

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH - QUẢNG BÌNH

Nguyễn Hoàng Việt
Giáo viên chuyên luyện thi Quốc Gia

Tổng ôn

50

DẠNG JOAN

TOÁN

Cuốn sách này của:.....

Lớp:..... Trường:.....

Quảng Bình, ngày 13-02-2022

2022

LƯU HÀNH NỘI BỘ

Mục lục

Bài 1. PHÉP ĐỀM	1
Bài 2. CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN	8
Bài 3. SỬ DỤNG CÁC CÔNG THỨC LIÊN QUAN ĐẾN HÌNH NÓN	14
Bài 4. XÉT SỰ ĐƠN ĐIỀU DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN	23
Bài 5. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỀU	31
Bài 6. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH -BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT	40
Bài 7. SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN	50
Bài 8. CỰC TRỊ HÀM SỐ	61
Bài 9. KHẢO SÁT HÀM SỐ - NHẬN DẠNG HÀM SỐ, ĐỒ THỊ	70
Bài 10. SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA LOGARIT	82
Bài 11. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG CÁCH SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA NGUYÊN HÀM	89
Bài 12. KHÁI NIỆM SỐ PHỨC	97
Bài 13. BÀI TOÁN TÌM HÌNH CHIẾU CỦA ĐIỂM TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ	104
Bài 14. XÁC ĐỊNH TÂM, BÁN KÍNH, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA MẶT CẦU	115
Bài 15. XÁC ĐỊNH VECTO PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG	124
Bài 16. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	131
Bài 17. XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG, HAI MẶT PHẪNG	141
Bài 18. ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN	156
Bài 19. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT- GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN	167
Bài 20. BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC LÔGARIT	176
Bài 21. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT	185
Bài 22. Khối trụ	192

Bài 23. LIÊN QUAN GIAO ĐIỂM TỪ HAI ĐỒ THỊ	203
Bài 24. NGUYÊN HÀM CƠ BẢN	217
Bài 25. TOÁN THỰC TẾ SỬ DỤNG HÀM MŨ VÀ LÔGARIT	226
Bài 26. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG	236
Bài 27. TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ	251
Bài 28. TÍNH CHẤT ĐỒ THỊ - HÀM SỐ - ĐẠO HÀM	260
Bài 29. Ứng dụng tích phân	271
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	271
Bài 30. CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC	285
Bài 31. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC	292
Bài 32. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian	299
Bài 33. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	305
Bài 34. Phương trình mặt phẳng liên quan đến đường thẳng	312
Bài 35. Tìm véc-tơ chỉ phương của đường thẳng	322
Bài 36. Tính xác suất của biến cố bằng định nghĩa	331
Bài 37. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau	349
(A) SỬ DỤNG PP TỌA ĐỘ ĐỂ TÍNH KHOẢNG CÁCH.....	370
Bài 38. Tích phân cơ bản (a), kết hợp (b)	371
Bài 39. Tìm tham số để hàm số bậc 1 trên bậc 1 đơn điệu	395
Bài 40. KHỐI NÓN	416
Bài 41. Lôgarit	435
Bài 42. Max, min của hàm trị tuyệt đối có chứa tham số	454
Bài 43. Phương trình logarit có chứa tham số	474
Bài 44. Nguyên hàm từng phần	494
Bài 45. Liên quan đến giao điểm của hai đồ thị.	513
Bài 46. Tìm cực trị của hàm số hợp $f(u(x))$ khi biết đồ thị hàm số	545
Bài 47. Ứng dụng phương pháp hàm số giải phương trình mũ và logarit	576
Bài 48. Tích phân liên quan đến phương trình hàm ẩn	602
Bài 49. Tính thể tích khối chóp biết góc giữa hai mặt phẳng	627
Bài 50. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ LIÊN KẾT	652

Bài 1

PHÉP ĐẾM

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Quy tắc đếm cơ bản

- Quy tắc cộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.
 Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.
- Quy tắc nhân:** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.
 Dạng toán tìm số các số tạo thành: Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc\dots}$, tùy theo yêu cầu bài toán: Nếu số lẻ thì số tận cùng là số lẻ. Nếu số chẵn thì số tận cùng là số chẵn.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Từ một nhóm học sinh 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A 14.

B 48.

C 6.

D 8.

Phân tích hướng dẫn giải

- DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán quy tắc đếm, cụ thể là quy tắc cộng.
- HƯỚNG GIẢI:**
 B1: Số cách chọn 1 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ có 8 cách.
 B2: Số cách chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có 6 cách.
 B3: Số cách chọn ra một học sinh là $8 + 6 = 14$.

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

Câu 1. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A 1.

B 3.

C 6.

D 9.

Lời giải.

.....
.....
.....

⇨ **Câu 2.** Lớp 12A có 43 học sinh, lớp 12B có 30 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ lớp 12A và 12B. Hỏi có bao nhiêu cách

A 43.

B 30.

C 73.

D 1290.

💬 **Lời giải.**

.....
.....

⇨ **Câu 3.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 1 chữ số?

A 5.

B 3.

C 1.

D 4.

💬 **Lời giải.**

.....
-------	-------

⇨ **Câu 4.** Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách

A 16.

B 2.

C 64.

D 3.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

⇨ **Câu 5.** Bạn cần mua một cây bút để viết bài. Bút mực có 8 loại khác nhau, bút chì có 8 loại khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách

A 16.

B 2.

C 64.

D 3.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

⇨ **Câu 6.** Từ thành phố A có 10 con đường đến thành phố B, từ thành phố B có 7 con đường đến thành phố C. Từ A đến C phải qua B, hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến C?

A 10.

B 7.

C 17.

D 70.

💬 **Lời giải.**

.....
-------	-------

.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Từ thành phố A có 10 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố C, từ thành phố B đến thành phố D có 6 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 11 con đường và không có con đường nào nối B với C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố D.

A 156.

B 159.

C 162.

D 176.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 8.** Trong một giải đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra?

A 120.

B 39.

C 380.

D 190.

💬 **Lời giải.**

.....
.....

❖ **Câu 9.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả trong 5 loại, 1 loại nước uống trong 3 loại. Hỏi có bao nhiêu cách lập thực đơn?

A 73.

B 75.

C 85.

D 95.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 10.** Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{e, f, g\}$. Kết quả của $n(A \cup B)$ là

A 7.

B 5.

C 8.

D 9.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 11.** Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{c, d, e\}$. Kết quả của $n(A \cup B)$ là

A 7.

B 5.

C 8.

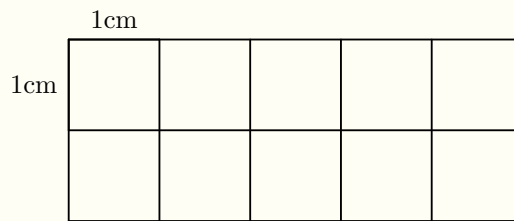
D 9.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 12.** Có bao nhiêu hình vuông trong hình dưới đây?



A 14.

B 12.

C 10.

D 5.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 13.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?

A 42.

B 54.

C 62.

D 36.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ và nối chúng lại, hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng cắt hai trục tọa độ, biết đoạn thẳng nối 2 điểm bất kỳ không qua O .

A 91.

B 42.

C 29.

D 23.

Lời giải.

Câu 15. Cho tập hợp số $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể lập thành bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A 114.

B 144.

C 146.

D 148.

Lời giải.

Câu 16. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau?

A 24.

B 9.

C 64.

D 4.

Lời giải.

--	--

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 17.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số chia hết cho 5?

A 180.

B 120.

C 360.

D 216.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 18.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau.

A 180.

B 480.

C 360.

D 120.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 19.** Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 5.

A 660.

B 420.

C 679.

D 523.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 2

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. CẤP SỐ CỘNG

Định nghĩa: Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai d , ta có: $u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng tổng quát:

Định lý 1: Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 + (n - 1)d$ với $n \geq 2$.

Tính chất:

Định lý 2: Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$.

Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng:

Định lý 3: Cho cấp số cộng (u_n) . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{n(2u_1 + (n - 1)d)}{2}$$

2. CẤP SỐ NHÂN

Định nghĩa: Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q , ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng tổng quát:

Định lý 1: Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$.

Tính chất:

Định lý 2: Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là tích của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ với $k \geq 2$.

Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân:

Định lý 3: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó:

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Cấp số nhân lùi vô hạn là cấp số nhân vô hạn có công bội q sao cho $|q| < 1$.

Công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn:

Cho (u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q . Khi đó tổng của cấp số nhân lùi vô hạn được tính theo công thức

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1 - q}$$

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

[ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 3.

(B) -4.

(C) 4.

(D) $\frac{1}{3}$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán tìm các yếu tố của cấp số cộng và cấp số nhân.
2. HƯỚNG GIẢI:
B1: Dựa vào định nghĩa cấp số nhân để tìm công bội.

BÀI GIẢI

.....

.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

- ⇨ **Câu 1.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
- A -4. B 4. C -2. D 2.

🗨️ Lời giải.

.....

- ⇨ **Câu 2.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?
- A 1; 2; 3; 4; 5. B 1; 2; 4; 8; 16. C 1; 3; 9; 27; 81. D 1; -2; 4; -8; 16.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

- ⇨ **Câu 3.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 1$. Khi đó u_3 bằng
- A 3. B 1. C 4. D 2.

🗨️ Lời giải.

.....

- ⇨ **Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng
- A $u_1 = 2$. B $u_1 = 3$. C $u_1 = -3$. D $u_1 = -2$.

🗨️ Lời giải.

.....

- ⇨ **Câu 5.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 5$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_{81} bằng
- A 242. B 239. C 245. D 248.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

↻ **Câu 6.** Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Hỏi số 34 là số hạng thứ mấy?

- A 12. B 9. C 11. D 10.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↻ **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -21$ và công sai $d = 3$. Tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A $S_{16} = 24$. B $S_{16} = -24$. C $S_{16} = 26$. D $S_{16} = -25$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↻ **Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) : 2, a, 6, b. Khi đó tích $a.b$ bằng

- A 22. B 40. C 12. D 32.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↻ **Câu 9.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$. Khi đó số hạng đầu u_1 và công sai d bằng

- A $u_1 = 3, d = 5$. B $u_1 = 4, d = 5$. C $u_1 = 3, d = 4$. D $u_1 = 4, d = 3$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↻ **Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) với $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Với S_n là tổng n số đầu tiên của nó. Khi đó số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó là

- A $u_n = 5 + 4n$. B $u_n = 2 + 3n$. C $u_n = 4 + 5n$. D $u_n = 3 + 2n$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....

❖ **Câu 11.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng
 A $u_2 = 1.$ B $u_2 = -6.$ C $u_2 = 6.$ D $u_2 = -18.$

🗨️ **Lời giải.**

.....
-------	-------

❖ **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng
 A $\frac{27}{16}.$ B $-\frac{16}{27}.$ C $-\frac{27}{16}.$ D $\frac{16}{27}.$

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....

❖ **Câu 13.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_4 = 1$; $q = 3$. Tìm u_1 ?
 A $u_1 = \frac{1}{9}.$ B $u_1 = 9.$ C $u_1 = 27.$ D $u_1 = \frac{1}{27}.$

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....

❖ **Câu 14.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
 A $q = \pm 2.$ B $q = \pm \frac{1}{2}.$ C $q = \pm 4.$ D $q = \pm 1.$

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 15.** Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng
 A $S_8 = 381.$ B $S_8 = 189.$ C $S_8 = 765.$ D $S_8 = 1533.$

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A 1; 2; 3; 4; 5.

B 1; 2; 4; 8; 16.

C 1; 3; 9; 27; 81.

D 1; -2; 4; -8; 16.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 17.** Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A 11.

B 9.

C 8.

D 10.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 18.** Tổng vô hạn $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng

A 2.

B $2^n - 1$.

C 1.

D 4.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Viết thêm một số vào giữa hai số 5 và 20 để được một cấp số nhân. Số đó là

A ± 9 .

B ± 10 .

C ± 13 .

D ± 14 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát nào dưới đây là một cấp số nhân

A $u_n = 3^{n^2}$.

B $u_n = 3n + 1$.

C $u_n = 3^n$.

D $u_n = \frac{1}{n}$.

💬 **Lời giải.**

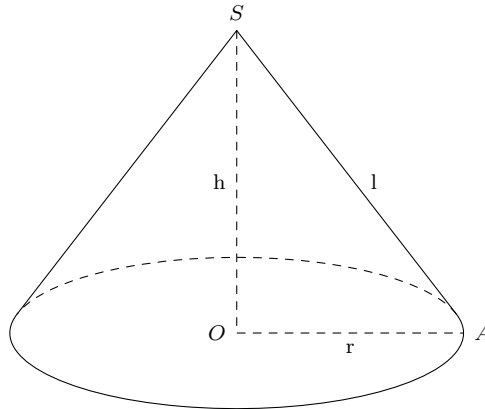
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Bài 3

SỬ DỤNG CÁC CÔNG THỨC LIÊN QUAN ĐẾN HÌNH NÓN

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ



Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l$.

Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón: $S = S_{xq} + S_{day} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$.

Công thức tính thể tích của khối nón: $V_{nón} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Áp dụng Pitago và các hệ thức lượng giác trong tam giác vuông SOA : $l^2 = h^2 + r^2$; $\cos \widehat{ASO} = \frac{h}{l}$; $\sin \widehat{ASO} = \frac{r}{l}$; $\tan \widehat{ASO} = \frac{r}{h}$.

Định lý hàm số sin trong tam giác: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$. (R : bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác).

Định lý Talet trong tam giác:

$$MN \parallel BC, M \in AB, N \in AC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}.$$

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

- A $4\pi r l$.
 B $2\pi r l$.
 C $\pi r l$.
 D $\frac{1}{3} \pi r l$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán nhắc lại công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r .

2. HƯỚNG GIẢI: Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón.

BÀI GIẢI

3. Bài tập tương tự và phát triển

❖ **Câu 1.** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$ cm và bán kính $r = 3$ cm bằng

- A 8π (cm²).
- B 15 (cm²).
- C 4π (cm²).
- D 15π (cm²).

Lời giải.

❖ **Câu 2.** Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 40π cm² và bán kính đáy $r = 5$ cm thì có độ dài đường sinh bằng

- A 8π (cm).
- B 8 (cm).
- C 4π (cm).
- D 4 (cm).

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 60 cm² và độ dài đường sinh $l = 5$ cm thì có bán kính đáy gần nhất với số nào sau đây:

- A 4 (cm).
- B $3,7$ (cm).
- C $3,9$ (cm).
- D $3,8$ (cm).

Lời giải.

❖ **Câu 4.** Một khối nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 5$ cm và bán kính đáy $r = 4$ cm. Tính thể tích V của khối nón.

- A 20π cm³.
- B 100 cm³.
- C 16π cm³.
- D 90π cm³.

Lời giải.

❖ **Câu 5.** Một khối nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 8$ cm và chiều cao $h = 6$ cm. Tính thể tích V của khối nón.

- A $V = 56\pi$ cm³.
- B $V = 48\pi$ cm³.
- C $V = 64\pi$ cm³.
- D $V = 90\pi$ cm³.

Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



❖ **Câu 6.** Một khối nón tròn xoay có thể tích V bằng 50π và chiều cao $h = 6$. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

A $5\pi(\sqrt{61} - 5)$.

B $5\pi(\sqrt{61} + 5)$.

C $\pi(\sqrt{61} + 25)$.

D $\pi(\sqrt{61} + 5)$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Một khối nón tròn xoay có thể tích V bằng $100\pi\text{cm}^3$ và bán kính đáy $r = 5\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A $144\pi(\text{cm}^2)$.

B $90\pi(\text{cm}^2)$.

C $64\pi(\text{cm}^2)$.

D $65\pi(\text{cm}^2)$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....

❖ **Câu 8.** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối nón là

A $\frac{6\sqrt{11}}{5}\pi$.

B $\frac{25\sqrt{11}}{3}\pi$.

C $\frac{4\sqrt{11}}{3}\pi$.

D $\frac{5\sqrt{11}}{3}\pi$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....

❖ **Câu 9.** Một khối nón tròn xoay có thể tích V bằng $12\pi\text{cm}^3$ và diện tích xung quanh bằng $15\pi\text{cm}^2$. Biết bán kính đáy là một số nguyên. Tính diện tích đáy nón.

A $10\pi(\text{cm}^2)$.

B $9\pi(\text{cm}^2)$.

C $45\pi(\text{cm}^2)$.

D $25\pi(\text{cm}^2)$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 10.** Cho tam giác AOB vuông tại O , $\widehat{OAB} = 30^\circ$ và có cạnh $AB = a$. Quay tam giác AOB xung quanh cạnh OA ta được một hình nón tròn xoay. Tính diện tích toàn phần của hình nón này.

A πa^2 .

B $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}$.

C $\frac{3\pi a^2}{4}$.

D $\frac{\pi a^2}{4}$.

💬 **Lời giải.**

--	--

❖ **Câu 11.** Cho tam giác AOB vuông tại O , $OA = 4a$, $OB = 3a$. Quay tam giác AOB xung quanh cạnh AB ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích của khối tròn xoay này.

A $9,6\pi a^3$.

B $10\pi a^3$.

C $8,4\pi a^3$.

D $4\pi a^3$.

💬 **Lời giải.**

--	--

❖ **Câu 12.** Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì $\triangle BHC$ tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

A $S_{xq} = \frac{\pi R^2 (3 + 2\sqrt{3})}{2}$.

B $S_{xq} = \frac{\pi R^2 (3 + \sqrt{3})}{4}$.

C $S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)}{4}$.

D Đáp án khác.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 15.** Cho hình nón có đỉnh O , tâm đáy là H , bán kính đáy là a , góc tạo bởi một đường sinh OM và đáy là 60° . Tìm kết luận **sai**:

A $l = 2a$.
 B $S_{xq} = 2\pi a^2$.
 C $S_{tp} = 4\pi a^2$.
 D $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 16.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a ; Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.
 B $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
 C $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.
 D $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



⇨ **Câu 17.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a , cạnh bên là $2a$. Một hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Tìm kết luận đúng:

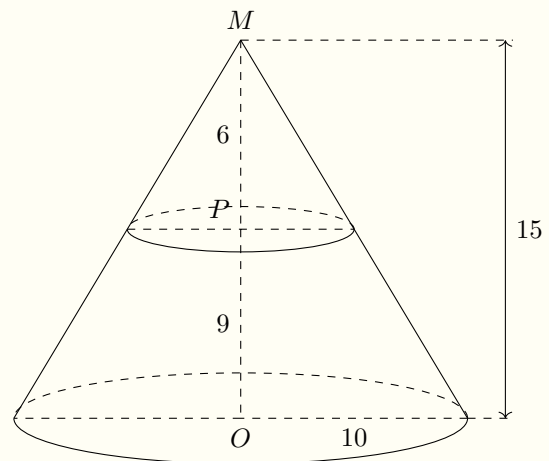
- A $R = a\sqrt{3}$.
 B $h = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.
 C $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$.
 D $V = \frac{\pi a^3}{9}$.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 18.**

Cho hình nón có đáy là đường tròn có bán kính bằng 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 bằng

- A 32π .
 B 24π .
 C $\frac{200\pi}{9}$.
 D 96π .



🗨️ Lời giải.

.....

.....

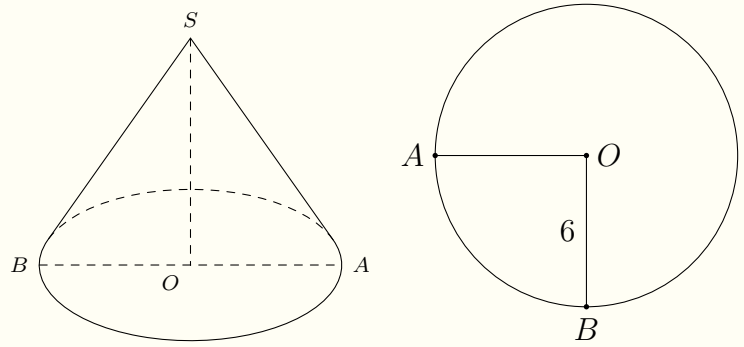
.....

.....

❖ Câu 19.

Cho hình tròn có bán kính là 6. Cắt bỏ hình tròn giữa 2 bán kính OA, OB , rồi ghép 2 bán kính đó lại sao cho thành một hình nón (như hình vẽ). Thể tích khối nón tương ứng đó là

- A $\frac{81\pi\sqrt{7}}{8}$.
- B $\frac{9\pi\sqrt{15}}{8}$.
- C $\frac{81\pi\sqrt{7}}{4}$.
- D Đáp án khác.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

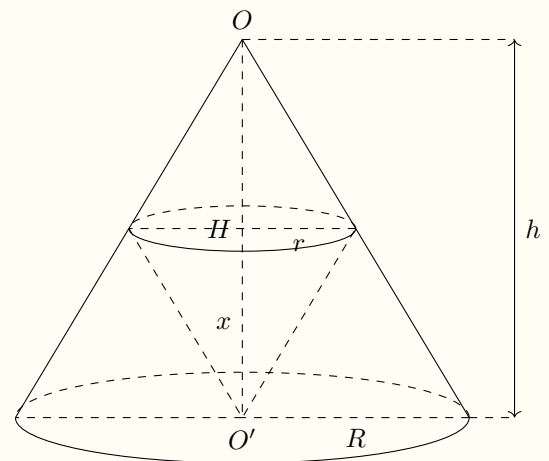
.....

.....

❖ Câu 20.

Cho hình nón đỉnh O , chiều cao là h . Một khối nón có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Chiều cao x của khối nón này là bao nhiêu để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$?

- A $x = \frac{2h}{3}$.
- B $x = \frac{h}{2}$.
- C $x = \frac{h}{3}$.
- D $x = \frac{h\sqrt{3}}{3}$.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 4 XÉT SỰ ĐƠN ĐIỆU DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ (dấu "=" xảy ra tại một số hữu hạn điểm hoặc vô hạn điểm rời rạc trên K) thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ (dấu "=" xảy ra tại một số hữu hạn điểm hoặc vô hạn điểm rời rạc trên K) thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2		1		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A** $(1; +\infty)$. **B** $(-1; 0)$. **C** $(-1; 1)$. **D** $(0; 1)$.

Phân tích hướng dẫn giải

- DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán xét sự đơn điệu của hàm số khi biết bảng biến thiên.
- HƯỚNG GIẢI:** Dựa vào định lý về sự đơn điệu.
 - Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
 - Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

BÀI GIẢI

.....

.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

🔗 **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$		
y'		$+$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$+\infty$		4		$-\infty$

- A** Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(3; +\infty)$.
- B** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.
- C** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- D** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'		-	-	0	+
y	$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$

- A** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A** $(-2; 0)$. **B** $(-3; 1)$. **C** $(0; +\infty)$. **D** $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

.....

.....

🔗 **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		+	0	-
y	$+\infty$		0		$+\infty$
	1		$-\infty$	$-\infty$	1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A** $(-\infty; 0)$.
- B** $(-1; 1)$.
- C** $(-1; 0)$.
- D** $(1; +\infty)$.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
y'	+		0	+
		0	0	-
y	$-\infty$		5	
	$-\infty$			$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề sai?

- i) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$.
- ii) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
- iii) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- iv) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{x - 2}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- C** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Hàm số $y = \frac{2}{3x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A $(-\infty; 0)$.
- B $(-\infty; +\infty)$.
- C $(0; +\infty)$.
- D $(-1; 1)$.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

❖ **Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x^2 + 4 - \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

<p>.....</p>	<p>.....</p>
--------------	--------------

❖ **Câu 11.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x - 2)(x + 5)(x + 1)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A $(2; +\infty)$.
- B $(-2; 0)$.
- C $(0; 1)$.
- D $(-6; -1)$.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

❖ **Câu 12.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3(x - 1)^2(x + 2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

- A $(-\infty; -2); (0; 1)$.
- B $(-2; 0); (1; +\infty)$.
- C $(-\infty; -2); (0; +\infty)$.
- D $(-2; 0)$.

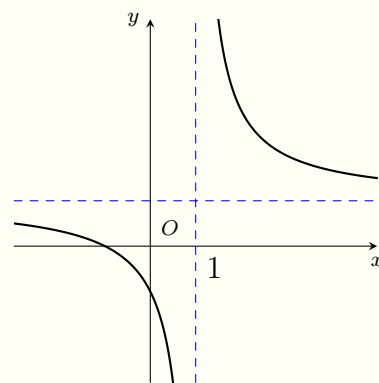
Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ Câu 13.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A $y' < 0, \forall x \neq 1.$ B $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 C $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$ D $y' > 0, \forall x \neq 1.$

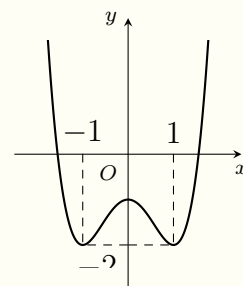


💬 Lời giải.

❖ Câu 14.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A $(0; 1).$ B $(-\infty; 1).$ C $(-1; 1).$ D $(-1; 0).$

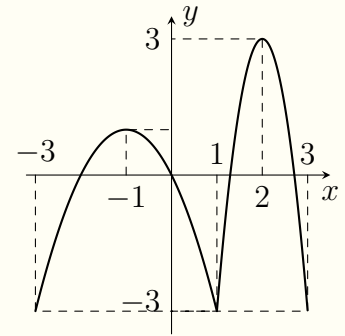


💬 Lời giải.

❖ Câu 15.

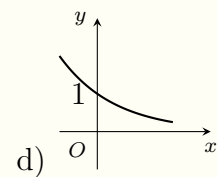
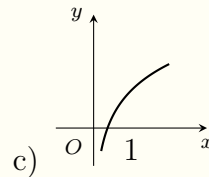
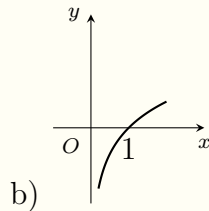
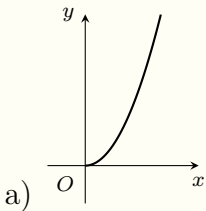
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A (0; 2).
- B (-2; 0).
- C (-3; -1).
- D (2; 3).



🗨️ Lời giải.

❖ Câu 16. Cho bốn hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?



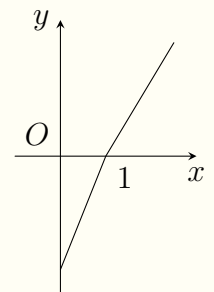
- A 4.
- B 2.
- C 3.
- D 1.

🗨️ Lời giải.

❖ Câu 17.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

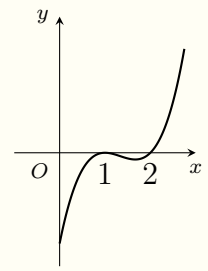
- A Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- B Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- D Hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .



🗨️ Lời giải.

❖ Câu 18.

Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

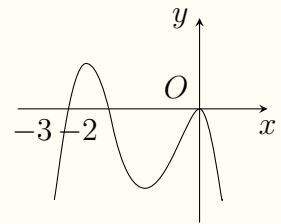


- A** $(2; +\infty)$.
- B** $(1; 2)$.
- C** $(0; 1)$.
- D** $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

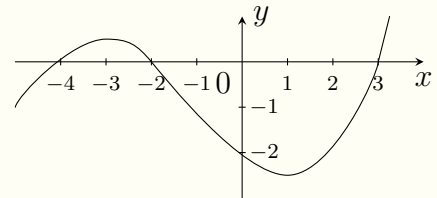


- A** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- B** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- D** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Lời giải.

Câu 20.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Chọn phát biểu đúng khi nói về hàm số $y = f(x)$.



- A** Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- B** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- C** $f(0) > f(3)$.
- D** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 5

THỂ TÍCH KHỐI LẬP PHƯƠNG ĐỀU

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Cho khối lập phương có cạnh bằng a thể tích của khối lập phương là $V = a^3$.

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
 A 216. B 18. C 36. D 72.

Phân tích hướng dẫn giải

- 1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán tính thể tích của khối lập phương.
- 2. HƯỚNG GIẢI: Áp dụng công thức tính thể tích để làm bài toán.

BÀI GIẢI

3. Bài tập tương tự và phát triển

🔗 **Câu 1.** Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
 A $3\sqrt{3}$. B 3. C $\sqrt{3}$. D 6.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

🔗 **Câu 2.** Cho khối lập phương có cạnh bằng a . Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
 A a^3 . B $3a$. C a^2 . D $3a^2$.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

⇨ **Câu 3.** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 2, 3, 5. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A** 30.
- B** 15.
- C** 10.
- D** 60.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 4.** Cho khối lập phương có đường chéo của mặt bên bằng $5\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A** 125.
- B** $250\sqrt{2}$.
- C** $\frac{125}{3}$.
- D** $125\sqrt{2}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 5.** Cho khối lập phương có đường chéo bằng $3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A** 27.
- B** $81\sqrt{3}$.
- C** 9.
- D** $27\sqrt{3}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✦ **Câu 11.** Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng 54. Thể tích khối lập phương đã cho bằng
 A 9. B 27. C 54. D 81.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✦ **Câu 12.** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = 75$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng
 A 125. B 75. C $\frac{125}{3}$. D 25.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



❖ **Câu 13.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4. Biết đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45° . Thể tích khối hộp đã cho bằng

(A) $48\sqrt{2}$.

(B) 48.

(C) $16\sqrt{2}$.

(D) 16.

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AB = 4$, $AA' = 6$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $24\sqrt{2}$.

(B) $8\sqrt{3}$.

(C) $24\sqrt{3}$.

(D) 64.

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 15.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

(B) $8\sqrt{3}$.

(C) $16\sqrt{3}$.

(D) 64.

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 18.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác. Biết $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AA' = 3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

B $3\sqrt{3}a^3$.

C $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

D $3a^3$.

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 19.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, tam giác $A'AC$ vuông cân tại A . Thể tích khối hộp đã cho bằng

A $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B $2\sqrt{3}a^3$.

C $\sqrt{3}a^3$.

D $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 20.** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 64. Độ dài cạnh của hình lập phương đã cho bằng

A 6.

B $4\sqrt{3}$.

C 8.

D 4.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Bài 6

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các công thức thường dùng để giải phương trình bất phương trình logarit.

a) $\log_a bc = \log_a b + \log_a c.$

b) $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$

c) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b.$ Nếu $\log_a [f(x)]^\alpha = \alpha \log_a |f(x)|$ với α chẵn.

d) $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b.$

e) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$

f) $\log_a b = \frac{1}{\log_a b}.$

Phương trình logarit cơ bản: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ và $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x).$

Bất phương trình logarit cơ bản:

a) Với $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x).$

b) Với $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x).$

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là

A $x = 2.$

B $x = 5.$

C $x = \frac{9}{2}.$

D $x = \frac{7}{2}.$

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán giải phương trình logarit cơ bản.

2. HƯỚNG GIẢI:

Áp dụng công thức $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b.$

BÀI GIẢI

3. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

↔ **Câu 1.** Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là

A $\{4\}.$

B $\{1; -4\}.$

C $\left\{ \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}; \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \right\}$.

D $\{-1; 4\}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Câu 2. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x - 1) < 3$ là

A $S = (1; 9)$.

B $S = (1; 10)$.

C $S = (-\infty; 9)$.

D $S = (-\infty; 10)$.

Lời giải.

.....
-------	-------

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 1) - \log_3(x - 1) = 1$.

A $S = \{3\}$.

B $S = \{1\}$.

C $S = \{2\}$.

D $S = \{4\}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

A 5.

B 6.

C 3.

D 4.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

🔗 **Câu 5.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là

A) 6.

B) 5.

C) 4.

D) 0.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Câu 6.** Biết rằng S là tập nghiệm của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$. Giá trị $a + b - x_0$ bằng

A) 50.

B) 150.

C) 30.

D) 100.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Câu 7.** Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}} [\log_3(x - 2)] > 0$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

A) 12.

B) 0.

C) 8.

D) 10.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 8.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x - 1) = 2$.

A 2.

B 1.

C 4.

D 3.

 **Lời giải.**

.....
-------	-------

❖ **Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

A $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

B $S = (-\infty; 4]$.

C $S = (1; 4]$.

D $S = (1; 4)$.

 **Lời giải.**

.....
-------	-------

❖ **Câu 10.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x + 2) + \log_4(x - 5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ là

A 3.

B 2.

C 1.

D 4.

 **Lời giải.**



❖ **Câu 11.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 < 0$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

A 16.

B 5.

C 20.

D 10.

 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$

A 630.

B $\frac{1}{125}$.

C $\frac{630}{625}$.

D $\frac{7}{125}$.

 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Cho biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$

A $S = 252.$
 B $S = 45.$
 C $S = 9.$
 D $S = 180.$

Lời giải.

.....
-------	-------

❖ **Câu 14.** Cho x thỏa mãn $(\log_2 x - 1) \log_{\frac{x}{2}}(3x - 20) = 2$. Giá trị của $A = 8^{\log_x 3} + x$ bằng

A 20.
 B 29.
 C 30.
 D 11.

Lời giải.

.....
-------	-------

❖ **Câu 15.** Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x}\right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

A $a + b = 13.$
 B $a + b = 11.$
 C $a + b = 16.$
 D $a + b = 14.$

Lời giải.

.....
-------	-------

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



⇨ **Câu 16.** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a + 2b + 5}{a + b} \right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

A $\frac{1}{2}$.

B 1.

C $\frac{3}{2}$.

D $\frac{5}{2}$.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 17.** Cho hai số a, b dương thỏa mãn đẳng thức $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b - a}{4}$. Giá trị biểu thức $M = \log_6 \left(\frac{a}{2} + 4b\sqrt{2} \right) - \log_6 b$ bằng

A 1.

B 2.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{3}{2}$.

🗨️ Lời giải.

\Leftrightarrow **Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1$ là $(-\sqrt{a}; -\sqrt{b}]$. Khi đó tích $a.b$ bằng

A $\frac{12}{5}$.

B $\frac{5}{12}$.

C $\frac{15}{16}$.

D $\frac{16}{15}$.

 **Lời giải.**

Bài 7

SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

1. Kiến thức cần nhớ

Tính chất của tích phân xác định.

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b.$$

$$k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx (k \neq 0).$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz.$$

$$\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

(A) -3.

(B) -1.

(C) 1.

(D) 3.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán sử dụng tính chất để tính tích phân xác định của hàm số.

2. HƯỚNG GIẢI:

1) Dựa trên giả thiết $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$, ta tính tích phân $\int_1^3 f(x) dx$.

2) Ta có: $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$.

BÀI GIẢI

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

⇨ **Câu 1.** Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 4$ và $\int_4^{10} f(x) dx = 5$ thì $\int_0^{10} f(x) dx$ bằng

(A) -1.

(B) 9.

(C) 1.

(D) 3.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

⇨ **Câu 2.** Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = -5$ và $\int_{-1}^5 f(x) dx = 10$, khi đó $\int_1^5 f(t) dt$ bằng

(A) 8.

(B) 5.

(C) 15.

(D) -15.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 3.** Cho $\int_1^6 f(x) dx = 5$, $\int_2^6 f(t) dt = 4$. Tính $I = \int_1^2 f(y) dy$.

(A) $I = 5$.

(B) $I = -1$.

(C) $I = 9$.

(D) $I = 1$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 4.** Cho $\int_0^4 f(x) dx = 8$ và $\int_2^4 2f(x) dx = 12$ khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x + 1) dx$ bằng

- A 4.
- B 2.
- C 14.
- D -2.

Lời giải.

⇨ **Câu 5.** Cho $\int_0^5 f(x) dx = 10$ và $\int_0^5 g(x) dx = 5$. Giá trị của $\int_0^5 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A 1.
- B 5.
- C 7.
- D -7.

Lời giải.

⇨ **Câu 6.** Cho $\int_1^4 g(x) dx = \int_1^0 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^4 (g(x) + 1) dx$ bằng

- A 4.
- B 9.
- C 14.
- D 6.

Lời giải.

⇨ **Câu 7.** Cho $\int_{-1}^3 f(x) dx = -3$ và $\int_{-1}^3 3g(x) dx = 9$. Khi đó $\int_{-1}^3 (f(x) - g(x)) dx$ bằng

- A 4.
- B 9.
- C -9.
- D -6.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⚡ **Câu 15.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(2) = 4$ và $f(-2) = 0$. Tính $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$.

A $I = 4$.
 B $I = 3$.
 C $I = 0$.
 D $I = -4$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

⚡ **Câu 16.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $F(3) = 12$, $F(0) = 0$ khi đó $\int_0^1 f(3x) dx$ bằng

A -5 .
 B 12 .
 C 4 .
 D -9 .

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

⚡ **Câu 17.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $F(4) = 12$, $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(2x) dx$ bằng

A $\frac{9}{4}$.
 B 9 .
 C $\frac{9}{2}$.
 D -9 .

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

⚡ **Câu 18.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, biết tích phân $\int_1^2 f(x) dx = 4$ và $f(1) = 2$. Tính $f(2)$.

A $f(2) = 6$.
 B $f(2) = 1$.
 C $f(2) = 3$.
 D $f(2) = -16$.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 21.

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành gồm hai phần, phần nằm phía trên trục hoành có diện tích $S_1 = \frac{5}{12}$ và phần nằm phía dưới trục hoành có diện tích $S_2 = \frac{8}{3}$. Tính $I =$

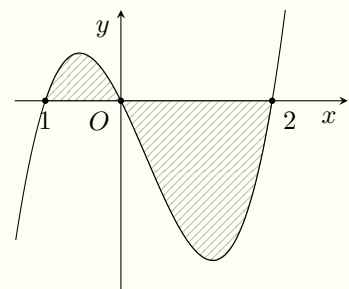
$$\int_0^1 f(3x - 1) dx.$$

A $I = \frac{5}{3}$.

B $I = -\frac{3}{4}$.

C $I = -\frac{37}{36}$.

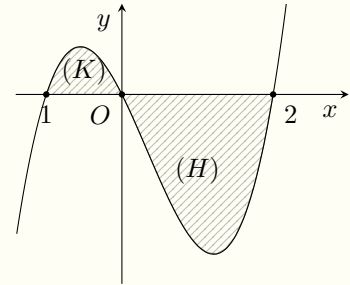
D $I = -\frac{1}{4}$.



💬 Lời giải.

❖ Câu 24.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 2]$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ được cho như hình vẽ. Diện tích hình phẳng (K) , (H) lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$. Tính $f(2)$.



A $f(2) = \frac{23}{6}$.

B $f(2) = -\frac{2}{3}$.

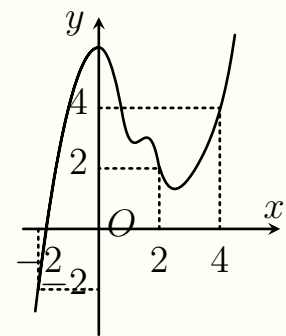
C $f(2) = \frac{2}{3}$.

D $f(2) = \frac{11}{6}$.

🗨️ Lời giải.

❖ Câu 25.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $I = \int_0^4 f(x-2) dx + \int_0^2 f(x+2) dx$ bằng



A -2 .

B 2 .

C 6 .

D 10 .

🗨️ Lời giải.

Bài 8

CỰC TRỊ HÀM SỐ

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- ☑ Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x = x_0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0$, giá trị cực tiểu $y = y(x_0)$.
- ☑ Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = x_0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = x_0$, giá trị cực đại $y = y(x_0)$.
- ☑ Cực đại và cực tiểu của hàm số gọi chung là điểm cực trị hàm số.

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	-4	↗ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A** 2. **B** 3. **C** 0. **D** -4.

Phân tích hướng dẫn giải

- a) DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán dựa trên bảng biến thiên của hàm số, tìm điểm cực trị và giá trị cực trị của hàm số.
- b) HƯỚNG GIẢI:
Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận giá trị cực tiểu của hàm số.

BÀI GIẢI

3. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

🔗 Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	↘ -1 ↗	3	↘ $-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 0.

(B) -1.

(C) 2.

(D) 3.

 Lời giải.

❖ **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$								$+\infty$

$+\infty \rightarrow -4 \rightarrow -3 \rightarrow -4 \rightarrow +\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) -4.

(B) 0.

(C) 1.

(D) -3.

 Lời giải.

❖ **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y									

$-\infty \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow -\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 4.

 Lời giải.

❖ **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y									

$-\infty \rightarrow -2 \rightarrow -\infty$ $+\infty \rightarrow 2 \rightarrow +\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 2.

B -3.

C -1.

D -2.

Lời giải.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	1	$\frac{4}{3}$	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	0	$\frac{4}{27}$	0	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

A $\frac{4}{27}$.

B $\frac{4}{3}$.

C 2.

D 0.

Lời giải.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	+	0	-	0	+	0	-

Hàm số đạt cực tiểu tại

A $x = -1$.

B $x = 0$.

C $x = 1$.

D $x = 2$.

Lời giải.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A Hàm số có đúng một cực trị.

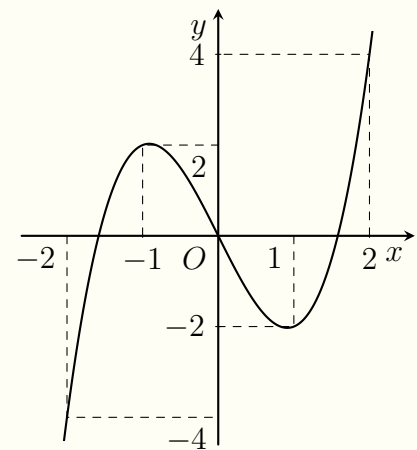
- B Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

 Lời giải.

Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A $x = -2$.
- B $x = -1$.
- C $x = 1$.
- D $x = 2$.

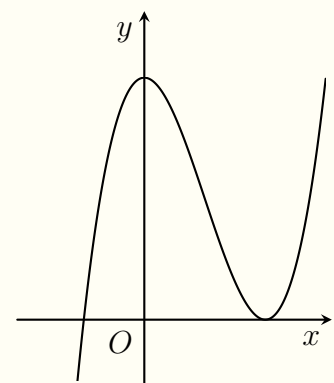


 Lời giải.

Câu 9.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A 0.
- B 1.
- C 2.
- D 3.

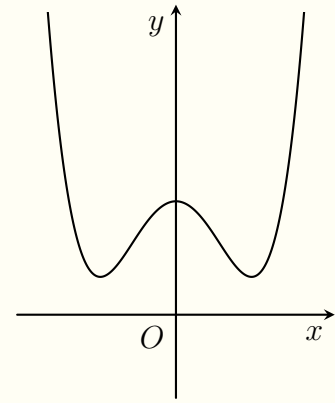


 Lời giải.

Câu 10.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A** 3.
- B** 2.
- C** 1.
- D** 0.

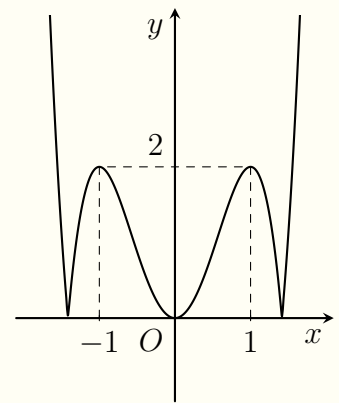


Lời giải.

Câu 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A** 2.
- B** 3.
- C** 4.
- D** 5.

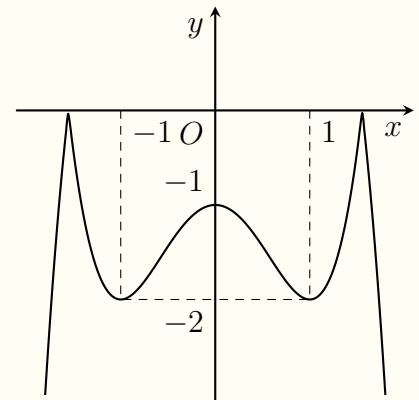


Lời giải.

Câu 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A** 2.
- B** 3.
- C** 4.
- D** 5.

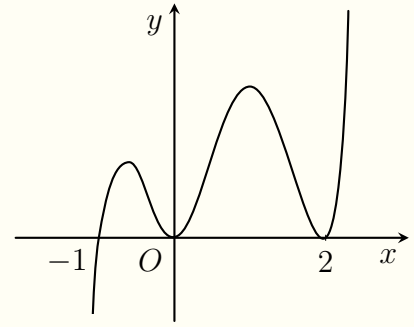


Lời giải.

❖ Câu 13.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ trên khoảng K như hình bên. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 4.



🗨️ Lời giải.

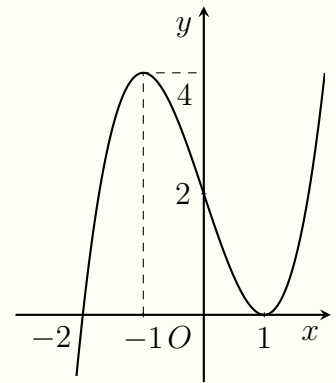
.....

.....

❖ Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.
 (B) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.
 (C) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 (D) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

A 2.

B 1.

C 3.

D 3.

Lời giải.

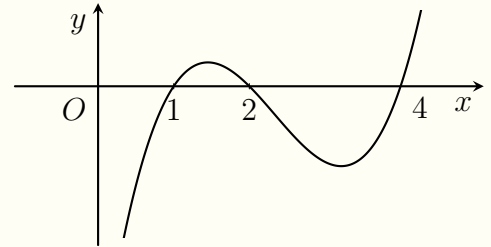
.....

.....

Câu 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $g = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Điểm cực đại của hàm số là

- A** $x = 4$. **B** $x = 3$. **C** $x = 1$. **D** $x = 2$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

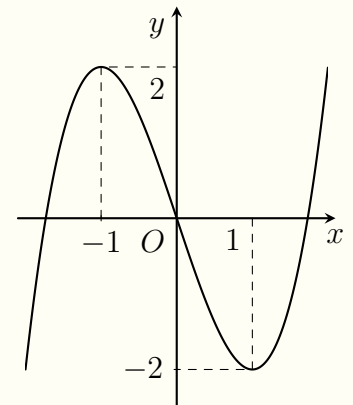
.....

.....

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A** $f(0)$. **B** $f(1)$. **C** $f(2)$. **D** $f(-1)$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

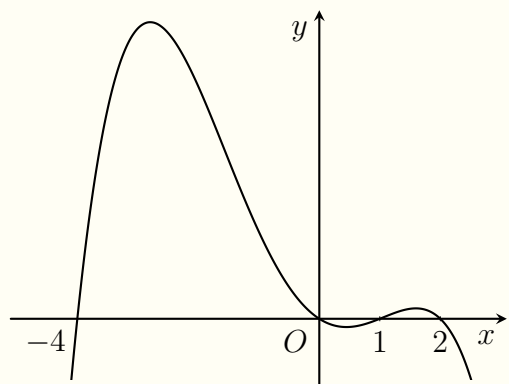
Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....

Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A 3.
- B 2.
- C 1.
- D 4.



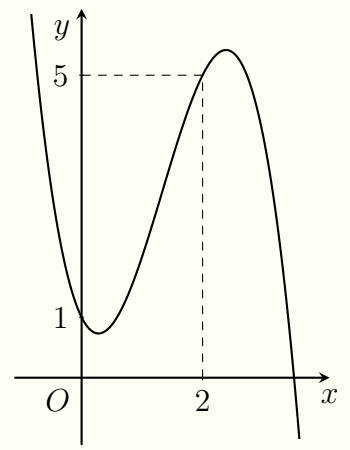
Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- B Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- C Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ không đạt cực trị tại $x = 0$.
- D Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ không có cực trị.



Lời giải.

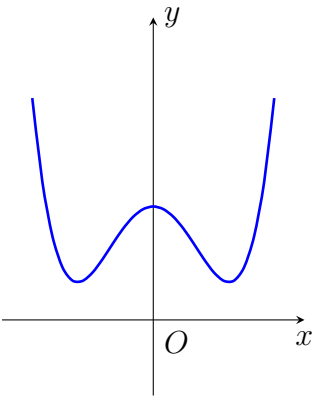
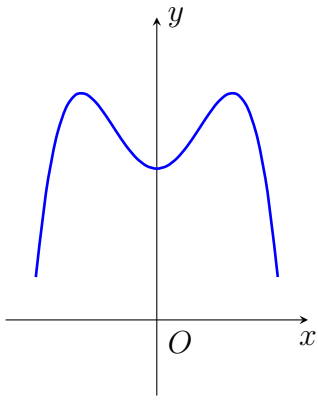
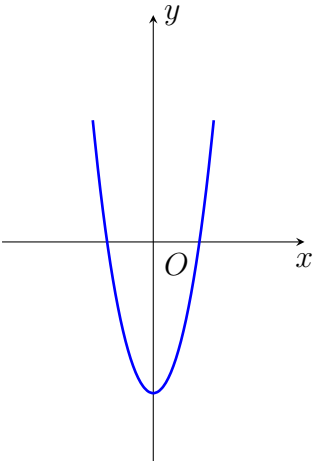
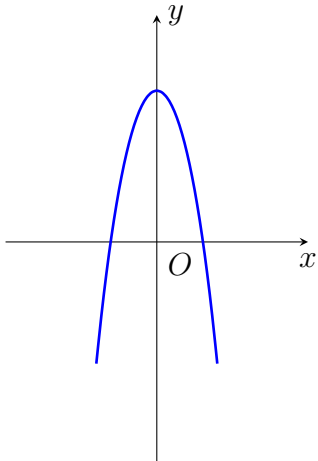
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 9

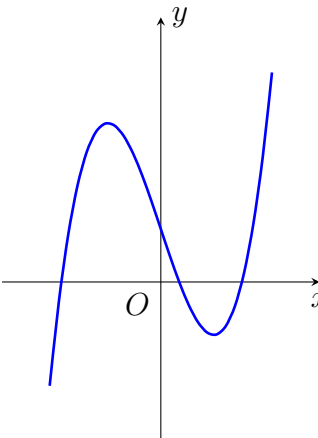
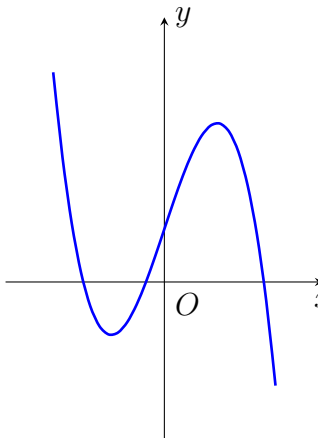
KHẢO SÁT HÀM SỐ - NHẬN DẠNG HÀM SỐ, ĐỒ THỊ

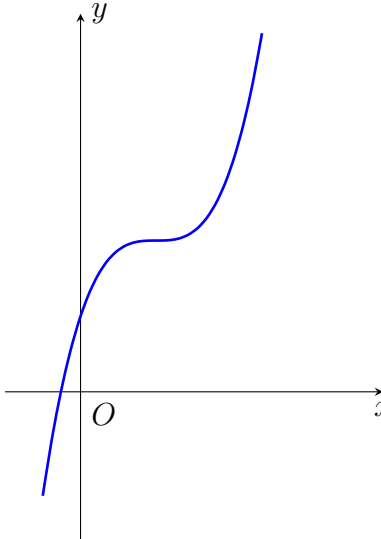
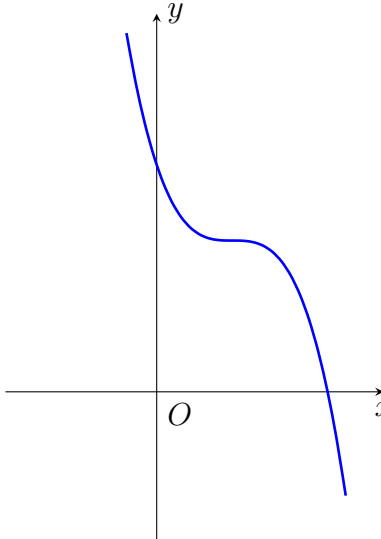
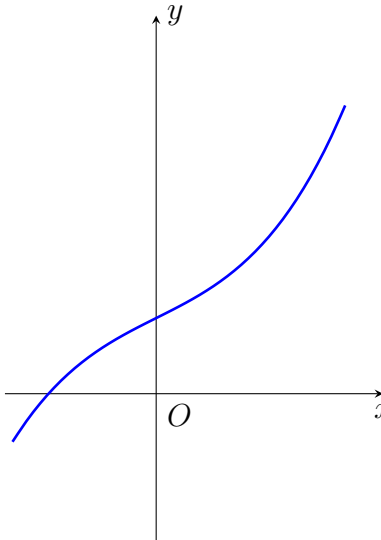
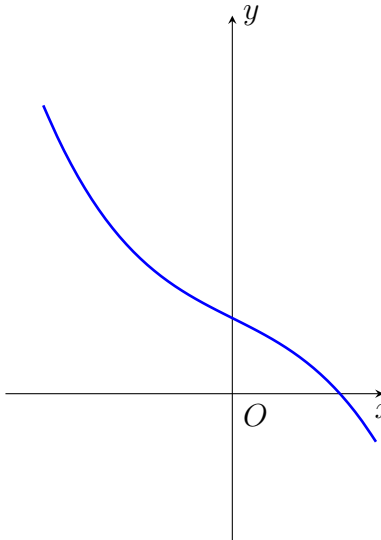
1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

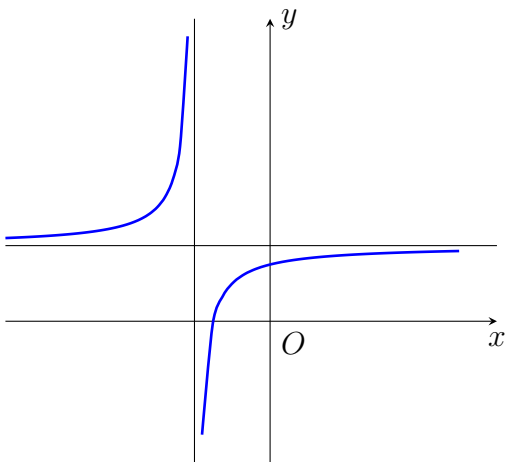
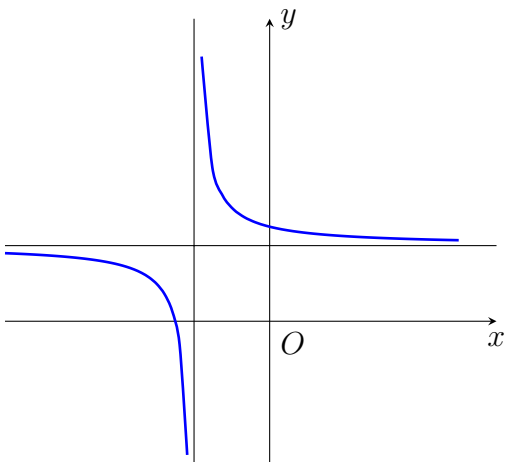
	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt (Hàm số có 3 cực trị $ab < 0$)		
Phương trình $y = 0$ có 1 nghiệm (Hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$)		

HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.		

<p>Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép.</p>		
<p>Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.</p>		

HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỈ $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$).

<p style="text-align: center;">$D = ad - bc > 0$</p> 	<p style="text-align: center;">$D = ad - bc < 0$</p> 
--	---



2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

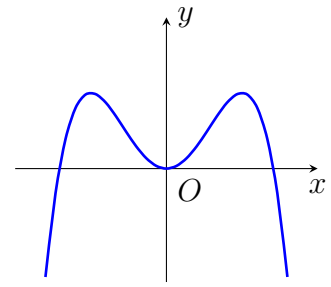
(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = -x^4 + 2x^2$.

B $y = x^4 - 2x^2$.

C $y = x^3 - 3x^2$.

D $y = -x^3 + 3x^2$.



Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán nhận dạng đồ thị hàm số cơ bản.

2. HƯỚNG GIẢI: Dựa vào những kiến thức đã học về đồ thị hàm số, đặc biệt là đồ thị hàm số hàm trùng phương ta thấy được đáp án.

BÀI GIẢI

Handwriting practice area with dotted lines for writing the solution.

3. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1.

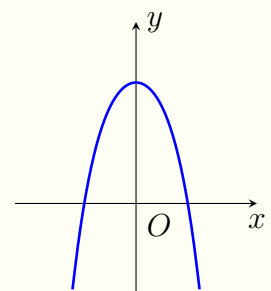
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = x^4 - x^2 + 2$.

B $y = -x^4 - x^2 + 2$.

C $y = -x^2 + 2$.

D $y = x^2 + 2$.



Lời giải.

Handwriting practice area with dotted lines for writing the solution.

Câu 2.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

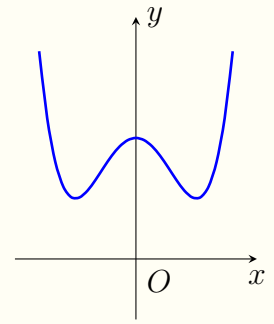
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = x^3 - x^2 + 2.$

B $y = -x^4 + x^2 + 2.$

C $y = x^4 - 2x^2 + 2.$

D $y = x^2 - x + 2.$



Lời giải.

.....

.....

Câu 3.

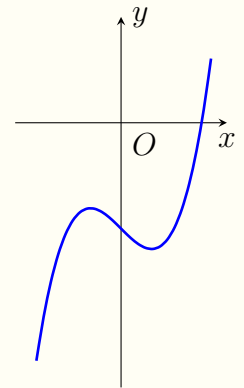
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = -x^3 + 3x - 1.$

B $y = x^4 - 2x^2 - 2.$

C $y = x^3 - x + 2.$

D $y = x^3 - x - 2.$



Lời giải.

.....

.....

Câu 4.

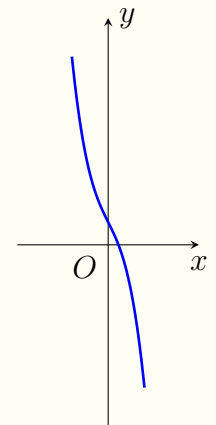
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = -x^3 - 2x + 1.$

B $y = -x^3 - 2x - 1.$

C $y = -x^3 + 1.$

D $y = x^3 + 1.$



Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ Câu 5.

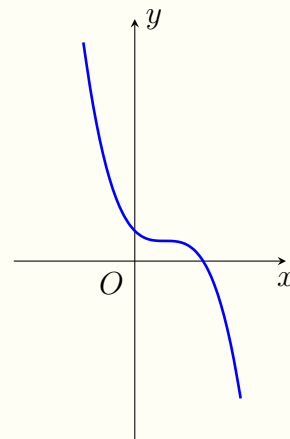
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1.$

B $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1.$

C $y = -x^2 - x + 1.$

D $y = -x^4 + x^2 + 1.$



🗨️ Lời giải.

❖ Câu 6.

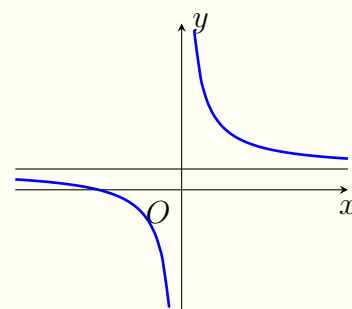
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = \frac{x+1}{2x+2}.$

B $y = x^2 + 2x.$

C $y = \frac{x-2}{2x}.$

D $y = \frac{x+2}{2x}.$



🗨️ Lời giải.

❖ Câu 7.

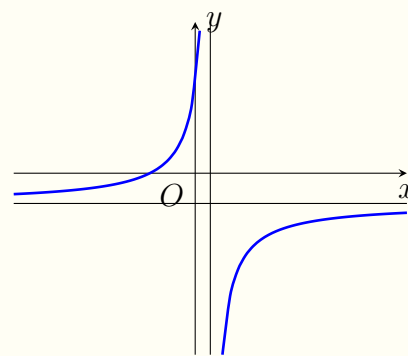
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = \frac{2x + 3}{2x - 1}$.

C $y = \frac{2x + 3}{1 - 2x}$.

B $y = \frac{2x - 3}{1 - 2x}$.

D $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8.

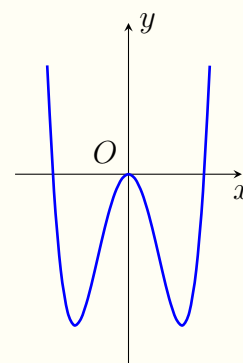
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = x^3 - 3x^2$.

C $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B $y = -x^4 + 4$.

D $y = x^4 - 4x^2$.



Lời giải.

.....

.....

Câu 9.

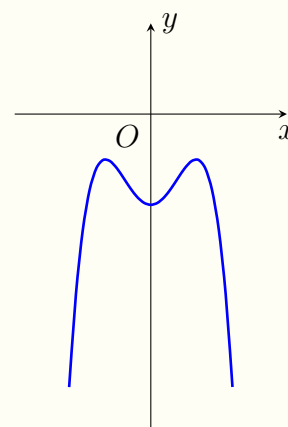
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = x^3 - 3x^2$.

C $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

B $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

D $y = -x^4 - 2$.



Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 10.** Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

A $y = x^3 - 3x + 1.$

B $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

C $y = -x^3 + 3x - 1.$

D $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

A $y = x^4 - 2x^2 - 3.$

B $y = -x^4 + 2x^2 - 3.$

C $y = x^4 - 2x^2 + 3.$

D $y = -x^4 + 2x^2 + 3.$

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 12.**

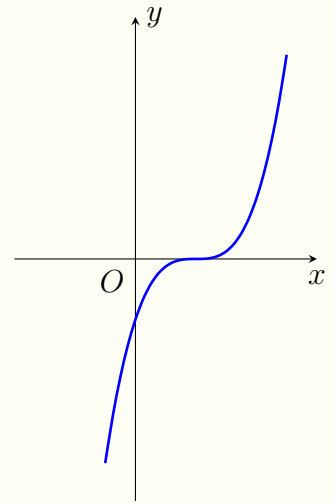
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = (x - 1)^3$.

B $y = -x^3 + 1$.

C $y = x^3 - 1$.

D $y = (x + 1)^3$.



Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 13. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

B $y = \frac{2x + 4}{x + 1}$.

C $y = \frac{-x - 1}{x - 2}$.

D $y = \frac{x + 1}{x - 2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 14.

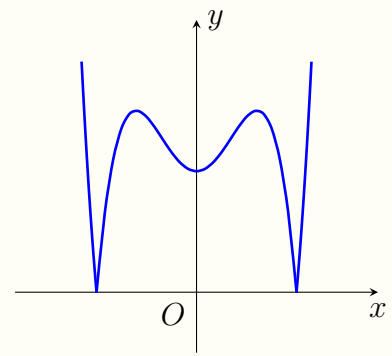
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = |x^3 - 2x - 2|$.

B $y = |x^4 - 2x^2 - 2|$.

C $y = |x^4 - 2x^2 + 2|$.

D $y = |x^3 - 2x + 2|$.



Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 15.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

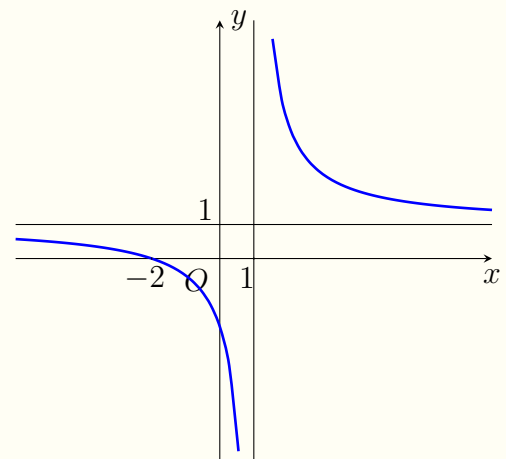
Tính $S = a + 2b + 3c$.

A -6.

B 2.

C 8.

D 0.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16.

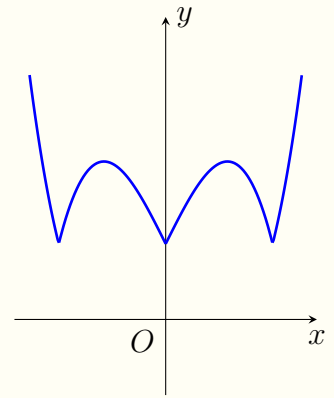
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A $y = |x^3 - 3x - 1|$.

B $y = |x^3 - 3x| + 1$.

C $y = |x^4 - 2x^2 + 2|$.

D $y = |x^4 + 2x^2 + 2|$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 17.

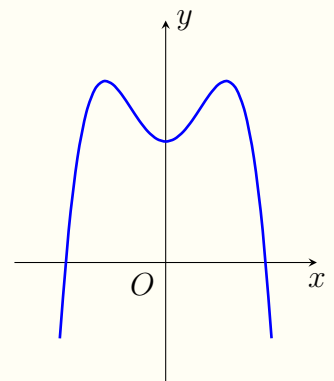
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a < 0, b > 0, c > 0$.

B $a > 0, b < 0, c > 0$.

C $a < 0, b > 0, c < 0$.

D $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 18.

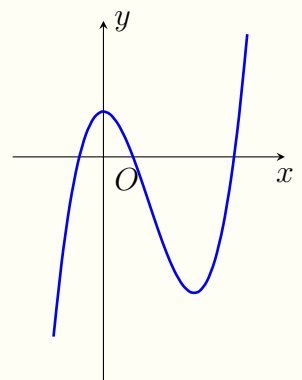
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

B $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C $a > 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

D $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



 Lời giải.

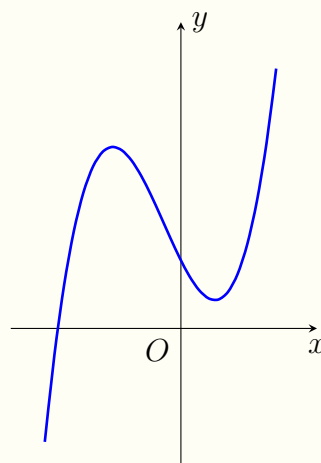
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

 **Câu 19.**

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong bốn số a, b, c, d có bao nhiêu số âm?

- A 3.
 B 1.
 C 2.
 D 4.



 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

 **Câu 20.**

Bài 10

SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA LOGARIT

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Tính chất của logarit.

- Công thức 1: $\log_a a^x = x$ với $\forall x \in \mathbb{R}; 1 \neq a > 0$.
- Công thức 2: $\log_a x + \log_a y = \log_a(xy)$ với $x, y, a > 0$ và $a \neq 1$.

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y} \text{ với } x, y, a > 0 \text{ và } a \neq 1.$$

Chú ý: Với $x; y < 0$ và $0 < a \neq 1$ ta có: $\log_a(xy) = \log_a(-x) + \log_a(-y)$.

- Công thức 3: $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ và $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$ ($a, b > 0; a \neq 1$).

Như vậy: $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$.

- Công thức 4: (đổi cơ số) $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

Cách viết khác của công thức đổi cơ số: $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ với $a; b; c > 0$ và $a; b \neq 1$.

Hệ quả: Khi cho $a = c$ ta có: $\log_c b \cdot \log_b c = \log_c c = 1 \Leftrightarrow \log_c b = \frac{1}{\log_b c}$ (gọi là nghịch đảo).

Tổng quát với nhiều số: $\log_{x_1} x_2 \cdot \log_{x_2} x_3 \cdots \log_{x_{n-1}} x_n = \log_{x_1} x_n$ (với $1 \neq x_1; \dots; x_n > 0$).

- Công thức 5: $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ với $a; b; c > 0; b \neq 1$.

* Logarit thập phân, logarit tự nhiên.

• Logarit thập phân: Logarit cơ số $a = 10$ gọi là logarit thập phân ký hiệu: $\log x$ ($x > 0$) ($\log x$ được hiểu là $\log_{10} x$). Đọc là lốc x.

• Logarit tự nhiên: Logarit cơ số $a = e \approx 2,712818$ gọi là logarit tự nhiên ký hiệu: $\ln x$ ($x > 0$). Đọc là len x hoặc lốc nepe của x ($\ln x$ được hiểu là $\ln_e x$).

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng

- A $2 + \log_2 a$.
 B $\frac{1}{2} + \log_2 a$.
 C $2 \log_2 a$.
 D $\frac{1}{2} \log_2 a$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán sử dụng tính chất logarit.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Dựa trên giả thiết với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng.

B2: Áp dụng công thức $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$.

BÀI GIẢI

3. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

❖ Câu 1. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A $\log(3a) = 3 \log a$.
 B $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.
 C $\log a^3 = 3 \log a$.
 D $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

🗨️ LỜI GIẢI.

Vì với $a > 0$ thì $\log a^3 = 3 \log a$.

❖ **Câu 2.** Với a, b là các số thực dương bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào đúng?

A $\log_{\sqrt{a}} b = -2 \log_a b$.

B $\log_{\sqrt{a}} b = -\frac{1}{2} \log_a b$.

C $\log_{\sqrt{a}} b = \frac{1}{2} \log_a b$.

D $\log_{\sqrt{a}} b = 2 \log_a b$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

❖ **Câu 3.** Với $a > 0$ và $a \neq 1$, cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$

A $P = 3$.

B $P = 10$.

C $P = -14$.

D $P = 65$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

❖ **Câu 4.** Cho các số dương a, b, c , và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$.

B $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|$.

C $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

D $\log_a b + \log_a c = \log_a (b - c)$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

❖ **Câu 5.** Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a (a^2 b)$ bằng

A $2 - \log_a b$.

B $2 + \log_a b$.

C $1 + 2 \log_a b$.

D $2 \log_a b$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

❖ **Câu 6.** Cho a, b, c với a, b là các số thực dương khác 1, $c > 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

B $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

C $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$.

D $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⚡ **Câu 7.** Cho $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$. Biểu diễn $\log_2 2016$ theo a và b .

A $\log_2 2016 = 5 + 2a + b$.

B $\log_2 2016 = 5 + 3a + 2b$.

C $\log_2 2016 = 2 + 2a + 3b$.

D $\log_2 2016 = 2 + 3a + 2b$.

💬 **Lời giải.**

.....

⚡ **Câu 8.** Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C $\sqrt{2}$.

D $-\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....

⚡ **Câu 9.** Giá trị của biểu thức $M = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ khi được rút gọn là

A 2.

B $2 + 2 \ln^2 a$.

C $2 \ln^2 a - 2$.

D $\ln^2 a$.

💬 **Lời giải.**

.....

⚡ **Câu 10.** Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T =$

$\log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$

A $T = 3$.

B $T = \frac{12}{5}$.

C $T = \frac{9}{5}$.

D $T = 2$.

💬 **Lời giải.**

.....

⚡ **Câu 11.** Cho $a, b, c > 0; a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c)$

A $\log_a c$.

B 1.

C $\log_a b$.

D $\log_a bc$.

💬 **Lời giải.**

.....

⇨ **Câu 12.** Cho $\log_{12} 18 = a + \frac{b}{c + \log_2 3}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $T = a + b + c$?

A $T = 1$.

B $T = 0$.

C $T = 2$.

D $T = 7$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Câu 13.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

B $5 \log(a+2b) = \log a - \log b$.

C $2 \log(a+2b) = 5(\log a + \log b)$.

D $\log(a+1) + \log b = 1$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Câu 14.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\log(a+1) + \log b = 1$.

B $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

C $3 \log(a+3b) = \log a - \log b$.

D $2 \log(a+3b) = 2 \log a + \log b$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

C $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$.

D $\frac{1}{2} + \log a + \log b$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Cho $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ theo a , b và c .

A $\frac{(3a + b)c}{1 + c}$.

B $\frac{(3a + b)c}{1 + b}$.

C $\frac{(3a + b)c}{1 + a}$.

D $\frac{(3b + a)c}{1 + c}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 17.** Cho $t = a^{\frac{1}{1 - \log_a u}}$, $v = a^{\frac{1}{1 - \log_a t}}$ với $a > 0$; $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $u = a^{\frac{1}{1 + \log_a t}}$.

B $u = a^{\frac{-1}{1 - \log_a v}}$.

C $u = a^{\frac{1}{1 + \log_a v}}$.

D $u = a^{\frac{1}{1 - \log_a v}}$.

💬 **Lời giải.**

Bài 11

TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG CÁCH SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA NGUYÊN HÀM

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa nguyên hàm.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên Γ . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên Γ nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in \Gamma$.

2. Tính chất của nguyên hàm.

- $\square \int f(x) dx = F(x) + C.$
- $\square \int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \neq 0.$
- $\square \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Nguyên hàm cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
<ul style="list-style-type: none"> $\bullet \int 0 dx = C.$ $\bullet \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1).$ $\bullet \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$ $\bullet \int e^x dx = e^x + C.$ $\bullet \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1).$ $\bullet \int \cos x dx = \sin x + C.$ $\bullet \int \sin x dx = -\cos x + C.$ $\bullet \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$ $\bullet \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$ 	<ul style="list-style-type: none"> $\bullet \int 1 \cdot dx = x + C.$ $\bullet \int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$ $\bullet \int \frac{1}{ax + b} dx = \frac{1}{a} \ln ax + b + C.$ $\bullet \int \frac{1}{(ax + b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax + b} + C.$ $\bullet \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C, (a \neq 0).$ $\bullet \int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C (a \neq 0).$ $\bullet \int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C.$ $\bullet \int \frac{1}{\cos^2(ax + b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + C.$ $\bullet \int \frac{1}{\sin^2(ax + b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax + b) + C.$

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A** $\sin x + 3x^2 + C.$
- B** $-\sin x + 3x^2 + C.$
- C** $\sin x + 6x^2 + C.$
- D** $-\sin x + C.$

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán sử dụng tính chất để tính nguyên hàm của hàm số.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là $\int (\cos x + 6x) dx$.

B2: Tính: $\int (\cos x + 6x) dx$.

BÀI GIẢI

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

3. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

❖ **Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 2x + 1$ là

A $-\cos x - x^2 + x$.

B $-\cos x - x^2 + x + C$.

C $\cos x - x^2 + x + C$.

D $-\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 2.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 1$ là

A $e^x + C$.

B $e^x + x$.

C $e^x + x + C$.

D $-e^x + x + C$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 3.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x}$ là

A $x^3 - x^2 + 5 \ln x + C$.

B $x^3 - x^2 + 5 \ln x + C$.

C $x^3 - x^2 + 5 \ln |x|$.

D $x^3 - x^2 + 5 \ln |x| + C$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 4.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2^x$ là

A $\ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$.

B $\ln x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

C $-\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

D $\frac{1}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C.$

Lời giải.

.....

.....

⇒ Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x.$

A $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 6x}{6} + C.$

B $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\sin 6x}{6} + C.$

C $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C.$

D $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + C.$

Lời giải.

.....

.....

⇒ Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}.$

A $\int f(x) dx = 2 \tan \frac{x}{2} + C.$

B $\int f(x) dx = \tan \frac{x}{2} + C.$

C $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C.$

D $\int f(x) dx = -2 \tan \frac{x}{2} + C.$

Lời giải.

.....

.....

⇒ Câu 7. Tính $\int (3 \cos x - 3^x) dx.$

A $-3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

B $-3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

C $3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

D $3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Lời giải.

.....

.....

⇒ Câu 8. Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng

A $e^x + \cos 2x.$

B $e^x - \cos 2x.$

C $e^x + 2 \cos 2x.$

D $e^x + \frac{1}{2} \cos 2x.$

Lời giải.

❖ **Câu 9.** Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ biết $F(0) = 19$.

A $F(x) = x^2 + \cos x + 20$.

B $F(x) = x^2 - \cos x + 20$.

C $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$.

D $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $f(x) = 3x + 5 \sin x + 2$.

B $f(x) = 3x - 5 \sin x - 5$.

C $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5$.

D $f(x) = 3x + 5 \sin x + 5$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 3x \cos x$, biết $F(0) = \frac{5}{8}$.

A $F(x) = -\frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 2x + 1$.

B $F(x) = \frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.

C $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{13}{8}$.

D $F(x) = -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}(1 - 3e^{-5x})$.

A $\int e^{3x}(1 - 3e^{-5x}) dx = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{-2x} + C$.

B $\int e^{3x}(1 - 3e^{-5x}) dx = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{-2x} + C$.

$$\textcircled{C} \int e^{3x} (1 - 3e^{-5x}) dx = e^{3x} - 3e^{-2x} + C. \quad \textcircled{D} \int e^{3x} (1 - 3e^{-5x}) dx = 3e^{3x} + 6e^{-2x} + C.$$

 Lời giải.

❖ **Câu 13.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2} (x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A 1. B 2. C 3. D 0.

 Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ xác định trên $(\frac{3}{2}; +\infty)$; $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$?

- A $F(x) = x + 4 \ln(2x - 3) + 1$. B $F(x) = x + \ln(2x - 3) + 1$.
 C $F(x) = x + 2 \ln(2x - 3) + 1$. D $F(x) = x + 2 \ln(2x - 3) + C$.

 Lời giải.

❖ **Câu 15.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $f(0) = 2019$; $f(2) = 2020$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A $2 \ln 2 + 4039$. B 4039. C -1. D 1.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 16.** Tính nguyên hàm $I = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3} dx$.

(A) $I = x^2 - x + 2 \ln|x - 3| + C$.

(B) $I = x^2 + x + 2 \ln|x - 3| + C$.

(C) $I = x^2 - x + 2 \ln|x - 3|$.

(D) $I = x^2 - x + 2 \ln(x - 3) + C$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 17.** Tính nguyên hàm $I = \int \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2} dx$.

(A) $\ln|x - 1| + \ln|x - 2| + C$.

(B) $\ln|x - 1| + \ln|x - 2|$.

(C) $\ln(x - 1) + \ln(x - 2) + C$.

(D) $= \ln|x - 1| - \ln|x - 2| + C$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 18.** Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$.

Tính $I = \int \sin^2 ax dx$?

(A) $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

(B) $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

(C) $I = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

(D) $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....

❖ **Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) = 2x[f(x)]^2$ biết $f(2) = -\frac{2}{9}$, $f(x) \neq 0$.

Tính $f(1)$?

A $f(1) = -\frac{3}{2}$.

B $f(1) = \frac{-2}{3}$.

C $f(1) = \frac{2}{3}$.

D $f(1) = \frac{3}{2}$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 12

KHÁI NIỆM SỐ PHỨC

1. Kiến thức Cần Nhớ

Tính chất của số phức (phần này là kiến thức của cả BÀI TẬP MẪU và BÀI TẬP PHÁT TRIỂN).

1. Các kiến thức cơ bản về số phức

- Tập hợp số phức: \mathbb{C} .
- Số phức (dạng đại số): $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.
- z là số thực \Rightarrow phần ảo của z bằng 0 ($b = 0$).
- z là thuần ảo \Rightarrow phần thực của z bằng 0 ($a = 0$).
- Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Hai số phức bằng nhau:
Cho số phức $z_1 = a + b \cdot i$ và $z_2 = c + d \cdot i$.
Khi đó $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a + b \cdot i = c + d \cdot i \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ (phần thực bằng nhau, phần ảo bằng nhau).

2. Các phép toán về số phức: Cho số phức $z_1 = a + b \cdot i$ và $z_2 = c + d \cdot i$. Khi đó

■ Phép cộng hai số phức

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d) \cdot i$$

■ Phép trừ hai số phức

$$z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d) \cdot i$$

■ Phép nhân hai số phức

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc) \cdot i$$

$$k \cdot z = k \cdot (a + bi) = ka + kbi$$

■ Phép chia hai số phức.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{(a + bi) \cdot (c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$$

■ Mô-đun của số phức z là

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- $|z \cdot z'| = |z||z'|$
- $\left|\frac{z'}{z}\right| = \frac{|z'|}{|z|}$
- $||z| - |z'|| \leq |z + z'| \leq |z| + |z'|$
- $||z| - |z'|| \leq |z - z'| \leq |z| + |z'|$

■ **Số phức liên hợp:** Số phức liên hợp của $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.

- $\bar{\bar{z}} = z$
- $\overline{z - z'} = \bar{z} - \bar{z}'$
- $\overline{\left(\frac{z'}{z}\right)} = \frac{\bar{z}'}{\bar{z}}$
- $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$
- $\bar{z} \cdot \bar{z}' = \overline{z \cdot z'}$
- $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

3. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân:

Cho cấp số nhân có công bội q , số hạng đầu u_1 .

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$, khi đó

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Mô-đun của số phức $1 + 2i$ bằng

- A 5. B $\sqrt{3}$. C $\sqrt{5}$. D 3.

BÀI GIẢI

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

❖ **Câu 1.** Cho số phức $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A $z \cdot \bar{z} = -|z|$. B $\bar{z} = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}i$. D $|z| = 1$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i$. Khi đó, mô-đun của z bằng bao nhiêu?

- A $|z| = \sqrt{3}$. B $|z| = \sqrt{5}$. C $|z| = 3$. D $|z| = 5$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- ❖ **Câu 14.** Cho số phức z thỏa $z = 2i - 2$. Mô-đun của số phức z^{2020} là
 A 2^{4040} . B 2^{2020} . C 2^{6060} . D 2^{3030} .

💬 **Lời giải.**

.....
.....

- ❖ **Câu 15.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z|^2 + |\bar{z}|^2 = 50$ và $z + \bar{z} = 8$
 A 3. B 2. C 4. D 1.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- ❖ **Câu 16.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?
 A $(1 + i)^{2020} = 2^{1010}$. B $\left| \frac{(1 + i)^{2020}}{2^{1009}} - i \right| = \sqrt{5}$.
 C $|(1 + i)^{2020} - 2^{1010}i| = 2^{1010}$. D $(1 + i)^{2020} = (1 - i)^{2020}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....

- ❖ **Câu 17.** Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left| \frac{z+1}{i-z} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-i}{2+z} \right| = 1$
 A 1. B 2. C 3. D 4.

💬 **Lời giải.**

.....
-------	-------

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 13

BÀI TOÁN TÌM HÌNH CHIẾU CỦA ĐIỂM TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

1. Kiến Thức Cần Nhớ

- ☑ Cho điểm $M(x; y; z)$:
 - Hình chiếu của điểm M trên Ox là $M_1(x; 0; 0)$.
 - Hình chiếu của điểm M trên Oy là $M_2(0; y; 0)$.
 - Hình chiếu của điểm M trên Oz là $M_3(0; 0; z)$.
 - Hình chiếu của điểm M trên (Oxy) là $M_4(x; y; 0)$.
 - Hình chiếu của điểm M trên (Oyz) là $M_5(0; y; z)$.
 - Hình chiếu của điểm M trên (Oxz) là $M_6(x; 0; z)$.
- ☑ Tìm hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (α) .
 - Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (α) .
 - Hình chiếu H của điểm A lên mặt phẳng α là giao điểm của đường thẳng d và (α) .
- ☑ Tìm hình chiếu d' của đường thẳng d trên mặt phẳng (α) .

Cách 1.

- Nếu đường thẳng d song song với (α) thì $d' \parallel d$.
 - + Lấy điểm M thuộc đường thẳng d và tìm hình chiếu M' của điểm M trên (α) .
 - + Đường thẳng d' đi qua M' và song song với đường thẳng d .
- Nếu đường thẳng d cắt (α) tại M
 - + Lấy điểm N thuộc đường thẳng d và tìm hình chiếu N' của N trên (α) .
 - + Đường thẳng d' đi qua hai điểm là M và N .

Cách 2.

- Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d và vuông góc với (α) .
- Khi đó đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

- ☑ Tìm hình chiếu A' của A trên đường thẳng d .

Cách 1.

- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A và vuông góc với d .
- Hình chiếu A' là giao điểm của d và (P) .

Cách 2.

- Tìm tọa độ điểm A' theo tham số t ($A \in d$).
- Lập phương trình $\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u}_d = 0$. Giải phương trình tìm t suy ra tọa độ điểm A' .

- ☑ Tìm điểm M' đối xứng với M qua (P) :

- Tìm hình chiếu H của M trên (P) (khi đó H là trung điểm MM').
- Áp dụng công thức tính tọa độ trung điểm suy ra tọa độ điểm M' .

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HOẠ BGD 2019-2020) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A $(2; 0; 1)$.
- B $(2; -2; 0)$.
- C $(0; -2; 1)$.
- D $(0; 0; 1)$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. Dạng toán: Đây là dạng toán xác định hình chiếu của điểm trong không gian trên mặt phẳng tọa độ.

2. Hướng dẫn giải:

Bước 1. Xác định các tọa độ của điểm M .

Bước 2. Viết kết luận.

BÀI GIẢI

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

❖ **Câu 1.** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A $M(2; 0; 0)$.
- B $N(0; -3; 1)$.
- C $P(0; 3; -1)$.
- D $Q(-2; 3; -1)$.

Lời giải.

❖ **Câu 2.** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

- A $A'(3; 0; -1)$.
- B $A'(0; 1; 0)$.
- C $A'(-3; 1; 1)$.
- D $A'(0; 1; -1)$.

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm

- A $A'(-5; 4; 0)$.
- B $A'(5; 0; 0)$.
- C $A'(5; 4; -3)$.
- D $A'(-5; 4; -3)$.

Lời giải.

❖ **Câu 4.** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 8)$ trên trục Oy là điểm

- A $A'(3; 0; 8)$.
- B $A'(-3; 5; -8)$.
- C $A'(0; 5; 8)$.
- D $A'(0; 5; 0)$.

Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

⇨ **Câu 5.** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3; \sqrt{5}; 7)$ trên trục Oz là điểm

- A $A(-3; \sqrt{5}; 0)$. B $A(-5; \sqrt{5}; -7)$. C $A(0; 0; 7)$. D $A(0; 0; -7)$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 6.** Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 4)$ trên mặt phẳng $(\alpha) : 3x + 2y - z + 11 = 0$ có hoành độ bằng

- A 2. B 4. C -2. D -1.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 7.** Tìm hình chiếu của điểm $M(2; 0; 1)$ trên mặt phẳng $(\alpha) : x + y + z = 0$.

- A $M(1; -1; 0)$. B $M(3; 1; 2)$. C $M(2; 0; 1)$. D $M(4; 2; 3)$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 8.** Hình chiếu d' của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ trên mặt phẳng (Oxy) có phương

trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ **Câu 9.** Tìm phương trình hình chiếu d' của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ trên mặt phẳng (Oyz) .

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 10.** Hình chiếu d' của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 2t \end{cases}$ trên mặt phẳng (Oxz) là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 0 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 0 \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 0 \\ z = 4 - 2t \end{cases}$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) .

A $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines for writing the solution.

❖ **Câu 13.** Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P) : x - y + z - 1 = 0$. Đường

thẳng d là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) có phương trình

A $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t. \\ z = 1 + t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t. \\ z = -2 - t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t. \\ z = -2 + t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t. \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 14.** Hình chiếu của điểm $A(2; -1; 8)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ có hoành

độ bằng

A 5.

B -3.

C -5.

D 0.

Lời giải.

⇨ **Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Tìm hình chiếu của đường thẳng d trên (P) .

A $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = \frac{1}{3} - t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}$

 **Lời giải.**

🔗 **Câu 20.** Gọi $M'(a; b; c)$ là điểm đối xứng của điểm $M(2; 1; 3)$ qua mặt phẳng $(P) : x - y + z - 1 = 0$. Tính $a + b + c$.

A -4.

B 3.

C 4.

D 1.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

XÁC ĐỊNH TÂM, BÁN KÍNH, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA MẶT CẦU

Bài 14

1. Kiến Thức Cần Nhớ

Tính chất của mặt cầu

Phương trình mặt cầu dạng chính tắc:

Cho mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R . Khi đó phương trình chính tắc của mặt cầu là $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Phương trình mặt cầu dạng khai triển là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Khi đó mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$).

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

B $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

C $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

D $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Phân tích hướng dẫn giải

☑ DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán sử dụng tính chất để xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

☑ HƯỚNG GIẢI:

— Bước 1: Dựa trên phương trình mặt cầu dạng chính tắc tìm tâm và bán kính của mặt cầu.

— Bước 2: Mặt cầu $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .

BÀI GIẢI

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

🔗 **Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A $I(-1; 3; 0); R = 3$.

B $I(1; -3; 0); R = 9$.

C $I(1; -3; 0); R = 3$.

D $I(-1; 3; 0); R = 9$.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A $I(3; -2; 4), R = 25.$

B $I(-3; 2; -4), R = 5.$

C $I(3; -2; 4), R = 5.$

D $I(-3; 2; -4), R = 25.$

Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, diện tích của mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 6x + 12y + 18z - 3 = 0$ bằng

A $20\pi.$

B $40\pi.$

C $60\pi.$

D $100\pi.$

Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A $42\pi.$

B $36\pi.$

C $9\pi.$

D $12\pi.$

Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 9$. Mặt cầu (S) có thể tích bằng

A $V = 16\pi.$

B $V = 36\pi.$

C $V = 14\pi.$

D $V = \frac{4}{36}\pi.$

Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I , tiếp xúc với đường thẳng d . Bán kính của (S) bằng

A $\frac{2\sqrt{5}}{3}.$

B $\frac{5}{3}.$

C $\frac{4\sqrt{2}}{3}.$

D $\frac{\sqrt{30}}{3}.$

Lời giải.

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

- A 5.
- B 3.
- C 2.
- D 1.

💬 **Lời giải.**

--	--

❖ **Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5 là

- A $\sqrt{34}$.
- B $\sqrt{5}$.
- C 5.
- D 10.

💬 **Lời giải.**

--	--

❖ **Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 4)$ cắt mặt phẳng tọa độ (Oxz) theo một hình tròn giao tuyến có diện tích bằng 16π . Thể tích của khối cầu đó bằng

- A 80π .
- B $\frac{500}{3}\pi$.
- C 100π .
- D 25π .

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ cắt mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ theo một hình tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π . Diện tích mặt cầu (S) bằng

A 80π .

B 50π .

C 100π .

D 25π .

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A $r = \sqrt{3}$.

B $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

C $r = \sqrt{2}$.

D $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

B $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

D $\sqrt{14}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.

⇨ **Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(2; 2; 2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là

- Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Ⓑ $\sqrt{3}$.
- Ⓒ $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Ⓓ 3.

Lời giải.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.

⇨ **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Bán kính mặt cầu tâm O và

❖ **Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ tâm I và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M .

A $M(-1; 0; 4)$.

B $M(0; 1; 2)$.

C $M(3; 4; 2)$.

D $M(4; 1; 2)$.

💬 **Lời giải.**

Bài 15 XÁC ĐỊNH VECTO PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG

1. Kiến Thức Cần Nhớ

Xác định véc-tơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) trong không gian có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.

Nếu phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ thì một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Nếu mặt phẳng (P) vuông góc với giá của véc-tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ thì véc-tơ \vec{n} là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Nếu mặt phẳng (P) song song hoặc chứa giá của hai véc-tơ không cùng phương \vec{a}, \vec{b} thì véc-tơ $[\vec{a}, \vec{b}]$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Nếu mặt phẳng đi qua điểm $M(a; b; c)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ là một véc-tơ pháp tuyến thì phương trình của mặt phẳng là $A(x - a) + B(y - b) + C(z - c) = 0$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán nhận biết véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình cho trước.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Xác định các hệ số A, B, C, D trong phương trình dạng tổng quát $Ax + By + Cz + D = 0$ của mặt phẳng (α) .

B2: Khi đó một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (A; B; C)$.

BÀI GIẢI

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

❖ **Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. B $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. C $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$. D $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$.

Lời giải.

❖ **Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 4 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng (P) ?

- A** $\vec{n}_3 = (2; -3; 4)$.
- B** $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$.
- C** $\vec{n}_2 = (3; 0; 2)$.
- D** $\vec{n}_4 = (2; -3; 0)$.

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A** $\vec{n} = (6; 3; 2)$.
- B** $\vec{n} = (2; 3; 6)$.
- C** $\vec{n} = (1; 2; 3)$.
- D** $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

Lời giải.

❖ **Câu 4.** Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$ là

- A** $(2; -3; 4)$.
- B** $(-6; 4; -3)$.
- C** $(-6; -4; 3)$.
- D** $(-6; 4; 3)$.

Lời giải.

❖ **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A** $\vec{n} = (1; 2; 2)$.
- B** $\vec{n} = (1; -2; 2)$.
- C** $\vec{n} = (1; 8; 2)$.
- D** $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Lời giải.

❖ **Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 5)$, $B(1; -2; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với trục Ox có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; a; b)$. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

- A** -2 .
- B** $-\frac{3}{2}$.
- C** $\frac{3}{2}$.
- D** 2 .

Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 7.** Cho hai điểm $M(1; 2; -4)$ và $M'(5; 4; 2)$ biết M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) . Khi đó mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là

A $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

B $\vec{n} = (2; 3; 3)$.

C $\vec{n} = (3; 3; -1)$.

D $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....

❖ **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; 1)$?

A $x - 2y + 3z + 13 = 0$.

B $3x + 2y + z - 8 = 0$.

C $3x - 2y + z + 12 = 0$.

D $3x - 2y + z - 12 = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....

❖ **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; -2)$, $B(3; 1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A $2x + 3y + 4 = 0$.

B $x - 2y + 2z = 0$.

C $x - 2y + 2z + 8 = 0$.

D $x - 2y + 2z + 4 = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz) ?

A $x = y + z$.

B $y - z = 0$.

C $y + z = 0$.

D $x = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....

❖ **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\beta): 2x + y + 2z + 5 = 0; (\gamma): 3x + 2y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng (α) tạo với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz một tứ diện có thể tích bằng

A $\frac{1}{9}$.

B $\frac{121}{6}$.

C $\frac{1}{3}$.

D $\frac{121}{2}$.

🗨️ Lời giải.

.....
-------	-------

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$, $(Q): (2m - 1)x + m(1 - 2m)y + (2m - 4)z + 14 = 0$. Tìm m để (P) và (Q) vuông góc nhau.

- Ⓐ $m \in \left\{-1; -\frac{3}{2}\right\}$. Ⓑ $m \in \{2\}$. Ⓒ $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$. Ⓓ $m \in \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 2; -2)$, $B(15; 3; -1)$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB .

- Ⓐ $m = -2$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = -52$. Ⓓ $m = 52$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....

❖ **Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$; $(\beta): mx - 2y + z + m - 1 = 0$; $(\gamma): mx + (m - 1)y - z + 2m = 0$. Tìm m để ba mặt phẳng đó đôi một vuông góc.

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = -3$. Ⓒ $m = -1$. Ⓓ $m = 3$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 18.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng (P) và (Q) tương ứng có phương trình là $3x - 6y + 12z - 3 = 0$ và $2x - my + 8z + 2 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m để mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và khi đó tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- Ⓐ $m = -4$ và $d = \frac{2}{\sqrt{21}}$. Ⓑ $m = 2$ và $d = \frac{2}{\sqrt{21}}$.



.....

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.



3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

❖ **Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A $(-1; 2; -3)$. **B** $(1; -2; 3)$. **C** $(-3; 4; 5)$. **D** $(3; -4; -5)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A $N(2; -1; 3)$. **B** $P(5; -2; -1)$. **C** $Q(-1; 0; -5)$. **D** $M(-2; 1; 3)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A $K(1; -1; 1)$. **B** $H(1; 2; 0)$. **C** $E(1; 1; 2)$. **D** $F(0; 1; 2)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A $M(-1; -2; 0)$. **B** $M(-1; 1; 2)$. **C** $M(2; 1; -2)$. **D** $M(3; 3; 2)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

điểm nào sau đây?

A $P(4; 1; -4)$.

B $Q(3; 1 - 5)$.

C $M(2; 1; -2)$.

D $N(0; 1; 4)$.

Lời giải.

❖ **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ đi qua điểm $Q(1; m; n)$.

Tính $T = 2m + n$.

A $T = 6$.

B $T = -7$.

C $T = 7$.

D $T = -1$.

Lời giải.

❖ **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Tọa độ điểm M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$ là

A $M(5; -1; -3)$.

B $M(1; 0; 1)$.

C $M(2; 0; -1)$.

D $M(-1; 1; 1)$.

Lời giải.

❖ **Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$

và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai

đường thẳng d_1, d_2 là

A $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}$.

B $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$.

C $\frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}$.

D $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}$.

Lời giải.

❖ **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A $(-1; 0; 4)$.

B $(7; 1; -1)$.

C $(2; 1; -2)$.

D $(0; 2; -5)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a+b+c$ bằng

A 3.

B 2.

C 4.

D 7.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B . Độ dài đoạn AB là

A $2\sqrt{3}$.
 B $\sqrt{14}$.
 C 5 .
 D $\sqrt{15}$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG, HAI MẶT PHẪNG

1. Kiến Thức Cần Nhớ

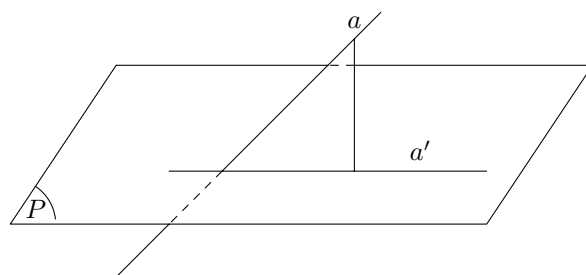
1) Góc giữa hai đường thẳng.

Phương pháp 1: Sử dụng định lý hàm số cosin hoặc tỉ số lượng giác.

Phương pháp 2: Sử dụng tích vô hướng: nếu \vec{u} và \vec{v} lần lượt là hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng a và b thì góc φ của hai đường thẳng này được xác định bởi công thức.

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

2) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:



Muốn xác định góc của đường thẳng a và (P) ta tìm hình chiếu vuông góc a' của a trên (P) . Khi đó

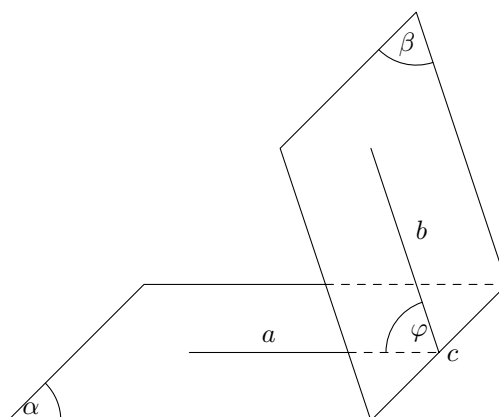
$$\widehat{(a, (P))} = \widehat{(a', a)}$$

3) Góc giữa hai mặt phẳng:

Phương pháp 1: Dựng hai đường thẳng a, b lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) . Khi đó, góc giữa (α) và (β) là

$$\widehat{((\alpha), (\beta))} = \widehat{(a, b)}$$

Phương pháp 2:



Xác định giao tuyến c của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Dựng hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến c tại một điểm trên c . Khi đó: $\widehat{((\alpha), (\beta))} = \widehat{(a, b)}$.

Cách khác: Ta xác định mặt phẳng phụ (γ) vuông góc với giao tuyến c mà $(\alpha) \cap (\gamma) = a$, $(\beta) \cap (\gamma) = b$. Suy ra $\widehat{((\alpha), (\beta))} = \widehat{(a, b)}$.

4) Sử dụng phương pháp tọa độ trong **không** gian:

Chọn hệ trục thích hợp và cụ thể hóa tọa độ các điểm.

a) Giả sử đường thẳng a và b lần lượt có véc-tơ chỉ phương là \vec{a}, \vec{b} .

$$\text{Khi đó: } \cos \widehat{(a, b)} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow \widehat{(a, b)}$$

b) Giả sử đường thẳng a có véc-tơ chỉ phương là \vec{a} và (P) có véc-tơ pháp tuyến là \vec{n} .

$$\text{Khi đó: } \sin \widehat{(a, (P))} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} \Rightarrow \widehat{(a, (P))}$$

c) Giả sử mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là \vec{a}, \vec{b} .

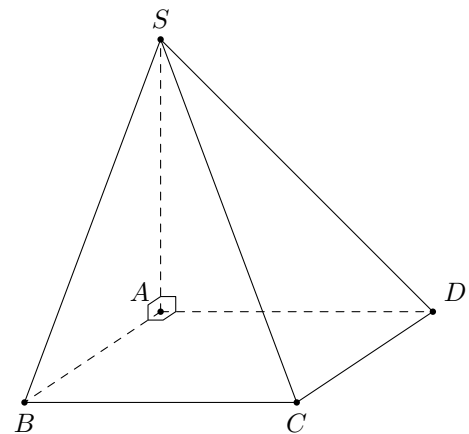
$$\text{Khi đó: } \cos \widehat{((\alpha), (\beta))} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow \widehat{((\alpha), (\beta))}$$

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A 30° . B 45° . C 60° . D 90° .



Phân tích hướng dẫn giải

- DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
- HƯỚNG GIẢI:
 - Xác định hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.
 - Tính góc giữa SC và hình chiếu của nó.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng
 A 45° . B 30° . C 60° . D 90° .

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, AD và AC . Cho $AB = 2a, CD = 2a\sqrt{2}$ và $MN = a\sqrt{5}$. Tính góc $\varphi = (\overline{AB}, \overline{CD})$
 A 135° . B 60° . C 90° . D 45° .

Lời giải.

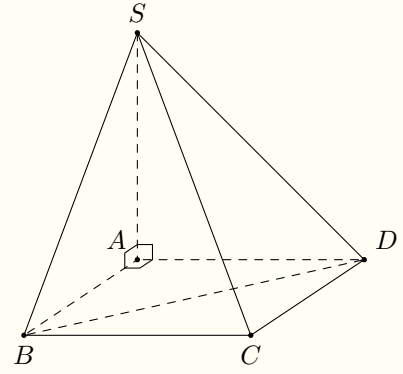
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Câu 7.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng SC và BD nằm trong khoảng nào?



- A $(30^\circ; 40^\circ)$.
- B $(40^\circ; 50^\circ)$.
- C $(50^\circ; 60^\circ)$.
- D $(60^\circ; 70^\circ)$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

--	--

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có các $\triangle ABC$ và $\triangle SBC$ là các tam giác đều và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Góc giữa đường thẳng SA và (ABC) bằng

- A 45° .
- B 75° .
- C 60° .
- D 30° .

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $\triangle ABC$ đều cạnh a . Gọi β là góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) . Khi đó, $\tan \beta$ bằng

A $\sqrt{\frac{3}{5}}$
 B $\sqrt{\frac{5}{3}}$
 C $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 D $\sqrt{2}$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Tính sin của góc tạo bởi AC và mặt phẳng (SBC) .

A $\frac{1}{3}$
 B $\frac{1}{\sqrt{6}}$
 C $\frac{1}{\sqrt{7}}$
 D $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 14.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 17.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$, trên đường thẳng d vuông góc với (ABC) tại điểm A ta lấy một điểm D sao cho $\triangle DBC$ đều. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (DBC) nằm trong khoảng nào?

A $(40^\circ; 50^\circ)$.

B $(50^\circ; 60^\circ)$.

C $(60^\circ; 70^\circ)$.

D $(70^\circ; 80^\circ)$.

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 18.**

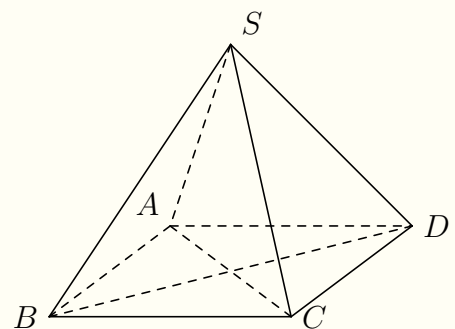
Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $2a$, cạnh bên $a\sqrt{3}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A 30° .

B 45° .

C 60° .

D 90° .



🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

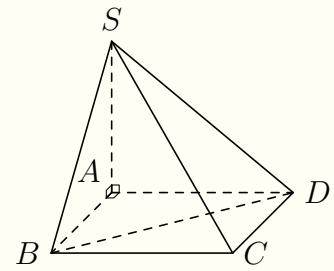
Handwriting practice lines (dotted lines) for the left side of the page.

Handwriting practice lines (dotted lines) for the right side of the page.

⇨ Câu 20.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A 30° .
- B 45° .
- C 60° .
- D 90° .



🗨️ Lời giải.

Handwriting practice lines (dotted lines) for the left side of the solution area.

Handwriting practice lines (dotted lines) for the right side of the solution area.

Bài 18

ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

1. kiến thức cần nhớ

Dựa vào bảng biến thiên:

- Nếu x qua điểm x_0 mà $f(x)$ đổi từ dấu (+) sang dấu (-) thì x_0 là điểm cực đại.
 - Nếu x qua điểm x_0 mà $f(x)$ đổi từ dấu (-) sang dấu (+) thì x_0 là điểm cực tiểu.
- (số lần đổi dấu của $f(x)$ chính bằng số điểm cực trị của hàm số).

2. bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 0.

B 2.

C 1.

D 3.

BÀI GIẢI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

❖ Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
- B Hàm số có một điểm cực trị.
- C Hàm số có hai điểm cực trị.

D Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .

Lời giải.

.....

.....

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

x	$-\infty$	2	6	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 6 ↘	↘ 1 ↗	$+\infty$	

- A** Hàm số có giá trị cực đại bằng 2.
- B** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- C** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$.
- D** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$		
y'	+	-	0	+	0	+	-	0	+
y	$-\infty$	↗ $+\infty$	↘ y_1	↗ y_2	↘ y_3	↗ $+\infty$			

- A** 4.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 5.

Lời giải.

.....

.....

.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(-2)$		$f(0)$		$+\infty$

- A 3.
- B 1.
- C 0.
- D 2.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

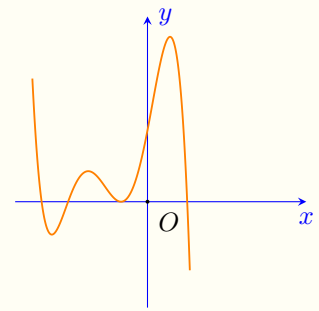
.....

.....

.....

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A 6.
- B 5.
- C 4.
- D 3.



🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

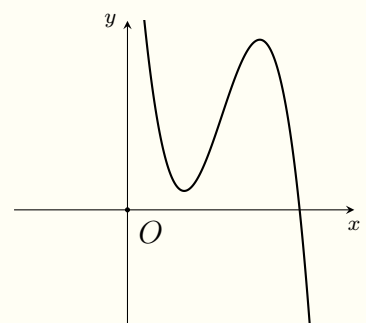
.....

.....

.....

❖ **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A 3.
- B 1.
- C 0.
- D 2.



🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

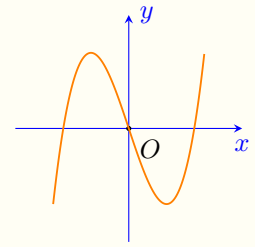
.....

.....

❖ Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 3.
- Ⓑ 1.
- Ⓒ 2.
- Ⓓ 5.



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

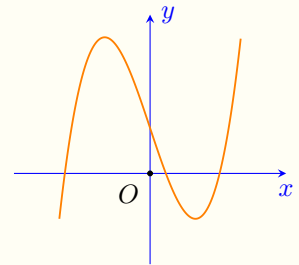
.....

.....

❖ Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 5.
- Ⓑ 3.
- Ⓒ 2.
- Ⓓ 4.



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	2	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 3.
- Ⓑ 2.
- Ⓒ 4.
- Ⓓ 1.

 Lời giải.

.....

.....

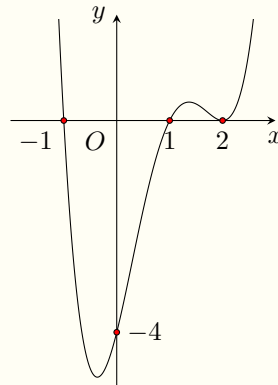
.....

.....

.....

.....

🔗 **Câu 14.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



A 2.

B 4.

C 1.

D 3.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

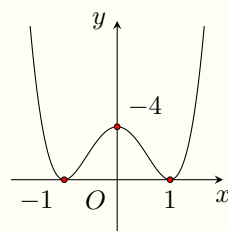
.....

.....

.....

.....

🔗 **Câu 15.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A 4.

B 0.

C 2.

D 3.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					
		2		3	
	$-\infty$		-1	-1	$-\infty$

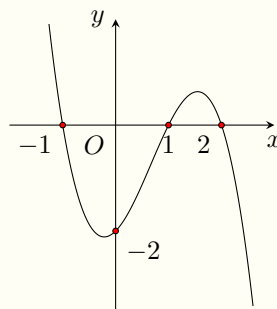
- A Có ba điểm.
 B Có hai điểm.
 C Có một điểm.
 D Có bốn điểm.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

🔗 **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây.



Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A 0.
 B 2.
 C 1.
 D 3.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 18.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$		3		4
	-2		-1	

(A) -2.

(B) 4.

(C) 3.

(D) -1.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	+		
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

(A) $x = 0$.

(B) $(-1; -4)$.

(C) $(0; -3)$.

(D) $(1; -4)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$		0		$-\frac{5}{2}$		0		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) $-\frac{5}{2}$.

(B) 1.

(C) 0.

(D) -1.

Lời giải.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

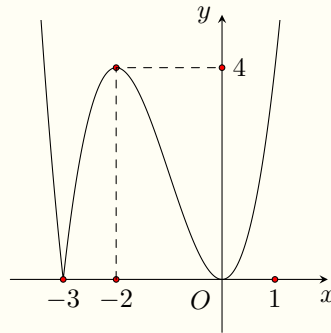
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
- B Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- C Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
- D Hàm số không có cực trị.

Lời giải.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trên đoạn $[-3; 1]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



- A 1.
- B 2.
- C 3.
- D 4.

Lời giải.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

Bài 19

TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT- GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN

1. Kiến Thức Cần Nhớ

- ☑ Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x_i) = 0, x_i \in [a; b]$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $M = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}$.
- ☑ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x_i) = 0, x_i \in [a; b]$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $m = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}$.
- ☑ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a;b]} f(x) = f(b); \min_{[a;b]} f(x) = f(a)$.
- ☑ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a;b]} f(x) = f(a); \min_{[a;b]} f(x) = f(b)$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

(A) 1.

(B) 37.

(C) 33.

(D) 12.

Phân tích hướng dẫn giải

a) **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán tìm giá trị lớn nhất của hàm số đa thức.

b) **HƯỚNG GIẢI:**

Bước 1: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Tính $f(x)$, cho $f(x) = 0$ tìm các nghiệm $x_i \in [a; b]$.

Bước 2: Tính $f(a), f(b), f(x_i)$. Tìm $M = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}$.

Bước 3: Kết luận giá trị lớn nhất của hàm số.

BÀI GIẢI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

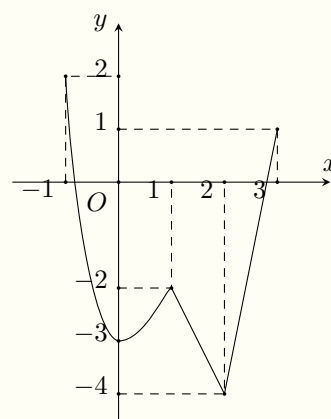
.....

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

❖ Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ là

- A 2. B 4. C 6. D 5.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A $\min_{[0;2]} y = 2$. B $\min_{[0;2]} y = 0$. C $\min_{[0;2]} y = 1$. D $\min_{[0;2]} y = 4$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 18$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A 2. B 11. C 27. D 1.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{2x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

A $\min_{[0;3]} y = 0.$

B $\min_{[0;3]} y = -\frac{3}{7}.$

C $\min_{[0;3]} y = -4.$

D $\min_{[0;3]} y = -1.$

🗨️ **Lời giải.**

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

⇨ **Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Kí hiệu $M = \max_{x \in [0;2]} f(x)$, $m = \min_{x \in [0;2]} f(x)$. Khi đó $M + m$

bằng

A $\frac{-4}{3}.$

B $\frac{-2}{3}.$

C $\frac{2}{3}.$

D 1.

🗨️ **Lời giải.**

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

⇨ **Câu 6.** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

A 4.

B 16.

C 2.

D 6.

🗨️ **Lời giải.**

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

⇨ **Câu 7.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

A $\max_{[-1;1]} y = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}.$

B $\max_{[-1;1]} y = 1 - e^2.$

C $\max_{[-1;1]} y = -(1 + e^{-2})$.

D $\max_{[-1;1]} y = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4x^2 + \frac{1}{x} - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A $\frac{29}{2}$.

B 1.

C 3.

D Không tồn tại.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ đạt được tại x_0 . Giá trị x_0 bằng

A 1.

B 2.

C -2.

D -1.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 10.** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x - 4\sqrt{6-x}$ trên $[-3; 6]$. Tổng $M + m$ có giá trị là

A -12.

B -6.

C 18.

D -4.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Bài 20

BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC LÔGARIT

1. Kiến Thức Cần Nhớ

Định nghĩa 20.1. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

Tính chất 20.1. Cho $a, b > 0, a \neq 1$, Ta có:
 $\log_a a = 1; \quad \log_a 1 = 0; \quad a^{\log_a b} = b; \quad \log_a(a^\alpha) = \alpha$.

Các quy tắc

- ✔ Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, Ta có:
 $\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$.
- ✔ Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, Ta có:
 $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$.
 Đặc biệt: với $a, b > 0, a \neq 1$ thì $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$.
- ✔ Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , Ta có:
 $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.
 Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$.
- ✔ Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, Ta có:
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.
 Đặc biệt: $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a = b^2$.

B $a^3 = b$.

C $a = b$.

D $a^2 = b$.

Phân tích hướng dẫn giải

a) **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán biến đổi đẳng thức lôgarit.

b) **HƯỚNG GIẢI:**

Bước 1: Biến đổi đưa về cùng cơ số 2.

Bước 2: Cho 2 biểu thức trong lôgarit bằng nhau.

Bước 3: Dựa vào các đáp án, kết luận mệnh đề đúng.

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

⇨ **Câu 1.** Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $x = y$.

B $x > y$.

C $x < y$.

D $x = y^2$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 2.** Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\ln \frac{a}{c} + \ln \frac{b}{c} = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $abc = 1$.

B $ab = c$.

C $a + b = c$.

D $ab = c^2$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 3.** Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$. Khi đó M bằng biểu thức nào sau đây?

A $\log_4 \frac{x}{y}$.

B $\log_{36} \frac{x}{y}$.

C $\log_9(x - y)$.

D $\log_{15}(x + y)$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 4.** Cho $a = \log_9 8$ và $b = \log_2 3$. Tính ab .

A $\frac{1}{3}$.

B $\frac{3}{2}$.

C $\frac{2}{9}$.

D $\frac{2}{3}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 5.** Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

A $A = (3 + a)a$.

B $A = (3 - a)a$.

C $A = \frac{3 + a}{a}$.

D $A = \frac{3 - a}{a}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 6.** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

C $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$.

D $\log(a + b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 7.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

B $5 \log(a + 2b) = \log a - \log b$.

C $2 \log(a + 2b) = 5(\log a + \log b)$.

D $\log(a + 1) + \log b = 1$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

❖ **Câu 8.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\log(a + 1) + \log b = 1$.

B $\log \frac{a + 3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

C $3 \log(a + 3b) = \log a - \log b$.

D $2 \log(a + 3b) = 2 \log a + \log b$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 9.** Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 + 9b^2 = 13ab$. Chọn câu trả lời đúng.

A $\log \sqrt{2a + 3b} = \log \sqrt{a} + 2 \log \sqrt{b}$.

B $\frac{1}{4} \log(2a + 3b) = 3 \log a + 2 \log b$.

C $\log \left(\frac{2a + 3b}{5} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$.

D $\log \left(\frac{2a + 3b}{4} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 10.** Cho các số thực x, a, b, c, d dương thỏa mãn $\log x = 2 \log(2a) - 3 \log b - 4 \log \sqrt[4]{c}$. Biểu diễn x theo a, b, c được kết quả là

A $x = \frac{2a^2}{b^3 c}$.

B $x = \frac{4a^2}{b^3 c}$.

C $x = \frac{2a^2 c}{b^3}$.

D $x = \frac{2a^2 c}{b^3}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Câu 11.** Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

(A) 2^9 . **(B)** 2 . **(C)** 8 . **(D)** 2^{18} .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Câu 12.** Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính $I = 2 \log_6 [\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$.

(A) $I = 3$. **(B)** $I = -2$. **(C)** $I = 1$. **(D)** $I = 2 \log_6 5 + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Câu 13.** Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương và $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

(A) 32 . **(B)** 40 . **(C)** 43 . **(D)** 23 .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 14.** Xét các số thực thực dương x, y thỏa mãn $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x + y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là

A $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

B $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

C $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

D $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 15.** Xét các số thực dương $a, b, c, b \neq 1$ thỏa mãn $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y .

A $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{5 + 4y}{6x}$.

B $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{20y}{3x}$.

C $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{5 + 3y^4}{3x^2}$.

D $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = 20x + \frac{20y}{3}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 16.** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}$, đặt $T = \frac{a}{b}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A $-2 < T < 0$.

B $0 < T < \frac{1}{2}$.

C $1 < T < 2$.

D $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 21

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

1. Kiến Thức Cần Nhớ

★ Phương trình mũ cơ bản:

$$\text{Với } a > 0, a \neq 1: a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ x = \log_a b. \end{cases}$$

★ Giải phương trình mũ đưa về cùng cơ số:

$$\text{Với } a > 0, a \neq 1: a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$$

★ Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

• Dạng 1: $P(a^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{f(x)}, t > 0 \\ P(t) = 0 \end{cases}$, trong đó $P(t)$ là đa thức theo t .

• Dạng 2: $\alpha a^{2f(x)} + \beta (ab)^{f(x)} + \gamma b^{2f(x)} = 0$.

Chia 2 vế cho $b^{2f(x)}$, rồi đặt ẩn phụ $t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}$.

★ Bất phương trình mũ cơ bản:

$$a^{f(x)} < b, (\text{với } b > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) < \log_a b \\ 0 < a < 1 \\ f(x) > \log_a b \end{cases}.$$

★ Giải bất phương trình mũ đưa về cùng cơ số:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases}.$$

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Tập nghiệm của bất phương trình: $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$.

(A) $[-2; 4]$.

(B) $[-4; 2]$.

(C) $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

(D) $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Phân tích hướng dẫn giải

- a) **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán giải bất phương trình mũ sử dụng Phương pháp đưa về cùng cơ số.
- b) **HƯỚNG GIẢI:**
- Bước 1: Vì cơ số $a = 5 > 1$ nên chiều bất phương trình không đổi.
- Bước 2: Bỏ cơ số, ta thu được bất phương trình liên quan đến số mũ.
- Bước 3: Giải bất phương trình này tìm nghiệm.
- Bước 4: Dựa vào các đáp án, kết luận mệnh đề đúng.

BÀI GIẢI

.....

.....

3. Bài Tập Tương Tự và Thát Triển

❖ **Câu 1.** Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

(A) 1.

(B) -1.

(C) $\frac{5}{2}$.

(D) $-\frac{5}{2}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 2.** Tìm số nghiệm thực của phương trình $3^{3x-1} = 9^{\sqrt{x}}$.

(A) 1.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 2.

💬 Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 3.** Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính x_1x_2 .

(A) -6.

(B) -5.

(C) 6.

(D) -2.

💬 Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 4.** Phương trình $(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 2} = 7 - 4\sqrt{3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

A $P = -1$.

B $P = 3$.

C $P = 2$.

D $P = 4$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Phương trình $3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$.

B $x_1 + x_2 = -1$.

C $x_1 + x_2 = 0$.

D $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 6.** Phương trình $5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} = 26$ có tổng các nghiệm là

A 1.

B 4.

C 2.

D 3.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3 \cdot (2 - \sqrt{3})^x + 2 = 0$ có tập nghiệm là

A $\{0\}$.

B $\{1; 0\}$.

C $\{1; 2\}$.

D $\{-2; 2\}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 8.** Tích các nghiệm của phương trình $4^{x^2-x-1} + 2^{x^2-x} = 3$ bằng

A -1.

B 1.

C 0.

D 2.

🗨️ **Lời giải.**

.....
-------	-------

❖ **Câu 9.** Tìm tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.

- Ⓐ 2. Ⓑ -1. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$

- Ⓐ $(-\infty; 5)$. Ⓑ $(-\infty; -5)$. Ⓒ $(-5; +\infty)$. Ⓓ $(5; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72$

- Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 2)$. Ⓒ $[2; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 2]$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$.

- Ⓐ $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup (0; +\infty)$. Ⓑ $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.
 Ⓒ $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. Ⓓ $\left(0; \frac{1}{3}\right]$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 13.** Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$, tập nghiệm của bất phương trình có dạng $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $A = b - a$ nhận giá trị nào sau đây?
 A 1. B 2. C -1. D -2.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 14.** Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[0; 10]$ của bất phương trình $7^{\sqrt{x+6}} \geq 7^x$ là
 A 3. B 4. C 11. D 10.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 15.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10} - 3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là
 A 1. B 0. C 3. D 2.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 16.** Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \geq \frac{1}{3^x}$ là một đoạn $[a; b]$ ta có $a + b$ bằng
 A $a + b = 11$. B $a + b = 9$. C $a + b = 12$. D $a + b = 10$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....

.....
.....

⇨ **Câu 19.** Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ của bất phương trình $(2^x + 1)^2 > (\sqrt{2^x + 2} - 1)^2 \cdot (2^{x+1} + 5)$ là
 A 2020. B 2019. C 2021. D 2018.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 20.** Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?
 A $(3; \sqrt{10})$. B $(-4; 2)$. C $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$. D $(\frac{2}{9}; \frac{49}{5})$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



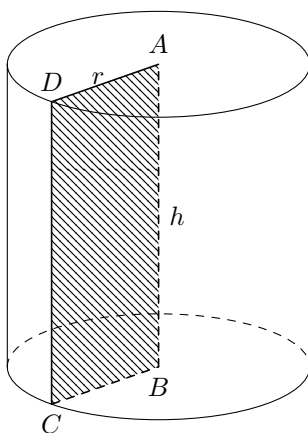
Bài 22

KHỐI TRỤ

1. Kiến Thức Cần Nhớ

Khái niệm: Hình trụ tròn xoay.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.



Đường thẳng AB được gọi là trục.

Đoạn thẳng CD được gọi là đường sinh.

Độ dài đoạn thẳng $AB = CD = h$ được gọi là chiều cao của hình trụ.

Hình tròn tâm A , bán kính $r = AD$ và hình tròn tâm B , bán kính $r = BC$ được gọi là hai đáy của hình trụ.

Khối trụ tròn xoay, gọi tắt là khối trụ, là phần không gian giới hạn bởi hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ.

★ Công thức tính diện tích của hình trụ và thể tích của khối trụ:

Cho hình trụ có chiều cao là h và bán kính đáy bằng r .

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh$.

Diện tích toàn phần của hình trụ:

Thể tích khối trụ: $V = B \cdot h = \pi r^2 h$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 18π .

(B) 36π .

(C) 54π .

(D) 27π .

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán tìm các yếu tố của hình trụ.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Theo giả thiết ta có $r = 3$. Vì thiết diện là hình vuông nên độ dài đường cao là $l = 2r = 6$.

B2: Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rl = 36\pi$.

❖ **Câu 3.** Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ (T) là

- A $23\pi (\text{cm}^2)$.
 B $\frac{23\pi}{2} (\text{cm}^2)$.
 C $\frac{69\pi}{2} (\text{cm}^2)$.
 D $69\pi (\text{cm}^2)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A $2\pi a^2$.
 B $\frac{3\pi a^2}{2}$.
 C $4\pi a^2$.
 D $3\pi a^2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

- A $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.
 B $r = 5$.
 C $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$.
 D $r = 5\sqrt{\pi}$.

A $10\sqrt{3}\pi$.

B $5\sqrt{39}\pi$.

C $20\sqrt{3}\pi$.

D $10\sqrt{39}\pi$.

 Lời giải.

.....
-------	-------

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 9.** Cho $AABB$ là thiết diện song song với trục OO của hình trụ (A, B thuộc đường tròn tâm O). Cho biết $AB = 4, AA = 3$ và thể tích của hình trụ bằng $V = 24\pi$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng ($AABB$) là

A $d = 1$.

B $d = 2$.

C $d = 3$.

D $d = 4$.

 Lời giải.

.....
-------	-------

❖ **Câu 19.** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, có bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A $2,8m$.

B $2,6m$.

C $2,1m$.

D $2,3m$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

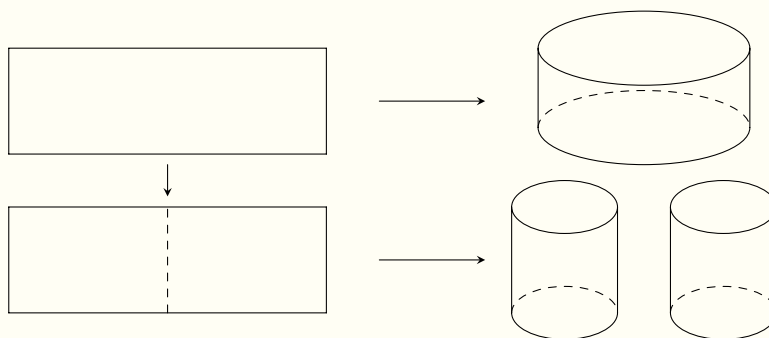
.....

.....

❖ **Câu 20.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước h và a , người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng h , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.



Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

B $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

C $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 23

LIÊN QUAN GIAO ĐIỂM TỪ HAI ĐỒ THỊ

1. Kiến Thức Cần Nhớ

Định lý: Số nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ bằng số điểm chung của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Đồ thị hàm $y = |f(x)|$: cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Đồ thị hàm $y = |f(x)|$ thu được từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía trên trục hoành và lấy đối xứng phần đồ thị (C) ở phía dưới trục hoành qua trục hoành, đồng thời xóa bỏ phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía dưới trục hoành.

Đồ thị hàm $y = f(|x|)$: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ thu được từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía bên phải trục tung và lấy đối xứng phần đồ thị ở bên phải trục tung qua trục tung, đồng thời xóa bỏ phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở bên trái trục tung.

Tập giá trị của hàm lượng giác $y = \sin x; y = \cos x$ là $\mathcal{D} = [-1; 1]$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$			1		0	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

(A) 2.

(B) 0.

(C) 3.

(D) 1.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán dựa vào sự tương giao của hai đồ thị để tìm số nghiệm của phương trình khi cho trước bảng biến thiên của hàm số.

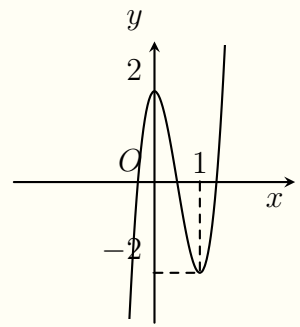
B1: Biến đổi phương trình tương đương với $f(x) = \frac{2}{3}$.

B2: Vẽ đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ cắt ngang qua bảng biến thiên.

B3: Xác định được số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{2}{3}$, từ đó kết luận về số nghiệm của phương trình.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 1 = 0$ là

- A** 1.
- B** 4.
- C** 2.
- D** 3.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - e = 0$ là

- A** 4.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 1.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇒ **Câu 8.** Cho hàm số: $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2		↘ $\frac{22}{27}$		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(|x|) - 1 = 0$ là

- A. 1.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 0.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

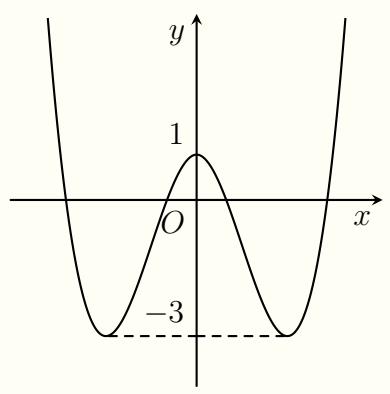
.....

⇒ **Câu 9.**

Cho hàm số: $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương

trình $\frac{1 + f(x)}{3 + 2f(x)} = 2$ là

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 5.



🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $\frac{|f(x)| - 1}{|f(x)| + 1} = \frac{1}{4}$.

(A) 6.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 7.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 11.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			9		-3		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 9 = 0$ là

(A) 4.

(B) $I = 3$.

(C) 5.

(D) 6.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		-3		$+\infty$

Phương trình $f(x^2 - 3) = 5$ có bao nhiêu nghiệm âm?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 2.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 14.**

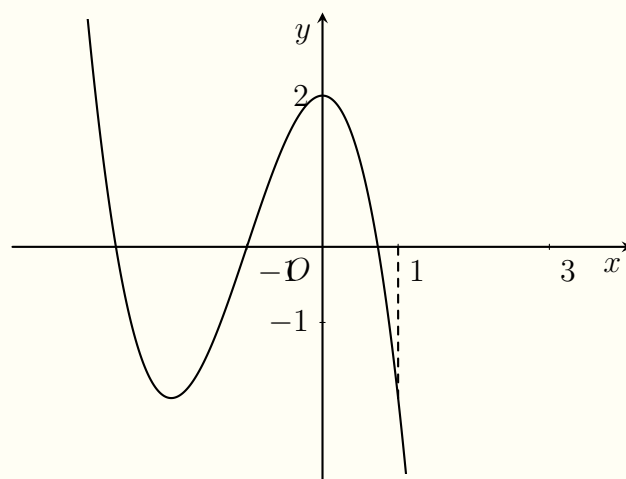
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $f(\cos x - 1) = 1$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 2\pi)$?

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.



🗨️ Lời giải.

❖ Câu 15.

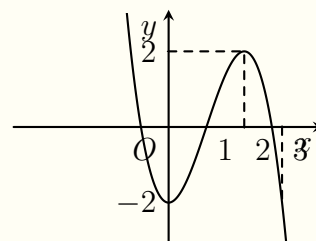
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f\left(2x^2 - 2x + \frac{3}{2}\right) = 1$ là

A 3.

B 2.

C 1.

D 4.



🗨️ Lời giải.

🔗 Câu 18.

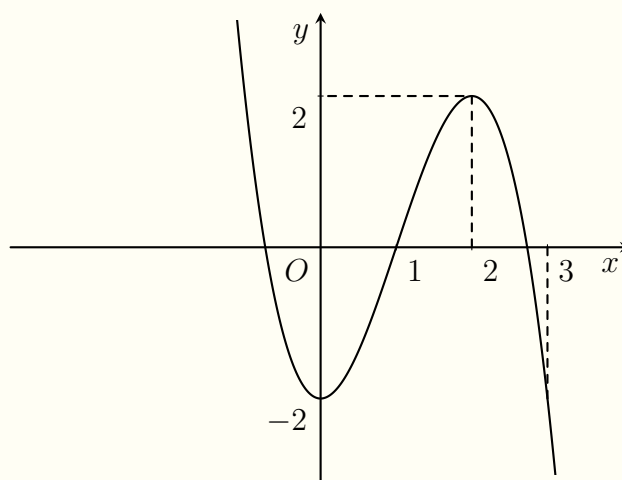
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để phương trình $|f(|x|)| = \log_{\frac{1}{2}} m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A $0 < m \leq \frac{1}{4}$.

B $m > \frac{1}{4}$.

C $m < \frac{1}{4}$.

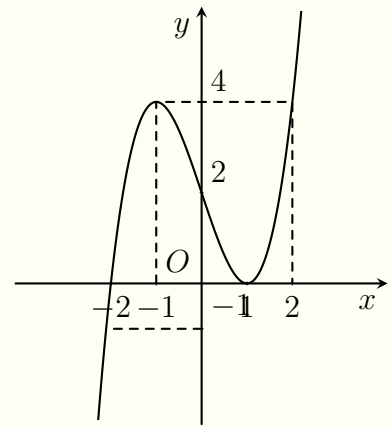
D $0 < m < \frac{1}{4}$.



🗨️ Lời giải.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(f(x))$.
 Tìm số nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

- A** 8. **B** 4. **C** 6. **D** 5.



Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area consisting of two columns of horizontal dotted lines for writing the solution.

Bài 24

NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

1. Kiến Thức Cần Nhớ

- ☉ $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ với $\alpha \neq -1$.
- ☉ $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$ với $a \neq 0$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- (A) $x + 3\ln(x-1) + C$.
- (B) $x - 3\ln(x-1) + C$.
- (C) $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$.
- (D) $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$.

Phân tích hướng dẫn giải

1) DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán tìm nguyên hàm cơ bản.

2) HƯỚNG GIẢI:

- ☉ Phân tích $f(x) = \frac{x+2}{x-1} = 1 + \frac{3}{x-1}$.
- ☉ Áp dụng công thức trong bảng nguyên hàm: $\int f(x) dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3\ln|x-1| + C$.
- ☉ Vì $x \in (1; +\infty)$ nên $\int f(x) dx = x + 3\ln(x-1) + C$.

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

- ☞ **Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ là
- (A) $\ln \frac{x-3}{x-1} + C$.
 - (B) $\frac{1}{2} \ln \frac{x-3}{x-1} + C$.

C $\frac{1}{2} \ln(x^2 - 4x + 3) + C.$

D $\ln(x^2 - 4x + 3) + C.$

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area with two columns of dotted lines.

Câu 2. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e + 1) = 4$.
Tìm $F(x)$.

A $F(x) = 2 \ln(x - 1) + 2.$

B $F(x) = \ln(x - 1) + 3.$

C $F(x) = 4 \ln(x - 1).$

D $F(x) = \ln(x - 1) - 3.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 3.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 2$, hãy tính $F(1)$.

- Ⓐ $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. Ⓑ $F(1) = \ln 3 + 2$. Ⓒ $F(1) = 2 \ln 3 - 2$. Ⓓ $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ với mọi $x \neq 1$. Biết $f(0) = 2017$ và $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- Ⓐ $S = \ln 4035$. Ⓑ $S = 4$. Ⓒ $S = \ln 2$. Ⓓ $S = 1$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$.

- Ⓐ $F(x) = x + 4 \ln |2x - 3| + 1$. Ⓑ $F(x) = x + 2 \ln(2x - 3) + 1$.
 Ⓒ $F(x) = x + 2 \ln |2x - 3| + 1$. Ⓓ $F(x) = x + 2 \ln |2x - 3| - 1$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

⇨ **Câu 6.** Cho biết $\int \frac{4x+1}{2x+3} dx = ax - \frac{b}{2} \ln(2x+3) + C$ với $x \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ (a, b là các tham số thực). Mệnh đề nào sau đây?

- A $2a - b = -1.$ B $2a - b = -3.$ C $2a - b = 9.$ D $2a - b = 7.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

⇨ **Câu 7.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2+a}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ (a là tham số thực). Biết $F(1) = F(e) = 2$. Tìm a .

- A $a = -1.$ B $a = 1 - e^2.$ C $T = 1 + e^2.$ D $a = 1.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 8.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x+3}$ trên khoảng $(-3; +\infty)$ là

- A $\frac{x^2}{2} + 2 \ln(x+3) + C.$ B $x + 2 \ln(x+3) + C.$
- C $\frac{x^2}{2} + \ln(x+3) + C.$ D $\frac{x^2}{2} - 2 \ln(x+3) + C.$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 9.** Biết $\int \frac{3}{x^2 + 4x + 3} dx = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + C$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A $a + 2b = 8.$
 B $a + b = 8.$
 C $2a + b = 8.$
 D $a - b = 8.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 10.** Biết $\int \frac{2x - 13}{(x + 1)(x - 2)} dx = a \ln |x + 1| + b \ln |x - 2| + C.$ Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A $a + 2b = 8.$
 B $a + b = 8.$
 C $2a - b = 8.$
 D $a - b = 8.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 11.** Biết $I = \int_0^1 \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1} dx = a \ln b + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c.$
 A $T = 3.$
 B $T = 0.$
 C $T = 1.$
 D $T = 2.$

Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

⇨ **Câu 12.** Biết hàm số $F(x) = (ax + b)\sqrt{4x + 1}$ (a, b là các tham số thực) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{12x}{\sqrt{4x + 1}}$. Tính $a + b$.

A $a + b = 0$.

B $a + b = 1$.

C $a + b = 2$.

D $a + b = 3$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 13.** Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ (a, b, c là các số nguyên) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x - 3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tính $T = a + b + c$.

A $T = 8$.

B $T = 5$.

C $T = 6$.

D $T = 7$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 14.** Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F(3) = 7$ (m là tham số thực). Tính m .

A $m = -2$.
 B $m = 3$.
 C $m = -3$.
 D $m = 2$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 15.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A $(x+3)\sqrt{x+3} - (x+1)\sqrt{x+1} + C$.
 B $\frac{3}{4} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.

C $\frac{1}{3} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.
 D $\frac{1}{4} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 16.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \sin 2x + 3 \cos x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(\pi) = 0$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{7}{2}$.
 B $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.
 C $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$.
 D $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{2}$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 17.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3e^{2x} + 2$. Biết $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$.

A $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x - \frac{3}{2}$.

B $F(x) = 3e^{2x} + 2x - 3$.

C $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x$.

D $F(x) = -\frac{3}{2}e^{2x} + 2x + \frac{3}{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 18.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 + a \cdot e^x$ (a là tham số thực). Biết $F(0) = 2$, $F(1) = 2$. Tính $T = (1 - e) \cdot a$.

A $T = -1$.

B $T = -2$.

C $T = e$.

D $T = 2$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 19.** Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x) + 1}{e^x}$.

A $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$.

B $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$.

C $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$.

D $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 20.** Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$. Biết $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2$.

A $S = \{2\}$.

B $S = \{-2; 2\}$.

C $S = \{1; 2\}$.

D $S = \{-2; 1\}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....



Bài 25

TOÁN THỰC TẾ SỬ DỤNG HÀM MŨ VÀ LÔGARIT

1. Kiến Thức Cần Nhớ

1) Lãi đơn: Khách hàng gửi vào ngân hàng A đồng với lãi đơn r /kì hạn thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn ($n \in \mathbb{N}^*$) là $S_n = A + nAr = A(1 + nr)$.

2) Lãi kép: Khách hàng gửi vào ngân hàng A đồng với lãi kép r /kì hạn thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn ($n \in \mathbb{N}^*$) là $S_n = A(1 + r)^n$. Từ đó ta có thể tìm các giá trị:
 $r = \sqrt[n]{\frac{S_n}{A}} - 1$, $A = \frac{S_n}{(1 + r)^n}$, $n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right)$.

3) Bài toán tăng trưởng dân số: Công thức tính tăng trưởng dân số

$$X_m = X_n(1 + r)^{m-n}, (m, n \in \mathbb{Z}^+, m \geq n)$$

trong đó:

r là tỉ lệ tăng dân số từ năm n đến năm m .

X_m là dân số năm m .

X_n là dân số năm n .

Từ đó ta có công thức tính tỉ lệ tăng dân số là $r = \sqrt[m-n]{\frac{X_m}{X_n}} - 1$.

4) Vay vốn trả góp: Vay ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất r /tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi lần hoàn nợ số tiền là X đồng. Ta có công thức tính số tiền còn lại sau n tháng: $S_n = A(1 + r)^n - X \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$.

5) Tiền gửi hàng tháng: Đầu mỗi tháng khách hàng gửi vào ngân hàng số tiền A đồng với lãi kép r /tháng thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$) (nhận tiền cuối tháng, khi ngân hàng đã tính lãi) là S_n là $S_n = \frac{A}{r} [(1 + r)^n - 1](1 + r)$ Từ đó ta có
 $n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n \cdot r}{A(1 + r)} + 1 \right)$, $A = \frac{S_n \cdot r}{(1 + r) [(1 + r)^n - 1]}$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = A \cdot e^{nr}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93 \cdot 671 \cdot 600$ người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr. 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A $109 \cdot 256 \cdot 100$.

B $108 \cdot 374 \cdot 700$.

C $107 \cdot 500 \cdot 500$.

D $108 \cdot 311 \cdot 100$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán tăng trưởng dân số.

2. **HƯỚNG GIẢI:**

B1. Xác định các yếu tố A, n, r trong công thức.

B2. Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm.

BÀI GIẢI

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

🔗 **Câu 1.** Cho biết rằng sự tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là 1,32%, nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì dân số sau N năm được tính theo công thức tăng trưởng liên tục $S = A \cdot e^{Nr}$ trong đó A là dân số tại thời điểm mốc, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2013 dân số thế giới vào khoảng 7095 triệu người. Biết năm 2020 dân số thế giới gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A 7879 triệu người. B 7680 triệu người. C 7782 triệu người. D 7777 triệu người.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 2.** Sinh nhật của An vào ngày 1 tháng 5. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá khoảng 600.000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình. Bạn ấy quyết định bỏ ống tiết kiệm 10000 đồng vào ngày 1 tháng 1 của năm đó, sau đó cứ tiếp tục những ngày sau, mỗi ngày bạn bỏ ống tiết kiệm 5.000 đồng. Biết trong năm đó, tháng 1 có 31 ngày, tháng 2 có 28 ngày, tháng 3 có 31 ngày và tháng 4 có 30 ngày. Gọi a (đồng) là số tiền An có được đến sinh nhật của mình (ngày sinh nhật An không bỏ tiền vào ống). Khi đó ta có:

- A $a \in [610000; 615000)$. B $a \in [605000; 610000)$.
 C $a \in [600000; 605000)$. D $a \in [595000; 600000)$.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 3.** Một người gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng thời hạn 15 tháng, lãi suất 0,6%/tháng (lãi kép). Hỏi hết kì hạn thì tổng số tiền người đó có được là bao nhiêu?

- A 55,664 triệu đồng. B 54,694 triệu đồng.
 C 55,022 triệu đồng. D 54,368 triệu đồng.

🔗 **Câu 7.** Anh Nam gửi 500 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất không thay đổi hàng năm là 7,5 % năm. Sau 5 năm thì anh Nam nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là

- A 685755000 đồng. B 717815000 đồng. C 667735000 đồng. D 707645000 đồng.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Câu 8.** Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính khoảng 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng trưởng 1,5% mỗi năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người?

- A 2. B 28. C 23. D 24.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Câu 9.** Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn quý với lãi suất 1,65%/ quý. Hỏi sau ít nhất bao lâu thì người đó nhận được 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A 5 năm. B 4 năm 2 quý. C 3 năm 2 quý. D 4 năm.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Câu 10.** Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng, với kỳ hạn 3 tháng với lãi suất 2%/kỳ. Theo hình thức lãi kép, hết 6 tháng người đó gửi thêm 100 triệu đồng, với kỳ hạn và lãi suất như trước. Sau một năm kể từ lần gửi đầu tiên số tiền người đó có được gần nhất với số nào sau đây?

- A 210 triệu. B 220 triệu. C 212 triệu. D 216 triệu.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 11.** Một thầy giáo gửi 200 triệu đồng loại kỳ hạn 6 tháng vào một ngân hàng với lãi suất 3,45%/kỳ. Hỏi sau 6 năm 9 tháng, thầy giáo đó nhận số tiền cả gốc và lãi là bao nhiêu? Biết rằng thầy giáo đó không rút lãi ở tất cả các kỳ hạn trước và nếu rút trước hạn thì ngân hàng sẽ trả lãi theo lãi suất không kỳ hạn 0,002%/ ngày (Giả sử một tháng có 30 ngày).

- A 471688328 đồng. B 321556228 đồng. C 311392503 đồng. D 302088933 đồng.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 12.** Anh Nam mới ra trường và đi làm với mức lương khởi điểm là 6 triệu đồng/ tháng. Anh muốn dành một khoản tiền tiết kiệm bằng cách trích ra 20% lương hàng tháng gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,5%/ tháng. Hỏi sau một năm, số tiền tiết kiệm của anh Nam gần nhất với số nào sau đây?

- A 15320000 đồng. B 14900000 đồng. C 14880000 đồng. D 15876000 đồng.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 13.** Một người tham gia chương trình bảo hiểm An sinh xã hội của công ty X với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất hàng năm không đổi là 6%/ năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu tiền? Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân.

- A 412,23 (triệu đồng). B 393,12 (triệu đồng).

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

C 403,32 (triệu đồng).

D 293,32 (triệu đồng).

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ Câu 14. Một kĩ sư mới ra trường làm việc với mức lương khởi điểm là 7.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 9 tháng làm việc, mức lương của kĩ sư đó lại được tăng thêm 10%. Hỏi sau 4 năm làm việc, tổng số tiền lương kĩ sư đó nhận được là bao nhiêu?

- A** 415.367.400 đồng.
- B** 418.442.010 đồng.
- C** 421.824.081 đồng.
- D** 407.721.300 đồng.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ Câu 15. Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng A với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0,6%/ tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$.
- B** $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$.
- C** $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.
- D** $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 16.** Một người mua một căn hộ với giá 900 triệu đồng. Người đó trả trước với số tiền là 500 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là 0,5% mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Tính số tháng tối thiểu (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ.

A 133 tháng.

B 140 tháng.

C 136 tháng.

D 139 tháng.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 17.** Kết thúc năm 2017, thu nhập bình quân đầu người của Việt Nam đạt 2300 USD/ người/ năm. Trong hội nghị mới đây bàn về “ Tầm nhìn mới, động lực mới cho tăng trưởng kinh tế”, đại diện chính phủ Việt Nam đặt mục tiêu thu nhập bình quân đầu người của nước ta vào cuối năm 2035 sẽ đạt mức 10000 USD/ người/ năm (theo giá hiện hành). Hỏi để đạt được mục tiêu đó, trung bình mỗi năm thu nhập bình quân đầu người của nước ta tăng bao nhiêu

A 8,2.

B 8,7.

C 7,5.

D 8,5.

💬 Lời giải.

🔗 **Câu 20.** Anh Quý vừa mới ra trường được một công ty nhận vào làm việc với cách trả lương như sau: 3 năm đầu tiên, hưởng lương 10 triệu đồng/tháng. Sau mỗi ba năm thì tăng thêm 1 triệu đồng tiền lương hàng tháng. Để tiết kiệm tiền mua nhà ở, anh Quý lập ra kế hoạch như sau: Tiền lương sau khi nhận về chỉ dành một nửa vào chi tiêu hàng ngày, nửa còn lại ngay sau khi nhận lương sẽ gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,8%/tháng. Công ty trả lương vào ngày cuối của hàng tháng. Sau khi đi làm đúng 10 năm cho công ty đó anh Quý rút tiền tiết kiệm để mua nhà ở. Hỏi tại thời điểm đó, tính cả tiền gửi tiết kiệm và tiền lương ở tháng cuối cùng anh Quý có số tiền là bao nhiêu?(lấy kết quả gần đúng nhất)

- A 1102,535 triệu đồng.
 C 1093,888 triệu đồng.

- B 1089,535 triệu đồng.
 D 1111,355 triệu đồng.

💬 **Lời giải.**

Bài 26

TÍNH THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG

1. Kiến Thức Cần Nhớ

a) Thể tích khối lăng trụ $V = B \cdot h$ với B : diện tích đáy, h : chiều cao.

b) Các hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , trung tuyến AM . Khi đó

☑ $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

☑ $AB \cdot AC = AH \cdot BC$; $AM = \frac{1}{2}BC$.

☑ $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$; $\cot \widehat{ABC} = \frac{AB}{AC}$.

☑ $BH \cdot BC = AB^2$; $CH \cdot CB = CA^2$.

☑ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.

c) Đường chéo của hình vuông cạnh a có độ dài bằng $a\sqrt{2}$.

d) Đường cao của tam giác đều cạnh a có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

e) Diện tích tam giác thường

☑ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$, trong đó h_a, h_b, h_c là các đường cao hạ từ các đỉnh A, B, C .

☑ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$.

☑ $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, trong đó $p = \frac{a+b+c}{2}$.

☑ $S_{\triangle ABC} = p \cdot r$, trong đó r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

f) Trường hợp đặc biệt

☑ Diện tích tam giác vuông $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC$.

☑ Diện tích của tam giác đều cạnh a là $S = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

g) Diện tích hình chữ nhật $S = a \cdot b$.

h) Diện tích hình vuông $S = a^2$.

i) Diện tích hình thoi $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$, trong đó AC và BD là hai đường chéo.

j) Diện tích hình thang $S = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot h}{2}$, trong đó h là chiều cao của hình thang.

k) Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S = AH \cdot CD$, trong đó AH là chiều cao.

l) Định lí hàm số $\sin \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

m) Định lí hàm số cosin

$$\textcircled{A} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A.$$

$$\textcircled{B} b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B.$$

$$\textcircled{C} c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.$$

n) Công thức đường trung tuyến

$$\textcircled{A} m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}.$$

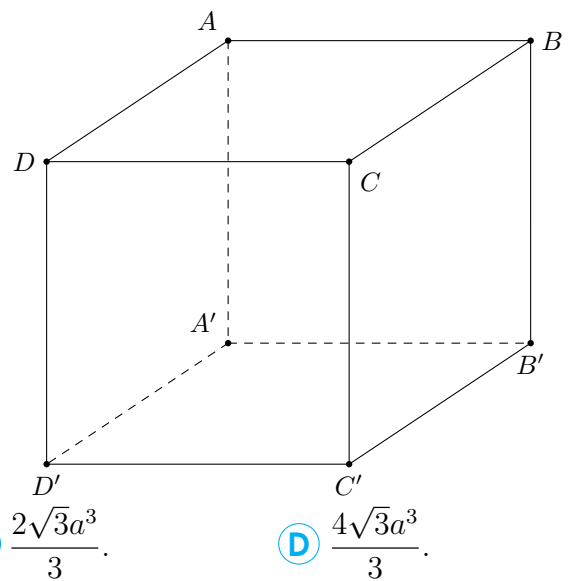
$$\textcircled{B} m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}.$$

$$\textcircled{C} m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



$$\textcircled{A} 2\sqrt{3}a^3.$$

$$\textcircled{B} 4\sqrt{3}a^3.$$

$$\textcircled{C} \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$

$$\textcircled{D} \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Phân tích hướng dẫn giải

I. DẠNG TOÁN: Đây là dạng tính thể tích khối lăng trụ đứng.

II. HƯỚNG GIẢI:

- Nhắc lại công thức tính thể tích khối lăng trụ: $V = B \cdot h$ với B : diện tích đáy, h : chiều cao.
- Gọi $I = AC \cap BD$. Từ đó: Tính BI và AC .
- Tính diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} BI \cdot AC$.
- Tính thể tích khối lăng trụ: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA'$.

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.EFGH$ có đáy là hình bình hành biết $AB = a$, $AD = 4a$, góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, cạnh $AE = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A $V = 2a^3\sqrt{3}$.

B $V = a^3\sqrt{3}$.

C $V = a^3$.

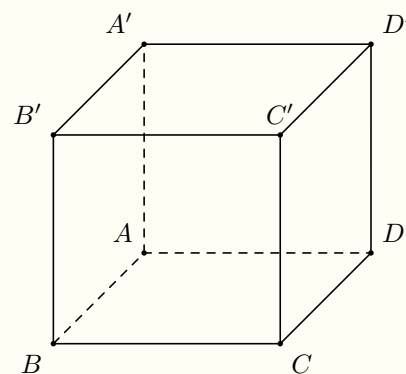
D $V = 2a^3$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 4.**

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ biết mặt đáy là hình thoi cạnh $2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên của hình lăng trụ là $3a$ (minh họa như hình bên). Thể tích V của khối lăng trụ là



A $V = 12a^3\sqrt{3}$.

B $V = 6a^3$.

C $V = 12a^3$.

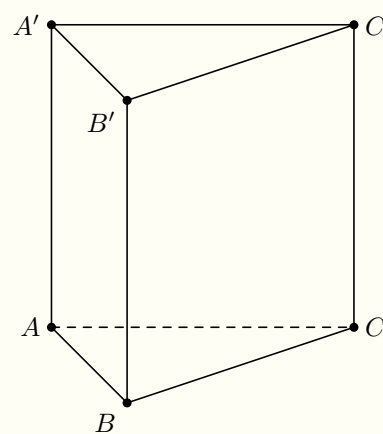
D $V = 4a^3\sqrt{3}$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.**

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB' = a\sqrt{10}$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$ (minh hoạ như hình bên). Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng



A $V = \frac{3a^3}{2}$.

B $V = \frac{a^3}{2}$.

C $V = 3a^3$.

D $V = a^3$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇔ **Câu 6.** Cho lăng trụ đứng tam giác có độ dài các cạnh đáy là 37 cm; 13 cm; 30 cm và biết tổng diện tích các mặt bên là 480 cm^2 . Tính thể tích V của lăng trụ đó.

A $V = 2160 \text{ cm}^3$.

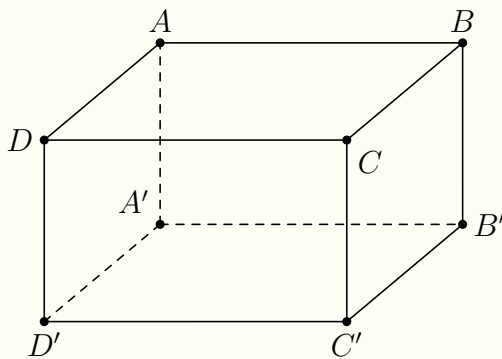
B $V = 360 \text{ cm}^3$.

C 720 cm^3 .

D $V = 1080 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

⇔ **Câu 7.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$ (minh hoạ như hình bên). Tính thể tích V của khối hộp này.



- A $V = 4a^3$.
- B $V = 24a^3$.
- C $V = 12a^3$.
- D $V = 8a^3$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 8. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $A'B = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A $2a^3$.
- B $a^3\sqrt{7}$.
- C $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
- D $6a^3$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

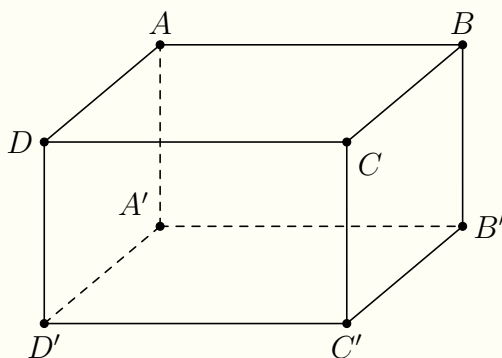
.....

.....

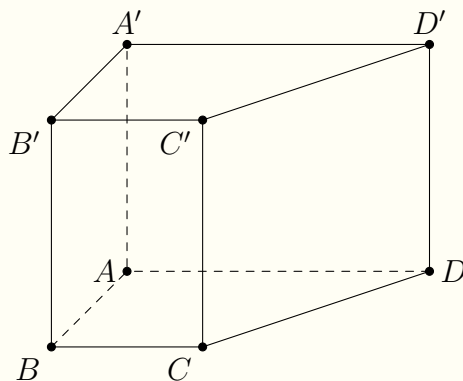
.....

.....

Câu 9. Các đường chéo của các mặt một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $\sqrt{10}$, $\sqrt{26}$, $\sqrt{34}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.



Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



A $\frac{3a^3}{2}$.

B $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

C $\frac{3\sqrt{6}a^3}{2}$.

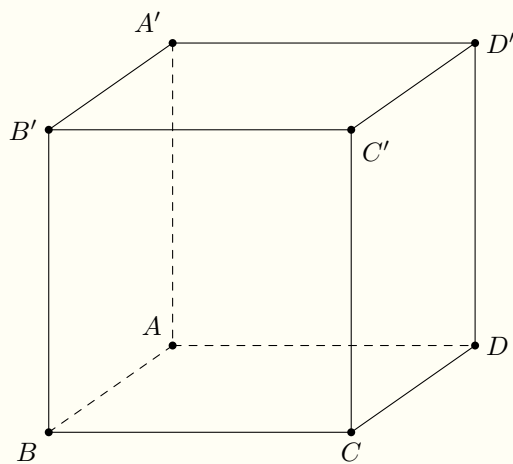
D $\frac{3a^3}{2\sqrt{6}}$.

Lời giải.

Handwriting practice area consisting of two columns of horizontal dotted lines for writing the solution.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Câu 12. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành với $AB = a, BC = a\sqrt{7}$ và góc $\widehat{BAC} = 60^\circ, AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

B $3\sqrt{3}a^3$.

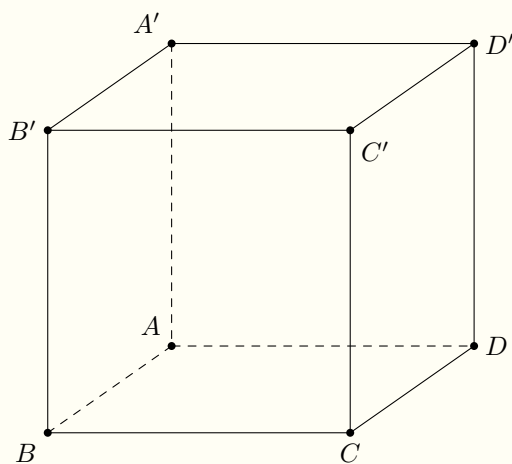
C $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

D $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

◀ **Câu 13.** Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $AA' = \sqrt{3}a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD) = \frac{3\sqrt{13}a}{13}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



🔗 **Câu 16.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C $V = \frac{3a^3}{4}$.

D $V = \frac{a^3}{4}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
-------	-------

🔗 **Câu 17.** Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

A a^3 .

B $\sqrt{3}a^3$.

C $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

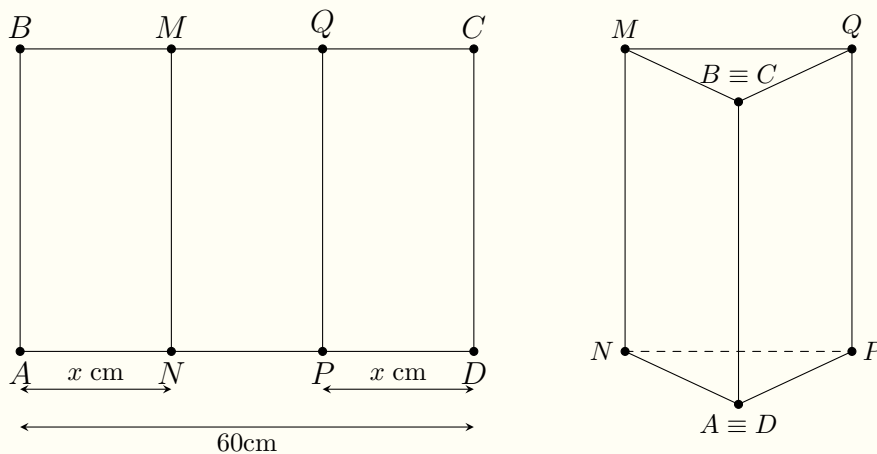
.....
-------	-------

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇒ **Câu 18.** Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60\text{cm}$, $AB = 40\text{cm}$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng



- Ⓐ $4000\sqrt{3}\text{cm}^3$.
- Ⓑ $2000\sqrt{3}\text{cm}^3$.
- Ⓒ $400\sqrt{3}\text{cm}^3$.
- Ⓓ $4000\sqrt{2}\text{cm}^3$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇒ **Câu 19.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và AB' vuông góc với BC' . Thể tích của lăng trụ đã cho là

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.
- Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.
- Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.
- Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 27

TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Kiến Thức Cần Nhớ

1. Đường tiệm cận đứng.

Định nghĩa 27.1. Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty.$$

2. Đường tiệm cận ngang.

Định nghĩa 27.2. Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

- ⚠** Xét hàm số $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm số phân thức hữu tỷ.
- Nếu $Q(x) = 0$ có nghiệm là x_0 , và x_0 không là nghiệm của $P(x) = 0$ thì đồ thị có tiệm cận đứng là $x = x_0$.
 - Nếu bậc $P(x) \leq$ bậc $Q(x)$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Phân tích hướng dẫn giải

- DẠNG TOÁN: Đây là dạng tìm tiệm cận của đồ thị hàm số.
- HƯỚNG GIẢI:

Bước 1. Dựa trên giả thiết tính giới hạn của hàm số tại vô cực để tìm tiệm cận ngang.

Bước 2. Tính giới hạn dần ra vô cực của hàm số để tìm tiệm cận đứng.

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

⇨ **Câu 1.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{-5x^2 - 2x + 3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A 4.

B 3.

C 2.

D 1.

💬 Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

⇨ **Câu 2.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A 3.

B 1.

C 0.

D 2.

💬 Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

⇨ **Câu 3.** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$.

A 0.

B 2.

C 1.

D 3.

💬 Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

⇨ **Câu 4.** Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{5x^2 + x + 1}}{\sqrt{2x - 1} - x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A 3.

B 1.

C 4.

D 2.

💬 Lời giải.

<p>.....</p>	<p>.....</p>
--------------	--------------

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y	+		-	+	
y'	$-\infty$	1	$+\infty$	-2	$+\infty$

- A** 3.
 B 4.
 C 2.
 D 1.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 6.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{\sqrt{9 - x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A** 2.
 B 3.
 C 0.
 D 1.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2x}}{x - 1}$ là

- A** 1.
 B 2.
 C 0.
 D 3.

Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 8.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 9.** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 1}}$

bằng

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 1.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 10.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ là

(A) 0.

(B) 3.

(C) 1.

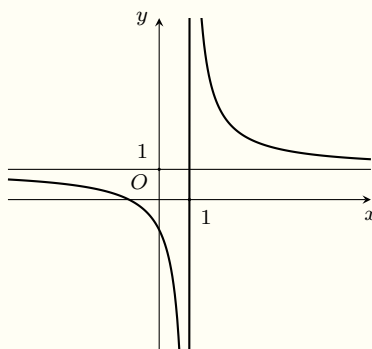
(D) 2.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 11.** Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇒ Câu 14. Cho đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây



Biết đồ thị trên là đồ thị của một trong 4 hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Chọn phương án trả lời đúng.

A $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

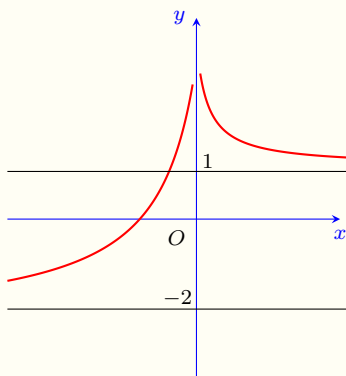
B $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

C $y = \frac{x - 1}{x + 1}$.

D $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.

💬 Lời giải.

⇒ Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tiệm cận ngang là

A $y = 1$ và $y = -2$.

B $y = -1$ và $y = -2$.

C $y = 1$ và $y = 2$.

D $y = 2$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y		-	+	0	-
y'	$+\infty$			2	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	⋮	-	-
y	-2		$+\infty$		$+\infty$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 0$.
- C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = -2$ và một tiệm cận ngang $y = 1$.
- D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2$ và $y = 2$.

🗨️ **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y		0	
		$-$	$+$
y'	$+\infty$	2	10
		-3	

Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A 1.
- B 2.
- C 0.
- D 3.

Lời giải.

.....
.....

⇨ **Câu 19.** Giả sử đường thẳng $(d): x = a, (a > 0)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ tại một điểm duy nhất, biết khoảng cách từ điểm đó đến tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 1; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A $y_0 = -1$.
- B $y_0 = 5$.
- C $y_0 = 1$.
- D $y_0 = 2$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 20.** Cho hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$ (C). Gọi M là điểm bất kỳ trên (C), d là tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất của d là

- A 5.
- B 10.
- C 6.
- D 2.

Lời giải.

Bài 28

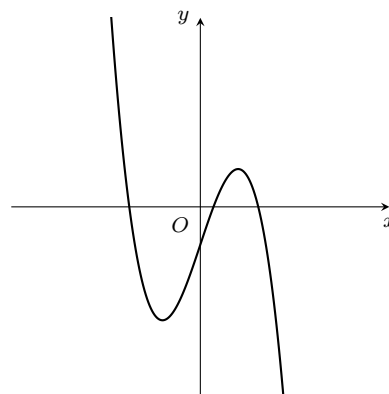
TÍNH CHẤT ĐỒ THỊ - HÀM SỐ - ĐẠO HÀM

1. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A $a > 0; d > 0.$
 B $a < 0; d > 0.$
 C $a > 0; d < 0.$
 D $a < 0; d < 0.$



Phân tích hướng dẫn giải

a) **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán xét dấu hệ số hàm số khi biết đồ thị hàm số và nhận dạng đồ thị hàm số.

b) **KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

- Xác định hệ số a : Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số bậc ba.
 - + $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0.$
 - + $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$
- Xác định hệ số d : Dựa vào vị trí giao điểm của đồ thị với trục tung.
 - + Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm trên trục hoành $\Rightarrow d > 0.$
 - + Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm dưới trục hoành $\Rightarrow d < 0.$

c) **HƯỚNG GIẢI**

- Dựa vào hình dáng của đồ thị để xác định dấu của hệ số $a.$
- Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung để xác định dấu của hệ số $d.$

BÀI GIẢI

.....

.....

2. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

↔ Câu 1.

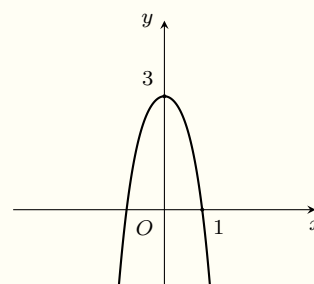
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên.

A $y = x^2 + 3.$

B $y = -x^2 + 3.$

C $y = -x^4 - 2x^2 + 3.$

D $y = -x^4 + 3.$



Lời giải.

Câu 2.

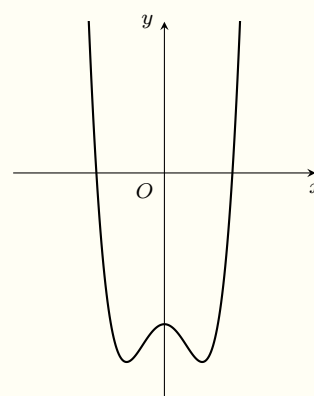
Hàm số trùng phương nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên.

A $y = x^4 + 2x^2 - 4.$

B $y = x^4 - 2x^2 - 4.$

C $y = x^4 + 2x^2 + 4.$

D $y = -x^4 - 2x^2 - 4.$



Lời giải.

Câu 3.

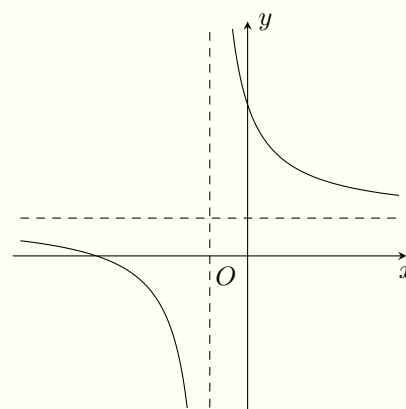
Đường cong bên dưới là đồ thị của hàm số nhất biến nào dưới đây?

A $y = \frac{x - 4}{x - 1}.$

B $y = \frac{x + 4}{x + 1}.$

C $y = \frac{x + 2}{x + 3}.$

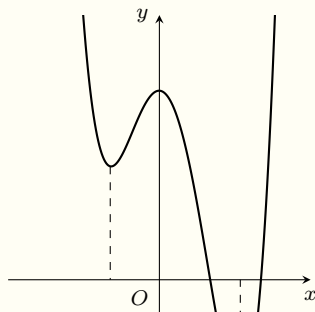
D $y = \frac{-2x + 4}{x + 3}.$



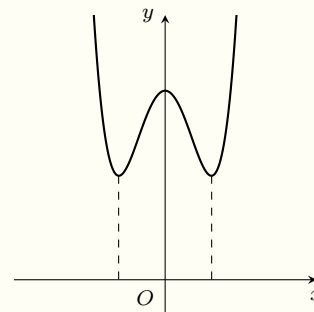
Lời giải.

❖ **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x)$?

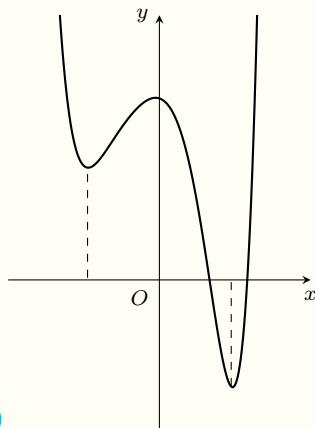
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		3		5		-3		$+\infty$



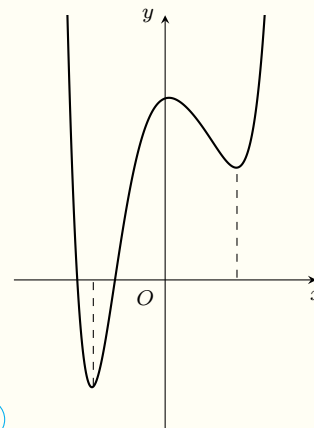
A



B



C



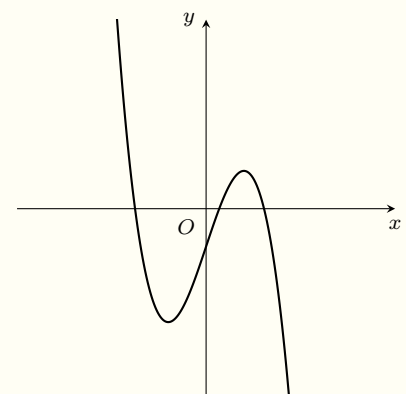
D

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 5.**

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
 B $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
 C $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$
 D $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0.$



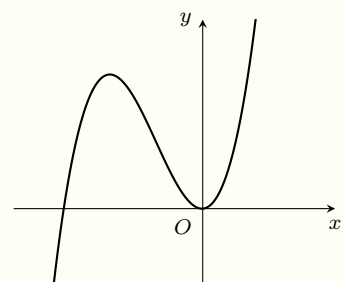
Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6.

Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + d$ ($b, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A $b < 0, d > 0.$
- B $b > 0, d = 0.$
- C $b > 0, d > 0.$
- D $b < 0, d = 0.$



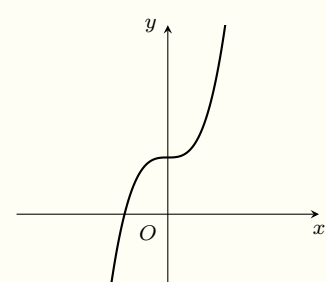
Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Câu 7.

Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + d$ ($b, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A $b < 0, d > 0.$
- B $b > 0, d > 0.$
- C $b = 0, d > 0.$
- D $b > 0, d = 0.$



Lời giải.

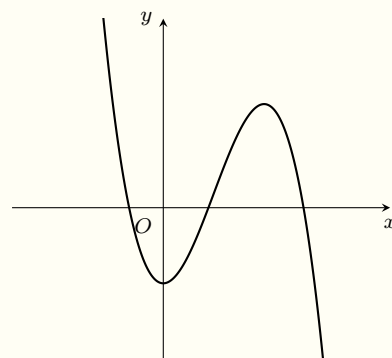
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 8.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A** $\begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ ac > 0 \end{cases}$
- B** $\begin{cases} b^2 - 3ac < 0 \\ ac > 0 \end{cases}$
- C** $\begin{cases} b^2 - 3ac < 0 \\ ac = 0 \end{cases}$
- D** $\begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ ac = 0 \end{cases}$



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

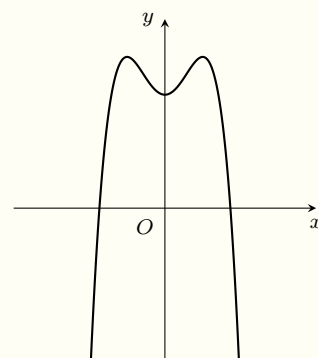
.....

.....

Câu 9.

Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn mệnh đề đúng.

- A** $a > 0, b > 0, c > 0.$
- B** $a < 0, b < 0, c < 0.$
- C** $a < 0, b > 0, c > 0.$
- D** $a < 0, b < 0, c > 0.$



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

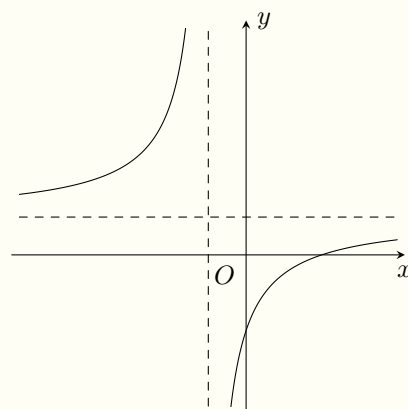
.....

.....

Câu 10.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

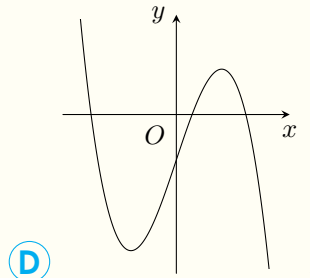
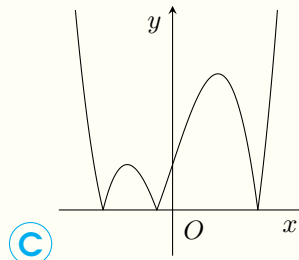
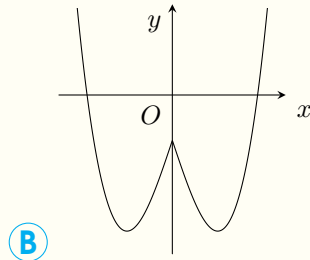
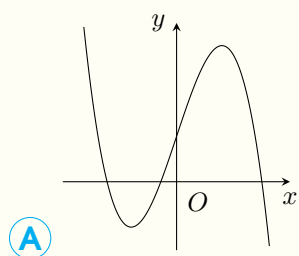
- A** $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
- B** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$
- C** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$
- D** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0.$



Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

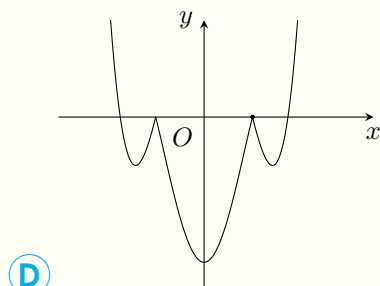
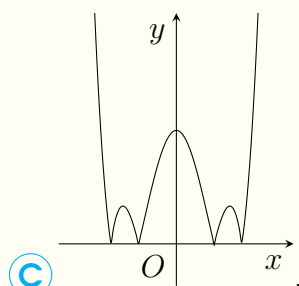
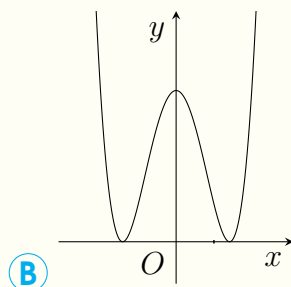
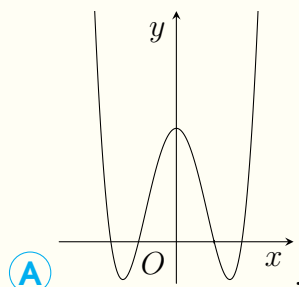
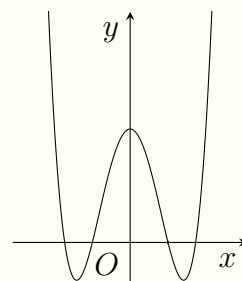
.....

.....

.....

❖ Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$?



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 14.

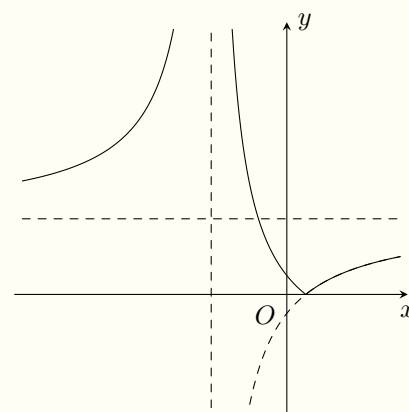
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên.

A $y = \left| \frac{2x - 1}{x - 2} \right|$.

B $y = \frac{2|x| - 1}{|x| + 2}$.

C $y = \left| \frac{2x - 1}{x + 2} \right|$.

D $y = \frac{|2x + 1|}{x + 2}$.



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 15.

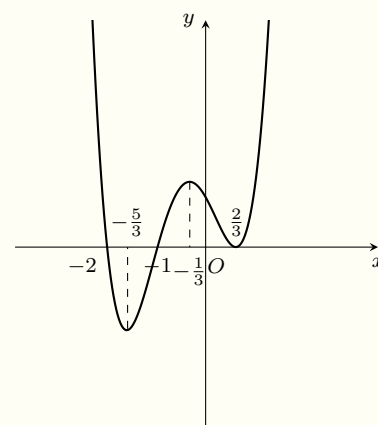
Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

B Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

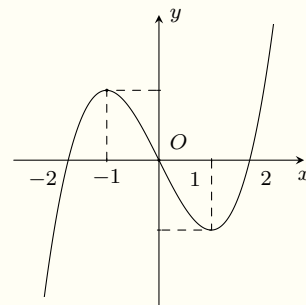
D Hàm số nghịch biến trên $(-2; -1)$.



🗨️ Lời giải.

⇨ Câu 16.

Biết hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{cd} = -1$.
- B Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x_{ct} = 1$.
- C Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{cd} = 0$.
- D Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x_{ct} = 2$.

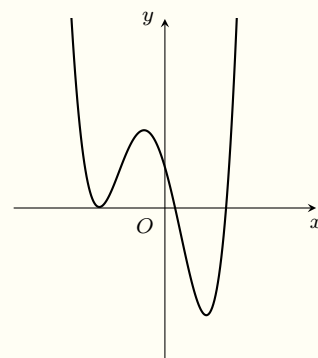
🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A 1.
- B 2.
- C 3.
- D 4.

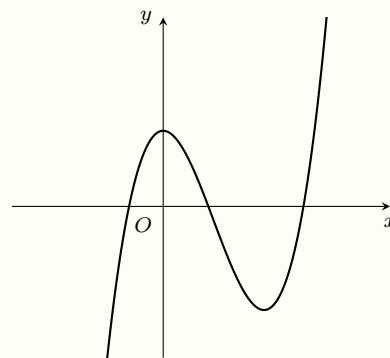
🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ Câu 18.

Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại tối đa bao nhiêu điểm?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

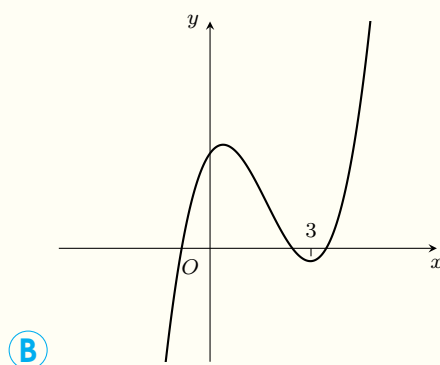
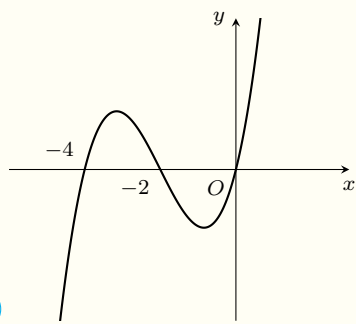
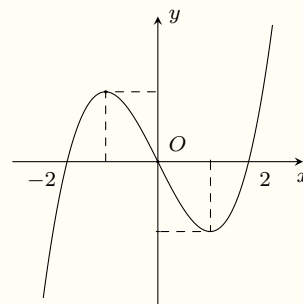
.....

.....

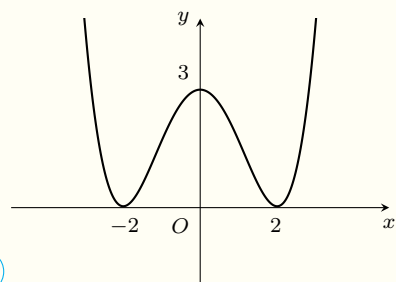
.....

❖ Câu 19.

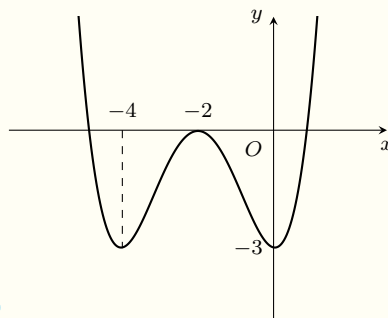
Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $f(0) = 3, f(-2) = f(2) = 0$. Đồ thị hàm số $y = f(x + 2) - 3$ là đường cong nào dưới đây?



Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



C



D

Lời giải.

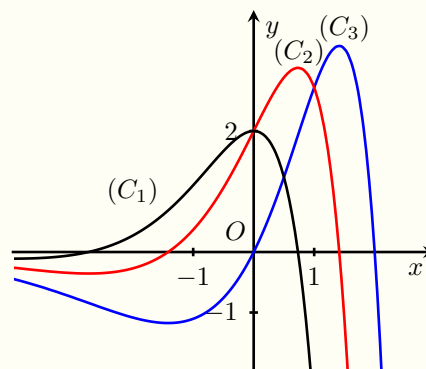
Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area with two columns of dotted lines for writing the solution.

Câu 20.

Cho đồ thị ba hàm số $y = f(x), y = f'(x), y = f''(x)$ được vẽ như hình bên dưới. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = f'(x), y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A $(C_3), (C_2), (C_1)$.
- B $(C_3), (C_1), (C_2)$.
- C $(C_2), (C_1), (C_3)$.
- D $(C_2), (C_1), (C_3)$.



Lời giải.

Handwriting practice area with two columns of dotted lines for writing the solution.

Bài 29

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

1. Kiến Thức Cần Nhớ

A Tóm tắt lí thuyết

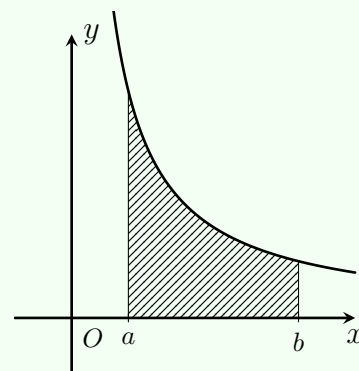
1. Hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$ và trục hoành

● Định lí 29.1.

Cho (\mathcal{H}) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Diện tích hình phẳng (\mathcal{H}) được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

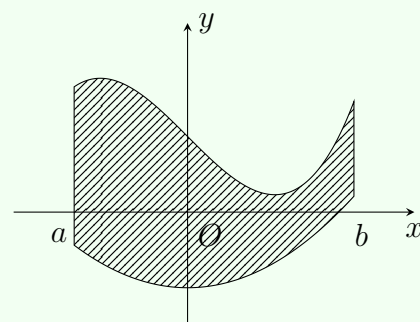


2. Hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong

● Định lí 29.2.

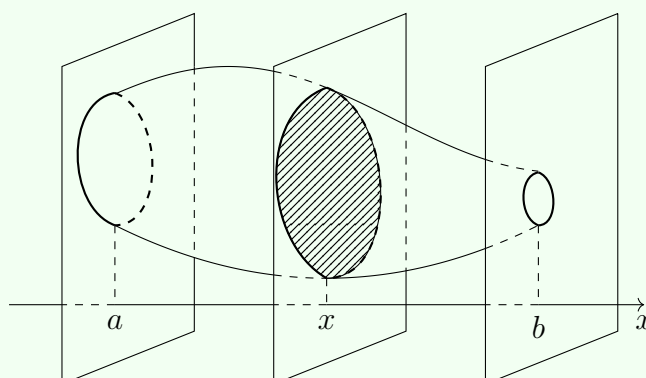
Cho (\mathcal{H}) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Diện tích của (\mathcal{H}) bằng $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.



3. Thể tích vật thể

● Định lí 29.3. Cắt vật thể \mathcal{V} bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a, x = b (a < b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm $x, (a \leq x \leq b)$ cắt \mathcal{V} theo thiết diện có diện tích $S(x)$. Với $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.



Thể tích của vật thể \mathcal{V} giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

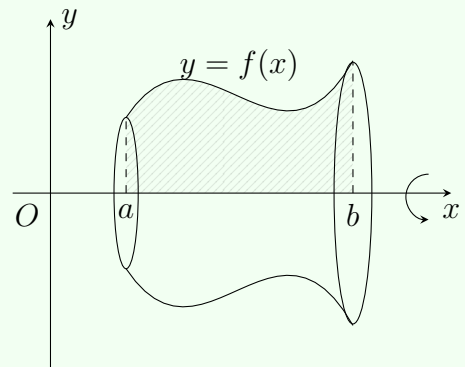
4. Thể tích khối tròn xoay

Định lí 29.4.

Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ ($a < b$) quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay.

Thể tích của khối tròn xoay đó được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

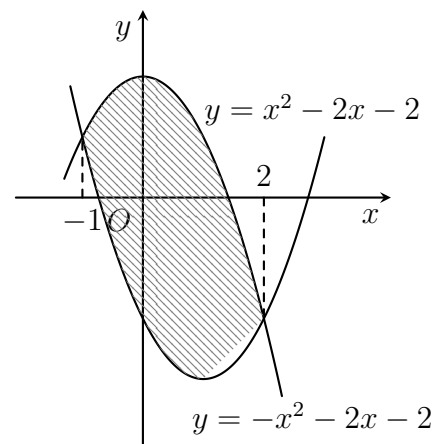


5. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- A** $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. **B** $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. **D** $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.



Phân tích hướng dẫn giải

- DẠNG TOÁN:** Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong.
- HƯỚNG GIẢI:** Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 hàm số.

BÀI GIẢI

.....

.....

.....

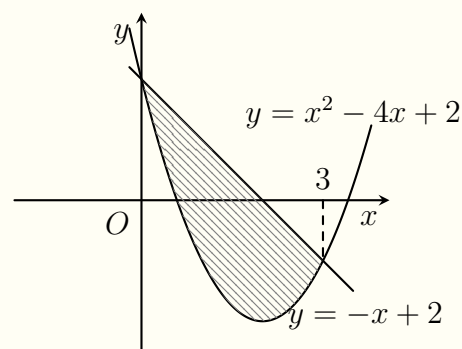
.....

6. Bài tập tương tự và phát triển

❖ Câu 1.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_0^3 (x^2 - 3x) dx$.
- (B) $\int_0^3 (-x^2 + 3x) dx$.
- (C) $\int_0^3 (x^2 - 4x + 2) dx - \int_0^3 (-x + 2) dx$.
- (D) $\int_0^3 (-x + 2) dx + \int_0^3 (x^2 - 4x + 2) dx$.



🗨️ Lời giải.

.....

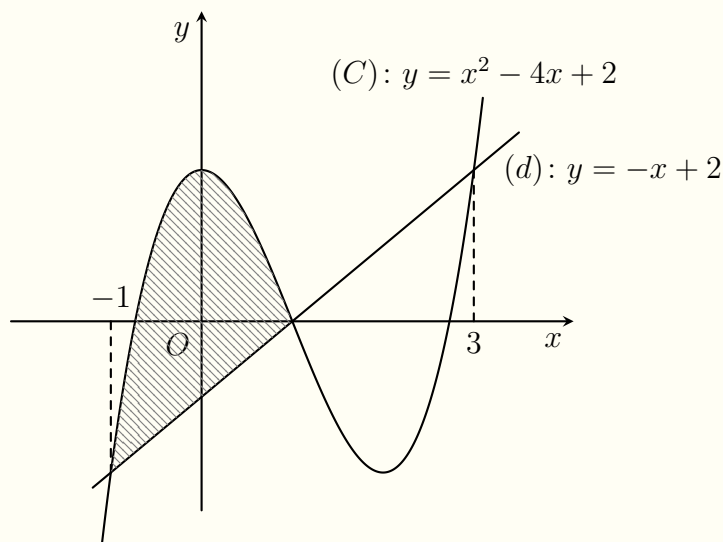
.....

.....

❖ Câu 2.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$.
- (B) $\int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$.
- (C) $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + x + 1) dx$.
- (D) $\int_{-1}^1 (-x^3 + 3x^2 + x - 3) dx$.



🗨️ Lời giải.

.....

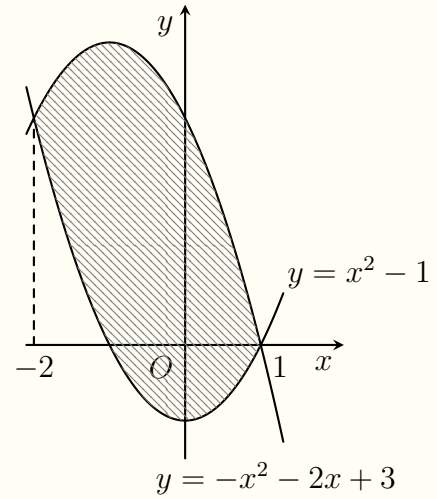
.....

.....

❖ Câu 3.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- A** $\int_{-2}^1 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$
- B** $\int_{-2}^1 (2x^2 - 2x - 4) dx.$
- C** $\int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx.$
- D** $\int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx.$



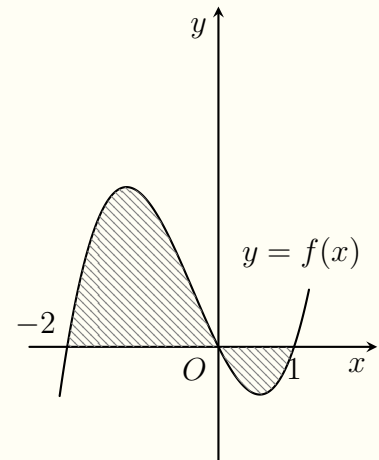
Lời giải.

--	--

❖ Câu 4.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

- A** $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$
- B** $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$
- C** $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx.$
- D** $\left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right|.$



Lời giải.

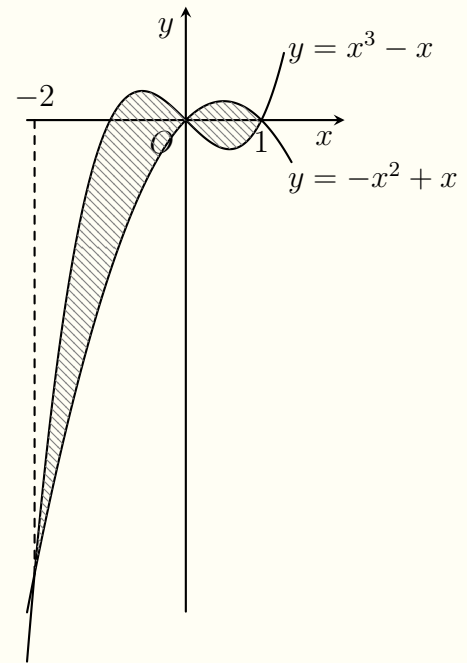
--	--

❖ Câu 5.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_{-2}^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$.
- (B) $\int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$.
- (C) $\int_{-2}^1 (-x^3 - x^2 + 2x) dx$.
- (D) $\int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx + \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$.



Lời giải.

.....

.....

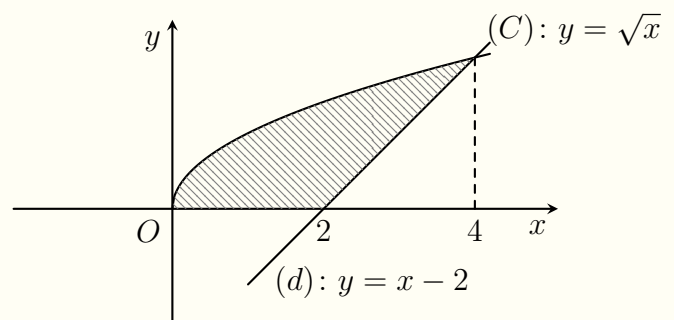
.....

.....

Câu 6.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_0^2 (\sqrt{x} - x + 2) dx$.
- (B) $\int_0^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx$.
- (C) $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx$.
- (D) $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (x - 2 - \sqrt{x}) dx$.



Lời giải.

.....

.....

.....

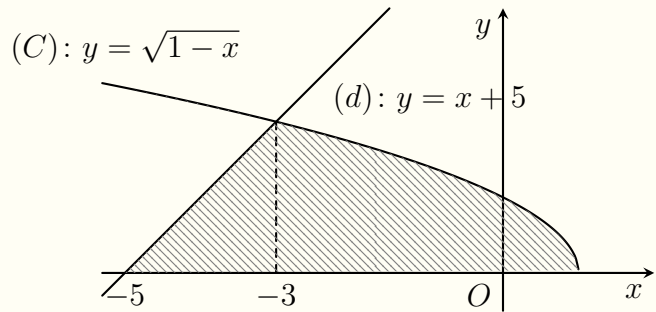
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 **Câu 7.**

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A)** $\int_{-5}^{-3} (x + 5) dx - \int_{-3}^1 \sqrt{1 - x} dx.$
- (B)** $\int_{-5}^{-3} (x + 5) dx + \int_{-3}^1 \sqrt{1 - x} dx.$
- (C)** $\int_{-5}^1 [(x + 5) - \sqrt{1 - x}] dx.$
- (D)** $\int_{-5}^1 [\sqrt{1 - x} - (x + 5)] dx.$



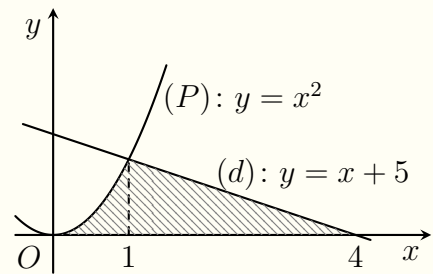
💬 **Lời giải.**

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

🔗 **Câu 8.**

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A)** $\int_0^1 x^2 dx + \int_1^4 \left(\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx.$
- (B)** $\int_0^4 \left(x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx.$
- (C)** $\int_0^4 \left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right) dx.$
- (D)** $\int_0^1 x^2 dx - \int_1^4 \left(\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx.$



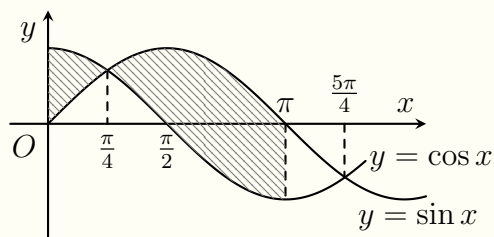
💬 **Lời giải.**

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

❖ Câu 9.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_0^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$
- (B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$
- (C) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$
- (D) $\int_0^{\pi} (\cos x - \sin x) dx.$



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

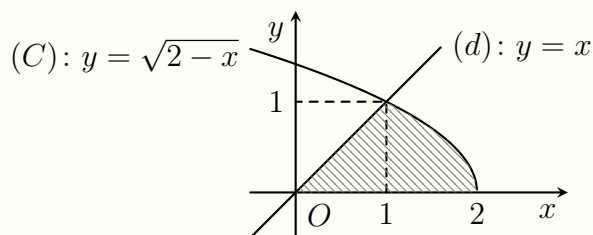
.....

.....

❖ Câu 10.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_0^1 x dx + \int_1^2 \sqrt{2-x} dx.$
- (B) $\int_0^1 x dx - \int_1^2 \sqrt{2-x} dx.$
- (C) $\int_0^2 (x - \sqrt{2-x}) dx.$
- (D) $\int_0^2 (\sqrt{2-x} - x) dx.$



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 11.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

(A) $\int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx +$

$\int_3^5 (-x^2 + 5x) dx.$

(B) $\int_0^1 (-x^2 + 5x) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx +$

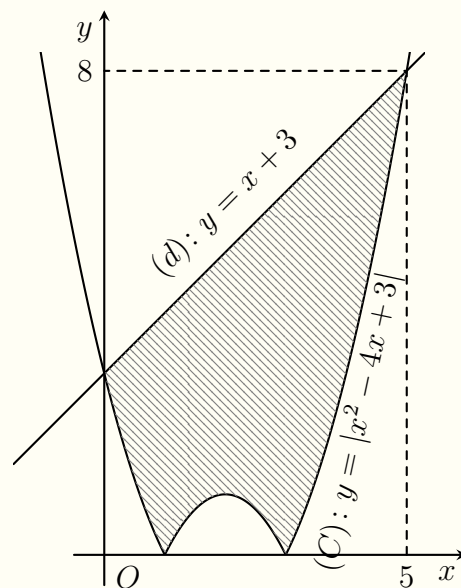
$\int_3^5 (-x^2 + 5x) dx.$

(C) $\int_0^1 (x^2 - 5x) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx +$

$\int_3^5 (x^2 - 5x) dx.$

(D) $\int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx -$

$\int_3^5 (-x^2 + 5x) dx.$



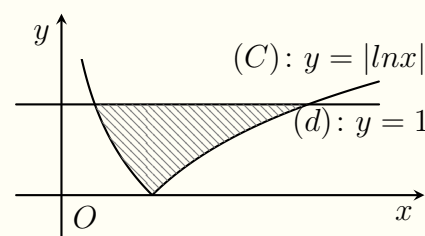
🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ Câu 12.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- A** $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 + \ln x) dx + \int_1^e (1 - \ln x) dx.$
- B** $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 - \ln x) dx + \int_1^e (1 + \ln x) dx.$
- C** $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 + \ln x) dx - \int_1^e (1 - \ln x) dx.$
- D** $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 - \ln x) dx - \int_1^e (1 + \ln x) dx.$



Lời giải.

.....

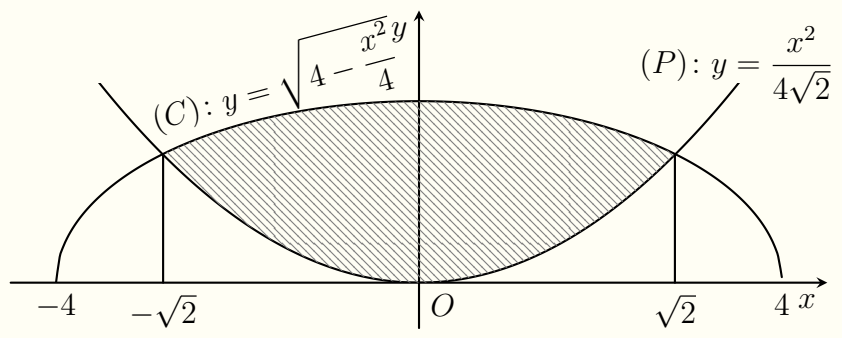
.....

.....

🔗 Câu 13.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



(A) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx + \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx.$

(B) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx - \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx.$

(C) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx - \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx.$

(D) $2 \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx - \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx.$

Lời giải.

.....

.....

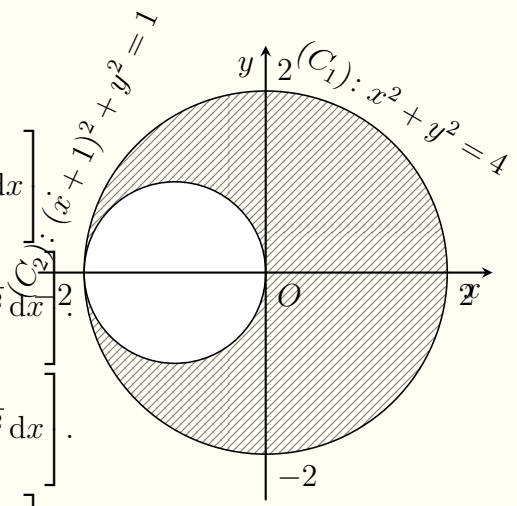
.....

.....

Câu 14.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi 2 đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$ và $(x + 1)^2 + y^2 = 1$ được tính theo công thức nào?

- A** $\left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{1-(x+1)^2}) dx + \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$
- B** $2 \left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-(x+1)^2}) dx - \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$
- C** $2 \left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{1-(x+1)^2}) dx + \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$
- D** $\left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-(x+1)^2}) dx - \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$



Lời giải.

.....

.....

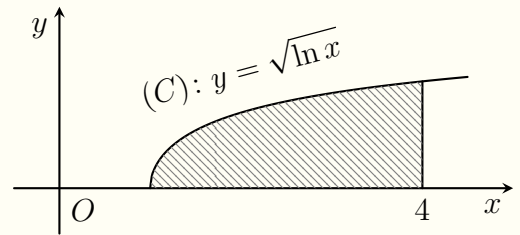
.....

.....

Câu 15.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

- A** $\pi \int_1^4 \ln x \cdot dx.$
- B** $\pi \int_1^4 \sqrt{\ln x} dx.$
- C** $\pi \int_1^4 (\sqrt{\ln x} - 1) dx.$
- D** $\pi \int_1^4 (\ln x - 1) \cdot dx.$



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 16.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

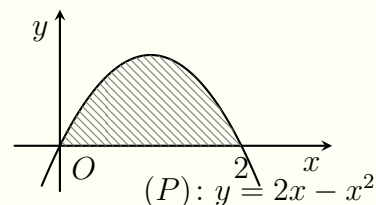
Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

A $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

B $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x) dx.$

C $\pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx.$

D $\pi \int_0^2 (4x^2 + 4x^3 - x^4) dx.$



Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ Câu 17.

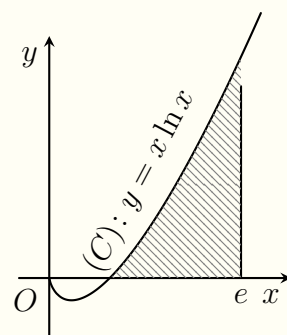
Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

A $\pi \int_1^e [(x \cdot \ln x)^2 - e^2] dx.$

B $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x) dx.$

C $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x - e) dx.$

D $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x)^2 dx.$

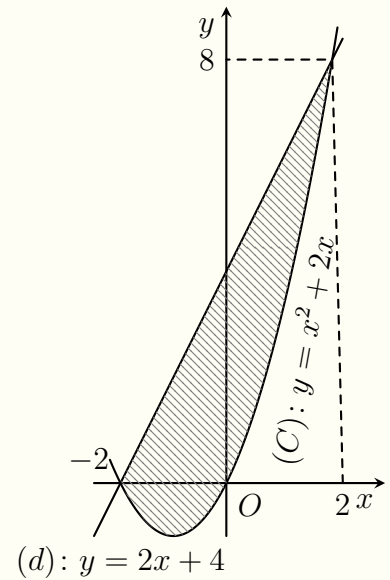


Lời giải.

❖ Câu 18.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

- A $\pi \int_{-2}^2 [x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 16x + 16] dx.$
- B $\pi \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx.$
- C $\pi \int_{-2}^2 [-x^4 - 4x^3 + 16x + 16] dx.$
- D $\pi \int_{-2}^2 (x^2 + 4x + 4) dx.$



Lời giải.

.....

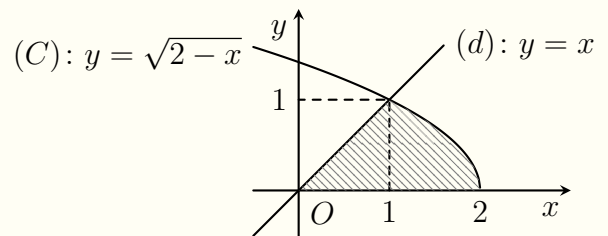
.....

.....

Câu 19.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

- A $\pi \int_0^1 (2 - x) dx + \pi \int_1^2 x^2 dx.$
- B $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2 - x) dx.$
- C $\pi \int_0^2 (2 - x + x^2) dx.$
- D $\pi \int_0^2 x^2 dx + \pi \int_2^4 (2 - x) dx.$



Lời giải.

.....

.....

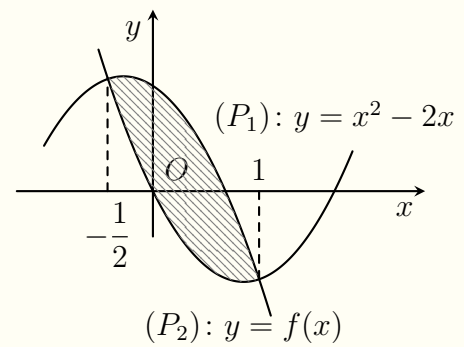
.....

Câu 20.

Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi hàm số $y = f(x)$ và parabol $y = x^2 - 2x$. Biết $\int_{-\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = \frac{7}{5}$. Khi đó diện tích

hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bằng

- Ⓐ $S = 1$. Ⓑ $S = \frac{71}{40}$. Ⓒ $S = \frac{41}{40}$. Ⓓ $S = 2$.



Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 30

CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC

1. Kiến Thức Cần Nhớ

- **Khái niệm số phức.**

Số phức (dạng đại số): $z = a + bi$. Trong đó $a, b \in \mathbb{R}$; a là phần thực, b là phần ảo.

- **Hai số phức bằng nhau.**

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) và $z_2 = c + di$ ($c; d \in \mathbb{R}$). Khi đó $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d. \end{cases}$

- **Phép cộng số phức.**

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) và $z_2 = c + di$ ($c; d \in \mathbb{R}$).

Khi đó $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$; $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$.

- **Số phức liên hợp.**

Số phức liên hợp của $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) là $\bar{z} = a - bi$.

- **Mô-đun của số phức.**

Với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

2. Bài Tập Mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

A -2 .

B $2i$.

C 2 .

D $-2i$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng tìm phần ảo của số phức.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: $z_2 = 1 - i \Rightarrow \bar{z}_2$.

B2: Tính $z_1 + \bar{z}_2 = a + bi$.

B3: Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2 = a + bi$ là b .

BÀI GIẢI

.....

.....

.....

3. Bài Tập Tương Tự và Phát Triển

⇨ **Câu 1.** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i\bar{z}_2$ bằng

A 5 .

B $3i$.

C $-5i$.

D -3 .

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Câu 2.** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 8i$ và $z_2 = 5 + 6i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z = z_2 - i\bar{z}_1$ bằng

A) 5.

B) $5i$.

C) -5 .

D) $-5i$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Câu 3.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 6i$. Phần ảo của số phức $z = iz_1 - \bar{z}_2$ bằng

A) $-4i$.

B) -4 .

C) $8i$.

D) 8.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Câu 4.** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z = 3z_1 - 2z_2$.

A) 12.

B) -12 .

C) 1.

D) -1 .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Câu 5.** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = \bar{z}_1 + z_2 + 2z_1\bar{z}_2$ là

A) $54 + 26i$.

B) $54 - 30i$.

C) $-54 - 26i$.

D) $54 - 26i$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Câu 6.** Cho số phức $z = 5 - 3i$. Phần thực của số phức $w = 1 + \bar{z} + (\bar{z})^2$ bằng

A) 22.

B) -22 .

C) 33.

D) -33 .

💬 **Lời giải.**

.....

.....
.....
.....

⇨ **Câu 7.** Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i + (1 - i)^3$ và $z_2 = 7 + i$. Phần thực của số phức $w = 2\overline{z_1}z_2$ bằng

A) 9.

B) 2.

C) 18.

D) -74.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....

⇨ **Câu 8.** Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 5(1 + i)^2$. Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức $w = \overline{z} + iz$ bằng

A) 2.

B) 4.

C) 6.

D) 8.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....

⇨ **Câu 9.** Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{1 + i} = 7 + 8i$. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $w = z + 1 + i$. Tính $P = a^2 + b^2$.

A) 13.

B) 5.

C) 25.

D) 7.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 10.** Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\overline{z} = 6 - 3i$. Tìm phần ảo của số phức z .

A) 3.

B) -3.

C) $3i$.

D) 2.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 11.** Cho số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$. Tính $S = ab$.

A $S = -4$. B $S = 4$. C $S = 2$. D $S = -2$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 12.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 10(z + \bar{z})$ và z có phần ảo bằng ba lần phần thực?

A 0. B 1. C 2. D 3.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 13.** Cho số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) thỏa $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A $P = \frac{1}{2}$. B $P = 1$. C $P = -1$. D $P = -\frac{1}{2}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 14.** Cho số phức z thỏa mãn $5\bar{z} + 3 - i = (-2 + 5i)z$. Tính $P = |3i(z - 1)^2|$.
 A $P = 144$. B $P = 3\sqrt{2}$. C $P = 12$. D $P = 0$.

Lời giải.

--	--

⇨ **Câu 15.** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$.
 Tính $P = a + b$.
 A $P = -1$. B $P = -5$. C $P = 3$. D $P = 7$.

Lời giải.

--	--

⇨ **Câu 16.** Tìm mô-đun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.
 A $|z| = \frac{1}{2}$. B $|z| = 2$. C $|z| = 4$. D $|z| = 1$.

Lời giải.

--	--

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Bài 31

BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

1. Kiến thức cần nhớ

Điểm biểu diễn số phức:

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

- A $P(-3; 4)$. B $Q(5; 4)$. C $N(4; -3)$. D $M(4; 5)$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán xác định điểm biểu diễn của một số phức.

Phương pháp.

Đưa số phức z về dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Tính $z = (1 + 2i)^2$ đưa về dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

B2: Tìm điểm biểu diễn của số phức z .

BÀI GIẢI

.....

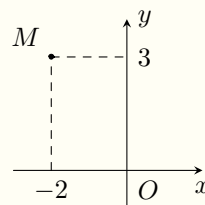
.....

.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên là biểu thị cho số phức

- A $2 - 3i$.
 B $3 + 2i$.
 C $3 - 2i$.
 D $-2 + 3i$.



Lời giải.

.....

.....

Câu 2. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A $P(-3; 3)$. B $M(3; 3)$. C $Q(3; 2)$. D $N(2; 3)$.

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài của \overrightarrow{AB} bằng

A $|z_1| - |z_2|$.

B $|z_2 + z_1|$.

C $|z_2 - z_1|$.

D $|z_1| + |z_2|$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Cho các số phức $z_1 = -1 + i, z_2 = 2 + 3i, z_3 = 5 + i, z_4 = 2 - i$ lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là M, N, P, Q . Hỏi tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

A Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

B Tứ giác $MNPQ$ là hình vuông.

C Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

D Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Cho số phức $z = m + (m - 3)i, m \in \mathbb{R}$. Tìm m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai.

A $m = 0$.

B $m = \frac{2}{3}$.

C $m = \frac{1}{2}$.

D $m = \frac{3}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Cho A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $6 - 3i; (1 + 2i)i; \frac{1}{i}$. Tìm số phức có điểm biểu diễn là D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A $z = -8 + 3i$.

B $z = -8 - 4i$.

C $z = 4 - 2i$.

D $z = 8 - 5i$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

⇨ **Câu 7.** Gọi M, N theo thứ tự là các điểm biểu diễn số phức $z \neq 0$ và $\frac{1+i}{2}z$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A $\triangle OMN$ là tam giác đều. B $\triangle OMN$ là tam giác tù.
 C $\triangle OMN$ là tam giác vuông cân. D $\triangle OMN$ là tam giác nhọn.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

⇨ **Câu 8.** Cho 3 điểm A, B, C lần lượt biểu diễn cho các số phức z_1, z_2, z_3 . Biết $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ và $z_1 + z_2 = 0$. Khi đó tam giác ABC là tam giác gì?

- A Tam giác ABC đều. B Tam giác ABC vuông tại C .
 C Tam giác ABC cân tại C . D Tam giác ABC vuông cân tại C .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

⇨ **Câu 9.** Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i| = |z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

- A $4x - 6y - 3 = 0$. B $4x + 6y + 3 = 0$. C $4x - 6y + 3 = 0$. D $4x + 6y - 3 = 0$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

⇨ **Câu 10.** Cho số phức z thỏa mãn $|z+2i-1| = |z+i|$. Tìm số phức z có biểu diễn là điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1, 3)$.

- A $3+i$. B $1+3i$. C $2-3i$. D $-2+3i$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 11.** Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2| = 16$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?
 A $d(d_1, d_2) = 4.$ B $d(d_1, d_2) = 1.$ C $d(d_1, d_2) = 6.$ D $d(d_1, d_2) = 2.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 12.** Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là
 A $I(2; -5), R = 6.$ B $I(-2; 5), R = 36.$ C $I(2; -5), R = 36.$ D $I(-2; 5), R = 6.$

🗨️ Lời giải.

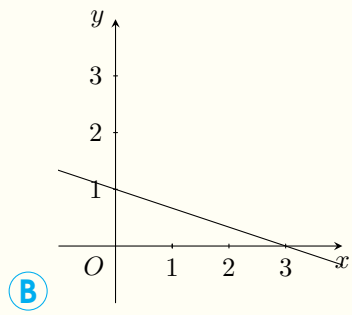
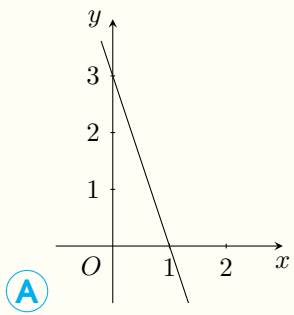
.....

.....

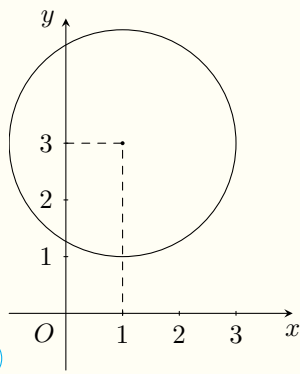
.....

.....

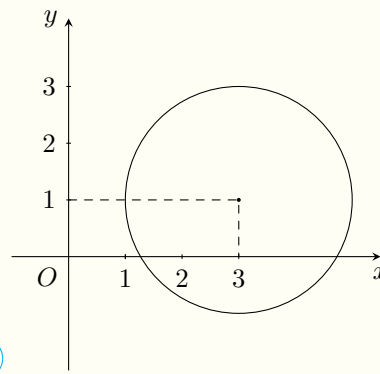
❖ **Câu 13.** Cho số phức z thỏa mãn $|iz - (-3 + i)| = 2$. Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn số phức z là hình vẽ nào dưới đây?



Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



C



D

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+i| = |2\bar{z}-i|$ là một đường tròn có bán kính là R . Tính giá trị của R .

- A** $R = 1$.
- B** $R = \frac{1}{9}$.
- C** $R = \frac{2}{3}$.
- D** $R = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Biết số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 1$ và $z-\bar{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là

- A** 2π .
- B** π^2 .
- C** $\frac{\pi}{2}$.
- D** π .

Lời giải.

Bài 32

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

1. Kiến thức cần nhớ

a) Tọa độ véc-tơ và tọa độ điểm

$$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}.$$

$$M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = (x; y; z).$$

b) Tính chất Cho 2 véc-tơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$.

$$+ \vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z').$$

$$+ k\vec{a} = (kx; ky; kz).$$

$$+ \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z'. \end{cases}$$

c) Tích vô hướng của hai véc-tơ

Cho 2 véc-tơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó

$$+ |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

$$+ \vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy' + zz'.$$

$$+ \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}.$$

d) Mối liên hệ tọa độ điểm và tọa véc-tơ

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó

$$+ \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

$$+ |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

$$+ \text{Nếu } I(x_I; y_I; z_I) \text{ là trung điểm của } AB \text{ thì } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2}. \end{cases}$$

$$+ \text{Nếu } G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm của } \triangle ABC \text{ thì } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}. \end{cases}$$

e) Tích có hướng

$$\text{Cho } \vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3). \text{ Khi đó } [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right).$$

f) Ứng dụng

$$+ \text{Diện tích } \triangle ABC: S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|.$$

$$+ \text{Thể tích khối tứ diện } ABCD: V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|.$$

$$+ \text{Hai véc-tơ } \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương } \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}.$$

$$+ \text{Ba véc-tơ } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng } \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0.$$

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

A 25.

B 23.

C 27.

D 29.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng tính tích vô hướng của hai véc-tơ trong không gian $Oxyz$.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Tính tổng của hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} .

B2: Tính tích vô hướng của \vec{a} và $(\vec{a} + \vec{b})$.

BÀI GIẢI

3. Bài tập tương tự và mở rộng

❖ **Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$, $B(3; 2; -4)$. Véc-tơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

A $(1; -3; -7)$.

B $(1; 3; -7)$.

C $(-1; 3; -7)$.

D $(-1; -3; -7)$.

Lời giải.

❖ **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

A $M(1; -2; 0)$.

B $M(0; -2; 3)$.

C $M(1; 0; 0)$.

D $M(1; 0; 3)$.

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A $I(2; -2; -1)$.

B $I(-2; 2; 1)$.

C $I(1; 0; 4)$.

D $I(2; 0; 8)$.

Lời giải.

❖ **Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$.

- A $G(1; 2; 1)$.
- B $G(2; 1; 1)$.
- C $G(2; 1; 1)$.
- D $G(6; 3; 3)$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A $D(-2; 8; -3)$.
- B $D(-2; 2; 5)$.
- C $D(-4; 8; -5)$.
- D $D(-4; 8; -3)$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 6.** Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$.

- A $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.
- B $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$.
- C $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$.
- D $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.

.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}(2; 3; -1)$ và $\vec{v}(5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A $m = 0$.
- B $m = 2$.
- C $m = 4$.
- D $m = -2$.

Lời giải.

.....
.....

❖ **Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tìm số đo của góc \widehat{ABC} .

- A 60° .
- B 135° .
- C 120° .
- D 45° .

Lời giải.

.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$. B $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. C $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$. D $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

- A $N(3; 1; 2)$. B $N(-3; -1; -2)$. C $N(3; -1; -2)$. D $N(-3; 1; -2)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; -4; -5)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxz) là

- A $(1; -4; 5)$. B $(-1; 4; 5)$. C $(1; 4; 5)$. D $(1; 4; -5)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2; 1; -3)$ và $B(1; 0; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A $3\sqrt{3}$. B 11. C $\sqrt{11}$. D 27.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 13.** Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v} là

- A 120° . B 45° . C 135° . D 60° .

💬 Lời giải.

❖ **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; -2)$. B $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 5; 3)$.
 C $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. D $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 15.** Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (-2; 4; 1)$; $\vec{c} = (-1; 3; 4)$. Véc-tơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

- A** $\vec{v} = (23; 7; 3)$. **B** $\vec{v} = (7; 23; 3)$. **C** $\vec{v} = (3; 7; 23)$. **D** $\vec{v} = (7; 3; 23)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Tính $[\vec{u}, \vec{v}]$.

- A** $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; 2; -1)$. **B** $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; 1)$.
C $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; -1)$. **D** $[\vec{u}, \vec{v}] = (-3; 2; 1)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (m; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; m - 1; 1)$, $\vec{c} = (1; m + 1; 1)$. Tìm m để ba véc-tơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} đồng phẳng

- A** $m = -2$. **B** $m = \frac{3}{2}$. **C** $m = -1$. **D** $m = -\frac{1}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 18.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$. **B** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$.
C $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$. **D** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A** 12. **B** 2. **C** 11. **D** 10.

🗨️ **Lời giải.**

..... |

⇨ **Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích tam giác ABC bằng

A $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

B $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

C $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

..... |

..... |

..... |

..... |

Lời giải.

Bài 33

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

1. Kiến thức cần nhớ

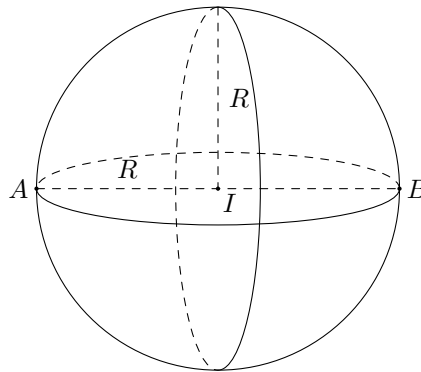
1. Phương trình mặt cầu (S) dạng 1: Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .

Khi đó: $(S) : \begin{cases} \text{Tâm } I(a; b; c) \\ \text{Bán kính } R \end{cases} \Leftrightarrow (S) : \boxed{(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2}$

2. Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:

$(S) : \boxed{x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0}$. Với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu dạng 2.

Tâm $I(a; b; c)$, bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} > 0$.



2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

A $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

B $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.

C $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$.

D $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng 1 viết phương trình của mặt cầu.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: $(S) : \begin{cases} \text{Tâm } I(a; b; c) \\ \text{Bán kính } R \end{cases} \Leftrightarrow (S) : \boxed{(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2}$

B2: $R = IM = \sqrt{(4 - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 + 3)^2} = 5$.

BÀI GIẢI

.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

3. Bài tập tương tự và phát triển

⇨ **Câu 1.** Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và đi qua giao điểm của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ với mặt phẳng } (Oxy).$$

A $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 27.$

B $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 27.$

C $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 3\sqrt{3}.$

D $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 3\sqrt{3}.$

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của (S) là

A $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 13.$

B $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{13}.$

C $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 13.$

D $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{13}.$

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Câu 3.** Mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình:

A $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{4}{9}.$

B $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \frac{4}{9}.$

C $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}.$

D $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \frac{2}{3}.$

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Câu 4.** Mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; 5)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S_1): (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 3$ có phương trình:

A $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 12 \\ (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 48 \end{cases}$

B $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 2\sqrt{3} \\ (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$

C $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 5)^2 = 12 \\ (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 5)^2 = 48 \end{cases}$

D $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 5)^2 = 2\sqrt{3} \\ (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 5)^2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

❖ **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu (S) biết (S) có bán kính $R=3$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $M(2;1;0)$

A $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0.$

B $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 5 = 0.$

C $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 11 = 0.$

D $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 11 = 0.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 9.** Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;3), B(4;-6;2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

A $(S): (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$

B $(S): (x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 36.$

C $(S): (x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$

D $(S): (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ **Câu 10.** Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;0;-2), B(-1;1;2)$ và có tâm I thuộc trục Oy là

A $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0.$

B $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 8 = 0.$

C $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 8 = 0.$

D $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 8 = 0.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ **Câu 11.** Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

A $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26.$

B $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9.$

C $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26.$

D $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9.$

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ và đi qua điểm $M(2; 1; 1)$

A $\begin{cases} (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1 \\ (x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 9 \end{cases}$

B $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 9 \end{cases}$

C $\begin{cases} (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 3 \\ (x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 1 \end{cases}$

D $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 3 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 1 \end{cases}$

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích bằng 36π . Phương trình của (S) là

A $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9.$

B $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$

C $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$

D $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 3.$

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và diện tích bằng 32π . Phương trình của (S) là

A $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16.$

B $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 16.$

C $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 8.$

D $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 8.$

Lời giải.

.....
.....
.....

⇨ **Câu 15.** Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Biết diện tích lớn nhất của (C) bằng 3π . Phương trình của (S) là

- A** $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$
 B $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3.$
 C $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$
 D $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 16.** Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Biết chu vi lớn nhất của (C) bằng $2\pi\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

- A** $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4.$
 B $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 2.$
 C $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4.$
 D $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2.$

Lời giải.

.....
.....
.....

⇨ **Câu 17.** Cho $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16.$
 B $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 20.$
 C $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25.$
 D $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 18.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

A $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 29.$

B $(x + 6)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 29.$

C $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = \sqrt{29}.$

D $(x + 6)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = \sqrt{29}.$

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$, $D(1; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26.$

B $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 26.$

C $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = \sqrt{26}.$

D $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = \sqrt{26}.$

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 20.** Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 3)$ và cắt $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I

A $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{40}{9}.$

B $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = \frac{40}{9}.$

C $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{2\sqrt{10}}{3}.$

D $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = \frac{2\sqrt{10}}{3}.$

🗨️ **Lời giải.**

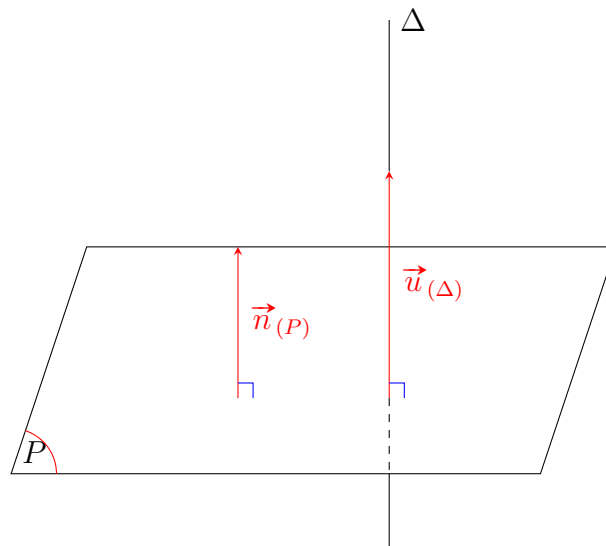
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 34

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

1. Kiến thức cần nhớ

- Đường thẳng $d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và một điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$.
- Cho mặt phẳng (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$.
- Cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(\Delta)}$



Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\vec{u}_{(\Delta)}$ làm véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{(\Delta)}$.

- Nếu có hai véc-tơ \vec{a}, \vec{b} không cùng phương và có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P) thì ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng

$\Delta: \frac{x + 1}{2} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 1}{1}$ có phương trình là

A $2x + 2y + z + 3 = 0.$

B $x - 2y - z = 0.$

C $2x + 2y + z - 3 = 0.$

D $x - 2y - z - 2 = 0.$

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng viết phương trình mặt phẳng.

2. HƯỚNG GIẢI:

☑ B1: Xác định 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(\Delta)}$ của đường thẳng Δ .

☑ B2: $(P) \perp \Delta$ nên mặt phẳng (P) nhận $\vec{u}_{(\Delta)}$ làm véc-tơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{(\Delta)}$.

☑ B3: Viết phương trình mặt phẳng (P) .

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

🔗 **Câu 1.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 3; 2)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A $x + 2y + z - 9 = 0$.

B $x + 2y + z - 3 = 0$.

C $x + 4y + 3z - 7 = 0$.

D $y + z - 2 = 0$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

🔗 **Câu 2.** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1; 0; -3)$, $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A $x + y + 2z - 1 = 0$.

B $2x + y - z + 1 = 0$.

C $x + y + 2z + 1 = 0$.

D $2x + y - z - 1 = 0$.

Lời giải.

.....
.....

🔗 **Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x - 1}{-2} = \frac{y + 2}{1} =$

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

$\frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A $-2x - y + 9z - 36 = 0$.

B $2x - y - z = 0$.

C $6x + 9y + z + 8 = 0$.

D $6x + 9y + z - 8 = 0$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

A $x + y = 0$.

B $x + 2y = 0$.

C $x - y = 0$.

D $x + y - 1 = 0$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng

$(Q): 2x + y - z = 0$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

A $-x + 2y - 1 = 0$.

B $x - y + z = 0$.

C $x - 2y - 1 = 0$.

D $x + 2y + z = 0$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox .

A $(P): y - z + 2 = 0$.

B $(P): x - 2y + 1 = 0$.

C $(P): x - 2z + 5 = 0$.

D $(P): y + z - 1 = 0$.

 Lời giải.

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A $y - 2z + 2 = 0$. B $x + 2z - 3 = 0$. C $2y - z + 1 = 0$. D $x + y - z = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0$. B $(P): x + 5y + 8z + 16 = 0$.
 C $(P): x + 4y + 6z - 12 = 0$. D $(P): 2x + y - 6 = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1; 2; 1)$.

A $(P): y - 2z = 0$. B $(P): 2x - y = 0$. C $(P): x - z = 0$. D $(P): x - 2y = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 10.** Cho $A(1; -1; 0)$ và $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A và d là

A $x + 2y + z + 1 = 0.$ **B** $x + y + z = 0.$
C $x + y = 0.$ **D** $y + z = 0.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 11.** Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Mặt phẳng song song và cách đều d_1 và d_2 có phương trình là

A $x + 5y - 2z + 12 = 0.$ **B** $x + 5y + 2z - 12 = 0.$
C $x - 5y + 2z - 12 = 0.$ **D** $x + 5y + 2z + 12 = 0.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 12.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.

A $S = \frac{1}{3}.$ **B** $S = 1.$
C $S = 4.$ **D** $S = \frac{8}{34}$ hay $S = -4.$

Lời giải.

- ❖ **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d . Phương trình của mặt phẳng (P) là
- A** $x + 2y + 5z - 5 = 0.$
 B $x + 2y + 5z - 4 = 0.$
 C $x + 2y - z - 4 = 0.$
 D $2x - y - 3 = 0.$

 **Lời giải.**

- ❖ **Câu 17.** Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ góc 45° .
- A** $(\alpha): 3x + z = 0.$
 B $(\alpha): x - y - 3z = 0.$
 C $(\alpha): x + 3z = 0.$
 D $(\alpha): 3x + z = 0$ hay $(\alpha): 8x + 5y + z = 0.$

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Bài 35

TÌM VÉC-TƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Kiến thức cần nhớ

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$. Ta có

$$1) \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

$$2) \text{ Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}.$$

$$3) \text{ Tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}.$$

$$4) \vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

$$5) \vec{u} = (x_1; y_1; z_1) \text{ cùng phương với } \vec{v} = (x_2; y_2; z_2) (\vec{v} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi } \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = kx_2 \\ y_1 = ky_2 \\ z_1 = kz_2 \end{cases}.$$

6) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B thì Δ có một véc-tơ chỉ phương là \overrightarrow{AB} hoặc \overrightarrow{BA} .

7) Nếu \vec{u} là một véc-tơ chỉ phương của Δ thì $k\vec{u} (k \neq 0)$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của Δ , do đó một đường thẳng có vô số véc-tơ chỉ phương.

8) Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì véc-tơ chỉ phương của đường thẳng này cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng kia.

9) Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) thì véc-tơ chỉ phương \vec{u}_Δ của đường thẳng Δ chính là véc-tơ pháp tuyến \vec{n}_α của mặt phẳng (α) , tức $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_\alpha$.

10) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ có phương trình tham số Δ : $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và phương trình chính tắc Δ : $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} (abc \neq 0)$.

11) Điểm M thuộc đường thẳng Δ có PTTTS Δ : $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ thì $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.

12) Cho hai mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\alpha'): Ax + By + Cz + D' = 0$.

01) Với điều kiện $A: B: C \neq A': B': C'$. Điều kiện trên chứng tỏ hai mặt phẳng đó cắt nhau. Gọi d là đường thẳng giao tuyến của chúng. Đường thẳng d gồm những điểm $M(x; y; z)$ vừa thuộc (α') vừa thuộc (α) , nên tọa độ của M là nghiệm của hệ $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ Ax + By + Cz + D' = 0 \end{cases}$.

- 02) $\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{n}]$ với $\vec{n} = (A, B, C)$ và $\vec{n} = (A, B, C)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .
- 13) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
- 14) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục Oy là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- 15) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1)$ và $N(4; 5; 3)$.

- A** $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$. **B** $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$. **C** $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$. **D** $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$.

Phân tích hướng dẫn giải

- DẠNG TOÁN:** Đây là dạng tìm tọa độ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm trong không gian.
- HƯỚNG GIẢI:** Đường thẳng đi qua hai điểm M và N nhận véc-tơ \overrightarrow{MN} hoặc \overrightarrow{NM} làm véc-tơ chỉ phương.

BÀI GIẢI

.....

.....

.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

❖ **Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -2; -1)$ có tọa độ là

- A** $(-1; 2; 2)$. **B** $(1; 2; 2)$. **C** $(2; 4; 4)$. **D** $(2; 0; 1)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

❖ **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3; 2; 2)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 1; 3)$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có tọa độ là

- A** $(-3; 3; 3)$. **B** $(1; -1; 0)$. **C** $(1; -1; 1)$. **D** $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

❖ **Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 3; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z - 4 = 0$ có tọa độ là

A $(-5; 3; 1)$.

B $(1; 3; -4)$.

C $(1; -2; 3)$.

D $(-2; 3; -4)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của

đường thẳng Δ có tọa độ là

A $(1; 0; -1)$.

B $(0; 1; 1)$.

C $(0; 1; 2)$.

D $(0; 2; -2)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-3} = z-3$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là

A $(1; -3; 3)$.

B $(-1; 3; -3)$.

C $(2; -3; 0)$.

D $(2; -3; 1)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng chứa trục Oy có tọa độ là

A $(0; 1; 2020)$.

B $(1; 1; 1)$.

C $(0; 2020; 0)$.

D $(1; 0; 0)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương

của đường thẳng d song song với đường thẳng Δ có tọa độ là

A $(0; 1; 2)$.

B $(1; -2; -3)$.

C $(-1; -2; 3)$.

D $(1; 1; 2)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ cùng phương với véc-tơ $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$ có tọa độ là

A $(-3; -5; 4)$.

B $(4; -5; 3)$.

C $(3; 0; 4)$.

D $(3; -5; 4)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào dưới đây làm một véc-tơ chỉ phương?

A $(1; 1; 0)$.

B $(0; 2; 1)$.

C $(-2; 1; 0)$.

D $(2020; -2020; 0)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; -2), B(2; -3; -4), C(3; 0; -3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OG ?

A $(2; 1; 3)$.

B $(3; -2; 1)$.

C $(-2; 1; 3)$.

D $(-1; -3; 2)$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, gọi P_1, P_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $P(6; 7; 8)$ lên trục Oy và mặt phẳng (Oxz) . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng P_1P_2 ?

A $(6; -8; 7)$.

B $(6; -7; 8)$.

C $(6; 7; 8)$.

D $(-6; -7; 8)$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, gọi T_1, T_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $T(4; 5; 6)$ lên các trục Oy và trục Oz . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng T_1T_2 ?

- Ⓐ $(0; -5; 6)$. Ⓑ $(0; -6; 5)$. Ⓒ $(4; -5; -6)$. Ⓓ $(0; 5; 6)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2), B(2; -1; 5), C(3; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

- Ⓐ $\frac{x+1}{15} = \frac{y+3}{9} = \frac{z-2}{7}$. Ⓑ $\frac{x-1}{15} = \frac{y-3}{-9} = \frac{z-2}{7}$.
- Ⓒ $\frac{x-1}{-15} = \frac{y+3}{9} = \frac{z-2}{7}$. Ⓓ $\frac{x-1}{15} = \frac{y-3}{9} = \frac{z-2}{7}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(0; 2; 5)$ đồng thời vuông góc với

hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -2 - 2t \\ z = 3 \end{cases}$ có phương trình là

- Ⓐ $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$. Ⓑ $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 2t \\ z = 5 \end{cases}$.
- Ⓒ $\Delta: \begin{cases} x = -4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$. Ⓓ $\Delta: \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $d: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Một véc-tơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng AC có tọa độ là

A $\vec{u} = (0; 1; -3)$. B $\vec{u} = (0; 1; 3)$. C $\vec{u} = (1; 2; 3)$. D $\vec{u} = (0; -2; 6)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(0; 1; 1)$, vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và cắt đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$ có phương trình là

A $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$. B $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$. C $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$. D $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = -4 + t \end{cases}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): 7x + y - 4z = 0$, cắt hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ có phương trình chính tắc

là

A $\Delta: \frac{x-2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

B $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$.

C $\Delta: \frac{x+2}{-7} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

D $\Delta: \frac{x+7}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{3}$.

Lời giải.

⇨ **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của MN có phương trình chính tắc là

A $\Delta: \frac{x+6}{-7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

B $\Delta: \begin{cases} x = -6 - 7t \\ y = -1 - 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

C $\Delta: \frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

D $\Delta: \frac{x+6}{-7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area with two columns of dotted lines.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 2.** Gọi X là tập các số tự nhiên có 5 chữ số. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập X . Xác suất để nhận được ít nhất một số chia hết cho 4 gần nhất với số nào dưới đây.

A 0,63.

B 0,23.

C 0,44.

D 0,12.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 3.** Gọi A là tập các số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 3 và chữ số 3 đứng ở chính giữa là.

A $\frac{1}{7}$.

B $\frac{5}{7}$.

C $\frac{2}{7}$.

D $\frac{1}{3}$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 4.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi B là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ A . Chọn thứ tự 2 số thuộc tập B . Xác suất để 2 số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 3 bằng.

A $\frac{156}{360}$.

B $\frac{160}{359}$.

C $\frac{80}{359}$.

D $\frac{161}{360}$.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Mỗi bạn An, Bình chọn ngẫu nhiên ba chữ số trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Tính xác suất để trong hai bộ ba chữ số mà An và Bình chọn ra có đúng một chữ số giống nhau.

A $\frac{7}{40}$.

B $\frac{9}{10}$.

C $\frac{6}{25}$.

D $\frac{21}{40}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 8.** Một Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau tạo ra từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không lớn hơn 2503 bằng.

A $\frac{101}{360}$.

B $\frac{5}{18}$.

C $\frac{67}{240}$.

D $\frac{259}{360}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 9.** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số. Tính xác suất để số được chọn không vượt quá 600, đồng thời nó chia hết cho 5.

A $\frac{500}{900}$.

B $\frac{100}{900}$.

C $\frac{101}{900}$.

D $\frac{501}{900}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 10.** Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 801 đến 900 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để lấy được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3.

A $\frac{817}{2450}$
 B $\frac{248}{3675}$
 C $\frac{2203}{7350}$
 D $\frac{2179}{7350}$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 11.** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tổng số chấm trong hai lần gieo nhỏ hơn 6.

A $\frac{2}{9}$
 B $\frac{11}{36}$
 C $\frac{1}{6}$
 D $\frac{5}{18}$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 12.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S . Tính xác suất để số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

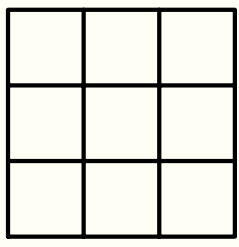
Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✦ **Câu 15.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên từ S một phần tử. Xác suất để số được chọn chia hết cho 7 và có số hàng đơn vị bằng 1 là
 Ⓐ $\frac{157}{11250}$ Ⓑ $\frac{643}{45000}$ Ⓒ $\frac{1357}{52133}$ Ⓓ $\frac{11}{23576}$

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✦ **Câu 16.** Cho một bảng ô vuông 3×3 .


Điền ngẫu nhiên các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào bảng trên (mỗi ô chỉ điền một số). Gọi A là biến cố: “Mỗi hàng, mỗi cột bất kì đều có ít nhất một số lẻ”. Xác suất của biến cố A bằng
 Ⓐ $P(A) = \frac{10}{21}$ Ⓑ $P(A) = \frac{1}{3}$ Ⓒ $P(A) = \frac{5}{7}$ Ⓓ $P(A) = \frac{1}{56}$

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 20.** Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn. Trong đó có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A $\frac{99}{667}$

B $\frac{568}{667}$

C $\frac{33}{667}$

D $\frac{634}{667}$

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 21.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là lẻ bằng

A $\frac{40}{81}$

B $\frac{5}{9}$

C $\frac{35}{81}$

D $\frac{5}{54}$

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 22.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A $\frac{1}{3}$

B $\frac{5}{6}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{4}{9}$

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 25.** Có 60 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3.

A $\frac{11}{171}$.

B $\frac{1}{12}$.

C $\frac{9}{89}$.

D $\frac{409}{1225}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 26.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là lẻ bằng

A $\frac{10}{21}$.

B $\frac{5}{9}$.

C $\frac{20}{81}$.

D $\frac{1}{2}$.

.....

.....

⚡ **Câu 31.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có bảy chữ số. Xác suất để số được chọn số có các chữ số cách đều chữ số chính giữa thì giống nhau.

A $\frac{1}{120}$
 B $\frac{1}{1000}$
 C $\frac{1}{100}$
 D $\frac{63}{125000}$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Câu 32.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A $\frac{11}{21}$
 B $\frac{101}{126}$
 C $\frac{101}{216}$
 D $\frac{25}{126}$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Câu 33.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 9 bằng

A $\frac{250}{567}$
 B $\frac{1}{3}$
 C $\frac{1}{2}$
 D $\frac{49}{81}$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....

↻ **Câu 34.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn chia hết cho 5 bằng

A $\frac{17}{81}$

B $\frac{17}{18}$

C $\frac{2}{9}$

D $\frac{49}{81}$

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↻ **Câu 35.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 154350.

A $\frac{7}{15625}$

B $\frac{1}{972}$

C $\frac{7}{375000}$

D $\frac{2}{81}$

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

↻ **Câu 36.** Gọi A là tập các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 2 và 6 không đứng cạnh nhau.

A $\frac{5}{18}$

B $\frac{13}{21}$

C $\frac{13}{18}$

D $\frac{8}{21}$

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 37.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có tổng 3 chữ số bằng 10.

A $\frac{9}{10}$.

B $\frac{3}{40}$.

C $\frac{9}{20}$.

D $\frac{3}{20}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 38.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để chọn được số chỉ chứa 3 số chẵn.

A $\frac{10}{21}$.

B $\frac{11}{21}$.

C $\frac{9}{21}$.

D $\frac{13}{21}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 39.** Cho 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số lẻ là

A $\frac{2}{3}$.

B $\frac{1}{2}$.

C $\frac{2}{5}$.

D $\frac{3}{4}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....

↔ **Câu 40.** Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 5 bằng

A $\frac{1}{15}$.

B $\frac{1}{10}$.

C $\frac{1}{30}$.

D $\frac{1}{20}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 37

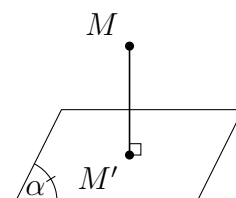
KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

1. Kiến thức cần nhớ

1. Khoảng cách giữa điểm và mặt phẳng.

Khoảng cách giữa một điểm và một mặt phẳng là khoảng cách từ điểm đó tới hình chiếu vuông góc của nó lên mặt phẳng đó.

$d(M, (\alpha)) = MM'$ với M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) .

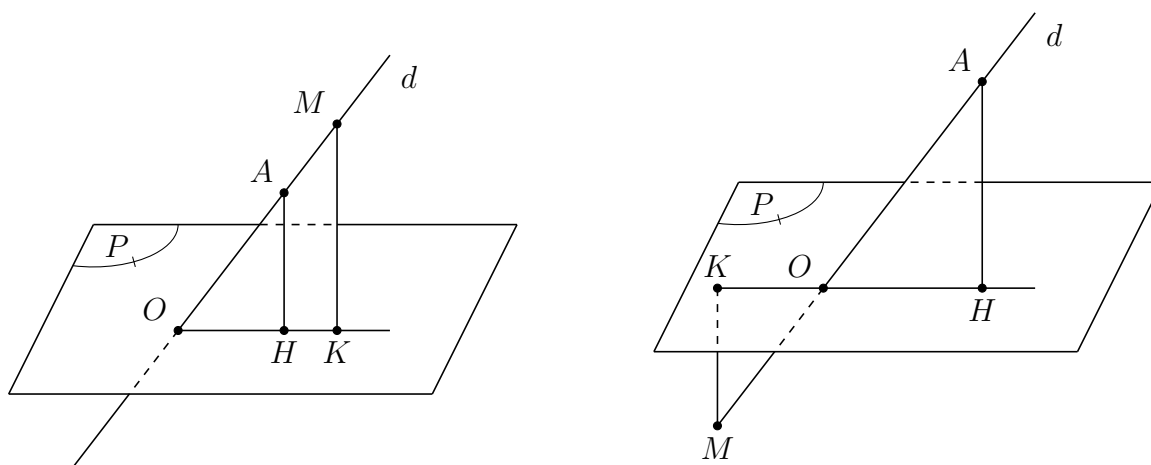


1.1. Khoảng cách từ điểm M bất kì đến mặt phẳng (α) có chứa đường cao của hình chóp (lăng trụ...).

Phương pháp:

- ☑ Quy khoảng cách từ điểm M về điểm A thuộc đáy.
- ☑ Tìm giao tuyến của mặt phẳng đáy với (α) .
- ☑ Từ A dựng AH vuông góc với giao tuyến tại H . Khi đó $AH = d(A; (\alpha))$.

Công thức tính tỉ lệ khoảng cách: $\frac{d(M, (P))}{d(A, (P))} = \frac{MO}{AO}$.



1.2. Khoảng cách từ hình chiếu vuông góc A của đỉnh S đến mặt phẳng bên (α) .

Phương pháp:

- ☑ Tìm giao tuyến của (α) với mặt phẳng đáy.
- ☑ Từ A dựng AH vuông góc với giao tuyến tại H .
- ☑ Nối SH , dựng AK vuông góc SH tại K . Khi đó $AK = d(A; (\alpha))$.

1.3. Khoảng cách từ điểm bất kì đến mặt phẳng bên.

Phương pháp: Quy khoảng cách từ điểm đó đến mặt phẳng bên về khoảng cách từ điểm là hình chiếu của đỉnh S đến mặt phẳng bên.

2. Khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song.

Khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì

trên đường thẳng này tới mặt phẳng kia.

3. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

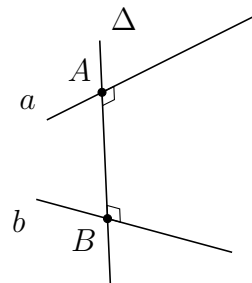
Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này tới mặt phẳng kia.

4. Khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau.

4.1.

Khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

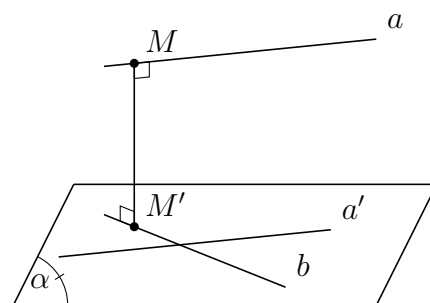
$$\begin{cases} \Delta \perp a, \Delta \perp b \\ \Delta \cap a = A, \Delta \cap b = B \end{cases} \Rightarrow d(a, b) = AB.$$



4.2. Cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

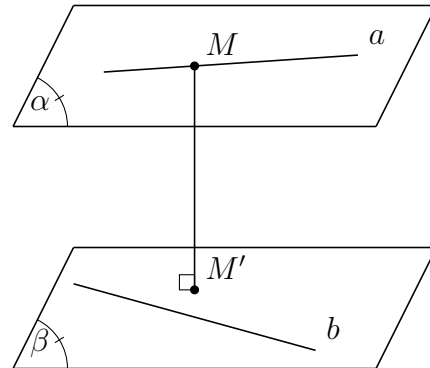
Cách 1: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng đó và mặt phẳng song song với nó, chứa đường thẳng còn lại.

$$d(a, b) = d(a, (\alpha)). \text{ Với } \begin{cases} (\alpha) \supset b \\ a \parallel (\alpha) \end{cases}$$



Cách 2: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

$$d(a, b) = d((\alpha), (\beta)). \text{ Với } \begin{cases} (\alpha) \supset a \\ (\beta) \supset b \\ (\alpha) \parallel (\beta) \end{cases}$$



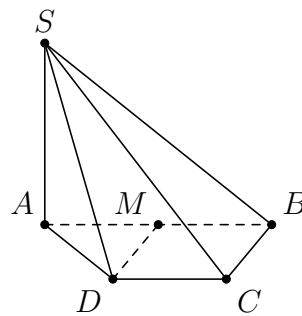
Cách 3: Dựng và tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a, AD = DC = CB = a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

- A $\frac{3a}{4}$
- B $\frac{3a}{2}$
- C $\frac{3\sqrt{3}a}{13}$
- D $\frac{3\sqrt{3}a}{13}$



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. $\triangle SBC$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SAC) .

A $d = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

B $d = a$.

C $d = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

D $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa AD và SB ?

A $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B $\frac{a}{2}$.

C $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 4.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D$ và AB bằng bao nhiêu?

A $a\sqrt{2}$.

B $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

❖ **Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SD là

A. a .

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

💬 Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

❖ **Câu 8.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AA' bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

💬 Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

❖ **Câu 9.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SA = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng

A. $\frac{\sqrt{14}a}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{14}a}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

💬 Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

❖ **Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a, SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, DC , góc giữa (SBM) và mặt đáy là 45° . Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) ?

A $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B $a\sqrt{2}$.

C $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
-------	-------

❖ **Câu 13.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AA_1 = 2a, AD = 4a$. Gọi M là trung điểm AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng A_1B_1 và C_1M bằng bao nhiêu?

A $3a$.

B $2a\sqrt{2}$.

C $a\sqrt{2}$.

D $2a$.

 **Lời giải.**

.....
-------	-------

❖ **Câu 16.** Cho tứ diện $OABC$ trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = OB = OC = a$. Gọi I là trung điểm BC . Khoảng cách giữa AI và OC bằng bao nhiêu?

A a .

B $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

C $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D $\frac{a}{2}$.

 **Lời giải.**

.....
-------	-------

❖ **Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Biết $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và MN .

A $3\sqrt{5}$.

B $\sqrt{5}$.

C 5.

D 10.

 **Lời giải.**

.....
-------	-------

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 34.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $SD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB .

A $\frac{a\sqrt{3}}{40}$.

B $\frac{a\sqrt{30}}{8}$.

C $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

D $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 35.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

A $\frac{a}{3}$.

B $\frac{a}{5}$.

C $\frac{a}{4}$.

D $\frac{a}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

A SỬ DỤNG PP TỌA ĐỘ ĐỂ TÍNH KHOẢNG CÁCH.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 38.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK, A'D$.

A a .
 B $\frac{3a}{8}$.
 C $\frac{2a}{5}$.
 D $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 39.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và DD' . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và BD .

A $\sqrt{3}a$.
 B $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.
 C $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.
 D $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 38

TÍCH PHÂN CƠ BẢN (A), KẾT HỢP (B)

1. Kiến thức cần nhớ

. Các tính chất

$$1) \left(\int f(x) dx \right)' = f(x) \text{ và } \int f'(x) dx = f(x) + C; d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx.$$

$$2) \text{ Nếu } F(x) \text{ có đạo hàm thì } \int d[F(x)] = F(x) + C.$$

$$3) \int kf(x) dx = k \int f(x) dx \text{ với } k \text{ là hằng số khác } 0.$$

$$4) \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$$

5) Công thức đổi biến số

$$\text{Cho } y = f(u) \text{ và } u = g(x). \text{ Nếu } \int f(x) dx = F(x) + C \text{ thì } \int f[g(x)]g'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + C.$$

6) Các công thức khác

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b.$$

$$\textcircled{v} k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx \text{ (} k \neq 0 \text{)}.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

$$\textcircled{v} \int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x) dx$ bằng

(A) 7.

(B) $\frac{197}{6}$.

(C) $\frac{29}{2}$.

(D) $\frac{181}{6}$.

Phân tích hướng dẫn giải

1) DẠNG TOÁN: Đây là dạng cho trước $f(x_0)$, $f'(x)$. Tính $\int_a^b f(x) dx$.

2) PHƯƠNG PHÁP GIẢI

B1: Dựa vào $f'(x)$ suy ra được $f(x) = \int f'(x) dx$.

B2: Từ $f(x_0)$ ta tìm được hệ số C của $f(x)$.

B3: Tính $\int_a^b f(x) dx$.

BÀI GIẢI

3. Bài tập tương tự và phát triển

❖ Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có $f(7) = 15$ và $f'(x) = \frac{x+1}{x+2-\sqrt{x+2}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_2^7 f(x) dx$

bằng

(A) $\frac{271}{6}$.

(B) $\frac{347}{6}$.

(C) $\frac{287}{6}$.

(D) 7.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = e + \frac{1}{4}$ và $f'(x) = x^3 + e^x + \pi \sin(\pi x)$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A $\frac{5e^2 - 7}{5}$.
 B $\frac{5e^2 + 7}{5}$.
 C $\frac{5e^2 - 2}{5}$.
 D $\frac{e^2 + 3}{5}$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{(x^2 + 1)^2}{x^3}$, $f(-1) = 1$ và $f(1) = -4$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(2)$ bằng

A $\frac{3}{8} + 4 \ln 2$.
 B $\frac{3}{8} + 2 \ln 2$.
 C $\frac{3}{4} + 4 \ln 2$.
 D $\frac{3}{4} + 2 \ln 2$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty) \setminus \{e\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$. Biết rằng $f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln 6$ và $f(e^2) = 3$. Tính $T = f\left(\frac{1}{e}\right) + f(e^3)$.

A $T = 1 + \ln 2$.
 B $T = \ln 3$.
 C $T = 3 + 3 \ln 2$.
 D $T = 2 + \ln 3$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 13.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 4$ và $f'(x) = \frac{\ln x}{x(\ln x + 1 - \sqrt{\ln x + 1})}$, $\forall x > 1$. Khi đó

$\int_1^e \frac{\sqrt{f(x)}}{x} dx$ bằng

A $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B $\frac{4\sqrt{2} + 1}{3}$.

C $\frac{\sqrt{2} - 1}{3}$.

D $\frac{\sqrt{2} + 1}{3}$.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 14.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(-\pi) = -2$ và $f'(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x + 1 - \sqrt{\sin x + 1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A $\frac{\pi}{2}$.

B $\pi\sqrt{2}$.

C $10 - 3\pi$.

D $\pi + 6$.

🗨️ **Lời giải.**

Tính $\int_2^{\frac{7}{2}} f(x) dx$.

A $\frac{230}{21}$.


B $\frac{21}{251}$.

C $\frac{230}{51}$.

D $\frac{21}{30}$.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

 **Câu 17.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f^2(0) = 4\sqrt{2} + 6$ và $f(x) \cdot f'(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1 - \sqrt{e^x + 1}}$,

$\forall x > 0$. Khi đó $\int_{\ln 3}^{\ln 8} f(x) dx$ bằng

A $2 - 2\sqrt{2} \ln 2$.

B $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \ln 2$.

C $2\sqrt{2} \ln 2$.

D $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \ln 2$.

 Lời giải.

✦ **Câu 20.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = -\frac{2}{3}$ và $f'(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$ với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $f(x) = 0$ bằng

A 12. B 0. C 5. D -1.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 23.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot [f(x)]^{2020} = x \cdot e^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Giá trị của $[f(2)]^{2021}$ bằng

- A $2021e^2 + 1$. B $2e^{2021} + 2021$. C $2021e^2 + 2021$. D $2021e^{2021} + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 24.** Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(0) = f(1) = 1$. Biết rằng: $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$

Tính $Q = a^{2020} + b^{2021}$.

- A $Q = 2$. B $Q = 4041$. C $Q = -1$. D $Q = 0$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 25.** Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = \sqrt[3]{e^4}$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Giá trị của $\ln [f(2020)]$ bằng

- A $\frac{3}{2}\sqrt{6061}$. B $\frac{1}{\sqrt{6061}}$. C $\frac{2}{3}\sqrt{6061}$. D $\sqrt{6061}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Khi đó $\int_1^{2020} f(x) dx$ bằng

A $\ln \frac{2021}{4040}$.

B $\ln \frac{4040}{2021}$.

C $\ln \frac{2021}{2020}$.

D $\ln \frac{2020}{2021}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 28.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\sqrt{x \cdot f'(x)} = -f(x), \forall x \geq 1$ và $f(e) = -\frac{1}{2}$. Giá trị $f(e^{2020})$ bằng

A -2020 .

B $-\frac{1}{2021}$.

C -2021 .

D $-\frac{1}{2020}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 29.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương với $x \in \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ thỏa mãn

$f(1) = 1, f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$. Tính $\int_{\frac{8}{3}}^5 \frac{f(x)}{\sqrt{3x+1}} dx$.

A $I = e^{\frac{1}{3}}(e^4 - e^2)$.

B $I = e^{\frac{2}{3}}\left(e^{\frac{2}{3}} - 1\right)$.

C $I = e^2\left(e^{\frac{2}{3}} - e^{\frac{1}{3}}\right)$.

D $I = e^{\frac{2}{3}}(e^2 - e)$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 32.** Cho $\int_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2} dx = \frac{a}{2} \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + 2(b + c)$ là

(A) 0. (B) 9. (C) 3. (D) 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 33.** Cho $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a\sqrt{b} - \frac{8}{3}\sqrt{a} + \frac{2}{3}$, ($a, b \in \mathbb{R}^*$). Tính $a + 2b$.

(A) $a + 2b = 7$. (B) $a + 2b = 5$. (C) $a + 2b = -1$. (D) $a + 2b = 8$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 34.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_{-1}^1 f(x) dx = ae +$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 41.** Biết $\int_5^6 \frac{dx}{x\sqrt{x-1} + (x-1)\sqrt{x}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. Giá trị của biểu thức

$a - bc$ bằng

(A) $\frac{16}{3}$.

(B) -19 .

(C) 19 .

(D) -16 .

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 42.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(4-x) = f(x)$. Biết $\int_1^3 xf(x) dx = 5$, tính $\int_1^3 f(x) dx$.

(A) $\frac{5}{2}$.

(B) $\frac{7}{2}$.

(C) $\frac{9}{2}$.

(D) $\frac{11}{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 43.** Cho hàm số $F(x)$, biết $F(1) = 4$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x}$. Tính giá trị $F(e)$.

- A $\ln(1+e) + 2 + e$. B $\ln(1+e) + 3 + e$. C $2\ln(1+e) + 1$. D $\ln(2+e) + 3 + e$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 44.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\cos^2 x - 5$ và thỏa mãn $F(0) = 1$.

Khi đó $\int_0^{\pi} F(x) dx$ bằng

- A $-\frac{3\pi^2}{2} + \pi$. B $\frac{3\pi^2}{2} + \pi$. C $\pi + \frac{3\pi^2}{2}$. D $-\pi + \frac{3\pi^2}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 45.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

$\sin x \cdot \cos x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f'(x) dx$ bằng

- A $\frac{1}{4}$. B $\frac{\pi}{4}$. C $-\frac{1}{4}$. D $-\frac{\pi}{4}$.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Bài 39

TÌM THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ BẬC 1 TRÊN BẬC 1 ĐƠN ĐIỆU

1. Kiến thức cần nhớ

1. **Định lý về điều kiện đủ để hàm số đơn điệu:** Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K . Khi đó

- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f nghịch biến trên K .

2. Một số bài toán và phương pháp giải

Bài toán 1. Tìm tham số m để hàm số $y = f(x; m)$ đơn điệu trên khoảng $(\alpha; \beta)$.

PHƯƠNG PHÁP

Bước 1: Ghi điều kiện để $y = f(x; m)$ đơn điệu trên $(\alpha; \beta)$. Chẳng hạn:

- Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ đồng biến trên $(\alpha; \beta) \Rightarrow y' = f'(x; m) \geq 0 \forall x \in (\alpha; \beta)$.
- Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ nghịch biến trên $(\alpha; \beta) \Rightarrow y' = f'(x; m) \leq 0 \forall x \in (\alpha; \beta)$.

Bước 2: Độc lập m ra khỏi biến số và đặt vế còn lại là $g(x)$, có hai trường hợp thường gặp:

- $m \geq g(x) \forall x \in (\alpha; \beta) \Rightarrow m \geq \max_{(\alpha; \beta)} g(x)$
- $m \leq g(x) \forall x \in (\alpha; \beta) \Rightarrow m \leq \min_{(\alpha; \beta)} g(x)$

Bước 3: Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên D (hoặc sử dụng Cauchy) để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. Từ đó suy ra m .

Bài toán 2. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ đơn điệu trên khoảng $(\alpha; \beta)$.

PHƯƠNG PHÁP

Bước 1: Tìm tập xác định. Tính đạo hàm y' .

Bước 2: Hàm số đồng biến $\Rightarrow y' > 0$ (hàm số nghịch biến $\Rightarrow y' < 0$). Giải ra tìm được m (1).

Bước 3: Vì $x \neq -\frac{d}{c}$ và có $x \in (\alpha; \beta)$ nên $-\frac{d}{c} \notin (\alpha; \beta)$. Giải ra tìm được m (2).

Bước 4: Lấy giao của (1) và (2) được các giá trị m cần tìm.

Bài toán 3. Để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có độ dài khoảng đồng biến (nghịch biến) $(x_1; x_2)$ bằng d .

PHƯƠNG PHÁP

+ Tính y' .

+ Tìm điều kiện để hàm số có khoảng đồng biến và nghịch biến: $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0. \end{cases}$ (1)

+ Biến đổi $|x_1 - x_2| = d$ thành $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = d^2$ (2).

+ Sử dụng định lý Vi-et đưa (2) thành phương trình theo m .

+ Giải phương trình, so với điều kiện (1) để chọn nghiệm.

3. Một số kiến thức liên quan khác:

• Định lí về dấu của tam thức bậc hai $g(x) = ax^2 + bx + c$.

+ Nếu $\Delta < 0$ thì $g(x)$ luôn cùng dấu với a .

+ Nếu $\Delta = 0$ thì $g(x)$ luôn cùng dấu với a , trừ $x = -\frac{b}{2a}$.

+ Nếu $\Delta > 0$ thì $g(x)$ có hai nghiệm x_1, x_2 và trong khoảng hai nghiệm thì $g(x)$ khác dấu với a , ngoài khoảng hai nghiệm thì $g(x)$ cùng dấu với a .

• So sánh các nghiệm x_1, x_2 của tam thức bậc hai $g(x) = ax^2 + bx + c$ với số 0.

$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0. \end{cases}$

$0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0. \end{cases}$

$x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow P < 0.$

Các trường hợp đặc biệt:

• Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) đồng biến trên từng khoảng xác định khi: $ad - bc > 0$.

• Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) nghịch biến trên từng khoảng xác định khi: $ad - bc < 0$.

• Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) đồng biến trên khoảng $(\alpha; +\infty)$ khi: $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ \frac{-d}{c} \leq \alpha. \end{cases}$

• Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) nghịch biến trên khoảng $(\alpha; +\infty)$ khi: $\begin{cases} ad - bc < 0 \\ \frac{-d}{c} \leq \alpha. \end{cases}$

• Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) đồng biến trên khoảng $(\alpha; \beta)$ khi: $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ \left[\begin{matrix} \frac{-d}{c} \leq \alpha \\ \frac{-d}{c} \geq \beta. \end{matrix} \right.$

• Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) nghịch biến trên khoảng $(\alpha; \beta)$ khi: $\begin{cases} ad - bc < 0 \\ \left[\begin{matrix} \frac{-d}{c} \leq \alpha \\ \frac{-d}{c} \geq \beta. \end{matrix} \right.$

• Tổng của n số hạng đầu cấp số cộng là $S_n = \frac{(u_1 + u_n) \cdot n}{2}$.

• Nếu hàm số $f(t)$ đơn điệu một chiều trên miền D (luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến) thì phương trình $f(t) = 0$ có tối đa một nghiệm và $\forall u, v \in \mathcal{D}$ thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- (A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 1.** Kết quả của m để hàm số sau $y = \frac{x + m}{x + 2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A $m \leq 2.$
- B $m > 2.$
- C $m < 2.$
- D $m \geq 2.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x - m^2}{x - 3m + 2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1).$

- A $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$
- B $m \in (-\infty; 1).$
- C $m \in (1; 2).$
- D $m \in (2; +\infty).$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1).$

- A $-2 < m < -1.$
- B $-2 < m < 2.$
- C $-2 \leq m < -1.$
- D $-2 < m \leq -1.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 4.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A 6.

B 5.

C 9.

D 4.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm tổng các phần tử của S .

A 3.

B 4.

C 5.

D 1.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 6.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{3x + m}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$?

A 9.

B 10.

C 6.

D 11.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 7.** Tìm m để hàm số $y = \frac{(m + 3)x + 4}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

A $m \in (-4; 1)$.

B $m \in [-4; 1]$.

C $m \in (-4; -1]$.

D $m \in (-4; -1)$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 8.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 12}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A 6.

B 5.

C 8.

D 4.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 9.** Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx - 6m + 5}{x - m}$ đồng biến trên $(3; +\infty)$ là tập có dạng $(a; b]$. Tính giá trị của $S = a + b$.

A 4.

B 3.

C -5.

D 6.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 10.** Cho hàm số $y = \frac{mx + 2}{2x + m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Tính tổng các phần tử của S .

A 1.

B 5.

C 2.

D 3.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{me^{-x} + 9}{e^{-x} + m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $(\ln 2; +\infty)$. Tính tổng các phần tử của S .

A 0.

B 3.

C 5.

D 4.

 **Lời giải.**

⇨ **Câu 15.** Cho hàm số $y = \frac{2^{-x} + 5}{2^{-x} - 3m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $(-\log_2 3; -1)$. Tính tổng các phần tử của S .

A 45.

B 44.

C 10.

D 11.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-m\sqrt{x} + 6m}{\sqrt{x} - m}$ nghịch biến trên $(4; +\infty)$.
 A 2. B 4. C 5. D 6.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 17.** Số giá trị nguyên của tham số m trên sao cho hàm số $y = \frac{m \ln x - 2m}{\ln x - m}$ đồng biến trên khoảng $(e; +\infty)$.
 A 2. B 1. C 3. D 4.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 18.** Tìm số các giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2020; 2020)$ sao cho hàm số $y = \frac{\log_{\frac{1}{2}}(3x) - 5}{\log_{\frac{1}{2}}(3x) - m}$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; \frac{4}{3})$.
 A 2020. B 2021. C 2023. D 2022.

Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 19.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2020; 2020)$ để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$?

A 2021.

B 2018.

C 2020.

D 2019.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2020; 2020)$ để hàm số $y = \frac{\sin x - 3}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{4})$.

A -2039187.

B 2022.

C 2093193.

D 2021.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 23.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m - 1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

- A $m \leq \frac{1}{2}$.
 B $m \in \mathbb{R}$.
 C $\frac{1}{2} < m < 2$.
 D $m \leq 2$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....

❖ **Câu 24.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ giảm trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

- A $(-\infty; -\frac{14}{15})$.
 B $(-\infty; -\frac{14}{15}]$.
 C $[-2; -\frac{14}{15}]$.
 D $[-\frac{14}{15}; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 25.** Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tổng tất cả phần tử của S bằng

- A 9.
 B -1.
 C -8.
 D 8.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

⇨ **Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A $m \in (-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$.

B $m \in (-\infty; 0]$.

C $m \in (1; +\infty)$.

D $m \in (-\infty; 1)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 36.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.

B $m \leq 0$.

C $1 \leq m < 2$.

D $m \geq 2$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 37.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 8^{\cot x} + (m - 3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2$ (1) đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

A $-9 \leq m < 3$.

B $m \leq 3$.

C $m \leq -9$.

D $m < -9$.

khoảng $(-10; 10)$ sao cho hàm số đồng biến trên $(-8; 5)$?

A 14.

B 13.

C 12.

D 15.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 40.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (m - x^3)\sqrt{1 - x^3}$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

A $m < 1$.

B $m \leq -2$.

C $m > 1$.

D $m \geq -2$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 41.** Số các giá trị nguyên không dương của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x + m - 3}$ đồng biến trên $(e^2; +\infty)$ là

A 2.

B vô số.

C 0.

D 1.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

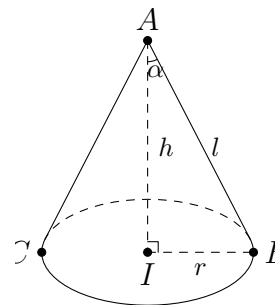
Bài 40

KHỐI NÓN

1. Kiến thức cần nhớ

a) Các yếu tố cơ bản của hình nón

- (a) Chiều cao: h .
- (b) Bán kính đường tròn đáy: r .
- (c) Độ dài đường sinh: l .
- (d) Góc ở đỉnh: 2α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).



b) Mối liên hệ giữa chiều cao, đường sinh và bán kính đáy của hình nón: $l^2 = h^2 + R^2$.

c) Hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác: Cho $\triangle AIB$ vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông AI thì đường gấp khúc ABI tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).

- (a) Đường thẳng AI gọi là trục, A là đỉnh, AI gọi là đường cao và AB gọi là đường sinh của hình nón.
- (b) Hình tròn tâm I , bán kính $r = IB$ là đáy của hình nón.

d) Công thức diện tích của hình nón và thể tích của khối nón: Cho hình nón có chiều cao là h , bán kính đáy r và đường sinh là l thì ta có

- (a) Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$
- (b) Diện tích đáy (hình tròn): $S_d = \pi r^2$;
- (c) Diện tích toàn phần hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$;
- (d) Thể tích khối nón: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_d h = \frac{1}{3} \pi r^2 l$.

e) Thiết diện của hình nón (N) khi cắt bởi mặt phẳng (P)

◇ TH1. (P) đi qua đỉnh của hình nón (N):

- i. Nếu (P) tiếp xúc với mặt nón (N) theo một đường sinh thì ta gọi (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.
- ii. Nếu (P) cắt hình nón (N) theo 2 đường sinh thì thiết diện là tam giác cân.
- iii. Đặc biệt, nếu (P) đi qua trục của mặt nón (N) thì thiết diện là tam giác cân có cạnh bên l và cạnh đáy $2r$.

◇ TH2. (P) không đi qua đỉnh của hình nón (N):

- i. Nếu (P) vuông góc với trục hình nón thì giao tuyến là một đường tròn.
- ii. Nếu (P) song song với 2 đường sinh hình nón thì giao tuyến là 2 nhánh của một hypebol.
- iii. Nếu (P) song song với một đường sinh hình nón thì giao tuyến là một đường parabol.

f) Công thức tính độ dài cung tròn có số đo a° , bán kính R là $l = \frac{\pi R a}{180}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 2.** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $18a^2\pi$. Thể tích V của khối nón đã cho bằng

A $9\pi a^3\sqrt{3}$.

B $3\pi a^3\sqrt{3}$.

C $9\pi a^3$.

D $3\pi a^3$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 3.** Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng $4\pi a^2$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A $S_{xq} = 32\pi a^2$.

B $S_{xq} = 4\pi a^2$.

C $S_{xq} = \frac{8\pi a^2}{3}$.

D $S_{xq} = 8\pi a^2$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 4.** Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{10}$.

B $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{6}$.

C $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{6}}{3}$.

D $S_{xq} = \frac{2\pi}{3}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 5.** Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, gọi M là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối nón tạo thành khi cho tam giác ABC quay quanh AM .

A $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

C $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 12$, $AC = 5$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A $\frac{5}{12}$.

B $\frac{12}{5}$.

C 1.

D $\frac{25}{144}$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 12.** Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $6a$. Thiết diện song song với đáy cách đáy một đoạn bằng $2a$ có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối nón (N) là

A $648\pi a^3$.

B $162\pi a^3$.

C $486\pi a^3$.

D $108\pi a^3$.

 **Lời giải.**

⇨ **Câu 13.** Một hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O và $SO = h$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Biết diện tích thiết diện bằng $\frac{h^2}{3}$. Tính thể tích V của khối nón.

A $V = \frac{5\pi h^3}{12}$.

B $V = \frac{17\pi h^3}{144}$.

C $V = \frac{17\pi h^3}{48}$.

D $V = \frac{5\pi h^3}{36}$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 16.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A $V = \frac{\pi}{16}$.

B $V = \frac{\pi\sqrt{2}}{48}$.

C $V = \frac{\pi}{48}$.

D $V = \frac{\pi\sqrt{2}}{16}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 17.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có chiều cao bằng h , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A $S_{xq} = 2\pi h^2\sqrt{7}$.

B $S_{xq} = \frac{2\pi h^2\sqrt{3}}{3}$.

C $S_{xq} = \frac{2\pi h^2\sqrt{7}}{3}$.

D $S_{xq} = \frac{4\pi h^2}{3}$.

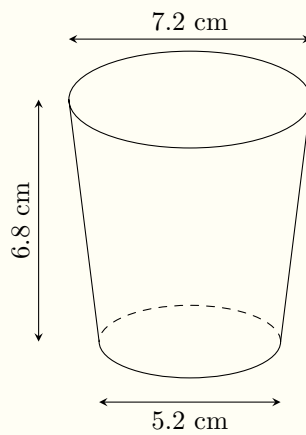
💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇒ **Câu 18.** Một cốc giấy có dạng hình nón cụt với các kích thước như hình vẽ.



Biết $1 \text{ oz} = 29,57 \text{ ml}$. Thể tích của cốc gần nhất với con số nào dưới đây?

- A 7 oz.
 B 28 oz.
 C 3 oz.
 D 4,5 oz.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

⇒ **Câu 19.** Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh 48 cm. Gọi S, I lần lượt là trung điểm của BC, AD . Dùng compa vạch cung tròn MN có tâm là S và bán kính SI (như hình vẽ) rồi cắt tấm bìa theo cung tròn đó. Dán phần hình quạt sao cho cạnh SM và SN trùng nhau thành một cái mũ hình nón không đáy với đỉnh S (giả sử phần mép dán không đáng kể). Tính thể tích V của cái mũ đó.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 21.** Cho hình nón có chiều cao bằng $\sqrt{3}$. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác đều có diện tích bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{2\pi}{3}$. .

B $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$.

C $5\pi\sqrt{3}$. .

D $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 22.** Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác đều có diện tích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A 36π . .

B 15π .

C 12π .

D 45π .

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 23.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}$. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác đều có diện tích bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{2\sqrt{5}\pi}{3}$.

B $2\sqrt{5}\pi$.

C 10π .

D $\frac{10\pi}{3}$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 24.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $9\pi\sqrt{3}$.

B $3\pi\sqrt{3}$.

C $27\sqrt{3}\pi$.

D 18π .

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 25.** Cho hình nón có chiều cao bằng 2. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác đều có diện tích bằng $4\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

A $8\pi\sqrt{3}$.

B $4\pi\sqrt{3}$.

C 24π .

D $16\pi\sqrt{3}$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 26.** Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $3\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

A $9\pi\sqrt{2}$.

B $\frac{9\pi\sqrt{2}}{2}$.

C 9π .

D $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 27.** Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$.

B $2\pi\sqrt{6}$.

C 24π .

D $16\pi\sqrt{3}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 28.** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° . Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một tam giác cân có diện tích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{375\pi\sqrt{2}}{4}$.

B $\frac{125\pi\sqrt{2}}{4}$.

C $\frac{25\pi\sqrt{3}}{6}$.

D $\frac{25\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 29.** Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác vuông cân có diện tích bằng $\frac{9}{2}$. Diện tích toàn phần của khối nón đã cho bằng

A $\pi \cdot \frac{6 + 3\sqrt{2}}{2}$.

B $\frac{9\pi}{2}$.

C $\frac{9\pi\sqrt{2}}{2}$.

D $\pi \cdot \frac{9 + 9\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⚡ **Câu 30.** Cho hình nón có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 4. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\sqrt{3}$. Diện tích của thiết diện bằng

A $4\sqrt{3}$.

B 4.

C 8.

D 16.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⚡ **Câu 31.** Cho hình nón có chiều cao bằng $8\sqrt{2}$ và bán kính đáy bằng 5. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. Diện tích của thiết diện bằng

A 18.

B 72.

C 36.

D 16.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 32.** Cho hình nón có chiều cao bằng 6. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh, thiết diện thu được là tam giác đều có diện tích bằng $16\sqrt{3}$. Khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng

A 3. B $2\sqrt{3}$. C 9. D $\frac{1}{3}$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

↔ **Câu 33.** Cho hình nón có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng $3\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A $27\pi\sqrt{3}$. B $54\pi\sqrt{3}$. C $108\pi\sqrt{3}$. D 54π .

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



❖ **Câu 34.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng R và chiều cao SO . Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại O_1 sao cho $SO_1 = \frac{1}{3}SO$. Gọi V là thể tích của khối nón và V_1 là thể tích của khối nón cụt giới hạn bởi mặt phẳng (P) và đáy của hình nón. Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

A $\frac{26}{27}$.

B $\frac{1}{9}$.

C $\frac{1}{27}$.

D $\frac{8}{9}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 35.** Cho hình nón có chiều cao $SO = 7$. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại O_1 sao cho $SO_1 = \frac{1}{3}SO$ được thiết diện có diện tích bằng 16π . Thể tích của khối nón đã cho là

A 28π .

B 84π .

C 588π .

D 336π .

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 36.** Cho hình tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $CA = 2a$; $SA = a\sqrt{5}$. Mặt bên (SAB) là tam giác cân tại S và vuông góc với đáy. Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A $2\pi a^3\sqrt{3}$.

B $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

D $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 37.** Cho hình nón chiều cao bằng $2a$. Thiết diện song song và cách mặt đáy một đoạn bằng a có diện tích bằng $\frac{9}{4}\pi a^2$. Diện tích xung quanh của hình nón là

A $6\pi a^2\sqrt{13}$.

B $3\pi a^2\sqrt{13}$.

C $6\pi a^2$.

D $12\pi a^3$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 38.** Cho hình nón có chiều cao bằng 5 và độ dài đường sinh bằng 8. Thể tích của khối trụ có đường cao trùng với đường cao của hình nón và một đáy trùng với đáy của hình nón là

A 195π .

B $5\pi\sqrt{39}$.

C $\frac{5\pi\sqrt{39}}{3}$.

D $16\pi\sqrt{3}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 39.** Cho hình nón có đỉnh S , chiều cao bằng 4 và đáy là hình tròn tâm O , bán kính bằng 3. Một mặt phẳng (α) qua S cắt đường tròn đáy của hình nón (N) tại hai điểm A, B với $AB = 5$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (α) bằng

A $\frac{176}{75}$.

B $\frac{5\sqrt{33}}{44}$.

C $\frac{4\sqrt{33}}{15}$.

D $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Câu 40.** Cho hình tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Thể tích của khối nón nội tiếp khối tứ diện đã cho là

A $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{108}$.

B $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{36}$.

C $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{36}$.

D $\frac{\pi a^3}{36}$.

💬 **Lời giải.**

Bài 41

LÔGARIT

1. Kiến thức cần nhớ

a) **Định nghĩa logarit:**

Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1, \alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

b) **Các tính chất logarit:** Cho ba số thực dương a, b, c với $0 < a, b, c \neq 1$.

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc; \quad \log_a b - \log_a c = \frac{\log_a b}{\log_a c}.$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \quad \log_a b \cdot \log_b c = \log_a c.$$

c) **Phương trình mũ cơ bản nhất** $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \quad (0 < a \neq 1; b > 0)$.

d) **Cách giải phương trình mũ có dạng** $\alpha_1 a^{2x} + \alpha_2 (ab)^x + \alpha_3 b^{2x} = 0$ trong đó $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$ là hệ số, cơ số $0 < a, b \neq 1$.

B1: Biến đổi phương trình về dạng: $2\alpha_1 \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + \alpha_2 \left(\frac{a}{b}\right)^x + \alpha_3 = 0 \quad (*)$.

B2: Đặt ẩn phụ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = t, t > 0$, phương trình (*) trở thành $\alpha_1 t^2 + \alpha_2 t + \alpha_3 = 0$.

B3: Giải tìm t thỏa mãn $t > 0$.

B4: Giải phương trình mũ cơ bản $\left(\frac{a}{b}\right)^x = t$. Tìm được x .

2. Bài tập mẫu

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

VÍ DỤ 1

Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

- A 2.
- B $\frac{1}{2}$.
- C $\log_2 \frac{3}{2}$.
- D $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. PHÂN TÍCH ĐỀ: Đây là dạng tính toán liên quan đến lôgarit dùng định nghĩa, đẳng thức. Tìm 2 ẩn khi cho 2 phương trình.

2. XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH GIẢI.

B1: Đặt $m = \log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$, biểu thị $x, y, 2x + y$ theo m .

B2: Lập phương trình ẩn m . Giải phương trình tìm m .

B3: Lập tỉ số $\frac{x}{y}$. Từ đó suy ra giá trị của $\frac{x}{y}$.

BÀI GIẢI

3. Bài tập tương tự và phát triển

⚡ **Câu 1.** Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b)$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A $\frac{1}{2}$.
 B $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.
 C $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.
 D $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

⚡ **Câu 2.** Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}$ Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$

A $T = \frac{5}{4}$.
 B $T = \frac{2}{3}$.
 C $T = \frac{3}{2}$.
 D $T = \frac{4}{5}$.

Lời giải.

- ❖ **Câu 3.** Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5(x + y)$. Tính tỉ số $\frac{y}{x}$
- A** $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$.
 B $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$.
 C $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$.
 D $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$.

 **Lời giải.**

- ❖ **Câu 4.** Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b - a}{2}$. Tính giá trị $\frac{a}{b}$?
- A** $\frac{a}{b} = 6 - 2\sqrt{5}$.
 B $\frac{a}{b} = \frac{3 + \sqrt{5}}{8}$.
 C $\frac{a}{b} = 6 + 2\sqrt{5}$.
 D $\frac{a}{b} = \frac{3 - \sqrt{5}}{8}$.

 **Lời giải.**

- ❖ **Câu 5.** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{20}^a = \log_8^b = \log_{125}(5a + 12b)$. Tính $P = \frac{a+b}{b}$.
- A** $P = 3$.
 B $P = 4$.
 C $P = 2$.
 D $P = 8$.

 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Cho các số $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_3 a = \log_6 b = \log_2(a + b)$. Giá trị $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ bằng

A 18. B 45. C 27. D 36.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 7.** Cho $\log_{27} 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$. Giá trị của $\log_{12} 35$ bằng

A $\frac{3b + 2ac}{c + 3}$. B $\frac{3b + 2ac}{c + 2}$. C $\frac{3b + 3ac}{c + 1}$. D $\frac{3b + 3ac}{c + 2}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 8.** Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 3 = 2, \log_b 3 = \frac{1}{4}$ và $\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$. Khi đó, giá trị của $\log_c 3$ bằng bao nhiêu?

A $\log_c 3 = \frac{1}{2}$. B $\log_c 3 = 2$. C $\log_c 3 = 3$. D $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 9.** Cho $\log_3 a = \log_4 b = \log_{12} c = \log_{13}(a + b + c)$. Giá trị $\log_{abc} 144$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A $(-1; 0)$.

B $(0; 1)$.

C $(1; 2)$.

D $(2; 3)$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 10.** Cho x, y, z là các số thực dương tùy ý khác 1 và xyz khác 1. Đặt $a = \log_x y, b = \log_z y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{ab + a + b}$.

B $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{a + b + 1}$.

C $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}$.

D $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{a + b + 1}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 11.** Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A $\frac{6}{5}$.

B $\frac{8}{7}$.

C $\frac{10}{9}$.

D $\frac{7}{6}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 14.** Cho các số thực dương x, y khác 1 và thỏa mãn $\begin{cases} \log_x y = \log_y x \\ \log_x(x - y) = \log_y(x + y). \end{cases}$
 Giá trị của $x^2 + xy - y^2$ bằng
 A 0. B 3. C 1. D 2.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 15.** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{\log a} + \sqrt{\log b} + \log \sqrt{a} + \log \sqrt{b} = 100$ và $\sqrt{\log a}, \sqrt{\log b}, \log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$ đều là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.
 A 10^{164} . B 10^{100} . C 10^{200} . D 10^{144} .

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 16.** Cho $\log_9 5 = a; \log_4 7 = b; \log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb + nac}{pc + q}$. Tính $A = m + 2n + 3p + 4q$
 A 27. B 25. C 23. D 29.

Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 17.** Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 - 6y^2 = xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)}$.

A $M = \frac{1}{4}$.

B $M = 1$.

C $M = \frac{1}{2}$.

D $M = \frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 18.** Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 2$. Tính $f(\log(\ln 10))$.

A 4.

B 10.

C 8.

D 2.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Cho $9^x + 9^{-x} = 14$ và $\frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = a \cdot b$.

A $P = 10$.

B $P = -45$.

C $P = -10$.

D $P = 45$.

Two large columns of dotted lines for writing answers.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

⇨ **Câu 25.** Phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4 \cdot 3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017; 2017]$.
 A 1284. B 4034. C 1285. D 4035.

Lời giải.



.....
--	--

❖ **Câu 26.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4(2x + 2y)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$?

A $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.
 B $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.
 C $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.
 D $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

.....
--	--

❖ **Câu 27.** Số nghiệm của phương trình $2^{\log_5(x+3)} = x$ là

A 0.
 B 1.
 C 3.
 D 2.

Lời giải.

.....
--	--

❖ **Câu 28.** Phương trình $3^{3+3x} + 3^{3-3x} + 3^{4+x} + 3^{4-x} = 10^3$ có tổng các nghiệm là

A 0.
 B 2.
 C 3.
 D 4.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 33.** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log_3(2u_5 - 63) = 2 \log_4(u_n - 8n + 8), \forall n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số nguyên dương lớn nhất n thỏa mãn $\frac{u_n \cdot S_{2n}}{u_{2n} \cdot S_n} < \frac{148}{75}$.

A 18. B 17. C 16. D 19.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 34.** Số nghiệm của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$ là

A 3. B 2. C 1. D 4.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 39.** Bất phương trình $2^{x^2+\sqrt{x-1}-1} + 2 \leq 2^{x^2} + 2^{\sqrt{x-1}}$ có tập nghiệm $S = [a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng

A 2.

B 3.

C 1.

D 10.

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 40.** Tập nghiệm của bất phương trình $(5 + \sqrt{21})^x + (5 - \sqrt{21})^x \leq 2^{x+\log_2 5}$ là

A $S = (-2; 1)$.

B $S = [-1; 1]$.

C $S = (1; 5]$.

D $S = (1; +\infty)$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....



❖ **Câu 9.** Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

A 5.

B 7.

C 6.

D 3.

 **Lời giải.**

A 1.

B 2.

C 0.

D 4.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

⚡ **Câu 13.** Cho hàm số $y = \left| 2x - x^2 - \sqrt{(x+1)(3-x)} + m \right|$. Khi giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $\frac{17}{8}$.

B $\frac{9}{8}$.

C $\frac{7}{8}$.

D $\frac{15}{8}$.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

⚡ **Câu 14.** Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m để hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m \right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

A -195.

B 210.

C 195.

D -210.

Lời giải.

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 18.** Cho hai số thực $x; y$ thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - a \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ của tham số a để $M \geq 2m$?

A 17.

B 16.

C 15.

D 18.

 **Lời giải.**

↔ **Câu 19.** Cho hàm số $f(x) = |2x^3 - 9x^2 + 12x + m|$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để với mọi bộ ba số thực $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là độ dài ba cạnh một tam giác?

A 10.

B 8.

C 25.

D 23.

Lời giải.

.....
-------	-------

↔ **Câu 20.** Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để với mọi bộ ba số thực $a, b, c \in [-2; 1]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nhọn.

A 18.

B 16.

C 14.

D 12.

Lời giải.

.....
-------	-------

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 21.** Gọi tập S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 6.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 22.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 5. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- (A) -7. (B) 7. (C) 5. (D) -5.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 23.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left| \frac{-4x + m}{x - 3} \right|$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 6. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- (A) -16. (B) 16. (C) 2. (D) 14.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 24.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 4?
 A 1. B 2. C 3. D 4.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 25.** Cho hàm số $y = \frac{2x - m}{x + 2}$ với m là tham số, $m \neq -4$. Biết $\min_{x \in [0; 2]} f(x) + \max_{x \in [0; 2]} f(x) = -8$. Giá trị của tham số m bằng
 A 10. B 8. C 9. D 12.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 26.** Cho hàm số $f(x) = |2x^3 - 3x^2 + m|$. Có bao nhiêu số nguyên m để $\min_{[-1; 3]} f(x) \leq 3$?
 A 4. B 8. C 31. D 39.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Câu 27.** Cho hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$. Có bao nhiêu số nguyên m để $\min_{[1;3]} f(x) \leq 3$?

A 4.

B 10.

C 6.

D 11.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Câu 28.** Cho hàm số $y = |x^2 + x + m|$. Tổng tất cả giá trị thực của tham số m để $\min_{[-2;2]} y = 2$

bằng

A $-\frac{31}{4}$.

B -8 .

C $-\frac{23}{4}$.

D $\frac{9}{4}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇔ **Câu 29.** Gọi α, β lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ trên đoạn $[-3; 2]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-2019; 2019)$ để $2\beta \geq \alpha$.

A 3209.

B 3215.

C 3211.

D 3213.

 Lời giải.

⇔ **Câu 30.** Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

A 3.

B 7.

C 6.

D 5.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 33.** Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ (với m là tham số thực). Hỏi $\max_{[-2;1]} y$ có giá trị nhỏ nhất là

A 3. B 2. C 1. D 5.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 34.** Cho hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ (với m là tham số thực). Hỏi $\max_{[1;2]} y$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A 2. B 4. C 1. D 3.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 35.** Cho hàm số $y = \left| \frac{x^2 - (m+1)x + 2m + 2}{x - 2} \right|$ (với m là tham số thực). Hỏi $\max_{[-1;1]} y$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A $\frac{3}{2}$. B $\frac{1}{2}$. C 2. D 3.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....

❖ **Câu 40.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |\sin^2 x - 2 \sin x + m|$ bằng 1. Số phần tử của S là

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

 **Lời giải.**

.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Bài 43

PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CÓ CHỨA THAM SỐ

1. Kiến thức cần nhớ

PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT.

Thường sử dụng các phương pháp sau:

1. Phương pháp đưa về cùng cơ số.
2. Phương pháp đặt ẩn phụ.
3. Phương pháp hàm số.

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \text{ với } b, c > 0; 0 < a \neq 1.$$

$$\log_{a^\alpha} x^\beta = \frac{\beta}{\alpha} \log_a |x| \text{ với } \alpha \neq 0; 0 < a \neq 1.$$

Nếu $a > 1$ thì với $\forall x_1, x_2 > 0: x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$.

Nếu $0 < a < 1$ thì với $\forall x_1, x_2 > 0: x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$.

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \quad (0 < a \neq 1).$$

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b \quad (0 < a \neq 1).$$

$$\text{Phương trình bậc hai có hai nghiệm âm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0. \end{cases}$$

$$\text{Phương trình bậc hai có hai nghiệm dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0. \end{cases}$$

$$\text{Phương trình bậc hai có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow P < 0.$$

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m + 2) \log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

A $(1; 2)$.

B $[1; 2]$.

C $[1; 2)$.

D $[2; +\infty)$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng tìm điều kiện của tham số để phương trình logarit có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Viết lại phương trình logarit về dạng phương trình bậc hai đối với 1 biểu thức logarit.

B2: Đặt ẩn phụ là biểu thức logarit và tìm điều kiện cho ẩn phụ.

B2: Tìm điều kiện cho phương trình ẩn phụ.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 3.** Cho phương trình $4 \log_3^2 \sqrt{x} + (m - 3) \log_3 x + 2 - m = 0$ (với m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[1;9]$?

- A 0.
- B 2.
- C 1.
- D 3.

Lời giải.

.....
-------	-------

❖ **Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$

- A $m > \frac{9}{4}$.
- B $0 < m < \frac{9}{4}$.
- C $0 < m < \frac{1}{4}$.
- D $m > -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

.....
-------	-------

❖ **Câu 5.** Cho phương trình $(\log_3 x)^2 + 3m \log_3(3x) + 2m^2 - 2m - 1 = 0$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m mà phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \geq \frac{10}{3}$. Tính tổng các phần tử của S .

- A 6.
- B 1.
- C 0.
- D 10.

Lời giải.

.....
-------	-------

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 12.** Cho phương trình $\sqrt{\log_3^2 x - 4 \log_3 x - 5} = m(\log_3 x + 1)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[27; +\infty)$.

- A $0 < m < 2$.
- B $0 \leq m < \frac{1}{4}$.
- C $0 \leq m \leq 1$.
- D $0 \leq m < 1$.

Lời giải.

.....
-------	-------

⇨ **Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$ vô nghiệm.

- A $m \in (\sqrt{2}; 2)$.
- B $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.
- C $m \in (-\sqrt{2}; 2)$.
- D $m \in (-2; \sqrt{2})$.

Lời giải.

.....
-------	-------

⇨ **Câu 14.** Cho hàm số $3 \log_{27} [2x^2 - (m + 3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{3}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0$. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| < 15$ là

- A 14.
- B 11.
- C 12.
- D 13.

⇨ **Câu 20.** Cho phương trình $m \ln^2(x+1) - (x+2-m) \ln(x+1) - x - 2 = 0$ (1). Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng

A (3.7; 3.8).

B (3.6; 3.7).

C (3.8; 3.9).

D (3.5; 3.6).

 **Lời giải.**

⇨ **Câu 21.** Giá trị thực của tham số m để phương trình $4 \log_9^2(3x) + (2m-3) \log_3 x - 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 12$ thuộc khoảng nào sau đây?

A 2.

B 1.

C 3.

D 4.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 22.** Phương trình $3^{2x^2-3x+m} + 9 = 3^{x^2-x+2} + 3^{x^2-2x+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt?
 A 2019. B 2018. C 2020. D 2021.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 23.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_3 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{3}} x + m = 0$ có hai nghiệm thuộc $(0; 1)$.
 A $0 < m < \frac{1}{5}$. B $\frac{1}{6} < m < \frac{1}{4}$. C $-1 < m < \frac{1}{4}$. D $0 < m < \frac{1}{4}$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 24.** Điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $\log_5^2 x - (m-1)\log_5 x + 4 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 25]$ là

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 35.** Giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(2m + 1) \cdot 3^x + 243 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 30$ thuộc khoảng nào sau đây?
 A (6; 7). B (8; 9). C (7; 8). D (2; 3).

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 36.** Giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 4 - m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 4)(x_2 + 4) = 48$ thuộc khoảng nào sau đây?
 A (1; 2). B (1; 3). C (0; 1). D (0; 2).

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 37.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $\log_{x^2+y^2+3}(2x - 6y + 5) = 1$ và $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} - m = 0$. Tổng các phần tử của S bằng
 A 3. B 4. C 5. D 6.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

⇨ **Câu 38.** Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_5(\sqrt{mx}) = \log_5(x+1)$ có hai nghiệm phân biệt là

A $m \geq 4$.

B $m > 4$.

C $m < 0$ và $m \geq 4$.

D $m < 0$ và $m > 4$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 39.** Cho bất phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 \geq 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$ là

A $[-3; +\infty)$.

B $\left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$.

C $\left[-3; \frac{7}{3}\right]$.

D $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right]$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✨ **Câu 40.** Cho bất phương trình $\log_2^2(2x) - (m + 1)\log_2 x + m - 3 \leq 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[4; 4\sqrt{2}]$ là

A $m \leq \frac{7}{2}$.
 B $m \geq \frac{9}{2}$.
 C $m \in \mathbb{R}$.
 D $m \geq \frac{7}{4}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Bài 44

NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

1. Kiến thức cần nhớ

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $F'(x) = f(x)$.

a) Công thức nguyên hàm từng phần $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = g(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \int g(x) dx = G(x) (C = 0). \end{cases}$

Khi đó ta có $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ hay $\int f(x)g(x) dx = f(x)G(x) - \int G(x)f'(x) dx$.

b) Công thức tích phân từng phần $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = g(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \int g(x) dx = G(x) (C = 0). \end{cases}$

Khi đó ta có $\int_a^b u \cdot dv = (u \cdot v) \Big|_a^b - \int_a^b v \cdot du$ hay $\int_a^b f(x)g(x) dx = [f(x)G(x)] \Big|_a^b - \int_a^b G(x)f'(x) dx$.

c) Công thức đạo hàm của hàm số sơ cấp và hàm hợp

• $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

• $(e^x)' = e^x$.

• $(u^n)' = nu^{n-1}u'$.

• $(\sin u)' = u' \cos u$.

• $(e^u)' = e^u u'$.

• $(uv)' = u'v + uv'$.

• $(\cos u)' = -u' \sin u$.

• $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

d) Nguyên hàm các hàm số thường gặp

• $\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) \cdot u'(x) dx$.

• $\int e^x dx = e^x + C$.

• $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$, với $\alpha \neq -1$.

• $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

• $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

• $\int \cos x dx = \sin x + C$.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^x$ là

(A) $-\sin 2x + \cos 2x + C$.

(B) $-2 \sin 2x + \cos 2x + C$.

(C) $-2 \sin 2x - \cos 2x + C$.

(D) $2 \sin 2x - \cos 2x + C$.

Phân tích hướng dẫn giải

a) DẠNG TOÁN: Đây là dạng sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

b) HƯỚNG GIẢI:

✔ **Bước 1:** Dựa trên giả thuyết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^x$ ta tìm được hàm số $f(x) \cdot e^x$.

✔ **Bước 2:** Áp dụng công thức nguyên hàm từng phần ta tính được $I = \int f'(x) \cdot e^x dx$ bằng cách đặt

$$\begin{cases} u = e^x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = f(x). \end{cases}$$

BÀI GIẢI

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Bài tập tương tự và phát triển

🔗 **Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot e^x$ là

A $3 \cos 3x - \sin 3x + C.$

B $-3 \cos 3x - \cos 3x + C.$

C $3 \sin 3x - \cos 3x + C.$

D $3 \cos 3x - \cos 3x + C.$

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$. Biết $\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{e^x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot x^2$ là

A $x \cdot e^x + C.$

B $x \cdot e^x - 2e^x + C.$

C $-x \cdot e^x + 2e^x + C.$

D $x \cdot e^x + 2e^x + C.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $x^2 - 3x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot e^{2x}$ là

- A $\frac{4x - 11e^{2x}}{2} + C$.
 B $2x - 2e^{2x} + C$.
 C $\frac{4x - 5e^x}{2} + C$.
 D $\frac{4x - 5e^{2x}}{2} + C$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\sin^2 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot e^x$ là

- A $2 \cos x - \cos 2x + C$.
 B $\sin 2x - \sin^2 x + C$.
 C $2 \sin x - \sin^2 x + C$.
 D $\sin 2x + \sin^2 x + C$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\cos^2 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^{2x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot e^{2x}$ là

A $-\sin 2x + 2\cos^2 x + C.$

B $\sin 2x - 2\cos^2 x + C.$

C $-\sin 2x - 2\sin^2 x + C.$

D $-\sin 2x - 2\cos^2 x + C.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 6.** Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

A $\int f(x) \ln x \, dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C.$

B $\int f(x) \ln x \, dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C.$

C $\int f(x) \ln x \, dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C.$

D $\int f(x) \ln x \, dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 7.** $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A $\int f'(x)e^{2x} \, dx = 2x^2 - 2x + C.$

B $\int f'(x)e^{2x} \, dx = -2x^2 + 2x + C.$

C $\int f'(x)e^{2x} \, dx = -x^2 + x + C.$

D $\int f'(x)e^{2x} \, dx = -x^2 + 2x + C.$

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 8.** Cho $F(x) = (x - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 11.** Cho $F(x) = \frac{e^x}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm một nguyên hàm của hàm số $(f(x) + f'(x))e^x$.

- (A) $\int (f(x) + f'(x)) \cdot e^x dx = \frac{e^x (xe^x - e^x)}{x^2} + C.$
- (B) $\int (f(x) + f'(x)) \cdot e^x dx = \frac{e^{2x}}{x} + C.$
- (C) $\int (f(x) + f'(x)) \cdot e^x dx = -\frac{e^{2x}}{x} + C.$
- (D) $\int (f(x) + f'(x)) \cdot e^x dx = -\frac{e^x (xe^x - e^x)}{x^2} + C.$

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 12.** Cho $F(x) = x^2 e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- (A) $\int f'(x) \ln x dx = e^x (x^3 \ln x + 2x^2 \ln x + x^2) + C.$
- (B) $\int f'(x) \ln x dx = -e^x (x^3 \ln x + 2x^2 \ln x - x^2) + C.$
- (C) $\int f'(x) \ln x dx = e^x (x^3 \ln x - 2x^2 \ln x - x^2) + C.$
- (D) $\int f'(x) \ln x dx = e^x (x^3 \ln x + 2x^2 \ln x - x^2) + C.$

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 13.** Cho $F(x) = \frac{\cos x}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \sin x$. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cos x$.

A $\int f'(x) \cos x \, dx = -\frac{\cos x}{x} - \frac{\cos^2 x}{x^2 \sin x} + x \cos x + C.$

B $\int f'(x) \cos x \, dx = -\frac{\cos x}{x} - \frac{\cos^2 x}{x^2 \sin x} - x \cos x + C.$

C $\int f'(x) \cos x \, dx = \frac{\cos x}{x} + \frac{\cos^2 x}{x^2 \sin x} + x \cos x + C.$

D $\int f'(x) \cos x \, dx = \frac{\cos x}{x} + \frac{\cos^2 x}{x^2 \sin x} - x \cos x + C.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x) \, dx = f(0) = 1$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f'(x) \, dx$.

A $I = 1.$

B $I = -1.$

C $I = 0.$

D $I = 2.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(0) = f(1) = 1$. Biết $\int_0^1 e^x (f(x) + f'(x)) dx = ae + b$. Tính $S = a^{2017} + b^{2018}$.

(A) $S = 1$. (B) $S = -1$. (C) $S = 0$. (D) $S = 2$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 16.** Cho $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $b = \int_a^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\int_a^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{\sin^2 x} dx = e^a \cot a - b$. (B) $\int_a^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{\sin^2 x} dx = -e^a \cot a - b$.
- (C) $\int_a^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{\sin^2 x} dx = e^a \cot a + b$. (D) $\int_a^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{\sin^2 x} dx = -e^a \cot a + b$.

🗨️ Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 \frac{f'(x)}{x+1} dx = 1$ và $f(1) - 2f(0) = 2$. Tính $I =$

- $\int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx$.
- (A) $I = 0$. (B) $I = 3$. (C) $I = -1$. (D) $I = 1$.

🗨️ Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 18.** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ với $F(1) = 1$, $\int_0^1 F(x) dx = -1$.

Tính $\int_0^1 xf(x) dx$.

- A** $\int_0^1 xf(x) dx = 0.$
 B $\int_0^1 xf(x) dx = -1.$
 C $\int_0^1 xf(x) dx = -2.$
 D $\int_0^1 xf(x) dx = 2.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(1) \sin 1 = 10$. Tính $I = \int (f(x) \cos x + f'(x) \sin x) dx$.

- A** $I = 20.$
 B $I = -10.$
 C $I = -20.$
 D $I = 10.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 22.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A $\cos x - \sin x + C$.

B $-\sin x - \cos x + C$.

C $\sin x - \cos x + C$.

D $\sin x + \cos x + C$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 23.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A $3 \cos 3x - \sin 3x + C$.

B $-3 \cos 3x - \sin 3x + C$.

C $-3 \cos 3x + \sin 3x + C$.

D $3 \cos 3x + \sin 3x + C$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 24.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x^3}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$ là

A $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

B $x^2 \ln x + \frac{x^2}{2} + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 27.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $F(x) = x^2 + 2x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A $2x - x^2 + C.$

B $x^2 + C.$

C $-x^2 + C.$

D $2x + 2 + x^2 + C.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 28.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng của $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Biết $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A $-\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^2} + C.$

B $-\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^2} + C.$

C $\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^2} + C.$

D $\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^2} + C.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 29.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng của tập hợp $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Biết $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $x^2 f(x)$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)x^2 \ln x$ là

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 32.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $F(x) = 2(x - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$ thỏa mãn $f(0) = 0$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A $(x^2 + 2x + 2)e^x + C.$

B $(-x^2 - 2x + 2)e^{2x} + C.$

C $(x^2 - 2x + 2)e^x + C.$

D $(x^2 + 2x + 2)e^x + C.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 33.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $F(x) = \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \cos x + x \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \sin x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cos x$ là

A $x \sin x + \cos x + C.$

B $\sin x - x \cos x + C.$

C $x \sin x + x \cos x + C.$

D $\sin x + x \cos x + C.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 45

LIÊN QUAN ĐẾN GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐỒ THỊ.

1. Kiến thức cần nhớ

- ☑ $f(x) = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x), y = m$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x), y = m$.
- ☑ $f(x) = g(x)$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x), y = g(x)$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x), y = g(x)$.
- ☑ Bảng đạo hàm các hàm số cơ bản

Hàm x	Hàm hợp
1. $c = 0$ 2. $x = 1$	
3. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1} (n \in \mathbb{N}; n > 1)$	4. $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u' (n \in \mathbb{N}; n > 1)$
5. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$	6. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \forall u > 0$
7. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, \forall x \neq 0$	8. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}, \forall u \neq 0$
9. $(k \cdot x)' = k$	10. $(k \cdot u)' = k \cdot u'$
11. $(\cos x)' = -\sin x$	12. $(\cos u)' = -u' \sin u$
13. $(\sin x)' = \cos x$	14. $(\sin u)' = u' \cos u$
15. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	16. $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
17. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	18. $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

Đạo hàm của hàm hợp: $y = f(u(x)) \Rightarrow y' = u'(x) \cdot f'(u(x))$.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
y	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- (A) 4. (B) 6. (C) 3. (D) 8.

Phân tích hướng dẫn giải

a) DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán liên quan đến giao điểm của hai đồ thị.

b) HƯỚNG GIẢI:

- ✔ **Bước 1:** Từ phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ chuyển về phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(u), y = C$.
- ✔ **Bước 2:** Dựa vào đồ thị $y = f(x) \Rightarrow$ giá trị của $u = \sin x \Rightarrow$ giá trị của x .
- ✔ **Bước 3:** Chọn đáp án.

❖ **Câu 9.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		-1		$+\infty$

Số nghiệm dương của phương trình $2f(f(x-1)) + 3 = 0$ là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 10.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		-1		$+\infty$

Số nghiệm dương của phương trình $2f(\sqrt{x^2 - 2x}) - 5 = 0$ là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Two columns of dotted lines for writing.

🔗 Câu 17.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{5}$	1	$-\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $5f(1 - 2x) + 1 = 0$ là

- A** 0.
- B** 1.
- C** 3.
- D** 2.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-2	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	3	-1	1	$+\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(3 \cos x + 1) = -\frac{m}{2}$ có nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$?

- A** 8.
- B** 6.
- C** 7.
- D** 9.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm bậc ba có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'		- 0 +	0 -	
y	$+\infty$		4	$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow
 1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(e^{x^2}) = m$ có đúng ba nghiệm phân biệt?

- A 3. B Vô số. C 1. D 2.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3|f(2x - 1)| - 10 = 0$ là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		-	- 0 +	
y	$+\infty$		1	$+\infty$

\swarrow \searrow \nearrow
 $-\infty$ 3

- A 2. B 1. C 4. D 3.

💬 **Lời giải.**

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-		
$f(x)$	$+\infty$				10			$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x^2 + 1)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A 12.

B 198.

C 6.

D 190.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 27.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$				
$f(x)$	$+\infty$				2018			$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x + 2017) - 2018| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

A 4034.

B 4035.

C 4036.

D 4037.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

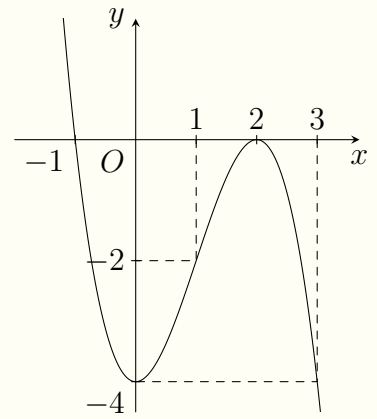
Two columns of dotted lines for writing.



❖ Câu 35.

Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng với $m > \alpha$ thì bất phương trình $(4 - x^2)(3 - \sqrt{4 - x^2}) < m + 6$ luôn đúng với mọi m . Hãy cho biết kết luận nào sau đây đúng?

- A α là số nguyên âm.
- B α là số nguyên dương.
- C α là số hữu tỉ dương.
- D α là số vô tỉ.



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 36. Cho h số $y = x^3 - 3x^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để bất phương trình $(\sqrt{x+1} + \sqrt{2-x})^3 - 6\sqrt{2+x-x^2} - 9 \leq m$ có nghiệm.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 0 ↘	↘ -4 ↗	$+\infty$	

- A 12.
- B 13.
- C 14.
- D 15.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Câu 37.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow
 1

Bất phương trình $f(e^x) < e^{2x} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (\ln 2; \ln 4)$ khi và chỉ khi

- A $m \geq f(2) - 4.$
 B $m \geq f(2) - 16.$
 C $m > f(2) - 4.$
 D $m > f(2) - 16.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

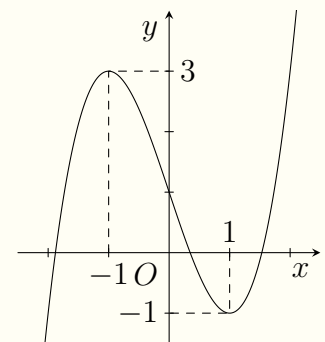
.....

.....

🔗 **Câu 38.**

Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị hàm số như hình bên. Sử dụng đồ thị hàm số đã cho, tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $8|x|^3 - 6|x|(x^2 + 1)^2 = (m - 1)(x^2 + 1)^3$ có nghiệm.

- A 2.
 B 0.
 C 3.
 D 1.



💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

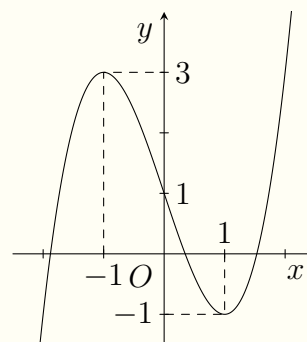
.....

.....

❖ Câu 40.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m để cho phương trình $f(\sin x) = 3 \sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng

- A -5.
 B -8.
 C -10.
 D -6.



🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

TÌM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ HỢP $F(u(x))$ KHI

Bài 46

BIẾT ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Kiến thức cần nhớ

- Đạo hàm của hàm số hợp

$$- g'(x) = f'[u(x)] \Rightarrow g'(x) = u(x) \cdot f'[u(x)]$$

$$- g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) = 0 \\ f'[u(x)] = 0. \end{cases}$$

- Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ khi biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

B1. Xác định giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành.

B2. Xét dấu của hàm số $y = f'(x)$, ta làm như sau.

+ Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên trên trục hoành trong khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$, $x \in (a; b)$.

+ Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên dưới trục hoành trong khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) < 0$, $x \in (a; b)$.

- Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x) + u(x)$ khi biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

B1. Đạo hàm $g'(x) = f'(x) + u'(x)$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -u'(x)$.

B2. Xác định giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đồ thị hàm số $y = -u'(x)$.

B3. Xét dấu của hàm số $y = g'(x)$, ta làm như sau.

+ Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên trên đồ thị $-u'(x)$ trong khoảng $(a; b)$ thì $g'(x) > 0$, $x \in (a; b)$.

+ Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên dưới đồ thị $-u'(x)$ trong khoảng $(a; b)$ thì $g'(x) < 0$, $x \in (a; b)$.

$$\bullet \text{ Đạo hàm của hàm hợp } \left[f(u(x)) \right]' = u'(x) \cdot f'(u).$$

- Định lý về cực trị của hàm số

∇ Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathcal{D} .

∇ Điểm $x_0 \in \mathcal{D}$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ khi $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua x_0 .

- Sự tương giao của hai đồ thị

∇ Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ (1).

∇ Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của hai cực trị.

- Tính chất đổi dấu của biểu thức:

Gọi $x = \alpha$ là một nghiệm của phương trình: $f(x) = 0$. Khi đó

▽ Nếu $x = \alpha$ là nghiệm bội bậc chẵn $((x - \alpha)^2, (x - \alpha)^4, \dots)$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi dấu khi đi qua α .

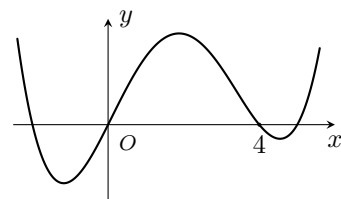
▽ Nếu $x = \alpha$ là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội bậc lẻ $((x - \alpha), (x - \alpha)^3, \dots)$ thì hàm số $y = f(x)$ đổi dấu khi đi qua α .

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

- (A) 5. (B) 3. (C) 7. (D) 11.



Phân tích hướng dẫn giải

1. **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán tìm số cực trị của hàm hợp $f(u(x))$ khi biết đồ thị hàm số $f(x)$.

2. HƯỚNG GIẢI

- B1. Tính đạo hàm của hàm số: $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$.
- B2. Dựa vào đồ thị của hàm $f(x)$ ta suy ra số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.
- B3. Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ và suy ra số cực trị.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

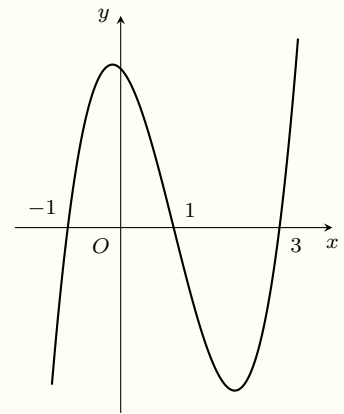
.....

.....

❖ Câu 3.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 1.
- Ⓑ 2.
- Ⓒ 3.
- Ⓓ 4.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $y = f'(x)$ như sau

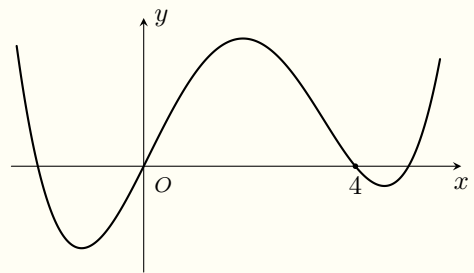
x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

❖ Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-x^4 + 4x^2)$ là

- A 5.
 B 3.
 C 7.
 D 11.



💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

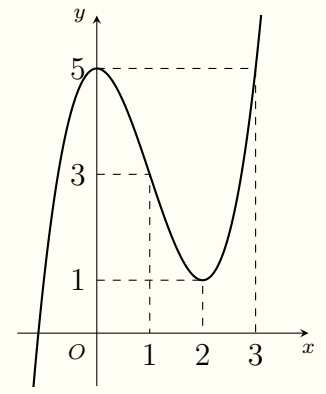
.....

.....

🔗 Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = 3f(x) + x^3 - 15x + 1$ là

- A 2.
- B 1.
- C 3.
- D 4.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

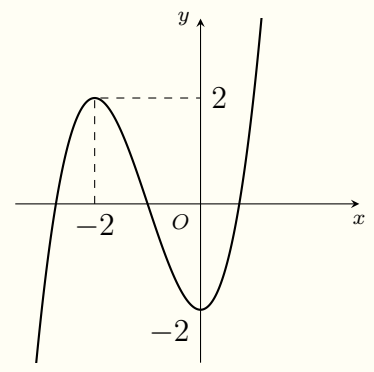
.....

.....

🔗 Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(-x^2 + 3x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A 3.
- B 4.
- C 5.
- D 6.



💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

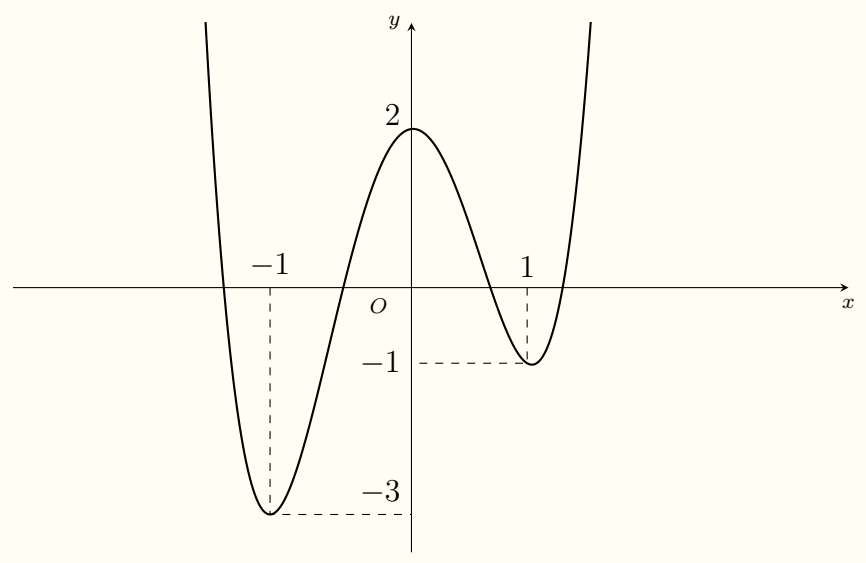
.....

.....

❖ Câu 20.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

- A 3.
- B 9.
- C 5.
- D 7.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

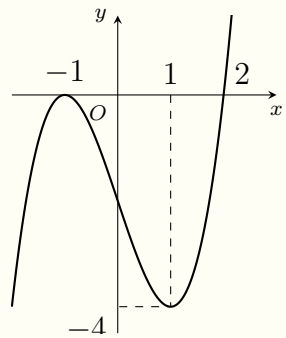
.....

.....

.....

❖ Câu 28.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



- A Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \pm 2$.
- B Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- C Hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.
- D Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

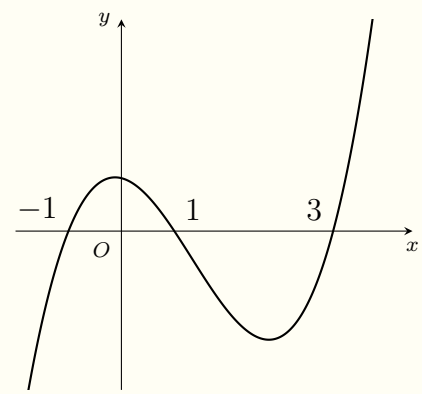
.....

.....

❖ Câu 29.

❖ Câu 33.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 4x + 3})$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A 5.
- B 3.
- C 2.
- D 7.

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

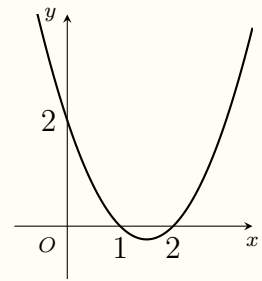
.....

.....

.....

❖ Câu 34.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 + 2x + 2})$ đồng biến trong khoảng nào sau đây



- A $(-\infty; -1)$.
- B $(-\infty; \frac{1}{2})$.
- C $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
- D $(-1; +\infty)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

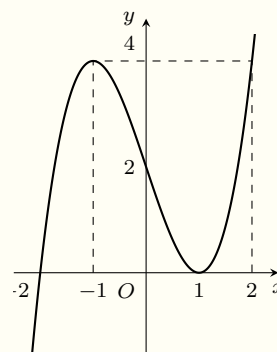
.....

.....

.....

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên \mathbb{R} . Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đồ thị của hàm số $g(x) = f^3(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 5.



Lời giải.

--	--

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



🔗 **Câu 3.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $e^{3x+5y} - e^{x+3y+1} = 1 - 2x - 2y$, đồng thời thỏa mãn $\log_3^2(3x+2y-1) - (m+6)\log_3 x + m^2 + 9 = 0$?

A 6.

B 5.

C 8.

D 7.

Lời giải.

--	--

🔗 **Câu 4.** Có bao nhiêu số nguyên của m để phương trình $\log_2(2x+m) - 2\log_2 x = x^2 - 4x - 2m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A 2.

B 3.

C 1.

D 4.

Lời giải.

--	--

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 14.** Cho phương trình $2^{x^2} \log_2(x^2 + 2) = 4^{|x+a|} [\log_2(2|x+a|) + 2]$. Gọi S là tập hợp các giá trị a thuộc đoạn $[0; 2020]$ và chia hết cho 3 để phương trình có hai nghiệm. Hãy tính tổng các phần tử của S .

A) 0.

B) 2041210.

C) 680403.

D) 680430.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 **Câu 19.** Cho các số dương x, y thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{x+y-1}{2x+3y} \right) + 3x + 2y \leq 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 6x + 2y + \frac{4}{x} + \frac{9}{y}$ bằng

A $\frac{31\sqrt{6}}{4}$.

B $11\sqrt{3}$.

C $\frac{27\sqrt{2}}{2}$.

D 19.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 **Câu 20.** Cho hai số thực x, y lớn hơn 1 và thỏa mãn $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B $2\sqrt{2}$.

C $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

D $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✦ **Câu 21.** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ trong đó x, y không đồng thời bằng 0 hoặc 1 và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1) \cdot (y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$

A 2. B 1. C $\frac{1}{2}$. D 0.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

✦ **Câu 22.** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln \left(\frac{1-2x}{x+y} \right) = 3x + y - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$.

A $P_{\min} = 8$. B $P_{\min} = 4$. C $P_{\min} = 2$. D $P_{\min} = 16$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

.....
.....
.....
.....

⇨ **Câu 23.** Cho hai số thực x, y không âm thỏa mãn $x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x+1}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = e^{2x-1} + 4x^2 - 2y + 1$ là

A $-\frac{1}{2}$.

B 1.

C $\frac{1}{2}$.

D -1 .

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 24.** Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $(xy - 1) \cdot 2^{2xy-1} = (x^2 + y) \cdot 2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất y_{\min} của y .

A $y_{\min} = 3$.

B $y_{\min} = 2$.

C $y_{\min} = 1$.

D $y_{\min} = \sqrt{3}$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 27.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + y$.

A $T_{\min} = 2 + 3\sqrt{2}$.

B $T_{\min} = 3 + 2\sqrt{3}$.

C $T_{\min} = 1 + \sqrt{5}$.

D $T_{\min} = 5 + 3\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 28.** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x-3y}{xy+1} = xy + 3y - x + 1$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $A = x + \frac{1}{y}$.

A $A_{\min} = \frac{14}{3}$.

B $A_{\min} = -\frac{14}{3}$.

C $A_{\min} = -6$.

D $A_{\min} = 6$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 31.** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = x + y$.

- A $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3} + 4}{3}$.
 B $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3} - 4}{3}$.
 C $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3} - 4}{9}$.
 D $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3} + 4}{9}$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ **Câu 32.** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.
 Tìm giá trị lớn nhất P_{\max} của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

- A 3.
 B 2.
 C 1.
 D 4.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 35.** Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + x(x + y) \geq \log_2(6 - y) + 6x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$ bằng

- A $\frac{59}{3}$.
 B 19.
 C $\frac{53}{3}$.
 D $8 + 6\sqrt{2}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 36.** Cho x, y là các số dương thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + 5y^2}{x^2 + 10xy + y^2} + 1 + x^2 - 10xy + 9y^2 \leq 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^2 + xy + 9y^2}{xy + y^2}$. Tính $T = 10M - m$.

- A $T = 60$.
 B $T = 94$.
 C $T = 104$.
 D $T = 50$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 38.** Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x(e^x)^{e^y} \geq x^y(e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B $2\sqrt{2}$.

C $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

D $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 39.** Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 1$ biết rằng $4^{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1} = \log_2 [14 - (y-2)\sqrt{y+1}]$ với $x \neq 0$ và $-1 \leq y \leq \frac{13}{2}$.

A $P = 4$.

B $P = 2$.

C $P = 1$.

D $P = 3$.

🗨️ **Lời giải.**

Bài 48

TÍCH PHÂN LIÊN QUAN ĐẾN PHƯƠNG TRÌNH HÀM ẨN

1. Kiến thức cần nhớ

1. Các tính chất tích phân:

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b.$$

$$\textcircled{v} k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx (k \neq 0).$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

$$\textcircled{v} \int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz.$$

$$\textcircled{v} \int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

2. Công thức đổi biến số: $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int f(u) du, u = u(x).$

$$\int_a^b f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du, u = u(x).$$

Phương pháp đổi biến số thường được sử dụng theo hai cách sau đây:

\textcircled{v} Giả sử cần tính $\int_a^b g(x) dx$. Nếu ta viết được $g(x)$ dưới dạng $f(u(x)) u'(x)$ thì $\int_a^b g(x) dx =$

$\int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du$. Vậy bài toán quy về tính $\int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du$, trong nhiều trường hợp thì tích phân mới này đơn giản hơn.

☑ Giả sử cần tính $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$. Đặt $x = x(t)$ thỏa mãn $\alpha = x(a), \beta = x(b)$ thì

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = \int_a^b f(x(t)) x'(t) dt = \int_a^b g(t) dt$$

trong đó $g(t) = f(x(t)) \cdot x'(t)$.

2. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng

A $\frac{-17}{20}$.

B $\frac{-13}{4}$.

C $\frac{17}{4}$.

D -1 .

Phân tích hướng dẫn giải

1) KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Công thức đổi biến số trong tích phân: $\int_a^b f[u(x)] \cdot u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du$.

Tính chất tích phân:

$$\int_a^a f(x) dx = 0.$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = f(b) - f(a).$$

2) HƯỚNG GIẢI:

B1: Nhân cả hai vế của phương trình với x , rồi sử dụng tích phân hai vế để tính

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

B2: Nhân cả hai vế của phương trình với x , rồi sử dụng tích phân hai vế để tính

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

B3: Kết luận $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

BÀI GIẢI

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Two columns of dotted lines for writing the solution.

⇨ **Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $2f(2x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$,

$\int_1^2 xf(x) dx = 5$. Giá trị $\int_1^2 f\left(\frac{2}{x}\right) dx$ bằng

A $-\frac{103}{48}$.

B $\frac{103}{24}$.

C $\frac{103}{48}$.

D $-\frac{103}{12}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Câu 9.** Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(2) = \frac{1}{15}$ và $f(x) + (2x + 4)f^2(x) = 0$. Biết $\int_0^1 f(x) dx = \frac{a}{b} \ln \frac{c}{2}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b + c$.

A $S = 3$.
 B $S = 4$.
 C $S = 5$.
 D $S = 6$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $\begin{cases} f(0) = f'(0) = 1 \\ f(x+y) = f(x) + f(y) + 3xy(x+y) - 1 \end{cases}$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x-1) dx$.

A $\frac{1}{2}$.
 B $-\frac{1}{4}$.
 C $\frac{1}{4}$.
 D $\frac{7}{4}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) \cdot f(x) = 2x\sqrt{(f(x))^2 + 1}$ và $f(0) = 0$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt là

A $M = 20; m = 2.$

C $M = 20; m = \sqrt{2}.$

B $M = 4\sqrt{11}; m = \sqrt{3}.$

D $M = 3\sqrt{11}; m = \sqrt{3}.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f(x) dx$ bằng

A $-\frac{\pi}{4}.$

B $\frac{1}{4}.$

C $\frac{\pi}{4}.$

D $-\frac{1}{4}.$

💬 **Lời giải.**

↔ **Câu 16.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f(0) = 0, \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x)]^2 dx =$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(x) dx = \frac{\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A $\frac{\pi}{4}$.

B $\frac{\pi}{2}$.

C 2.

D 1.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

↔ **Câu 17.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(x) = 6x^2 f(x^3) +$

$\frac{6}{\sqrt{3x+1}}$.

Giá trị $\int_0^2 (x+1)f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ bằng

A $-\frac{8}{5}$.

B $\frac{4}{5}$.

C $-\frac{12}{5}$.

D $\frac{2}{5}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$, thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx = 1$ và $\int_0^1 [f(x)]^2 dx = 4$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 [f(x)]^3 dx$ bằng

(A) 1. (B) 8. (C) 10. (D) 80.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Xét hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn điều kiện $f(1) = 1$ và $f(2) = 4$. Tính $J = \int_1^2 \left(\frac{f(x) + 2}{x} - \frac{f(x) + 1}{x^2} \right) dx$.

(A) $J = 1 + \ln 4$. (B) $J = 4 - \ln 2$. (C) $J = \ln 2 - \frac{1}{2}$. (D) $J = \frac{1}{2} + \ln 4$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x^3 + 3x + 1) = 3x + 2$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^5 xf(x) dx$ bằng

A $-\frac{31}{4}$.

B $\frac{17}{4}$.

C $\frac{33}{4}$.

D $\frac{49}{4}$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 26.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} đồng thời thỏa mãn

$$\begin{cases} f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ f'(x) = -e^x f^2(x), \forall x \in \mathbb{R} \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tính giá trị của $f(\ln 2)$

A $f(\ln 2) = \frac{1}{4}$.

B $f(\ln 2) = \frac{1}{3}$.

C $f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{2}$.

D $f(\ln 2) = \ln^2 2 + \frac{1}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 27.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $2[f(x)]^3 + 3f(x) + 5 = x$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_5^{10} f(x) dx$.

⇨ **Câu 32.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn điều kiện.

$$f(x) + 2f(1-x) = 3x^2 - 6x, \forall x \in [0; 1]. \text{ Tính } I = \int_0^1 f(1-x^2) dx$$

A $I = \frac{4}{15}$.

B $I = 1$.

C $I = -\frac{2}{15}$.

D $I = \frac{2}{15}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 33.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, biểu thức $f(x) = f(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $2 < f(5) < 3$.

B $4 < f(5) < 5$.

C $1 < f(5) < 2$.

D $3 < f(5) < 4$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 36.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn điều kiện $4xf(x^2) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [0; 1]$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A $\frac{\pi}{20}$.

B $\frac{\pi}{16}$.

C $\frac{\pi}{6}$.

D $\frac{\pi}{4}$.

🗨️ Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 37.** Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx$.

A $I = 3$.

B $I = -1$.

C $I = 1$.

D $I = -3$.

🗨️ Lời giải.

❖ **Câu 38.** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $xf(x^2) - f(2x) = x^3 - \frac{1}{2x} - 2, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Giá trị của tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ thuộc khoảng nào sau đây?

A (5; 6).

B (3; 4).

C (1; 2).

D (2; 3).

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Câu 39.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot f(\sin^2 x) dx = 1$.

Tích phân $\int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx$ bằng

A $\frac{5}{2}$.

B 2.

C $\frac{3}{2}$.

D 4.

🗨️ **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 49

TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP BIẾT GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

1. Bài tập mẫu

VÍ DỤ 1

Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích của khối đã cho bằng

A a^3 .

B $\frac{a^3}{3}$.

C $\frac{a^3}{2}$.

D $\frac{a^3}{6}$.

BÀI GIẢI

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Two columns of dotted lines for writing the solution.

BÀI GIẢI

2. Bài tập tương tự và phát triển

🔗 **Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , với $AB > \sqrt{5}$, $BC = 2$. Các cạnh bên đều bằng $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ và cùng tạo với mặt đáy góc 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $V = \frac{3\sqrt{3}}{3}$.

B $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

C $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. E là điểm trên cạnh AD sao cho BE vuông góc với AC tại H và $AB > AE$, cạnh SH vuông góc với mặt phẳng đáy, góc $\widehat{BSH} = 45^\circ$. Biết $AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $BE = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\frac{16a^3}{3\sqrt{5}}$
 B $\frac{32a^3\sqrt{5}}{15}$
 C $\frac{32a^3}{\sqrt{5}}$
 D $\frac{8a^3\sqrt{5}}{5}$

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 5.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng 1, khoảng cách từ tâm của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{1}{6}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A $\frac{3}{16}$.

B $\frac{\sqrt{12}}{16}$.

C $\frac{3\sqrt{2}}{16}$.

D $\frac{3\sqrt{2}}{8}$.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = 5a$; $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SBA) bằng α với $\cos \alpha = \frac{9}{16}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\frac{50a^3}{3}$.

B $\frac{125\sqrt{7}a^3}{9}$.

C $\frac{125\sqrt{7}a^3}{18}$.

D $\frac{50a^3}{9}$.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

B $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

C $\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$.

D $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 9.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

B $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$.

C $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

D $\frac{a^3}{6}$.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 4, SB = 6, SC = 12$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ, \widehat{BSC} = 90^\circ$ và $\widehat{CSA} = 120^\circ$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $36\sqrt{3}$.
 B $36\sqrt{2}$.
 C $24\sqrt{3}$.
 D $24\sqrt{2}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB = a, \widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, góc giữa AB và (SBC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
 B $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.
 C $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.
 D $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Two columns of dotted lines for writing.

❖ **Câu 21.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ và $BC = 1$, $CD = \sqrt{3}$, $BD = 2$, $AB = 3$. Khoảng cách từ B đến (ACD) bằng

A $\frac{\sqrt{6}}{7}$.

B $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

C $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

D $\frac{\sqrt{14}}{7}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, $SA = BC$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A lên các cạnh SB và SC lần lượt là M và N . Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

A 45° .

B 60° .

C 15° .

D 30° .

💬 Lời giải.

❖ **Câu 27.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB và tam giác SCD cân tại S . Biết hai mặt bên (SAB) và (SCD) có tổng diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ và chúng vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\frac{a^2}{4}$.
 B $\frac{a^2}{12}$.
 C $\frac{a^2}{6}$.
 D $\frac{a^2}{3}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Câu 28.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. Tính thể tích khối $S.ABC$.

A $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{10}$.
 B $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{10}$.
 C $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.
 D $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 30.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, tam giác SAB vuông tại A , tam giác SBC cân tại S và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng $\frac{2a}{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\frac{a^3}{6}$.

B $\frac{3a^3}{2}$.

C $\frac{a^3}{2}$.

D $\frac{a^3}{3}$.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Câu 31.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện. Trong đó, khối tứ diện $ABCD$ có thể tích là V , khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A $\frac{7}{18}$.

B $\frac{11}{18}$.

C $\frac{13}{18}$.

D $\frac{1}{18}$.

🗨️ Lời giải.

Câu 33. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1, M và N lần lượt là hai điểm di động trên hai cạnh AB, AC . (M và N không trùng với A) sao cho mặt phẳng (DMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích lớn nhất và nhỏ nhất của tứ diện $ADMN$. Tính tích $V_1 \cdot V_2$.

A $V_1 \cdot V_2 = \frac{\sqrt{2}}{27}$.

B $V_1 \cdot V_2 = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

C $V_1 \cdot V_2 = \frac{1}{324}$.

D $V_1 \cdot V_2 = \frac{8}{9}$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Two columns of dotted lines for writing the solution.

.....
.....
.....



Bài 50

TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ LIÊN KẾT

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Điều kiện để hàm số đơn điệu trên khoảng \mathcal{K} .

Định nghĩa 50.1. Giả sử \mathcal{K} là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y = f(x)$ là một hàm số xác định trên \mathcal{K} . Ta nói:

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến (tăng) trên \mathcal{K} nếu $\forall x_1, x_2 \in \mathcal{K}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
 - Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến (giảm) trên \mathcal{K} nếu $\forall x_1, x_2 \in \mathcal{K}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên \mathcal{K} gọi chung là đơn điệu trên \mathcal{K} .

Nhận xét.

- Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{D} thì hàm số $f(x) + g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{D} . Tính chất này có thể không đúng đối với hiệu $f(x) - g(x)$.
- Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số dương và cùng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{D} thì hàm số $f(x) \cdot g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{D} . Tính chất này có thể không đúng khi các hàm số $f(x), g(x)$ không là các hàm số dương trên \mathcal{D} .
- Cho hàm số $u = u(x)$, xác định với $x \in (a; b)$ và $u(x) \in (c; d)$. Hàm số $f[u(x)]$ cũng xác định với $x \in (a; b)$. Ta có nhận xét sau:
 - Giả sử hàm số $u = u(x)$ đồng biến với $x \in (a; b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ đồng biến với $x \in (a; b) \Leftrightarrow f(u)$ đồng biến với $u \in (c; d)$.
 - Giả sử hàm số $u = u(x)$ nghịch biến với $x \in (a; b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ nghịch biến với $x \in (a; b) \Leftrightarrow f(u)$ nghịch biến với $u \in (c; d)$.

Định lý 50.1. Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng \mathcal{K} . Khi đó:

- Nếu hàm số đồng biến trên khoảng \mathcal{K} thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{K}$.
- Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng \mathcal{K} thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathcal{K}$.

Định lý 50.2. Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng \mathcal{K} . Khi đó:

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f nghịch biến trên \mathcal{K} .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f không đổi trên \mathcal{K} .

Chú ý: Khoảng K trong định lý trên ta có thể thay thế bởi đoạn hoặc một nửa khoảng. Khi đó phải có thêm giả thiết “Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó. Chẳng hạn: Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số f đồng biến trên đoạn $[a; b]$.”

Ta thường biểu diễn qua bảng biến thiên như sau:

x	a	b
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(a)$	$f(b)$

Định lí 50.3. (mở rộng của định lí 2). Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng \mathcal{K} . Khi đó:

- a) Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .
- b) Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .

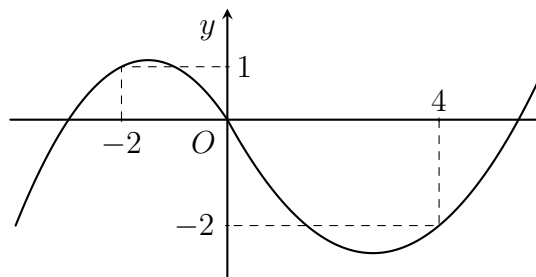
Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số Giả sử hàm số f có đạo hàm trên \mathcal{K} .

- (a) Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm $x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .
- (b) Nếu $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm $x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f nghịch biến trên \mathcal{K} .

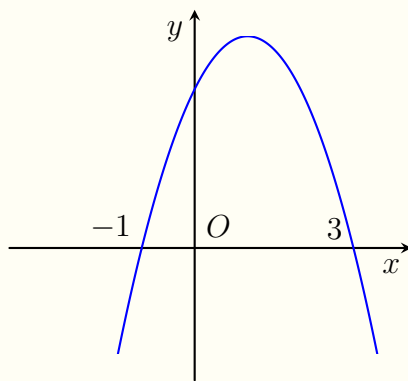
2. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A** $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. **B** $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. **C** $(-2; -1)$. **D** $(2; 3)$.



Hàm số $g(x) = f(2x^4 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A $(1; +\infty)$.
- B $(1; \frac{3}{2})$.
- C $(-\infty; -1)$.
- D $(\frac{1}{2}; 1)$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

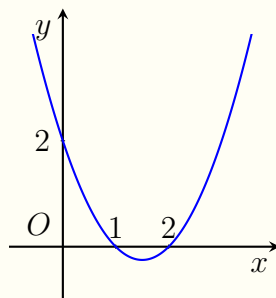
.....

.....

.....

.....

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây.



Hàm số $y = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
- B $(-\infty; \frac{3}{2})$.
- C $(-\frac{3}{2}; +\infty)$.
- D $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Lời giải.

.....

.....

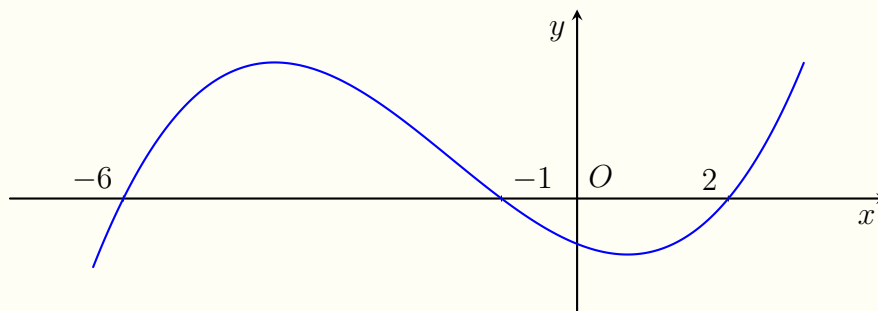
.....

.....

.....

.....

❖ **Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng?

A (2; 3).

B (-1; 0).

C (-2; -1).

D (0; 1).

Lời giải.

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$			
f'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x) + 2020$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 1.

B 2.

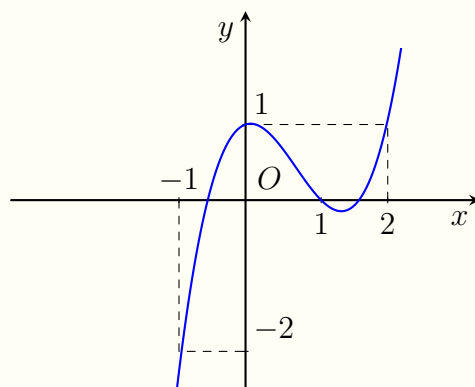
C 3.

D 4.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(3x - 1) - 9x^3 + 18x^2 - 12x + 2021$ nghịch biến trên khoảng.

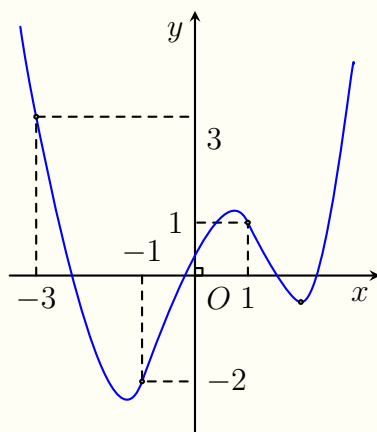
A $(-\infty; 1)$.

B $(1; 2)$.

C $(-3; 1)$.

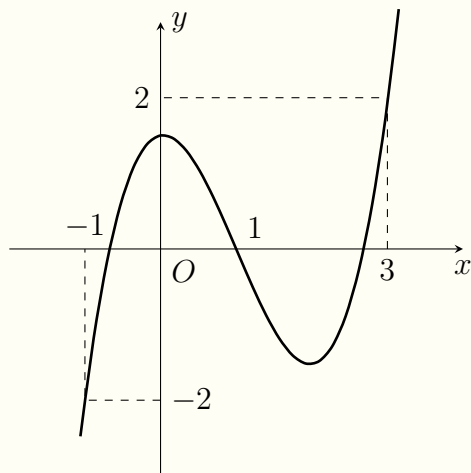
D $(\frac{2}{3}; 1)$.

🔗 **Câu 15.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.
 B Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$.
 C Hàm số $g(x)$ đồng biến $(-3; -1)$.
 D Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.

🗨️ **Lời giải.**



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 3)$.
- B Hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị đại.
- C Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.
- D Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(3; +\infty)$.

Lời giải.

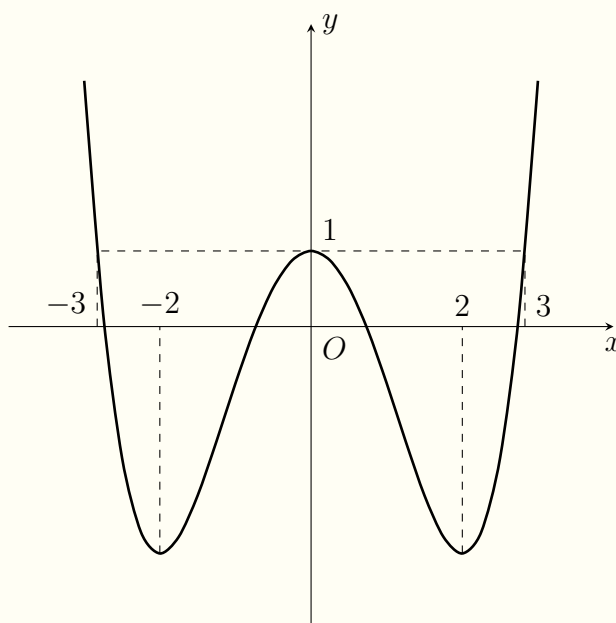
Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

--	--

⇨ **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇔ **Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(2x - 1) + \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $(-6; -3)$.

B $(3; 6)$.

C $(6; +\infty)$.

D $(-1; 0)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $g(x) = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(1; +\infty)$.

B $(-\infty; -1)$.

C $(-1; 0)$.

D $(0; 2)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

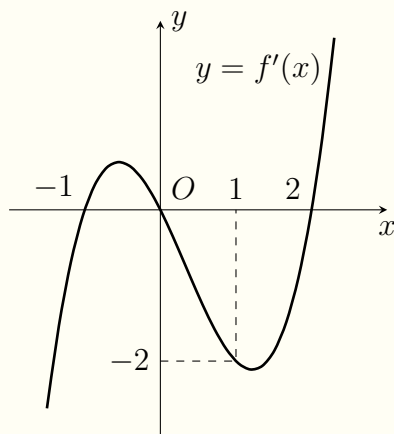
.....

.....

.....

.....

⇨ **Câu 23.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hàm số $g(x) = 3f(x^2 - 2) + \frac{3}{2}x^4 - 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\sqrt{3}; -1)$.

B $(0; 1)$.

C $(-1; 1)$.

D $(1; \frac{3}{2})$.

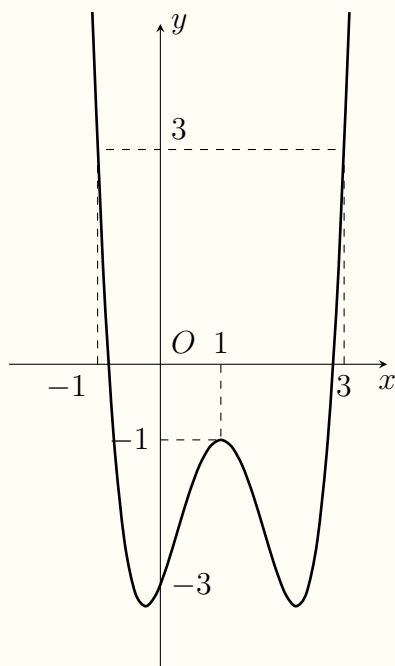
💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

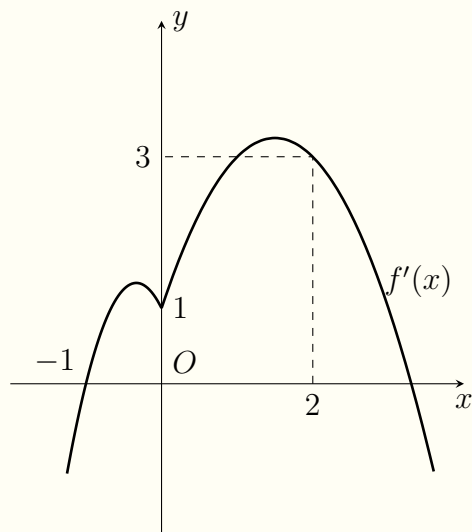
Handwriting practice area with two columns of dotted lines for writing.

⇨ **Câu 25.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Câu 26.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $f(-1) = 0$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

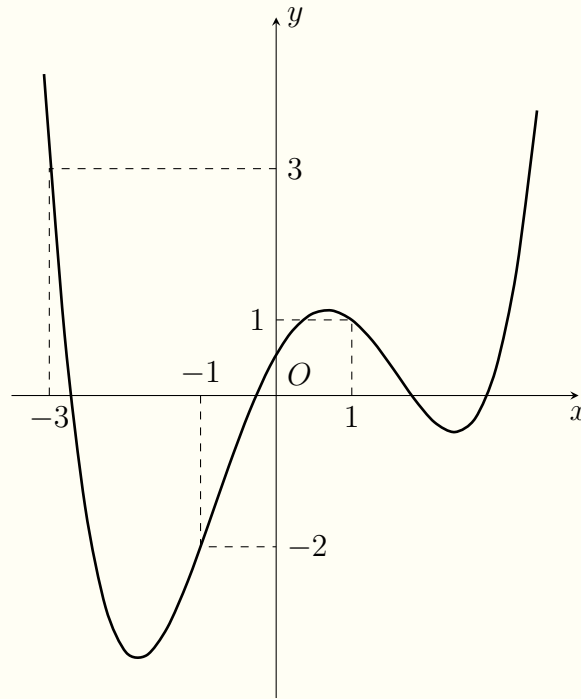


Hàm số $y = |2f(x - 1) - x^2|$ đồng biến trên khoảng

- A $(3; +\infty)$.
- B $(-1; 2)$.
- C $(0; +\infty)$.
- D $(0; 3)$.

Lời giải.

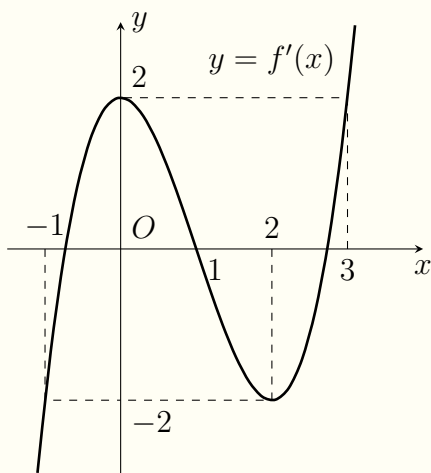
⇔ **Câu 27.** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau



Hàm số $g(x) = 3f(1 - 2x) + 8x^3 - 21x^2 + 6x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A (1; 2). B (-3; -1). C (0; 1). D (-1; 2).

Lời giải.



Đặt $g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2019$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.

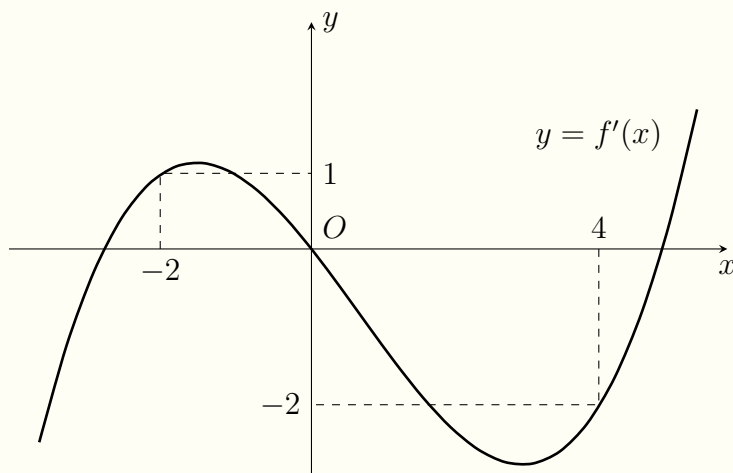
B. 11.

C. 14.

D. 20.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = 4f(x - m) + x^2 - 2mx + 2020$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

A 2.

B 3.

C 0.

D 1.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area consisting of two columns of horizontal dotted lines for writing the solution.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

