ tích các điểm biểu diễn số phức  $w = (3-4i)z + 2 + 3i$  là

- A** đường tròn bán kính  $r = 5$ .      **B** đường tròn bán kính  $r = 25$ .  
**C** đường elip.      **D** đường thẳng.

**Câu 11.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0$ .

- A**  $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$ .      **B**  $z = 4 - 3i$ .      **C**  $z = 4 + 3i$ .      **D**  $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$ .

**Câu 12.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(z + 1)(2 - 2i)$  là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  là một đường tròn có diện tích bằng

- A**  $5\pi$ .      **B**  $\frac{5\pi}{4}$ .      **C**  $\frac{5\pi}{2}$ .      **D**  $25\pi$ .

**Câu 13.** Gọi  $M$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$  trong mặt phẳng tọa độ,  $N$  là điểm đối xứng của  $M$  qua  $Oy$  ( $M, N$  không thuộc các trục tọa độ). Số phức  $\omega$  có điểm biểu diễn lên mặt phẳng tọa độ là  $N$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A**  $\omega = -z$ .      **B**  $\omega = -\bar{z}$ .      **C**  $\omega = \bar{z}$ .      **D**  $|\omega| > |z|$ .

**Câu 14.** Cho hai số phức  $z$  và  $z'$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A**  $|z + z'| = |z| + |z'|$ .      **B**  $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$ .      **C**  $\bar{z} \cdot \bar{z}' = \overline{z \cdot z'}$ .      **D**  $\bar{z} + \bar{z}' = \overline{z + z'}$ .

**Câu 15.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b$  là số thực) thỏa mãn  $z + |z| - \bar{z} = 5 - 8i$ . Giá trị của biểu thức  $a^2 + b$  bằng

- A**  $-1$ .      **B**  $5$ .      **C**  $-7$ .      **D**  $12$ .

**Câu 16.** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{1}{2 - 3i}$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  có tọa độ là

- A**  $(3; -3)$ .      **B**  $(\frac{2}{13}; \frac{3}{13})$ .      **C**  $(3; -2)$ .      **D**  $(2; -3)$ .

**Câu 17.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 3i$  và  $z_2 = 3 - 4i$ . Mô-đun của số phức  $\frac{z_1}{z_2}$  bằng

- A**  $\frac{\sqrt{5}}{10}$ .      **B**  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ .      **C**  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .      **D**  $\frac{2}{5}$ .

**Câu 18.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Tính mô-đun của số phức  $\bar{z}$ .

- A**  $3$ .      **B**  $1$ .      **C**  $9$ .      **D**  $\sqrt{41}$ .

**Câu 19.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i$  và  $z_2 = 2 - 3i$ . Phần ảo của số phức  $w = 3z_1 - 2z_2$  là

- A**  $12$ .      **B**  $1$ .      **C**  $11$ .      **D**  $12i$ .

**Câu 20.** Tìm các số thực  $b, c$  để phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  nhận  $z = 1 + i$  làm một nghiệm.

- A**  $b = 2, c = -2$ .      **B**  $b = 2, c = 2$ .      **C**  $b = -2, c = 2$ .      **D**  $b = -2, c = -2$ .

**Câu 21.** Cho 2 số phức  $z_1 = 1 + i, z_2 = 2 - mi$  với  $m \in \mathbb{R}$ . Tìm  $m$  để  $z_1 \cdot z_2$  là một số thuần ảo.

- A**  $m = -2$ .      **B**  $m = 2$ .      **C**  $m = -1$ .      **D**  $m = 1$ .

**Câu 22.** Gọi  $z_1$  là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $z^2 + 6z + 13 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  biểu diễn số phức  $w = (i + 1)z_1$ .

- A**  $M(-5; -1)$ .      **B**  $M(5; 1)$ .      **C**  $M(-1; -5)$ .      **D**  $M(1; 5)$ .

**Câu 23.** Hỏi có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - i| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo?

- A**  $1$ .      **B**  $2$ .      **C**  $3$ .      **D**  $4$ .

**Câu 24.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + 2i)z = 5(1 + i)^2$ . Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức  $w = \bar{z} + iz$  bằng

- A**  $2$ .      **B**  $4$ .      **C**  $6$ .      **D**  $8$ .

**Câu 25.** Trên tập số phức, phương trình  $2z^2 + z + 10 = 0$  có hai nghiệm thực được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt bằng hai điểm  $A, B$ . Độ dài  $AB$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ .                      (B)  $\frac{\sqrt{79}}{4}$ .                      (C)  $2\sqrt{5}$ .                      (D)  $\frac{\sqrt{79}}{2}$ .

**Câu 26.** Số phức  $z = 1 + i + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{20}$  bằng

- (A)  $1025 - 1025i$ .                      (B)  $-1025 - 1025i$ .                      (C)  $-1025 + 1025i$ .                      (D)  $1025 + 1025i$ .

**Câu 27.** Số phức nào dưới đây thỏa mãn phương trình  $(1 - 2i)z = 3z - 2i$ ?

- (A)  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ .                      (B)  $z = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ .                      (C)  $z = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ .                      (D)  $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ .

**Câu 28.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là nghiệm của phương trình:  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $P = |z_1| + |z_2|$ .

- (A)  $2\sqrt{5}$ .                      (B) 10.                      (C) 3.                      (D) 6.

**Câu 29.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 - 3i)z + 6 = 5i - 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $\bar{z} = \frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$ .                      (B)  $\bar{z} = \frac{29}{13} - \frac{11}{13}i$ .                      (C)  $\bar{z} = -\frac{29}{13} - \frac{11}{13}i$ .                      (D)  $\bar{z} = -\frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$ .

**Câu 30.** Cho hai số phức  $z$  và  $w$  khác 0 thỏa mãn  $z + w \neq 0$  và  $\frac{1}{z} + \frac{3}{w} = \frac{6}{z + w}$ . Khi đó  $\left| \frac{z}{w} \right|$  bằng

- (A)  $\sqrt{3}$ .                      (B) 3.                      (C)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      (D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 31.** Gọi  $z_1, z_2, z_3$  là nghiệm của phương trình  $iz^3 - 2z^2 + (1 - i)z + i = 0$ . Biết  $z_1$  là số thuần ảo. Đặt  $P = |z_2 - z_3|$ , hãy chọn khẳng định đúng?

- (A)  $4 < P < 5$ .                      (B)  $2 < P < 3$ .                      (C)  $3 < P < 4$ .                      (D)  $1 < P < 2$ .

**Câu 32.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $z = i(5 + 3i)$  có tọa độ là

- (A) (3; 5).                      (B) (5; 3).                      (C) (5; -3).                      (D) (-3; 5).

**Câu 33.** Gọi  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Mô-đun của số phức  $z_0 + i$  bằng

- (A)  $\sqrt{10}$ .                      (B)  $\sqrt{2}$ .                      (C) 2.                      (D) 10.

**Câu 34.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $4z^2 - 4z + 3 = 0$ . Giá trị của  $|z_1| + |z_2|$  bằng

- (A)  $3\sqrt{2}$ .                      (B)  $2\sqrt{3}$ .                      (C) 3.                      (D)  $\sqrt{3}$ .

**Câu 35.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 4z + 7 = 0$ . Giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

- (A) 10.                      (B) 8.                      (C) 16.                      (D) 2.

**Câu 36.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 4z + 5 = 0$ . Giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

- (A) 6.                      (B) 8.                      (C) 16.                      (D) 26.

**Câu 37.** Kí hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 4 = 0$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  trên mặt tọa độ. Tính  $OM + ON$  với  $O$  là gốc tọa độ.

- (A)  $\sqrt{2}$ .                      (B) 2.                      (C) 4.                      (D) 8.

**Câu 38.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 8 = 0$ , trong đó  $z_1$  có phần ảo dương. Số phức  $w = (2z_1 + z_2)\bar{z}_1$  là

- (A)  $12 + 6i$ .                      (B)  $10 + 2i\sqrt{7}$ .                      (C)  $10 + 2i$ .                      (D)  $12 - 6i$ .

**Câu 39.** Kí hiệu  $z_0$  là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình  $z^2 + 2z + 5 = 0$ . Hỏi điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức  $w = \bar{z}_0 \cdot i^3$ ?

- (A)  $M_2(2; -1)$ .                      (B)  $M_1(-1; 2)$ .                      (C)  $M_4(-2; -1)$ .                      (D)  $M_3(2; 1)$ .

**Câu 40.** Kí hiệu  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $4z^2 - 16z + 17 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $w = iz_0$ ?

- (A)  $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ .      (B)  $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ .      (C)  $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$ .      (D)  $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ .

**Câu 41.** Gọi  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 - 6z + 13 = 0$ . Hãy tìm số phức  $w = z_0 + \frac{6}{z_0 + i}$ .

- (A)  $w = \frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$ .      (B)  $w = -\frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$ .      (C)  $w = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$ .      (D)  $w = -\frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$ .

**Câu 42.** Kí hiệu  $z_1, z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 10z + 29 = 0$  với  $z_1$  có phần ảo âm. Số phức liên hợp của số phức  $z_1^2 - z_2^2 + 1$  là

- (A)  $1 + 40i$ .      (B)  $40 - i$ .      (C)  $1 - 10i$ .      (D)  $1 - 40i$ .

**Câu 43.** Gọi  $z_1, z_2$  nghiệm phức phương trình  $2z^2 - 3z + 2 = 0$ . Giá trị của  $\sqrt{z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2}$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      (B)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$ .      (C)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 44.** Gọi  $z_1, z_2$  là nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 5 = 0$ , trong đó  $z_1$  có phần ảo âm. Số phức  $z_1 + 2z_2$  là

- (A)  $-3 + 2i$ .      (B)  $-3 - 2i$ .      (C)  $3 - 2i$ .      (D)  $3 + 2i$ .

**Câu 45.** Nếu phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  ( $b, c \in \mathbb{R}$ ) có một nghiệm phức là  $z_1 = 1 + 2i$  thì  $b + c$  bằng

- (A) 0.      (B) 3.      (C) 2.      (D) 7.

**Câu 46.** Biết rằng phương trình  $z^2 + az + b = 0$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) có một nghiệm là  $z = 1 - i$ . Mô-đun của số phức  $a + bi$  bằng

- (A)  $\sqrt{2}$ .      (B) 2.      (C)  $2\sqrt{2}$ .      (D) 3.

**Câu 47.** Kí hiệu  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình  $z^4 - z^2 - 12 = 0$ . Tính tổng  $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ .

- (A)  $T = 4$ .      (B)  $T = 2\sqrt{3}$ .      (C)  $T = 4 + 2\sqrt{3}$ .      (D)  $T = 2 + 2\sqrt{3}$ .

**Câu 48.** Xét phương trình  $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$  trong tập số phức  $\mathbb{C}$ . Gọi  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm của phương trình. Khi đó  $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$  bằng

- (A)  $3\sqrt{2}$ .      (B)  $5\sqrt{2}$ .      (C) 5.      (D)  $\sqrt{2}$ .

**Câu 49.** Gọi  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình  $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, gọi  $A, B, C, D$  lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm  $z_1, z_2, z_3, z_4$  đó. Giá trị của  $OA + OB + OC + OD$  bằng

- (A) 4.      (B)  $2 + \sqrt{2}$ .      (C)  $2\sqrt{2}$ .      (D)  $4 + 2\sqrt{2}$ .

**Câu 50.** Tìm tất cả các số thực  $x, y$  sao cho  $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$ .

- (A)  $x = \sqrt{2}, y = 2$ .      (B)  $x = -\sqrt{2}, y = 2$ .      (C)  $x = 0, y = 2$ .      (D)  $x = \sqrt{2}, y = -2$ .

**Câu 51.** Tìm hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn điều kiện  $(2x - 3yi) + 3 - i = 5x - 4i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- (A)  $x = -1; y = -1$ .      (B)  $x = -1; y = 1$ .      (C)  $x = 1; y = -1$ .      (D)  $x = 1; y = 1$ .

**Câu 52.** Cho  $2a + (b + i)i = 1 + 2i$  với  $a, b$  là các số thực. Tổng  $a + b$  bằng

- (A) 1.      (B) 1,5.      (C) 2.      (D) 3.

**Câu 53.** Cho số thực  $x, y$  thỏa  $2x + y + (2y - x)i = x - 2y + 3 + (y + 2x + 1)i$ . Khi đó  $2x + 3y$  bằng

- (A) 7.                      (B) 3.                      (C) 1.                      (D) 4.

**Câu 54.** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức  $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = -35 + 23i$ .

- (A)  $(x; y) = (-3; 4)$ .      (B)  $(x; y) = (3; 4)$ .      (C)  $(x; y) = (3; -4)$ .      (D)  $(x; y) = (-3; -4)$ .

**Câu 55.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z + (1 - 2i)\bar{z} = 2 - 4i$ . Mô-đun của số phức  $z$  bằng

- (A) 3.                      (B)  $\sqrt{5}$ .                      (C) 5.                      (D)  $\sqrt{3}$ .

**Câu 56.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$ . Giá trị của  $a + b$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ .                      (B) 1.                      (C)  $-\frac{1}{2}$ .                      (D) -1.

**Câu 57.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $z(2i - 3) - 8i\bar{z} = -16 - 15i$ . Khi đó  $a - 3b$  bằng

- (A) 4.                      (B) 6.                      (C) 5.                      (D) -1.

**Câu 58.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 4 - 3i$ . Mô-đun của  $z$  bằng

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) -1.

**Câu 59.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $(1 + i)z + (3 - i)\bar{z} = 2 - 6i$ . Mô-đun của  $z$  bằng

- (A)  $\sqrt{13}$ .                      (B)  $\sqrt{15}$ .                      (C)  $\sqrt{5}$ .                      (D)  $\sqrt{3}$ .

**Câu 60.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 5$  và  $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$ . Khi đó  $|z - 4 + 3i|$  bằng

- (A)  $\sqrt{73}$ .                      (B)  $\sqrt{10}$ .                      (C)  $2\sqrt{5}$ .                      (D)  $4\sqrt{5}$ .

**Câu 61.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z - 2i| = |z - 2 - 2i|$  và  $|z + 3| = 5$ . Tính  $|z|$ .

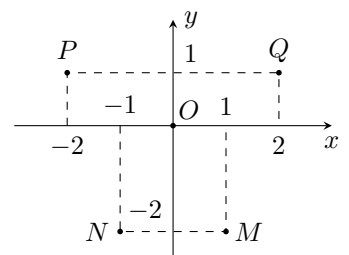
- (A)  $|z| = 17$ .                      (B)  $|z| = \sqrt{17}$ .                      (C)  $|z| = \sqrt{10}$ .                      (D)  $|z| = 10$ .

**Câu 62.** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i = |z|$ . Khi đó  $4x + y$  bằng

- (A) 4.                      (B) 2.                      (C) -2.                      (D) -4.

**Câu 63.** Cho số phức  $z$  thỏa  $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$ . Số phức  $w = \frac{5}{iz}$  có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm  $A, B, C, D$  ở hình vẽ?

- (A) Điểm  $N$ .      (B) Điểm  $Q$ .      (C) Điểm  $M$ .      (D) Điểm  $P$ .



**Câu 64.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa  $(1 + i)z + \bar{z}$  là số thuần ảo và  $|z - 2i| = 1$ ?

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 65.** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{Z}$ ) thỏa mãn  $(1 - 3i)z$  là số thực và  $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$ . Giá trị của  $x + y$  bằng

- (A) 9.                      (B) 8.                      (C) 6.                      (D) 7.

**Câu 66.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa  $(1 + 2i)z$  là số thuần ảo và  $|2z - \bar{z}| = \sqrt{13}$ ?

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 67.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - i| = \sqrt{2}$  và  $(z - 1)(\bar{z} + i)$  là số thực.

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 68.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2 + i| = 2$  và số phức  $\bar{z} - i$  là một số thực?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Câu 69.** Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $z$  thỏa  $|z + 2| = |i - z|$  trong mặt phẳng  $Oxy$  là đường thẳng có phương trình là

- (A)  $2x + 4y + 13 = 0$ . (B)  $4x + 2y + 3 = 0$ . (C)  $4x - 2y + 3 = 0$ . (D)  $2x - 4y + 13 = 0$ .

**Câu 70.** Giả sử  $z = x + yi$  với  $x, y \in \mathbb{R}$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - i| = |z + 2i|$  là đường thẳng có phương trình

- (A)  $x - y + 1 = 0$ . (B)  $x + y + 1 = 0$ . (C)  $x - 3y + 2 = 0$ . (D)  $x + 3y + 1 = 0$ .

**Câu 71.** Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $z$  thỏa  $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$  là đường thẳng có phương trình là

- (A)  $4x - 2y + 1 = 0$ . (B)  $4x - 6y - 1 = 0$ . (C)  $4x + 2y - 1 = 0$ . (D)  $4x - 2y - 1 = 0$ .

**Câu 72.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa  $(z - i)(2 + i)$  là một số thuần ảo.

- (A) Đường tròn  $x^2 + y^2 = 2$ . (B) Đường thẳng  $x + 2y - 2 = 0$ .  
(C) Đường thẳng  $2x - y + 1 = 0$ . (D) Đường parabol  $2x = y^2$ .

**Câu 73.** Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 - z)(i + \bar{z})$  là số thực là đường thẳng có phương trình

- (A)  $x + y - 2 = 0$ . (B)  $x - y + 2 = 0$ . (C)  $2 - 2y + 2 = 0$ . (D)  $x + 2y - 2 = 0$ .

**Câu 74.** Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(z - i)(2 + i)$  là một số thuần ảo.

- (A) Đường tròn  $x^2 + y^2 = 2$ . (B) Đường thẳng  $x + 2y - 2 = 0$ .  
(C) Đường thẳng  $2x - y + 1 = 0$ . (D) Đường parabol  $2x = y^2$ .

**Câu 75.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - i| = |z - 1 + 2i|$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = (2 - i)z + 1$  trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

- (A)  $x - 7y - 9 = 0$ . (B)  $x + 7y - 9 = 0$ . (C)  $x + 7y + 9 = 0$ . (D)  $x - 7y + 9 = 0$ .

**Câu 76.** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 1 + i| = |z - 2i|$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = iz + 1$  là đường thẳng có dạng

- (A)  $3x + y - 2 = 0$ . (B)  $3x + y + 2 = 0$ . (C)  $3x - y - 2 = 0$ . (D)  $3x - y + 2 = 0$ .

**Câu 77.** Cho số phức  $z = x + yi$  với  $x, y \in \mathbb{R}$  thỏa  $|z - 2i| = |z + 1|$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = (1 + i)z$  là đường thẳng có phương trình

- (A)  $x - y + 3 = 0$ . (B)  $x - 3y + 3 = 0$ . (C)  $x + y + 3 = 0$ . (D)  $x - 3y - 3 = 0$ .

**Câu 78.** Tập hợp biểu diễn số phức  $z$  thỏa  $z \cdot \bar{z} = 4$  là đường tròn có bán kính  $R$  bằng

- (A) 2. (B) 6. (C) 4. (D) 8.

**Câu 79.** Tập hợp các điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|\bar{z} - 3 + 2i| = 5$  là một đường tròn có tâm  $I$  và bán kính  $R$ . Tìm tâm  $I$  và  $R$ .

- (A)  $I(-3; -2), R = 5$ . (B)  $I(3; -2), R = 5$ . (C)  $I(3; 2), R = 5$ . (D)  $I(-3; 2), R = 5$ .

**Câu 80.** Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 3 + 5i| = 4$  là một đường tròn. Tính chu vi  $p$  của đường tròn đó.

- (A)  $p = 4\pi$ . (B)  $p = 2\pi$ . (C)  $p = 8\pi$ . (D)  $p = 16\pi$ .

**Câu 81.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|(1 + i)z - 5 + i| = 2$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là một đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

- (A)  $I(2; -3), R = 2$ . (B)  $I(-2; 3), R = 2$ . (C)  $I(-2; 3), R = \sqrt{2}$ . (D)  $I(2; -3), R = \sqrt{2}$ .



**Câu 82.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|zi - (2 + i)| = 2$ . Tập hợp biểu diễn số phức  $z$  là một đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

- (A)  $I(1; -2), R = 4$ .      (B)  $I(1; -2), R = 2$ .      (C)  $I(1; 2), R = 2$ .      (D)  $I(1; 2), R = 4$ .

**Câu 83.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z - i| = |(1 + i)z|$ . Tập hợp biểu diễn số phức  $z$  là một đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

- (A)  $I(0; 1), R = \sqrt{2}$ .      (B)  $I(0; -1), R = \sqrt{2}$ .      (C)  $I(0; 1), R = 2$ .      (D)  $I(0; -1), R = 2$ .

**Câu 84.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$  là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là một đường tròn có bán kính bằng

- (A) 2.      (B)  $2\sqrt{2}$ .      (C) 4.      (D)  $\sqrt{2}$ .

**Câu 85.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$  là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là một đường tròn có bán kính bằng

- (A)  $\frac{9}{2}$ .      (B)  $3\sqrt{2}$ .      (C) 3.      (D)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 86.** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 12$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $w = (8 - 6i)z + 2i$  là một đường tròn. Tính bán kính  $r$  của đường tròn đó.

- (A)  $r = 122$ .      (B)  $r = 120$ .      (C)  $r = 24\sqrt{7}$ .      (D) 12.

**Câu 87.** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 4$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $w = (3 + 4i)z + i$  là một đường tròn. Tìm bán kính  $R$  của đường tròn đó.

- (A)  $R = 4$ .      (B)  $R = 5$ .      (C)  $R = 20$ .      (D)  $R = 22$ .

**Câu 88.** Cho các số phức  $z$  thỏa  $|z| = 2\sqrt{5}$ . Biết trong mặt phẳng tọa độ các điểm biểu diễn của số phức  $w = i + (2 - i)z$  cùng thuộc một đường tròn cố định có bán kính là

- (A)  $r = \sqrt{5}$ .      (B)  $r = 10$ .      (C)  $r = 20$ .      (D)  $r = 2\sqrt{5}$ .

**Câu 89.** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - i| = 5$ . Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w = iz + 1 - i$  là đường tròn có bán kính bằng

- (A) 22.      (B) 4.      (C) 20.      (D) 5.

**Câu 90.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 1| = 2$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $w = (1 + i\sqrt{8})z + i$  là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng

- (A) 9.      (B) 36.      (C) 6.      (D) 3.

**Câu 91.** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 + 2i| = 2$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = 3 - 2i + (2 - i)z$  là một đường tròn. Tính bán kính  $R$  của đường tròn đó.

- (A)  $R = 20$ .      (B)  $R = \sqrt{7}$ .      (C)  $R = 2\sqrt{5}$ .      (D)  $R = 7$ .

**Câu 92.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = m^2 + 2m + 5$  với  $m$  là số thực. Biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức  $w = (3 + 4i)z - 2i$  là đường tròn. Tìm bán kính  $R$  nhỏ nhất của đường tròn đó.

- (A)  $R = 5$ .      (B)  $R = 10$ .      (C)  $R = 15$ .      (D)  $R = 20$ .

**Câu 93.** Cho số phức  $z = m + 3 + (m^2 - 4)i$ , với  $m \in \mathbb{R}$ . Gọi  $(C)$  là tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành bằng

- (A)  $\frac{4}{3}$ .      (B)  $\frac{32}{3}$ .      (C)  $\frac{8}{3}$ .      (D) 1.

**Câu 94.** Cho số phức  $z = m - 2 + (m^2 - 1)i$  với  $m \in \mathbb{R}$ . Gọi  $(C)$  là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức  $z$  trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành bằng

- (A)  $\frac{4}{3}$ .      (B)  $\frac{32}{3}$ .      (C)  $\frac{8}{3}$ .      (D) 1.



# Chương 5

## CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN - TỔ HỢP - XÁC SUẤT

### Bài 1

### CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

**Câu 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 3$ . Số hạng thứ 5 của  $(u_n)$  bằng

- (A) 14.                      (B) 10.                      (C) 162.                      (D) 30.

**Câu 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và  $u_3 = 4$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- (A) 6.                      (B) 3.                      (C) 2.                      (D)  $-2$ .

**Câu 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{15}$  bằng

- (A) 27.                      (B) 31.                      (C) 35.                      (D) 29.

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_{10} = 21$ . Khi đó  $u_4$  bằng

- (A) 9.                      (B) 3.                      (C) 18.                      (D) 10.

**Câu 5.** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{3}$  và  $u_8 = 26$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho bằng

- (A)  $\frac{11}{3}$ .                      (B)  $\frac{3}{11}$ .                      (C)  $\frac{10}{3}$ .                      (D)  $\frac{3}{10}$ .

**Câu 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ , khi đó công sai  $d$  bằng

- (A)  $-3$ .                      (B) 3.                      (C) 5.                      (D) 6.

**Câu 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_1 + u_6 = 17 \\ u_2 + u_4 = 14 \end{cases}$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho bằng

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.

**Câu 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- (A) 15.                      (B) 20.                      (C) 35.                      (D) 36.

**Câu 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và công sai  $d = 2$ . Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

- (A) 100.                      (B) 50.                      (C) 44.                      (D) 75.

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15$ ,  $u_{20} = 60$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này bằng?

- (A) 150.                      (B) 250.                      (C)  $-125$ .                      (D)  $-200$ .

**Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$  và  $d = -5$ . Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- (A) 24350.                      (B) -24350.                      (C) -24600.                      (D) 24600.

**Câu 12.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa  $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$ . Tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

- (A) 100.                      (B) 200.                      (C) 300.                      (D) 400.

**Câu 13.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 4$ . Biết tổng  $n$  số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  là  $S_n = 253$ . Khi đó  $n$  bằng

- (A) 9.                      (B) 11.                      (C) 12.                      (D) 10.

**Câu 14.** Cho các số 1; 3;  $x$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Giá trị của  $x$  bằng

- (A) 1.                      (B) 3.                      (C) 5.                      (D) 9.

**Câu 15.** Xác định số thực  $x$  để dãy số  $\log 2, \log 7; \log x$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- (A)  $x = \frac{7}{2}$ .                      (B)  $x = \frac{2}{49}$ .                      (C)  $x = \frac{2}{7}$ .                      (D)  $x = \frac{49}{2}$ .

**Câu 16.** Biết bốn số 5,  $x, 15, y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $3x + 2y$  bằng

- (A) 50.                      (B) 70.                      (C) 30.                      (D) 80.

**Câu 17.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- (A) 3.                      (B) -4.                      (C) 4.                      (D) -3.

**Câu 18.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_2 = 2$  và  $u_4 = 18$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- (A)  $\pm 3$ .                      (B) 9.                      (C) 16.                      (D)  $\pm 2$ .

**Câu 19.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$ , công bội  $q = -\frac{1}{2}$ . Số hạng  $u_3$  bằng

- (A)  $\frac{3}{2}$ .                      (B)  $-\frac{3}{8}$ .                      (C) 2.                      (D)  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 20.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_1 = 1$  và  $u_4 = 64$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho bằng

- (A) 21.                      (B)  $\pm 4$ .                      (C) 4.                      (D)  $2\sqrt{2}$ .

**Câu 21.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_3 = 8, u_5 = 32$  và công bội  $q > 0$ . Số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó bằng

- (A) 1024.                      (B)  $\sqrt{33}$ .                      (C) 512.                      (D) -512.

**Câu 22.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = -4$ . Số hạng thứ 5 của cấp số nhân bằng

- (A) -16.                      (B) 32.                      (C) -32.                      (D) 16.

**Câu 23.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_5 = 33 \\ u_2 + u_6 = 66 \end{cases}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân.

- (A)  $u_1 = 2, q = 2$ .                      (B)  $u_1 = \frac{33}{17}, q = 2$ .                      (C)  $u_1 = \frac{33}{17}, p = 2$ .                      (D)  $u_1 = 3, q = 2$ .

**Câu 24.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân.

- (A)  $u_1 = 2, q = -3$ .                      (B)  $u_1 = 2, q = 3$ .                      (C)  $u_1 = -2, q = 3$ .                      (D)  $u_1 = -2, q = -3$ .

**Câu 25.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- (A)  $S_{10} = -511$ .      (B)  $S_{10} = -1025$ .      (C)  $S_{10} = 1025$ .      (D)  $S_{10} = 1023$ .

**Câu 26.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -6$  và  $q = -2$ . Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm  $n$ .

- (A)  $n = 9$ .      (B)  $n = 10$ .      (C)  $n = 11$ .      (D)  $n = 12$ .

**Câu 27.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Biết rằng tổng của  $n$  số hạng đầu tiên bằng 765, khi đó  $n$  bằng.

- (A) 6.      (B) 7.      (C) 8.      (D) 9.

**Câu 28.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa  $u_1 = 1, q = 2$ . Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- (A) 11.      (B) 9.      (C) 8.      (D) 10.

**Câu 29.** Cho cấp số nhân  $(v_n)$  có  $v_1 = -3$  công bội  $q = -2$ . Số  $-192$  là số hạng thứ bao nhiêu ?

- (A) 5.      (B) 6.      (C) 7.      (D) 8.

**Câu 30.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và  $q = 2$ . Số 12288 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân đã cho?

- (A) 12.      (B) 13.      (C) 14.      (D) 11.

**Câu 31.** Tổng tất cả các giá trị của  $x$  để ba số  $2x - 1; x; 2x + 1$  theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân bằng

- (A) 0.      (B) 12.      (C) 5.      (D) 6.

**Câu 32.** Tổng các giá trị thực của  $x$  để ba số  $1 + x, 9 + x, 33 + x$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân bằng

- (A) 4.      (B) 3.      (C) 7.      (D) 10.

**Câu 33.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$ . Khi đó  $u_1 + q$  bằng

- (A) 6.      (B) 8.      (C) 11.      (D) 12.

**Câu 34.** Cho ba số  $x, 5, 2y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số  $x, 4, 2y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì  $|x - 2y|$  bằng

- (A) 8.      (B) 9.      (C) 6.      (D) 10.

**Câu 35.** Cho ba số  $x, 5, 3y$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và ba số  $x, 3, 3y$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính  $|3y - x|$ .

- (A) 8.      (B) 6.      (C) 9.      (D) 10.

**Câu 36.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 44 \\ u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 1104 \end{cases}$ . Giá trị của  $u_2u_3 + u_3u_4 + u_4u_2$  là.

- (A) 216.      (B) 416.      (C) 614.      (D) 164.

**Câu 37.** Một tòa nhà hình tháp có 30 tầng và tổng cộng có 1890 phòng, càng lên cao thì số phòng càng giảm, biết rằng cứ 2 tầng liên tiếp thì hơn kém nhau 4 phòng. Quy ước rằng tầng trệt là tầng 1, tiếp theo lên là tầng số 2, 3, ... Hỏi tầng số 10 có bao nhiêu phòng?

- (A) 55 phòng.      (B) 50 phòng.      (C) 85 phòng.      (D) 30 phòng.

**Câu 1.** Số hoán vị của  $n$  phần tử bằng

- (A)  $n!$ .                      (B)  $2n$ .                      (C)  $n^2$ .                      (D)  $n^n$ .

**Câu 2.** Công thức tính số tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử là

- (A)  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .                      (B)  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ .                      (C)  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ .                      (D)  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

**Câu 3.** Kí hiệu  $A_n^k$  là số các chỉnh hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử ( $1 \leq k \leq n$ ). Mệnh đề nào đúng?

- (A)  $A_n^k = \frac{n!}{(n+k)!}$ .                      (B)  $A_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n+k)!}$ .                      (C)  $A_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ .                      (D)  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

**Câu 4.** Có  $n$  ( $n > 0$ ) phần tử lấy ra  $k$  ( $0 < k < n$ ) phần tử đem đi sắp xếp theo một thứ tự nào đó, mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là

- (A)  $C_n^k$ .                      (B)  $A_n^k$ .                      (C)  $A_n^k$ .                      (D)  $P_n$ .

**Câu 5.** Số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử là

- (A) 720.                      (B) 35.                      (C) 840.                      (D) 24.

**Câu 6.** Số chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

- (A) 10.                      (B) 120.                      (C) 20.                      (D) 7.

**Câu 7.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- (A)  $5^5$ .                      (B)  $5!$ .                      (C)  $4!$ .                      (D) 5.

**Câu 8.** Cho tập hợp  $M$  có 10 phần tử. Số cách chọn ra hai phần tử của  $M$  và sắp xếp thứ tự hai phần tử đó là

- (A)  $C_{10}^2$ .                      (B)  $A_{10}^2$ .                      (C)  $C_{10}^2 + 2!$ .                      (D)  $A_{10}^2 + 2!$ .

**Câu 9.** Cho  $A$  là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập  $A$  là

- (A) 170.                      (B) 160.                      (C) 190.                      (D) 360.

**Câu 10.** Số véc-tơ khác  $\vec{0}$  có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác  $ABCDEF$  là

- (A)  $P_6$ .                      (B)  $C_6^2$ .                      (C)  $A_6^2$ .                      (D) 36.

**Câu 11.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

- (A) 46656.                      (B) 4320.                      (C) 720.                      (D) 360.

**Câu 12.** Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- (A)  $A_{30}^3$ .                      (B)  $3^{30}$ .                      (C) 10.                      (D)  $C_{30}^3$ .

**Câu 13.** Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

- (A)  $A_{10}^2$ .                      (B)  $C_{10}^2$ .                      (C)  $A_{10}^8$ .                      (D)  $10^2$ .

**Câu 14.** Cho tập hợp  $X$  gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp  $X$  là

- (A)  $10!$ .                      (B)  $10^2$ .                      (C)  $2^{10}$ .                      (D)  $10^{10}$ .

**Câu 15.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- (A)  $2^3$ .                      (B)  $A_{34}^2$ .                      (C)  $34^2$ .                      (D)  $C_{34}^2$ .

**Câu 16.** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

- (A)  $10^3$ . (B)  $3 \times 10$ . (C)  $C_{10}^3$ . (D)  $A_{10}^3$ .

**Câu 17.** Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử?

- (A)  $3^{12}$ . (B)  $12^3$ . (C)  $A_{12}^3$ . (D)  $C_{12}^3$ .

**Câu 18.** Cho tập hợp  $A$  có 20 phần tử, số tập con có 2 phần tử của  $A$  là

- (A)  $2C_{20}^2$ . (B)  $2A_{20}^2$ . (C)  $C_{20}^2$ . (D)  $A_{20}^2$ .

**Câu 19.** Cho tập hợp  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ . Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp  $S$ ?

- (A) 360. (B) 120. (C) 15. (D) 20.

**Câu 20.** Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

- (A)  $C_{25}^5 + C_{16}^5$ . (B)  $C_{25}^5$ . (C)  $A_{41}^5$ . (D)  $C_{41}^5$ .

**Câu 21.** Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

- (A) 48. (B) 72. (C) 24. (D) 36.

**Câu 22.** Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

- (A)  $A^3$ . (B)  $C_7^3$ . (C) 7. (D)  $\frac{7!}{3!}$ .

**Câu 23.** Một hộp đựng 2 viên bi màu vàng và 3 viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra 2 viên bi trong hộp?

- (A) 10. (B) 20. (C) 5. (D) 6.

**Câu 24.** Từ tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ , có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau?

- (A)  $5!$ . (B)  $C_7^5$ . (C)  $A_7^5$ . (D)  $7^5$ .

**Câu 25.** Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

- (A)  $C_{38}^2$ . (B)  $A_{38}^2$ . (C)  $C_{20}^2 C_{18}^1$ . (D)  $C_{20}^1 C_{18}^1$ .

**Câu 26.** Một nhóm có 7 học sinh trong đó có 3 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các học sinh trên thành một hàng ngang sao cho các học sinh nữ đứng cạnh nhau?

- (A) 144. (B) 5040. (C) 576. (D) 1200.

**Câu 27.** Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

- (A) 336. (B) 56. (C) 168. (D) 84.

**Câu 28.** Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

- (A)  $A_{11}^5$ . (B)  $C_{11}^5$ . (C)  $A_{11}^2 \cdot 5!$ . (D)  $C_{10}^5$ .

**Câu 29.** Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

- (A) 1078. (B) 1414. (C) 1050. (D) 1386.

**Câu 30.** Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn  $A, B, C, D, E, F$  vào một ghế dài sao cho bạn  $A, F$  ngồi ở 2 đầu ghế?

- (A) 120. (B) 720. (C) 24. (D) 48.

**Câu 31.** Cho tập hợp  $S$  có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của  $S$  bằng

- (A)  $A_{10}^3$ . (B)  $C_{10}^3$ . (C) 30. (D)  $10^3$ .

**Câu 32.** Cần phân công 3 bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

- (A) 720. (B)  $10^3$ . (C) 120. (D) 210.

**Câu 33.** Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là

- (A)  $6 \cdot A_{10}^6$ . (B)  $C_{10}^6$ . (C)  $A_{10}^6$ . (D)  $10P_6$ .

**Câu 34.** Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam?

- (A)  $C_9^2 \cdot C_6^2$ . (B)  $C_6^2 + C_9^3$ . (C)  $A_8^2 \cdot A^3$ . (D)  $C_6^2 \cdot C_9^3$ .

**Câu 35.** Cho tập  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ . Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được tạo từ tập  $A$ ?

- (A)  $A_{10}^4$ . (B)  $9 \cdot C_9^4$ . (C)  $9 \cdot A_9^4$ . (D)  $C_{10}^4$ .

**Câu 36.** Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

- (A)  $C_6^2 + C_9^4$ . (B)  $C_6^2 C_{13}^4$ . (C)  $A_6^2 A_9^4$ . (D)  $C_6^2 C_9^4$ .

**Câu 37.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

- (A) 5!. (B)  $9^5$ . (C)  $C_9^5$ . (D)  $A_9^5$ .

**Câu 38.** Cho hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  song song với nhau. Trên  $d_1$  lấy 5 điểm phân biệt, trên  $d_2$  lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ ?

- (A) 220. (B) 175. (C) 1320. (D) 7350.

**Câu 39.** Cho hai đường thẳng song song. Trên đường thứ nhất có 10 điểm, trên đường thứ hai có 15 điểm, có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm đã cho?

- (A) 1725. (B) 1050. (C) 675. (D) 1275.

**Câu 40.** Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam?

- (A) 245. (B) 3480. (C) 336. (D) 251.

**Câu 41.** Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

- (A)  $C_{40}^4 - C_{15}^4$ . (B)  $C_{25}^4$ . (C)  $C_{25}^1 C_{15}^3$ . (D)  $C_{40}^4 + C_{15}^4$ .

**Câu 42.** Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

- (A) 170. (B) 190. (C) 360. (D) 380.

## Bài 3

## XÁC SUẤT

**Câu 43.** Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để chọn ra 2 quả cầu cùng màu bằng

- (A)  $\frac{5}{22}$ . (B)  $\frac{6}{11}$ . (C)  $\frac{5}{11}$ . (D)  $\frac{8}{11}$ .

**Câu 44.** Trong hộp có 10 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp đó. Xác suất sao cho 2 viên bi lấy ra khác màu bằng

**A**  $\frac{21}{136}$ .

**B**  $\frac{35}{68}$ .

**C**  $\frac{3}{10}$ .

**D**  $\frac{21}{40}$ .

**Câu 45.** Cho một hộp đựng 12 viên bi, trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Xác suất để 3 bi được lấy có ít nhất 2 viên bi màu đỏ bằng

**A**  $\frac{7}{11}$ .

**B**  $\frac{8}{11}$ .

**C**  $\frac{6}{11}$ .

**D**  $\frac{5}{11}$ .

**Câu 46.** Một hộp chứa 16 viên bi trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 1 viên bi xanh bằng

**A**  $\frac{53}{80}$ .

**B**  $\frac{3}{14}$ .

**C**  $\frac{11}{14}$ .

**D**  $\frac{27}{80}$ .

**Câu 47.** Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 người. Xác suất sao cho 2 người được chọn có ít nhất 1 người nữ bằng

**A**  $\frac{12}{15}$ .

**B**  $\frac{7}{15}$ .

**C**  $\frac{2}{15}$ .

**D**  $\frac{8}{15}$ .

**Câu 48.** Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp có 15 nam và 10 nữ để tham gia đồng diễn. Tính xác suất sao cho 5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam bằng

**A**  $\frac{352}{506}$ .

**B**  $\frac{325}{506}$ .

**C**  $\frac{235}{506}$ .

**D**  $\frac{253}{506}$ .

**Câu 49.** Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, rồi cộng các số trên các viên bi lại với nhau. Xác suất để kết quả thu được là một số lẻ bằng

**A**  $\frac{31}{32}$ .

**B**  $\frac{16}{33}$ .

**C**  $\frac{11}{32}$ .

**D**  $\frac{21}{32}$ .

**Câu 50.** Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Xác suất để lấy được thẻ ghi số chia hết cho 3 là

**A**  $\frac{1}{20}$ .

**B**  $\frac{3}{10}$ .

**C**  $\frac{1}{2}$ .

**D**  $\frac{3}{20}$ .

**Câu 51.** Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được 2 số có tổng là một số chẵn bằng

**A**  $\frac{13}{27}$ .

**B**  $\frac{365}{729}$ .

**C**  $\frac{1}{2}$ .

**D**  $\frac{14}{27}$ .

**Câu 52.** Cho 14 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 14. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để tích 3 số ghi trên 3 tấm thẻ này chia hết cho 3 bằng

**A**  $\frac{30}{91}$ .

**B**  $\frac{61}{91}$ .

**C**  $\frac{31}{91}$ .

**D**  $\frac{12}{17}$ .

**Câu 53.** Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn văn nghệ. Tính xác suất để 5 bạn được chọn có đủ nam, nữ và số bạn nam lớn hơn 2

**A**  $\frac{547}{792}$ .

**B**  $\frac{245}{792}$ .

**C**  $\frac{210}{792}$ .

**D**  $\frac{582}{792}$ .

**Câu 54.** Một tổ chuyên môn tiếng Anh của trường Đại học X gồm có 7 thầy giáo và 5 cô giáo, trong đó thầy Xuân và cô Hạ là vợ chồng. Tổ chọn ngẫu nhiên 5 người để lập hội đồng chấm thi vấn đáp tiếng Anh B1 khung châu Âu. Xác suất để sao cho hội đồng có 3 thầy, 2 cô và nhất thiết có thầy Xuân hoặc cô Hạ nhưng không có cả hai là

**A**  $\frac{5}{44}$ .

**B**  $\frac{5}{88}$ .

**C**  $\frac{85}{792}$ .

**D**  $\frac{85}{396}$ .



**Câu 55.** Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

**A**  $\frac{2}{7}$ .

**B**  $\frac{3}{4}$ .

**C**  $\frac{37}{42}$ .

**D**  $\frac{10}{21}$ .

**Câu 56.** Thầy giáo cho đề cương ôn thi có 20 câu hỏi. Mỗi đề thi có 4 câu lấy ngẫu nhiên từ đề cương đó. Một thí sinh đã học thuộc 10 câu trong đề cương. Xác suất để thí sinh đó rút được đề thi có ít nhất 2 câu đã học thuộc.

**A**  $\frac{43}{136}$ .

**B**  $\frac{14}{83}$ .

**C**  $\frac{229}{323}$ .

**D**  $\frac{118}{231}$ .

**Câu 57.** Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 8 đội tham gia, trong đó có 2 đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 2 bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 2 đội Việt Nam nằm ở 2 bảng đấu khác nhau là

**A**  $\frac{2}{7}$ .

**B**  $\frac{5}{7}$ .

**C**  $\frac{3}{7}$ .

**D**  $\frac{4}{7}$ .

**Câu 58.** Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ là

**A**  $\frac{8}{55}$ .

**B**  $\frac{292}{34650}$ .

**C**  $\frac{292}{1080}$ .

**D**  $\frac{16}{55}$ .

**Câu 59.** Trong cuộc thi “Tìm kiếm tài năng Việt”, có 20 bạn lọt vào vòng chung kết, trong đó có 5 bạn nữ và 15 bạn nam. Để sắp xếp vị trí thi đấu, Ban tổ chức chia thành 4 nhóm A, B, C, D, mỗi nhóm 5 bạn. Tính xác suất để 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm

**A**  $\frac{1}{3876}$ .

**B**  $\frac{1}{646}$ .

**C**  $\frac{2}{3465}$ .

**D**  $\frac{5}{3876}$ .

**Câu 60.** Một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 10 và 15 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Xác suất để chọn được 2 quả cầu khác màu và tổng của các số trên 2 quả cầu là một số lẻ bằng

**A**  $\frac{1}{2}$ .

**B**  $\frac{1}{5}$ .

**C**  $\frac{1}{4}$ .

**D**  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 61.** Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10

**A**  $\frac{99}{667}$ .

**B**  $\frac{568}{667}$ .

**C**  $\frac{33}{667}$ .

**D**  $\frac{634}{667}$ .

**Câu 62.** Có 40 tấm thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6 bằng

**A**  $\frac{126}{1147}$ .

**B**  $\frac{16}{33}$ .

**C**  $\frac{1787}{2300}$ .

**D**  $\frac{127}{380}$ .

**Câu 63.** Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ và nhân 2 số ghi trên 2 thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

**A**  $\frac{5}{18}$ .

**B**  $\frac{1}{6}$ .

**C**  $\frac{8}{9}$ .

**D**  $\frac{13}{18}$ .

**Câu 64.** Sau buổi hội nghị, 10 thành viên ban tổ chức đứng thành một hàng ngang để chụp hình. Biết rằng có 3 nữ. Tính xác suất để 3 nữ đó luôn cạnh nhau.

**A**  $\frac{1}{5}$ .

**B**  $\frac{1}{15}$ .

**C**  $\frac{3}{25}$ .

**D**  $\frac{2}{25}$ .

**Câu 65.** Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 4 học sinh nữ được xếp vào 8 chiếc ghế kê thành hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để các bạn học sinh nam và nữ ngồi xen kẽ nhau bằng



(A)  $\frac{1}{70}$ .

(B)  $\frac{1}{35}$ .

(C)  $\frac{2}{35}$ .

(D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 66.** Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

(A)  $\frac{5}{12}$ .

(B)  $\frac{3}{11}$ .

(C)  $\frac{4}{21}$ .

(D)  $\frac{14}{55}$ .

**Câu 67.** Có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ được xếp thành hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau?

(A)  $\frac{1}{5}$ .

(B)  $\frac{14}{55}$ .

(C)  $\frac{5}{12}$ .

(D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 68.** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 ta lập các số tự nhiên có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số vừa lập, tính xác suất để chọn được một số có đúng 3 chữ số lẻ mà các chữ số lẻ xếp kề nhau.

(A)  $\frac{1}{5}$ .

(B)  $\frac{4}{35}$ .

(C)  $\frac{3}{7}$ .

(D)  $\frac{4}{7}$ .

**Câu 69.** Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đông ngồi vào một dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi 1 ghế). Xác suất của biến cố “hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau” bằng

(A)  $\frac{3}{5}$ .

(B)  $\frac{2}{5}$ .

(C)  $\frac{1}{5}$ .

(D)  $\frac{4}{5}$ .

**Câu 70.** Xếp ngẫu nhiên 2 quả cầu xanh, 2 quả cầu đỏ, 2 quả cầu trắng (các quả cầu này đôi một khác nhau) thành một hàng ngang. Tính xác suất để 2 quả cầu màu trắng không xếp cạnh nhau?

(A)  $\frac{2}{3}$ .

(B)  $\frac{1}{3}$ .

(C)  $\frac{5}{6}$ .

(D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 71.** Xếp 10 học sinh gồm 4 học sinh lớp 12, ba học sinh lớp 11 và ba học sinh lớp 10 vào một hàng ngang gồm 10 ghế được đánh số từ 1 đến 10. Tính xác suất để không có hai học sinh lớp 12 ngồi cạnh nhau.

(A)  $\frac{20}{253}$ .

(B)  $\frac{1}{9}$ .

(C)  $\frac{1}{6}$ .

(D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 72.** Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

(A)  $\frac{36}{385}$ .

(B)  $\frac{18}{365}$ .

(C)  $\frac{72}{385}$ .

(D)  $\frac{144}{385}$ .

**Câu 73.** Đại hội đại biểu toàn quốc lần thứ XIII Đảng Cộng Sản Việt Nam năm 2020 có 10 đại biểu trong đó có A, B, C tham dự đại hội được xếp vào ngồi một dãy ghế dài 10 chỗ trống. Tính xác suất để A và B luôn ngồi cạnh nhau nhưng A và C không được ngồi cạnh nhau.

(A)  $\frac{8}{45}$ .

(B)  $\frac{1}{5}$ .

(C)  $\frac{1}{6}$ .

(D)  $\frac{11}{45}$ .

**Câu 74.** Có 4 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 4 và 4 viên bi đỏ cũng được đánh số từ 1 đến 4. Xếp 8 viên bi này thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có hai viên bi đỏ nào cạnh nhau đồng thời hai viên bi mang số 1 luôn cạnh nhau.

(A)  $\frac{1}{35}$ .

(B)  $\frac{3}{70}$ .

(C)  $\frac{2}{35}$ .

(D)  $\frac{1}{70}$ .

**Câu 75.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo từ tập  $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

(A)  $\frac{3}{4}$ .

(B)  $\frac{2}{5}$ .

(C)  $\frac{3}{5}$ .

(D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 76.** Cho tập hợp  $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$  gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20, lấy ngẫu nhiên 3 số thuộc  $S$   $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . xác suất để 3 số lấy được lập thành một cấp số cộng bằng

- Ⓐ  $\frac{7}{38}$ .                      Ⓑ  $\frac{5}{38}$ .                      Ⓒ  $\frac{3}{38}$ .                      Ⓓ  $\frac{1}{114}$ .

**Câu 77.** Cho tập số  $\{1; 2; 3; 4; \dots; 30\}$ . Xác suất lấy ra ba số sao cho ba số đó lập thành một cấp số cộng bằng

- Ⓐ  $\frac{3}{16}$ .                      Ⓑ  $\frac{3}{58}$ .                      Ⓒ  $\frac{45}{812}$ .                      Ⓓ  $\frac{24}{19}$ .

**Câu 78.** Cho  $H = \{n \in \mathbb{N}^* | n \leq 100\}$ . Chọn ngẫu nhiên ba phần tử thuộc tập  $H$ . Tính xác suất để chọn được ba phần tử lập thành một cấp số cộng?

- Ⓐ  $\frac{1}{132}$ .                      Ⓑ  $\frac{2}{275}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{66}$ .                      Ⓓ  $\frac{4}{275}$ .

**Câu 79.** Gọi  $E$  là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 7. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của  $E$ , xác suất được chọn chia hết cho 3 bằng

- Ⓐ  $\frac{3}{7}$ .                      Ⓑ  $\frac{1}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{2}{5}$ .                      Ⓓ  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 80.** Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi  $P$  là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó  $P$  bằng

- Ⓐ  $\frac{1}{12}$ .                      Ⓑ  $\frac{16}{33}$ .                      Ⓒ  $\frac{10}{33}$ .                      Ⓓ  $\frac{2}{11}$ .

**Câu 81.** Cho tập hợp  $S = \{1; 2; 3; \dots; 17\}$  gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử của tập  $S$ . Tính xác suất để tập hợp con chọn được có tổng các phần tử chia hết cho 3.

- Ⓐ  $\frac{27}{34}$ .                      Ⓑ  $\frac{23}{68}$ .                      Ⓒ  $\frac{9}{34}$ .                      Ⓓ  $\frac{9}{17}$ .

**Câu 82.** Trong một hộp có 100 tấm thẻ được đánh số từ 101 đến 200 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 tấm thẻ đó là một số chia hết cho 3 bằng

- Ⓐ  $\frac{817}{2450}$ .                      Ⓑ  $\frac{1181}{2450}$ .                      Ⓒ  $\frac{37026}{161700}$ .                      Ⓓ  $\frac{808}{2450}$ .

**Câu 83.** Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Xác suất để tứ giác được chọn là hình chữ nhật bằng

- Ⓐ  $\frac{6}{323}$ .                      Ⓑ  $\frac{3}{323}$ .                      Ⓒ  $\frac{15}{323}$ .                      Ⓓ  $\frac{14}{323}$ .

**Câu 84.** Cho đa giác đều 36 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 36 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình vuông.

- Ⓐ  $\frac{1}{6545}$ .                      Ⓑ  $\frac{2}{6545}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{385}$ .                      Ⓓ  $\frac{2}{385}$ .

**Câu 85.** Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh bất kỳ từ các đỉnh của đa giác đều có 12 cạnh  $A_1A_2 \dots A_{12}$ . Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân.

- Ⓐ  $\frac{13}{55}$ .                      Ⓑ  $\frac{12}{55}$ .                      Ⓒ  $\frac{3}{11}$ .                      Ⓓ  $\frac{5}{11}$ .

**Câu 86.** Gọi  $X$  là tập hợp các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập  $X$ . Tính xác suất để chọn được một số thuộc tập  $X$  và số đó chia hết cho 9 bằng

- Ⓐ  $\frac{1}{9}$ .                      Ⓑ  $\frac{1}{10}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{8}$ .                      Ⓓ  $\frac{1}{11}$ .

# Chương 6

## GÓC & KHOẢNG CÁCH

### Bài 1

### GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $AC = 2a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(ABC)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .                      (B)  $45^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $90^\circ$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $AC = a\sqrt{2}$  cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(ABCD)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .                      (B)  $45^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $90^\circ$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng

- (A)  $45^\circ$ .                      (B)  $30^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $90^\circ$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .                      (B)  $60^\circ$ .                      (C)  $75^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $AB = a$  và  $SB = 2a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(ABC)$  bằng

- (A)  $60^\circ$ .                      (B)  $30^\circ$ .                      (C)  $90^\circ$ .                      (D)  $45^\circ$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(ABC)$  bằng

- (A)  $45^\circ$ .                      (B)  $60^\circ$ .                      (C)  $30^\circ$ .                      (D)  $90^\circ$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $BC$ . Biết tam giác  $SBC$  đều. Góc giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABC)$  bằng

- (A)  $45^\circ$ .                      (B)  $75^\circ$ .                      (C)  $60^\circ$ .                      (D)  $30^\circ$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , chiều cao  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      (C)  $\frac{2}{3}$ .                      (D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Cosin của góc  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $BM$  và  $(ABC)$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{7}}{14}$ .     
  B 0,75.     
  C  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .     
  D 0,5.

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  có  $SA = SB = 2a$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy  $ABCD$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và  $(ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A  $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$ .     
  B  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .     
  C  $\tan \alpha = \sqrt{3}$ .     
  D  $\cot \alpha = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ . Tính tan của góc giữa đường thẳng  $BM$  và  $(ABCD)$ .

- A  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .     
  B  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .     
  C  $\frac{2}{3}$ .     
  D  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $45^\circ$ .     
  C  $60^\circ$ .     
  D  $90^\circ$ .

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = CB = CA$ , Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $I$  của cạnh  $AB$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABC)$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $45^\circ$ .     
  C  $90^\circ$ .     
  D  $60^\circ$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $2a$  có  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Khi đó góc giữa đường thẳng  $SB$  và  $(SAC)$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $45^\circ$ .     
  C  $90^\circ$ .     
  D  $60^\circ$ .

**Câu 15.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = AA' = a$ ,  $AD = 2a$ . Gọi góc giữa đường chéo  $A'C$  và mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  là  $\alpha$ . Khi đó  $\tan \alpha$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .     
  B  $\sqrt{5}$ .     
  C  $\frac{3}{5}$ .     
  D  $\sqrt{3}$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Tam giác  $ABC$  là vuông cân tại  $B$ . Độ dài các cạnh  $SA = AB = a$ . Khi đó góc giữa  $SA$  và  $(SBC)$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $90^\circ$ .     
  C  $60^\circ$ .     
  D  $45^\circ$ .

**Câu 17.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $90^\circ$ .     
  C  $60^\circ$ .     
  D  $45^\circ$ .

**Câu 18.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Góc  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $A'B$  và mặt phẳng  $(BB'D'D)$ . Giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ .     
  B  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .     
  C 0,5.     
  D  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 19.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là một tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BB' = a\sqrt{3}$ . Góc giữa đường thẳng  $A'B$  và  $(BCC'B')$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $90^\circ$ .     
  C  $60^\circ$ .     
  D  $45^\circ$ .

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $AD = a$ ,  $SA \perp (ACBD)$  và  $SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(SAB)$  bằng

- A  $30^\circ$ .     
  B  $90^\circ$ .     
  C  $60^\circ$ .     
  D  $45^\circ$ .

**Câu 21.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có các mặt  $ABC$  và  $SBC$  là các tam giác đều và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Góc giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABC)$  bằng

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $45^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $75^\circ$ .

## Bài 2

# GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

**Câu 22.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và có  $OB = OC = a\sqrt{6}, OA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(OBC)$  bằng

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $45^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $90^\circ$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a$ , có đáy  $ABC$  là một tam giác vuông cân tại  $A$  và  $AB = a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $45^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $90^\circ$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ , có đáy  $ABC$  là một tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AB = BC = a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $45^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $90^\circ$ .

**Câu 25.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên bằng  $a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'C')$  và  $(A'B'C')$  bằng

(A)  $\frac{\pi}{6}$ .

(B)  $\frac{\pi}{3}$ .

(C)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

(D)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 26.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, BC = 2a, AA' = 3a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD')$  và  $(ABCD)$ . Giá trị của  $\tan \alpha$  bằng

(A)  $\frac{6\sqrt{5}}{2}$ .

(B)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ .

(C) 3.

(D)  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} AB = a \\ BC = 2a \\ AA' = 3a \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} AC = a\sqrt{5} \\ AD' = a\sqrt{13} \\ CD' = a\sqrt{10}. \end{cases}$$

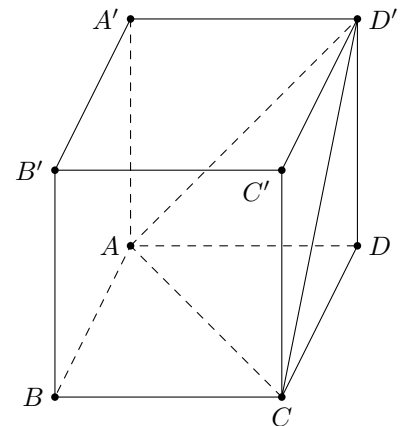
Áp dụng công thức He-ron cho  $\triangle ACD' \Rightarrow S_{ACD'} = \frac{7}{2}a^2$ .

Ta có  $S_{ACD} = \frac{1}{2}CD \cdot AD = a^2$ .

Mặt khác  $\triangle ACD$  là hình chiếu vuông góc của  $\triangle ACD'$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Do vậy, theo công thức diện tích hình chiếu thì

$$\cos \alpha = \frac{S_{ACD}}{S_{ACD'}} = \frac{2}{7} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$



**Câu 27.** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$  và chiều cao bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Tan của góc giữa mặt bên và một mặt đáy bằng

(A)  $\frac{3}{4}$ .

(B) 1.

(C)  $\sqrt{3}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 28.** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Côsin của góc giữa một mặt bên và một mặt đáy bằng.

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(C)  $\frac{1}{3}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 29.** Cho hình chóp tam giác đều có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Sin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

- (A)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      (C)  $\frac{1}{2}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA \perp (ACBD)$  và  $SA = 2a$ . Tan của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      (B)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      (C)  $\sqrt{5}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $2a$  có  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $SCD$  và  $(SBC)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $45^\circ$ .      (C)  $90^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = x > 0$ . Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SDC)$  bằng  $60^\circ$ , giá trị của  $x$  bằng

- (A)  $a\sqrt{3}$ .      (B)  $a$ .      (C)  $a\sqrt{2}$ .      (D)  $2a$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  có  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(SAB)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $45^\circ$ .      (C)  $90^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  có  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(SAB)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $45^\circ$ .      (C)  $90^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật thỏa  $2AD = \sqrt{3}AB$ . Mặt bên  $AB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $45^\circ$ .      (C)  $90^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .

**Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , biết rằng  $AB = BC = a$ ,  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $150^\circ$ .      (C)  $60^\circ$ .      (D)  $120^\circ$ .

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , biết rằng  $AB = AC = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  bằng

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $150^\circ$ .      (C)  $60^\circ$ .      (D)  $120^\circ$ .

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Biết rằng  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $SC = 2a\sqrt{6}$ . Sin góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .      (B)  $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ .      (C)  $1$ .      (D)  $\frac{\sqrt{35}}{7}$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Cho biết  $AB = 2AD = 2DC = 2a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  bằng

- (A)  $\arccos \frac{1}{4}$ .      (B)  $30^\circ$ .      (C)  $45^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại đỉnh  $A$ , cạnh  $BC = a$ ,  $AC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ , các cạnh bên  $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABC)$  bằng



(A)  $\frac{\pi}{6}$ .

(B)  $\frac{\pi}{3}$ .

(C)  $\frac{\pi}{4}$ .

(D)  $\arctan 3$ .

**Câu 41.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = AC = BB' = a$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ . Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$  bằng

(A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(C)  $\frac{3\sqrt{5}}{12}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .

### Bài 3

## GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

**Câu 42.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng

(A)  $90^\circ$ .

(B)  $30^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $45^\circ$ .

**Câu 43.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = 2OC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , cosin góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng

(A)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ .

(B)  $\frac{1}{2}$ .

(C)  $\frac{1}{5}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 44.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = 2OB = 3OC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , cosin góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng

(A)  $\frac{3\sqrt{65}}{65}$ .

(B)  $0,5$ .

(C)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 45.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$  và  $F$  là trung điểm  $BC$ . Biết  $AD = 2AB = 2a$ ,  $SA = 3a$ . Cosin góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $FD$  bằng

(A)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

(B)  $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

(C)  $\frac{\sqrt{5}}{10}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .

**Câu 46.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng  $SD$  tạo với  $(SAB)$  một góc  $45^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $CD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BI$  và  $SD$  bằng

(A)  $48^\circ$ .

(B)  $51^\circ$ .

(C)  $42^\circ$ .

(D)  $39^\circ$ .

**Câu 47.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$  bằng

(A)  $60^\circ$ .

(B)  $90^\circ$ .

(C)  $30^\circ$ .

(D)  $45^\circ$ .

**Câu 48.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có  $SA = 9a$ ,  $AB = 6a$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $MC = 2SM$ . Cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AM$  bằng

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B)  $0,75$ .

(C)  $\frac{\sqrt{19}}{7}$ .

(D)  $\frac{14}{3\sqrt{48}}$ .

**Câu 49.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a = 4\sqrt{2}$  cm, cạnh bên  $SC$  vuông góc với đáy và  $SC = 2$  cm. Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $SN$  và  $CM$  bằng

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $60^\circ$ .

(C)  $45^\circ$ .

(D)  $90^\circ$ .

**Câu 50.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A  $a\sqrt{3}$ .     
  B  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .     
  C  $2a$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .

**Câu 51.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và mặt bên  $(SCD)$  hợp với đáy  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .     
  B  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .     
  C  $a$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 52.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- A  $a$ .     
  B  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .     
  C  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 53.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- A  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .     
  B  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .     
  C  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ .

**Câu 54.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông ở  $A$ , biết  $SA \perp (ABC)$  và  $AB = 2a$ ,  $AC = 3a$ ,  $SA = 4a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A  $\frac{12a\sqrt{61}}{61}$ .     
  B  $\frac{2a}{\sqrt{11}}$ .     
  C  $\frac{a\sqrt{43}}{12}$ .     
  D  $\frac{6a\sqrt{29}}{29}$ .

**Câu 55.** Cho tứ diện  $ABCD$  có cạnh  $AD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $AC = AD = 4$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(BCD)$  bằng

- A  $\frac{12}{\sqrt{34}}$ .     
  B  $\frac{60}{\sqrt{769}}$ .     
  C  $\frac{\sqrt{769}}{60}$ .     
  D  $\frac{\sqrt{34}}{12}$ .

**Câu 56.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A 1.     
  B  $\frac{\sqrt{21}}{3}$ .     
  C  $\sqrt{2}$ .     
  D  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**Câu 57.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $O$  là tâm của đáy. Khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .     
  B  $\frac{a}{2}$ .     
  C  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 58.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Cạnh bên  $AA' = a$ ,  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  có  $BC = 2a$  và  $AB = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ đỉnh  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng

- A  $\frac{a\sqrt{7}}{21}$ .     
  B  $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ .     
  C  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{3}}{7}$ .

**Câu 59.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $AA' = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng

- A  $2\sqrt{5}a$ .     
  B  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ .     
  C  $\frac{\sqrt{5}a}{5}$ .     
  D  $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$ .



**Câu 60.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh 1 và  $AA' = \sqrt{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 61.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $AC = a$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{13}}{26}$ .      (B)  $\frac{3a\sqrt{26}}{13}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{13}}{2}$ .      (D)  $\frac{3a\sqrt{13}}{26}$ .

**Câu 62.** Hình chóp  $S.ABCD$  đáy hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- (A)  $a\sqrt{3}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      (C)  $2a\sqrt{3}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 63.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      (C)  $\frac{a}{2}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{42}}{7}$ .

**Câu 64.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- (A) 1.      (B)  $\frac{\sqrt{21}}{3}$ .      (C)  $\sqrt{2}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**Câu 65.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- (A)  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ .

**Câu 66.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ . Biết  $AD = 2a$ ,  $AB = BC = SA = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy, gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- (A)  $\frac{a}{3}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 67.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{165}}{30}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{165}}{45}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{165}}{15}$ .      (D)  $\frac{2a\sqrt{165}}{15}$ .

**Câu 68.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Gọi  $O$  là tâm của đáy  $ABC$ ,  $d_1$  là khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  và  $d_2$  là khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó tổng  $d_1 + d_2$  bằng

- (A)  $a\sqrt{22}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{22}}{33}$ .      (C)  $\frac{8a\sqrt{22}}{33}$ .      (D)  $\frac{8a\sqrt{22}}{11}$ .

**Câu 69.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AD = a$ ,  $AB = 2a$ ,  $BC = 3a$ ,  $SA = 2a$ ,  $H$  là trung điểm cạnh  $AB$ ,  $SH$  là đường cao của hình chóp  $S.ABCD$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{30}}{7}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{30}}{10}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{13}}{10}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{17}}{7}$ .

**Câu 70.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ trọng tâm  $G$  của tam giác  $SAB$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{2}a}{9}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ .

**Câu 71.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SD = 2a$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SDC$ . Khoảng cách từ điểm  $G$  đến  $(SBD)$  bằng

- (A)  $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$ .      (B)  $2a\sqrt{2}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ .      (D)  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 72.** Cho hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$  cạnh  $a$  và  $AC = a$ . Từ trung điểm  $H$  của đoạn  $AB$ , dựng  $SH \perp (ABCD)$  với  $SH = a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- (A)  $\frac{8a\sqrt{3}}{15}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .      (C)  $\frac{2a\sqrt{66}}{23}$ .      (D)  $\frac{10a\sqrt{5}}{27}$ .

**Câu 73.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Tam giác  $SAB$  đều,  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{21}}{14}$ .      (B)  $a\sqrt{2}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{14}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{7}$ .

**Câu 74.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có  $SA = 2a$  và  $AB = 3a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- (A)  $\frac{3\sqrt{21}}{14}a$ .      (B)  $a\sqrt{3}$ .      (C)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}a$ .      (D)  $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$ .

**Câu 75.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Biết  $SD = 2a\sqrt{3}$  và góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{13}}{3}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$ .      (C)  $\frac{2a\sqrt{13}}{3}$ .      (D)  $\frac{4a\sqrt{66}}{11}$ .

**Câu 76.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- (A)  $\frac{2a\sqrt{1513}}{89}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{1315}}{89}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{1315}}{89}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{1513}}{89}$ .

**Bài 5**

**KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU**

**Câu 77.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OA$  và  $BC$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .      (B)  $\frac{1}{2}a$ .      (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ .      (D)  $\frac{3}{2}a$ .

**Câu 78.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OB = \frac{a}{2}$ ,  $OA = 2OB$ ,  $OC = 2OA$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OB$  và  $AC$  bằng

- (A)  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$ .

**Câu 79.** Cho hình tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng

- (A)  $a\sqrt{2}$ .      (B)  $\frac{a}{2}$ .      (C)  $a$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 80.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là một tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm của  $BC$ . Cho  $SA = a$  và hợp với đáy một góc  $30^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      (C)  $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 81.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $B'C$  bằng

- (A)  $a\sqrt{2}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      (C)  $\frac{1}{2}a$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 82.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $SD$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ ,  $AD = 2a$  và  $SD = a\sqrt{2}$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $CD$  và  $SA$  bằng

- (A)  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .      (B)  $\frac{2a\sqrt{2}}{2}$ .      (C)  $a\sqrt{2}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 83.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AD = 2a$ . Cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  bằng

- (A)  $a\sqrt{3}$ .      (B)  $2a$ .      (C)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .      (D)  $a\sqrt{2}$ .

**Câu 84.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh  $SA = a$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $BD$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .      (C)  $a$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 85.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng

- (A)  $a\sqrt{2}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 86.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{6}a}{2}$ .      (B)  $\frac{2a}{3}$ .      (C)  $\frac{a}{2}$ .      (D)  $\frac{a}{3}$ .

**Câu 87.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $SO$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SO = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{15}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .      (C)  $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$ .      (D)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 88.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CM$  bằng

- (A)  $\frac{3a}{4}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .      (D)  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 89.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a\sqrt{5}$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân đỉnh  $S$  và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $SC$  bằng

- (A)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .      (B)  $\frac{4a\sqrt{5}}{5}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .      (D)  $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 90.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ ,  $SA$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  bằng

- (A)  $\frac{3\sqrt{14}a}{5}$ .      (B)  $\frac{2\sqrt{10}a}{5}$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{15}a}{5}$ .      (D)  $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$ .

**Câu 91.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SC = 3a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $SD$  bằng

- (A)  $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$ .      (B)  $\frac{2a}{3}$ .      (C)  $\frac{3a}{11}$ .      (D)  $2a$ .

**Câu 92.** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau,  $OB = OC = 2a$  và  $OA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ .      (B)  $a$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{6}a}{3}$ .

**Câu 93.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $BC$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 94.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$  bằng

- (A)  $\frac{a}{2}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 95.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = 3a$ ,  $AC = 6a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Gọi  $M$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AM = 2MB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $BC$  bằng

- (A)  $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$ .      (B)  $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $a$ .

**Câu 96.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều  $AB = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $BC$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{21}a}{7}$ .      (B)  $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ .      (D)  $\frac{a}{2}$ .

**Câu 97.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BM$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{21}a}{21}$ .      (B)  $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{7}a}{7}$ .

**Câu 98.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $\sqrt{11}$ . Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $CD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BI$  bằng

- (A)  $2$ .      (B)  $2\sqrt{2}$ .      (C)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .      (D)  $\sqrt{2}$ .

**Câu 99.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .      (C)  $2a$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{7}}{7}$ .

**Câu 100.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 3a$ ,  $BC = 4a$ . Cạnh

bên  $SA$  vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa  $SC$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SM$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{13}}{2}$ . (B)  $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$ . (C)  $\frac{5a}{2}$ . (D)  $5a\sqrt{3}$ .

**Câu 101.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, B$ ,  $AD = 2a$ ,  $AB = BC = a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $ABCD$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $SC$  bằng

- (A)  $\frac{a}{2}$ . (B)  $\frac{2a}{3}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 102.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(SBC)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng

- (A)  $a$ . (B)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 103.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Biết hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của  $CI$ , góc giữa  $SA$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CI$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{21}}{5}$ . (B)  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{42}}{8}$ .

**Câu 104.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $BC$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . (D)  $\frac{a}{2}$ .

**Câu 105.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  và có  $AB = 4\text{cm}$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABC)$ . Lấy  $M$  thuộc  $SC$  sao cho  $CM = 2MS$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BM$  bằng

- (A)  $\frac{4\sqrt{21}}{7}$  cm. (B)  $\frac{8\sqrt{21}}{21}$  cm. (C)  $\frac{4\sqrt{21}}{21}$  cm. (D)  $\frac{2\sqrt{21}}{3}$  cm.

**Câu 106.** Cho hình tứ diện  $OABC$  có đáy  $OBC$  là tam giác vuông tại  $O$ ,  $OB = a$ ,  $OC = a\sqrt{3}$ . Cạnh  $OA$  vuông góc với mặt phẳng  $(OBC)$ ,  $OA = a\sqrt{3}$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $OM$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ . (B)  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{15}$ .

**Câu 107.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Biết hai đường thẳng  $CM$  và  $SB$  hợp nhau một góc  $45^\circ$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $SB$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ . (B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ . (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ . (D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 108.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $DD'$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CK$  và  $A'D'$  bằng

- (A)  $a\sqrt{3}$ . (B)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ . (C)  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ . (D)  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 109.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông,  $BA = BC = a$ , cạnh bên  $AA' = a\sqrt{2}$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Khoảng cách giữa  $AM$  và  $B'C$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . (B)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

# Chương 7

## HÀM SỐ VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN HÀM SỐ

### Bài 1

### ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng

- A  $(-2; +\infty)$ .       B  $(-2; 3)$ .  
 C  $(3; +\infty)$ .       D  $(-\infty; -2)$ .

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$	
$y'$		$-$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$1$	$4$	$-\infty$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình. Khẳng định nào **đúng** ?

- A Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .  
 B Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .  
 C Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
 D Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y'$		$+$	$+$
$y$	$1$	$+\infty$	$1$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$

Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .       B Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .  
 C Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .       D Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là

- A  $y_{\text{CD}} = 3, y_{\text{CT}} = -2$ .  
 B  $y_{\text{CD}} = 2, y_{\text{CT}} = 0$ .  
 C  $y_{\text{CD}} = -2, y_{\text{CT}} = 2$ .  
 D  $y_{\text{CD}} = 3, y_{\text{CT}} = 0$ .

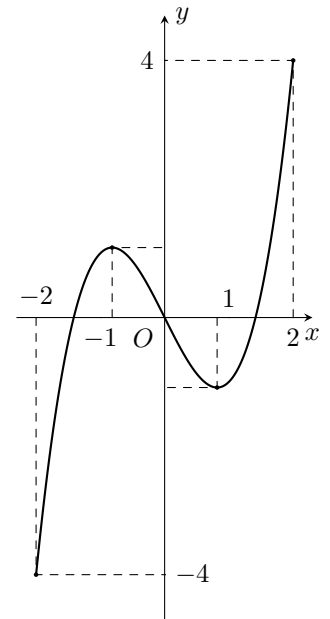
$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$		$3$	$0$	$+\infty$	





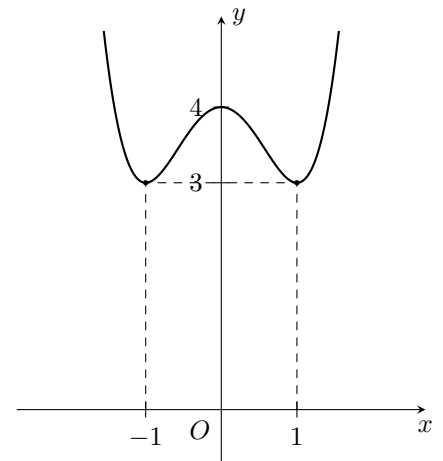
**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số  $f(x)$  đạt cực đại tại điểm

- A  $x = -2$ .     
 B  $x = -1$ .     
 C  $x = 1$ .     
 D  $x = 2$ .



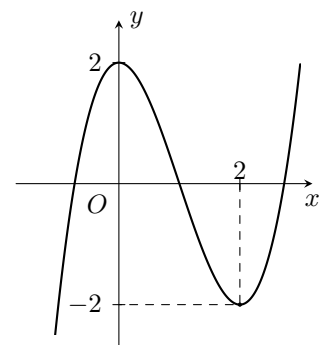
**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A Giá trị lớn nhất của hàm số là 4.  
 B Tổng các giá trị cực trị của hàm số bằng 7.  
 C  $(C)$  không có điểm cực đại nhưng có hai điểm cực tiểu.  
 D Đồ thị  $(C)$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân.



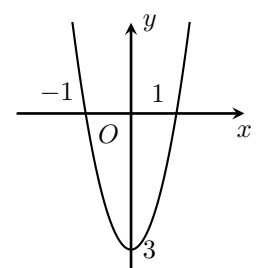
**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Mệnh đề nào **đúng** ?

- A Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.  
 B Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.  
 C Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và cực tiểu tại  $x = 2$ .  
 D Hàm số có ba điểm cực trị.



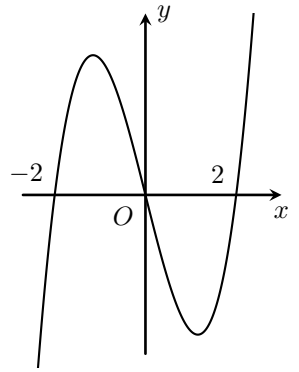
**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong như hình vẽ

- A Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$ .  
 B Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .  
 C Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .  
 D Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .



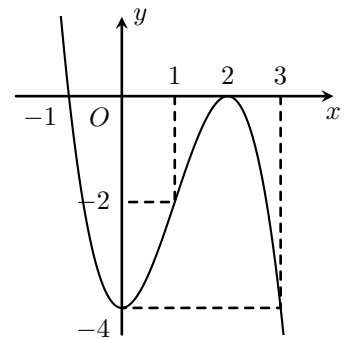


**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong như hình vẽ



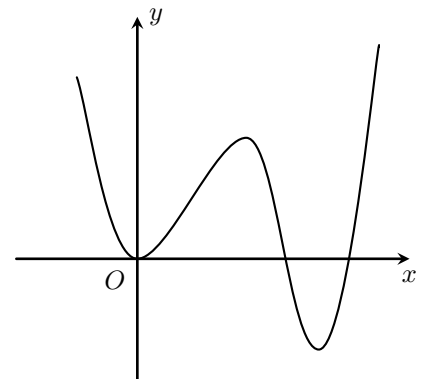
- A** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; 2)$ .
- B** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- C** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 1)$ .
- D** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong như hình vẽ



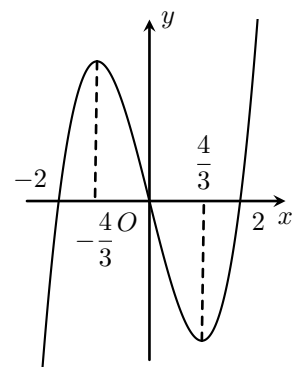
- A** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(0; 2)$ .
- B** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .
- C** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .
- D** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 16.** Cho đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Hỏi khẳng định nào đúng



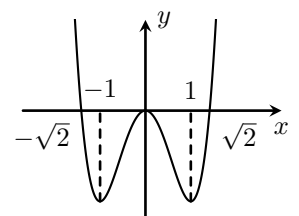
- A** Đồ thị  $y = f(x)$  có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- B** Đồ thị  $y = f(x)$  có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- C** Đồ thị  $y = f(x)$  có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- D** Đồ thị  $y = f(x)$  có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Câu 17.** Cho đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Hỏi khẳng định nào đúng



- A** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm  $x = -\frac{4}{3}$ .
- B** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 0$ .
- C** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = \pm 2$ .
- D** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm  $x = \frac{4}{3}$ .

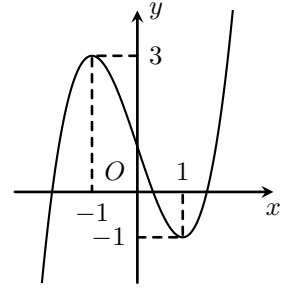
**Câu 18.** Cho đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Khẳng định đúng là



- A** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = \pm 1$ .
- B** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 0$ .
- C** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm  $x = -\sqrt{2}$ .
- D** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm  $x = \sqrt{2}$ .

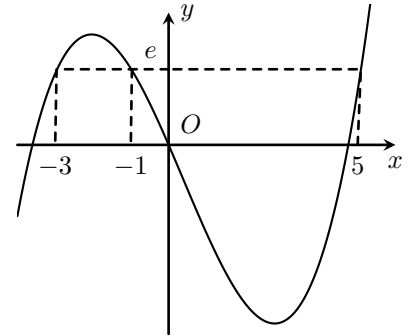
**Câu 19.** Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x) - 3x + 2020$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.



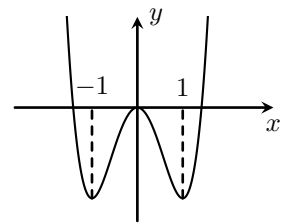
**Câu 20.** Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x) - ex + 2019$  có bao nhiêu điểm cực trị

- (A) 0.                      (B) 1.                      (C) 2.                      (D) 3.



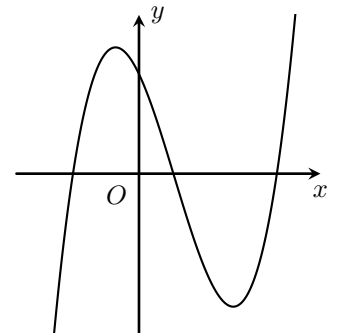
**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu điểm cực trị

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.



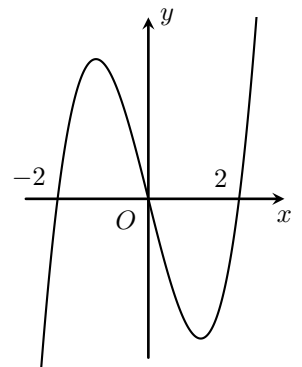
**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu điểm cực trị.

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.



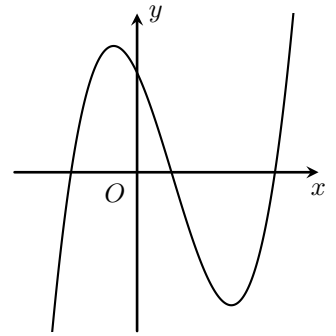
**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.



**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị.

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.



**Câu 25.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (2 + x)x^2$ . Khẳng định đúng là

- (A) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(0; +\infty)$ .  
 (B) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .  
 (C) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(0; +\infty)$ .  
 (D) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 26.** Cho hàm  $f(x)$  có  $f'(x) = (x + 1)^2(x - 1)^3(2 - x)$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(-\infty; -1)$ .                      (B)  $(-1; 1)$ .                      (C)  $(2; +\infty)$ .                      (D)  $(1; 2)$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = (x + 1)^2(2 - x)(x + 3), \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào đúng

- (A) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-3, 2)$ .  
 (B) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(2, +\infty)$ .  
 (C) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty, -1)$ .  
 (D) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-3, 2)$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x - 1)(x + 2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3.                      (B) 2.                      (C) 5.                      (D) 1.

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (e^x - 1)(x^2 - x - 2)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- (A) 0.                      (B) 1.                      (C) 2.                      (D) 3.

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (e^x - 1)(x^2 - x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- (A) 0.                      (B) 1.                      (C) 2.                      (D) 3.

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- (A) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0, 2)$ .  
 (B) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty, 2)$ .  
 (C) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0, +\infty)$ .  
 (D) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0, 2)$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 2$ . Khẳng định nào đúng.

- (A) Hàm số  $f(x)$  luôn đồng biến trên khoảng  $(-\infty, +\infty)$ .  
 (B) Hàm số  $f(x)$  luôn nghịch biến trên khoảng  $(-\infty, +\infty)$ .  
 (C) Hàm số  $f(x)$  chỉ đồng biến trên khoảng  $(1, +\infty)$ .  
 (D) Hàm số  $f(x)$  chỉ nghịch biến trên khoảng  $(1, +\infty)$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 2020$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- (A) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0, 1)$ .
- (B) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-1, 0)$ .
- (C) Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0, 1)$ .
- (D) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty, -1)$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng

- (A) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .
- (B) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .
- (C) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1), (1; +\infty)$ .
- (D) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến với  $x \neq 1$ .

**Câu 35.** Biết hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - 8x - 8$  có hai điểm cực trị là  $x_1, x_2$ . Tổng  $x_1 + x_2$  bằng.

- (A) -12.
- (B) 8.
- (C) -8.
- (D) -4.

**Câu 36.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ . Tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng.

- (A)  $\frac{2}{3}$ .
- (B)  $\frac{4}{3}$ .
- (C) 0.
- (D) 4.

**Câu 37.** Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ .

- (A)  $M(-1; 4)$ .
- (B)  $x = -1$ .
- (C)  $N(1; 0)$ .
- (D)  $x = 1$ .

**Câu 38.** Tìm giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ .

- (A)  $y_{CT} = 1$ .
- (B)  $y_{CT} = -3$ .
- (C)  $y_{CT} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D)  $y_{CT} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 39.** Tìm điểm cực đại của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .

- (A)  $(-1; 1)$ .
- (B)  $x = -1$ .
- (C)  $(0, 2)$ .
- (D)  $x = 0$ .

**Câu 40.** Gọi  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x - 1$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng.

- (A)  $2\sqrt{2}$ .
- (B)  $3\sqrt{2}$ .
- (C)  $3\sqrt{5}$ .
- (D)  $2\sqrt{5}$ .

**Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$  không có cực trị?

- (A) 4.
- (B) 0.
- (C) 1.
- (D) 2.

**Câu 42.** Tìm tất cả các tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + m^2$  có ba điểm cực trị.

- (A)  $m > 1$ .
- (B)  $m < 1$ .
- (C)  $m \leq 1$ .
- (D)  $m \geq 1$ .

**Câu 43.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$  có ba điểm cực trị.

- (A)  $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$ .
- (B)  $m \in (-1; 0)$ .
- (C)  $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ .
- (D)  $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$ .

**Câu 44.** Tìm tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^3 - 3x^2 + 12x + 2$  đạt cực đại tại điểm  $x = 2$ .

- (A)  $m = -2$ .
- (B)  $m = -3$ .
- (C)  $m = 0$ .
- (D)  $m = -1$ .

**Câu 45.** Hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + \frac{1}{2}$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 2$ , khi đó  $m$  thuộc khoảng nào?

- (A)  $(-5; 0)$ .
- (B)  $(0; 2)$ .
- (C)  $(1; 4)$ .
- (D)  $(3; 9)$ .

**Câu 46.** Tìm tất cả các tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 2$ .

- (A)  $m > 0$ . (B)  $m = 0$ . (C)  $m < 0$ . (D)  $m \neq 0$ .

**Câu 47.** Tìm tất cả các tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x$  đạt cực đại tại  $x = 1$ .

- (A)  $m = 0$ . (B)  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ . (C)  $m \in \{0; 2\}$ . (D)  $m = 2$ .

**Câu 48.** Tìm tất cả các tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_1 + x_2| = 4$ .

- (A)  $m = 2$ . (B) Không tồn tại  $m$ . (C)  $m = -2$ . (D)  $m = \pm 2$ .

**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 = 6$ .

- (A)  $m = -1$ . (B)  $m = 1$ . (C)  $m = -3$ . (D)  $m = 3$ .

**Câu 50.** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$ . Hỏi tham số  $m$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $m \in (-1; 7)$ . (B)  $m \in (7; 10)$ . (C)  $m \in (-15; -7)$ . (D)  $m \in (-7; -1)$ .

**Câu 51.** Biết hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + m$  có  $y_{CD} = 2$ . Hỏi giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào?

- (A)  $(1; 5)$ . (B)  $(-\infty; -2)$ . (C)  $(-2; 1)$ . (D)  $(5; +\infty)$ .

**Câu 52.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x + 1 - m$  có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu nhau?

- (A) 2. (B) Vô số. (C) 3. (D) 5.

**Câu 53.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$  có điểm cực tiểu là  $A(2; -2)$ . Tính  $a + b$ .

- (A)  $a + b = 4$ . (B)  $a + b = 2$ . (C)  $a + b = -4$ . (D)  $a + b = -2$ .

**Câu 54.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$ , ( $a \neq 0$ ) có hai điểm cực trị là  $A(0; 2)$  và  $B(2; -14)$ . Khi đó  $y(1)$  bằng

- (A)  $-5$ . (B)  $0$ . (C)  $-7$ . (D)  $-6$ .

**Câu 55.** Cho hàm số  $y = x^4 + ax^2 + b$ . Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm  $A(-1; 4)$  là điểm cực tiểu. Tổng  $2a + b$  bằng

- (A)  $-1$ . (B)  $0$ . (C)  $1$ . (D)  $2$ .

**Câu 56.** Tìm tập hợp giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m + 2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$  có hai điểm cực trị với hoành độ dương.

- (A)  $(-3; -2)$ . (B)  $(2; 3)$ . (C)  $(-1; 1)$ . (D)  $(-2; 2)$ .

**Câu 57.** Tìm tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m - 1)x + 2$  có hai điểm cực trị đều nằm bên trái trục tung.

- (A)  $1 < m < 2$ . (B)  $m > 1$ . (C)  $m < 2$ . (D)  $m < 1$ .

**Câu 58.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (m - 1)x - 3$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu nằm về hai phía của trục  $Oy$ .

- (A)  $m < 1$ . (B)  $1 < m \leq 2$ . (C)  $1 \leq m \leq 2$ . (D)  $m \geq 1$ .

**Câu 59.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn  $[-1; 3]$  như hình.

$x$	-1	0	2	3			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	0	↗	5	↘	1	↗	4

Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 3]$ . Tìm mệnh đề đúng.

- (A)  $M = f(1)$ .      (B)  $M = f(3)$ .      (C)  $M = f(2)$ .      (D)  $M = f(0)$ .

**Câu 60.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-2; 3]$  và có bảng biến thiên như hình.

$x$	-2	0	1	3			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	-2	↗	2	↘	1	↗	3

Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 3]$ . Tổng  $M + m$  bằng

- (A) 1.      (B) 3.      (C) -1.      (D) 4.

**Câu 61.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1; 4]$  như hình dưới.

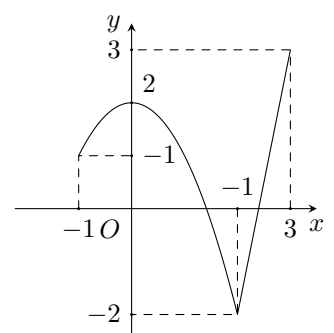
$x$	-1	1	3	4			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	-24	↗	-4	↘	-8	↗	-4

Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 4]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- (A) -4.      (B) -28.      (C) 20.      (D) -20.

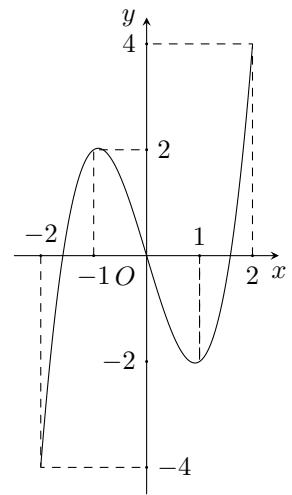
**Câu 62.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 3]$ . Giá trị  $M - m$  bằng

- (A) 0.      (B) 1.      (C) 4.      (D) 5.



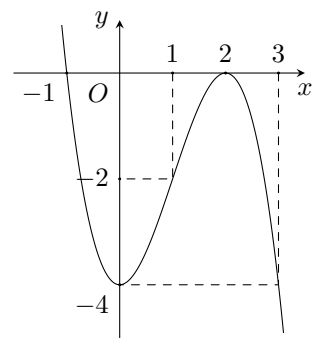
**Câu 63.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong như hình bên. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 2]$ . Giá trị  $M - m$  bằng

- (A) 0.                      (B) 8.                      (C) 4.                      (D) 2.



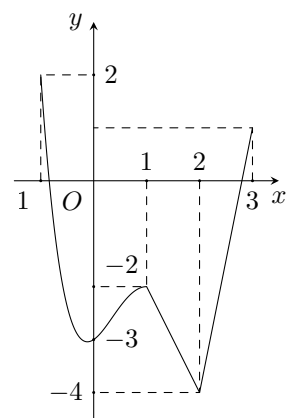
**Câu 64.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong như hình bên. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[1; 3]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- (A) 4.                      (B) -6.                      (C) -2.                      (D) -4.



**Câu 65.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$ . Giá trị  $M^2 + m^2$  bằng

- (A) 20.                      (B) 17.                      (C) 10.                      (D) 8.



**Câu 66.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  trên  $[0; 2]$ .

- (A)  $M = 11, m = 3$ .                      (B)  $M = 3, m = 2$ .                      (C)  $M = 5, m = 2$ .                      (D)  $M = 11, m = 2$ .

**Câu 67.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = -x^4 + 3x^2 + 1$  trên  $[0; 2]$ .

- (A)  $\max_{[0;2]} y = -3$ .                      (B)  $\max_{[0;2]} y = 1$ .                      (C)  $\max_{[0;2]} y = \frac{13}{4}$ .                      (D)  $\max_{[0;2]} y = 29$ .

**Câu 68.** Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$  trên  $[-4; 0]$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Tổng  $M + m$  bằng

- (A)  $-\frac{28}{3}$ .                      (B)  $-\frac{17}{3}$ .                      (C) -5.                      (D)  $-\frac{19}{3}$ .

**Câu 69.** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$ . Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 2]$ .

- (A)  $M = 21, m = 0$ .                      (B)  $M = 21, m = -\frac{\sqrt{6}}{9}$ .

**C**  $M = 19, m = \frac{\sqrt{6}}{9}$ .

**D**  $M = 21, m = -\frac{4\sqrt{6}}{9}$ .

**Câu 70.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = \frac{x-1}{3x+2}$  trên đoạn  $[-3; -2]$ .

**A**  $M = 1, m = \frac{3}{4}$ .

**B**  $M = -\frac{1}{2}, m = \frac{3}{4}$ .

**C**  $M = \frac{3}{4}, m = \frac{4}{7}$ .

**D**  $M = -\frac{1}{2}, m = \frac{4}{7}$ .

**Câu 71.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x+3}{1-x}$  trên đoạn  $[-1; 0]$ .

**A**  $\max_{[-1;0]} y = 1, \min_{[-1;0]} y = -3$ .

**B**  $\max_{[-1;0]} y = 3, \min_{[-1;0]} y = 1$ .

**C**  $\max_{[-1;0]} y = 2, \min_{[-1;0]} y = 1$ .

**D**  $\max_{[-1;0]} y = 2, \min_{[-1;0]} y = -1$ .

**Câu 72.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \cos^3 x + 2 \sin^2 x + \cos x$  bằng

**A**  $\max y = \frac{58}{27}$ .

**B**  $\max y = 3$ .

**C**  $\max y = 2$ .

**D**  $\max y = -2$ .

**Câu 73.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{-2 \cos x + 2}{\cos x - 2}$  bằng

**A**  $\max y = 0, \min y = -\frac{4}{3}$ .

**B**  $\max y = \frac{4}{3}, \min y = 0$ .

**C**  $\max y = 1, \min y = 0$ .

**D**  $\max y = 0, \min y = -1$ .

**Câu 74.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{\tan x + 1}{\tan x + 2}$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  bằng

**A**  $\frac{1}{2}$ .

**B**  $-\frac{1}{2}$ .

**C**  $\frac{1}{3}$ .

**D**  $-\frac{1}{3}$ .

**Câu 75.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2}{x+1}$  trên đoạn  $[0; 1]$  bằng

**A**  $\frac{1+m^2}{2}$ .

**B**  $-m^2$ .

**C**  $\frac{1-m^2}{2}$ .

**D**  $\frac{m^2-1}{2}$ .

**Câu 76.** Tìm  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + m$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng 0.

**A**  $m = 4$ .

**B**  $m = 2$ .

**C**  $m = 6$ .

**D**  $m = 0$ .

**Câu 77.** Tìm  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 + 3m^2x + 6$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  bằng 42.

**A**  $m = -1$ .

**B**  $m = 1$ .

**C**  $m = \pm 1$ .

**D**  $m = -2$ .

**Câu 78.** Biết hàm số  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$  có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0; m]$  bằng  $\frac{4}{7}$ . Tìm giá trị  $m$ .

**A**  $m = \frac{3}{7}$ .

**B**  $m = \frac{5}{2}$ .

**C**  $m = \frac{3}{2}$ .

**D**  $m = \frac{2}{7}$ .

**Câu 79.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng

**A**  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .

**B**  $-\frac{1}{4}$ .

**C** 0.

**D**  $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .

**Câu 80.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -x^3 + 3x + 1$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng

**A** 5.

**B** 1.

**C** -1.

**D** 3.

**Câu 81.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x + \frac{1}{x-1}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**A**  $\min_{(0;+\infty)} y = -2$ .

**B**  $\min_{(0;+\infty)} y = 3$ .

**C**  $\min_{(0;+\infty)} y = -1$ .

**D**  $\min_{(0;+\infty)} y = 2$ .



**Câu 82.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 + \frac{2}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- (A)  $\min_{(0;+\infty)} y = 1.$       (B)  $\min_{(0;+\infty)} y = 2.$       (C)  $\min_{(0;+\infty)} y = 3.$       (D)  $\min_{(0;+\infty)} y = 4.$

**Câu 83.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x + \frac{1}{x} - m$  trên  $(0; +\infty)$  bằng  $-3$  thì  $m$  bằng

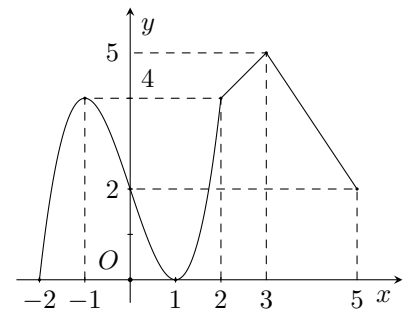
- (A) 7.      (B)  $\frac{19}{3}.$       (C)  $\frac{11}{2}.$       (D) 5.

**Câu 84.** Trên khoảng  $(0; 1)$  hàm số  $y = x^3 + \frac{1}{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x_0$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}.$       (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}.$       (C)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$       (D)  $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

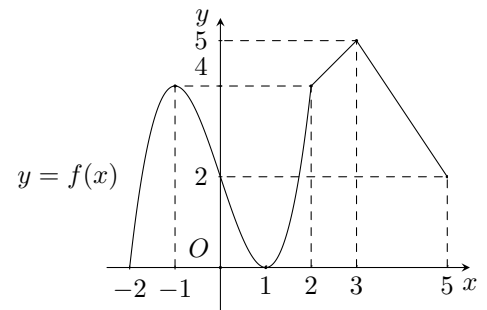
**Câu 85.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M$  và  $m$  là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(2 \cos 5x + 1)$ . Giá trị của  $M - 2m$  bằng

- (A) 10.      (B) 3.      (C) 7.      (D) 5.



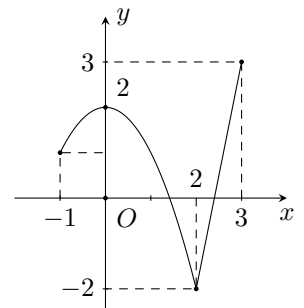
**Câu 86.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị trên  $[-2; 5]$  như hình vẽ. Gọi  $M, m$  là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(3 \sin^2 x + 2)$ . Tổng  $M + m$  bằng

- (A) 5.      (B) 7.      (C) 8.      (D) 9.



**Câu 87.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(3 \sin^2 x - 1)$  bằng

- (A) 0.      (B) 1.      (C) 3.      (D) 2.



**Câu 88.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(3|\sin x| - 1)$  bằng

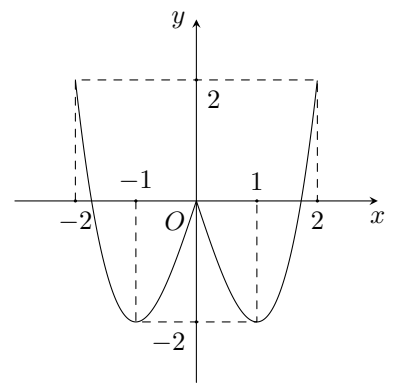
- (A) 4.      (B) 3.      (C) 2.      (D) 1.

$x$	-1	0	2	3
$y'$	+	0	-	0
$y$	1	2	-2	3

**Câu 89.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-2; 2]$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3f\left(\frac{4\sin x - 1}{3}\right)$  trên khoảng  $\left(0; \frac{7\pi}{6}\right)$ . Giá trị của

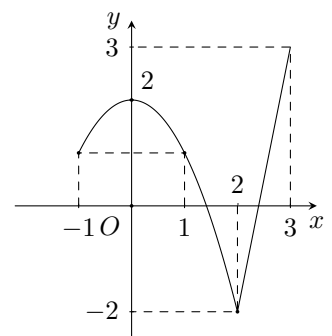
$2M - m$  bằng

- (A) 4.                      (B) 2.                      (C) 5.                      (D) 6.



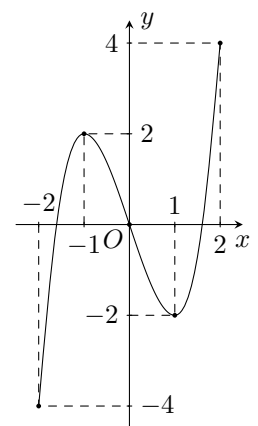
**Câu 90.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(f(x))$  trên đoạn  $[-1; 0]$ . Giá trị  $M - m$  bằng

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.



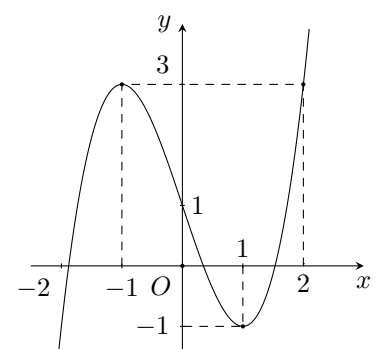
**Câu 91.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Gọi  $M$  và  $m$  là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(f(x))$  trên đoạn  $[-1; 1]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 6.                      (D) 8.



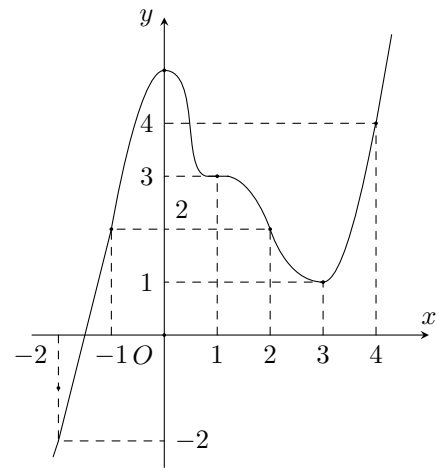
**Câu 92.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(f(\sin x))$  trên đoạn  $[0; \pi]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

- (A) 1.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 2.



**Câu 93.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(f(\log_2 x))$  trên đoạn  $[2; 4]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

- (A) 1.                      (B) 3.                      (C) 5.                      (D) 8.



**Câu 94.** Cho hàm số  $y = x^4 + ax^3 + bx^2 + 1$  (với  $a, b$  là các tham số) đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 0$ . Khi  $a - b$  đạt giá trị lớn nhất thì  $b^4 + ab^3 + b^3 + 1$  bằng

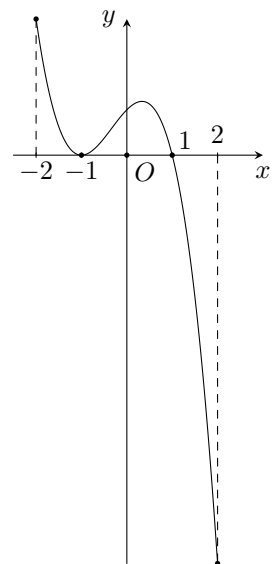
- (A) 9.                      (B) 7.                      (C) 5.                      (D) 6.

**Câu 95.** Có bao nhiêu số nguyên của tham số  $m$  để  $y = x^6 + (m - 3)x^5 - (m^2 - 9)x^4 + 1$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 0$ .

- (A) 9.                      (B) -7.                      (C) 5.                      (D) 6.

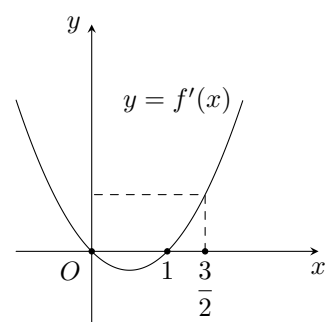
**Câu 96.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$ , có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Tìm giá trị  $x_0$  để hàm số  $y = f(x)$  đạt giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-2; 2]$ .

- (A)  $x_0 = 2$ .                      (B)  $x_0 = -1$ .                      (C)  $x_0 = -2$ .                      (D)  $x_0 = 1$ .

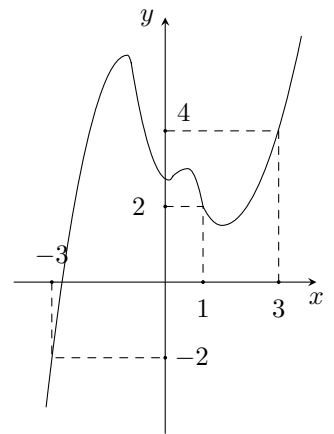


**Câu 97.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$  tại điểm nào sau đây?

- (A)  $x = \frac{3}{2}$ .                      (B)  $x = -1$ .                      (C)  $x = 0$ .                      (D)  $x = 1$ .

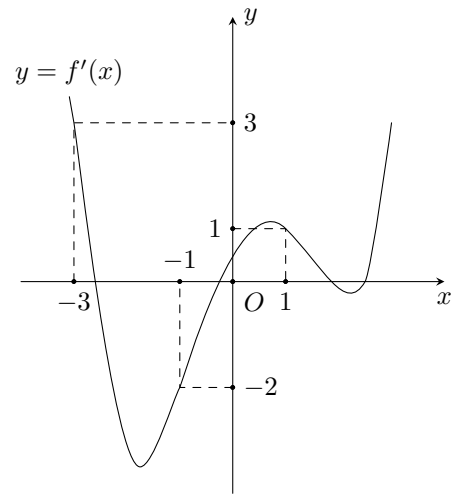


**Câu 98.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị  $y = f'(x)$  cho như hình dưới đây. Đặt  $g(x) = 2f(x) - (x + 1)^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



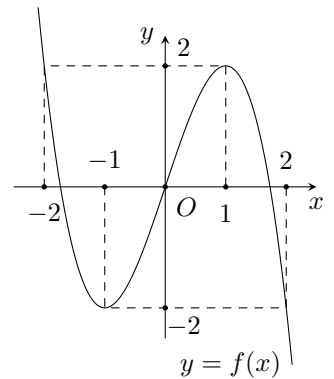
- A  $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$ .
  B  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$ .
  C  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$ .
  D  $\nexists \min_{[-3;3]} g(x)$ .

**Câu 99.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Xét hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{4} + \frac{3x}{2} + 2020$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



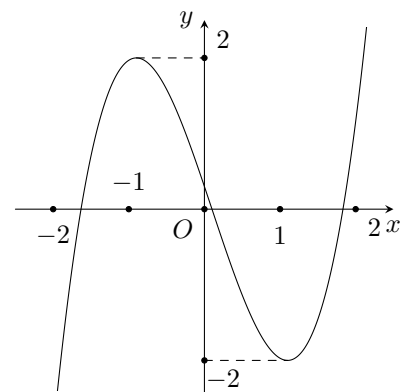
- A Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(-1; 1)$ .
  B Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(-3; 1)$ .
  C Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(-3; -1)$ .
  D Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 1)$ .

**Câu 100.** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và  $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình  $f(f(x)) = 2$  có bao nhiêu nghiệm?



- A 3.
  B 4.
  C 5.
  D 6.

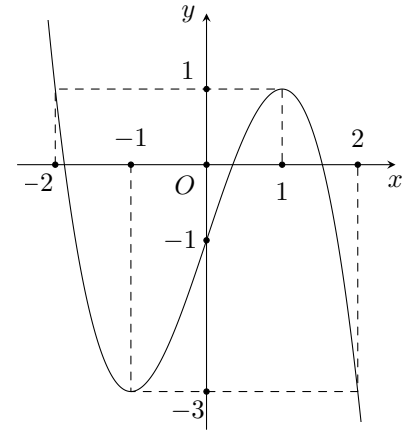
**Câu 101.** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và  $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình  $f(f(x)) = 0$  có bao nhiêu nghiệm?



- A 5.
  B 6.
  C 7.
  D 9.

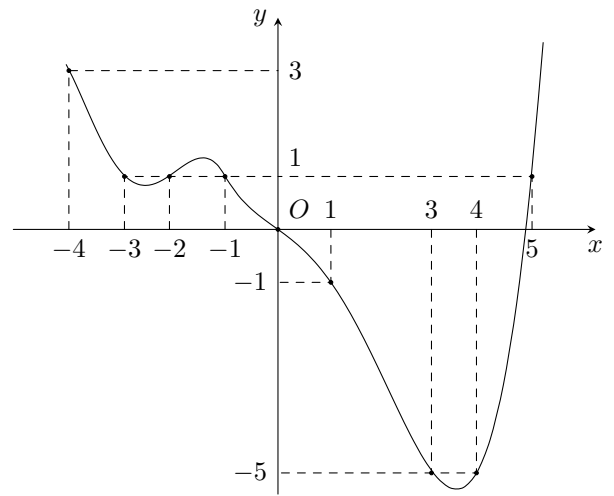
**Câu 102.** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và  $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình  $f(2 - f(x)) = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 5.                      (B) 6.                      (C) 7.                      (D) 9.



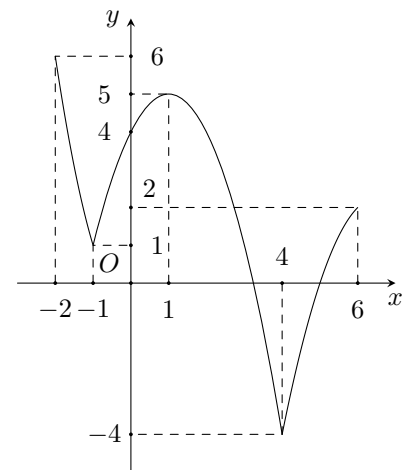
**Câu 103.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình  $f(2 \sin x) = 1$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  là

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.



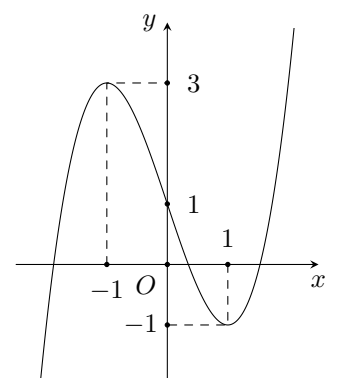
**Câu 104.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$  có đồ thị như hình. Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để phương trình  $f(\cos x) = m$  có nghiệm  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ?

- (A) 10.                      (B) 6.                      (C) 2.                      (D) 5.



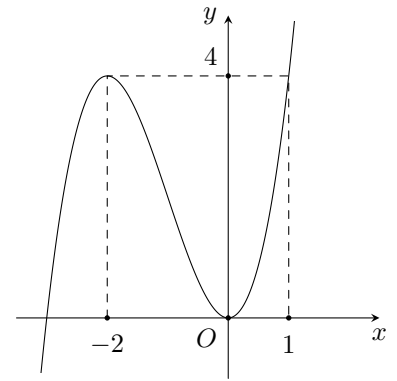
**Câu 105.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $f(f(\sin x)) = m$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ ?

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.



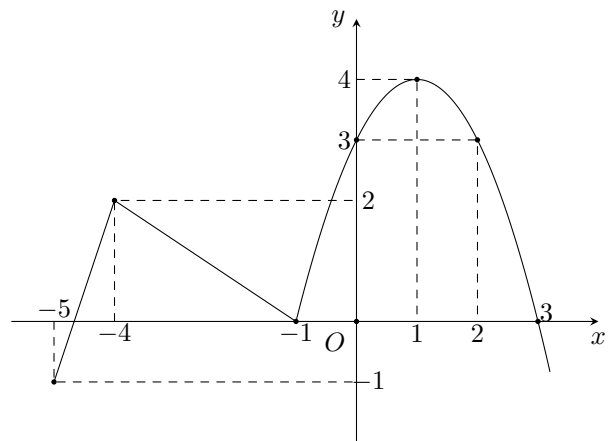
**Câu 106.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $f(x^2 + 2x - 2) = 3m + 1$  có nghiệm thuộc  $[0; 1]$  là

- A  $[0; 4]$ .     
 B  $[-1; 0]$ .     
 C  $[0; 1]$ .     
 D  $[-\frac{1}{3}; 1]$ .



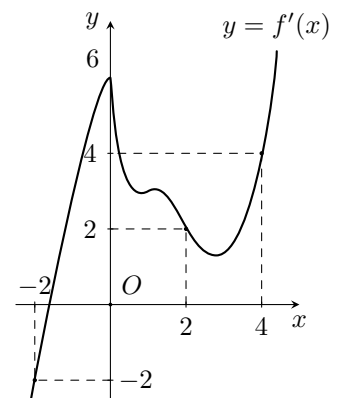
**Câu 107.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $2f(f(x)) = m$  có đúng 4 nghiệm phân biệt  $x \in [-4; 0]$ ?

- A 1.     
 B 2.     
 C 7.     
 D 5.



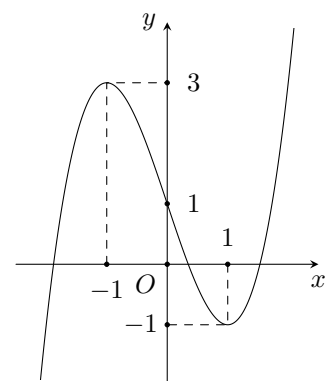
**Câu 108.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $f(2 \log_2 x) = m$  có nghiệm duy nhất trên  $(\frac{1}{2}; 2)$ ?

- A 4.     
 B 5.     
 C 6.     
 D 9.



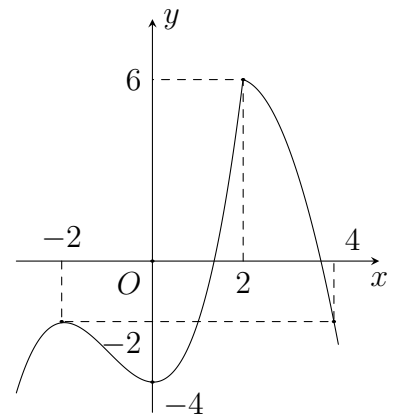
**Câu 109.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(\sin x) = 3 \sin x + m$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng

- A -9.     
 B -10.     
 C -6.     
 D -5.



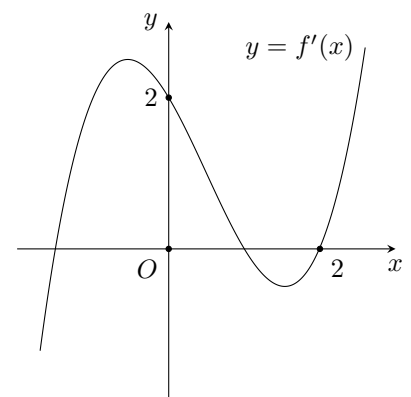
**Câu 110.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu số nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2} + 1\right) + x = m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-2; 2]$ ?

- (A) 8.      (B) 9.      (C) 10.      (D) 11.



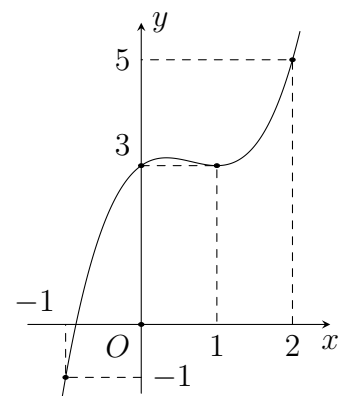
**Câu 111.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình  $f(x) > 2x + m$  nghiệm đúng với mọi  $x \in (0; 2)$  khi và chỉ khi

- (A)  $m \leq f(2) - 4$ .      (B)  $m \leq f(0)$ .  
 (C)  $m < f(0)$ .      (D)  $m < f(2) - 4$ .



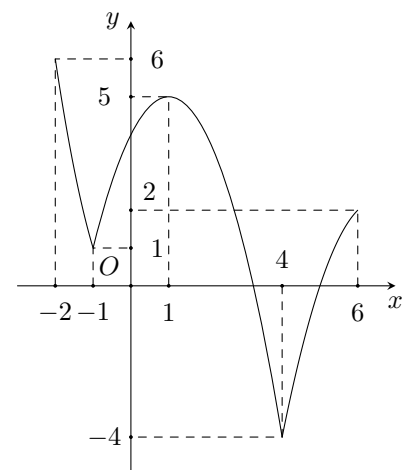
**Câu 112.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị như hình vẽ. Tìm tham số  $m$  để bất phương trình  $f(x) \leq m$  nghiệm đúng với mọi  $x \in [-1; 2]$ .

- (A)  $m \leq 5$ .      (B)  $m \geq 5$ .      (C)  $m \leq -1$ .      (D)  $m \geq -1$ .



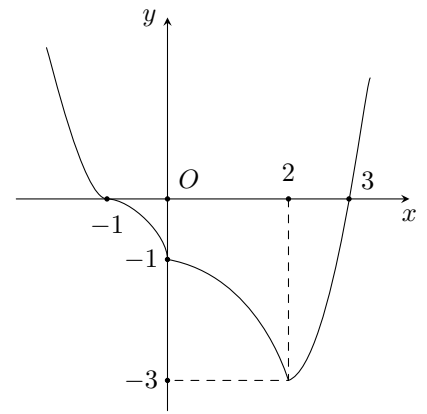
**Câu 113.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$ , có đồ thị như hình vẽ. Tìm tham số  $m$  để bất phương trình  $f(\sin x) \geq m$  đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- (A)  $m \leq 5$ .      (B)  $m \geq 1$ .      (C)  $m \leq -4$ .      (D)  $m \leq 1$ .



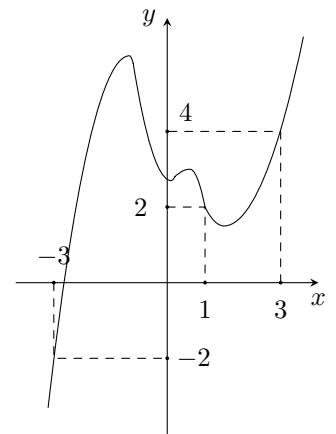
**Câu 114.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình  $2f(x) + x^3 > 2m + 3x^2$  nghiệm đúng với mọi  $x \in (-1; 3)$  khi và chỉ khi

- Ⓐ  $m < -10$ .   Ⓑ  $m < -5$ .   Ⓒ  $m < -3$ .   Ⓓ  $m < -2$ .



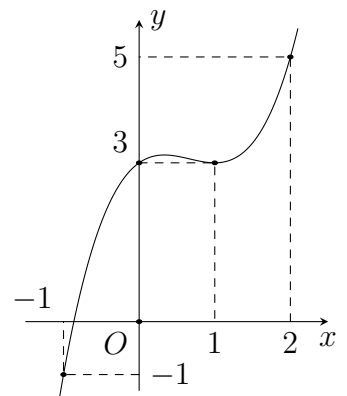
**Câu 115.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm  $m$  để bất phương trình  $m \geq 2[f(x+1) - 2x] - x^2 - 4$  nghiệm đúng  $\forall x \in [-4; 2]$ .

- Ⓐ  $m \geq 2f(0) - 1$ .   Ⓑ  $m \geq 2f(-3) - 4$ .  
 Ⓒ  $m \geq 2f(3) - 16$ .   Ⓓ  $m \geq 2f(1) - 4$ .



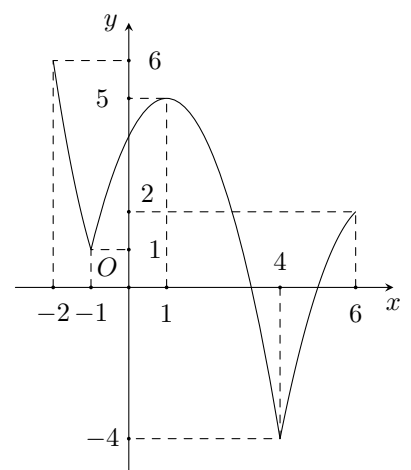
**Câu 116.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị như hình vẽ. Tìm tham số  $m$  để bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm  $x \in [-1; 2]$ .

- Ⓐ  $m \leq 5$ .   Ⓑ  $m \geq 5$ .   Ⓒ  $m \leq -1$ .   Ⓓ  $m \geq -1$ .



**Câu 117.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$ , có đồ thị như hình vẽ. Tìm tham số  $m$  để bất phương trình  $f(\sin x) \geq m$  có nghiệm.

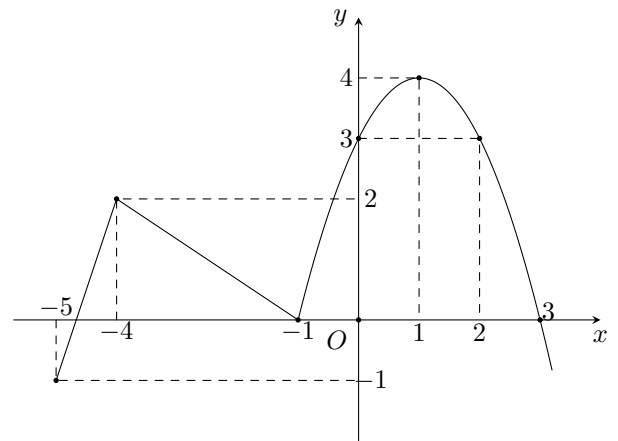
- Ⓐ  $m \leq 5$ .   Ⓑ  $m \geq 1$ .   Ⓒ  $m \leq -4$ .   Ⓓ  $m \leq 1$ .





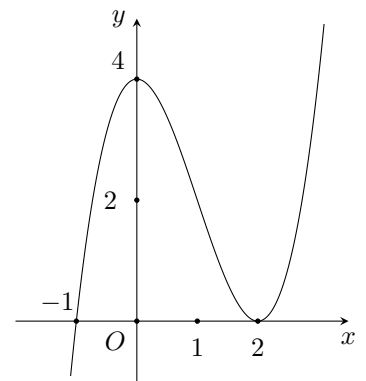
**Câu 118.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-5; 3]$ , có đồ thị như hình vẽ. Tìm  $m$  để bất phương trình  $f(\sqrt{4x - x^2}) \geq m$  có nghiệm  $x \in [0; 4]$ .

- A  $m \leq 3$ .                       B  $m \leq 0$ .  
 C  $m \leq 4$ .                       D  $m \leq -1$ .



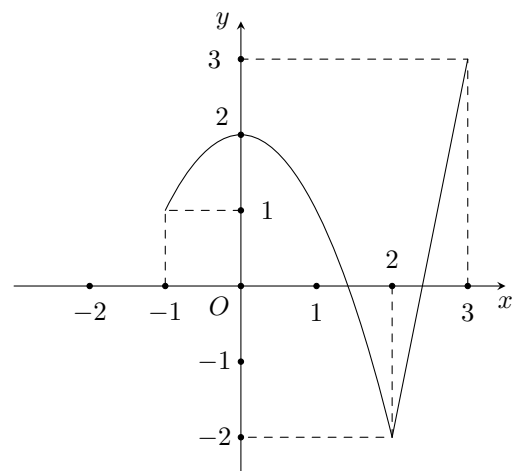
**Câu 119.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Bất phương trình  $f(x) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x + m$  có nghiệm  $x \in [-1; +\infty)$  khi và chỉ khi

- A  $m \geq f(-1) - \frac{1}{2}$ .                       B  $m \leq f(-1) - 2$ .  
 C  $m \geq f(-1) - 2$ .                       D  $m \geq f(-1) + 2$ .



**Câu 120.** Cho hàm  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-1; 3]$ , có đồ thị như hình vẽ. Tìm  $m$  để bất phương trình  $f(x) + \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} \geq m$  có nghiệm  $x \in [-1; 3]$ .

- A  $m \leq 7$ .                                       B  $m \geq 7$ .  
 C  $m \leq 2\sqrt{2} - 2$ .                       D  $m \geq 2\sqrt{2} - 2$ .



## Bài 3

## TIỆM CẬN

**Câu 121.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên bên dưới. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y$	2	$+\infty$	5

- A 4.                                       B 1.                                       C 3.                                       D 2.

**Câu 122.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên bên dưới. Tổng số đường tiệm cận là

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$	+	0	-	+
$y$	0	↗ 2 ↘	$-\infty$	-3 ↗ 5

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 123.** Cho hàm số  $y = f(x)$  phù hợp bảng biến thiên bên dưới. Tổng số đường tiệm cận là

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$y'$	+	-	0	+	-	
$y$	$-\infty$ ↗	1	$+\infty$ ↘	-2 ↗	5 ↘	-3

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 124.** Cho hàm số  $y = f(x)$  phù hợp bảng biến thiên bên dưới. Tổng số đường tiệm cận là

$x$	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$y'$	-	-	0	+	
$y$	2 ↘	-5	3 ↘	-1 ↗	$+\infty$

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 125.** Cho hàm số  $y = f(x)$  phù hợp bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

$x$	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	+	0	-
$y$	$+\infty$ ↘	2	$+\infty$ ↗	$-\infty$ ↗	3	$+\infty$ ↘

- (A) 0.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 126.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2f(x) + 3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$		+	0	-
$y$				

$-2 \nearrow -1 \searrow -\infty$

$+\infty \searrow 0$

- (A) 0.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 127.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f^2(x) - 1}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$y'$		+	+
$y$			

$\frac{3}{2} \nearrow +\infty$

$-\infty \nearrow \frac{3}{2}$

- (A) 0.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 128.** Tìm đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{x+1}$ .

- (A)  $x = 1, y = -1$ .      (B)  $x = 1, y = 1$ .      (C)  $x = -1, y = 1$ .      (D)  $x = -1, y = -1$ .

**Câu 129.** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  tương ứng là

- (A)  $x = 2, y = 1$ .      (B)  $x = -1, y = 2$ .      (C)  $x = 1, y = -3$ .      (D)  $x = 1, y = 2$ .

**Câu 130.** Đồ thị hàm số  $y = 1 - \frac{x}{x-1}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 3.                      (B) 0.                      (C) 1.                      (D) 2.

**Câu 131.** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$ .

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 132.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^4 - 4x^2 + 3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 3.                      (D) 5.

**Câu 133.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 2.                      (B) 1.                      (C) 3.                      (D) 5.

**Câu 134.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 4x^2 + 4x}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 2.                      (B) 1.                      (C) 3.                      (D) 5.

**Câu 135.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ . Tìm  $S = a + b$  để đồ thị hàm số có  $x = 1$  là tiệm cận đứng và  $y = \frac{1}{2}$  là tiệm cận ngang.

(A)  $S = -3$ .

(B)  $S = 3$ .

(C)  $S = 1$ .

(D)  $S = 8$ .

**Câu 136.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + 4}{bx - 1}$ . Biết rằng đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = 2$  và tiệm cận đứng là  $x = 1$ . Giá trị của tổng  $a^2 - 2ab$  bằng

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 0.

**Câu 137.** Biết đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x + 3}{x + m - 1}$  đi qua điểm  $A(5; 2)$ . Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

(A)  $m \in [0; 4)$ .

(B)  $m \in (-3; 0)$ .

(C)  $m \in [4; +\infty)$ .

(D)  $m \in (-10; -3)$ .

## Bài 4

# NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ

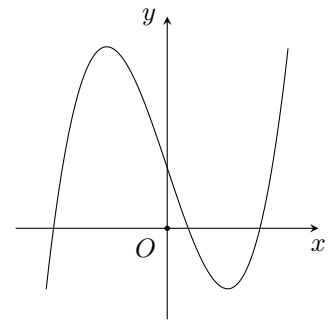
**Câu 138.** Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

(A)  $y = -x^2 + x - 1$ .

(B)  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

(C)  $y = x^4 - x^2 + 1$ .

(D)  $y = x^3 - 3x + 1$ .



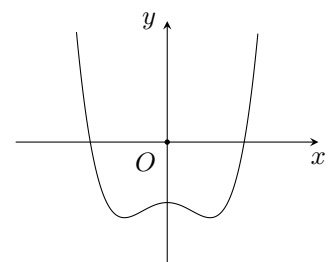
**Câu 139.** Đường cong hình bên là của đồ thị hàm số nào?

(A)  $y = -x^3 + x^2 - 1$ .

(B)  $y = x^4 - x^2 - 1$ .

(C)  $y = x^3 - x^2 - 1$ .

(D)  $y = -x^4 + x^2 - 1$ .



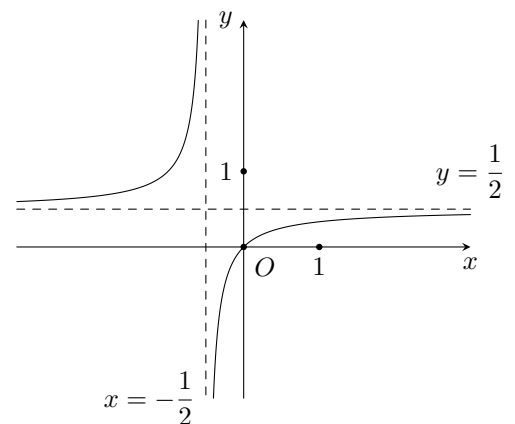
**Câu 140.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

(A)  $y = \frac{x + 1}{2x + 1}$ .

(B)  $y = \frac{x}{2x + 1}$ .

(C)  $y = \frac{x - 1}{2x + 1}$ .

(D)  $y = \frac{x}{2x - 1}$ .



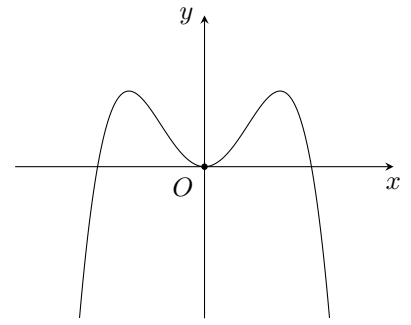
**Câu 141.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A  $y = x^4 - 2x^2$ .

B  $y = x^4 + 2x^2$ .

C  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .

D  $y = -x^4 + 2x^2$ .



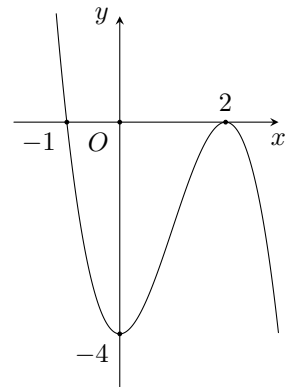
**Câu 142.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A  $y = -x^3 - 4$ .

B  $y = x^3 - 3x^2 - 4$ .

C  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .

D  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ .



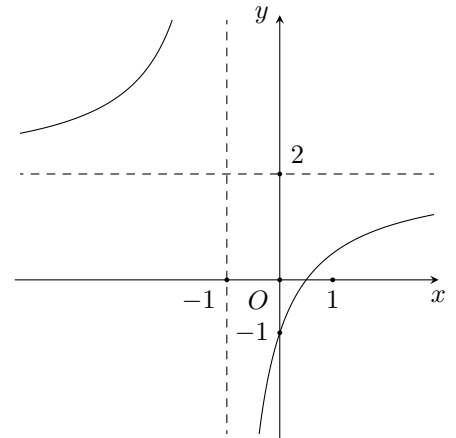
**Câu 143.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

B  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

C  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

D  $y = \frac{1-2x}{x+1}$ .



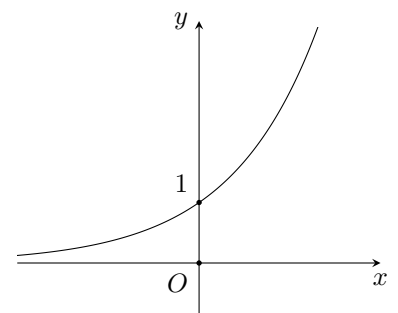
**Câu 144.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

B  $y = \log_{\frac{2}{5}} x$ .

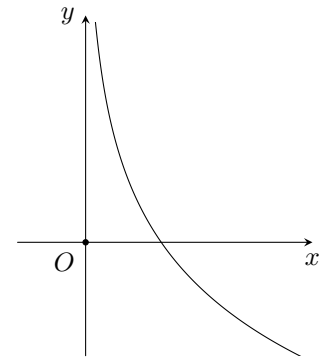
C  $y = \log_3 x$ .

D  $y = 2^x$ .



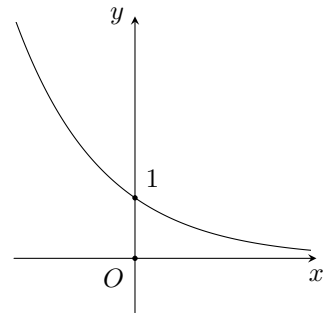
**Câu 145.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

- A  $y = 2^x$ .     
  B  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .     
  C  $y = \log_2 x$ .     
  D  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .



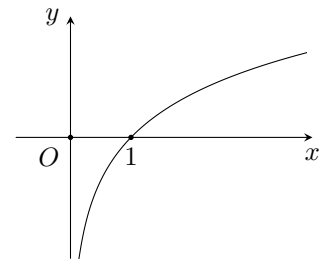
**Câu 146.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

- A  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .     
  B  $y = \log_2 x$ .     
  C  $y = \frac{1}{2^x}$ .     
  D  $y = 2^x$ .



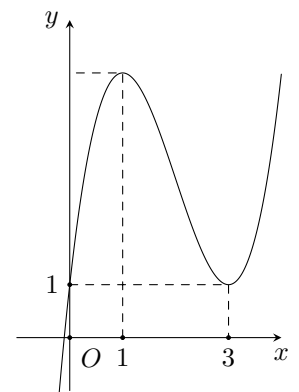
**Câu 147.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

- A  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .     
  B  $y = \log_{\sqrt{7}} x$ .     
  C  $y = e^x$ .     
  D  $y = \frac{1}{e^x}$ .



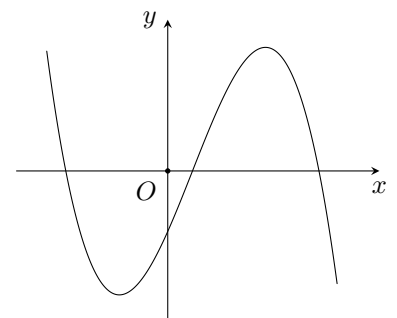
**Câu 148.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

- A  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .     
  B  $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .  
 C  $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ .     
  D  $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .



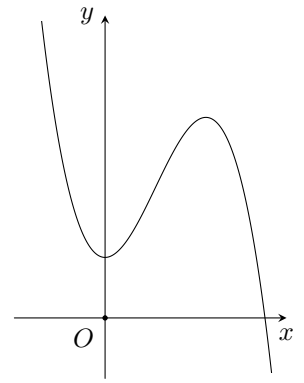
**Câu 149.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

- A  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .     
  B  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .  
 C  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .     
  D  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .



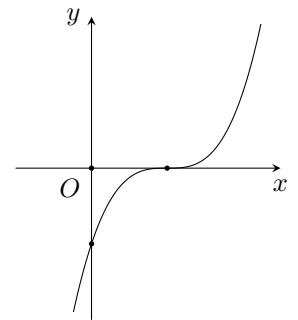
**Câu 150.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

- A  $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$      
 B  $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$   
 C  $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$      
 D  $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$



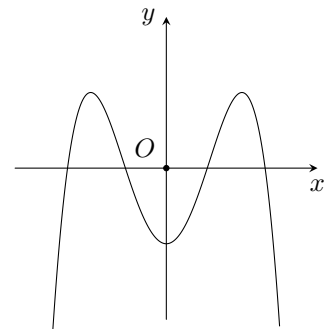
**Câu 151.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

- A  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$      
 B  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$   
 C  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$      
 D  $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0.$



**Câu 152.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào **đúng**?

- A  $a > 0, b < 0, c < 0.$      
 B  $a < 0, b > 0, c < 0.$   
 C  $a < 0, b > 0, c > 0.$      
 D  $a < 0, b < 0, c < 0.$



## Bài 5

## SỰ TƯƠNG GIAO

**Câu 153.** Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = x + 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x + m}{x - 1}$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

- A  $-2 < m < 1.$      
 B  $m < 1.$      
 C  $-2 < m < -1.$      
 D  $m < -1.$

**Câu 154.** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = (x - m)(2x^2 + x - 3m)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm phân biệt.

- A  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}.$      
 B  $m \in \left(-\infty; \frac{1}{24}\right) \setminus \{0; 1\}.$   
 C  $m \in \left(-\frac{1}{24}; +\infty\right) \setminus \{0; 1\}.$      
 D  $m \in \left(-\frac{1}{24}; +\infty\right).$

**Câu 155.** Tìm  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A  $m = 2.$      
 B  $m < 3.$      
 C  $m = 3.$      
 D  $m > 3.$

**Câu 156.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m + 2$  cắt trục  $Ox$  tại 4 điểm phân biệt.

(A)  $m \in (2; +\infty)$ .

(B)  $m \in (-\infty; 1)$ .

(C)  $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .

(D)  $m \in (0; +\infty)$ .

**Câu 157.** Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = -1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$  tại 4 điểm phân biệt.

(A)  $-1 \leq m \leq 0$ .      (B)  $\begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$ .      (C)  $\begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m < 0 \end{cases}$ .      (D)  $\begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$ .

**Câu 158.** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 2m - 1$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là

(A)  $\frac{1}{4} \leq m < \frac{1}{2}$ .      (B)  $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$ .      (C)  $0 < m < \frac{1}{2}$ .      (D)  $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$ .

**Câu 159.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại ba điểm phân biệt?

(A) 1.      (B) 3.      (C) 5.      (D) 7.

**Câu 160.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = m - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  tại ba điểm phân biệt?

(A) 7.      (B) 5.      (C) 3.      (D) 9.

**Câu 161.** Tìm tham số  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  tại bốn điểm phân biệt.

(A)  $-4 < m < -3$ .      (B)  $m < -4$ .      (C)  $m > -3$ .      (D)  $-4 < m < -2$ .

**Câu 162.** Tìm tham số  $m$  để đường thẳng  $y = 3m$  cắt đồ thị hàm số  $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$  tại ba điểm phân biệt.

(A)  $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{2}$ .      (B)  $m = \frac{1}{2}$ .      (C)  $m \leq \frac{1}{3}$ .      (D)  $m = \frac{1}{3}$ .

## Bài 6

## PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

**Câu 163.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 2x^2$  tại điểm  $M(1; 3)$  là

(A)  $y = 7x + 4$ .      (B)  $y = 7x - 4$ .      (C)  $y = -7x + 4$ .      (D)  $y = -7x - 4$ .

**Câu 164.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại điểm  $M(-1; -2)$  là

(A)  $y = 9x + 11$ .      (B)  $y = 9x - 11$ .      (C)  $y = 9x - 7$ .      (D)  $y = 9x + 7$ .

**Câu 165.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 4$  tại điểm  $A(1; 2)$  là

(A)  $y = 3x + 5$ .      (B)  $y = 2x + 4$ .      (C)  $y = -2x + 4$ .      (D)  $y = -2x$ .

**Câu 166.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$  tại điểm  $M(0; -1)$  là

(A)  $y = 3x + 1$ .      (B)  $y = 3x - 1$ .      (C)  $y = -3x - 1$ .      (D)  $y = -3x + 1$ .

**Câu 167.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$  tại điểm  $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  là

(A)  $y = \frac{1}{2}x$ .      (B)  $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .      (C)  $y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$ .      (D)  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ .

**Câu 168.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$  tại điểm  $M(0; 1)$  là

(A)  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .      (B)  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ .      (C)  $y = -x + 1$ .      (D)  $y = x + 1$ .



**Câu 169.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -3$  là

- (A)  $y = 30x + 25$ .      (B)  $y = 9x - 25$ .      (C)  $y = 30x - 25$ .      (D)  $y = 9x + 25$ .

**Câu 170.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{4}{x-1}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  là

- (A)  $y = -x - 3$ .      (B)  $y = x - 1$ .      (C)  $y = -x + 2$ .      (D)  $y = -x - 1$ .

**Câu 171.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2 + x + 1$  tại điểm có tung độ bằng 2 là

- (A)  $y = 2x$ .      (B)  $y = 9x - 11$ .      (C)  $y = 54x + 32$ .      (D)  $y = 2x + 4$ .

**Câu 172.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-4}{x-4}$  tại điểm có tung độ bằng 3 là

- (A)  $x + 4y - 20 = 0$ .      (B)  $x + 4y - 5 = 0$ .      (C)  $4x + y - 2 = 0$ .      (D)  $4x + y - 5 = 0$ .

**Câu 173.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{3x-2}$  tại điểm có tung độ bằng 3 là

- (A)  $6x - 3y + 7 = 0$ .      (B)  $3x + 6y + 7 = 0$ .      (C)  $3x - 6y + 7 = 0$ .      (D)  $3x + 6y - 7 = 0$ .

**Câu 174.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-4}{x-3}$  tại giao điểm của của đồ thị với trục hoành là

- (A)  $y = -2x + 4$ .      (B)  $y = -3x + 1$ .      (C)  $y = 2x - 4$ .      (D)  $y = 2x$ .

**Câu 175.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$  tại giao điểm của của đồ thị với trục tung là

- (A)  $y = -x + 2$ .      (B)  $y = -x + 1$ .      (C)  $y = x - 2$ .      (D)  $y = -x - 2$ .

**Câu 176.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$ , biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng  $-3$ .

- (A)  $y = -3x - 2$ .      (B)  $y = -3$ .      (C)  $y = -3x - 5$ .      (D)  $y = -3x + 1$ .

**Câu 177.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  song song với đường thẳng  $y = 9x$  có phương trình là

- (A)  $y = 9x + 40$ .      (B)  $y = 9x - 40$ .      (C)  $y = 9x + 32$ .      (D)  $y = 9x - 32$ .

**Câu 178.** Tìm tất cả phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$ .

- (A)  $y = -3x + 1; y = -3x - 7$ .      (B)  $y = -3x - 1; y = -3x + 11$ .  
(C)  $y = -3x - 1$ .      (D)  $y = -3x + 11; y = -3x + 5$ .

**Câu 179.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{2x+1}$  vuông góc với đường thẳng  $y = -\frac{1}{5}x$  là

- (A)  $y = 5x + 3; y = 5x - 2$ .      (B)  $y = 5x - 8; y = 5x - 2$ .  
(C)  $y = 5x + 8; y = 5x - 2$ .      (D)  $y = 5x + 8; y = 5x + 2$ .

**Câu 180.** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  $(C): y = \frac{3}{2}x^4 + x^2 - 1$ , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $d: x + 8y + 16 = 0$ .

- (A)  $y = -8x + \frac{13}{2}$ .      (B)  $y = 8x + \frac{13}{2}$ .      (C)  $y = -8x - \frac{13}{2}$ .      (D)  $y = 8x - \frac{13}{2}$ .

# Chương 8

## MŨ & LÔGARIT

### Bài 1

## CÔNG THỨC MŨ & LÔGARIT VÀ BÀI TOÁN BIẾN ĐỔI

**Câu 1.** Với  $a$  là số thực dương khác 1, thì  $\sqrt{a^2 \sqrt[3]{a^4}}$  bằng

- (A)  $a^{\frac{5}{3}}$ .      (B)  $a^{\frac{7}{3}}$ .      (C)  $a^{\frac{7}{4}}$ .      (D)  $a^{\frac{11}{6}}$ .

**Câu 2.** Cho biểu thức  $P = x \cdot \sqrt[5]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}}$ ,  $x > 0$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A)  $P = x^{\frac{2}{3}}$ .      (B)  $P = x^{\frac{3}{10}}$ .      (C)  $P = x^{\frac{13}{10}}$ .      (D)  $P = x^{\frac{1}{2}}$ .

**Câu 3.** Cho biểu thức  $P = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}} : x^{\frac{11}{16}}$  với  $x > 0$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A)  $P = \sqrt[4]{x}$ .      (B)  $P = \sqrt[6]{x}$ .      (C)  $P = \sqrt[8]{x}$ .      (D)  $P = \sqrt{x}$ .

**Câu 4.** Với  $a$  là số thực dương, thì  $\frac{(a^3)^4}{a^2 \cdot a^{\frac{3}{2}}}$  bằng

- (A)  $a^9$ .      (B)  $a^{\frac{17}{2}}$ .      (C)  $a^{\frac{23}{2}}$ .      (D)  $a^{\frac{7}{2}}$ .

**Câu 5.** Với  $x$  là số thực dương, thì  $\frac{x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x^3}}$  bằng

- (A)  $x^{\frac{112}{60}}$ .      (B)  $x^{\frac{5}{4}}$ .      (C)  $x^{\frac{13}{18}}$ .      (D)  $x^{\frac{211}{60}}$ .

**Câu 6.** Cho biểu thức  $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}}$ ,  $a > 0$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A)  $P = a$ .      (B)  $P = a^2$ .      (C)  $P = 1$ .      (D)  $P = a^3$ .

**Câu 7.** Giá trị của biểu thức  $(1 + \sqrt{3})^{2016} \cdot (3 - \sqrt{3})^{2016}$  bằng

- (A)  $12^{1008}$ .      (B)  $4^{1008}$ .      (C)  $(1 + \sqrt{3})^{1008}$ .      (D)  $(3 - \sqrt{3})^{1008}$ .

**Câu 8.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^{2016} \cdot (\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^{2016}$  bằng

- (A)  $-48^{1008}$ .      (B)  $-18^{1008}$ .      (C)  $18^{1008}$ .      (D)  $48^{1008}$ .

**Câu 9.** Với số thực  $x$  thỏa mãn  $9^x + 9^{-x} = 23$  thì  $\frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}$  bằng

- (A)  $-\frac{5}{2}$ .      (B)  $\frac{1}{2}$ .      (C)  $\frac{5}{2}$ .      (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 10.** Với số thực  $x$  thỏa mãn  $25^x + 25^{-x} = 7$  thì  $\frac{4 - 5^x - 5^{-x}}{9 + 5^x + 5^{-x}}$  bằng

- A  $\frac{1}{9}$ .                       B  $\frac{1}{12}$ .                       C 12.                       D 2.

**Câu 11.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2(a^2)$  bằng

- A  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .                       B  $\frac{1}{2} + \log_2 a$ .                       C  $2 \log_2 a$ .                       D  $2 + \log_2 a$ .

**Câu 12.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 \sqrt{a}$  bằng

- A  $2 + \log_2 a$ .                       B  $2 \log_2 a$ .                       C  $\frac{1}{2} + \log_2 a$ .                       D  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .

**Câu 13.** Cho hai số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Khi đó  $\log_{a^3} b$  bằng

- A  $-\frac{1}{3} \log_a b$ .                       B  $\frac{1}{3} \log_a b$ .                       C  $3 \log_a b$ .                       D  $-3 \log_a b$ .

**Câu 14.** Với  $a$  là số thực dương và  $a \neq 1$ , thì  $\log_{a^3} a$  bằng

- A  $-\frac{1}{3}$ .                       B  $\frac{1}{3}$ .                       C  $-3$ .                       D 3.

**Câu 15.** Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ , thì  $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b})$  bằng

- A  $\frac{1}{2} + \log_a b$ .                       B  $2 + \frac{1}{2} \log_a b$ .                       C  $2 + \log_a b$ .                       D  $1 + 2 \log_a b$ .

**Câu 16.** Cho  $0 < a \neq 1$ . Khi đó  $3 \log_a(a^2 \sqrt[3]{a})$  bằng

- A  $\frac{5}{2}$ .                       B  $\frac{3}{2}$ .                       C 7.                       D 5.

**Câu 17.** Cho  $a, b$  là các số thực dương. Biểu thức  $\log_a(a^2 b)$  bằng

- A  $2 - \log_a b$ .                       B  $1 + 2 \log_a b$ .                       C  $2 \log_a b$ .                       D  $2 + \log_a b$ .

**Câu 18.** Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý, thì  $\log_2(a^3 b^4)$  bằng

- A  $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$ .                       B  $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ .                       C  $2(\log_2 a + \log_4 b)$ .                       D  $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$ .

**Câu 19.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, thì  $\ln \frac{1}{a^3}$  bằng

- A 3.                       B  $-3 \ln a$ .                       C  $-\frac{1}{3} \ln a$ .                       D  $\frac{1}{a^3}$ .

**Câu 20.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, khi đó  $\ln \frac{e}{a^2}$  bằng

- A  $2(1 + \ln a)$ .                       B  $1 - \ln a$ .                       C  $2(1 - \ln a)$ .                       D  $1 - 2 \ln a$ .

**Câu 21.** Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý, khi đó  $\log \frac{a}{\sqrt[3]{b^2}}$  bằng

- A  $2 \log a + \frac{3}{2} \log b$ .                       B  $\log a - \frac{3}{2} \log b$ .                       C  $\log a - \frac{2}{3} \log b$ .                       D  $\log a + \frac{2}{3} \log b$ .

**Câu 22.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, khi đó  $\log_2(a^2) + \log(100a^{2020})$  bằng

- A  $2 + 2020 \log_2 a$ .                       B  $2 + \log_2 a + 2020 \log a$ .  
 C  $2 + 2 \log_2 a + 2020 \log a$ .                       D  $2 - 2 \log_2 a + 2020 \log a$ .

**Câu 23.** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $3 \log a + 2 \log b = 1$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A  $a^3 + b^2 = 1$ .                       B  $3a + 2b = 10$ .                       C  $a^3 b^2 = 10$ .                       D  $a^3 + b^2 = 10$ .

**Câu 24.** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 a = \log_8(ab)$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A  $a = b^2$ .                       B  $a^3 = b$ .                       C  $a = b$ .                       D  $a^2 = b$ .

**Câu 25.** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_4 a + \log_2 b = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A)  $b = \left(\frac{4}{a}\right)^2$ .      (B)  $a = \left(\frac{4}{b}\right)^2$ .      (C)  $ab = 4$ .      (D)  $4ab = 1$ .

**Câu 26.** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A)  $b^2 = 9a$ .      (B)  $a^2 = 9b$ .      (C)  $a^2 = b$ .      (D)  $b^2 = a$ .

**Câu 27.** Cho  $a, b > 0$  và  $a \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a b = 2$ . Giá trị của  $\log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b}$  bằng

- (A) 8.      (B) 7.      (C) 5.      (D) 6.

**Câu 28.** Cho  $a, b > 0$  và  $a \neq 1$  thì  $P = \log_{a^2} b^6 + \log_a b^3$  bằng

- (A)  $P = 9 \log_a b$ .      (B)  $P = 27 \log_a b$ .      (C)  $P = 15 \log_a b$ .      (D)  $P = 6 \log_a b$ .

**Câu 29.** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log(a+b)^2 = \log(10ab)$ . Khi đó  $\log(a+b)$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .      (B)  $\frac{1 + \log a + \log b}{2}$ .      (C)  $1 + \log a + \log b$ .      (D)  $10 + \log a + \log b$ .

**Câu 30.** Với các số thực dương  $a, b$  thì biểu thức  $2 \log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$  bằng

- (A)  $\log_2(2ab^2)$ .      (B)  $\log_2(ab)^2$ .      (C)  $\log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$ .      (D)  $\log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$ .

**Câu 31.** Với  $a, b, x$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$ , mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A)  $x = 3a + 5b$ .      (B)  $x = 5a + 3b$ .      (C)  $x = a^5 + b^3$ .      (D)  $x = a^5 b^3$ .

**Câu 32.** Cho  $a, b > 0$  và  $a, b \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a^2 b - 27 \log_b(a\sqrt[3]{b}) = -9$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A)  $b = a^3$ .      (B)  $b = a$ .      (C)  $b^3 = a$ .      (D)  $b = \sqrt[3]{a}$ .

**Câu 33.** Cho  $a, b > 0$  và  $a, b \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a b = m$ . Khi đó  $\log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$  bằng

- (A)  $\frac{m^2 - 12}{m}$ .      (B)  $\frac{m^2 - 12}{2m}$ .      (C)  $\frac{4m^2 - 1}{2m}$ .      (D)  $\frac{m^2 - 2}{2m}$ .

**Câu 34.** Cho  $a > 0, a \neq 1$  và  $x, y \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\log_a 3 = x; \log_a 2 = y$ . Khi đó  $(x+y) \log_6 a$  bằng

- (A)  $(x+y)^2$ .      (B)  $2(x+y)$ .      (C)  $x+y$ .      (D) 1.

**Câu 35.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$ . Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- (A)  $a = b \log_6 2$ .      (B)  $a = b \log_6 3$ .      (C)  $a = 36b$ .      (D)  $2a + 3b = 0$ .

**Câu 36.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a^3 b^5 = 32$ . Giá trị của  $3 \log_2 a + 5 \log_2 b$  bằng

- (A) 5.      (B) 2.      (C) 32.      (D) 4.

**Câu 37.** Cho  $\log_3(a+2) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{2})^{\log_2(a-3)}$  bằng

- (A) 5.      (B) 2.      (C) 32.      (D) 4.

**Câu 38.** Giả sử  $\log_a x = -1$  và  $\log_a y = 4$  thì  $\log_a(x^2 y^3)$  bằng

- (A) 3.      (B) 10.      (C) -14.      (D) 65.

**Câu 39.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ . Khi đó giá trị của  $ab$  bằng

- (A) 8.      (B) 2.      (C)  $2^9$ .      (D)  $2^{18}$ .

**Câu 40.** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $2^a = 3$  và  $2^b = 12$ . Khi đó  $a - b$  bằng

- (A)  $\log_2 36$ .                      (B)  $-2$ .                      (C)  $2$ .                      (D)  $-4$ .

**Câu 41.** Cho  $a, b$  lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của cấp số cộng có công sai  $d \neq 0$ . Giá trị của  $\log_2 \left( \frac{b-a}{d} \right)$  bằng

- (A)  $\log_2 5$ .                      (B)  $\log_2 3$ .                      (C)  $2$ .                      (D)  $3$ .

**Câu 42.** Cho  $\log_2 a = -1$  và  $\log_3 b = \frac{1}{2}$ . Khi đó  $4 \log_2 [\log_2 (8a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^4$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ .                      (B)  $3$ .                      (C)  $2$ .                      (D)  $-1$ .

**Câu 43.** Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_a b = 2$ . Khi đó  $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} (a^3 \sqrt{b})$  bằng

- (A)  $-\frac{10}{9}$ .                      (B)  $\frac{2}{3}$ .                      (C)  $-\frac{2}{9}$ .                      (D)  $\frac{2}{15}$ .

**Câu 44.** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 thỏa mãn  $\log_a b = \sqrt{3}$ . Khi đó  $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$  bằng

- (A)  $-\sqrt{3}$ .                      (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      (C)  $-2\sqrt{3}$ .                      (D)  $\sqrt{3}$ .

**Câu 45.** Cho  $\log_a b = 3$ ;  $\log_a c = -2$ . Giá trị của biểu thức  $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$  bằng

- (A)  $-8$ .                      (B)  $5$ .                      (C)  $4$ .                      (D)  $8$ .

**Câu 46.** Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 a + 2 \log_2 b = 3$ . Giá trị của  $ab^2$  bằng

- (A)  $3$ .                      (B)  $8$ .                      (C)  $9$ .                      (D)  $\log_3 2$ .

**Câu 47.** Xét các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$ . Mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- (A)  $a + 2b = 2$ .                      (B)  $4a + 2b = 1$ .                      (C)  $4ab = 1$ .                      (D)  $2a + 4b = 1$ .

**Câu 48.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $ab^3 = 8$ . Giá trị của  $\log_2 a + 3 \log_2 b$  bằng

- (A)  $8$ .                      (B)  $6$ .                      (C)  $2$ .                      (D)  $3$ .

**Câu 49.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^2 b^3 = 16$ . Giá trị của  $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$  bằng

- (A)  $8$ .                      (B)  $16$ .                      (C)  $4$ .                      (D)  $2$ .

**Câu 50.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b} = 10$ . Giá trị của  $\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{3} \log b$  bằng

- (A)  $0$ .                      (B)  $1$ .                      (C)  $10$ .                      (D)  $-1$ .

**Câu 51.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $\sqrt{a} \cdot b^3 = 27$ . Giá trị của  $\log_3 a + 6 \log_3 b$  bằng

- (A)  $3$ .                      (B)  $6$ .                      (C)  $9$ .                      (D)  $1$ .

**Câu 52.** Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn  $a^3 b^2 c = 8$ . Giá trị của  $3 \log_2 a + \log_{\sqrt{2}} b - \log_{\frac{1}{2}} c$  bằng

- (A)  $8$ .                      (B)  $4$ .                      (C)  $3$ .                      (D)  $6$ .

**Câu 53.** Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn  $a^2 b^3 = 4c$ . Giá trị của  $2 \ln a + 3 \ln b - \ln c$  bằng

- (A)  $2 \ln 2$ .                      (B)  $\ln 2$ .                      (C)  $4$ .                      (D)  $2$ .

**Câu 54.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^3 = (e \cdot b)^2$ . Giá trị của  $3 \ln a - 2 \ln b$  bằng

- (A)  $2$ .                      (B)  $e^2$ .                      (C)  $e$ .                      (D)  $2e$ .

**Câu 55.** Cho  $x, y$  là hai số thực dương khác 1, thỏa mãn  $8xy^2 = 1$ . Giá trị của  $\frac{1}{\log_x 2} + \frac{2}{\log_y 2}$  bằng

- (A) 3.                      (B) -3.                      (C) 4.                      (D) -4.

**Câu 56.** Xét các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2(4^a \cdot 2^b) = \log_8 2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $2a + b = 2$ .                      (B)  $6a + 3b = 1$ .                      (C)  $4ab = 1$ .                      (D)  $3a + b = 1$ .

**Câu 57.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $\log_2 a + \frac{4}{3} \log_2 b = 2$ . Giá trị của  $a^3 \cdot b^4$  bằng

- (A) 8.                      (B) 6.                      (C) 64.                      (D) 32.

**Câu 58.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $\log_4 a + \log_2 b = -\frac{1}{2}$ . Giá trị của  $a^2 \cdot b^4$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ .                      (B)  $\frac{1}{4}$ .                      (C)  $\frac{1}{8}$ .                      (D) 4.

**Câu 59.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2$ . Giá trị của  $\frac{a}{\sqrt{b}}$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}$ .                      (B) 3.                      (C)  $\frac{1}{9}$ .                      (D) 9.

**Câu 60.** Xét các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{9^b}{3^a}\right) = \log_{\frac{1}{27}} \sqrt[3]{3}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $a - 2b = \frac{1}{18}$ .                      (B)  $a + 2b = \frac{1}{18}$ .                      (C)  $2b - a = \frac{1}{18}$ .                      (D)  $2a - b = \frac{1}{18}$ .

**Câu 61.** Cho  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $\frac{2}{\log_a c^6} + \frac{3}{\log_b c^6} = \frac{1}{6}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $a^2 b^3 = c$ .                      (B)  $a^3 b^2 = c$ .                      (C)  $a^2 b^3 = c^6$ .                      (D)  $a^2 b^3 = c^{\frac{37}{6}}$ .

**Câu 62.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $\frac{1}{4} \log_{\sqrt{2}} a + 2 \log_{\frac{1}{4}} \frac{4}{b} = 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $ab = 4$ .                      (B)  $a^2 b = 16$ .                      (C)  $ab^2 = 16$ .                      (D)  $ab = 8$ .

**Câu 63.** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1, thỏa mãn  $\log_a c + \log_b c = \log_a 2020 \cdot \log_b c$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $abc = 2020$ .                      (B)  $ac = 2020$ .                      (C)  $bc = 2020$ .                      (D)  $ab = 2020$ .

**Câu 64.** Cho  $\log_a x = 3, \log_b x = 4$  với  $a, b > 1$ . Giá trị của biểu thức  $P = \log_{ab} x$  bằng

- (A)  $\frac{7}{12}$ .                      (B)  $\frac{1}{12}$ .                      (C) 12.                      (D)  $\frac{12}{7}$ .

**Câu 65.** Cho  $\log_a c = x > 0$  và  $\log_b c = y > 0$ . Giá trị của  $\log_{ab} c$  bằng

- (A)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .                      (B)  $\frac{1}{xy}$ .                      (C)  $\frac{xy}{x+y}$ .                      (D)  $x + y$ .

**Câu 66.** Cho  $\log_a x = 2, \log_b x = 3$  với  $a, b$  là các số thực lớn hơn 1. Giá trị của  $\log_{\frac{a}{b^2}} x$  bằng

- (A) 6.                      (B) -6.                      (C) 3.                      (D) -3.

**Câu 67.** Cho  $\log_a x = 2$  và  $\log_b x = 3$  với  $a, b > 1$ . Giá trị của biểu thức  $\log_{ab} x + \log_{\frac{a}{b}} x$  bằng

- (A)  $\frac{36}{5}$ .                      (B)  $\frac{36}{7}$ .                      (C)  $\frac{31}{6}$ .                      (D)  $\frac{13}{6}$ .

**Câu 68.** Cho  $a, b > 0, a \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a b = \frac{b}{4}$  và  $\log_2 a = \frac{16}{b}$ . Tổng  $a + b$  bằng

(A) 16.

(B) 12.

(C) 10.

(D) 18.

**Câu 69.** Cho  $a, b > 0, a \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a b = \frac{b}{9}$  và  $\log_3 a = \frac{27}{b}$ . Tổng  $(2a + 2b)$  bằng

(A) 30.

(B) 60.

(C) 90.

(D) 120.

**Câu 70.** Biết  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $\log_{ab}(bc) = 2$ . Giá trị của  $P = \log_{\frac{c}{b}} a^4 + \log_{\frac{c}{a}}(ab)$  bằng

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

**Câu 71.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 23ab$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A)  $2 \log_5(a + b) = 1 + \log_5 a + \log_5 b$ .

(B)  $\ln \frac{a + b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$ .

(C)  $\log_5(a + b) = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b$ .

(D)  $2 \log_5 \frac{a + b}{5} = \log_5 a + \log_5 b$ .

**Câu 72.** Cho hai số dương  $a, b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Chọn đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau?

(A)  $\log a + \log b = \frac{1}{7} \log(a^2 + b^2)$ .

(B)  $\log \frac{a + b}{3} = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$ .

(C)  $\log a + \log b = \frac{1}{2} \log(7ab)$ .

(D)  $\log a^2 + \log b^2 = \log 7ab$ .

## TẬP XÁC ĐỊNH VÀ ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT

### Bài 2

**Câu 73.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 - x - 2)^{-\log 1000}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(B)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ .

**Câu 74.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 - x)^{\sqrt{2018}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ .

**Câu 75.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^3 - x^2)^{-5}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ .

(C)  $\mathcal{D} = (0; 1)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 76.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (2x - \sqrt{x + 3})^{2018}$ .

(A)  $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = [-3; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = [1; +\infty)$ .

**Câu 77.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = x^e + (x^2 - 1)^\pi$ .

(A)  $\mathcal{D} = (-1; 1)$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ .

(C)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

**Câu 78.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = 2018^{\sqrt{2-x^2}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .

(B)  $\mathcal{D} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ .

(C)  $\mathcal{D} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -\sqrt{2}]$ .

**Câu 79.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = 2019^{\frac{3}{\sqrt{4-x^2}}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (-2; 2)$ .

(C)  $\mathcal{D} = [-2; 2]$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2]$ .



**Câu 80.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log_{\sqrt{2}}(-x^2 - x + 6)$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (3; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (-3; 2)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$ .

**Câu 81.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = [-1; 3]$ . (D)  $\mathcal{D} = (-1; 3)$ .

**Câu 82.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{x}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (0; 1)$ . (D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 83.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log_{2018} \frac{x-1}{x+2}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = [1; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (-2; 1)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2)$ .

**Câu 84.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log \frac{x+1}{x-1}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (-1; 1)$ . (B)  $\mathcal{D} = [-1; 1]$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 85.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = e^{x^2-2x}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . (B)  $\mathcal{D} = [0; 2]$ . (C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ . (D)  $\mathcal{D} = \emptyset$ .

**Câu 86.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ .

**Câu 87.** Tập xác định của hàm số  $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$  là

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . (B)  $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . (C)  $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . (D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .

**Câu 88.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$  là

- (A)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (1; 3)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$ . (D)  $\mathcal{D} = (3; +\infty)$ .

**Câu 89.** Tập xác định của hàm số  $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$  là

- (A)  $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (2; 3)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = [2; 3]$ .

**Câu 90.** Tập xác định của hàm số  $y = \log(x - 3)^4 + \log_3(-x^2 + 5x - 4)$  là

- (A)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ . (B)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (1; 4) \setminus \{3\}$ . (D)  $\mathcal{D} = (1; 4)$ .

**Câu 91.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{2018x}{\log_{2019}(-x^2 + 2x)}$  là

- (A)  $\mathcal{D} = [0; 2]$ . (B)  $\mathcal{D} = (0; 2)$ . (C)  $\mathcal{D} = [0; 2] \setminus \{1\}$ . (D)  $\mathcal{D} = (0; 2) \setminus \{1\}$ .

**Câu 92.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ . (B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . (C)  $\mathcal{D} = [3; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (3; +\infty)$ .



**Câu 93.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$  là

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . (B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

**Câu 94.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (-x^2 + 3x + 4)^{\frac{1}{3}} + \sqrt{2-x}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (-1; 2]$ . (B)  $\mathcal{D} = [-1; 2]$ . (C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$ . (D)  $\mathcal{D} = (-1; 2)$ .

**Câu 95.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$  là

- (A)  $\mathcal{D} = (-1; 3)$ . (B)  $\mathcal{D} = (0; 1)$ . (C)  $\mathcal{D} = (-1; 1)$ . (D)  $\mathcal{D} = (-3; 1)$ .

**Câu 96.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$  là

- (A)  $\mathcal{D} = [1; 2]$ . (B)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ . (C)  $\mathcal{D} = (1; 2)$ . (D)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

**Câu 97.** Tập xác định của hàm số  $y = \ln \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 6}$  là

- (A)  $\mathcal{D} = (-6; +\infty) \setminus \{-1\}$ . (B)  $\mathcal{D} = (-\infty; 6)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (-1; 6)$ .

**Câu 98.** Có bao nhiêu số nguyên  $x > 0$  để hàm số  $y = \log_{2018}(10 - x)$  xác định?

- (A) 10. (B) 2018. (C) Vô số. (D) 9.

**Câu 99.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-2018; 2018)$  để hàm số  $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{3}}$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ?

- (A) 4036. (B) 2018. (C) 2017. (D) Vô số.

**Câu 100.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-50; 50)$  để hàm số  $y = \log_{2018}(x^2 - 2x - m + 1)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ?

- (A) 99. (B) 49. (C) 50. (D) 100.

**Câu 101.** Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x - m^2 + 5m - 5)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$  là khoảng  $(a; b)$ . Giá trị của  $a + b$  bằng

- (A) -5. (B) 5. (C) 3. (D) -3.

**Câu 102.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log_2(x^2 - 4x + m)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- (A)  $m > 4$ . (B)  $m < 4$ . (C)  $m \geq 4$ . (D)  $m \leq 4$ .

**Câu 103.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log_{\sqrt{10}}(x^2 - 2x - m)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- (A)  $m > 1$ . (B)  $m > -1$ . (C)  $m < 1$ . (D)  $m < -1$ .

**Câu 104.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log_3 \frac{x^2 + 2mx + m + 2}{x^2 + 3}$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- (A)  $-1 < m < 2$ . (B)  $-1 \leq m < 2$ . (C)  $-2 < m < 2$ . (D)  $-1 < m \leq 2$ .

**Câu 105.** Đạo hàm của hàm số  $y = 2^{2x^2+x}$  là

- (A)  $y' = 2^{2x^2+x} \ln 2$ . (B)  $y' = (4x + 1)2^{2x^2+x} \ln 2$ .  
(C)  $y' = (2x^2 + x)2^{2x^2+x} \ln 2$ . (D)  $y' = (4x + 1) \ln(2x^2 + x)$ .

**Câu 106.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x + 3^x$  là

(A)  $y' = 2 \cos 2x + x \cdot 3^{x-1}$ .

(C)  $y' = -2 \cos 2x - 3^x \ln 3$ .

(B)  $y' = -\cos 2x + 3^x$ .

(D)  $y' = 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$ .

**Câu 107.** Đạo hàm của hàm số  $y = 5^{\sin x}$  là

(A)  $y' = 5^{\sin x} \ln 5 \cdot \cos x$ .

(C)  $y' = 5^{\sin x - 1} \sin x$ .

(B)  $y' = 5^{\sin x} \cos x$ .

(D)  $y' = 5^{\sin x} \ln 5$ .

**Câu 108.** Hàm số  $y = e^{1-2x}$  có đạo hàm là

(A)  $y' = 2e^{1-2x}$ .

(B)  $y' = e^{1-2x}$ .

(C)  $y' = -2e^{1-2x}$ .

(D)  $y' = 2e^{2x-1}$ .

**Câu 109.** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{\sin x}$  là

(A)  $y' = \cos x \cdot e^{\sin x}$ .

(B)  $y' = e^{\cos x}$ .

(C)  $y' = \sin x \cdot e^{\sin x - 1}$ .

(D)  $y' = \cos x \cdot e^{\cos x}$ .

**Câu 110.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = e^x \sin 2x$ .

(A)  $y' = e^x (\sin 2x - \cos 2x)$ .

(C)  $y' = e^x (\sin 2x + \cos 2x)$ .

(B)  $y' = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$ .

(D)  $y' = e^x \cos 2x$ .

**Câu 111.** Cho hàm số  $f(x) = 2^{x^2+a}$  và có  $f'(1) = 2 \ln 2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A)  $a > 1$ .

(B)  $-2 < a < 0$ .

(C)  $0 < a < 1$ .

(D)  $a < -2$ .

**Câu 112.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x + 1)$  là

(A)  $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln x}$ .

(B)  $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$ .

(C)  $y' = \frac{2 \ln 2}{x + 1}$ .

(D)  $y' = \frac{2}{(x + 1) \ln 2}$ .

**Câu 113.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x^2 + 1)$  là

(A)  $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$ .

(B)  $y' = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

(C)  $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$ .

(D)  $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

**Câu 114.** Hàm số  $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$  có đạo hàm là

(A)  $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$ .

(C)  $f'(x) = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}$ .

(B)  $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$ .

(D)  $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$ .

**Câu 115.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x + e^x)$  là

(A)  $y' = \frac{1 + e^x}{\ln 2}$ .

(B)  $y' = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$ .

(C)  $y' = \frac{1 + e^x}{x + e^x}$ .

(D)  $y' = \frac{1}{(x + e^x) \ln 2}$ .

**Câu 116.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log(x^2 - x)$  là

(A)  $y' = \frac{1}{(x^2 - x) \ln 10}$ .

(B)  $y' = \frac{2x - 1}{x^2 - x}$ .

(C)  $y' = \frac{2x - 1}{(x^2 - x) \log e}$ .

(D)  $y' = \frac{2x - 1}{x^2 - x} \cdot \log e$ .

**Câu 117.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(\sin x + 2)$  là

(A)  $y' = \frac{\cos x + 2}{(\sin x + 2) \ln 2}$ .

(C)  $y' = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$ .

(B)  $y' = \frac{\cos x}{(\sin x + 2) \ln 2}$ .

(D)  $y' = \frac{1}{(\sin x + 2) \ln 2}$ .

**Câu 118.** Đạo hàm của hàm số  $y = e^x - \ln 3x$  là

(A)  $y' = e^x - \frac{1}{3x}$ .

(B)  $y' = e^x - \frac{1}{x}$ .

(C)  $y' = e^x - \frac{3}{x}$ .

(D)  $y' = e^x + \frac{1}{x}$ .

**Câu 119.** Đạo hàm của hàm số  $y = \ln(e^{2x} + 2 \sin 2x)$  là

(A)  $y' = \frac{2e^x + 4 \cos 2x}{e^{2x} + 2 \sin 2x}$ .

(B)  $y' = \frac{e^{2x} - 2 \cos 2x}{e^{2x} + 2 \sin 2x}$ .

$$\text{C } y' = \frac{2e^{2x} + 4 \cos 2x}{e^{2x} + 2 \sin 2x}.$$

$$\text{D } y' = \frac{2e^x - 2 \cos 2x}{e^{2x} + 2 \sin 2x}.$$

**Câu 120.** Cho hàm số  $f(x) = \ln(2e^x + m)$  ( $m$  là tham số) thỏa mãn  $f'(-\ln 2) = \frac{3}{2}$ . Mệnh đề nào đúng?

$$\text{A } m \in (1; 3).$$

$$\text{B } m \in (-5; -2).$$

$$\text{C } m \in (3; +\infty).$$

$$\text{D } m \in (-2; 0).$$

**Câu 121.** Cho hàm số  $y = \ln(e^x + m^2)$  ( $m$  là tham số). Với giá trị nào của  $m$  thì  $y'(1) = \frac{1}{2}$ ?

$$\text{A } m = e.$$

$$\text{B } m = -e.$$

$$\text{C } m = \frac{1}{e}.$$

$$\text{D } m = \pm\sqrt{e}.$$

**Câu 122.** Đạo hàm của hàm số  $y = x \cdot 2^x$  là

$$\text{A } y' = (1 + x \ln 2) 2^x.$$

$$\text{B } y' = (1 - x \ln 2) 2^x.$$

$$\text{C } y' = (1 + x) 2^x.$$

$$\text{D } y' = 2^x + x^2 2^{x-1}.$$

**Câu 123.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$  là

$$\text{A } y' = (x^2 + 2)e^x.$$

$$\text{B } y' = x^2 e^x.$$

$$\text{C } y' = (2x - 2)e^x.$$

$$\text{D } y' = -2xe^x.$$

**Câu 124.** Đạo hàm của hàm số  $y = x \ln x$  là

$$\text{A } y' = \frac{1}{x}.$$

$$\text{B } y' = \ln x.$$

$$\text{C } y' = 1.$$

$$\text{D } y' = \ln x + 1.$$

**Câu 125.** Đạo hàm của hàm số  $y = x(\ln x - 1)$  là

$$\text{A } y' = \ln x.$$

$$\text{B } y' = 1.$$

$$\text{C } y' = 1 - \frac{1}{x}.$$

$$\text{D } y' = \ln x - 1.$$

**Câu 126.** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A } 2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}.$$

$$\text{B } y' + xy'' = \frac{1}{x^2}.$$

$$\text{C } y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}.$$

$$\text{D } 2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}.$$

**Câu 127.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + x)^\alpha$  với  $\alpha$  là hằng số.

$$\text{A } y' = 2\alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}.$$

$$\text{B } y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha+1}(2x + 1).$$

$$\text{C } y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}(2x + 1).$$

$$\text{D } y' = \alpha(x^2 + x)^{\alpha-1}.$$

**Câu 128.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}}$  là

$$\text{A } y' = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}.$$

$$\text{B } y' = \sqrt{2}(x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1}.$$

$$\text{C } y' = (x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}} \ln(x^2 + x + 1).$$

$$\text{D } y' = \sqrt{2}(2x + 1)(x^2 + x + 1)^{\sqrt{2}-1}.$$

**Câu 129.** Cho hàm số  $y = x^\pi$ . Giá trị của  $y''(1)$  bằng

$$\text{A } \ln^2 \pi.$$

$$\text{B } \pi \ln \pi.$$

$$\text{C } 0.$$

$$\text{D } \pi(\pi - 1).$$

**Câu 130.** Hãy tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^3}}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

$$\text{A } y' = \frac{7}{6} \sqrt[6]{x}.$$

$$\text{B } y' = \sqrt[3]{x}.$$

$$\text{C } y' = \frac{4}{3} \sqrt[3]{x}.$$

$$\text{D } y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}.$$

**Câu 131.** Hãy tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x^4 \sqrt{x}}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

$$\text{A } y' = -\frac{5}{4\sqrt[4]{x^9}}.$$

$$\text{B } y' = \frac{1}{x^2 \sqrt[4]{x}}.$$

$$\text{C } y' = \frac{5}{4} \sqrt[4]{x}.$$

$$\text{D } y' = -\frac{1}{4\sqrt[4]{x^5}}.$$

**Câu 132.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2^2(2x + 1)$  là

$$\text{A } \frac{y'}{2 \log_2(2x + 1)} = \text{B } \frac{y'}{4 \log_2(2x + 1)} = \text{C } \frac{y'}{4 \log_2(2x + 1)} = \text{D } y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}.$$

**Câu 133.** Đạo hàm của hàm số  $y = x + \ln^2 x$  là

- A**  $y' = 1 + \frac{2}{x \ln x}$ .      **B**  $y' = 1 + 2x \ln x$ .      **C**  $y' = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$ .      **D**  $y' = 1 + 2 \ln x$ .

**Câu 134.** Cho hàm số  $f(x) = \ln\left(\frac{15x}{x+2}\right)$ . Tổng  $f'(1) + f'(3) + \dots + f'(2017) + f'(2019)$  bằng

- A**  $\frac{2020}{2021}$ .      **B** 1.      **C**  $\frac{2018}{2019}$ .      **D** 2.

**Câu 135.** Cho hàm số  $f(x) = \ln\left(\frac{2018x}{x+1}\right)$ . Tính  $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017) + f'(2018)$ .

- A**  $S = \frac{2018}{2019}$ .      **B**  $S = 1$ .      **C**  $S = \ln 2018$ .      **D**  $S = 2018$ .

**Câu 136.** Cho  $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A**  $a > 1$ .      **B**  $a > 2$ .      **C**  $0 < a < 1$ .      **D**  $1 < a < 2$ .

**Câu 137.** Cho  $(a^2 - 2a + 1)^{\frac{1}{2}} < (a^2 - 2a + 1)^{-\frac{3}{2}}$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A**  $a \in (0; 2) \setminus \{1\}$ .      **B**  $a \in (0; 2)$ .  
**C**  $a \in (1; 2)$ .      **D**  $a \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 138.** Với giá trị nào của  $a$  thì hàm số  $y = (3-a)^x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A**  $2 < a < 3$ .      **B**  $0 < a < 1$ .      **C**  $a > 2$ .      **D**  $a < 0$ .

**Câu 139.** Với giá trị nào của  $a$  thì hàm số  $y = (1 + 3a - a^2)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A**  $a < 0$ .      **B**  $-1 < a < 2$ .      **C**  $a > 3$ .      **D**  $0 < a < 3$ .

**Câu 140.** Khẳng định sau đây là sai?

- A** Hàm số  $y = 2^x$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .  
**B** Hàm số  $y = \log_{0,5} x$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .  
**C** Hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .  
**D** Hàm số  $y = \log_2 x$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

## Bài 3

## TẬP XÁC ĐỊNH VÀ ĐẠO HÀM

**Câu 141.** Hàm số  $y = \log_{0,5}(-x^2 + 2x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A**  $(-\infty; 1)$ .      **B**  $(0; 1)$ .      **C**  $(1; +\infty)$ .      **D**  $(1; 2)$ .

**Câu 142.** Cho hàm số  $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .      **B** Hàm số nghịch biến  $(-\infty; 1)$ .  
**C** Hàm số đồng biến  $(-\infty; 1)$ .      **D** Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 143.** Hỏi hàm số  $y = e^{x^2-4x+4}$  đồng biến trên những khoảng nào sau đây?

- A**  $(-\infty; +\infty)$ .      **B**  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ .  
**C**  $(2; +\infty)$ .      **D**  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Câu 144.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = x \ln x$ .

- A**  $\left(0; \frac{1}{e}\right)$ .      **B**  $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$ .      **C**  $(0; 1)$ .      **D**  $(0; +\infty)$ .

**Câu 145.** Cho hàm số  $f(x) = x - \ln(1+x)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $f(x)$  đồng biên  $(-1; 0)$ . (B)  $f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 0$ .  
 (C)  $f(x)$  đồng biến  $(-1; +\infty)$ . (D)  $f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

**Câu 146.** Tìm hoành độ các điểm cực đại của hàm số  $y = e^{x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x - 1}$ .

- (A)  $x_{CD} = 1$ . (B)  $x_{CD} = \frac{1}{3}$ . (C)  $x_{CD} = \frac{2}{3}$ . (D)  $x_{CD} = 0$ .

**Câu 147.** Giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = x^2 - 2\ln x$  trên  $[e^{-1}; e]$  là

- (A)  $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$ . (B)  $M = e^{-2} + 2, m = 1$ .  
 (C)  $M = e^{-2} + 1, m = 1$ . (D)  $M = e^2 - 2, m = 1$ .

**Câu 148.** Giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số  $y = x - \ln x$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; e\right]$  theo thứ tự là

- (A) 1 và  $e - 1$ . (B)  $\frac{1}{2} + \ln 2$  và  $e - 1$ . (C) 1 và  $e$ . (D) 1 và  $\frac{1}{2} + \ln 2$ .

**Câu 149.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = e^{3x^2 - 12x + 1} + x^3 - 3x^2$  trên đoạn  $[1; 3]$  bằng

- (A)  $e^{-11} - 4$ . (B)  $e^8$ . (C)  $e^{-9} - 3$ . (D)  $e^{-12} - 4$ .

**Câu 150.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $f(x) = e^{-x^2 + 2x} - x^3 + 3x$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng

- (A)  $2e - 2$  và  $-1$ . (B)  $e + 2$  và  $-1$ . (C)  $e + 2$  và 1. (D)  $2e - 2$  và 1.

**Câu 151.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $y = e^{3x} + 3e^{2x} - 9e^x + 5$  trên  $[-\ln 2; \ln 5]$  là

- (A) 160 và 0. (B) 106 và 0. (C) 601 và 1. (D) 610 và 1.

**Câu 152.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = e^{2x} - 3e^x - 1$  trên đoạn  $[0; \ln 3]$  là

- (A)  $-1$  và  $-4$ . (B) 1 và  $\frac{13}{4}$ . (C)  $-1$  và  $-\frac{13}{4}$ . (D) 1 và  $-4$ .

**Câu 153.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \ln^3 x - 3\ln x$  trên đoạn  $[1; e^3]$  là

- (A) 18 và  $\frac{1}{4}$ . (B) 18 và  $-2$ . (C) 12 và 2. (D) 12 và  $\frac{1}{4}$ .

## Bài 4

# PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LÔGARIT

### A Kiến thức cần nhớ

### B Bài tập luyện tập

**Câu 154.** Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$  là

- (A)  $x = 4$ . (B)  $x = 3$ . (C)  $x = 2$ . (D)  $x = 1$ .

**Câu 155.** Nghiệm của phương trình  $5^{x-2} = 3$  là

- (A)  $x = \log_5 28$ . (B)  $x = \log_3 5 + 2$ . (C)  $x = \log_5 3 + 2$ . (D)  $x = \log_5 45$ .

**Câu 156.** Tập nghiệm của phương trình  $2^{x^2+3x-10} = 1$  là

- (A)  $S = \{1; 2\}$ . (B)  $S = \{-5; 2\}$ . (C)  $S = \{-5; -2\}$ . (D)  $S = \{2; 5\}$ .

**Câu 157.** Phương trình  $2^{2x^2+5x+4} = 4$  có tổng tất cả các nghiệm bằng

- (A) 1. (B) -1. (C)  $\frac{5}{2}$ . (D)  $-\frac{5}{2}$ .

**Câu 158.** Tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình  $7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 49\sqrt{7}$  bằng

- (A) -1. (B) 1. (C)  $-\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 159.** Nghiệm của phương trình  $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$  là

- (A)  $x = \log_{15} 35$ . (B)  $x = \log_{21} 5$ . (C)  $\log_{21} 35$ . (D)  $\log_{15} 21$ .

**Câu 160.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $5^{x^2-x-1} \cdot 3^{x^2-x} = 3$ . Giá trị  $x_1 + x_2 + x_1x_2$  bằng

- (A) -1. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

**Câu 161.** Nghiệm của phương trình  $3^{x+5} - 3^x = 121$  là

- (A)  $x = \log_2 3$ . (B)  $x = -\log_3 2$ . (C)  $x = \log_3 2$ . (D)  $x = -\log_2 3$ .

**Câu 162.** Tập nghiệm của phương trình  $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$  là

- (A)  $\{1\}$ . (B)  $\{3\}$ . (C)  $\{2\}$ . (D)  $\{5\}$ .

**Câu 163.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-5) = 4$  là

- (A)  $x = 3$ . (B)  $x = 13$ . (C)  $x = 21$ . (D)  $x = 11$ .

**Câu 164.** Nghiệm của phương trình  $\log(x-1) = 2$  là

- (A)  $x = 101$ . (B)  $x = e^2 + 1$ . (C)  $x = e^2 - 1$ . (D)  $x = \pi^2 + 1$ .

**Câu 165.** Nghiệm của phương trình  $\ln(4-x) = 100$  là

- (A)  $x = e^{100} - 4$ . (B)  $x = 4 - 10^{100}$ . (C)  $x = 4 - e^{100}$ . (D)  $x = 10^{100} - 4$ .

**Câu 166.** Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2$  bằng

- (A) 19. (B) 10. (C) 7. (D) -2.

**Câu 167.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(\log_2 x) = 1$  là

- (A)  $x = 8$ . (B)  $x = 6$ . (C)  $x = 9$ . (D)  $x = 2$ .

**Câu 168.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3^{3x-1} - 1) = 3$  là

- (A)  $x = 2$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $x = 3$ . (D)  $x = 8$ .

**Câu 169.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$  là

- (A)  $x = -\frac{2}{5}$ . (B)  $x = -\frac{1}{8}$ . (C)  $x = 4$ . (D)  $x = 1$ .

**Câu 170.** Gọi  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) là hai nghiệm của phương trình  $9^{x-1} = 3^{x^2-2}$ . Giá trị  $2^{x_1} + 3^{x_2}$  bằng

- (A) 5. (B) 10. (C) 11. (D) 28.

**Câu 171.** Tổng các nghiệm của phương trình  $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$  bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) -1. (D) -2.

**Câu 172.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 4x + 3) = \log_2(4x - 4)$  là

- (A)  $\{1; 7\}$ . (B)  $\{7\}$ . (C)  $\{1\}$ . (D)  $\{3; 7\}$ .

**Câu 173.** Số nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 + 4x) - \log_3(2x + 3) = 0$  là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

**Câu 174.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 3) + 2\log_4 3 \cdot \log_3 x = 2$  là

- (A)  $\{5\}$ . (B)  $\{4; 5\}$ . (C)  $\{4\}$ . (D)  $\{2; 4\}$ .

**Câu 175.** Phương trình  $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A)  $x_1 x_2 = -1$ . (B)  $x_1 + 2x_2 = -1$ . (C)  $2x_1 + x_2 = 0$ . (D)  $x_1 + x_2 = -2$ .

**Câu 176.** Tổng các nghiệm của phương trình  $3^2 - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$  bằng

- (A)  $3 \log_3 5$ . (B)  $2 + \log_3 5$ . (C)  $2(1 + \log_3 5)$ . (D)  $4 \log_5 3$ .

**Câu 177.** Tổng các nghiệm của phương trình  $7^{\sqrt{x}} + 2 \cdot 7^{1-\sqrt{x}} - 9 = 0$  bằng

- (A)  $1 + \log_2^2 7$ . (B)  $1 + \log_7 2$ . (C)  $1 + \log_2 7$ . (D)  $1 + \log_7^2 2$ .

**Câu 178.** Phương trình  $\log_4(3 \cdot 2^x - 8) = x - 1$  có tổng tất cả các nghiệm bằng bao nhiêu?

- (A)  $-4$ . (B)  $5$ . (C)  $1$ . (D)  $7$ .

**Câu 179.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_3 x \cdot \log_3(27x) - 4 = 0$  bằng

- (A)  $\frac{1}{27}$ . (B)  $\frac{244}{81}$ . (C)  $3$ . (D)  $9$ .

**Câu 180.** Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_3^2(3x) + \log_3(9x) - 7 = 0$  bằng

- (A)  $84$ . (B)  $\frac{28}{81}$ . (C)  $\frac{244}{81}$ . (D)  $\frac{244}{3}$ .

**Câu 181.** Tích giá trị tất cả các nghiệm của phương trình  $\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$  bằng

- (A)  $10^{\sqrt[9]{10}}$ . (B)  $1$ . (C)  $10$ . (D)  $10^{\sqrt[10]{10}}$ .

**Câu 182.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $3^{x^2 - x \ln 2 + 1} = 4$  bằng

- (A)  $1 + 2 \log_3 2$ . (B)  $1 - 2 \log_3 2$ . (C)  $1 - 2 \ln 2$ . (D)  $1 + 2 \ln 2$ .

**Câu 183.** Biết phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$  có hai nghiệm dạng  $x_1 = 3^a, x_2 = 3^b$ , với  $a < b$ . Giá trị của  $a + b^2$  bằng

- (A)  $3 + \sqrt{3}$ . (B)  $5$ . (C)  $2\sqrt{2} - 2$ . (D)  $3 - \sqrt{3}$ .

**Câu 184.** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$ . Giá trị  $\frac{x}{y}$  bằng

- (A)  $2$ . (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\log_2 \left(\frac{3}{2}\right)$ . (D)  $\log_{\frac{3}{2}} 2$ .

**Câu 185.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_4 a = \log_6 a = \log_9(a + b)$ . Giá trị  $\frac{a}{b}$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ . (C)  $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ . (D)  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 186.** Cho hai số dương  $a, b$  thỏa mãn đẳng thức  $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b - a}{4}$ . Giá trị của biểu thức  $M = \log_6 \left(\frac{a}{2} + 4b\sqrt{2}\right) - \log_6 b$  bằng

- (A)  $1$ . (B)  $\frac{5}{2}$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 187.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log x \geq 1$  là

- (A)  $(10; +\infty)$ . (B)  $(0; +\infty)$ . (C)  $[10; +\infty)$ . (D)  $(-\infty; 10)$ .



**Câu 188.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\ln(2 - x) \leq 1$  là

- (A)  $[2 - e; +\infty)$ . (B)  $[2 - e; 2)$ . (C)  $(2 - e; +\infty)$ . (D)  $(2 - e; 2)$ .

**Câu 189.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x - 1) > 2$  là

- (A)  $(10; +\infty)$ . (B)  $(-\infty; 10)$ . (C)  $(0; 10)$ . (D)  $[10; +\infty)$ .

**Câu 190.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5}(x - 3) \geq -1$  là

- (A)  $(3; 5)$ . (B)  $[5; +\infty)$ . (C)  $(-\infty; 5)$ . (D)  $(3; 5]$ .

**Câu 191.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{6}}[\log_3(x - 2)] > 0$  là khoảng  $(a; b)$ . Giá trị  $b - a$  bằng

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 5.

**Câu 192.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{2x-1} > 27$  là

- (A)  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ . (B)  $(\frac{1}{3}; +\infty)$ . (C)  $(3; +\infty)$ . (D)  $(2; +\infty)$ .

**Câu 193.** Tập hợp nào sau đây là tập nghiệm của bất phương trình  $(\frac{1}{2})^{x-1} \geq \frac{1}{4}$ ?

- (A)  $(3; +\infty)$ . (B)  $(1; 3]$ . (C)  $(-\infty; 3]$ . (D)  $[3; +\infty)$ .

**Câu 194.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{\sqrt{x}} < 2$  là

- (A)  $[0; 1)$ . (B)  $(-\infty; 1)$ . (C)  $(0; 1)$ . (D)  $(1; +\infty)$ .

**Câu 195.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+6}$  là

- (A)  $(0; 6)$ . (B)  $(-\infty; 6)$ . (C)  $(0; 64)$ . (D)  $(6; +\infty)$ .

**Câu 196.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5} x > \log_{0,5} 2$  là

- (A)  $(1; 2)$ . (B)  $(-\infty; 2)$ . (C)  $(2; +\infty)$ . (D)  $(0; 2)$ .

**Câu 197.** Tập hợp nghiệm của bất phương trình  $2^{x^2} < 2^{6-x}$  là

- (A)  $(-\infty; -3)$ . (B)  $(-3; 2)$ . (C)  $(2; +\infty)$ . (D)  $(-2; 3)$ .

**Câu 198.** Hỏi bất phương trình  $2^{x^2-3x+4} \leq (\frac{1}{2})^{2x-10}$  có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

**Câu 199.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\frac{1}{2})^{x^2-x} > 2^{x-4}$  là

- (A)  $S = (-2; +\infty)$ . (B)  $S = (2; +\infty)$ .  
(C)  $S = (-2; 2)$ . (D)  $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 200.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq 2$  là

- (A)  $x \leq \frac{13}{4}$ . (B)  $x \geq \frac{13}{4}$ . (C)  $3 < x \leq \frac{13}{4}$ . (D)  $3 \leq x \leq \frac{13}{4}$ .

**Câu 201.** Bất phương trình  $\log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1)$  có tập nghiệm là  $S$ . Hỏi trong  $S$  có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương bé hơn 10.

- (A) 9. (B) 15. (C) 8. (D) 10.

**Câu 202.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  là nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5} x \leq \log_{0,5} x^2$ .

- (A) 2. (B) 0. (C) Vô số. (D) 1.



**Câu 203.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x-1} > 2$ .

- (A)  $S = (1 + \sqrt{2}; +\infty)$ . (B)  $S = (1; 9)$ . (C)  $S = (9; +\infty)$ . (D)  $S = (1; 1 + \sqrt{2})$ .

**Câu 204.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3(\log_{0,5} x) < 1$ .

- (A)  $S = (0; 1)$ . (B)  $S = \left(\frac{1}{8}; 1\right)$ . (C)  $S = (1; 8)$ . (D)  $S = (1; 3)$ .

**Câu 205.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2^2 x - 7 \log_2 3 \cdot \log_3 x + 6 \geq 0$ .

- (A)  $S = (-\infty; 2] \cup [64; +\infty)$ . (B)  $S = [2; 8]$ .  
(C)  $S = (0; 2] \cup [64; +\infty)$ . (D)  $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$ .

**Câu 206.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$ .

- (A)  $S = [10; 10^{2018}]$ . (B)  $S = [1; 10^{2018}]$ . (C)  $S = (10; 10^{2018})$ . (D)  $S = [10; 10^{2018}]$ .

**Câu 207.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$  là

- (A)  $(-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$ . (B)  $[2; 16]$ .  
(C)  $(0; 2] \cup [16; +\infty)$ . (D)  $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ .

**Câu 208.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$  là

- (A)  $[10; 10^{2018}]$ . (B)  $[10; 10^{2018})$ . (C)  $[1; 2018]$ . (D)  $(10; 10^{2018})$ .

**Câu 209.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_4^2(x-2) - 4 \log_4 3 \cdot \log_3(x-2) + 3 \geq 0$ .

- (A)  $(-\infty; 6] \cup [66; +\infty)$ . (B)  $[6; 66]$ .  
(C)  $(2; 6] \cup [66; +\infty)$ . (D)  $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$ .

**Câu 210.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ .

- (A)  $S = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$ . (B)  $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ .  
(C)  $S = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ . (D)  $S = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ .

**Câu 211.** Tập nghiệm của bất phương trình  $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$  là

- (A)  $[0; +\infty)$ . (B)  $(0; +\infty)$ . (C)  $(1; +\infty)$ . (D)  $[1; +\infty)$ .

**Câu 212.** Tập nghiệm của bất phương trình  $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$  là

- (A)  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ . (B)  $[0; 1)$ . (C)  $(1; 2)$ . (D)  $(0; 1)$ .

**Câu 213.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  là

- (A)  $[-1; 0)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(0; 1]$ . (D)  $[-1; 1]$ .

**Câu 214.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$  là

- (A) 7. (B) 1. (C) 5. (D) Vô số.

**Câu 215.** Tập nghiệm của bất phương trình  $9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x > 0$  là

- (A)  $(0; +\infty)$ . (B)  $\mathbb{R}$ . (C)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . (D)  $[0; +\infty)$ .

**Câu 216.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(17 - 12\sqrt{2})^x \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2}$  là

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

**Câu 217.** Giải bất phương trình  $\log_3^2 x - 2 \log_3(3x) - 1 < 0$  được tập nghiệm  $S = (a; b)$  với  $a, b$  là hai số thực và  $a < b$ . Giá trị của  $3a + b$  bằng

- (A) -3. (B) 3. (C) 1. (D) 28.

**Câu 218.** Bất phương trình  $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \geq 0$  có tập nghiệm là  $[a; b]$ . Khi đó  $a^2 + b^2$  bằng

- (A) 5. (B) 10. (C) 12. (D) 17.

**Câu 219.** Cho hàm số  $f(x) = 3^{x^2} \cdot 4^x$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A)  $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2$ . (B)  $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9$ .  
 (C)  $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3$ . (D)  $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3$ .

**Câu 220.** Tìm  $m$  để phương trình  $4^{x^2+x \ln 3+m} = 2$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 x_2 = 2$ .

- (A)  $m = \frac{5}{2}$ . (B)  $m = \frac{2}{5}$ . (C)  $m = \frac{1}{2}$ . (D)  $m = 2$ .

**Câu 221.** Biết  $m_0$  là giá trị duy nhất của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2} \cdot 3^{mx-1} = 6$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = \log_2 81$ . Mệnh đề nào là đúng?

- (A)  $m_0 \in (-7; -2)$ . (B)  $m_0 \in (-2; 5)$ . (C)  $m_0 \in (6; 7)$ . (D)  $m_0 \in (5; 6)$ .

**Câu 222.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương lớn hơn 1. Biết phương trình  $a^x b^{x^2-1} = 1$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2)$  bằng

- (A)  $\sqrt[3]{4}$ . (B)  $3\sqrt[3]{4}$ . (C)  $3\sqrt[3]{2}$ . (D) 4.

**Câu 223.** Cho hai số thực dương  $a > 1, b > 1$  và biết phương trình  $a^{x^2} \cdot b^{x+1} = 1$  có nghiệm thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_a(ab) + \frac{4}{\log_a b}$  bằng

- (A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 10.

**Câu 224.** Cho các số nguyên dương  $a, b$  lớn hơn 1. Biết phương trình  $a^{x^2+1} = b^x$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và phương trình  $b^{x^2-1} = (9a)^x$  có hai nghiệm phân biệt  $x_3, x_4$  thỏa mãn điều kiện  $(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) < 3$ . Giá trị nhỏ nhất của  $3a + 2b$  bằng

- (A) 48. (B) 46. (C) 24. (D) 12.

**Câu 225.** Giả sử phương trình  $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 6$ . Giá trị của biểu thức  $|x_1 - x_2|$  bằng

- (A) 3. (B) 8. (C) 2. (D) 4.

**Câu 226.** Cho phương trình  $2 \log_2^2 x + (3-2m) \log_2(4x) - 8 + 5m = 0$ . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[\sqrt{2}; 2]$  là

- (A)  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ . (B)  $\left[\frac{5}{2}; 3\right]$ . (C)  $\left(\frac{5}{2}; 3\right]$ . (D)  $[3; +\infty)$ .

**Câu 227.** Cho phương trình  $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$  ( $m$  tham số). Tập hợp các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 2]$ .

- (A)  $(1; 2)$ . (B)  $[1; 2]$ . (C)  $[1; 2)$ . (D)  $[2; +\infty)$ .

**Câu 228.** Cho phương trình  $\log_3^2(27x) - (9+m)\log_3 x - 7 + m = 0$  ( $m$  tham số). Tập hợp các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 3\right]$ .

- (A)  $(-2; 0)$ . (B)  $(0; 1)$ . (C)  $(-3; -1)$ . (D)  $(2; 3)$ .

**Câu 229.** Cho phương trình  $4^x - (2m+3)2^x + 4m + 2 = 0$  ( $m$  tham số). Tập hợp các giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm thuộc khoảng  $[1; 3)$ .

- (A)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ . (B)  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$ . (C)  $(-1; 0)$ . (D)  $(5; 6)$ .

**Câu 230.** Cho phương trình  $3^{2x+1} + (11 - 3m)3^x + m - 4 = 0$  ( $m$  tham số). Tập hợp các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $[-1; 0)$ .

- A  $\left(\frac{13}{3}; 5\right)$ .     
 B  $\left[\frac{1}{3}; 1\right)$ .     
 C  $\left[\frac{13}{3}; 5\right]$ .     
 D  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .

**Câu 231.** Cho phương trình  $(5^x + 1)^2 + (3m - 9)5^x + 9 - 15m = 0$  ( $m$  tham số). Giá trị của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa  $(x_1 - 6)(x_2 - 6) = 30$  thuộc khoảng

- A  $(0; 1)$ .     
 B  $(2; 3)$ .     
 C  $(-2; -1)$ .     
 D  $(5; 6)$ .

**Câu 232.** Cho phương trình  $\log_2^2 x - (3m + 1)\log_2 x + 6m - 2 = 0$  ( $m$  tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa  $x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) - 19 = 0$ .

- A  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .     
 B  $\left(1; \frac{5}{2}\right)$ .     
 C  $(-2; -1)$ .     
 D  $(3; 4)$ .

**Câu 233.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$  có nghiệm thuộc đoạn  $[1; 9]$ .

- A  $0 \leq m \leq 1$ .     
 B  $1 \leq m \leq 2$ .     
 C  $m \leq 1$ .     
 D  $m \geq 2$ .

**Câu 234.** Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x + 4\log_2 x - m = 0$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

- A  $(-4; +\infty)$ .     
 B  $[-4; +\infty)$ .     
 C  $[-4; 0)$ .     
 D  $[-2; 0]$ .

**Câu 235.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $9^x + 3^{x+1} - m = 0$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

- A 11.     
 B 12.     
 C 13.     
 D 14.

**Câu 236.** Tìm tất cả giá trị thực của  $m$  để phương trình  $4^x - m2^x + 2m = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = 3$ .

- A  $m = -1$ .     
 B  $m = 3$ .     
 C  $m = 4$ .     
 D  $m = -2$ .

**Câu 237.** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $4^x + (4m - 1)2^x = +3m^2 - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 3$ .

- A  $m = \sqrt{3}$ .     
 B  $m = \pm\sqrt{3}$ .     
 C  $m = -\sqrt{3}$ .     
 D  $m < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 238.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - (m + 2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 x_2 = 27$

- A  $m = 1$ .     
 B  $m = \frac{4}{3}$ .     
 C  $m = 25$ .     
 D  $m = \frac{28}{3}$ .

**Câu 239.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 x_2 = 81$ .

- A  $m = -4$ .     
 B  $m = 4$ .     
 C  $m = 81$ .     
 D  $m = 44$ .

**Câu 240.** Giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A  $(0; 3)$ .     
 B  $(-6; -3)$ .     
 C  $(3; 6)$ .     
 D  $(-3; 0)$ .

**Câu 241.** Cho phương trình  $\log_2^2 x - 4\log_2 x - m^2 - 2m + 3 = 0$ . Biết rằng  $m_0$  là giá trị thực lớn nhất của tham số  $m$  để phương trình trên có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 = 68$ . Giá trị của  $m_0$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A  $(-5; 1)$ .     
 B  $(-10; -5)$ .     
 C  $(5; 10)$ .     
 D  $(1; 5)$ .

**Câu 242.** Cho phương trình  $4^x - (m + 1)2^{x+1} + 8 = 0$ . Biết phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 6$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Không có  $m$ .     
 (B)  $1 < m < 3$ .     
 (C)  $m > 3$ .     
 (D)  $m < 2$ .

**Câu 243.** Giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(2m + 1) \cdot 3^x + 3(4m - 1) = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $(3; 9)$ .     
 (B)  $(9; +\infty)$ .     
 (C)  $\left(\frac{1}{4}; 3\right)$ .     
 (D)  $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ .

**Câu 244.** Cho phương trình  $2^{x^2 - mx + m + 1} - 4 \cdot 2^x + x^2 + x = (m + 2)x - m + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 7$ .

- (A) 5.     
 (B) 1.     
 (C) 2.     
 (D) 3.

**Câu 245.** Cho phương trình  $\log_9 x^2 - \log_3(6x - 1) = -\log_3 m$  ( $m$  là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm?

- (A) 6.     
 (B) 5.     
 (C) Vô số.     
 (D) 7.

**Câu 246.** Cho phương trình  $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm?

- (A) 17.     
 (B) 18.     
 (C) 23.     
 (D) 15.

**Câu 247.** Tập hợp các giá trị thực của  $m$  để phương trình  $\log_3(1 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x + m - 4) = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt là  $T = (a; b)$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Giá trị của  $M = a + b$  bằng

- (A)  $\frac{33}{6}$ .     
 (B) 5.     
 (C) 4.     
 (D)  $\frac{41}{4}$ .

**Câu 248.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên trong  $[-2017; 2017]$  để phương trình  $\log(mx) = 2 \log(x + 1)$  có nghiệm duy nhất?

- (A) 2017.     
 (B) 4014.     
 (C) 2018.     
 (D) 4015.

**Câu 249.** Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log(x - 1) = \log(x^2 - 2x + m)$  có nghiệm duy nhất?

- (A)  $(-\infty; 1)$ .     
 (B)  $\left\{1; \frac{5}{4}\right\}$ .     
 (C)  $(-\infty; 1] \cup \left\{\frac{5}{4}\right\}$ .     
 (D)  $\left\{\frac{5}{4}\right\}$ .

**Câu 250.** Cho phương trình  $3^{2x^2 - 3x + m} + 9 = 3^{x^2 - x + 2} + 3^{x^2 - 2x + m}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2018; 2018]$  để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt?

- (A) 2018.     
 (B) 2019.     
 (C) 2020.     
 (D) 2021.



# Chương 9

## THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

### Bài 1

### THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau và  $AB = a, AC = b, AD = c$ . Thể tích của khối tứ diện  $ABCD$  bằng

(A)  $\frac{abc}{3}$ .

(B)  $\frac{abc}{6}$ .

(C)  $2abc$ .

(D)  $abc$ .

**Câu 2.** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = 2a, OB = 3a, OC = 8a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $OC$ . Thể tích khối tứ diện  $O.ABM$  bằng

(A)  $8a^3$ .

(B)  $4a^3$ .

(C)  $3a^3$ .

(D)  $6a^3$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C, AB = a\sqrt{3}, AC = a, SC = a\sqrt{5}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

(A)  $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ .

(C)  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$ .

**Câu 4.** Hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh  $AB = a, BC = 2a$ , chiều cao  $SA = a\sqrt{6}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

(A)  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

(C)  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .

(D)  $2\sqrt{6}a^3$ .

**Câu 5.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy. Biết  $SC = a\sqrt{3}$ , thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

(A)  $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$ .

(C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .

**Câu 6.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC), SA = a, AB = a, AC = 2a$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

(A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

(B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

(C)  $a^3\sqrt{3}$ .

(D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

(A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

(B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

(C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

(D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B, BC = a, AC = 2a$ , tam giác  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

(A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

(B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

(C)  $\frac{a^3}{6}$ .

(D)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SC = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{3a^2}{2}$ .      (B)  $\frac{a^3}{3}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 10.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $3a$ . Tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích hình chóp đã cho bằng

- (A)  $9a^3\sqrt{3}$ .      (B)  $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$ .      (C)  $9a^3$ .      (D)  $\frac{9a^3}{2}$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $\triangle SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      (D)  $a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa  $SC$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .      (B)  $\frac{a^3}{3}$ .      (C)  $a^3$ .      (D)  $3a^3$ .

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SC$  tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{a^3}{3}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .      (C)  $\sqrt{3}a^3$ .      (D)  $\sqrt{2}a^3$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , hai mặt  $(SAB)$ ,  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy,  $SC$  tạo với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      (C)  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .      (D)  $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $BC = a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy, cạnh  $SC$  hợp với đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{15}a^3}{3}$ .      (C)  $\frac{\sqrt{15}a^3}{9}$ .      (D)  $\frac{2\sqrt{15}a^3}{9}$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng  $SC$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Khi đó thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{51}}{3}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{17}}{3}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{17}}{9}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Cạnh bên  $SB$  hợp với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      (C)  $\frac{a^3}{3}$ .      (D)  $\frac{a^3}{6}$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABC)$ . Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      (B)  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 19.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và mặt phẳng  $(SBC)$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A  $\frac{a^3}{3}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .     
 C  $a^3$ .     
 D  $3a^3$ .

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $\triangle SAB$  đều cạnh  $a$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết mặt phẳng  $(SCD)$  tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .     
 B  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .     
 C  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .     
 D  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 21.** Khối tứ diện đều có cạnh là 3 thì thể tích bằng

- A  $\sqrt{2}$ .     
 B  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ .     
 C  $2\sqrt{2}$ .     
 D  $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 22.** Khối tứ diện đều có cạnh là  $a\sqrt{3}$  thì thể tích bằng

- A  $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ .     
 B  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .     
 C  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ .     
 D  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ .

**Câu 23.** Khối tứ diện đều có cạnh là  $2a$  thì thể tích bằng

- A  $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .     
 B  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .     
 C  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .     
 D  $\frac{4a^3}{3}$ .

**Câu 24.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{35}a^3}{24}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .

**Câu 25.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $2a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{11}a^3}{4}$ .

**Câu 26.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{3}$  và cạnh bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A  $\frac{3a^3}{4}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .     
 C  $\frac{a^3}{12}$ .     
 D  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 27.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .     
 B  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .

**Câu 28.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và mặt bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .     
 B  $\frac{a^3}{6}$ .     
 C  $\frac{a^3}{3}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .

**Câu 29.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $2a$  và mặt bên tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A  $\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$ .     
 B  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .     
 C  $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$ .     
 D  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên bằng  $3a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A  $4\sqrt{7}a^3$ .     
 B  $\frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$ .     
 C  $\frac{4a^3}{3}$ .     
 D  $\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$ .



**Câu 31.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ .      (B)  $\frac{\sqrt{11}}{6}a^3$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{6}}{9}a^3$ .      (D)  $\frac{\sqrt{10}}{6}a^3$ .

**Câu 32.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      (C)  $\frac{a^3}{6}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $\sqrt{6}a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $2\sqrt{6}a^3$ .      (B)  $6\sqrt{3}a^3$ .      (C)  $\sqrt{6}a^3$ .      (D)  $2\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 34.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      (B)  $\frac{a^3}{6}$ .      (C)  $\frac{a^3}{3}$ .      (D)  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a\sqrt{3}$ , mặt bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{8a^3}{3}$ .      (B)  $12a^3$ .      (C)  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $9a^3$ .

**Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, cạnh bằng  $a\sqrt{3}$ . Biết rằng  $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$ .      (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$ .

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ . Biết mặt bên  $(SAB)$  hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$  và  $SA = SB = SC$  (đỉnh  $S$  cách đều các điểm  $A, B, C$ ). Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}a^3$ .      (B)  $\sqrt{3}a^3$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      (D)  $a^3$ .

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$  các cạnh bên  $SA = SB = SC = SD = a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- (A)  $\frac{a^3}{12}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .      (C)  $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{6} = 2a^3}{6}$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = 3a$ ,  $AC = 4a$ ,  $BC = 5a$  và  $SA = SB = SC = 6a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

- (A)  $\sqrt{119}a^3$ .      (B)  $\frac{\sqrt{119}a^3}{3}$ .      (C)  $4\sqrt{119}a^3$ .      (D)  $\frac{4\sqrt{119}a^3}{3}$ .

**Câu 40.** Khối chóp tam giác đều có thể tích bằng  $2a^3$ , cạnh đáy bằng  $2a\sqrt{3}$ . Chiều cao của khối chóp đó bằng

- (A)  $a\sqrt{6}$ .      (B)  $a\sqrt{3}$ .      (C)  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $\frac{a}{3}$ .

## THỂ TÍCH LĂNG TRỤ, LẬP PHƯƠNG, HỘP CHỮU NHẬT

### Bài 2

**Câu 41.** Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng



(A) 6.

(B) 8.

(C) 4.

(D) 2.

**Câu 42.** Thể tích khối lập phương có cạnh  $3a$  bằng

(A)  $2a^3$ .

(B)  $27a^3$ .

(C)  $8a^3$ .

(D)  $3a^3$ .

**Câu 43.** Tổng diện tích các mặt một hình lập phương bằng  $96\text{cm}^2$ . Thể tích khối lập phương bằng

(A)  $48\text{cm}^3$ .

(B)  $64\text{cm}^3$ .

(C)  $91\text{cm}^3$ .

(D)  $84\text{cm}^3$ .

**Câu 44.** Hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AD' = 3a$  thì thể tích bằng

(A)  $3\sqrt{3}a^3$ .

(B)  $\frac{9a^3}{2}$ .

(C)  $2\sqrt{2}a^3$ .

(D)  $\frac{27\sqrt{2}a^3}{4}$ .

**Câu 45.** Hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AC' = a$  thì thể tích bằng

(A)  $3\sqrt{3}a^3$ .

(B)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .

(C)  $2\frac{a^3}{27}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .

**Câu 46.** Thể tích của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $B'D = a\sqrt{3}$  bằng

(A)  $a^3$ .

(B)  $2a^3$ .

(C)  $\frac{8a^3}{3}$ .

(D)  $4a^3$ .

**Câu 47.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2\text{cm}$ ,  $AD = 3\text{cm}$ ,  $AC' = 7\text{cm}$ . Thể tích của khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng

(A)  $42\text{cm}^3$ .

(B)  $36\text{cm}^3$ .

(C)  $24\text{cm}^3$ .

(D)  $12\text{cm}^3$ .

**Câu 48.** Tính thể tích khối chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết  $AB = a$ ,  $AD = 2a$  và  $AC' = a\sqrt{14}$ .

(A)  $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$ .

(B)  $2a^3$ .

(C)  $6a^3$ .

(D)  $a^3\sqrt{5}$ .

**Câu 49.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích tam giác  $ACD'$  bằng  $\sqrt{3}a^2$ . Thể tích của hình lập phương đã cho bằng

(A)  $3\sqrt{3}a^3$ .

(B)  $2\sqrt{2}a^3$ .

(C)  $a^3$ .

(D)  $\frac{8a^3}{3}$ .

**Câu 50.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích tam giác  $B'AC$  bằng  $2\sqrt{3}a^2$ . Thể tích của hình lập phương đã cho bằng

(A)  $8a^3$ .

(B)  $8a\sqrt{2}$ .

(C)  $16a\sqrt{2}$ .

(D)  $3\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 51.** Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ .

(B)  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ .

(C)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

(D)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 52.** Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh là  $a$  bằng

(A)  $3a^3$ .

(B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

(C)  $a^3$ .

(D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 53.** Khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AB = a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A)  $\frac{a^3}{2}$ .

(B)  $\frac{a^3}{6}$ .

(C)  $\frac{a^3}{3}$ .

(D)  $a^3$ .

**Câu 54.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2a$  và  $AA' = a\sqrt{3}$

(A)  $\frac{3a^3}{4}$ .

(B)  $\frac{a^3}{4}$ .

(C)  $3a^3$ .

(D)  $a^3$ .

**Câu 55.** Tính thể tích của một khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AC' = 5a$  và đáy là tam giác đều cạnh  $4a$ .

- (A)  $12a^3$ .                      (B)  $20a^3$ .                      (C)  $20\sqrt{3}$ .                      (D)  $12a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 56.** Cho khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích 1. Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}$ .                      (B)  $\frac{1}{2}$ .                      (C)  $\frac{1}{6}$ .                      (D)  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 57.** Cho hình trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $BC = 2a$  và góc  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ . Biết cạnh bên của lăng trụ bằng  $2a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

- (A)  $\frac{a^3}{3}$ .                      (B)  $2a^3\sqrt{3}$ .                      (C)  $3a^3$ .                      (D)  $6a^3$ .

**Câu 58.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a\sqrt{3}$  và  $A'B = 3a$ . Thể tích của khối lăng trụ bằng

- (A)  $\frac{9a^3\sqrt{2}}{4}$ .                      (B)  $6a^3$ .                      (C)  $\frac{7a^3}{2}$ .                      (D)  $7a^3$ .

**Câu 59.** Thể tích của khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = 2a$ ,  $AC = a$ ,  $BC' = 2a$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .                      (B)  $\frac{4a^3}{3}$ .                      (C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .                      (D)  $4a^3$ .

**Câu 60.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông với  $AB = AC = a$ , góc giữa  $BC'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .                      (B)  $a^3$ .                      (C)  $\frac{a^3}{6}$ .                      (D)  $\frac{a^3}{2}$ .

**Câu 61.** Lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân ở  $A$ ,  $AB = AC = a\sqrt{5}$ ,  $A'B$  tạo với mặt đáy lăng trụ góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A)  $\frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$ .                      (B)  $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      (C)  $a^3\sqrt{6}$ .                      (D)  $4a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 62.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ , biết góc giữa  $(A'BC)$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      (D)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 63.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Mặt phẳng  $(AB'C')$  tạo với mặt đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .                      (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .                      (D)  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 64.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Mặt phẳng  $(A'BC)$  hợp với đáy  $(ABC)$  góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .                      (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      (C)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .                      (D)  $a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 65.** Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AC' = 5a$  và đáy là tam giác đều cạnh  $4a$  bằng

- (A)  $12a^3$ .                      (B)  $20a^3\sqrt{3}$ .                      (C)  $20a^3$ .                      (D)  $12a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 66.** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Biết đường chéo của mặt bên là  $a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng

- (A)  $a^3\sqrt{3}$ .                      (B)  $a^3\sqrt{2}$ .                      (C)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .                      (D)  $2a^3$ .



**Câu 67.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$  và mỗi mặt bên có diện tích bằng  $4a^2$ . Thể tích khối lăng trụ đó bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ . (B)  $a^3\sqrt{6}$ . (C)  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ . (D)  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 68.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $\frac{3a^3}{4}$ . (B)  $\frac{a^3}{12}$ . (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ . (D)  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 69.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ , đường thẳng  $AB'$  tạo với mặt phẳng  $(BCC'B')$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ . (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ . (C)  $\frac{3a^3}{4}$ . (D)  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 70.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2a$ , góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $2a^3\sqrt{3}$ . (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ . (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ . (D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 71.** Tính thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết độ dài cạnh đáy của lăng trụ bằng 2, đồng thời góc tạo bởi  $A'C$  và đáy  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .

- (A)  $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ . (B)  $24\sqrt{6}$ . (C)  $\frac{8\sqrt{6}}{9}$ . (D)  $8\sqrt{6}$ .

**Câu 72.** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy là bằng 4, diện tích tam giác  $A'BC$  bằng 8. Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $2\sqrt{3}$ . (B)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $4\sqrt{3}$ . (D)  $8\sqrt{3}$ .

**Câu 73.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác  $A'BC$  bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ.

- (A)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ . (B)  $2\sqrt{5}$ . (C)  $\sqrt{2}$ . (D)  $3\sqrt{2}$ .

**Câu 74.** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết rằng góc giữa  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , tam giác  $A'BC$  có diện tích bằng 8. Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- (A)  $8\sqrt{3}$ . (B) 8. (C)  $3\sqrt{3}$ . (D)  $\frac{20\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 75.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $AA' = \frac{3a}{2}$ . Biết hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $BC$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

- (A)  $a^3$ . (B)  $\frac{2a^3}{3}$ . (C)  $\frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$ . (D)  $a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 76.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$  và  $A'A = a\sqrt{2}$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ . (B)  $2a^3\sqrt{2}$ . (C)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ . (D)  $a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 77.** Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. Cạnh bên bằng  $2\sqrt{3}$  và tạo với mặt phẳng đáy một góc  $30^\circ$ . Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng

- (A)  $\frac{9}{4}$ . (B)  $\frac{27}{4}$ . (C)  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ . (D)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 78.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , cạnh  $AC = 2\sqrt{2}$ . Biết  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$  và  $AC' = 4$ . Thể tích khối đa diện  $ABCB'C'$  bằng

- A  $\frac{8}{3}$ .                     
 B  $\frac{16}{3}$ .                     
 C  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .                     
 D  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 79.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Hình chiếu của  $A'$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $BC$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .                     
 B  $\frac{a^3}{8}$ .                     
 C  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .                     
 D  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 80.** Lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều diện tích bằng  $\sqrt{3}$ , góc giữa cạnh bên và đáy bằng  $30^\circ$ . Hình chiếu của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $I$  của  $BC$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A  $\frac{9}{8}$ .                     
 B  $3\sqrt{3}$ .                     
 C  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                     
 D  $\sqrt{3}$ .

**Câu 81.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ , có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , hình chiếu của  $A'$  xuống  $(ABC)$  là tâm  $O$  đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Biết  $AA'$  hợp với đáy  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .                     
 B  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .                     
 C  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .                     
 D  $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ .



# Chương 10

## NÓN - TRỤ - CẦU

### Bài 1

### KHỐI NÓN

**Câu 1.** Cho khối nón có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A)  $16\pi$  .                      (B)  $48\pi$  .                      (C)  $36\pi$  .                      (D)  $4\pi$  .

**Câu 2.** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và chiều cao  $h = 4$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A)  $16\pi\sqrt{3}$  .                      (B)  $12\pi$  .                      (C)  $4$  .                      (D)  $4\pi$  .

**Câu 3.** Thể tích khối nón có bán kính đáy 3cm và độ dài đường sinh 5cm bằng

- (A)  $12\pi\text{cm}^3$  .                      (B)  $15\pi\text{cm}^3$  .                      (C)  $36\pi\text{cm}^3$  .                      (D)  $45\pi\text{cm}^3$  .

**Câu 4.** Cho hình nón tròn xoay có đường cao là  $a\sqrt{3}$ , đường kính đáy là  $2a$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A)  $2\sqrt{3}\pi a^2$  .                      (B)  $2\pi a^2$  .                      (C)  $\pi a^2$  .                      (D)  $4\sqrt{3}\pi a^2$  .

**Câu 5.** Cho hình nón tròn xoay có đường cao là  $a\sqrt{3}$ , bán kính đáy  $a$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A)  $\pi a^2$  .                      (B)  $2\pi a^2$  .                      (C)  $0,5\pi a^2$  .                      (D)  $\pi a^2$  .

**Câu 6.** Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng  $2a$  và chu vi đáy bằng  $2\pi a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- (A)  $2\pi a^2$  .                      (B)  $\pi a^2$  .                      (C)  $\pi a$  .                      (D)  $3\pi a^2$  .

**Câu 7.** Cho khối nón có đường sinh là 5 và diện tích đáy là  $9\pi$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A)  $12\pi$  .                      (B)  $24\pi$  .                      (C)  $36\pi$  .                      (D)  $45\pi$  .

**Câu 8.** Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng  $15\pi$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A)  $12\pi$  .                      (B)  $20\pi$  .                      (C)  $36\pi$  .                      (D)  $60\pi$  .

**Câu 9.** Cho hình nón bán kính đáy bằng  $a$  và thể tích khối nón bằng  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$ . Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng

- (A)  $3\pi a^2$  .                      (B)  $4\pi a^2$  .                      (C)  $2\pi a^2$  .                      (D)  $\pi a^2$  .

**Câu 10.** Một hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích toàn phần của hình nón bằng  $9\pi$ . Chiều cao của hình nón đó bằng

- (A) 3 .                      (B)  $\sqrt{3}$  .                      (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .                      (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  .

**Câu 11.** Hình nón có chiều cao  $10\sqrt{3}\text{cm}$ , góc giữa một đường sinh và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- (A)  $50\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$ .      (B)  $200\pi\text{cm}^2$ .      (C)  $100\pi\sqrt{3}\text{cm}^2$ .      (D)  $100\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$ .

**Câu 12.** Cho hình nón có chiều cao bằng  $3\text{cm}$ , góc giữa trục và đường sinh bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối nón đó bằng

- (A)  $27\pi\text{cm}^3$ .      (B)  $18\pi\text{cm}^3$ .      (C)  $3\pi\text{cm}^3$ .      (D)  $9\pi\text{cm}^3$ .

**Câu 13.** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 1\text{cm}$  và góc ở đỉnh  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh hình nón bằng

- (A)  $\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$ .      (B)  $\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ .      (C)  $\pi\text{cm}^2$ .      (D)  $2\pi\text{cm}^2$ .

**Câu 14.** Cho khối nón có góc ở đỉnh bằng  $90^\circ$ , bán kính hình tròn đáy bằng  $a$ . Thể tích khối nón bằng

- (A)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      (B)  $\pi a^3$ .      (C)  $\frac{\pi a^3}{4}$ .      (D)  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 15.** Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng  $2\text{cm}$ , góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- (A)  $\pi\text{cm}^2$ .      (B)  $2\pi\text{cm}^2$ .      (C)  $3\pi\text{cm}^2$ .      (D)  $6\pi\text{cm}^2$ .

**Câu 16.** Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- (A)  $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$ .      (B)  $\pi a^2\sqrt{2}$ .      (C)  $\pi a^2$ .      (D)  $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 17.** Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $a\sqrt{2}$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A)  $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$ .      (B)  $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$ .      (C)  $\frac{\pi a^3}{12}$ .      (D)  $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 18.** Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng  $2a$ . Thể tích của khối nón bằng

- (A)  $\pi\sqrt{3}a^3$ .      (B)  $\pi a^3$ .      (C)  $2\pi\sqrt{3}a^3$ .      (D)  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**Câu 19.** Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích là  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$ . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- (A)  $\frac{1}{2}\pi a^2$ .      (B)  $4\pi a^2$ .      (C)  $2\pi a^2$ .      (D)  $3\pi a^2$ .

**Câu 20.** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20\text{cm}$ , bán kính đáy  $r = 25\text{cm}$ . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $12\text{cm}$ . Diện tích của thiết diện đó bằng

- (A)  $500\text{cm}^2$ .      (B)  $400\text{cm}^2$ .      (C)  $300\text{cm}^2$ .      (D)  $406\text{cm}^2$ .

**Câu 21.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng  $2a$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $S$  cắt đường tròn đáy tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}a$ . Khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến  $(P)$  bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .      (B)  $a$ .      (C)  $2a$ .      (D)  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 22.** Cho hình nón có chiều cao bằng  $2\sqrt{5}$ . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng  $9\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

(A)  $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ .

(B)  $32\pi$ .

(C)  $32\sqrt{5}\pi$ .

(D)  $96\pi$ .

**Câu 23.** Cho hình nón có chiều cao bằng  $3\sqrt{2}$ . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng  $8\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

(A)  $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ .

(B)  $\frac{14\sqrt{2}\pi}{2}$ .

(C)  $32\sqrt{5}\pi$ .

(D)  $14\sqrt{2}\pi$ .

**Câu 24.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r = 2a$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $S$  và cắt đường tròn đáy tại  $A, B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}a$ . Biết khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến  $(P)$  bằng  $\frac{\sqrt{5}a}{5}$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A)  $a^3$ .

(B)  $\pi a^3$ .

(C)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

(D)  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

**Câu 25.** Trong không gian cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Thể tích của khối nón nhận được khi quay quanh tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$  bằng

(A)  $\pi a^3$ .

(B)  $\sqrt{3}\pi a^3$ .

(C)  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ .

(D)  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .

**Câu 26.** Cho hình tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{ACB} = 60^\circ$  và cạnh góc vuông  $AC = 2a$  quay quanh cạnh  $AC$  tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

(A)  $16a^2\pi\sqrt{3}$ .

(B)  $8a^2\pi\sqrt{3}$ .

(C)  $2a^2\pi$ .

(D)  $\frac{4}{3}a^2\pi\sqrt{3}$ .

**Câu 27.** Cho tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$  có  $OA = 3$ ,  $OB = 4$ . Diện tích toàn phần của hình nón tạo thành khi quay quanh cạnh  $OA$  bằng

(A)  $36\pi$ .

(B)  $20\pi$ .

(C)  $26\pi$ .

(D)  $52\pi$ .

**Câu 28.** Khi quay một tam giác đều cạnh bằng  $a$  quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay đó bằng

(A)  $\frac{\pi a^3}{4}$ .

(B)  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$ .

(C)  $\frac{3\pi a^3}{4}$ .

(D)  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$ .

**Câu 29.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Quay tam giác đó quanh đường thẳng  $BC$  ta được khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay này bằng

(A)  $\frac{\pi a^3}{2}$ .

(B)  $\frac{\pi a^3}{4}$ .

(C)  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

(D)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

**Câu 30.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3a$ ,  $AC = 4a$ . Khi tam giác  $ABC$  quay quanh đường thẳng  $BC$  ta được một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay này bằng

(A)  $\pi a^3$ .

(B)  $\frac{96\pi a^3}{5}$ .

(C)  $3\pi a^3$ .

(D)  $\frac{48\pi a^3}{5}$ .

**Câu 31.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi khi quay tam giác  $ABC$  quanh trục  $AB$ , biết  $BC = 2a$ .

(A)  $\frac{3a^3}{2}$ .

(B)  $3a^3$ .

(C)  $\pi a^3$ .

(D)  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$ .

## Bài 2

## KHỐI TRỤ

**Câu 32.** Thể tích của khối trụ có bán kính đáy  $r = 4$  và chiều cao  $h = 4\sqrt{2}$  bằng

(A)  $128\pi$ .

(B)  $32\pi$ .

(C)  $64\sqrt{2}\pi$ .

(D)  $32\sqrt{2}\pi$ .



**Câu 33.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3cm, độ dài đường cao bằng 4cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

- (A)  $24\pi\text{cm}^2$ .      (B)  $22\pi\text{cm}^2$ .      (C)  $26\pi\text{cm}^2$ .      (D)  $20\pi\text{cm}^2$ .

**Câu 34.** Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy  $a$  và đường cao  $a\sqrt{3}$  bằng

- (A)  $2\pi a^2(\sqrt{3}-1)$ .      (B)  $\pi a^2\sqrt{3}$ .      (C)  $\pi a^2(\sqrt{3}+1)$ .      (D)  $2\pi a^2(\sqrt{3}+1)$ .

**Câu 35.** Cho hình trụ có chiều cao là 5 và diện tích xung quanh là  $30\pi$ . Thể tích khối trụ bằng

- (A)  $30\pi$ .      (B)  $75\pi$ .      (C)  $15\pi$ .      (D)  $45\pi$ .

**Câu 36.** Cho khối trụ có chu vi đáy bằng  $4\pi a$  và độ dài đường cao bằng  $a$ . Thể tích khối trụ bằng

- (A)  $\pi a^2$ .      (B)  $\frac{4}{3}\pi a^3$ .      (C)  $4\pi a^3$ .      (D)  $16\pi a^3$ .

**Câu 37.** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng  $3\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- (A)  $2\sqrt{2}a$ .      (B)  $3a$ .      (C)  $\frac{2a}{3}$ .      (D)  $\frac{3a}{2}$ .

**Câu 38.** Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10cm. Biết thể tích khối trụ bằng  $90\pi\text{cm}^2$ . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- (A)  $81\pi\text{cm}^2$ .      (B)  $60\pi\text{cm}^2$ .      (C)  $78\pi\text{cm}^2$ .      (D)  $36\pi\text{cm}^2$ .

**Câu 39.** Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $2a$ . Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- (A)  $a\sqrt{5}$ .      (B)  $2a$ .      (C)  $a$ .      (D)  $3a$ .

**Câu 40.** Trong không gian cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ . Diện tích xung quanh của hình trụ khi quay xung quanh trục  $AB$  bằng

- (A)  $2\pi a^2$ .      (B)  $4\pi a^2$ .      (C)  $2a^2$ .      (D)  $\frac{4\pi a^2}{3}$ .

**Câu 41.** Cho hình vuông  $ABCD$  quanh quanh cạnh  $AB$  tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng  $4\pi a$ . Thể tích khối trụ bằng

- (A)  $2\pi a^3$ .      (B)  $4\pi a^3$ .      (C)  $8\pi a^3$ .      (D)  $\frac{8\pi a^3}{3}$ .

**Câu 42.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có cạnh  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ . Gọi  $M$ ,  $N$  là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Cho hình chữ nhật  $ABCD$  quay quanh trục  $MN$  ta được hình trụ tròn xoay có thể tích bằng.

- (A)  $\frac{32\pi}{3}$ .      (B)  $16\pi$ .      (C)  $8\pi$ .      (D)  $4\pi$ .

**Câu 43.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AD = CD = a$ ,  $AB = 2a$ . Quay hình thang  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$ , thể tích khối tròn xoay thu được bằng

- (A)  $\pi a^3$ .      (B)  $\frac{5\pi a^3}{3}$ .      (C)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      (D)  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

**Câu 44.** Trong không gian, cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ , có độ dài các cạnh là  $AD = a$ ,  $AB = 5a$ ,  $CD = 2a$ . Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình thang trên quanh trục  $AB$ .

- (A)  $5\pi a^3$ .      (B)  $6\pi a^3$ .      (C)  $3\pi a^3$ .      (D)  $\frac{11\pi a^3}{2}$ .

**Câu 45.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AD = CD = a$ ,  $AB = 2a$ . Quay hình thang  $ABCD$  quanh cạnh  $CD$ , thể tích khối tròn xoay thu được bằng



(A)  $\pi a^3$ .

(B)  $\frac{5\pi a^3}{3}$ .

(C)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

(D)  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

**Câu 46.** Cho hình thang vuông  $ABCD$  có độ dài hai đáy  $AB = 2a$ ,  $DC = 4a$ , đường cao  $AD = 2a$ . Quay hình thang  $ABCD$  quanh đường thẳng  $AB$  thu được khối tròn xoay ( $H$ ). Thể tích của khối ( $H$ ) bằng

(A)  $8\pi a^3$ .

(B)  $\frac{20\pi a^3}{3}$ .

(C)  $16\pi a^3$ .

(D)  $\frac{40\pi a^3}{3}$ .

**Câu 47.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $2a$ . Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho bằng

(A)  $18\pi a^3$ .

(B)  $4\pi a^3$ .

(C)  $8\pi a^3$ .

(D)  $16\pi a^3$ .

**Câu 48.** Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh  $a$ . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

(A)  $2\pi a^2$ .

(B)  $\frac{3\pi a^2}{2}$ .

(C)  $4\pi a^2$ .

(D)  $3\pi a^2$ .

**Câu 49.** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi$  và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Thể tích của khối trụ bằng

(A)  $3\pi$ .

(B)  $2\pi$ .

(C)  $4\pi$ .

(D)  $\frac{5\pi}{2}$ .

**Câu 50.** Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABB_1A_1$  có  $AB$  và  $A_1B_1$  thuộc hai đáy của hình trụ với  $AB = 4a$  và  $AB_1 = 5a$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

(A)  $\frac{16\pi a^3}{3}$ .

(B)  $12\pi a^3$ .

(C)  $4\pi a^3$ .

(D)  $8\pi a^3$ .

**Câu 51.** Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABB_1A_1$  có  $AB$  và  $A_1B_1$  thuộc hai đáy của hình trụ với  $AB = 4a$  và  $AA_1 = 5a$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

(A)  $12\pi a^3$ .

(B)  $16\pi a^3$ .

(C)  $4\pi a^3$ .

(D)  $\frac{17\pi a^3}{3}$ .

**Câu 52.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng  $8a^2$ . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

(A)  $4\pi a^2$ .

(B)  $8\pi a^2$ .

(C)  $\frac{16\pi a^2}{3}$ .

(D)  $2\pi a^2$ .

**Câu 53.** Cho hình trụ có trục  $OO_1$ , thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh  $2a$ . Mặt phẳng ( $P$ ) song song với trục và cách trục một khoảng  $0,5a$ . Diện tích thiết diện của trụ cắt bởi ( $P$ ) bằng

(A)  $\pi a^2$ .

(B)  $a^2$ .

(C)  $2\sqrt{3}a^2$ .

(D)  $\sqrt{3}a^2$ .

**Câu 54.** Một khối trụ có bán kính đáy  $r = 5$ , khoảng cách giữa hai đáy  $h = 4$ . Mặt phẳng ( $P$ ) song song với trục cắt khối trụ theo một thiết diện là hình vuông. Khoảng cách từ trục đến ( $P$ ) bằng

(A) 3.

(B)  $\sqrt{41}$ .

(C)  $\sqrt{29}$ .

(D)  $\sqrt{21}$ .

**Câu 55.** Cho hình trụ có đường cao bằng  $8a$ . Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ  $3a$ , cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  và thể tích  $V$  khối trụ

(A)  $S_{xq} = 80\pi a^2, V = 200\pi a^3$ .

(B)  $S_{xq} = 60\pi a^2, V = 200\pi a^3$ .

(C)  $S_{xq} = 80\pi a^2, V = 180\pi a^3$ .

(D)  $S_{xq} = 60\pi a^2, V = 180\pi a^3$ .

**Câu 56.** Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng ( $P$ ) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng ( $P$ ) bằng 3. Thể tích khối trụ đã cho bằng

(A)  $2\sqrt{3}\pi$ .

(B)  $\frac{52\pi}{3}$ .

(C)  $52\pi$ .

(D)  $13\pi$ .

**Câu 57.** Khi cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của một trụ một khoảng bằng  $a\sqrt{3}$  ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng  $4a^2$ . Thể tích của khối trụ bằng

- (A)  $7\sqrt{7}\pi a^3$ .      (B)  $\frac{7\sqrt{7}}{3}\pi a^3$ .      (C)  $\frac{8}{3}\pi a^3$ .      (D)  $8\pi a^3$ .

**Câu 58.** Một hình trụ có bán kính đáy  $r = 5\text{cm}$  và khoảng cách giữa hai đáy  $h = 7\text{cm}$ . Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục  $3\text{cm}$ . Diện tích của thiết diện bằng

- (A)  $56\text{cm}^2$ .      (B)  $55\text{cm}^2$ .      (C)  $53\text{cm}^2$ .      (D)  $46\text{cm}^2$ .

**Câu 59.** Cho hình trụ có chiều cao bằng  $6a$ . Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng  $3a$ , thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- (A)  $216\pi a^3$ .      (B)  $150\pi a^3$ .      (C)  $54\pi a^3$ .      (D)  $108\pi a^3$ .

**Câu 60.** Cho hình trụ có các đường tròn đáy là  $(O)$  và  $(O')$ , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng  $a$ . Các điểm  $A, B$  lần lượt thuộc các đường tròn đáy  $(O)$  và  $(O')$  sao cho  $AB = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối tứ diện  $ABOO'$  bằng

- (A)  $a^3$ .      (B)  $\frac{a^3}{3}$ .      (C)  $\frac{a^3}{6}$ .      (D)  $\frac{a^3}{2}$ .

**Câu 61.** Cho hình trụ có các đường tròn đáy là  $(O)$  và  $(O')$ , chiều cao  $h = \sqrt{3}R$ . Đoạn thẳng  $AB$  có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy của hình trụ sao cho góc hợp bởi  $AB$  và trục hình trụ bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối tứ diện  $ABOO'$  bằng

- (A)  $\frac{R^3}{2}$ .      (B)  $\frac{3R^3}{2}$ .      (C)  $R^3$ .      (D)  $\frac{R^3}{4}$ .

**Câu 62.** Cho hình trụ  $(T)$  chiều cao bằng  $2a$ , hai đường cao đáy của  $(T)$  có tâm lần lượt là  $O_1$  và  $O_2$ , bán kính bằng  $a$ . Trên đường tròn đáy tâm  $O_1$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn đáy tâm  $O_2$  lấy điểm  $B$  sao cho  $AB = a\sqrt{5}$ . Thể tích của khối tứ diện  $O_1O_2AB$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      (B)  $\sqrt{2}a^3$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**Câu 63.** Cho hình trụ  $(T)$  chiều cao bằng  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ , hai đường cao đáy của  $(T)$  có tâm lần lượt là  $O_1$  và  $O_2$ , bán kính bằng  $a$ . Trên đường tròn đáy tâm  $O_1$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn đáy tâm  $O_2$  lấy điểm  $B$  sao cho  $AB = a\sqrt{2}$ . Góc giữa  $AB$  và trục hình trụ là

- (A)  $30^\circ$ .      (B)  $45^\circ$ .      (C)  $75^\circ$ .      (D)  $60^\circ$ .

**Câu 64.** Cho hình trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy và tâm lần lượt là  $O$  và  $O'$ , bán kính  $r$ , chiều cao bằng  $r\sqrt{2}$ . Trên đường tròn đáy tâm  $O$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn đáy tâm  $O'$  lấy điểm  $B$  sao cho  $OA$  vuông góc với  $O'B$ . Gọi  $(P)$  làm mặt phẳng qua  $AB$  và song song với  $OO'$ . Khoảng cách giữa  $OO'$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

- (A)  $\frac{r\sqrt{2}}{2}$ .      (B)  $\frac{r\sqrt{2}}{3}$ .      (C)  $\frac{r\sqrt{2}}{4}$ .      (D)  $r\sqrt{2}$ .

**Câu 65.** Cho hình trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy với tâm lần lượt là  $O$  và  $O'$ , bán kính bằng  $R$ , chiều cao bằng  $R\sqrt{3}$ . Trên đường tròn đáy tâm  $O$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn đáy tâm  $O'$  lấy điểm  $B$  sao cho góc giữa  $AB$  trục  $OO'$  bằng  $30^\circ$ . Khoảng cách giữa  $AB$  và trục  $OO'$  bằng

- (A)  $\frac{R\sqrt{3}}{4}$ .      (B)  $2R\sqrt{3}$ .      (C)  $R\sqrt{3}$ .      (D)  $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 66.** Cho hình trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy với tâm lần lượt là  $O$  và  $O'$ . Gọi  $AB, CD$  lần lượt là hai đường kính của  $(O)$  và  $(O')$ , góc giữa  $AB$  và  $CD$  bằng  $30^\circ$ ,  $AB = 6$  và thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng  $30$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A)  $180\pi$ .      (B)  $90\pi$ .      (C)  $30\pi$ .      (D)  $45\pi$ .

**Câu 67.** Cho hình trụ ( $T$ ) có hai đường tròn đáy với tâm lần lượt là  $O$  và  $O'$ . Xét hình chữ nhật  $ABCD$  có  $A, B$  cùng thuộc ( $O$ ) và  $C, D$  cùng thuộc ( $O'$ ) sao cho  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = 2a$ , đồng thời ( $ABCD$ ) tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối trụ bằng

- (A)  $\pi a^3\sqrt{3}$ .      (B)  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$ .      (C)  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $2\pi a^3\sqrt{3}$ .

## Bài 3

## KHỐI CẦU

**Câu 68.** Cho mặt cầu có bán kính  $R = 2$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- (A)  $\frac{32\pi}{3}$ .      (B)  $8\pi$ .      (C)  $16\pi$ .      (D)  $4\pi$ .

**Câu 69.** Một quả bóng bàn có mặt ngoài là mặt cầu bán kính là 2 cm. Diện tích mặt ngoài của quả bóng bàn bằng

- (A)  $4 \text{ cm}^2$ .      (B)  $4\pi \text{ cm}^2$ .      (C)  $16\pi \text{ cm}^2$ .      (D)  $16 \text{ cm}^2$ .

**Câu 70.** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $72\pi \text{ cm}^2$ . Bán kính  $R$  của khối cầu bằng

- (A) 6 cm.      (B) 3 cm.      (C)  $\sqrt{6}$  cm.      (D)  $3\sqrt{2}$  cm.

**Câu 71.** Khối cầu có bán kính  $R = 6$  thì thể tích bằng

- (A)  $72\pi$ .      (B)  $48\pi$ .      (C)  $288\pi$ .      (D)  $144\pi$ .

**Câu 72.** Nếu diện tích mặt ngoài của mặt cầu bằng  $36\pi$  thì thể tích của khối cầu bằng

- (A)  $9\pi$ .      (B)  $36\pi$ .      (C)  $\frac{\pi}{9}$ .      (D)  $\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 73.** Cho khối cầu ( $S$ ) có thể tích bằng  $36\pi \text{ cm}^3$ . Diện tích mặt cầu bằng

- (A)  $12 \text{ cm}^2$ .      (B)  $18\pi \text{ cm}^2$ .      (C)  $36\pi \text{ cm}^2$ .      (D)  $27\pi \text{ cm}^2$ .

**Câu 74.** Cho mặt cầu ( $S$ ) có bán kính  $R_1$  và mặt cầu ( $S_2$ ) có bán kính  $R_2 = 2R_1$ . Tỷ số diện tích của mặt cầu ( $S_2$ ) và ( $S_1$ ) bằng

- (A) 2.      (B) 4.      (C)  $\frac{1}{2}$ .      (D) 3.

**Câu 75.** Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy và bằng 2. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình nón đó bằng

- (A)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .      (B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .      (C)  $3\sqrt{3}$ .      (D)  $2\sqrt{3}$ .

**Câu 76.** Cho hình cầu đường kính  $2a\sqrt{3}$ . Mặt phẳng ( $P$ ) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng  $a\sqrt{2}$ . Khoảng cách từ tâm hình cầu đến ( $P$ ) bằng

- (A)  $a$ .      (B)  $\frac{a}{2}$ .      (C)  $a\sqrt{10}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ .

**Câu 77.** Mặt phẳng ( $P$ ) cắt khối cầu tâm  $O$  theo đường tròn có bán kính bằng 4 cm và khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng ( $P$ ) bằng 3 cm. Bán kính  $R$  của mặt cầu bằng

- (A)  $3\sqrt{3}$  cm.      (B) 5 cm.      (C)  $3\sqrt{2}$  cm.      (D) 6 cm.

**Câu 78.** Cho mặt cầu ( $S$ ), tâm  $I$ . Một mặt phẳng ( $P$ ) cắt mặt cầu ( $S$ ) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi  $8\pi$ , biết khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng ( $P$ ) bằng 3. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- (A)  $25\pi$ .      (B)  $100\pi$ .      (C)  $75\pi$ .      (D)  $50\pi$ .

**Câu 79.** Mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu tâm  $O$  theo đường tròn có diện tích bằng  $9\pi$ . Biết rằng chu vi hình tròn lớn nhất của hình cầu bằng  $10\pi$ . Khoảng cách  $d$  từ  $O$  đến  $(P)$  bằng

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 8.

**Câu 80.** Một khối cầu có thể tích bằng  $\frac{32\pi a^3}{3}$ . Mặt phẳng  $(P)$  cắt khối cầu theo thiết diện là hình tròn có chu vi bằng  $2,4\pi a$ . Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến  $(P)$  bằng

- (A)  $1,4a$ . (B)  $1,5a$ . (C)  $1,6a$ . (D)  $1,7a$ .

**Câu 81.** Cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $O$ , bán kính  $R$  và điểm  $A$  nằm trên  $(S)$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $A$  tạo với  $OA$  một góc  $60^\circ$  và cắt  $(S)$  theo một đường tròn. Diện tích của đường tròn giao tuyến bằng

- (A)  $3\pi R^2$ . (B)  $\frac{\pi R^2}{4}$ . (C)  $0,5\pi R^2$ . (D)  $1,5\pi R^2$ .

**Câu 82.** Cho hình cầu  $(S)$  có bán kính bằng  $2a$ , một hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích gấp 3 lần một hình nón khác có đỉnh là tâm mặt cầu có chung đáy. Khi đó thể tích khối nón nội tiếp bằng

- (A)  $3\pi a^3$ . (B)  $2\pi a^3$ . (C)  $\pi a^3$ . (D)  $4\pi a^3$ .

**Câu 83.** Hai hình nón chung đáy, một hình nón có đỉnh nằm trên mặt cầu, khối nón còn lại có đỉnh là tâm mặt cầu. Biết thể tích khối nón này gấp 3 lần khối nón kia. Tính thể tích khối nón có đỉnh nằm trên mặt cầu khi diện tích đáy của hình nón bằng  $3\pi a^3$ .

- (A)  $3\pi a^3$ . (B)  $\pi a^3$ . (C)  $2\pi a^3$ . (D)  $4\pi a^3$ .

**Câu 84.** Một hình trụ có thể tích  $16\pi \text{ cm}^3$ . Khi đó bán kính đáy  $R$  bằng bao nhiêu để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất?

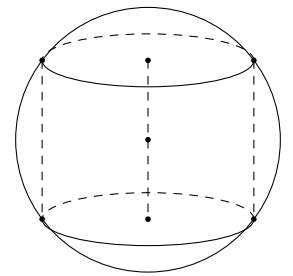
- (A)  $R = 1,6 \text{ cm}$ . (B)  $R = \frac{16}{\pi} \text{ cm}$ . (C)  $R = 2 \text{ cm}$ . (D)  $R = \pi \text{ cm}$ .

**Câu 85.** Để chứa  $7 \text{ (m}^3\text{)}$  nước ngọt người ta xây một bồn hình trụ có nắp. Hỏi bán kính  $r$  của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất

- (A)  $r = \sqrt[3]{2\pi}$ . (B)  $r = \sqrt[3]{\frac{7}{2\pi}}$ . (C)  $r = \sqrt[3]{\frac{8}{3\pi}}$ . (D)  $r = \sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}}$ .

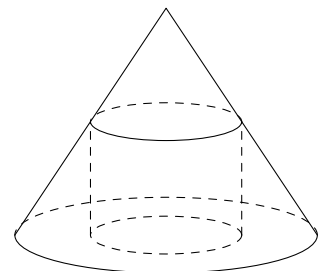
**Câu 86.** Cho mặt cầu  $(S)$  bán kính  $R = \sqrt{2}$ . Một hình trụ có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r$  thay đổi nội tiếp mặt cầu. Diện tích xung quanh lớn nhất của khối trụ bằng

- (A)  $2\pi$ . (B)  $4\pi$ . (C)  $6\pi$ . (D)  $8\pi$ .



**Câu 87.** Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy  $r = 30 \text{ cm}$ , chiều cao  $h = 120 \text{ cm}$ . Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ như hình vẽ. Gọi  $V$  là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính  $V$ .

- (A)  $V = 0,16\pi \text{ m}^3$ . (B)  $V = 0,024\pi \text{ m}^3$ .  
(C)  $V = 0,36\pi \text{ m}^3$ . (D)  $V = 0,016\pi \text{ m}^3$ .



PHẦN



**TỔNG ÔN MỨC VẬN  
DỤNG - VẬN DỤNG  
CAO**

# Chương 11

## BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 39. Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thoả mãn  $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$ .

(A) 22.

(B) 25.

(C) 23.

(D) 24.

🗨️ Lời giải.

Điều kiện:  $\begin{cases} 2 - \log(4x) \geq 0 \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 25$ .

Ta có  $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \log(4x) = 0(1) \\ 4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0(2) \end{cases}$ .

+ (1)  $\Leftrightarrow \log(4x) = 2 \Leftrightarrow 4x = 10^2 \Leftrightarrow x = 25(tm)$ .

+ (2)  $\Leftrightarrow (2^x)^2 - 20 \cdot 2^x + 64 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq 16 \\ 2^x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$ . Kết hợp với điều kiện, ta có các giá trị nguyên

thoả mãn trong trường hợp này là  $x \in \{1; 2\} \cup \{4; 5; 6; \dots; 25\}$ .

Vậy có 24 số nguyên  $x$  thoả mãn đề bài.

Chọn đáp án (D) □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $x$  thoả mãn  $(9^x - 3 \cdot 3^x + 2) \sqrt{3 - \log_2 x} \geq 0$ ?

(A) 7.

(B) 6.

(C) 9.

(D) 8.

**Câu 2.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thoả mãn  $(e^x - 5 \cdot e^{\frac{x+2}{2}} + 6e^2) \sqrt{2 - \log(ex)} \geq 0$ .

(A) 31.

(B) 34.

(C) 32.

(D) 35.

**Câu 3.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thoả mãn  $\frac{\sqrt{5 - \log_2(x)}}{5 \cdot 6^x - 2^x - 640 \cdot 3^x + 128} \leq 0$ .

(A) 9.

(B) 6.

(C) 8.

(D) 7.

**Câu 4.** Biết  $x = \frac{9}{4}$  là một nghiệm của bất phương trình  $\log_a(x^2 - x - 2) > \log_a(-x^2 + 2x + 3)$ (\*).  
Khi đó tập nghiệm của bất phương trình (\*) là

(A)  $T = \left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

(B)  $T = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ .

(C)  $T = (-\infty; -1)$ .

(D)  $T = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 5.** Tìm  $m$  để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi  $x > -1$ .

$$(9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - m) \sqrt{\log_2(x+3) - 1} > 0 \quad (1)$$

- (A)  $m < \frac{-17}{9}$ .      (B)  $m \geq \frac{-17}{9}$ .      (C)  $m \leq -9$ .      (D)  $m < -9$ .

**Câu 6.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2) \sqrt{32 - 2^x} \geq 0$

- (A) 6.      (B) 3.      (C) 5.      (D) 4.

**Câu 7.** Phương trình  $\sqrt{9 - x^2} \cdot \log(9 + 2x - x^2) = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 1.      (B) 4.      (C) 3.      (D) 2.

**Câu 8.** Số giá trị nguyên  $x \in [-2022; 2022]$  thỏa mãn  $(\log_x 8 + \log_4 x^2) \sqrt{\log_2(2x)} \geq 0$  là

- (A) 2020.      (B) 2019.      (C) 2022.      (D) 2021.

**Câu 9.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  nhỏ hơn 2022 thỏa mãn  $(\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2) \sqrt{16 - (0,5)^{2x}} \geq 0$

- (A) 2020.      (B) 2021.      (C) 2022.      (D) 2023.

**Câu 10.** Có tất cả bao giá trị nguyên của tham số  $a$  thuộc  $(1999; 2050)$  để

$$\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2022} \leq \left(2^{2022} + \frac{1}{2^{2022}}\right)^a.$$

- (A) 29.      (B) 28.      (C) 30.      (D) 31.

**Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên dương để bất phương trình:  $(3^x - 3^m)(1 - 3^{x+3}) \sqrt{3 - \log_4 x^2} \geq 0$  có không quá 10 nghiệm nguyên.

- (A) 4.      (B) 6.      (C) 10.      (D) 5.

**Câu 12.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $5 \sin^2 x = \log_2 \left[ 2^{(m+2)^2 - 1} + \frac{7}{2} \right] + 3$  có nghiệm?

- (A) 4.      (B) 1.      (C) 0.      (D) 2.

**Câu 13.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(4^{x^2-x-11} - 4) \log_5(x^2 - 2mx - 2x + m^2 + 2m + 3) \leq 0$  là

- (A) 6.      (B) 9.      (C) 7.      (D) 8.

**Câu 14.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(9^{x+1} - 244 \cdot 3^x + 27) \left[ \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 3 \right] \geq 0$  là

- (A) 10.      (B) 8.      (C) 9.      (D) Vô số.

**Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(2^{2x} - 4) \left( 2^x - \frac{1}{8} \right) \sqrt{1 - 2^{x-5}} \leq 0$  chứa bao nhiêu số nguyên?

- (A) 5.      (B) 3.      (C) 4.      (D) 6.

**Câu 16.** Bất phương trình  $[\log(x^2 + x) - \log(3 - x)](3^x - 3^{x^2}) > 0$  có tập nghiệm không là tập con của tập nào trong các tập hợp sau đây?

- (A)  $(-3; 7)$ .      (B)  $(-3; +\infty)$ .      (C)  $(-\infty; 5)$ .      (D)  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 17.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $\left( 2^x - 3 + \frac{2}{2^x} \right) \sqrt{2 - \log_4 x^2} \leq 0$

- (A) 2.      (B) 4.      (C) 5.      (D) 3.

**Câu 18.** Gọi  $S$  là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log(60x^2 + 120x + 10m - 10) - 3\log(x + 1) > 1$  có miền nghiệm chứa đúng 4 giá trị nguyên của biến  $x$ . Số phần tử của  $S$  là

- (A) 11. (B) 10. (C) 9. (D) 12.

**Câu 19.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $x$  trong nửa khoảng  $[0; 2022)$  thỏa mãn bất phương trình

$$\frac{\sqrt{2^x - 32}}{\log_{\sqrt{2}}(x - 4) - 1} \geq 0$$

- (A) 2019. (B) 2018. (C) 2017. (D) 2016.

**Câu 20.** Có bao nhiêu giá trị  $x$  nguyên dương thỏa mãn  $\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+3} + 23}{\log(4x + 8) - 2} < 0$

- (A) 17. (B) 20. (C) 19. (D) 18.

**Câu 21.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(4^x - 3 \cdot 2^x + 2) \sqrt{\log_3(36 - x^2) - 3} < 0$ .

- (A) 0. (B) 2. (C) 7. (D) 11.

**Câu 22.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(\ln x - 2) \sqrt{2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2} \leq 0$ .

- (A) Vô số. (B) 8. (C) 6. (D) 7.

**Câu 23.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  ( $|m| < 10$ ) để phương trình  $2^{x-1} = \log_4(x + 2m) + m$  có nghiệm?

- (A) 9. (B) 10. (C) 5. (D) 4.

**Câu 24.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $(3^{2x-x} - 9)(2^{x^2} - m) \leq 0$  (1) có 5 nghiệm nguyên?

- (A) 65023. (B) 65024. (C) 65025. (D) 65022.

**Câu 25.** Có bao nhiêu số nguyên  $x \in [-15; 15]$  và thỏa  $(3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9) \sqrt{\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2} > 0$

- (A) 8. (B) 10. (C) 9. (D) 11.

**Câu 26.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $2^{2x^2-15x} - 2^{x^2+10x} + x^2 - 25x < 0$  là :

- (A) 16. (B) 23. (C) 25. (D) 24.

**Câu 27.** Biết phương trình  $2^{x-5} = 3^{x^2-x-20}$  có hai nghiệm dạng  $x = \log_a b - 4$  và  $x = c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên và  $a, b \in (1; 5)$ . Khi đó  $T = a + 2b + c$  bằng

- (A)  $T = 3$ . (B)  $T = 4$ . (C)  $T = 13$ . (D)  $T = 12$ .

**Câu 28.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$  có ít nhất 1 và tối đa 10 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^{x+2} - \sqrt{8})(2^{x+1} - y) < 0$ ?

- (A) 1022. (B) 2044. (C) 2046. (D) 2045.

**Câu 29.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_3(x\sqrt{x^2+5} - x^2) \leq \sqrt{x^2+5} - 4x$ .

- (A) 9. (B) 7. (C) 5. (D) 0.

**Câu 30.** Bất phương trình  $(x^2 - 10x) \log_2 x \leq 2(x - 5)^2 - \log_2 x^{25}$  có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

**Câu 31.** Cho phương trình  $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{4^x - m} = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt.

- (A) 64. (B) Vô số. (C) 62. (D) 63.



**Câu 32.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(-9^x + 2 \cdot 3^{x+2} + 243) \sqrt{3 - \log_2 \left(\frac{x}{3}\right)} \geq 0$ .

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m7^{\cos^2 x}$  có nghiệm.

(A)  $m \geq \frac{6}{7}$ .

(B)  $m \geq -\frac{6}{7}$ .

(C)  $m < \frac{6}{7}$ .

(D)  $m < -\frac{6}{7}$ .

**Câu 34.** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log^2 x - m \log x + m + 3 \leq 0$  có nghiệm  $x > 1$  có dạng  $(-\infty; a) \cup [b; +\infty)$  trong đó  $a; b$  là các số nguyên. Tính  $a \cdot b$

(A) 15.

(B) 8.

(C) 18.

(D) -18.

(A) 15.

(B) 8.

(C) 18.

(D) -18.

**Câu 35.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{1 - \log_4 x}{1 + \log_2 x} \leq \frac{1}{2}$  là

(A)  $\left(\frac{1}{2}; \sqrt{2}\right)$ .

(B)  $(\sqrt{2}; +\infty)$ .

(C)  $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup [\sqrt{2}; +\infty)$ .

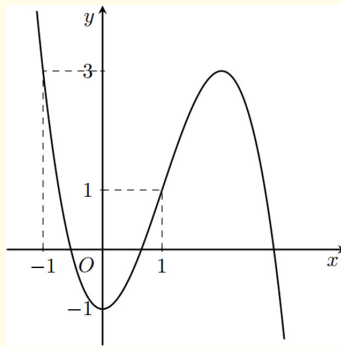
(D)  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$ .

# Chương 12

## HÀM SỐ

### A Bài tập mẫu

◀ Ví dụ 40. Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0$  có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[0; 2\pi]$  là



(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 5.

### 🗨️ Lời giải.

Ta có:  $f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) = -1 \\ f(\cos x) = 2020 - m \end{cases}$$

$$+) f(\cos x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = a > 1 (L) \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{3\pi}{2}$$

$$+) f(\cos x) = 2020 - m$$

Đặt  $t = \cos x \in [-1; 1]$

Phương trình trở thành  $f(t) = 2020 - m$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  phương trình (\*) có 4 nghiệm phân biệt thuộc  $[0; 2\pi]$  khác  $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow f(t) = 2020 - m$

$$\text{có 2 nghiệm } t_1, t_2 \text{ thỏa mãn: } \begin{cases} -1 < t_1 < t_2 \leq 1 \\ t_1 \neq 0 \\ t_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$-1 < 2020 - m \leq 1 \Leftrightarrow 2019 \leq m < 2021$$

Do  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2019; m = 2020$ .

Chọn đáp án (B)

□

## B Bài tập tương tự và phát triển

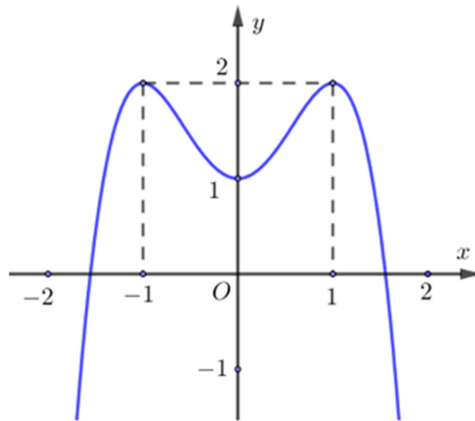
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$0$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	$4$	$-2$	$5$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho phương trình  $f(\sqrt{3}\sin x - \cos x) = 2m - 1$  có hai nghiệm phân biệt trên khoảng  $(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2})$ ?

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

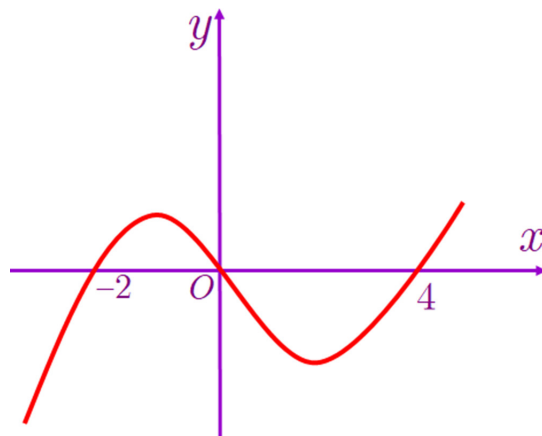
**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Đặt  $g(x) = f[f(x)]$ . Tìm số nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$ .

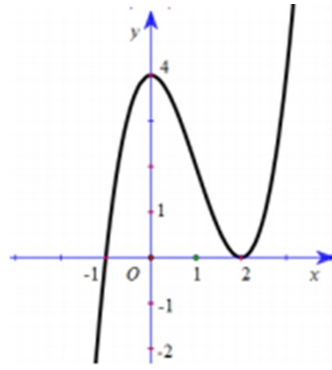
- (A) 10.                      (B) 11.                      (C) 9.                      (D) 8.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(-2) = 0$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(4) = -3$  và có đồ thị hàm  $f'(x)$  như hình vẽ dưới đây. Phương trình  $f'[f^2(x)] = 0$  có bao nhiêu nghiệm?



- (A) 3.                      (B) 6.                      (C) 4.                      (D) 7.

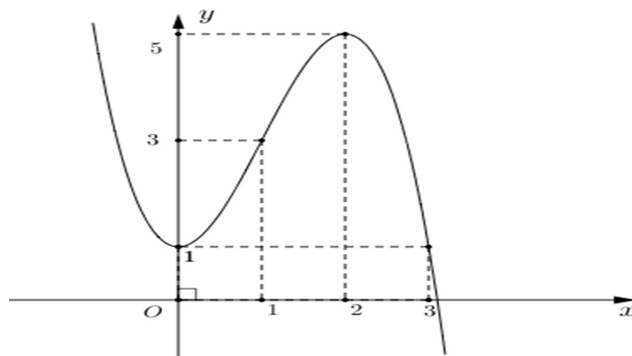
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên.



Số nghiệm dương của phương trình  $f'(f(x) + 1) = 0$  là

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

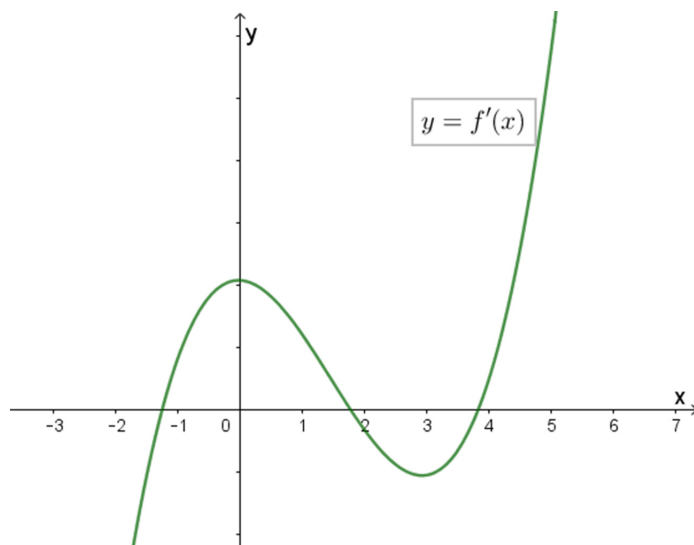
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(f(x))$  là

- (A) 6.                      (B) 5.                      (C) 3.                      (D) 2.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

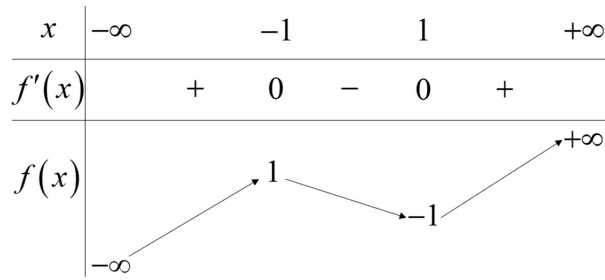


Số điểm cực tiểu của hàm số  $y = g(x) = f(x^2 - 2x)$  là

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 5.                      (D) 3.

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

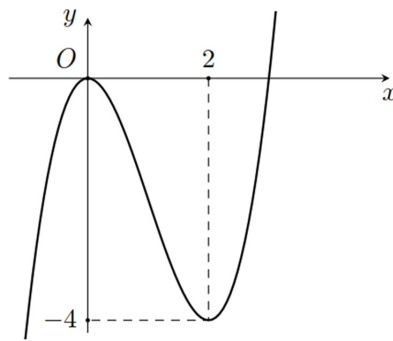




Số nghiệm thực phân biệt tối thiểu trong đoạn  $[0; 2022\pi]$  của phương trình  $f'(f(2\sin x)) = 0$  là

- (A) 2022.                      (B) 4044.                      (C) 6066.                      (D) 8088.

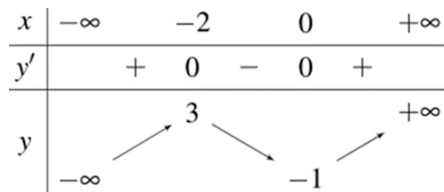
**Câu 8.** Biết rằng hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị được cho như hình vẽ bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = f[f(x)]$ .

- (A) 5.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 6.

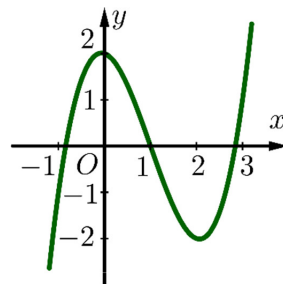
**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x) + 1) = 0$

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình  $f(f(x)) = 1$  là:

- (A) 8.                      (B) 7.                      (C) 6.                      (D) 9.

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 2x + m$  có đồ thị  $(C)$ . Biết tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại giao điểm của đồ thị  $(C)$  với trục tung cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì độ dài  $AB$  ngắn nhất?

- (A)  $m \in (-3; -2)$ .      (B)  $m \in (-2; -1)$ .      (C)  $m \in (1; 2)$ .      (D)  $m \in (-1; 1)$ .

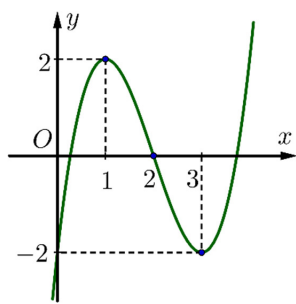
**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		0		3		$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	↗		0	↘		-4	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x) + 2) = 0$  là

- (A) 1.      (B) 2.      (C) 3.      (D) 4.

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ sau:



Phương trình  $f(x^4 - 2m^2x^2 + 3) = x$  có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?

- (A) 9.      (B) 12.      (C) 11.      (D) 10.

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		0		2		$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	↗		3	↘		-5	↗	$+\infty$

Tìm số nghiệm phương trình  $g'(x) = 0$  với  $g(x) = f(f(x))$

- (A) 2.      (B) 8.      (C) 10.      (D) 6.

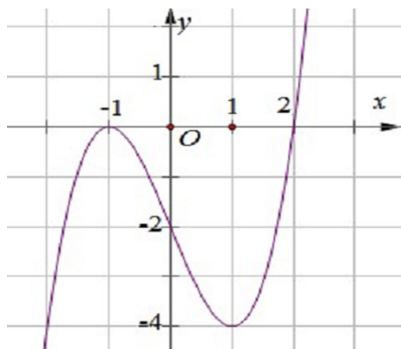
**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

$x$	$-\infty$	-1		0		2		3	$+\infty$	
$f'(x)$			+	0	-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	↗		2	↘		-2	↗		$+\infty$

Phương trình  $f(f(x)) = -2$  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- (A) 6.      (B) 7.      (C) 4.      (D) 5.

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Giả sử đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong hình bên. Đặt  $g(x) = f(x) + x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = g(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- (A) 4.                      (B) 1.                      (C) 3.                      (D) 2.

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Số cực trị của hàm số  $y = f(f(x))$  là

- (A) 3.                      (B) 4.                      (C) 5.                      (D) 6.

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ

$x$	$-\infty$		-4		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		-2		1		-4		$+\infty$

Phương trình  $|f(f(x))| = 1$  có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm

- (A) 14.                      (B) 11.                      (C) 12.                      (D) 13.

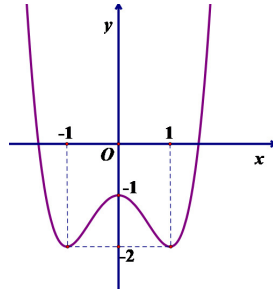
**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$		1		-4		3		$-\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(2f(x) - 1) = 0$  là

- (A) 7.                      (B) 12.                      (C) 10.                      (D) 5.

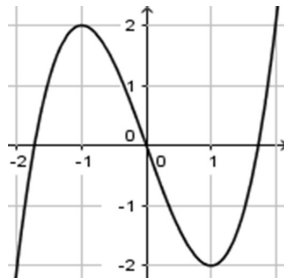
**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$  của phương trình  $3f(\cos x) + 5 = 0$  là

- (A) 4.                      (B) 7.                      (C) 6.                      (D) 8.

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số như sau



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f^2(x)) = 0$  là

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 8.                      (D) 6.

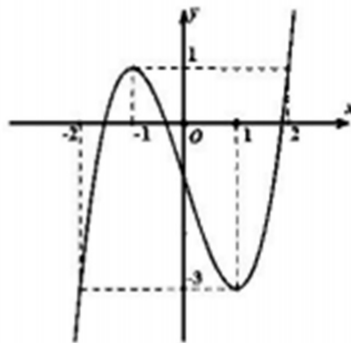
**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$0$	$-2$	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(2f(x) + 1) = 0$  là

- (A) 0.                      (B) 1.                      (C) 2.                      (D) 3.

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình  $f(f(x) - 2) = 0$  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- (A) 5.                      (B) 7.                      (C) 6.                      (D) 9.



**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$				5				$+\infty$

Gọi hàm  $g(x) = f[f(x)]$ . Hỏi phương trình  $g'(x) = 0$  có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- (A) 2.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 5.

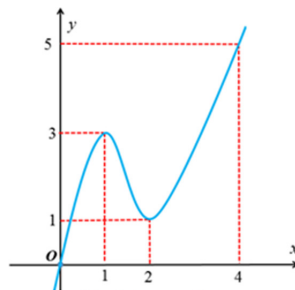
**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$			3				3		
$f(x)$	$-\infty$				-2				$-\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x) - 3) = 0$  là

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 5.                      (D) 6.

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đặt  $g(x) = f(f(x) - 1)$ . Số nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$  là



- (A) 6.                      (B) 7.                      (C) 9.                      (D) 8.

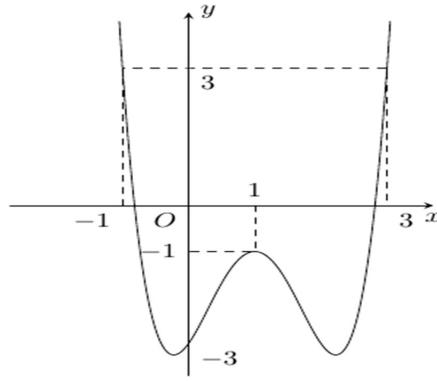
**Câu 27.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$				1				$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình  $f'(f(x) - 1) = 0$  là

- (A) 9.                      (B) 8.                      (C) 7.                      (D) 6.

**Câu 28.** Cho hàm số bậc bốn  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình  $f(f(x)) + 1 = 0$  là

- (A) 3.                      (B) 5.                      (C) 4.                      (D) 6.

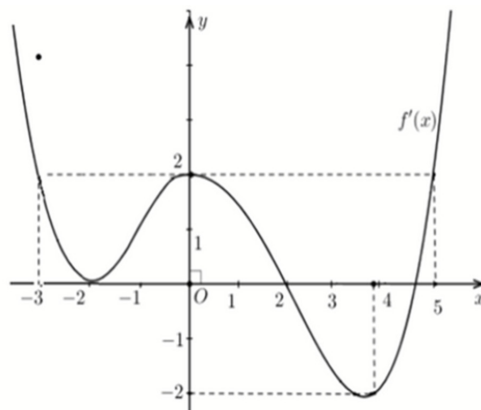
**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

$x$	$-\infty$		$-1$		$3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$5$		$-3$		$+\infty$

Phương trình  $|f(1 - 3x) + 1| = 3$  có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 4.                      (B) 6.                      (C) 5.                      (D) 3.

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng  $f(-3) = 2f(5) = 4$ . Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f\left(\frac{1}{2}f(x) - m\right) = 2x + 2m$  có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

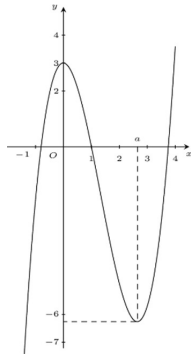


- (A) 8.                      (B) 6.                      (C) 3.                      (D) 7.

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để phương trình  $f(x^3 - 3x) = m$  có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[-1; 2]$ ?

- (A) 3.                      (B) 2.                      (C) 6.                      (D) 7.

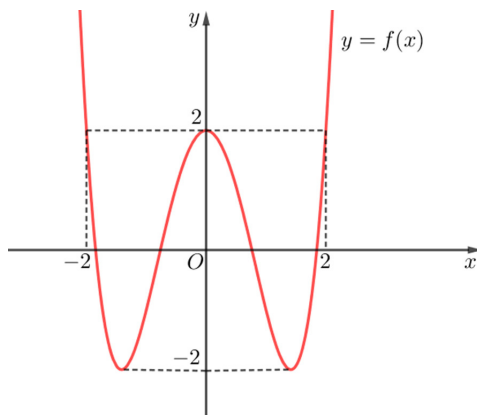
**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ



Đặt  $g(x) = f[f(x)]$ . Tìm số nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$ .

- (A) 7.                      (B) 6.                      (C) 5.                      (D) 8.

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình  $(f(f(x)))' = 0$  là

- (A) 4.                      (B) 15.                      (C) 12.                      (D) 3.

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-5; 6]$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	-5	-3	0	2	3	5	6		
$f'(x)$	0	+	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$	-9	↖ -2	↘ -5	↖ 7	↘ 0	↖ 5	↘ -6		

Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x + 4)$ .  
 Tìm giá trị biểu thức  $M + 2m$ .

- (A) -11.                      (B) 10.                      (C) 5.                      (D) -5.

# Chương 13

## NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN HÀM ẨN

❖ Ví dụ 41. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = f(0) = 1$ , khi đó  $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$  bằng.

(A)  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + 4\pi + 3}{16}$ .

(B)  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + 4\pi + 12}{16}$ .

(C)  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + \pi + 3}{16}$ .

(D)  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + \pi + 12}{16}$ .

🗨️ Lời giải.

$$+ \text{Ta có } f(x) = \int (2 \sin^2 x + 1) dx = \int (2 - \cos 2x) dx = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Vì  $f(0) = 1$  nên  $C = 1$ .

$$\Rightarrow f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 1$$

$$+ \text{Ta có } F(x) = \int \left(2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 1\right) dx = x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + x + T \text{ (trong đó } T \text{ là hằng số)}$$

$$\text{Vì } F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + T = 1 \Leftrightarrow T = \frac{3}{4}$$

$$\text{nên } F(x) = x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + x + \frac{3}{4}.$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + 4\pi + 12}{16}$$

Chọn đáp án (B) □

### A Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 4x^3 + 4x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = -1$ . Khi đó

$$I = \int_{-1}^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

(A)  $\frac{4}{15}$ .

(B)  $\frac{26}{15}$ .

(C)  $\frac{-4}{15}$ .

(D) 0.

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x-1}$  và  $f(0) = 0, f(2) = 2$ . Khi đó  $f(-1) + f(3)$  bằng:

(A)  $2 - \ln 2$ .

(B)  $2 + \ln 2$ .

(C) 2.

(D)  $2 + 2 \ln 2$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = \sin x - 9 \cos 3x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ , khi đó  $F(\pi)$  bằng

(A)  $-2\pi$ .

(B)  $2 - 2\pi$ .

(C)  $2\pi$ .

(D)  $2 + 2\pi$ .

**Câu 4.** Cho số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 12x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x), f(0) = F(1) = 0$ . Tính diện tích hình phẳng  $S$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = F(x)$  và trục  $Ox$ .

(A)  $S = \frac{64}{15}$ .

(B)  $S = \frac{116}{15}$ .

(C)  $S = \frac{576}{5}$ .

(D)  $S = \frac{32}{15}$ .

**Câu 5.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và:  $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = \frac{3}{2}$ , khi đó  $F(2)$  bằng

(A)  $\frac{e^4}{2} - \frac{e^2}{2} + 4$ .

(B)  $\frac{e^4}{2} + \frac{e^2}{2} + 4$ .

(C)  $\frac{e^4}{2} - \frac{e^2}{2} - 4$ .

(D)  $\frac{e^4}{2} + \frac{e^2}{2} - 4$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $(0; +\infty)$ . Biết  $x^2$  là một nguyên hàm của  $x^2 f'(x)$  trên  $(0; +\infty)$  và  $f(1) = 1$ . Tính  $f(e)$ .

(A) 2.

(B) 3.

(C)  $2e + 1$ .

(D)  $e$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên đoạn  $[-1; 2]$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và  $f^2(x).f'(x) = 1 + 2x + 3x^2$ . Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$  là:

(A)  $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{2}, \max_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$ .

(B)  $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}, \max_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$ .

(C)  $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}, \max_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$ .

(D)  $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{2}, \max_{x \in [-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[1; 2]$  thỏa mãn  $f(1) = 4$  và  $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ . Tính  $f(2)$ .

(A) 5.

(B) 20.

(C) 10.

(D) 15.

**Câu 9.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$  và  $F(0) = 2$ . Hãy tính  $F(-1)$ .

(A)  $6 - \frac{15}{e}$ .

(B)  $4 - \frac{10}{e}$ .

(C)  $\frac{15}{e} - 4$ .

(D)  $\frac{10}{e}$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2x - 5}{x - 1}, f(3) = 2$  và  $f(0) = 4$ . Giá trị của biểu thức  $f(-3) - 2f(5)$  bằng

(A)  $-14$ .

(B)  $6 - 3 \ln 2$ .

(C)  $-2 - 6 \ln 2$ .

(D) 14.

**Câu 11.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  và  $F(0) = 0$ . Giá trị của  $F(\ln 3)$  bằng

(A) 2.

(B) 6.

(C) 8.

(D) 4.

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 6x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 3$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = 2$ , khi đó  $F(2)$  bằng

(A)  $\frac{37}{2}$ .

(B)  $-\frac{37}{2}$ .

(C)  $\frac{2}{37}$ .

(D)  $-\frac{2}{37}$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 24e^{2x} + e^x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 12e^2 + e$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = 6e^2 + e + 3$ , khi đó  $F(0)$  bằng

(A) 9.

(B) 10.

(C) 11.

(D) 12.

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 12x^2 + 6x + 6, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(-1) = -5$ . Biết hàm số  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = -8$ . Tính  $F(-1)$ .

(A)  $-10$ .

(B) 10.

(C)  $-14$ .

(D) 8.

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 4x^3 - 2x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 0$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(1) = -1$ , khi đó  $F(2)$  bằng

(A)  $\frac{41}{30}$ .

(B)  $-\frac{41}{30}$ .

(C)  $\frac{21}{10}$ .

(D)  $\frac{26}{15}$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 2]$  và thỏa mãn  $(x^2 + 1) \cdot f'(x) + 2x \cdot f(x) - x^2 - 2x - 1 = 0$  và  $f(1) = \frac{43}{24}$ . Khi đó  $f(2)$  bằng

(A)  $\frac{119}{60}$ .

(B)  $\frac{26}{15}$ .

(C)  $-\frac{119}{60}$ .

(D)  $\frac{119}{36}$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 12x^2 + 18x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  và thỏa mãn  $f(0) = F(0) = 0$ . Khi đó  $F(1)$  bằng

(A) 5.

(B) -5.

(C) 2.

(D) 2.

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = \sin 3x + e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -e^{-\frac{\pi}{2}}$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 3$ , khi đó  $F(\pi)$  bằng

(A)  $-e^{-\pi} + 2$ .

(B)  $e^{-\pi} + 2$ .

(C)  $e^{-\pi} - 2$ .

(D)  $-e^{-\pi} - 2$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}; f(0) = 1$  và  $f(1) = 2$ . Tính  $P = f(-1) + f(3)$ .

(A)  $P = 3 + \ln 3$ .

(B)  $P = 3 + \ln 5$  ..

(C)  $P = 3 + \ln 15$  ..

(D)  $P = 3 - \ln 15$  ..

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \frac{13}{4}$ . Tính  $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .

(A)  $\frac{\pi + 2\sqrt{2} + 48}{16}$ .

(B)  $\frac{\pi}{16}$ .

(C)  $\frac{\pi - \sqrt{2} - 8}{16}$ .

(D)  $\frac{\pi - 2\sqrt{2} + 48}{16}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = (x + 1)e^x, f(0) = 0$  và  $\int f(x)dx = (ax + b)e^x + c$  với  $a, b, c$  là các hằng số. Khi đó:

(A)  $a + b = 2$ .

(B)  $a + b = 3$ .

(C)  $a + b = 1$ .

(D)  $a + b = 0$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x) \cdot f'(x) = 1$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Biết  $\int_1^2 f(x)dx = 3a$  và  $f(1) =$

$b + 1, f(2) = c - 1$ . Tích phân  $\int_1^2 \frac{x}{f(x)}dx$  bằng

(A)  $2c - b - a - 3$ .

(B)  $2a - b - c - 3$ .

(C)  $2c - b - 3a - 3$ .

(D)  $2a - b + c + 3$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}^*$  có đạo hàm đến cấp hai thỏa mãn  $f''(x) = -\frac{1}{x^2}, f(-1) = 0, f(1) = 0, f(2) = 0, f(-3) = \ln 3$ . Giá trị  $f(-2)$  bằng

(A)  $4 \ln 2$ .

(B)  $2 \ln 2$ .

(C)  $1 + 2 \ln 2$ .

(D)  $\ln 2$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = \sin x + \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(\pi) = 0$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(2\pi) = 3$ , khi đó  $F(3\pi)$  bằng

(A)  $\pi - 1$ .

(B)  $\pi + 5$ .

(C)  $3\pi - 1$ .

(D)  $3\pi + 5$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 6x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 2$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 0$ , khi đó  $F(2)$  bằng

(A) 2.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 8.

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 12x^3 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(-1) = 3$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = -1$ , khi đó  $F(-1)$  bằng

A  $\frac{2}{5}$ .

B  $-\frac{14}{15}$ .

C  $\frac{1}{15}$ .

D  $\frac{-3}{5}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2e^{2x} + e^x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 0$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2022$ , khi đó  $F(1)$  bằng?

A  $\frac{e^2}{2} + e + \frac{4035}{2}$ .

B  $\frac{e^2}{2} + e + \frac{4037}{2}$ .

C  $e^2 + e + \frac{4037}{2}$ .

D  $e^2 + e + 2020$ .

# Chương 14

## THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 42. Cho khối chóp đều  $S.ABCD$  có  $AC = 4a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp đã cho bằng

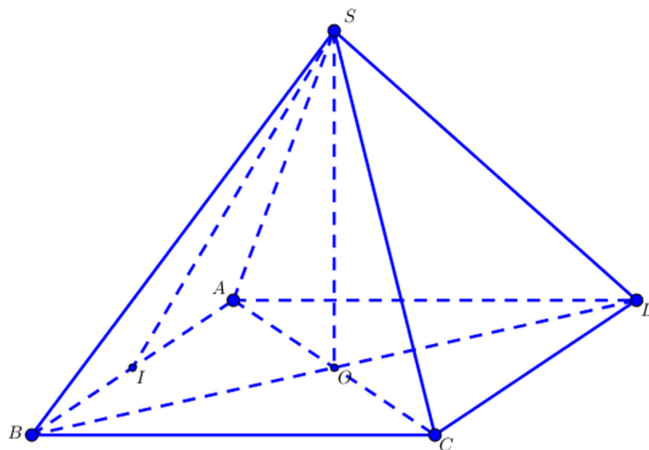
A  $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$ .

B  $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$ .

C  $16a^3$ .

D  $\frac{16}{3}a^3$ .

💬 Lời giải.



Gọi  $O$  là tâm hình vuông suy ra  $SO \perp (ABCD)$

Ta có  $(SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ , suy ra  $SI \perp AB \Rightarrow SI \perp Sx \Rightarrow SI \perp (SCD) \Rightarrow SI \perp SD$

$AC = 4a \Rightarrow AD = 2\sqrt{2}a \Rightarrow DI = a\sqrt{10}$

Đặt  $SD = x \Rightarrow SI = \sqrt{x^2 - 2a^2}$ . Ta có hệ thức  $x^2 - 2a^2 + x^2 = 10a^2 \Rightarrow x^2 = 6a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{6}$

Từ đó ta tính được  $SO = a\sqrt{2}$ .

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot (2\sqrt{2}a)^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ MỞ RỘNG

Dạng 1. Tính thể tích khối chóp, lăng trụ khi biết góc giữa hai mặt phẳng □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy, mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng  $60^\circ$ ,  $SB = a\sqrt{2}$ ;  $\widehat{BSC} = 45^\circ$ . Gọi thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $V$ . Khi đó tỉ số  $\frac{a^3}{V}$  bằng



- A  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  .     
 B  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  .     
 C  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .     
 D  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  .

**Câu 2.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $AB = a, BC = 2a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là điểm  $O$ . Biết hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau, thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A  $\frac{\sqrt{21}}{6}a^3$  .     
 B  $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$  .     
 C  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$  .     
 D  $\frac{a^3}{2}$  .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ . Biết hình chiếu của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm của  $AD$ . Góc giữa mặt phẳng  $(ABB'A')$  và mặt  $(ABCD)$  là  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A  $4a^3$  .     
 B  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$  .     
 C  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$  .     
 D  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$  .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$  và  $SA \perp (ABCD)$ , hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SDC)$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A  $\frac{1}{3}a^3$  .     
 B  $\frac{2}{3}a^3$  .     
 C  $\frac{4}{3}a^3$  .     
 D  $\frac{8a^3}{3}$  .

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng  $(SBD)$  tạo với mặt đáy góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- A  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$  .     
 B  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$  .     
 C  $\frac{a^3}{3}$  .     
 D  $a^3$  .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trung điểm của  $AB$ . Biết  $AB = a, BC = 2a, BD = a\sqrt{10}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và mặt phẳng đáy là  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- A  $V = \frac{3\sqrt{30}a^3}{2}$  .     
 B  $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{4}$  .     
 C  $V = \frac{a^3\sqrt{30}}{24}$  .     
 D  $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}$  .

**Câu 7.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $A'A = A'B = A'C$ . Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $BC = 2a$ . Hai mặt phẳng  $(A'ABB')$  và  $(A'B'C')$  vuông góc nhau. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$  .     
 B  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$  .     
 C  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$  .     
 D  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$  .

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $AB = 2a, BC = a, \widehat{ABC} = 60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm  $O$  của cạnh  $AC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABB'A')$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của hình hộp đã cho bằng

- A  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$  .     
 B  $\frac{3a^3\sqrt{7}}{4}$  .     
 C  $\frac{3a^3}{2}$  .     
 D  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$  .

**Câu 9.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $ABCD$  trùng với tâm  $O$ . Góc giữa mặt phẳng  $(ADD'A')$  và mặt đáy  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- A  $\frac{3a^3}{4}$  .     
 B  $\frac{a^3}{4}$  .     
 C  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$  .     
 D  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$  .

**Câu 10.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , có  $AC = a\sqrt{2}$ . Biết  $C'O \perp (ABCD)$ , hai mặt phẳng  $(C'AB)$  và  $(C'CD)$  vuông góc với nhau. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A  $4a^3$  .     
 B  $\frac{a^3}{6}$  .     
 C  $a^3$  .     
 D  $\frac{a^3}{2}$  .

**Câu 11.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  có  $AB = 2a$ ,  $AC = 4a$  và  $A'A = A'B = A'C$ . Biết hai mặt phẳng  $(A'AC)$  và  $(DA'C')$  tạo với nhau góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- (A)  $6\sqrt{3}a^3$ .      (B)  $12\sqrt{2}a^3$ .      (C)  $6\sqrt{2}a^3$ .      (D)  $12\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 12.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thang vuông tại  $A, B$  ( $BC \parallel AD$ ), góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AA'B'B)$  bằng  $90^\circ$  và  $BC = 12, AD = 16, CD = 5$ , tam giác  $\triangle ABA'$  đều. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- (A)  $126\sqrt{3}$ .      (B)  $252$ .      (C)  $63\sqrt{3}$ .      (D)  $410$ .

**Câu 13.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $BD = 2a\sqrt{2}$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $DC$ , góc giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  bằng,

- (A)  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ .      (B)  $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ .      (C)  $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .      (D)  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , tâm của đáy là  $O$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Biết góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình vuông có  $AC = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- (A)  $\frac{4a^3}{3}$ .      (B)  $4a^3$ .      (C)  $\frac{a^3}{3}$ .      (D)  $\frac{8a^3}{3}$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- (A)  $\frac{4a^3 \cdot \sqrt{15}}{9}$ .      (B)  $\frac{a^3 \cdot \sqrt{15}}{3}$ .      (C)  $\frac{4a^3 \cdot \sqrt{15}}{3}$ .      (D)  $\frac{a^3 \cdot \sqrt{15}}{9}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, DC$ . Hai mặt phẳng  $(SMC)$  và  $(SNB)$  cùng vuông góc với đáy. Cạnh bên  $SB$  hợp với đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

- (A)  $\frac{16\sqrt{15}}{15}a^3$ .      (B)  $\frac{16\sqrt{15}}{5}a^3$ .      (C)  $\sqrt{15}a^3$ .      (D)  $\frac{\sqrt{15}}{3}a^3$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ , gọi  $I = AC \cap BD$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $H$  sao cho  $H$  là trung điểm của  $BI$ . Góc giữa  $SC$  và mp  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Khi đó thể tích khối  $S.ABCD$  bằng:

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{39}}{36}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$ .

**Câu 19.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AA' = AB' = AC'$ . Cạnh  $BC'$  hợp với đáy góc  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- (A)  $\frac{\sqrt{30}}{4}a^3$ .      (B)  $\frac{\sqrt{30}}{6}a^3$ .      (C)  $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$ .      (D)  $\frac{\sqrt{15}}{2}a^3$ .

**Câu 20.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Góc giữa  $B'D$  và mp  $(ACC'A')$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- (A)  $a^3\sqrt{6}$ .      (B)  $\sqrt{3}a^3$ .      (C)  $a^3$ .      (D)  $6a^3$ .

**Câu 21.** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AA' = 2$ , góc giữa đường thẳng  $A'B$  và mặt phẳng  $(AA'C'C)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- (A)  $V = 2\sqrt{3}$ .      (B)  $V = 4\sqrt{3}$ .      (C)  $V = 3\sqrt{2}$ .      (D)  $V = 7\sqrt{2}$ .

**Câu 22.** Lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Hình chiếu của  $A'$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $I$  của  $BC$ . Thể tích khối lăng trụ là

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có cạnh  $AB = a$ ,  $SB \perp (ABCD)$ . Góc giữa hai đường thẳng  $(SO, BD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ .      (C)  $\frac{a^3}{3}$ .      (D)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Gọi  $M, N$  là điểm thuộc cạnh  $SA, AC$  sao cho  $\frac{AM}{SA} = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{CN}{AC} = \frac{2}{3}$ . Biết góc giữa 2 đường thẳng  $MN$  và  $SD$  bằng  $60^\circ$ , thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      (C)  $\sqrt{3}a^3$ .      (D)  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$ .

**Câu 25.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

- (A)  $\frac{a^3}{4}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      (D)  $\frac{a^3}{12}$ .

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, tam giác  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Biết góc giữa  $KS$  và  $DA$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ .      (D)  $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh bên tạo với đường cao một góc  $30^\circ$ ,  $O$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Một hình chóp đều thứ hai  $O.A'B'C'$  có  $S$  là tâm của tam giác  $A'B'C'$  và cạnh bên của hình chóp  $O.A'B'C'$  tạo với đường cao một góc  $60^\circ$  sao cho mỗi cạnh bên  $SA, SB, SC$  lần lượt cắt các cạnh bên  $OA', OB', OC'$ . Gọi  $V_1$  là phần thể tích phần chung của hai khối chóp  $S.ABC$  và  $O.A'B'C'$ ,  $V_2$  là thể tích khối chóp  $S.ABC$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng:

- (A)  $\frac{9}{16}$ .      (B)  $\frac{1}{4}$ .      (C)  $\frac{27}{64}$ .      (D)  $\frac{9}{64}$ .

**Câu 28.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có  $AB = 2$ ,  $AD = 4$ , cosin của góc giữa  $AC$  và  $DA_1$  bằng  $\frac{4}{\sqrt{30}}$ . Tính thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ .

- (A)  $16\sqrt{2}$ .      (B)  $\frac{24}{\sqrt{30}}$ .      (C)  $16$ .      (D)  $32\sqrt{2}$ .

**Câu 29.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đó.

- (A)  $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .      (B)  $V = 2\sqrt{3}a^3$ .      (C)  $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$ .      (D)  $V = 2\sqrt{6}a^3$ .

**Câu 30.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Độ dài cạnh bên bằng  $4a$ . Mặt phẳng  $(BCC'B')$  vuông góc với đáy và góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

**Câu 31.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho biết  $A'A = A'B = A'D$  và  $AB = a, AD = a\sqrt{3}, AA' = 2a$

- (A)  $3a^3$ .                      (B)  $a^3$ .                      (C)  $a^3\sqrt{3}$ .                      (D)  $3a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 32.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A, AB = AC = a$ . Biết góc giữa hai đường thẳng  $AC'$  và  $A'B$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .                      (B)  $\frac{3a^3}{2}$ .                      (C)  $\frac{a^3}{2}$ .                      (D)  $a^3\sqrt{2}$ .

**Câu 33.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- (A)  $a^3$ .                      (B)  $3a^3$ .                      (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .                      (D)  $\frac{1}{3}a^3$ .

**Câu 34.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(BA'C)$  và  $(ACC'A')$  bằng  $75^\circ$ . Thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho là

- (A)  $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{3+4\sqrt{3}}}$ .                      (B)  $V = \frac{4a^3}{3\sqrt{3+4\sqrt{3}}}$ .                      (C)  $V = \frac{2a^3}{3\sqrt{3+4\sqrt{3}}}$ .                      (D)  $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{4+3\sqrt{3}}}$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $SCD$  bằng 4. Gọi  $V$  là thể tích khối chóp  $S.ABCD$ , giá trị lớn nhất của  $V$  là

- (A)  $32\sqrt{3}$ .                      (B)  $8\sqrt{3}$ .                      (C)  $16\sqrt{3}$ .                      (D)  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$  là  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ , từ  $B$  đến  $(SCA)$  là  $\frac{\sqrt{15}}{10}$ , từ  $C$  đến  $(SAB)$  là  $\frac{\sqrt{30}}{20}$  và hình chiếu vuông góc  $H$  của  $S$  xuống đáy nằm trong tam giác  $ABC$ . Tính thể tích khối chóp  $V_{S.ABC}$ .

- (A)  $\frac{1}{12}$ .                      (B)  $\frac{1}{36}$ .                      (C)  $\frac{1}{24}$ .                      (D)  $\frac{1}{48}$ .

**Câu 37.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Khoảng cách từ tâm  $O$  của tam giác  $ABC$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $BCD$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

- (A)  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ .                      (B)  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ .                      (C)  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$ .                      (D)  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$ .

**Câu 38.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'B'CD)$  bằng  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ . Tính thể tích  $V$  của khối hộp chữ nhật đã cho.

- (A)  $V = 2a^3$ .                      (B)  $V = \frac{2a^3}{3}$ .                      (C)  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      (D)  $V = 2a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều,  $SA = a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính thể tích  $V$  của hình chóp  $S.ABC$ .

- (A)  $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .                      (B)  $V = \sqrt{3}a^3$ .                      (C)  $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$ .                      (D)  $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$ .

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $SA \perp (ABC)$ . Mặt phẳng  $(SBC)$  cách  $A$  một khoảng bằng  $a\sqrt{3}$  và hợp với mặt phẳng  $(ABC)$  góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng:

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      (B)  $2a^3\sqrt{3}$ .                      (C)  $6a^3\sqrt{3}$ .                      (D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 41.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có  $AB$  vuông góc với  $AC$ ,  $AC$  vuông góc với  $AD$ . Gọi  $I, E$  tương ứng là trung điểm của  $BC, FH$ . Biết  $AB = 6a; AD = 8a; BD = 10a$ ;  $d(A; (BCD)) = \frac{24a}{\sqrt{29}}$ .

Tính khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(AIE)$ .

- A  $\frac{8\sqrt{29}a}{29}$      
  B  $\frac{\sqrt{29}a}{29}$      
  C  $\frac{12\sqrt{29}a}{29}$      
  D  $\frac{24\sqrt{29}a}{29}$

**Câu 42.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , đáy nhỏ của hình thang là  $CD$ , cạnh bên  $SC = a\sqrt{15}$ . Tam giác  $SAD$  là tam giác đều cạnh  $2a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy hình chóp. Gọi  $H$  là trung điểm cạnh  $AD$ , khoảng cách từ  $B$  tới mặt phẳng  $(SHC)$  bằng  $2\sqrt{6}a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A  $V = 4\sqrt{6}a^3$      
  B  $V = 12\sqrt{6}a^3$      
  C  $V = 8\sqrt{6}a^3$      
  D  $V = 24\sqrt{6}a^3$

**Câu 43.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $C$ , cạnh đáy  $AB$  bằng  $2a$  và  $\widehat{ABC}$  bằng  $30^\circ$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CB'$  bằng  $\frac{a}{2}$ . Khi đó thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$      
  B  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$      
  C  $\sqrt{3}a^3$      
  D  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

**Câu 44.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC'$  là  $30^\circ$  và khoảng cách giữa chúng là  $a$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A  $a^3\sqrt{3}$      
  B  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$      
  C  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$      
  D  $2a^3\sqrt{3}$

**Câu 45.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AC = a\sqrt{7}$ ,  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ ,  $AB = AA'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $CC'$  bằng  $a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  là

- A  $\frac{5\sqrt{3}}{3}a^3$      
  B  $\frac{25a^3}{2}$      
  C  $\frac{25\sqrt{3}a^3}{6}$      
  D  $\frac{5\sqrt{3}}{6}a^3$

**Câu 46.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ ; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $B'C'$  và  $A'B$  bằng  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng.

- A  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$      
  B  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$      
  C  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$      
  D  $\frac{3a^3}{4}$

**Câu 47.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng  $a$  và  $\widehat{BDC} = 30^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$      
  B  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$      
  C  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$      
  D  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

**Câu 48.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABCD)$ . Biết  $BD = 2a$ ,  $AB = a$ , khoảng cách giữa  $AB$  và  $SD$  bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$      
  B  $3\sqrt{2}a^3$      
  C  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$      
  D  $a^3\sqrt{2}$

**Câu 49.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $SC$  bằng  $\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{31}}$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A  $\sqrt{3}a^3$      
  B  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$      
  C  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$      
  D  $2a^3\sqrt{3}$

**Câu 50.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , các cạnh bên  $SA = SB = SC = 2a$ . Biết rằng khoảng cách giữa đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là  $a$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

**A**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**B**  $3\sqrt{2}a^3$ .

**C**  $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**D**  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**Câu 51.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Gọi  $M; N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AD$ ;  $H$  là giao điểm của  $CN$  và  $DM$ . Biết  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $DM$  và  $SC$  bằng  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ ?

**A**  $a^3$ .

**B**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .

**C**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**D**  $3\sqrt{3}a^3$ .



# Chương 15

## SỐ PHỨC

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 43. Cho số phức  $z \neq 0$  sao cho  $z$  không phải là số thực và  $w = \frac{z}{1+z^2}$  là số thực. Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{|z|}{1+|z|^2}$ .

(A)  $P = \frac{1}{3}$ .

(B)  $P = 2$ .

(C)  $P = \frac{1}{5}$ .

(D)  $P = \frac{1}{2}$ .

#### 🗨️ Lời giải.

Đặt  $z = a + bi$ , ( $a; b \in \mathbb{R}$ ). Do  $z \notin \mathbb{R} \Rightarrow b \neq 0$ .

Suy ra  $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \frac{z}{1+z^2} &= \frac{a+bi}{1+a^2-b^2+2abi} = \frac{(a+bi)(1+a^2-b^2-2abi)}{(1+a^2-b^2)^2+(2ab)^2} \\ &= \frac{a^3+ab^2+a}{(1+a^2-b^2)^2+(2ab)^2} - \frac{b^3+a^2b-b}{(1+a^2-b^2)^2+(2ab)^2} \cdot i \in \mathbb{R} \Leftrightarrow b^3+a^2b-b=0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \text{ (loại)} \\ 1-b^2-a^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2+b^2=1. \text{ Vậy } P = \frac{|z|}{1+|z|^2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 + 2(m+1)z + 12m - 8 = 0$  ( $m$  là tham số thực), có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + 1| = |z_2 + 1|$ ?

(A) 7.

(B) 8.

(C) 10.

(D) 11.

**Câu 2.** Trong tập hợp các số phức, cho phương trình  $z^2 - 2(m-1)z + m - 9 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  sao cho  $|z_1| = |z_2|$ ?

(A) 2.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 5.

**Câu 3.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $5|z_1 - i| = |z_1 + 1 + i| + 3|z_1 - 1 - 3i|$  và  $|z_2 + i| = 5$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |z_1 + z_2 - 2 - 4i|$  bằng

(A)  $5 + 3\sqrt{5}$ .

(B)  $2 + \sqrt{13}$ .

(C) 9.

(D)  $5 + 4\sqrt{5}$ .

**Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $z^2 - 2z + m^2 + 9m = 0$  có nghiệm phức  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0| = \sqrt{10}$ ?



(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 6.

**Câu 5.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa  $|z - 5 + 3i| = |\bar{z} - 7 + 3i|$  và  $\frac{z - 3i}{\bar{z} + 2i}$  là một số thực?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 4.

(D) 2.

**Câu 6.** Trong tập số phức, cho phương trình  $z^2 - 2(m + 1)z + m^2 + 3m - 2 = 0$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  trong đoạn  $[-2022; 0]$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $z_1; z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2|$ ?

(A) 2022.

(B) 2023.

(C) 0.

(D) 1.

**Câu 7.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2(m + 1)z + m^2 - 3 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0| = 6$ ?

(A) 1.

(B) 5.

(C) 3.

(D) 6.

**Câu 8.** Cho  $S$  là tập hợp các số nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $z^2 - (m - 3)z + m^2 + m = 0$  có 2 nghiệm phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ . Số phần tử của  $S$  là

(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 1.

**Câu 9.** Cho các số thực  $b, c$  sao cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ ,  $|z_2 - 8 - 6i| = 4$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A)  $5b + c = -1$ .

(B)  $5b + c = 1$ .

(C)  $5b + c = 12$ .

(D)  $5b + c = -12$ .

**Câu 10.** Cho hai số phức  $w$  và hai số thực  $a, b$ . Biết  $z_1 = w - 2 - 3i$  và  $z_2 = 2w - 5$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + az + b = 0$ . Tính  $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$ .

(A)  $T = 4\sqrt{13}$ .

(B)  $T = 10$ .

(C)  $T = 5$ .

(D)  $T = 25$ .

**Câu 11.** Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để phương trình  $z^2 - (m - 3)z + m^2 + m = 0$  có 2 nghiệm phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ ?

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 4.

**Câu 12.** Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m$  để phương trình  $z^2 + mz + 1024 = 0$  có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| + |z_2| = 64$ ?

(A) 128.

(B) 129.

(C) 127.

(D) 126.

**Câu 13.** Cho phương trình  $2z^2 - 3mz + 2m - 1 = 0$  trong đó  $m$  là tham số thực. Tổng các giá trị nguyên của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $z_1^2 + z_2^2 \leq 5$  là:

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) kết quả khác.

**Câu 14.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để tồn tại duy nhất số phức  $z$  thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} = 1$  và  $|z - \sqrt{3} + i| = m$ . Số phần tử của  $S$  là

(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 1.

**Câu 15.** Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 - 2mz + m + 6 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| + |z_2| = 4$ ?

(A) 2.

(B) 1.

(C) 0.

(D) 3.

**Câu 16.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 + 4az + b^2 + 2 = 0$ , ( $a, b$  là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực ( $a; b$ ) sao cho phương trình đó có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$ ?

(A) 4.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

**Câu 17.** Trên tập số phức, cho phương trình  $z^2 + 2(m - 1)z + m^2 + 2m = 0$ . Có bao nhiêu tham số  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $z_1; z_2$  thỏa mãn  $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 5$



(A) 1.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 4.

**Câu 18.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  để phương trình  $z^2 - (a - 3)z + a^2 + a = 0$  có 2 nghiệm phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$  ?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

**Câu 19.** Cho phương trình  $z^2 - 2022z + 2^{2022} = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = |z_1^2| + |z_2^2|$ .

(A)  $2^{2022}$ .

(B)  $2^{2021}$ .

(C)  $2^{2023}$ .

(D)  $2022^2 - 2^{2023}$ .

**Câu 20.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2mz + 7m - 10 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + 1 - 3i| = 3, |z_2 - 3 + 5i| = 5$  ?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

**Câu 21.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2(m + 1)z + 8m - 4 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1^2 - 2mz_1 + 8m| = |z_2^2 - 2mz_2 + 8m|$  ?

(A) 4.

(B) 3.

(C) 5.

(D) 6.

**Câu 22.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để trên tập số phức phương trình  $z^2 + 2(m + 2)z + m^2 + 1 = 0$  có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa  $|z_1| + |z_2| = 4$ .

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 4.

**Câu 23.** Cho phương trình  $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ ; ( $c, d \in \mathbb{N}$ ;  $\frac{c}{d}$  là phân số tối giản), có hai nghiệm phức. Gọi  $A, B$  là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng  $Oxy$ . Biết tam giác  $OAB$  đều, tính  $P = c + 2d$ .

(A)  $P = 18$ .

(B)  $P = -10$ .

(C)  $P = -14$ .

(D)  $P = 22$ .

**Câu 24.** Trên tập hợp số phức cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ , với  $b, c \in \mathbb{R}$ . Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng  $z_1 = w + 3$  và  $z_2 = 3w - 8i + 13$  với  $w$  là một số phức. Tính  $b + c$ .

(A) 9.

(B) 10.

(C) 11.

(D) 12.

**Câu 25.** Cho số phức  $z$  biết  $\bar{z} = 3 - i + \frac{i}{2 + i}$ . Phần ảo của số phức  $z^2$  là

(A)  $-\frac{96}{25}i$ .

(B)  $-\frac{247}{25}i$ .

(C)  $-\frac{96}{25}$ .

(D)  $\frac{247}{25}$ .

**Câu 26.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2z + m - 1 = 0$ . Tổng các giá trị thực của  $m$  để phương trình có nghiệm thỏa mãn  $|z| = 2$  là

(A) 2.

(B) 1.

(C) -1.

(D) -2.

**Câu 27.** Cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  (với  $b, c$  là các hệ số thực) có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $z_2 - z_1 = 3 - 4i$ . Gọi  $A, B$  là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2bz + 4c = 0$ . Tính độ dài đoạn  $AB$ .

(A) 20.

(B)  $2\sqrt{5}$ .

(C) 10.

(D)  $\sqrt{5}$ .

**Câu 28.** Cho  $m$  là số thực, biết phương trình  $z^2 - 2mz + 9 = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  sao cho  $z_1|z_2| + z_2|z_1| < 16$  ?

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

**Câu 29.** Cho số phức  $w$  có  $|w| = \sqrt{3}$ . Một tam giác có một đỉnh là điểm biểu diễn của  $w$  và hai đỉnh còn lại biểu diễn hai nghiệm của phương trình  $\frac{1}{z+w} = \frac{1}{z} + \frac{1}{w}$ . Diện tích của tam giác đó bằng

(A)  $\frac{3}{4}$ .

(B)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

(C)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ .

(D)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 30.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số thực  $a$  sao cho phương trình  $z^2 + (a - 2)z + 2a - 3 = 0$  có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  và các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  cùng với gốc tọa độ  $O$  tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Số phần tử của  $S$  là?

(A) 1.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 3.

**Câu 31.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2mz + 4m - 3 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2}$

(A) 3.

(B) 6.

(C) 1.

(D) 2.

**Câu 32.** Trên tập hợp số phức xét phương trình  $z^2 - 2mz + m^2 - 2m + 1 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị thực của  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm  $z_1; z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 2|z_2|$ ?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.



# Chương 16

## CỰC TRỊ SỐ PHỨC

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 44. Cho hai số phức  $z_1; z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 1 - 3i| = 1$  và  $|z_2 + 1 - i| = |z_2 - 5 + i|$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z_2 - 1 - i| + |z_2 - z_1|$  bằng

- A  $\frac{2\sqrt{5}}{5} - 1$ .     
 B  $\frac{2\sqrt{5}}{5} + 1$ .     
 C  $\frac{2\sqrt{85}}{5} + 1$ .     
 D  $\frac{2\sqrt{85}}{5} - 1$ .

#### 🗨️ Lời giải.

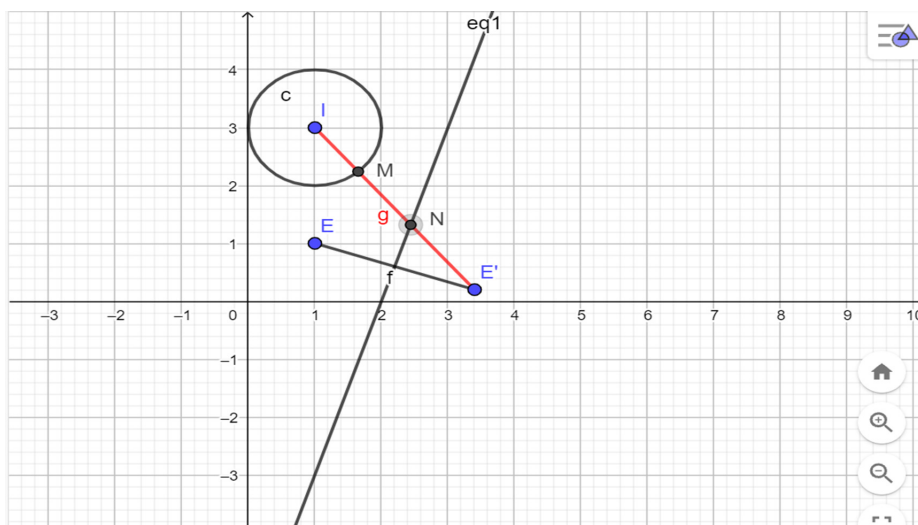
Gọi  $M(x; y); N(x'; y')$  là hai điểm biểu diễn cho số phức  $z_1$  và  $z_2$

Theo giả thiết  $|z_1 - 1 - 3i| = 1 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y - 3)i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 3)^2} = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$ , suy ra  $M$  thuộc đường tròn tâm  $I(1; 3)$ , bán kính  $R = 1$ .

+ Từ giả thiết  $|z_2 + 1 - i| = |z_2 - 5 + i| \Leftrightarrow |(x' + 1) + (y' - 1)i| = |(x' - 5) + (y' + 1)i| \Leftrightarrow \sqrt{(x' + 1)^2 + (y' - 1)^2} = \sqrt{(x' - 5)^2 + (y' + 1)^2}$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{(x' + 1)^2 + (y' - 1)^2} \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 + 2x' - 2y' + 2 = x'^2 + y'^2 - 10x' + 2y' + 26 \Leftrightarrow 12x' - 4y' - 24 = 0$   
 $\Leftrightarrow 3x' - y' - 6 = 0$ .

Vậy  $N$  thuộc đường thẳng  $(d): 3x - y - 6 = 0$ .

Ta có  $P = |z_2 - 1 - i| + |z_2 - z_1| = |(x' - 1) + (y' - 1)i| + |(x' - x) + (y' - y)i| = \sqrt{(x' - 1)^2 + (y' - 1)^2} + \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2} = EN + MN$ , với  $E(1; 1)$ .



Vì  $E$  và đường tròn cùng phía với đường thẳng  $d$  nên gọi  $E'$  là điểm đối xứng với  $E$  qua đường thẳng  $d$ , khi đó với mọi điểm  $N \in d$ , ta có  $EN = NE'$ .

Do đó  $P = EN + MN = NE' + MN \geq E'M = IE' - R$ .

+ Giả sử  $E'(a; b)$  là điểm đối xứng của  $E$  qua  $d \Rightarrow \overrightarrow{EE'} = (a - 1; b - 1)$ .

$$\begin{cases} \overrightarrow{EE'} = k\vec{n}_d \\ d(E'; d) = d(E; d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 3k \\ b - 1 = -k \\ \frac{|3a - b - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|3 - 1 - 6|}{\sqrt{10}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + 3k & (1) \\ b = 1 - k & (2) \\ |3a - b - 6| = 4 & (3) \end{cases}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được

$$|3 + 9k - 1 + k - 6| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{4}{5} \\ k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E' \left( \frac{17}{5}; \frac{1}{5} \right) \\ E'(1; 1) \equiv E(1; 1) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E' \left( \frac{17}{5}; \frac{1}{5} \right) \Rightarrow IE' = \sqrt{\left( \frac{17}{5} - 1 \right)^2 + \left( \frac{1}{5} - 3 \right)^2} = \frac{2\sqrt{85}}{5}$$

Do đó  $P \geq \frac{2\sqrt{85}}{5} - 1 \Rightarrow$  Giá trị nhỏ nhất của  $P$  bằng  $\frac{2\sqrt{85}}{5} - 1$  khi  $I, M, N, E'$  thẳng hàng.

Chọn đáp án **(D)** □

## B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{2z}{z-2}$  và  $T = 2|z-4+3i| - |z-2-4i|$  đạt giá trị lớn nhất. Biết giá trị lớn nhất của  $T$  bằng  $a\sqrt{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $b$  là số nguyên tố. Tính  $a^2 + b^2$ .

- (A)** 41.                      **(B)** 40.                      **(C)** 34.                      **(D)** 52.

**Câu 2.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z-1+i| = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = |2z-4+i| + |-2z+1-5i|$ .

- (A)** 4.                      **(B)** 5.                      **(C)**  $\sqrt{5}$ .                      **(D)**  $\sqrt{10}$ .

**Câu 3.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1+3-3i| = 2\sqrt{2}$  và  $|z_2-m-(m-4)i| = \sqrt{2}$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|z_1| + |z_2|$  bằng

- (A)**  $2\sqrt{2}$ .                      **(B)**  $\sqrt{2}$ .                      **(C)**  $3\sqrt{2}$ .                      **(D)** 3.

**Câu 4.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z \notin \mathbb{R}$  sao cho số phức  $w = \frac{z}{z^2+4}$  là số thực. Xét các số phức  $z_1, z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $|z_1 - z_2| = 2$ . Giá trị lớn nhất của  $|z_1 - 2 - 2i|^2 - |z_2 - 2 - 2i|^2$  bằng

- (A)**  $8\sqrt{2}$ .                      **(B)**  $4\sqrt{2}$ .                      **(C)** 16.                      **(D)**  $6\sqrt{2}$ .

**Câu 5.** Cho hai số phức  $z_1; z_2$  là nghiệm của phương trình  $|z-1-2i| = \left| \frac{1}{2}z - 2 - 4i \right|$  và  $|z_1 - z_2| = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $P = |iz_1 + 1|^2 - |iz_2 + 1|^2$

- (A)**  $\sqrt{2}$ .                      **(B)** 4.                      **(C)** 1.                      **(D)** 2.

**Câu 6.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  sao cho số phức  $w = \frac{1}{z-|z|i}$  có phần ảo bằng  $\frac{1}{8}$ .

Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$  thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = 2$ , giá trị lớn nhất của  $P = |z_1 - 7i|^2 - |z_2 - 7i|^2$  bằng

- (A)** 16.                      **(B)** 28.                      **(C)** 14.                      **(D)** 56.

**Câu 7.** Cho hai số phức  $z_1$  và  $z_2$  thỏa mãn  $z_1 + z_2 = 3 + 4i$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ , tìm giá trị lớn nhất của  $A = |z_1| + |z_2|$ .

- (A)**  $2\sqrt{29}$ .                      **(B)**  $\sqrt{29}$ .                      **(C)**  $\sqrt{25}$ .                      **(D)**  $\sqrt{28}$ .

**Câu 8.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  sao cho số phức  $w = \frac{1}{|z|-z}$  có phần thực bằng  $\frac{1}{8}$ .

Xét các số phức  $z \in S$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = |z-2|^2 + |z+2i|^2$  bằng

- (A) 16.                      (B)  $40 - 16\sqrt{2}$ .                      (C)  $40 + 16\sqrt{2}$ .                      (D) 32.

**Câu 9.** Cho hai số phức  $z, z'$  thỏa mãn  $|z - 2 + 3i| = 2$  và  $|z' - 2 + i| = |z' + 2 - 5i|$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z' + 1 + 3i| + |z - z'|$  bằng

- (A)  $5\sqrt{5} - 2$ .                      (B)  $\sqrt{10} + 2$ .                      (C)  $3\sqrt{10} - 2$ .                      (D)  $\sqrt{85} - 2$ .

**Câu 10.** Cho 2 số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z + w| = 2\sqrt{5}$ ;  $w = (1 + i)z - 3 - 4i$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $P = |z - 2i|^2 - |z - 2 + i|^2$ . Tính  $T = M + m$ .

- (A)  $8\sqrt{13}$ .                      (B)  $2 + 4\sqrt{13}$ .                      (C)  $3 + 4\sqrt{13}$ .                      (D) 2.

**Câu 11.** Cho  $z_1, z_2$  là hai số phức thỏa mãn  $|iz - 1 + i| = 2$  và  $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |z_1 + z_2 + 1 + 2i|$  có dạng  $a + \sqrt{b}$ . Khi đó  $a^2 + b$  có giá trị là

- (A) 18.                      (B) 15.                      (C) 19.                      (D) 17.

**Câu 12.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z - 3 - 2i| = |\bar{z} - 1|$ ,  $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$ . Số phức  $w$  thỏa mãn  $|w - 2 - 4i| = 1$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z_2 - 2 - 3i| + |z_1 - w|$  bằng

- (A)  $\sqrt{17} - 1$ .                      (B) 4.                      (C)  $\sqrt{26}$ .                      (D)  $\sqrt{10}$ .

**Câu 13.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 + 2i| = 3$ . Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$  sao cho  $|z_1 - z_2| = 1$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $P = |z_1 + 3|^2 - |z_2 + 3|^2$ . Giá trị của biểu thức  $2M - 3m$  bằng

- (A)  $-4\sqrt{5}$ .                      (B)  $2\sqrt{5}$ .                      (C)  $20\sqrt{5}$ .                      (D) 0.

**Câu 14.** Cho hai số phức  $z, w$  thỏa  $|z - 2 + i| = |w - 1 + 3i| = 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |3z - 2w|$  bằng

- (A) 10.                      (B) 15.                      (C) 9.                      (D) 11.

**Câu 15.** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $w = (3 + 4i)z + (1 + i)^2$  sao cho  $|\bar{z}| = 1$ . Xét các số phức  $z_1, z_2 \in S$  thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = 2$ , giá trị lớn nhất của  $P = |z_1 - i|^2 - |z_2 - i|^2$  bằng

- (A) 4.                      (B) 5.                      (C) 2.                      (D)  $2\sqrt{2}$ .

**Câu 16.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện  $|z - 2 + 3i| = 2\sqrt{2}$  và biểu thức  $T = |z + 7 + 2i| + |z - 1 - 6i|$  đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị biểu thức  $S = |z - (2021 - 2022i)|$ .

- (A)  $S = 2023\sqrt{2}$ .                      (B)  $S = 2022\sqrt{2}$ .                      (C)  $S = 2018\sqrt{2}$ .                      (D)  $S = 2017\sqrt{2}$ .

**Câu 17.** Giả sử  $z_1, z_2$  là hai trong các số phức thỏa mãn  $(6 - z)(8i + \bar{z})$  là số thuần ảo. Biết rằng  $|z_1 - z_2| = 4$ , giá trị nhỏ nhất của  $|z_1 + 3z_2|$  bằng

- (A)  $20 - 4\sqrt{22}$ .                      (B)  $5 - \sqrt{21}$ .                      (C)  $20 - 4\sqrt{21}$ .                      (D)  $5 - \sqrt{22}$ .

**Câu 18.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |2 + z| + 3|1 - z|$  bằng

- (A) 9.                      (B)  $3\sqrt{11}$ .                      (C)  $4\sqrt{11}$ .                      (D)  $2\sqrt{11}$ .

**Câu 19.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|(1 + i)z + 2| + |(1 + i)z - 2| = 4\sqrt{2}$ . Gọi  $m = \max |z|$ ,  $n = \min |z|$  và số phức  $v = m + ni$ . Tính  $|v|^{2022}$ ?

- (A)  $2^{1011}$ .                      (B)  $2^{2022}$ .                      (C)  $6^{1011}$ .                      (D)  $6^{2022}$ .

**Câu 20.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 + i| = 2$ . Xét các số phức  $z_1, z_2$  thuộc  $S$  thỏa mãn  $|z_2 - z_1| = 2\sqrt{2}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |z_1 - 2 + 2i|^2 - |z_2 - 2 + 2i|^2$  bằng

- (A) 6.                      (B) 12.                      (C) 8.                      (D) 9.

**Câu 21.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 1| = \sqrt{2}$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = |z + i| + |z - 2 - i|$ .

- (A)  $\max T = 8\sqrt{2}$ .      (B)  $\max T = 4$ .      (C)  $\max T = 2\sqrt{2}$ .      (D)  $\max T = 8$ .

**Câu 22.** Cho hai số phức  $z_1$  và  $z_2$  thỏa  $|z_1 + \bar{z}_1|^2 = 2|z_1 - \bar{z}_1|$  và  $|\bar{z}_2 + 3| = 1$ . Khi đó  $|z_1 - z_2|$  có giá trị nhỏ nhất là  $\sqrt{m} - n$  ( $m; n \in \mathbb{N}$ ). Giá trị  $m + n$  là

- (A) 5.      (B) 6.      (C) 7.      (D) 10.

**Câu 23.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 4 - 3i| = \sqrt{2}$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |z - 3i|^2 + |z - 4 - i|^2$ .

- (A)  $24 + 4\sqrt{10}$ .      (B) 36.      (C)  $24 - 4\sqrt{10}$ .      (D)  $24 + 12\sqrt{2}$ .

**Câu 24.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $\left| \frac{z - 1 + 3i}{1 - i\sqrt{3}} \right| = 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = 3a - 2b$  khi biểu thức  $P = 2|z - i| + |z - 5 + 3i|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) 2.      (B) 5.      (C) -3.      (D) -2.

**Câu 25.** Cho các số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $w = \frac{z_1 - 2 + i}{z_1 + \bar{z}_1 + 1 - 2i}$  là một số thực và  $\left| z_2 + \frac{3i}{2} \right| = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = |z_1 - z_2|$

- (A)  $\frac{2\sqrt{5} - \sqrt{2} - 2}{2}$ .      (B)  $\frac{2\sqrt{5} + \sqrt{2} - 2}{2}$ .      (C)  $\frac{2\sqrt{5} + \sqrt{2} - 1}{2}$ .      (D)  $\frac{2\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1}{2}$ .

**Câu 26.** Xét hai số phức  $z_1, z_2$  thay đổi thỏa mãn  $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2 - 1 - 2i| = 4$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1|^2 + |z_2|^2$ . Giá trị của biểu thức  $M + m$  là

- (A)  $8\sqrt{5}$ .      (B) -37.      (C)  $4\sqrt{5}$ .      (D) 37.

**Câu 27.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số phức  $w = 2z - 5 + i$  sao cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$ . Xét các số phức  $w_1, w_2 \in S$  thỏa mãn  $|w_1 - w_2| = 2$ . Giá trị lớn nhất của  $P = |w_1 - 5i|^2 - |w_2 - 5i|^2$  bằng

- (A) 20.      (B)  $4\sqrt{37}$ .      (C)  $7\sqrt{13}$ .      (D)  $5\sqrt{17}$ .

**Câu 28.** Xét các số phức  $z$  và  $w$  thỏa mãn  $z(1 - w) = 2 + 2wi$ . Gọi  $S$  là tập các số phức  $z$  sao cho tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  là tia  $Oy$ . Giá trị lớn nhất của  $P = |z_1 - 3 + i| - |(1 + i)z_2 - 4 - 2i|$  với  $z_1; z_2 \in S$  là

- (A) 2.      (B)  $4 - \sqrt{2}$ .      (C)  $\sqrt{2}$ .      (D)  $2 - \sqrt{2}$ .

**Câu 29.** Xét số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z + 4 + i| + |z - 4 - 3i| = 10$ . Giá trị lớn nhất của  $|z + 3 - 7i|$  bằng

- (A)  $4\sqrt{5}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{71}}{4}$ .      (C)  $2\sqrt{5}$ .      (D)  $\frac{5\sqrt{13}}{2}$ .

# Chương 17

## ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

### A Bài tập mẫu

◀ Ví dụ 45. Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và hai điểm  $A, B$  thuộc  $(P)$  sao cho  $AB = 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường thẳng  $AB$ .

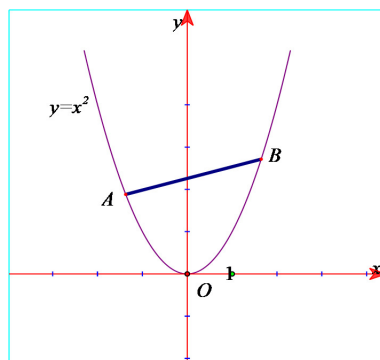
(A)  $\frac{3}{2}$ .

(B)  $\frac{4}{3}$ .

(C)  $\frac{3}{4}$ .

(D)  $\frac{5}{6}$ .

💬 Lời giải.



Gọi  $A(a; a^2)$  và  $B(b; b^2)$  là hai điểm thuộc  $(P)$  sao cho  $AB = 2$ .

Không mất tính tổng quát giả sử  $a < b$ .

Theo giả thiết ta có  $AB = 2$  nên  $(b - a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 4 \Leftrightarrow (b - a)^2 [(b + a)^2 + 1] = 4$ .

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $A$  và  $B$  là  $y = (b + a)x - ab$ .

Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  ta có

$$= \frac{(b - a)^3}{6}.$$

Mặt khác  $(b - a)^2 [(b + a)^2 + 1] = 4$  nên  $(b - a)^2 \leq 4 \Leftrightarrow |b - a| = b - a \leq 2$ .

$$\text{Vậy } S = \frac{(b - a)^3}{6} \leq \frac{2^3}{6} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Dấu } = \text{ xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} b - a = 2 \\ (b - a)^2 [(b + a)^2 + 1] = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b - a = 2 \\ b + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1; 1) \\ B(1; 1) \end{cases}.$$

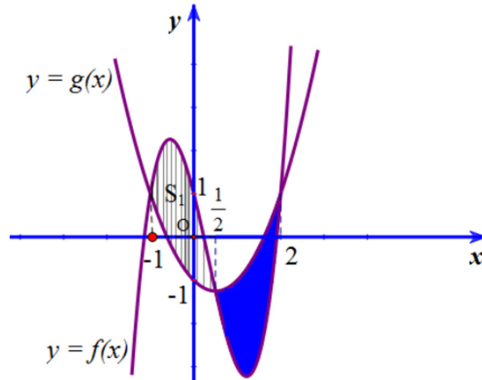
Vậy giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  bằng  $\frac{4}{3}$ .

Chọn đáp án (B)

□

## B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Cho hai hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và  $y = g(x) = mx^2 + nx + k$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là  $-1; \frac{1}{2}; 2$  và có đồ thị như hình vẽ.



Biết phần diện tích kẻ sọc (hình  $S_1$ ) bằng  $\frac{81}{32}$ . Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = \frac{1}{2}$ ;  $x = 2$  (phần bôi đen trong hình vẽ) bằng

- (A)  $\frac{79}{24}$ .
(B)  $\frac{243}{96}$ .
(C)  $\frac{81}{32}$ .
(D)  $\frac{45}{16}$ .

**Câu 2.** Biết hàm số  $F(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{12} - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 7x$  là nguyên hàm của hàm số  $y = f(x)$ . Gọi  $y = g(x)$  là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  bằng

- (A)  $\frac{3479}{1073}$ .
(B)  $\frac{1219}{126}$ .
(C)  $\frac{378}{5}$ .
(D)  $\frac{3778}{1215}$ .

**Câu 3.** Cho đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^4 + ax^3 + d$  có một điểm cực tiểu  $A\left(-\frac{3}{2}; -\frac{107}{16}\right)$ . Gọi  $(P)$  là đồ thị hàm số  $g(x)$  có tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{1}{4}; \frac{9}{8}\right)$  và đi qua điểm  $B(-1; 0)$ . Diện tích phần đồ thị giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $(C)$ ,  $(P)$  bằng:

- (A)  $\frac{72}{5}$ .
(B)  $-\frac{72}{5}$ .
(C)  $\frac{62}{15}$ .
(D)  $\frac{154}{15}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 2|x| + c$  có đồ thị  $(C)$ , gọi hàm số  $y = g(x)$  là hàm số bậc 2 có đồ thị đi qua 3 điểm cực trị của  $(C)$ ,  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi 2 đường  $f(x)$ ,  $g(x)$ .  $S$  thuộc khoảng nào sau đây:

- (A)  $(1, 5; 2)$ .
(B)  $(2, 5; 3)$ .
(C)  $(0; 1)$ .
(D)  $(3; 4)$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có hai điểm cực tiểu  $(-1; -2)$ ;  $(1; -2)$  và điểm cực đại  $(0; 3)$ . Hàm số  $y = g(x) = mx^2 + nx + p$  có đồ thị đi qua các điểm cực trị của đồ thị  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau

- (A) 1.
(B) 3.
(C) 2.
(D) 5.

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có  $f(0) = 1$  và ba điểm cực trị là  $0; 1; 2$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng đi qua điểm  $A(3; 10)$  có hệ số góc bằng 4 bằng

- (A) 4.
(B)  $\frac{106}{15}$ .
(C)  $\frac{104}{15}$ .
(D) 8.



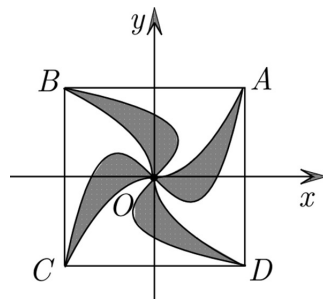
**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x) = 6x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ). Biết đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị có hoành độ lần lượt là  $-1; 1; 2$  và hàm số  $y = g(x)$  là hàm bậc hai có đồ thị đi ba điểm cực trị đó. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x); y = g(x)$  và trục  $Oy$ .

- (A)  $S = \frac{64}{15}$ .      (B)  $S = \frac{88}{15}$ .      (C)  $S = \frac{56}{15}$ .      (D)  $S = \frac{184}{15}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ . Biết đồ thị hàm số  $f(x)$  có một điểm cực trị là  $A$  có hoành độ bằng 1, đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục tung tại điểm  $B$  có tung độ là  $-5$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A$  và  $E(-b - c; d)$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $\Delta$  và đồ thị hàm số  $f(x)$  được tính bởi công thức

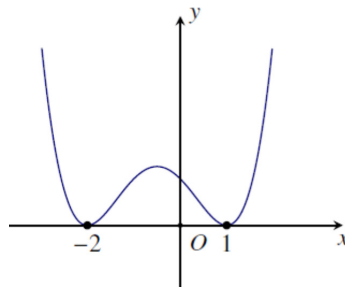
- (A)  $S = \int_1^{1+\sqrt{5}} |x^3 + x^2 - 6x + d| dx$ .      (B)  $S = \int_{1-\sqrt{5}}^1 |x^3 + x^2 - 6x + 2d| dx$ .  
 (C)  $S = \int_{-1}^1 |x^3 + x^2 - 6x + d| dx$ .      (D)  $S = \int_{1-\sqrt{5}}^{1+\sqrt{5}} |x^3 + x^2 - 6x + 4| dx$ .

**Câu 9.** Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông  $ABCD$  cạnh  $2m$  được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  với  $O$  là tâm hình vuông sao cho  $A(1; 1)$  như hình vẽ bên thì các đường cong  $OA$  có phương trình  $y = x^2$  và  $y = ax^3 + bx$ . Tính giá trị  $a.b$  biết rằng diện tích trang trí màu sẫm chiếm  $\frac{1}{3}$  diện tích mặt sàn.



- (A) 2.      (B) -2.      (C) -3.      (D) 3.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức bậc bốn và có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = f'(x)$  bằng  $\frac{856}{5}$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  và parabol  $(P)$  đi qua ba điểm cực trị của đồ thị  $(C)$ .



- (A)  $\frac{81}{20}$ .      (B)  $\frac{81}{10}$ .      (C)  $\frac{81}{5}$ .      (D)  $\frac{9}{20}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến tại  $M, N$  song song với nhau. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và đường thẳng  $MN$  nằm trong khoảng nào dưới đây? Biết rằng đường thẳng  $MN$  cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại  $A, B$  phân biệt sao cho  $OB = 2OA$ .

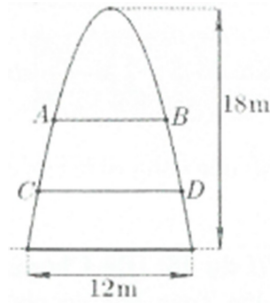
(A) (11; 12).

(B) (14; 15).

(C) (12; 13).

(D) (13; 14).

**Câu 12.** Một miếng đất dạng hình parabol chiều dài 18m, chiều rộng 12m. Người ta chia miếng đất bằng 2 đoạn thẳng song song  $AB, CD$  thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên dưới). Tỷ số  $\frac{AB}{CD}$  bằng:



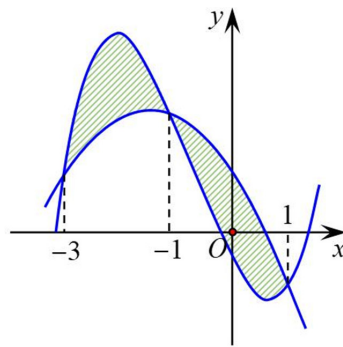
(A)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .

(B)  $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$ .

(C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

(D)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ .

**Câu 13.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 1$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $-3; -1; 1$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



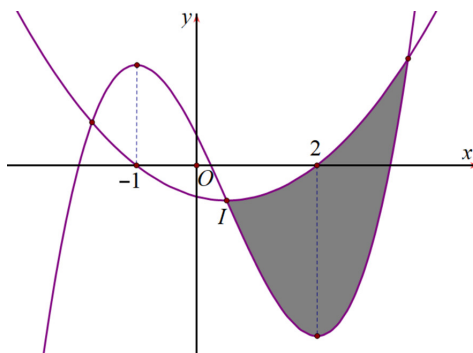
(A) 5.

(B)  $\frac{9}{2}$ .

(C) 4.

(D) 8.

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  với đồ thị là Parabol đỉnh  $I$  có tung độ bằng  $-\frac{7}{12}$  và hàm số bậc ba  $g(x)$ . Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $18x_1x_2x_3 = -55$  (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

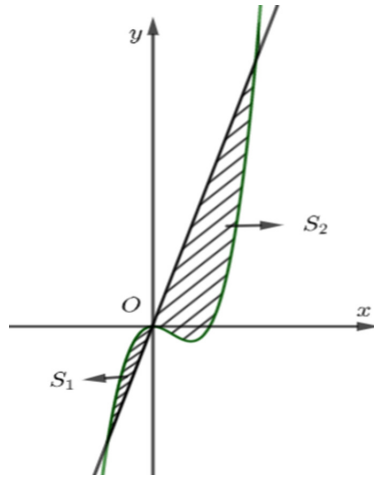
(A) 5,7.

(B) 5,9.

(C) 6,1.

(D) 6,3.

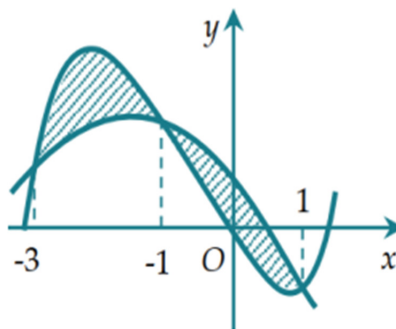
**Câu 15.** Cho hàm số  $y = 4x^3 - 3x^2$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ tạo thành hai miền hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ.



Khi  $S_2 = 12$  thì  $S_1$  bằng

- (A)  $\frac{7}{2}$ .                      (B) 3.                      (C)  $\frac{875}{256}$ .                      (D)  $\frac{865}{256}$ .

**Câu 16.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 1$ , ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-3$ ;  $-1$ ;  $1$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



- (A) 8.                      (B) 5.                      (C)  $\frac{9}{2}$ .                      (D) 4.

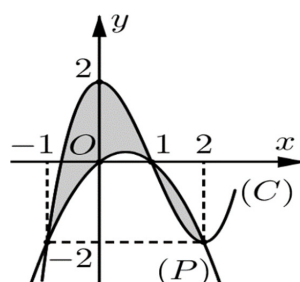
**Câu 17.** Hình phẳng

(H)

(phần tô đậm) được giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  của hàm số đa thức bậc ba và parabol  $(P)$  có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Diện tích hình phẳng

(H)

bằng



(A)  $\frac{5}{12}$ .

(B)  $\frac{7}{12}$ .

(C)  $\frac{11}{12}$ .

(D)  $\frac{37}{12}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$  có đồ thị cắt Parabol  $g(x) = mx^2 + nx$  tại các điểm có hoành độ là  $-2; 1; 2$ . Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên bằng

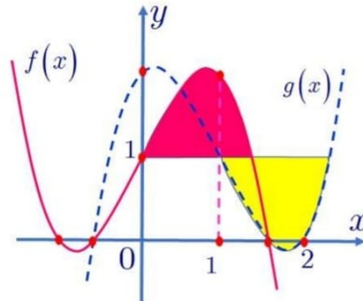
(A)  $\frac{45}{4}$ .

(B)  $\frac{7}{12}$ .

(C)  $\frac{32}{3}$ .

(D)  $\frac{71}{6}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + cx + 1$  và  $g(x) = f(1 - x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Biết rằng diện tích miền tô đậm bằng 2, với  $a$  và  $c$  là các số nguyên. Tính giá trị  $a.c$ ?



(A) 2.

(B) -2.

(C) 1.

(D) 0.

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có hai điểm cực trị  $-1, 0, 1$ . Gọi  $y = g(x)$  là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  bằng

(A)  $\frac{4}{15}$ .

(B)  $\frac{2}{15}$ .

(C)  $\frac{4}{13}$ .

(D)  $\frac{6}{13}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có hai điểm cực trị là  $-1$  và  $1$ . Gọi  $y = g(x) = mx^2 + nx + p$  ( $m < 0$ ) là hàm số bậc hai có cực trị tại  $x = -1$  và có đồ thị đi qua điểm có hoành độ  $x = 1$  của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?

(A)  $(0; 1)$ .

(B)  $(1; 2)$ .

(C)  $(2; 3)$ .

(D)  $(3; 4)$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị  $(C)$  đồng thời có 2 điểm cực trị là  $-1; 1$ . Biết Parabol  $(P) : y = g(x) = mx^2 + nx + p$  đi qua hai điểm cực trị của  $(C)$ . Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương  $(c; p)$  thỏa mãn  $c + p \leq 10$  sao cho hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P) : y = g(x)$  và đồ thị  $(C)$  có diện tích bằng 8 (đơn vị diện tích)?

(A) 10.

(B) 3.

(C) 5.

(D) 6.

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$  ( $b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có hai điểm cực trị là  $-1, \frac{5}{3}$  và có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-2$ . Gọi  $y = g(x)$  là hàm số bậc hai có đồ thị là một Parabol đi qua điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và có đỉnh là  $I(1; 2)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  có giá trị thuộc khoảng nào sau đây

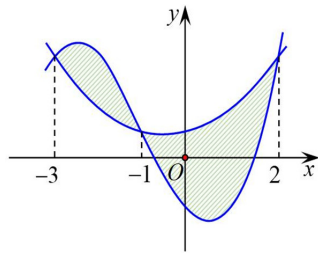
(A)  $(8; 9)$ .

(B)  $(9; 10)$ .

(C)  $(7; 8)$ .

(D)  $(3; 4)$ .

**Câu 24.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$  và  $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt  $-3; -1; 2$  (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A  $\frac{253}{12}$ .

B  $\frac{125}{12}$ .

C  $\frac{253}{48}$ .

D  $\frac{125}{48}$ .

# Chương 18

## TOẠ ĐỘ KHÔNG GIAN OXYZ

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 46. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 1; 1)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$ ,  $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M$  vuông góc với  $d_1$

và cắt  $d_2$  có phương trình là

**A**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{-3}$ .

**B**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+1}{3}$ .

**C**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{3}$ .

**D**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+1}{-3}$ .

### 🗨️ Lời giải.

Đường thẳng  $d_1$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -1; 2)$ .

Gọi  $A(-1+t; 2+2t; 1+t)$  là giao điểm của  $\Delta$  và  $d_2$

Ta có  $\overrightarrow{MA} = (t-2; 2t+1; t)$ .

Do  $\Delta \perp d_1$  nên  $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-2-1 \cdot (2t+1) + 2t = 0 \Leftrightarrow t = 3 \Rightarrow A(2; 8; 4)$

Phương trình chính tắc của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(1; 1; 1)$  và nhận  $\overrightarrow{MA} = (1; 7; 3)$  làm một

VTCP nên  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{3}$ .

Chọn đáp án **C** □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(2; 0; 1)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + 2z + 2 = 0$ . Viết phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  đi qua  $A$ , song song với mặt phẳng  $(P)$  sao cho khoảng cách từ  $B$  đến  $d$  lớn nhất.

**A**  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$ .

**B**  $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$ .

**C**  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ .

**D**  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$  đồng thời đi qua điểm  $M(1; 2; 0)$  và cắt đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

Một vectơ chỉ phương của  $\Delta$  là

**A**  $\vec{u} = (1; 1; -2)$ .

**B**  $\vec{u} = (1; 0; -1)$ .

**C**  $\vec{u} = (1; -1; -2)$ .

**D**  $\vec{u} = (1; -2; 1)$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + y + z = 0$  và đường thẳng

$d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng nằm trong  $(P)$ , cắt và vuông góc với  $d$ . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của  $\Delta$ ?

- A  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 - 5t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$     
 B  $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases}$     
 C  $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4 - 7t \end{cases}$     
 D  $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : 2x + y - 2z + 9 = 0$  và đường thẳng  $d : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(0; -1; 4)$ , vuông góc với  $d$  và nằm trong  $(P)$  là:

- A  $\Delta : \begin{cases} x = 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$     
 B  $\Delta : \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$     
 C  $\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases}$     
 D  $\Delta : \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$  và mặt phẳng  $(P) : x + y - 3z - 2 = 0$ . Gọi  $d'$  là đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , cắt và vuông góc với  $d$ . Đường thẳng  $d'$  có phương trình là

- A  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$     
 B  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$
- C  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$     
 D  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$  và mặt phẳng  $(P) : x + 2y + 2z - 2022 = 0$ . Phương trình đường thẳng  $d$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  sao cho đường thẳng  $d$  cắt đồng thời vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  là

- A  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$     
 B  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$     
 C  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$     
 D  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P) : x - 2y + z + 2022 = 0$ . Phương trình đường thẳng qua điểm  $M(0; 2; -1)$  cắt  $d$  và song song với  $(P)$  là

- A  $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$     
 B  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$     
 C  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$     
 D  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$ , điểm  $A(2; 2; 4)$  và mặt phẳng  $(P) : x + y + z - 2 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong  $(P)$ , cắt  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $\Delta$  lớn nhất

- A  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$     
 B  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-3}{1}$
- C  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-4}{1}$     
 D  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1; 2; -1)$  và hai mặt phẳng  $(P) : x + 2y - z + 1 = 0$ ,  $(Q) : x + 3y + z - 1 = 0$ . Đường thẳng qua  $A$ , cắt trục  $Oy$  và vuông góc với giao tuyến hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  có phương trình là:

- A  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$     
 B  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$

$$\textcircled{C} \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1}.$$

**Câu 10.** Viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $A(-1; 2; -1)$  cắt hai đường thẳng  $d$  :

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \text{ và } (d') : \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{-2}.$$

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1}.$$

**Câu 11.** Viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua  $A(5; -2; 2)$  nằm trong mặt phẳng  $(P) : x + 2y - z + 1 = 0$ , tiếp xúc với mặt cầu  $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$ .

$$\textcircled{A} \frac{x-5}{-5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}.$$

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Cho mặt phẳng  $(P) : x - y + z + 2 = 0$  và hai đường thẳng  $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ ,  $d_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$ . Đường thẳng  $(\Delta)$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , cách  $(P)$  một đoạn bằng  $2\sqrt{3}$  đồng thời cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A, B$ . Biết điểm  $A$  có hoành độ dương. Khi đó độ dài đoạn  $AB$  bằng

$$\textcircled{A} \sqrt{618}.$$

$$\textcircled{B} 2\sqrt{618}.$$

$$\textcircled{C} \sqrt{258}.$$

$$\textcircled{D} 2\sqrt{258}.$$

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Cho mặt phẳng  $(P) : 2x - y + z - 10 = 0$ , điểm

$$I(1; 3; 2) \text{ và đường thẳng } d : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}. \text{ Tìm phương trình đường thẳng } \Delta \text{ cắt } (P) \text{ và } d \text{ lần lượt}$$

tại hai điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $I$  là trung điểm cạnh  $MN$ .

$$\textcircled{A} \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}.$$

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 2; 2)$ , song song với mặt phẳng  $(P) : x - y + z + 3 = 0$  đồng thời cắt đường thẳng  $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t. \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t. \\ z = 3 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t. \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t. \\ z = 3 \end{cases}$$

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(R) : x + y - 2z + 2 = 0$  và đường thẳng  $\Delta_1 : \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ . Đường thẳng  $\Delta_2$  nằm trong mặt phẳng  $(R)$  đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng  $\Delta_1$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = t \\ y = -3t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = t \\ y = -2t. \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t. \\ z = t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t. \\ z = t \end{cases}$$

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - y - 2z + 1 = 0$ . Đường thẳng nằm trong  $(P)$ , cắt và vuông góc với  $d$  có phương trình là:



$$\textcircled{A} \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}.$$

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 3; 0)$  và hai đường thẳng  $d_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

,  $d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , cắt đường thẳng  $d_1$  đồng thời  $\Delta$  tạo với  $d_2$  một góc lớn nhất có phương trình là:

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + t \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) ..$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 4t \\ z = -2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) ..$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) ..$$

**Câu 18.** Trong không gian ( $Oxyz$ ) cho mặt phẳng ( $P$ ):  $2x - y + z - 10 = 0$ ,  $A(3; 0; 4)$  thuộc ( $P$ ) và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng nằm trong ( $P$ ) và đi qua  $A$  sao cho

khoảng cách giữa hai đường thẳng  $d$  và  $\Delta$  lớn nhất. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ .

$$\textcircled{A} \vec{u}(3; 1; -5). \quad \textcircled{B} \vec{u}(3; -1; -7). \quad \textcircled{C} \vec{u}(1; 1; -1). \quad \textcircled{D} \vec{u}(1; -3; -5).$$

**Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng ( $P$ ):  $x - 2y + 2z - 5 = 0$  và hai điểm  $A(-3; 0; 1)$ ,  $B(0; -1; 3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và song song với mặt phẳng ( $P$ ) sao cho khoảng cách từ  $B$  đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}. \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}. \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}. \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}.$$

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(-1; 6; 7)$  đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -7 + 3t \end{cases}$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với trục  $Ox$  và cắt  $d$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = t \\ y = -7 + t \\ z = -17 + 10t \end{cases}. \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 - 7t \\ z = -10 - 17t \end{cases}. \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = t \\ y = 7 + t \\ z = 17 + 10t \end{cases}. \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 7t \\ z = 10 - 17t \end{cases}.$$

**Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(5; 8; 3)$  đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d$  và cắt trục  $Oy$  có phương trình là

$$\textcircled{A} \frac{x-5}{5} = \frac{y-8}{6} = \frac{z-3}{3}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x-5}{5} = \frac{y-6}{8} = \frac{z-3}{3}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x+5}{5} = \frac{y+8}{6} = \frac{z+3}{3}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x+5}{5} = \frac{y+6}{8} = \frac{z+3}{3}.$$

**Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(0; 0; 9)$  đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ . Đường thẳng

đi qua  $A$ , vuông góc với  $d$  và cắt  $d$  có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } AB : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 9 - t \end{cases} & \quad \text{B } AB : \begin{cases} x = -t \\ y = -2t \\ z = 9 + t \end{cases} \\ \text{C } AB : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 9 + 2t \end{cases} & \quad \text{D } AB : \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2 + 9t \end{cases} \end{aligned}$$

**Câu 23.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d$  và cắt trục  $Ox$  có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} & \quad \text{B } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2} \\ \text{C } \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1} & \quad \text{D } \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3} \end{aligned}$$

**Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai đường thẳng  $d_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$ ;  $d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$  và mặt phẳng  $(P) : x + y - 2z + 5 = 0$ . Phương trình đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 3\sqrt{3}$  là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1} & \quad \text{B } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1} \\ \text{C } \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1} & \quad \text{D } \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1} \end{aligned}$$

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba đường thẳng  $d : \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ ;  $(d_1) : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ ;  $(d_2) : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$ . Đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $d$  và cắt hai đường thẳng  $d_1, d_2$  đi qua điểm nào dưới đây.

$$\text{A } M(1; 1; -4) \quad \text{B } N(3; 7; 0) \quad \text{C } P(3; -1; 0) \quad \text{D } Q(5; 10; 2)$$

**Câu 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 1; -3)$  và đường thẳng  $d : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d$  và cắt trục  $Ox$  có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } \begin{cases} x = -6 + 8t \\ y = t \\ z = -3t \end{cases} & \quad \text{B } \begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases} \\ \text{C } \begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases} & \quad \text{D } \begin{cases} x = 4 - 8t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \end{aligned}$$

**Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ ;  $\Delta_2 : \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P) : x - y - z + 5 = 0$ . Viết phương trình của đường thẳng  $d$  song song với  $(P)$ , cắt  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho  $MN = \sqrt{2}$  ( $M$  và  $N$  có hoành độ là số nguyên).

$$\begin{aligned} \text{A } \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} & \quad \text{B } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \\ \text{C } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases} & \quad \text{D } \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 0 \\ z = 1 - 2t \end{cases} \end{aligned}$$

**Câu 28.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : 2x - 2y + z + 1 = 0$  và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(0; -1; 1)$ , cắt  $d$  và tạo với mp $(P)$  một góc  $\alpha$  với  $\sin \alpha = \frac{1}{12}$ . Phương trình của đường thẳng  $\Delta$  là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + t \\ z = -t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-2; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z = 0$ . Đường thẳng đi qua  $M$ , cắt trục  $Ox$  tại điểm  $A$  có hoành độ dương sao cho  $d(A, (P)) = \sqrt{6}$ :

$$\textcircled{A} \frac{x - 22}{-8} = \frac{y + 2}{1} = \frac{z + 2}{1}$$

$$\textcircled{B} \frac{x + 2}{8} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 1}{1}$$

$$\textcircled{C} \frac{x + 2}{4} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 1}{1}$$

$$\textcircled{D} \frac{x - 6}{-4} = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z - 3}{-1}$$

**Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{-1} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$ . Viết phương trình tham số của đường thẳng  $d'$  nằm trên  $(P)$ , cắt và vuông góc với  $d$ .

$$\textcircled{A} d' : \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 2 + t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{B} d' : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{C} d' : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{D} d' : \begin{cases} x = t \\ y = -3 \\ z = t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

**Câu 31.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x + 1}{3} = \frac{y - 2}{-2} = \frac{z - 2}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x + 3y + 2z + 2 = 0$ . Lập phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , đi qua  $M(2; 2; 4)$  và cắt đường thẳng  $d$ .

$$\textcircled{A} \Delta : \frac{x - 2}{3} = \frac{y - 2}{-2} = \frac{z - 4}{2}$$

$$\textcircled{B} \Delta : \frac{x - 2}{1} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z - 4}{2}$$

$$\textcircled{C} \Delta : \frac{x - 2}{9} = \frac{y - 2}{-7} = \frac{z - 4}{6}$$

$$\textcircled{D} \Delta : \frac{x - 2}{3} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 4}{2}$$

**Câu 32.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  lần lượt có phương trình  $\frac{x + 1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z - 2}{1}$  và  $x + y - 2z + 8 = 0$ , điểm  $A(2; -1; 3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(P)$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho  $A$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ .

$$\textcircled{A} \frac{x - 5}{2} = \frac{y - 3}{3} = \frac{z - 5}{4}$$

$$\textcircled{B} \frac{x - 5}{3} = \frac{y - 3}{4} = \frac{z - 5}{2}$$

$$\textcircled{C} \frac{x + 5}{4} = \frac{y + 3}{2} = \frac{z + 5}{3}$$

$$\textcircled{D} \frac{x + 5}{3} = \frac{y + 3}{2} = \frac{z + 5}{4}$$

**Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(0; 1; 2)$  và hai đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ ,  $d_2: \frac{x + 1}{2} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z + 2}{-1}$ . Phương trình đường thẳng đi qua  $M$ , cắt cả  $d_1$  và  $d_2$

là

$$\textcircled{A} \frac{x}{9} = \frac{y + 1}{-9} = \frac{z - 2}{16}$$

$$\textcircled{B} \frac{x}{8} = \frac{y - 1}{3} = \frac{z - 2}{5}$$

$$\textcircled{C} \frac{x}{8} = \frac{y - 1}{-5} = \frac{z - 2}{13}$$

$$\textcircled{D} \frac{x - 8}{8} = \frac{y - 6}{5} = \frac{z + 11}{-13}$$

**Câu 34.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z - 4}{2}$ ,

$\Delta_2 : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$  và mặt phẳng  $(P) : x - y + z - 1 = 0$ . Viết phương trình của đường thẳng  $d$  song song với  $(P)$ , cắt  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho  $MN = \sqrt{26}$ .

**A**  $\frac{x-5}{4} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-6}{-1}$ .

**B**  $\frac{x+5}{4} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+6}{-1}$ .

**C**  $\frac{x-5}{4} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+6}{-1}$ .

**D**  $\frac{x+5}{4} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+6}{-1}$ .

**Câu 35.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng 4. Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua trọng tâm của tứ diện  $EABD$ , cắt đường thẳng  $AE$  tại  $M$  và song song  $mp(EBD)$ . Tính  $AM$ .

**A**  $AM = 1$ .

**B**  $AM = 2$ .

**C**  $AM = 3$ .

**D**  $AM = 4$ .



# Chương 19

## KHỐI TRÒN XOAY

### A Bài tập mẫu

◀ Ví dụ 47. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng  $3\sqrt{2}$ . Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song  $MN, M'N'$  thỏa mãn  $MN = M'N' = 2\sqrt{2}$ . Biết rằng tứ giác  $MNN'M'$  có diện tích bằng 12. Tính thể tích khối trụ.

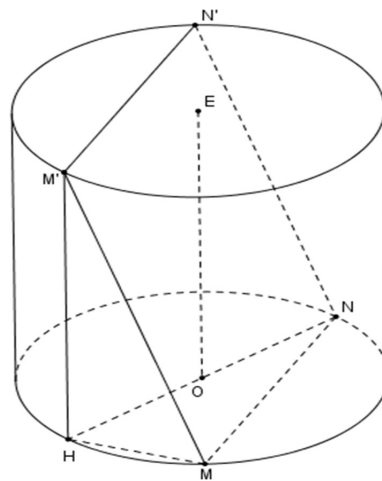
(A)  $V = 6\sqrt{2}\pi$ .

(B)  $V = 9\sqrt{2}\pi$ .

(C)  $h = 3\sqrt{2}\pi$ .

(D)  $h = 12\sqrt{2}\pi$ .

🗨️ Lời giải.



Dựng đường kính  $NH$  của đường tròn đáy tâm  $O$ . Ta có  $\begin{cases} MN \perp MH \\ MN \perp HM' \end{cases} \Rightarrow MN \perp (MM'H) \Rightarrow$

$MN \perp MM'$ . Suy ra tứ giác  $MNN'M'$  là hình chữ nhật.

$$\text{Suy ra } S_{MNN'M'} = MN \cdot M'N' \Leftrightarrow M'N' = \frac{S_{MNN'M'}}{MN} = \frac{12}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}.$$

Mặt khác  $\triangle HMN$  vuông tại  $M$  nên  $HM = \sqrt{NH^2 - MN^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{10}$ .

$$\text{Suy ra } M'H = \sqrt{M'M^2 - MH^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } V = \pi R^2 h = \pi \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot 2\sqrt{2} = 9\sqrt{2}\pi.$$

Chọn đáp án (B) □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Cho khối nón tròn xoay có đường cao  $h = 5a$  và bán kính đáy  $r = 4a$ . Một mặt phẳng  $(P)$  đi qua đỉnh của khối nón và có khoảng cách đến tâm  $O$  của đáy bằng  $3a$ . Diện tích thiết diện tạo bởi

(P) và hình nón là

- A  $\frac{25\sqrt{31}}{16}a^2$ .     
  B  $\frac{5\sqrt{31}}{8}a^2$ .     
  C  $\frac{5\sqrt{41}}{16}a^2$ .     
  D  $\frac{25\sqrt{41}}{32}a^2$ .

**Câu 2.** Cho hình nón tròn xoay đỉnh  $S$  có chiều cao bằng bán kính đáy. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh  $S$  cắt đường tròn đáy tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2a$ . Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P), biết thể tích khối nón là  $V = a^3\pi\sqrt{3}$ .

- A  $\frac{a\sqrt{6}}{5}$ .     
  B  $a\sqrt{5}$ .     
  C  $\frac{a\sqrt{30}}{5}$ .     
  D  $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ .

**Câu 3.** Cho hình nón tròn xoay đỉnh  $S$  có chu vi đường tròn đáy bằng  $2a\pi\sqrt{5}$ . Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh  $S$  cắt đường tròn đáy tại  $A$  và  $B$  sao cho  $\Delta SAB$  vuông cân có diện tích  $2a^2$ . Tính thể tích khối nón, biết khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P) bằng  $2a$ .

- A  $\frac{10\pi a^3}{3}$ .     
  B  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .     
  C  $10\pi a^3$ .     
  D  $\frac{10\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 4.** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đáy là đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R = 5$ , góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 6$ . Tính khoảng cách từ  $O$  đến (SAB).

- A  $\frac{20\sqrt{273}}{90}$ .     
  B  $\frac{20\sqrt{270}}{91}$ .     
  C  $\frac{20\sqrt{271}}{91}$ .     
  D  $\frac{20\sqrt{273}}{91}$ .

**Câu 5.** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 4$  (cm), bán kính đáy  $r = 5$  (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $\frac{12}{5}$  (cm). Tính diện tích thiết diện đó.

- A  $10$  (cm<sup>2</sup>).     
  B  $20$  (cm<sup>2</sup>).     
  C  $30$  (cm<sup>2</sup>).     
  D  $40$  (cm<sup>2</sup>).

**Câu 6.** Cho hình nón đỉnh  $S$ ,  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng (SAB) bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$  và  $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$ . Độ dài đường sinh của hình nón theo  $a$  bằng

- A  $a\sqrt{2}$ .     
  B  $a\sqrt{3}$ .     
  C  $2a\sqrt{3}$ .     
  D  $a\sqrt{5}$ .

**Câu 7.** Cho hình trụ có tâm hai đáy lần lượt là  $O$  và  $O'$ ; bán kính đáy hình trụ bằng  $a$ . Trên hai đường tròn ( $O$ ) và ( $O'$ ) lần lượt lấy hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB$  tạo với trục của hình trụ một góc  $30^\circ$  và có khoảng cách tới trục của hình trụ bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho

- A  $2\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$ .     
  B  $\frac{\pi a^2}{3}(\sqrt{3} + 2)$ .     
  C  $\pi a^2(\sqrt{3} + 2)$ .     
  D  $\frac{2\pi a^2}{3}(\sqrt{3} + 3)$ .

**Câu 8.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có bán kính đáy bằng  $2a$ . Gọi SA và SB là hai đường sinh, biết  $AB = 2a$ , khoảng cách từ tâm  $O$  đến mặt phẳng (SAB) bằng  $a$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A  $4\pi a^3\sqrt{6}$ .     
  B  $\frac{4\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ .     
  C  $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ .     
  D  $2\pi a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 9.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có đáy là hình tròn tâm  $O$ . Gọi SA và SB là hai đường sinh, biết  $\Delta SAB$  vuông và có diện tích bằng  $4a^2$ , góc giữa  $SO$  và (SAB) bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A  $\frac{10\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .     
  B  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .     
  C  $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ .     
  D  $\frac{5\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 10.** Cho khối nón đỉnh  $S$ , tâm của đáy là  $O$  và bán kính đáy bằng  $\sqrt{2}a$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho tam giác  $OAB$  vuông. Biết rằng khi đó tam giác  $SAB$  đều, thể tích của khối nón đã cho bằng

(A)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$ .

(B)  $4\sqrt{6}\pi a^3$ .

(C)  $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$ .

(D)  $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ .

**Câu 11.** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R)$ .  $AB$  là một dây cung của đường tròn  $(O; R)$  sao cho tam giác  $O'AB$  là tam giác đều và mặt phẳng  $(O'AB)$  tạo với mặt phẳng chứa đường tròn  $(O; R)$  một góc  $60^\circ$ . Tính theo  $R$  thể tích  $V$  của khối trụ đã cho.

(A)  $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$ .

(B)  $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$ .

(C)  $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$ .

(D)  $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$ .

**Câu 12.** Cho hình trụ có tâm của hai đường tròn đáy lần lượt là  $O$  và  $O'$ , bán kính bằng  $6a$ . Trên đường tròn đáy tâm  $O$  lấy hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Biết rằng thể tích của khối tứ diện  $OO'AB$  bằng  $36\sqrt{3}a^3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng.

(A)  $48\pi a^2$ .

(B)  $36\pi a^2$ .

(C)  $72\pi a^2$ .

(D)  $144\pi a^2$ .

**Câu 13.** Cho hình trụ có chiều cao bằng  $6a$ , hai đường tròn đáy của hình trụ có tâm lần lượt là  $O$  và  $O_1$  bán kính bằng  $3a$ . Trên đường tròn tâm  $O$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn tâm  $O_1$  lấy điểm  $B$  sao cho  $AB = 3\sqrt{5}a$ . Thể tích khối tứ diện  $OO_1AB$  bằng.

(A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

(C)  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ .

(D)  $\frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$ .

**Câu 14.** Cho khối nón đỉnh  $S$ , tâm mặt đáy  $O$  và có thể tích bằng  $12\pi a^3$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho  $AB = 2a$  và góc  $\widehat{AOB} = 60^\circ$ . Khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

(A)  $\frac{9\sqrt{7}}{14}a$ .

(B)  $\frac{18\sqrt{85}}{85}a$ .

(C)  $\frac{3\sqrt{7}}{14}a$ .

(D)  $\frac{6\sqrt{85}}{85}a$ .

**Câu 15.** Cho hình nón đỉnh  $S$ , tâm mặt đáy  $O$  và có diện tích xung quanh bằng  $20\pi a^2$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho độ dài cung  $\widehat{AB}$  bằng  $\frac{1}{3}$  lần chu vi của đường tròn đáy. Biết rằng bán kính đáy bằng  $4a$ , khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

(A)  $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$ .

(B)  $\frac{\sqrt{13}}{13}a$ .

(C)  $\frac{12\sqrt{13}}{13}a$ .

(D)  $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$ .

**Câu 16.** Cho khối nón có thiết diện đi qua trục của nó là tam giác  $SAB$ ,  $O$  là tâm đường tròn đáy. Điểm  $C$  thuộc đường tròn đáy sao cho  $\widehat{AC} = \frac{1}{3}\widehat{AB}$  và diện tích tam giác  $OAC$  bằng  $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ . Biết khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng  $\frac{6a}{5}$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A)  $2\pi a^3$ .

(B)  $\pi a^3$ .

(C)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

(D)  $\frac{\pi a^3}{2}$ .

**Câu 17.** Cho khối nón có thiết diện đi qua trục của nó là tam giác  $SAB$ ,  $O$  là tâm đường tròn đáy. Một đường thẳng  $d$  cắt đường tròn đáy tại hai điểm  $C, D$  khác  $A, B$  sao cho  $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . Biết diện tích  $ABCD$  bằng  $\frac{3a^2}{2}$ ,  $SO = a\sqrt{2}$  và  $d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A)  $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ .

(B)  $\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ .

(C)  $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$ .

(D)  $\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , góc giữa cạnh bên và đáy bằng  $30^\circ$ , khoảng cách giữa  $GC$  và  $SA$  bằng  $\frac{a\sqrt{13}}{13}$ . Thể tích của khối nón đỉnh  $S$ , đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

(A)  $\frac{\pi a^3}{18}$ .

(B)  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

(C)  $\frac{\pi a^3}{27}$ .

(D)  $\frac{\pi a^3}{9}$ .

**Câu 19.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  cạnh đáy bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $a$ . Thể tích của khối nón đỉnh  $S$ , đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông  $ABCD$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$ .     
 B  $\sqrt{3}\pi a^3$ .     
 C  $3\sqrt{3}\pi a^3$ .     
 D  $\frac{\sqrt{3}}{9}\pi a^3$ .

**Câu 20.** Cho hình nón  $(N)$  có chiều cao  $2a$ . Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng  $a$  ta được thiết diện có diện tích bằng  $\frac{4a^2\sqrt{11}}{3}$ . Thể tích khối nón đã cho bằng

- A  $\frac{10\pi a^3}{3}$ .     
 B  $10\pi a^3$ .     
 C  $\frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$ .     
 D  $\frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{9}$ .

**Câu 21.** Cắt hình nón  $(N)$  bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$  ta được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng  $4a$ . Diện tích xung quanh của  $(N)$  bằng

- A  $8\sqrt{7}\pi a^2$ .     
 B  $8\sqrt{13}\pi a^2$ .     
 C  $4\sqrt{7}\pi a^2$ .     
 D  $4\sqrt{13}\pi a^2$ .

**Câu 22.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $2a$ , chiều cao bằng  $4a$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng  $a$ . Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ .

- A  $2a^2\sqrt{2}$ .     
 B  $4a^2\sqrt{3}$ .     
 C  $8a^2\sqrt{3}$ .     
 D  $4a^2\sqrt{2}$ .

**Câu 23.** Cho hình nón tròn xoay đỉnh  $S$  có chiều cao  $SO = 3$  (cm), bán kính đáy  $r = 5$  (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm  $O$  đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $2,4$  (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

- A  $S = 15$  (cm<sup>2</sup>).     
 B  $S = 30$  (cm<sup>2</sup>).     
 C  $S = 20$  (cm<sup>2</sup>).     
 D  $S = \frac{35}{2}$  (cm<sup>2</sup>).

**Câu 24.** Một hình nón đỉnh  $S$  bán kính đáy  $R = a\sqrt{3}$ , góc ở đỉnh là  $120^\circ$ . Mặt phẳng qua đỉnh hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác. Diện tích lớn nhất của tam giác đó bằng

- A  $\sqrt{3}a^2$ .     
 B  $2a^2$ .     
 C  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .     
 D  $2\sqrt{3}a^2$ .

**Câu 25.** Cho hình nón có chiều cao bằng  $a$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều, góc giữa trục của hình nón và mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $60^\circ$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A  $\frac{25\pi a^3}{9}$ .     
 B  $\frac{40\pi a^3}{9}$ .     
 C  $\frac{13\pi a^3}{9}$ .     
 D  $\frac{\pi a^3}{9}$ .

**Câu 26.** Cho hình nón đỉnh  $O$  có đáy là đường tròn tâm  $I$  bán kính  $a$ . Trên đường tròn  $(I)$  lấy hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông. Biết diện tích tam giác  $OAB$  bằng  $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$  thể tích khối nón đã cho bằng:

- A  $\frac{\pi a^3}{6}$ .     
 B  $\frac{\pi a^3}{2}$ .     
 C  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$ .     
 D  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$ .

**Câu 27.** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20$  cm, bán kính đáy  $r = 25$  cm. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy  $12$  cm. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp  $(\alpha)$ .

- A  $S = 400$  (cm<sup>2</sup>).     
 B  $S = 406$  (cm<sup>2</sup>).     
 C  $S = 300$  (cm<sup>2</sup>).     
 D  $S = 500$  (cm<sup>2</sup>).

**Câu 28.** Cho hình nón đỉnh  $S$  có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng  $2a$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $S$  cắt đường tròn đáy tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}a$ . Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến  $(P)$ .





(A)  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

(B)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

(C)  $a$ .

(D)  $\frac{a}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 29.** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đường cao  $SO$ . Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ tâm  $O$  đến  $AB$  bằng  $a$ ,  $\widehat{SAO} = 30^\circ$  và  $\widehat{SAB} = 60^\circ$ . Tính khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(SAB)$ ?

(A)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

(B)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

(C)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

(D)  $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 30.** Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm  $O$  và  $O'$ , chiều cao  $h = a\sqrt{2}$ . Gọi  $A$  là một điểm trên đường tròn tâm  $O$  và  $B$  là một điểm trên đường tròn tâm  $O'$  sao cho  $OA$  vuông góc với  $O'B$  và  $AB = 2a$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $AB$  và song song với  $OO'$ . Tính khoảng cách từ  $OO'$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

(A)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

(B)  $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ .

(C)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

(D)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 31.** Cho hình nón đỉnh  $S$ . Mặt phẳng qua  $S$  và tạo với mặt đáy của hình nón một góc  $60^\circ$ , cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng  $4\sqrt{3}$ . Thể tích của hình nón đã cho bằng

(A)  $6\pi$ .

(B)  $7\pi$ .

(C)  $8\sqrt{3}\pi$ .

(D)  $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ .

**Câu 32.** Cho hình nón đỉnh  $S$ . Mặt phẳng qua  $S$  và tạo với mặt đáy của hình nón một góc  $45^\circ$ , cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 8. Thể tích của hình nón đã cho bằng

(A)  $\frac{8\pi}{3}$ .

(B)  $7\pi$ .

(C)  $8\sqrt{3}\pi$ .

(D)  $8\pi$ .

**Câu 33.** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn  $(O)$  và  $(O')$ , thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông. Gọi  $A, B$  lần lượt là hai điểm nằm trên hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$ . Biết  $AB = 4a$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $OO'$  bằng  $a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối cầu nội tiếp hình trụ.

(A)  $\frac{7\pi\sqrt{14}}{12}$ .

(B)  $\frac{7\pi\sqrt{14}}{3}$ .

(C)  $\frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$ .

(D)  $\frac{7\pi\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 34.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy là  $2a$ , biết khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

(A)  $\frac{4\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ .

(B)  $4\pi a^2\sqrt{3}$ .

(C)  $4\pi a^2\sqrt{2}$ .

(D)  $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ .

# Chương 20

## MŨ - LOGARIT

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 48. Gọi  $S$  là tập các số nguyên  $y$  sao cho với mỗi  $y \in S$  có đúng 10 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $2^{y-x} \geq \log_3(x+y^2)$ . Tính tổng các phần tử thuộc  $S$ .

(A) 1.

(B) 7.

(C) -1.

(D) -4.

### Lời giải.

tác giả: Trần Đức Nội

Điều kiện:  $x > -y^2$ .

Xét hàm số  $f(x) = 2^{y-x} - \log_3(x+y^2)$  (coi  $y$  là tham số), ta thấy  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-y^2; +\infty)$  và  $\lim_{x \rightarrow -y^2} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  nên tồn tại  $x_0 \in (-y^2; +\infty)$  sao cho  $f(x_0) = 0$ .

Từ đó ta được  $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -y^2 < x \leq x_0$ .

Theo bài ra có đúng 10 số nguyên  $x \Leftrightarrow \begin{cases} f(-y^2+10) \geq 0 \\ f(-y^2+11) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{y^2+y-10} - \log_3 10 \geq 0 \\ 2^{y^2+y-11} - \log_3 11 < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2+y-10 - \log_2(\log_3 10) \geq 0 \\ y^2+y-11 - \log_2(\log_3 11) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 2,86 \\ y \leq -3,86 \end{cases} \Rightarrow y \in \{-4; 3\}$ .

Chọn đáp án (C) □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất bốn số nguyên  $b \in (-10; 10)$  thỏa mãn  $5^{a^2+b} \leq 4^{b-a} + 26$ ?

(A) 4.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 7.

**Câu 2.** Có bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $0 \leq x \leq 2022$ ,  $y \geq 2$  và  $x^2 + x - xy = x \log_2(xy - x) - 2^x$ ?

(A) 2022.

(B) 12.

(C) 11.

(D) 2023.

**Câu 3.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất ba số nguyên  $b \in (-8; 8)$  thỏa mãn  $5^{a^2+b} \leq 2^{b-a} + 25$ ?

(A) 4.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 7.

**Câu 4.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $b$  sao cho ứng với mỗi  $b$ , có đúng 3 giá trị nguyên dương  $a$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{2^a + a}{ab} + 2^a \leq a(b-1)$ ?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 0.

**Câu 5.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất 7 số nguyên  $b \in (0; 10)$  thỏa mãn  $\log_5(b^2 + 16) + \log_3 b\sqrt{13 - a} - \log_7(a - 3) \geq 4$ ?

- (A) 9. (B) 8. (C) 11. (D) 1.

**Câu 6.** Với  $x$  là số nguyên dương và  $y$  là số thực. Có tất cả bao nhiêu cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn  $\ln(1 + x + 2y) = 2y + 3x - 10$ .

- (A) 10. (B) Vô số. (C) 9. (D) 11.

**Câu 7.** Cho  $x$  là số thực,  $y$  là số nguyên thỏa mãn  $x^2 + 3y^2 + 2xy - y - 2x < 0$ . Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \ln(x^2 - x + e^y) + 2(1 - y)x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$  bằng  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{d}{c}$  (với  $a, b, c, d$  là các số nguyên dương;  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{d}{c}$  là hai phân số tối giản). Giá trị  $a - b + c - d$  bằng

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 2022.

**Câu 8.** Có tất cả bao nhiêu cặp số  $(a; b)$  với  $a, b$  là các số nguyên dương thỏa mãn:  $\log_3(a + b) + (a + b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a + b - 1) + 1$ .

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) Vô số.

**Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $a$  ( $a > 0$ ) thỏa mãn  $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2022} \leq \left(2^{2022} + \frac{1}{2^{2022}}\right)^a$ .

- (A) 2020. (B) 2023. (C) 2021. (D) 2022.

**Câu 10.** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $3^a + 9^b + 27^c = 9$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = a + 2b + 3c$ . Giá trị của biểu thức  $M + 3^m$  bằng

- (A) 10. (B) 3. (C) 7. (D) 13.

**Câu 11.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương  $x$  sao cho tồn tại số thực  $y \leq 2022$  thỏa mãn  $\log_3(9y + 3) = 3^x + x - 3y$ ?

- (A) 6. (B) 5. (C) 7. (D) 4.

**Câu 12.** Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-10; 10)$  sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại ít nhất 5 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2 \frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{a}{b} + 1 < \frac{a}{b} 2\frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a} + 1\right) 2\frac{a}{b}$ ?

- (A) 8. (B) 6. (C) 10. (D) 12.

**Câu 13.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  để bất phương trình  $(2022^x - x + 2023)(2022^x - y) < 0$  có đúng 6 nghiệm  $x$  nguyên dương?

- (A)  $2022^7 - 2022^6 + 1$ . (B)  $2022^7 - 2022^6$ . (C)  $2022^7 - 2023^6$ . (D)  $2022^7$ .

**Câu 14.** Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e^{a^2+2b^2} + e^{ab}(a^2 - ab + b^2 - 1) - e^{1+ab+b^2} = 0$ . Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{1}{1 + 2ab}$ . Khi đó  $m + M$  bằng

- (A)  $\frac{10}{3}$ . (B)  $\frac{10}{3}$ . (C)  $\frac{7}{3}$ . (D)  $\frac{2}{5}$ .

**Câu 15.** Có bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn các điều kiện  $0 \leq x \leq 2020$  và  $\log_2(2x + 2) + x - 3y = 8^y$ ?

- (A) 2019. (B) 2018. (C) 1. (D) 4.

**Câu 16.** Có bao nhiêu cặp số thực dương  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_4 y$  là số nguyên dương,  $\log_3 x + 2 = \log_4 y$  và  $2x^3 + y^2 < 2022^3$ ?

- (A)  $\log_3 x + \log_3 y \geq \log_3(x + y^2) \Leftrightarrow \log_3(xy) \geq \log_3(x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y - 1) \geq y^2$ .

**B**  $x > 0, y > 0.$

**C**  $y - 1 > 0 \Leftrightarrow y > 1.$

**D**  $x(y - 1) \geq y^2 \Leftrightarrow x \geq \frac{y^2}{y - 1} = y + 1 + \frac{1}{y - 1}.$

**Câu 17.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi số  $a$ , tồn tại ít nhất 3 số nguyên  $b \in (-7; 7)$  thỏa mãn:  $5^{a^2+b} \leq 4^{b-a} + 124$

**A** 4.

**B** 5.

**C** 6.

**D** 7.

**Câu 18.** Có bao nhiêu số nguyên  $y$  sao cho ứng với mỗi số nguyên  $y$ , có tối đa 100 số nguyên  $x$  thỏa mãn

$3^{y-2x} \geq \log_5(x + y^2).$

**A** 17.

**B** 18.

**C** 13.

**D** 20.

**Câu 19.** Có bao nhiêu số nguyên  $a < 11$  sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại ít nhất 6 số nguyên  $b \in (0; 8)$  thỏa mãn  $\log_4(b^2 + 12) + \log_3[(b + 7)(a - 3)] + \log_5(a + 19) \geq 7.$

**A** 5.

**B** 4.

**C** 6.

**D** 7.

**Câu 20.** Cho phương trình:  $\sqrt{\frac{\log_2^2 x + \log_1 x^2 - 3}{2}} = m(\log_2 x - 3)$  (1)

Tập các giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm  $x \in [32; +\infty)$  là  $(a; \sqrt{b}]$ . Tính  $a + b$

**A** 5.

**B** 4.

**C** 3.

**D** 7.

**Câu 21.** Số các giá trị nguyên  $m$  để phương trình:  $\ln[m + 2 \cos x + \ln(m + 3 \cos x)] = \cos x$  có nghiệm là

**A** 5.

**B** 2.

**C** 3.

**D** 4.

**Câu 22.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $a$  nhỏ hơn 2022 để phương trình  $\log_{2022} \sqrt{(a + \sqrt{a + 2022})}$   $x$  có nghiệm thực?

**A** 2021.

**B** 2022.

**C** 2018.

**D** 2023.

**Câu 23.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (0; 2022)$  để bất phương trình  $4^x + 2^x - m \geq 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in [1; 2]$  ?

**A** 6.

**B** 2021.

**C** 2015.

**D** 7.

**Câu 24.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-2021; 2022)$  sao cho bất phương trình  $m4^x + (m - 1)2^{x+2} + m - 1 > 0$  nghiệm đúng  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

**A** 2022.

**B** 2021.

**C** 1.

**D** 0.

**Câu 25.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc  $[-10; 10]$  để bất phương trình  $\log_2 x^2 + m\sqrt{\log_2 x^5} + 2m + 1 \leq 0$  có không quá 10 nghiệm nguyên?

**A** 12.

**B** 13.

**C** 11.

**D** 10.

**Câu 26.** Gọi  $S$  là tổng tất cả các số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất số thực  $b$  thỏa mãn  $\frac{1}{2}a^{\log_3 8} + 2^{\log_3 a} = (b + \sqrt{4 - b^2})(3 + b\sqrt{4 - b^2})$  ?

**A** 10.

**B** 15.

**C** 21.

**D** 28.

**Câu 27.** Cho phương trình  $3^x + m = \log_3(x - m)$ . Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên trong khoảng  $(-19; 19)$  để phương trình có nghiệm.

**A** 15.

**B** 14.

**C** 18.

**D** 17.

**Câu 28.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-100; 100]$  để phương trình  $2019^x = mx + 1$  có hai nghiệm phân biệt?

(A) 94.

(B) 92.

(C) 184.

(D) 93.

**Câu 29.** Cho  $0 \leq x \leq 2020$  và  $\log_9(9x + 18) + x - 2y = 9^y$ . Có bao nhiêu cặp số  $(x; y)$  nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

(A) 2019.

(B) 2018.

(C) 1.

(D) 3.

**Câu 30.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$ , sao cho ứng với mỗi số  $a$  tồn tại ít nhất 4 số nguyên  $b \in (-12; 12)$  thỏa mãn:  $4^{a^4+b} \leq 3^{a^3+b} + 256$ .

(A) 2.

(B) 3.

(C) 5.

(D) 7.

**Câu 31.** Tập hợp tất cả các số thực  $x$  không thỏa mãn bất phương trình  $9^{x^2-4} + (x^2 - 4) 2019^{x-2} \geq 1$  là khoảng  $(a; b)$ . Tính  $b - a$ .

(A) 4.

(B) 5.

(C) -1.

(D) -5.

# Chương 21

## TOẠ ĐỘ KHÔNG GIAN OXYZ

### A Bài tập mẫu

❖ Ví dụ 49. Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 10y - 10z = 0$  và điểm  $A(5; 5; 0)$ . Điểm  $B \in (S)$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $B$ . Biết mặt phẳng  $(OAB)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}(2; b; c)$ . Tính  $b^2 - c^2$

A  $-\frac{52}{3}$ .

B  $\frac{28}{3}$ .

C  $\frac{52}{3}$ .

D  $-\frac{28}{3}$ .

🗨️ Lời giải.

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(5; 5; 5)$ , bán kính  $R_c = 5\sqrt{3}$ .

Ta có điểm  $A, O$  thuộc mặt cầu  $(S)$ . Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  là đường tròn giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(OAB)$ .

Tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $B$  nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  là  $R_T = \frac{OA}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .

Do đó  $d(I; (OAB)) = \sqrt{R_c^2 - R_T^2} = \frac{5\sqrt{10}}{2}$ .

Phương trình mặt phẳng  $(OAB)$  có dạng  $2x + by + cz + d = 0$ .

Ta có mặt phẳng  $(OAB)$  qua  $O; A$  nên ta có:  $\begin{cases} d = 0 \\ 10 + 5b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ b = -2 \end{cases}$ .

Khi đó phương trình mặt phẳng  $(OAB)$  có dạng:  $2x - 2y + cz = 0$ .

$$d(I; (OAB)) = \frac{5\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \frac{|10 - 10 + 5c|}{\sqrt{4 + 4 + c^2}} = \frac{5\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow c^2 = \frac{40}{3}.$$

$$\text{Vậy } b^2 - c^2 = 4 - \frac{40}{3} = \frac{-28}{3}.$$

Chọn đáp án D □

### B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1) : (x + 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 16$ ,  $(S_2) : (x + 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 36$  và điểm  $A(6; 3; 0)$ . Đường thẳng  $d$  đi động nhưng luôn tiếp xúc với  $(S_1)$ , đồng thời cắt  $(S_2)$  tại hai điểm  $B, C$ . Tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất là

A  $4\sqrt{5}(\sqrt{26} + 2)$ .

B  $8\sqrt{5}(\sqrt{26} + 2)$ .

C  $4\sqrt{130}$ .

D  $8\sqrt{26}$ .

**Câu 2.** Từ điểm  $A$  bất kì thuộc đường thẳng  $d : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ , vẽ các tiếp tuyến đến mặt cầu  $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Khi đó, các tiếp điểm thuộc đường tròn  $(C)$ . Gọi  $(N)$  là hình nón có đỉnh  $A$  và đáy là hình tròn  $(C)$ . Biết thể tích của khối nón  $(N)$  nhỏ hơn  $3\pi$ . Có bao nhiêu điểm  $A$  có cao độ là số nguyên?

(A) 3.

(B) 4.

(C) 1.

(D) 2.

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{14}{3}$  và đường thẳng  $d : \frac{x - 4}{3} = \frac{y - 4}{2} = \frac{z - 4}{1}$ . Gọi  $A(x_0; y_0; z_0)$  ( $x_0 > 0$ ) là điểm nằm trên đường thẳng  $d$  sao cho từ  $A$  kẻ được 3 tiếp tuyến đến mặt cầu  $(S)$  có các tiếp điểm  $B, C, D$  sao cho  $ABCD$  là tứ diện đều. Tính giá trị của biểu thức  $P = x_0 + y_0 + z_0$ .

(A)  $P = 6$ .

(B)  $P = 16$ .

(C)  $P = 12$ .

(D)  $P = 8$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(-3; 1; 1)$ ,  $B(1; -1; 5)$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 2z + 11 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và tiếp xúc với  $(P)$  tại điểm  $C$ . Biết  $C$  luôn thuộc một đường tròn  $(T)$  cố định. Tìm bán kính  $r$  của đường tròn  $(T)$ .

(A)  $r = 4$ .

(B)  $r = 2$ .

(C)  $r = \sqrt{3}$ .

(D)  $r = \sqrt{2}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S) : x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 29$ , hai điểm  $A(0; 0; 4)$ ,  $B(6; -2; 6)$  và đường thẳng  $d : \frac{x - 4}{1} = \frac{y + 8}{-1} = \frac{z - 4}{2}$ . Gọi  $M(a; b; c)$  thuộc mặt cầu  $(S)$  sao cho  $\widehat{AMB} = 90^\circ$  và khoảng cách từ điểm  $M$  đến đường thẳng  $d$  ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2 + c^2$

(A)  $T = 24$ .

(B)  $T = 25$ .

(C)  $T = 16$ .

(D)  $T = 12$ .

**Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 0; -1)$ ,  $B(2; 3; -1)$ ,  $C(-2; 1; 1)$  và điểm  $M(2; 3; -6)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu tâm  $I$  qua 3 điểm  $A, B, C$  và thỏa mãn diện tích tam giác  $IAM$  nhỏ nhất. Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

(A)  $R = 2\sqrt{2}$ .

(B)  $R = \sqrt{6}$ .

(C)  $R = 3$ .

(D)  $R = 2\sqrt{5}$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$  và đường thẳng  $d : \frac{x - 1}{1} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 2}{1}$ . Tính số đo góc tạo bởi các mặt phẳng đi qua  $d$  và tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  ta được kết quả là

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $45^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $90^\circ$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{14}{3}$  và đường thẳng  $(d) : \frac{x - 4}{3} = \frac{y - 4}{2} = \frac{z - 4}{1}$ . Gọi  $A(x_0; y_0; z_0)$  ( $x_0 > 0$ ) là điểm nằm trên  $(d)$  sao cho từ  $A$  kẻ được ba tiếp tuyến đến  $(S)$  có các tiếp điểm  $B, C, D$  sao cho  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc. Tính  $P = x_0 + y_0 + z_0$

(A)  $P = 6$ .

(B)  $P = 6 + 6\sqrt{2}$ .

(C)  $P = 12 - 6\sqrt{2}$ .

(D)  $P = 8$ .

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$  và điểm  $A(5; 3; -2)$ . Một đường thẳng  $d$  thay đổi luôn đi qua  $A$  và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt  $M, N$ . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = AM + 4AN$ .

(A)  $S_{\min} = 30$ .

(B)  $S_{\min} = 20$ .

(C)  $S_{\min} = \sqrt{34} - 3$ .

(D)  $S_{\min} = 5\sqrt{34} - 9$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ , đường thẳng  $d : \frac{x - 2}{3} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 1}{1}$ . Điểm  $M$  thuộc trục  $Oy$ . Từ  $M$  kẻ được 2 tiếp tuyến đến  $(S)$ , sao cho hai tiếp tuyến cùng vuông góc với  $d$ . Giá trị nguyên lớn nhất của tung độ điểm  $M$  để  $0M \leq 20$  bằng bao nhiêu?

(A)  $-9$ .

(B)  $20$ .

(C)  $4$ .

(D)  $17$ .

**Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -3)$ , mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y - z + 9 = 0$  và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$ . Gọi  $B$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  và điểm



$M$  thay đổi trong  $(P)$  sao cho  $M$  luôn nhìn đoạn  $AB$  dưới góc  $90^\circ$ . Khi độ dài  $MB$  lớn nhất, đường thẳng  $MB$  đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- (A)  $V(-2; -1; 3)$ . (B)  $N(-1; -2; 3)$ . (C)  $Q(3; 0; 15)$ . (D)  $T(-3; 2; 7)$ .

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  với  $a, b, c$  dương. Biết  $A, B, C$  di động trên các tia  $Ox, Oy, Oz$  sao cho  $a + b + c = 2$ . Biết rằng khi  $a, b, c$  thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  cố định. Khoảng cách từ  $M(0; 2023; 0)$  tới mặt phẳng  $(P)$  bằng

- (A) 2022. (B)  $\frac{2023}{\sqrt{3}}$ . (C)  $\frac{2021}{3}$ . (D)  $674\sqrt{3}$ .

**Câu 13.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , có bao nhiêu điểm  $M$  trên trục hoành có hoành độ nguyên sao cho từ  $M$  kẻ được hai tiếp tuyến đến mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 1$  và song song với  $(Q) : 2x + y + 2z = 0$ .

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1) : (x - 7)^2 + (y + 7)^2 + (z - 5)^2 = 24$ ;  $(S_2) : (x - 3)^2 + (y + 5)^2 + (z - 1)^2 = \frac{3}{2}$  và mặt phẳng  $(P) : 3x - 4y - 20 = 0$ . Gọi  $A, M, N$  lần lượt là các điểm thuộc  $(P)^{(S_1)}$  và  $(S_2)$ . Đặt  $d = AM + AN$ . Tính giá trị nhỏ nhất của  $d$ .

- (A)  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ . (B)  $\frac{3\sqrt{6}}{5}$ . (C)  $\frac{4\sqrt{6}}{5}$ . (D)  $\frac{11\sqrt{6}}{10}$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 3 = 0$  và điểm  $A(2; 2; 2)$ . Từ  $A$  kẻ được các tiếp tuyến đến mặt cầu  $(S)$ . Biết các tiếp điểm luôn thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $ax + by + cz - 5 = 0$ . Khi đó  $a + b + 2c$  nhận giá trị bằng

- (A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 6.

**Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 5$  tâm  $I$ , đường

thẳng  $d : \begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = -1 + t \end{cases}$  và  $M$  di động trên  $d$  sao cho từ  $M$  kẻ được vô số các tiếp tuyến tới  $(S)$ . Biết

tập hợp các tiếp điểm là đường tròn nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$ . Khoảng cách lớn nhất từ  $I$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng

- (A) 1. (B)  $\frac{5}{3}$ . (C)  $\frac{7}{3}$ . (D) 2.

**Câu 17.** Cho điểm  $A(2; 3; 5)$ , hai mặt cầu  $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $(S_2) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$  và điểm  $M$  di động thuộc cả hai mặt cầu. Gọi  $m, n$  là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $AM$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = m^2 + n^2$ .

- (A)  $\frac{341}{4}$ . (B)  $\frac{151}{2}$ . (C)  $\frac{1028}{7}$ . (D)  $\frac{2411}{28}$ .

**Câu 18.** Cho hai mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 36$  và  $(S') : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 81$ . Gọi  $d$  là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm  $M(4; -1; -7)$  một khoảng lớn nhất. Gọi  $E(m; n; p)$  là giao điểm của  $d$  với mặt phẳng  $(P) : 2x - y + z - 17 = 0$ . Biểu thức  $T = m + n + p$  có giá trị bằng

- (A)  $T = 81$ . (B)  $T = 92$ . (C)  $T = 79$ . (D)  $T = 88$ .

**Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 1$

và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = mt \\ z = (1 - m)t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ . Gọi  $(P)$  và  $(Q)$  là hai mặt phẳng chứa  $d$  và tiếp xúc với

$(S)$  tại  $M, N$ . Khi  $m$  thay đổi, độ dài đoạn thẳng  $MN$  đạt giá trị nhỏ nhất là



(A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

(B)  $\sqrt{3}$ .

(C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(D)  $\sqrt{2}$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S_m) : x^2 + y^2 + z^2 + 2(m - 1)x + 2(m - 2)y - mz +$

$m - 4 = 0$  và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 2t \\ y = 4 - mt \\ z = m^2 + 1 - 2t \end{cases}$ . Có bao nhiêu giá trị của tham số thực  $m$  sao cho từ

mọi điểm trên  $d$  đều vẽ được hai tiếp tuyến đến mặt cầu  $(S)$

(A) 3.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(0, 0, 13)$ ,  $B(0, 12, 5)$ . Điểm  $C$  di động trên trục  $Ox$ . Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Khi đó  $H$  luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính  $R$  của mặt cầu đó.

(A)  $R = 5$ .

(B)  $R = \frac{10}{3}$ .

(C)  $R = \frac{4\sqrt{13}}{3}$ .

(D)  $R = \frac{2\sqrt{13}}{3}$ .

**Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P_m) : mx + m(m + 1)y + (m - 1)^2z - 1 = 0$  ( $m$  là tham số) và đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1; 2; 3)$ . Đường thẳng  $\Delta$  song song với mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $\Delta$  vuông góc với  $d$  và cắt mặt phẳng  $(P_m)$  tại một điểm cố định. Tính khoảng cách  $h$  từ  $A(1; -5; 0)$  đến đường thẳng  $\Delta$ ?

(A)  $h = 5\sqrt{2}$ .

(B)  $h = \sqrt{19}$ .

(C)  $h = 2\sqrt{5}$ .

(D)  $h = \sqrt{21}$ .

**Câu 23.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $M(1; 2; 3)$  và hai đường thẳng  $d_1 : \frac{x - 3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ ;  $d_2 : \frac{x - 2}{2} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z}{2}$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với hai đường thẳng  $d_1, d_2$  và  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $d_1$ , song song với  $d_2$ . Gọi  $I$  là tâm mặt cầu  $(S)$ ,  $A$  là điểm thay đổi trên mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $IA = \frac{5\sqrt{2}}{12}$ . Tập hợp tất cả các giao điểm của đoạn thẳng  $AI$  nằm trên một đường tròn có diện tích bằng:

(A)  $\frac{4}{25}\pi$ .

(B)  $\frac{2}{25}\pi$ .

(C)  $\frac{8}{25}\pi$ .

(D)  $\frac{1}{25}\pi$ .

**Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; -2; 0)$  và  $B(3; 4; 5)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt cầu  $(S_1) : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 4$  và  $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0$ . Xét hai điểm  $M, N$  là hai điểm bất kì thuộc  $(P)$  sao cho  $MN = 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  bằng

(A)  $72 - 2\sqrt{34}$ .

(B)  $\sqrt{72 - 2\sqrt{34}}$ .

(C)  $72 + 2\sqrt{34}$ .

(D)  $\sqrt{72 + 2\sqrt{34}}$ .

**Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1; -2; 1)$ ,  $B(2; 1; 0)$ ,  $C(2; 1; -5)$ ,  $D(a; b; c)$ . Biết rằng có vô số mặt phẳng đi qua  $A, B$  và cách đều  $C, D$ . Tính  $P = 2022a - 2023b + c$  khi  $Q = a^2 - 2b^2 + 26c$  đạt giá trị lớn nhất.

(A)  $P = 5$ .

(B)  $P = 6064$ .

(C)  $P = 1$ .

(D)  $P = 10$ .

**Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$  và các điểm  $A(-1; 0; 1)$ ,  $B(0; 2; 3)$ ,  $C(-1; 3; 0)$ . Điểm  $M(x; y; z)$  thuộc mặt cầu  $(S)$  sao cho biểu thức  $P = MA^2 + 2MB^2 + 2MC^2$  đạt giá trị lớn nhất. Khi đó  $T = 2x + y + 2z$  bằng

(A) 8.

(B) 5.

(C) 12.

(D) 14.

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; -1)$ , mặt phẳng  $(\alpha) : x + 2y - z + 3 = 0$  và mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $M$ , vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  đồng thời cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm nào sau đây?

- (A)  $A(-3; 1; 7)$ .      (B)  $B(-1; 3; 1)$ .      (C)  $C(5; 2; 9)$ .      (D)  $D(1; -9; 2)$ .

**Câu 28.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(0; 8; 2)$ ,  $N(9; -7; 23)$  và mặt cầu  $(S) : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 72$ . Mặt phẳng  $(P) : x + by + cz + d = 0$  đi qua điểm  $M$  và tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  sao cho khoảng cách từ  $N$  đến mặt phẳng  $(P)$  lớn nhất. Khi đó tổng  $b - c + d$  có giá trị bằng

- (A)  $b + c + d = 2$ .      (B)  $b + c + d = -1$ .      (C)  $b + c + d = -5$ .      (D)  $b + c + d = 4$ .

**Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; -2; 6)$ ,  $B(0; 1; 0)$  và mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ . Mặt phẳng  $(P) : ax + by + cz - 2 = 0$  đi qua  $A, B$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính  $M = a - 2b + 3c$ .

- (A)  $M = -4$ .      (B)  $M = -3$ .      (C)  $M = -2$ .      (D)  $M = -1$ .

**Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$ ,  $(S_2) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(P) : x + 2y + z + 4 = 0$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt là các điểm nằm mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $(S_1); (S_2)$  sao cho  $MN + MK$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giả sử  $M(a; b; c)$ , khi đó  $2a + b + c$

- (A)  $-5$ .      (B)  $-4$ .      (C)  $5$ .      (D)  $4$ .

**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(0; -1; 2)$ ,  $B(2; 5; 4)$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - 2y + z + 3 = 0$ . Gọi  $M(a; b; c)$  là điểm thỏa mãn biểu thức  $MA^2 + MB^2 = 40$  và khoảng cách từ  $M$  đến  $(P)$  nhỏ nhất. Khi đó giá trị  $a.b.c$  bằng:

- (A)  $0$ .      (B)  $-8$ .      (C)  $7$ .      (D)  $-9$ .

**Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ

$Oxyz$

, cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$  và đường thẳng  $d : \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ . Điểm  $M(a; b; c)$ , ( $a > 0$ ) nằm trên đường thẳng

$d$

sao cho từ

$M$

kẻ được ba tiếp tuyến  $MA, MB, MC$  đến mặt cầu  $(S)$ , ( $A, B, C$  là các tiếp điểm) và  $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$ . Tính  $a^3 + b^3 + c^3$ .

- (A)  $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{173}{9}$ .      (B)  $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{112}{9}$ .      (C)  $a^3 + b^3 + c^3 = -8$ .      (D)  $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{23}{9}$ .

**Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 6 = 0$  và mặt phẳng  $(P) : x - 2z = 0$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  trên  $(P)$  với  $M$  có các tọa độ nguyên sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của  $(S)$  qua  $M$  và vuông góc với nhau

- (A)  $1$ .      (B)  $2$ .      (C)  $3$ .      (D)  $7$ .

**Câu 34.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y - 2z - 6 = 0$ . Cho  $m$  là số thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng  $y = m$  và  $x + z - 3 = 0$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ . Tích tất cả các giá trị mà  $m$  có thể nhận được bằng

- (A)  $-11$ .      (B)  $-10$ .      (C)  $-5$ .      (D)  $-8$ .

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 18$  và điểm  $K(4; -4; 4)$ . Kẻ tiếp tuyến  $KM$  đến mặt cầu  $(S) (M \in (S))$ . Khoảng cách lớn nhất từ  $M$  đến đường thẳng  $\Delta : \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z - 4}{-4}$  bằng

- A  $\frac{\sqrt{14}}{7} + \sqrt{3}$ .     
 B  $\frac{2\sqrt{14}}{7} + 2\sqrt{3}$ .     
 C  $\frac{2\sqrt{14}}{7}$ .     
 D  $2\sqrt{3}$ .

**Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z + 4}{2}$ ;  $d_2 : \frac{x + 8}{2} = \frac{y - 6}{1} = \frac{z - 10}{-1}$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu tiếp xúc với  $d_1; d_2$  và có bán kính nhỏ nhất. Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

- A  $x^2 + (y - 10)^2 + (z - 6)^2 = 35$ .     
 B  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 35$ .  
 C  $(x - 2)^2 + (y - 10)^2 + (z - 6)^2 = 35$ .     
 D  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 3)^2 = 35$ .

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$ . Có bao nhiêu điểm  $P$  thuộc  $(S)$  mà tiếp diện của  $(S)$  tại  $P$  cắt các trục  $Ox, Oz$  tương ứng tại các điểm  $E(a; 0; 0), F(0; 0; b)$  sao cho  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\widehat{EPF} = 90^\circ$ ?

- A 1.     
 B 2.     
 C 4.     
 D 3.

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; -5; 2), B(3; 3; -2)$  và đường thẳng  $d : \frac{x - 3}{1} = \frac{y + 3}{1} = \frac{z + 4}{1}$ ; hai điểm  $C, D$  thay đổi trên  $d$  sao cho  $CD = 6\sqrt{3}$ . Biết rằng khi  $C(a; b; c)$  ( $b < 2$ ) thì tổng diện tích tất cả các mặt của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $a + b + c$

- A  $a + b + c = 2$ .     
 B  $a + b + c = -1$ .     
 C  $a + b + c = -4$ .     
 D  $a + b + c = -7$ .

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 4$  và từ hai điểm  $A(2; -1; -1), B(-1; -1; -2)$  kẻ tiếp tuyến  $AM, BM$  đến mặt cầu  $(S)$ . Có bao nhiêu điểm  $C$  thuộc mặt phẳng  $Oxz$ , mà từ  $C$  khi kẻ đường tiếp tuyến  $CM$  thì tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

- A 24.     
 B 58.     
 C 6.     
 D 2.

# Chương 22

## MAX - MIN HÀM SỐ

### A Bài tập mẫu

◀ Ví dụ 50. Cho hàm số  $f(x) = |4x^4 - ax^2 + b|$ , trong đó  $a, b$  là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng  $\frac{1}{2}$ . Tính  $a + b$ .

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B) 4.

(C)  $\frac{7}{2}$ .

(D)  $\frac{9}{2}$ .

💬 Lời giải.

Ta có  $\max_{[-1;1]} f(x) = \frac{1}{2}$  nên  $|4x^4 - ax^2 + b| \leq \frac{1}{2}, \forall x \in [-1; 1]$ .

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} f(1) \leq \frac{1}{2} \\ f(0) \leq \frac{1}{2} \\ f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |4 - a + b| \leq \frac{1}{2} \\ |b| \leq \frac{1}{2} \\ \left|4 \cdot \frac{1}{4} - a \cdot \frac{1}{2} + b\right| \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |4 - a + b| \leq \frac{1}{2} \\ |b| \leq \frac{1}{2} \\ |-2 + a - 2b| \leq 1 \end{cases}.$$

Suy ra  $|4 - a + b + b - 2 + a - 2b| \leq |4 - a + b| + |b| + |-2 + a - 2b| \leq 2$   
 $\Leftrightarrow 2 \leq |4 - a + b| + |b| + |-2 + a - 2b| \leq 2$ .

Dấu "=" xảy ra khi:

$$\text{* Trường hợp 1: } \begin{cases} 4 - a + b = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ -2 + a - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Thử lại ta thấy giá trị lớn nhất của  $f(x) = \left|4x^4 - 4x^2 + \frac{1}{2}\right|$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng  $\frac{1}{2}$ .

$$\text{* Trường hợp 2: } \begin{cases} 4 - a + b = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ -2 + a - 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = \frac{7}{2} \text{ (loại)} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy  $a + b = \frac{9}{2}$ .

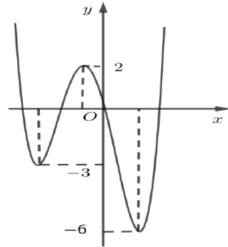
Chọn đáp án (D) □

## B Bài tập tương tự và phát triển

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = x(x+1)(x^2 - 2mx + 1), \forall x \in \mathbb{R}$  với  $m$  là tham số thực. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m$  không vượt quá 2022 sao cho hàm số  $g(x) = f(x^2 - 1)$  có 7 điểm cực trị?

- (A) 2020.                      (B) 2023.                      (C) 2021.                      (D) 2022.

**Câu 2.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x+1) + m|$  có 7 cực trị?

- (A) 0.                      (B) 3.                      (C) 2.                      (D) 1.

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - (m+2)x^2 + m$  với  $m$  là tham số thực. Số giá trị nguyên của  $m \in [-2022; 2022]$  để hàm số  $y = |f(x)|$  có số điểm cực trị nhiều nhất là

- (A) 2021.                      (B) 2020.                      (C) 2023.                      (D) 2022.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$  có đúng 5 điểm cực trị?

- (A) 15.                      (B) 16.                      (C) 17.                      (D) 18.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

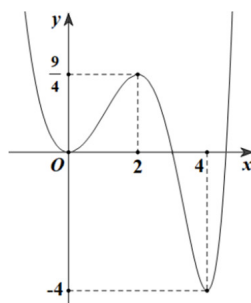
$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$5$	$+\infty$			
$y'$		-	0	+	0	-	0	+
$y$	$+\infty$			$2$			$0$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = |f(4x^3 + 1) + m|$  có 7 điểm cực trị?

- (A) 3.                      (B) 1.                      (C) 0.                      (D) Vô số.

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(5 - 2x)$  như hình vẽ sau. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-9; 9)$  thỏa mãn  $2m \in \mathbb{Z}$  và hàm số

$y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị?



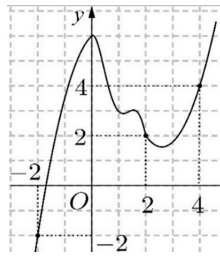
(A) 21.

(B) 26.

(C) 23.

(D) 27.

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $h(x) = f(x^2) - \frac{x^4}{2}$ . Hàm số  $y = h(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



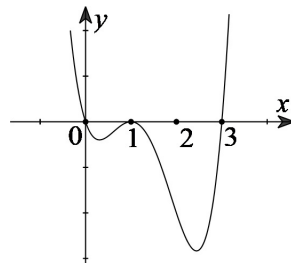
(A) 4.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 5.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x^2 + m)$  có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của  $S$  là:

(A) 3.

(B) 6.

(C) 1.

(D) 10.

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x - a)(13x - 15)^3$ . Tập hợp các giá trị của  $a$  để hàm số  $y = f\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right)$  có 6 điểm cực trị là

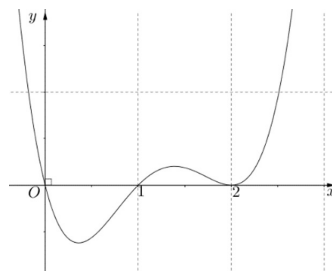
(A)  $\left[-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right] \setminus \left\{0; \frac{15}{13}\right\}$ .

(B)  $\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \setminus \left\{0; \frac{15}{13}\right\}$ .

(C)  $\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \setminus \{0\}$ .

(D)  $\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \setminus \left\{\frac{15}{13}\right\}$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm số bậc 5 và có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới



Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-2022; 2022)$  để hàm số  $y = f(x^2 - 2022x + m)$  có 3 điểm cực trị dương.

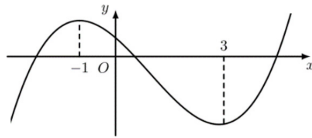
(A) 4023.

(B) 2021.

(C) 2022.

(D) 4020.

**Câu 11.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f((x-1)^2 + m)$  có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của  $S$  là

- (A) 2.                      (B) 4.                      (C) 8.                      (D) 10.

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 4x)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(2x^2 - 12x + m)$  có đúng 5 điểm cực trị?

- (A) 18.                      (B) 17.                      (C) 16.                      (D) 19.

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2 + 4x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-6; 6]$  để hàm số  $y = f(x^3 - 3x^2 + m)$  có đúng 4 điểm cực trị?

- (A) 1.                      (B) 7.                      (C) 5.                      (D) 6..

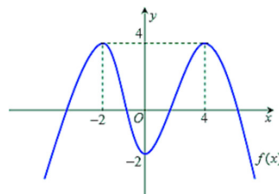
**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , đạo hàm  $f'(x)$  có bảng xét dấu sau:

$x$	$-\infty$		$-4$		$1$		$4$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Có bao nhiêu giá trị nguyên bé hơn 2022 của tham số  $m$  để hàm số  $y = f\left(\left|\frac{x-2}{x+1}\right| - \frac{m}{3}\right)$  có đúng 5 điểm cực trị?

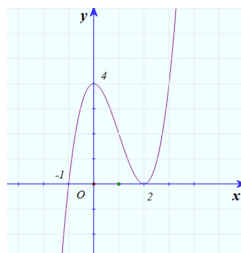
- (A) 2009.                      (B) 2007.                      (C) 2010.                      (D) 2008.

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |4f^2(x) + 8f(x) + m - 2|$  có đúng 15 cực trị?



- (A) 3.                      (B) 2.                      (C) 1.                      (D) 0.

**Câu 16.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số bậc 3 có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(f(x) - m)$  có đúng 8 điểm cực trị?

- (A) 1.                      (B) 11.                      (C) 21.                      (D) 10.

**Câu 17.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số bậc bốn có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$1$		$0$		$1$		$-\infty$

Hàm số  $y = \frac{f(-x^2 + 2x) + 2021}{f(-x^2 + 2x)}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

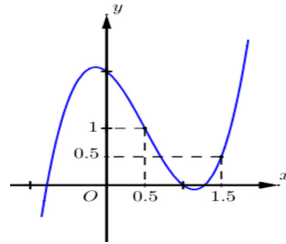
(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số  $g(x) = f\left(\frac{x^2 - 1}{2}\right) - 2 \ln x$  có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 5.

(B) 8.

(C) 6.

(D) 7.

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(x^2 + 2x + m)$  có 3 điểm cực trị?

(A) 5.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.





## Chuyên Đề Oxyz

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. A	4. C	5. A	6. B	7. C	8. B
9. A	10. A	11. A	12. C	13. B	14. B	15. A	16. A
17. D	18. A	19. D	20. A	21. C	22. D	23. D	24. B
25. C	26. D	27. C	28. D	29. B	30. C	31. C	32. D
33. C	34. A	35. B	36. A	37. D	38. A	39. A	40. A
41. D	42. A	43. D	44. B	45. B	46. A	47. D	48. A
49. D	50. B	51. C	52. C	53. D	54. D	55. C	56. A
57. A	58. B	59. A	60. D	61. C	62. C	63. C	64. B
65. B	66. D	67. D	68. B	69. D	70. C	71. D	72. D
73. C	74. D	75. C	76. D	77. D	78. A	79. C	80. C
81. B	82. A	83. A	84. D	85. B	86. B	87. C	88. C
89. C	90. C	91. D	92. C	93. C	94. C	95. D	96. B
97. B	98. A	99. C	100. D	101. A	102. A	103. A	104. B
105. C	106. D	107. D	108. A	109. C	110. C	111. A	112. B
113. C	114. B	115. A	116. C	117. D	118. B	119. C	120. D
121. A	122. C	123. A	124. A	125. C	126. B	127. C	128. B
129. D	130. B	131. B	132. D	133. B	134. C	135. B	136. C
137. A	138. C	139. A	140. D	141. A	142. A	143. A	144. D
145. D	146. D	147. B	148. B	149. D	150. C	151. D	152. B
153. C	154. D	155. C	156. D	157. A	158. B	159. C	160. A
161. B	162. A	163. D	164. D	165. A	166. C	167. A	168. B
169. D	170. B	171. C	172. C	173. A	174. C	175. A	176. B
177. B	178. D	179. A	180. A	181. A	182. D	183. C	184. D
185. D	186. C	187. C	188. A	189. A	190. C	191. D	192. D
193. C	194. A	195. D	196. A	197. A	198. D	199. D	200. C
201. C	202. C	203. D	204. D	205. A	206. C	207. D	208. B
209. D	210. D	211. C	212. A	213. C	214. C	215. D	216. C
217. A	218. C	219. B	220. A	221. B	222. A	223. B	224. C
225. A	226. B	227. D	228. A	229. A	230. B	231. B	232. A
233. D	234. A	235. C	236. B	237. D	238. B	239. C	240. B
241. A	242. B	243. A	244. A	245. C	246. A	247. A	248. A
249. C	250. B	251. C	252. D	253. A	254. D	255. D	256. A
257. B	258. B	259. A	260. C	261. C	262. C	263. B	264. B
265. D	266. B	267. C	268. D	269. C	270. C	271. D	272. B
273. D	274. C	275. B	276. D	277. A	278. C	279. C	280. A
281. B	282. B	283. C	284. B	285. A	286. B	287. C	288. B
289. B	290. B	291. A	292. A	293. B	294. D	295. D	296. B
297. C	298. B	299. C	300. A	301. D	302. D	303. B	304. A
305. A	306. D	307. C	308. B	309. D	310. B	311. A	312. D
313. A	314. A	315. D	316. B	317. A	318. C	319. B	320. B
321. A	322. D	323. A	324. C	325. A	326. C	327. A	328. D
329. D							

## Nguyên Hàm - Tích Phân

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. A	4. B	5. B	6. C	7. D	8. C
9. C	10. B	11. A	12. B	13. C	14. D	15. B	16. A
17. D	18. A	19. B	20. C	21. B	22. B	23. B	24. C
25. C	26. C	27. B	28. D	29. B	30. A	31. A	32. B
33. B	34. C	35. B	36. D	37. C	38. D	39. D	40. B
41. A	42. D	43. B	44. A	45. C	46. B	47. B	48. A
49. A	50. B	51. B	52. B	53. A	54. D	55. A	56. B
57. C	58. B	59. A	60. B	61. A	62. B	63. C	64. C
65. D	66. A	67. A	68. C	69. A	70. D	71. B	72. D
73. A	74. C	75. A	76. C	77. A	78. C	79. B	80. C
81. A	82. A	83. C	84. C	85. A	86. A	87. A	88. B
89. C	90. C	91. A	92. A	93. A	94. B	95. A	96. A
97. B	98. C	99. B	100. D	101. C	102. D	103. D	104. B
105. D	106. B	107. A	108. A	109. D	110. D	111. C	112. D
113. C	114. B	115. D	116. A	117. B	118. C	119. C	120. C
121. D	122. A	123. B	124. C	125. B	126. D	127. C	128. A
129. C	130. A	131. C	132. D	133. D	134. A	135. C	136. A
137. D	138. C	139. B	140. B	141. C	142. C	143. C	144. B
145. D	146. C	147. D	148. C	149. D	150. D	151. B	152. C
153. D	154. C	155. B	156. B	157. B	158. D	159. A	160. C
161. A	162. B	163. A	164. D	165. C	166. A	167. C	168. C
169. C	170. A	171. C	172. A	173. C	174. A	175. B	176. B
177. A	178. C	179. C	180. A	181. B	182. C	183. D	184. C
185. C	186. D	187. B	188. C	189. A	190. C	191. B	192. C
193. C	194. D	195. B	196. B	197. A	198. D	199. B	

## Số Phức

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. B	5. A	6. A	7. C	8. A
9. B	10. B	11. D	12. B	13. B	14. A	15. B	16. B
17. B	18. D	19. A	20. C	21. A	22. A	23. D	24. D
25. D	26. C	27. A	28. A	29. D	30. C	31. B	32. D
33. B	34. D	35. D	36. A	37. C	38. B	39. D	40. B
41. C	42. A	43. A	44. B	45. B	46. C	47. C	48. A
49. D	50. C	51. D	52. D	53. B	54. B	55. B	56. D
57. D	58. A	59. A	60. D	61. C	62. D	63. C	64. B
65. B	66. B	67. B	68. B	69. B	70. D	71. D	72. C
73. D	74. C	75. B	76. C	77. B	78. A	79. C	80. C
81. D	82. B	83. B	84. D	86. B	87. C	88. B	89. D
90. C	91. C	92. D	93. B	94. A			

## Cấp Số Cộng - Cấp Số Nhân

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. A	5. A	6. B	7. B	8. D
9. C	10. C	11. B	12. D	13. B	14. C	15. D	16. B
17. A	18. A	19. D	20. C	21. A	22. B	23. B	24. A
25. D	26. B	27. C	28. A	29. C	30. B	31. A	32. B
33. B	34. C	35. A	36. B	37. C			

## Hình Học Cổ Điển

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. B	5. A	6. B	7. A	8. D	9. C
10. C	11. D	12. A	13. B	14. A	15. A	16. D	17. D
18. C	19. A	20. A	21. B	22. C	23. B	24. C	25. A
26. B	27. D	28. B	29. A	30. C	31. D	32. B	33. A
34. B	35. B	36. C	37. C	38. A	39. D	40. B	41. D
42. C	43. A	44. A	45. C	46. B	47. D	48. D	49. C
50. B	51. D	52. B	53. A	54. A	55. A	56. D	57. A
58. C	59. B	60. B	61. D	62. B	63. D	64. D	65. A
66. B	67. C	68. C	69. B	70. A	71. C	72. B	73. A
74. A	75. B	76. D	77. C	78. B	79. D	80. D	81. D
82. A	83. D	84. D	85. B	86. B	87. D	88. B	89. B
90. B	92. D	93. B	94. C	95. A	96. A	97. B	98. D
99. B	100. B	101. D	102. D	103. A	104. B	105. A	106. A
107. B	108. B	109. D					

## Hoán Vị - Chính Hợp - Tổ Hợp - Xác Suất

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. D	4. C	5. C	6. C	7. B	8. B
9. C	10. C	11. C	12. D	13. A	14. A	15. D	16. D
17. D	18. C	19. A	20. D	21. B	22. B	23. A	24. C
25. D	26. C	27. B	28. A	29. C	30. D	31. B	32. C
33. B	34. D	35. C	36. D	37. D	38. B	39. A	40. D
41. A	42. A	43. C	44. B	45. A	46. C	47. D	48. B
49. B	50. B	51. A	52. B	53. B	54. D	55. C	56. C
57. A	58. D	59. B	60. C	61. A	62. A	63. D	64. B
65. B	66. A	67. B	68. B	69. A	70. A	71. C	72. A
73. A	74. A	75. B	78. C	80. B	81. B	83. B	84. A
85. A	86. A						

## Hàm Số

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. D	5. B	6. D	7. D	8. B
9. D	10. B	11. D	12. C	13. C	14. B	15. C	16. A
17. C	18. C	19. A	20. D	21. D	22. D	23. B	24. B
25. D	26. D	27. D	28. A	29. B	30. B	31. D	32. B
33. C	34. C	35. B	36. B	37. A	38. B	39. D	40. D
41. D	42. B	43. C	44. C	45. C	46. B	47. D	48. C
49. C	50. C	51. A	52. C	53. B	54. A	55. C	56. A
57. A	58. A	59. D	60. A	61. B	62. D	63. B	64. A
65. A	66. D	67. C	68. A	69. D	70. D	71. B	72. A
73. A	74. A	75. C	76. A	77. C	78. B	79. D	80. D
81. D	82. C	83. D	84. B	85. D	86. B	87. D	88. C
89. B	90. B	91. D	92. C	93. A	94. C	95. D	96. D
97. C	98. B	99. A	100. B	101. D	102. A	103. C	104. C
105. D	106. D	107. A	108. A	109. B	110. A	111. A	112. B
113. D	114. B	115. D	116. A	117. A	118. C	119. A	120. A
121. C	122. C	123. B	124. A	125. B	126. B	127. B	128. C
129. B	130. D	131. B	132. B	133. B	134. C	135. B	136. D
137. D	138. D	140. C	141. C	142. C	143. A	145. B	147. B
148. C	149. A	150. B	151. D	152. B	153. C	154. C	155. B
156. A	157. D	158. C	159. B	160. C	161. A	162. D	163. B
164. D	165. C	166. B	167. C	168. A	169. D	170. A	171. A
172. A	173. C	174. A	175. A	176. D	177. D	178. B	179. C
180. D							

## Lũy Thừa - Mũ - Logarit

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. A	4. B	5. B	6. B	7. A	8. D
9. A	10. B	11. C	12. D	13. B	14. B	15. C	16. C
17. D	18. B	19. B	20. D	21. C	22. C	23. C	24. D
25. B	26. B	27. B	28. D	29. B	30. B	31. D	32. A
33. B	34. D	35. C	36. A	37. B	38. B	39. C	40. B
41. C	42. B	43. A	44. B	45. D	46. B	47. D	48. D
49. C	50. B	51. B	52. C	53. A	54. A	55. B	56. B
57. C	58. B	59. B	60. A	61. A	62. C	63. D	64. D
65. C	66. B	67. A	68. D	69. B	70. C	71. A	72. B
73. C	74. C	75. B	76. B	77. C	78. C	79. B	80. B
81. A	82. B	83. C	84. D	85. A	86. D	87. B	88. A
89. B	90. C	91. D	92. D	93. B	94. A	95. A	96. C

97. A	98. D	99. C	100. B	101. B	102. A	103. D	104. A
105. B	106. D	107. A	108. C	109. A	110. B	111. B	112. B
113. A	114. D	115. B	116. D	117. B	118. B	119. C	120. D
121. D	122. A	123. B	124. D	125. A	126. A	127. C	128. D
129. D	130. A	131. A	132. B	133. C	134. A	135. A	136. B
137. A	138. A	139. D	140. D	141. D	142. C	143. C	144. B
145. D	146. C	147. D	148. A	149. A	150. B	151. A	152. C
153. B	154. A	155. C	156. B	157. D	158. A	159. A	160. B
161. B	162. B	163. C	164. A	165. C	166. B	167. A	168. B
169. A	170. B	171. C	172. B	173. C	174. C	175. B	176. C
177. D	178. B	179. A	180. C	181. A	182. B	183. D	184. B
185. B	186. A	187. C	188. B	189. A	190. D	191. A	192. D
193. C	194. A	195. B	196. D	197. B	198. C	199. C	200. C
201. C	202. A	203. C	204. B	205. C	206. D	207. C	208. B
209. C	210. D	211. B	212. A	213. D	214. B	215. C	216. B
217. D	218. B	219. A	220. A	221. B	222. B	223. B	224. A
225. C	226. C	227. C	228. C	229. A	230. A	231. A	232. A
233. B	234. B	235. C	236. B	237. B	238. A	239. B	240. C
241. A	242. B	243. C	244. C	245. B	246. A	247. D	248. C
249. A	250. C						

## Thế Tích Khối Đa Diện

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. C	4. A	5. B	6. D	7. B	8. A
9. B	10. D	11. A	12. C	13. B	14. B	15. D	16. A
17. D	18. C	19. C	20. B	21. D	22. C	23. B	24. C
25. B	26. A	27. D	28. D	29. D	30. D	31. D	32. B
33. D	34. B	35. B	36. B	37. C	38. B	39. A	40. C
41. B	42. B	43. B	44. D	45. D	46. A	47. B	48. C
49. B	50. A	51. B	52. C	53. A	54. C	55. D	56. B
57. C	58. A	59. C	60. A	61. A	62. A	63. A	64. C
65. D	66. B	67. B	68. A	69. A	70. A	71. A	72. D
73. D	74. A	75. C	76. C	77. B	78. D	79. A	80. D
81. C							

## Nón Trụ Cầu

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. A	4. B	5. B	6. A	7. A	8. A
9. A	10. A	11. B	12. A	13. D	14. A	15. B	16. A
17. D	18. D	19. C	20. A	21. D	22. A	23. D	24. D

25. D	26. B	27. A	28. A	29. A	30. D	31. C	32. C
33. A	34. D	35. D	36. C	37. B	38. B	39. A	40. B
41. C	42. C	43. D	44. C	45. B	46. D	47. D	48. B
49. B	50. B	51. A	52. A	53. C	54. D	55. A	56. C
57. D	58. A	59. D	60. C	61. D	62. A	63. A	64. A
65. D	66. B	67. A	68. C	69. C	70. D	71. C	72. B
73. C	74. B	75. B	76. A	77. B	78. B	79. B	80. C
81. B	82. A	83. A	84. C	85. B	86. B	87. D	

### Phát Triển Câu 39

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. A	5. D	6. D	7. D	8. D
9. A	10. B	11. D	12. B	13. D	14. B	15. D	16. C
17. D	18. A	19. C	20. D	21. A	22. D	23. A	24. B
25. D	26. D	27. D	28. C	29. D	30. A	31. C	32. D
33. A	34. D	35. C					

### Phát Triển Câu 40

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. B	5. A	6. D	7. B	8. C
9. C	10. B	11. D	12. D	13. D	14. B	15. D	16. C
17. B	18. D	19. C	20. B	21. C	22. D	23. A	24. B
25. D	26. A	27. A	28. D	29. A	30. A	31. B	32. D
33. B	34. D						

### Phát Triển Câu 41

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. A	4. A	5. A	6. B	7. C	8. B
9. C	10. A	11. D	12. A	13. B	14. C	16. A	17. A
20. A	21. D	22. C	23. D	24. B	25. B	26. B	27. B

### Phát Triển Câu 42

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. D	5. A	6. C	7. A	8. D
9. C	10. D	11. D	12. C	13. C	14. C	15. A	16. C
17. A	18. C	19. A	20. A	21. B	22. D	23. D	24. D
25. D	26. A	27. A	28. A	29. D	30. D	31. A	32. C
33. D	34. A	35. C	36. D	37. D	38. A	39. A	40. B
41. D	42. A	43. D	44. D	45. C	46. B	47. D	48. D
49. C	50. D	51. C					

### Phát Triển Câu 43

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. D	4. D	5. B	6. D	7. C	8. A
9. D	10. B	11. D	12. B	13. C	14. C	15. A	16. D
17. C	18. A	19. C	20. B	21. A	22. C	23. D	24. D
25. C	26. C	27. C	28. C	29. C	30. C	31. D	32. A

### Phát Triển Câu 44

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. A	4. A	5. D	6. B	7. B	8. B
9. D	10. D	11. B	12. A	13. C	14. B	15. A	16. D
17. A	18. B	19. C	20. C	21. B	22. B	23. A	24. B
25. A	26. D	27. B	28. C	29. D			

### Phát Triển Câu 45

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. A	4. C	5. A	6. C	7. A	8. D
9. B	10. A	11. D	12. A	13. C	14. A	15. C	16. D
17. D	18. D	19. B	20. A	21. B	22. D	23. A	24. C

### Phát Triển Câu 46

#### BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. B	4. C	5. C	6. C	7. A	8. B
9. A	10. A	11. A	12. C	13. B	14. A	17. D	18. A
19. D	20. B	21. A	22. C	23. A	24. A	25. B	26. A
27. D	28. B	29. A	30. D	31. C	32. B	33. D	34. B
35. C							

## Phát Triển Câu 47

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. C	4. D	5. B	6. A	7. A	8. C
9. D	10. D	11. D	12. D	13. D	14. A	15. D	16. A
17. A	18. C	19. D	20. A	21. C	22. C	23. A	24. B
25. C	26. A	27. D	28. A	29. A	30. C	31. B	32. D
33. B	34. C						

## Phát Triển Câu 48

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. A	5. D	6. C	7. A	8. C
9. D	10. A	11. C	12. A	13. B	14. A	15. D	16. D
17. B	18. D	19. A	20. B	21. D	22. A	23. A	24. B
25. A	26. B	27. C	29. D	30. B	31. A		

## Phát Triển Câu 49

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. C	4. A	5. D	6. B	7. D	8. B
9. D	10. D	11. B	12. D	13. D	14. D	15. D	16. B
17. A	18. D	19. B	20. C	21. D	22. D	23. B	24. B
25. A	26. D	27. D	28. C	29. B	30. A	31. B	32. B
33. D	34. A	35. B	36. D	37. C	38. D	39. D	

## Phát Triển Câu 50

### BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. A	5. B	6. B	7. D	8. A
9. B	10. B	11. A	12. B	13. B	14. D	15. A	16. A
17. A	18. C	19. B					