



KẾT NỐI TRÍ THỨC  
VỚI CUỘC SỐNG

HÀ HUY KHOÀI (Tổng Chủ biên)  
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)  
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG  
ĐOÀN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG  
LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

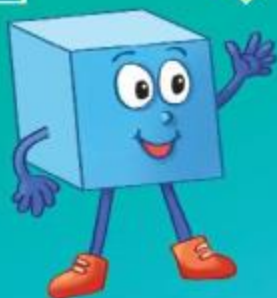
# TOÁN

# 7

## TẬP MỘT



$$\pi = 3,1415926535897932384626433...$$
$$\sqrt{2} = 1,41421356237309504880166872420969807...$$



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)

NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)

CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG – DOÃN MINH CƯỜNG

TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

# TOÁN 7

TẬP MỘT



KẾT NỐI THỰC  
VỚI CUỘC SỐNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

# HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

## 1. Mỗi bài học được thiết kế gồm:

- Phần **Mở đầu**: Thường là một bài toán hay một tình huống có liên quan đến nội dung mới của bài học.
- Phần **Hình thành kiến thức mới**: Gồm các hoạt động *Tìm tòi – Khám phá* (🔍) và *Đọc hiểu – Nghe hiểu* (👂) cùng với *Chú ý* hay *Nhận xét*.
  - Kiến thức trọng tâm được đặt trong khung màu vàng.
  - Câu hỏi (❓) giúp đánh giá kết quả sau hoạt động *Đọc hiểu – Nghe hiểu*.
- Phần **Luyện tập và củng cố**: Gồm *Ví dụ*, *Luyện tập*, *Thực hành* để hình thành và phát triển các kĩ năng gắn với kiến thức mới vừa học.
- Phần **Vận dụng**: Gồm các hoạt động *Vận dụng*, *Tranh luận* (🗣️) và *Thử thách nhỏ* (🏆) để giải quyết các tình huống, vấn đề trong thực tiễn và mở rộng kiến thức.

## 2. Các em sẽ được đồng hành với anh Pi, các bạn Tròn, Vuông trong các bài học để việc học hấp dẫn hơn nhé.

Chào các bạn, mình là Pi "thông thái".



Chào bạn, hi vọng những gợi ý của tớ sẽ giúp ích cho bạn.



Chào bạn, chúng mình sẽ cùng trao đổi kinh nghiệm học tập nhé.



## 3. Các em có thể tham khảo thêm mục *Em có biết?* để mở rộng hiểu biết của mình. Cuối sách là *Bảng tra cứu thuật ngữ* và *Bảng giải thích thuật ngữ*.

---

*Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!*

---

# LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh yêu quý!

Trên tay các em là cuốn sách TOÁN 7 (tập một) bộ sách giáo khoa “*Kết nối tri thức với cuộc sống*” của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Bộ sách TOÁN 7 gồm hai tập, được biên soạn theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực cho học sinh.

Với thông điệp “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”, các kiến thức trong sách sẽ đến với các em một cách tự nhiên, bắt nguồn từ thực tế đời sống và giúp các em biết cách giải quyết những vấn đề đặt ra trong cuộc sống.

Thông điệp đó còn nhắc nhở các em thực hiện tốt lời Bác Hồ dạy: “Học đi đôi với hành”. Muốn làm được điều đó, các em vừa phải mở mang, củng cố kiến thức; vừa phải rèn luyện, nâng cao kĩ năng. *Kiến thức* và *kĩ năng* là hai nhân tố quan trọng để các em phát triển năng lực của mình.

Với cách thể hiện phong phú và lời cuốn, hình thức trình bày hấp dẫn và thân thiện, TOÁN 7 sẽ giúp các em học Toán được dễ dàng. TOÁN 7 còn là người bạn đồng hành cùng các em khám phá vẻ đẹp của Toán học, qua đó các em ngày càng yêu Toán hơn.

Chúc các em học tập chăm chỉ và thành công!

# MỤC LỤC

TRANG

## Chương I. SỐ HỮU TỈ

Bài 1. Tập hợp các số hữu tỉ	5
Bài 2. Cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ	10
Luyện tập chung	14
Bài 3. Lũy thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ	16
Bài 4. Thứ tự thực hiện các phép tính. Quy tắc chuyển vế	20
Luyện tập chung	23
Bài tập cuối chương I	25

## Chương II. SỐ THỰC

Bài 5. Làm quen với số thập phân vô hạn tuần hoàn	26
Bài 6. Số vô tỉ. Căn bậc hai số học	29
Bài 7. Tập hợp các số thực	33
Luyện tập chung	37
Bài tập cuối chương II	39

## Chương III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Bài 8. Góc ở vị trí đặc biệt. Tia phân giác của một góc	40
Bài 9. Hai đường thẳng song song và dấu hiệu nhận biết	46
Luyện tập chung	50
Bài 10. Tiên đề Euclid. Tính chất của hai đường thẳng song song	51
Bài 11. Định lý và chứng minh định lý	55
Luyện tập chung	58
Bài tập cuối chương III	59

TRANG

## Chương IV. TAM GIÁC BẰNG NHAU

Bài 12. Tổng các góc trong một tam giác	60
Bài 13. Hai tam giác bằng nhau. Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác	63
Luyện tập chung	68
Bài 14. Trường hợp bằng nhau thứ hai và thứ ba của tam giác	70
Luyện tập chung	74
Bài 15. Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông	75
Bài 16. Tam giác cân. Đường trung trực của đoạn thẳng	80
Luyện tập chung	85
Bài tập cuối chương IV	87

## Chương V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

Bài 17. Thu thập và phân loại dữ liệu	88
Bài 18. Biểu đồ hình quạt tròn	93
Bài 19. Biểu đồ đoạn thẳng	100
Luyện tập chung	106
Bài tập cuối chương V	108

## HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

Vẽ hình đơn giản với phần mềm GeoGebra	110
Dân số và cơ cấu dân số Việt Nam	115

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ	118
------------------------	-----

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ	119
---------------------------	-----



Hệ sinh thái trên Trái Đất đang dần bị phá hủy. Cứ sau ba giây, thế giới mất diện tích rừng đủ để che phủ một sân bóng đá. Trong thế kỉ qua, hơn  $\frac{1}{2}$  vùng đất ngập nước bị phá

hủy; khoảng 50% rạn san hô đã biến mất và có thể tới hơn 90% rạn san hô sẽ biến mất vào năm 2050, ngay cả khi sự nóng lên toàn cầu được giới hạn ở mức tăng 1,5°C.

Mất hệ sinh thái sẽ gây ra hiệu ứng nhà kính, khiến Trái Đất ngày càng nóng lên, từ đó sẽ gây ra các thảm họa thiên nhiên thảm khốc.

*(Theo Báo cáo của Liên Hợp Quốc nhân ngày Môi trường thế giới, 5-5-2021)*

## Bài

## 1

## TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

### Khái niệm, thuật ngữ

Số hữu tỉ

### Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết số hữu tỉ, tập hợp các số hữu tỉ  $\mathbb{Q}$ , số đối của số hữu tỉ, thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ.
- Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số.
- So sánh hai số hữu tỉ.

Chỉ số WHtR (Waist to Height Ratio) của một người trưởng thành, được tính bằng tỉ số giữa số đo vòng bụng và số đo chiều cao (cùng một đơn vị đo). Chỉ số này được coi là một công cụ đo lường sức khỏe hữu ích vì có thể dự báo được các nguy cơ béo phì, mắc bệnh tim mạch,... Bảng bên cho biết nguy cơ thừa cân, béo phì của một người đàn ông trưởng thành dựa vào chỉ số WHtR.

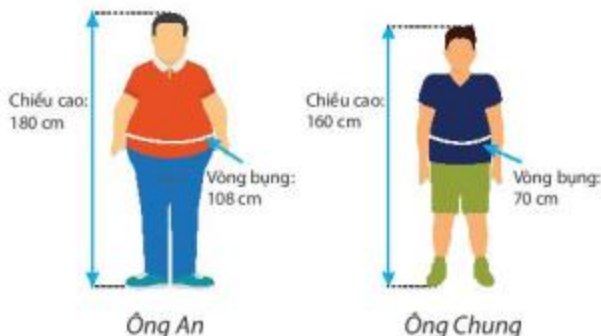
*(Theo hospimedica.com)*

Gầy	Chỉ số WHtR nhỏ hơn hoặc bằng 0,42
Tốt	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,42 và nhỏ hơn hoặc bằng 0,52
Hơi béo	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,52 và nhỏ hơn hoặc bằng 0,57
Thừa cân	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,57 và nhỏ hơn hoặc bằng 0,63
Béo phì	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,63

Ông An cao 180 cm, vòng bụng 108 cm.

Ông Chung cao 160 cm, vòng bụng 70 cm.

Theo em, nếu tính theo chỉ số WHtR, sức khỏe của ông An hay ông Chung tốt hơn?



## 1 KHÁI NIỆM SỐ HỮU TỈ VÀ BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ TRÊN TRỤC SỐ



**Số hữu tỉ là gì?**

**HD1** Tính chỉ số WHtR của ông An và ông Chung.

**HD2** Ta có thể viết  $1,5 = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \dots$

Tương tự, em hãy viết ba phân số bằng nhau và bằng:

- a)  $-2,5$ ;                      b)  $2\frac{3}{4}$ .

Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng một số, số đó gọi là *số hữu tỉ*. Như vậy, chỉ số WHtR của ông An, ông Chung và các số cho trong HD2 là các số hữu tỉ.

**Số hữu tỉ** là số viết được dưới dạng phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ .

Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là  $\mathbb{Q}$ .

**Chú ý.** Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  là số hữu tỉ  $-\frac{a}{b}$ .

**Ví dụ 1** Các số  $-7$ ;  $0,6$ ;  $-1,2$ ;  $1\frac{4}{5}$  có là số hữu tỉ không? Vì sao?

**Giải.** Các số  $-7$ ;  $0,6$ ;  $-1,2$ ;  $1\frac{4}{5}$  là các số hữu tỉ vì chúng đều viết được dưới dạng phân số:

$$-7 = \frac{-7}{1}; \quad 0,6 = \frac{6}{10}; \quad -1,2 = \frac{-12}{10}; \quad 1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}.$$

**Luyện tập 1** Giải thích vì sao các số  $8$ ;  $-3,3$ ;  $3\frac{2}{3}$  đều là các số hữu tỉ. Tìm số đối của mỗi số đó.

**Nhận xét.** Vì các số thập phân đã biết đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Tương tự, số nguyên, hỗn số cũng là các số hữu tỉ.



**Cách biểu diễn số hữu tỉ trên trục số**

Ta đã biết cách biểu diễn các số nguyên trên trục số. Chẳng hạn, Hình 1.1 cho ta hình ảnh các số nguyên  $-2$ ;  $-1$ ;  $1$  và  $2$  được biểu diễn trên trục số.

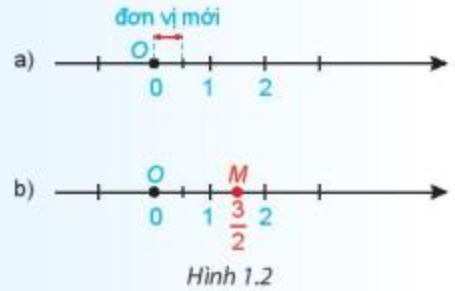


Hình 1.1

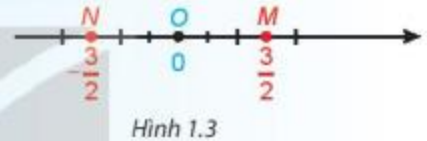
• Tương tự số nguyên, ta có thể biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số. Chẳng hạn, để biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{3}{2}$  ta làm như sau:

– Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ 0 đến 1) thành hai đoạn bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng  $\frac{1}{2}$  đơn vị cũ) (H.1.2a).

– Số hữu tỉ  $\frac{3}{2}$  được biểu diễn bởi điểm  $M$  (nằm sau gốc  $O$ ) và cách  $O$  một đoạn bằng 3 đơn vị mới (H.1.2b).



Tương tự, số hữu tỉ  $-\frac{3}{2}$  được biểu diễn bởi điểm  $N$  (nằm trước gốc  $O$ ) và cách  $O$  một đoạn bằng 3 đơn vị mới (H.1.3). Do đó  $OM = ON$ .



• Số hữu tỉ  $\frac{3}{2} = 1,5$  nên 1,5 cũng được biểu diễn bởi điểm  $M$ ;

Số hữu tỉ  $-\frac{3}{2} = -1,5$  nên  $-1,5$  cũng được biểu diễn bởi điểm  $N$  (H.1.3).

• Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ  $a$  được gọi là điểm  $a$ .

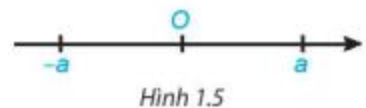
**?** Mỗi điểm  $A, B, C$  trên trục số Hình 1.4 biểu diễn số hữu tỉ nào?



### Luyện tập 2

Biểu diễn các số hữu tỉ  $\frac{5}{4}$  và  $-\frac{5}{4}$  trên trục số.

**Nhận xét.** Trên trục số, hai điểm biểu diễn của hai số hữu tỉ đối nhau  $a$  và  $-a$  nằm về hai phía khác nhau so với điểm  $O$  và có cùng khoảng cách đến  $O$  (H.1.5).





## 2 THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ



Thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ

**HD3** Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng phân số rồi so sánh:

a)  $-1,5$  và  $\frac{5}{2}$ ;

b)  $-0,375$  và  $-\frac{5}{8}$ .

**HD4** Biểu diễn hai số hữu tỉ  $-1,5$  và  $\frac{5}{2}$  trên trục số. Em hãy cho biết điểm  $-1,5$  nằm trước hay nằm sau điểm  $\frac{5}{2}$  trên trục số.

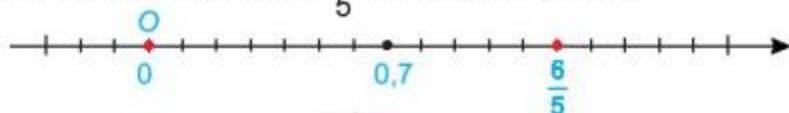
- Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
- Với hai số hữu tỉ  $a, b$  bất kì, ta luôn có hoặc  $a = b$  hoặc  $a < b$  hoặc  $a > b$ .  
Cho ba số hữu tỉ  $a, b, c$ . Nếu  $a < b$  và  $b < c$  thì  $a < c$  (tính chất bắc cầu).
- Trên trục số, nếu  $a < b$  thì điểm  $a$  nằm trước điểm  $b$ .

**Chú ý.** Trên trục số, các điểm nằm trước gốc  $O$  biểu diễn số hữu tỉ âm (tức số hữu tỉ nhỏ hơn 0); các điểm nằm sau gốc  $O$  biểu diễn số hữu tỉ dương (tức số hữu tỉ lớn hơn 0). Số 0 không là số hữu tỉ dương, cũng không là số hữu tỉ âm.

**Ví dụ 2** So sánh  $0,7$  và  $\frac{6}{5}$ . Từ đó cho biết điểm  $0,7$  nằm trước hay nằm sau điểm  $\frac{6}{5}$  trên trục số?

**Giải.** Ta có  $0,7 = \frac{7}{10}$  và  $\frac{6}{5} = \frac{12}{10}$ . Vì  $\frac{7}{10} < \frac{12}{10}$  nên  $0,7 < \frac{6}{5}$ .

Do đó điểm  $0,7$  nằm trước điểm  $\frac{6}{5}$  trên trục số (H.1.6).



Hình 1.6

**Nhận xét.** Ta có thể sử dụng tính chất bắc cầu để so sánh  $0,7$  và  $\frac{6}{5}$  bằng cách như sau:

Vì  $0,7 < 1$  và  $1 < \frac{6}{5}$  nên  $0,7 < \frac{6}{5}$ .

**Luyện tập 3** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn.

$$5\frac{1}{4}; -2; 3,125; -\frac{3}{2}.$$

### Vận dụng

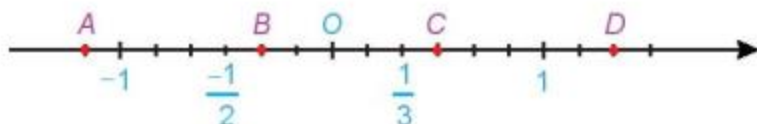
Em hãy giải bài toán mở đầu.

**BÀI TẬP****1.1.** Khẳng định nào sau đây là đúng?

- a)  $0,25 \in \mathbb{Q}$ ;                      b)  $-\frac{6}{7} \in \mathbb{Q}$ ;                      c)  $-235 \notin \mathbb{Q}$ .

**1.2.** Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

- a)  $-0,75$ ;                      b)  $6\frac{1}{5}$ .

**1.3.** Các điểm  $A, B, C, D$  (H.1.7) biểu diễn những số hữu tỉ nào?

Hình 1.7

**1.4. a)** Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ  $-0,625$ ?

$$\frac{5}{-8}; \quad \frac{10}{16}; \quad \frac{20}{-32}; \quad \frac{-10}{16}; \quad \frac{-25}{40}; \quad \frac{35}{-48}$$

b) Biểu diễn số hữu tỉ  $-0,625$  trên trục số.

Nếu hai số hữu tỉ được viết dưới dạng số thập phân thì ta so sánh trực tiếp, không cần đưa về dạng phân số.

**1.5.** So sánh:

- a)  $-2,5$  và  $-2,125$ ;                      b)  $-\frac{1}{10000}$  và  $\frac{1}{23456}$ .

**1.6.** Tuổi thọ trung bình dự kiến của những người sinh năm 2019 ở một số quốc gia được cho trong bảng sau:

Quốc gia	Australia	Pháp	Tây Ban Nha	Anh	Mĩ
Tuổi thọ trung bình dự kiến	83	82,5	$83\frac{1}{5}$	$81\frac{2}{5}$	$78\frac{1}{2}$

(Theo Báo cáo của Tổ chức Y tế Thế giới, 2020)

Sắp xếp các quốc gia theo tuổi thọ trung bình dự kiến từ nhỏ đến lớn.

### Kiến thức, kỹ năng

- Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia trong  $\mathbb{Q}$ .
- Vận dụng các tính chất của các phép toán và quy tắc dấu ngoặc để tính viết, tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí.
- Giải quyết một số bài toán thực tế dùng số hữu tỉ.



Giả sử một khinh khí cầu bay lên từ mặt đất theo chiều thẳng đứng với vận tốc  $0,8 \text{ m/s}$  trong  $50$  giây. Sau đó nó giảm dần độ cao với vận tốc  $\frac{5}{9} \text{ m/s}$ . Hỏi sau  $27$  giây kể từ khi hạ độ cao, khinh khí cầu cách mặt đất bao nhiêu mét?

## 1 CỘNG VÀ TRỪ HAI SỐ HỮU TỈ



**Cách cộng và trừ hai số hữu tỉ**

**HD1** Nhắc lại quy tắc cộng và trừ hai phân số rồi thực hiện phép tính:

a)  $\frac{-7}{8} + \frac{5}{12}$ ;

b)  $\frac{-5}{7} - \frac{8}{21}$ .

**HD2** Viết các hỗn số và số thập phân trong phép tính sau dưới dạng phân số rồi thực hiện phép tính:

a)  $0,25 + 1\frac{5}{12}$ ;

b)  $-1,4 - \frac{3}{5}$ .

Mỗi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng phân số với mẫu dương.



Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.

**Ví dụ 1** Tính: a)  $\frac{2}{-3} + 2,5 + \frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$ ; b)  $-0,5 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ ; c)  $(-9,15) + 8,09$ .

**Giải.** a)  $\frac{2}{-3} + 2,5 + \frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$

$= \frac{-2}{3} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{2}$  ← viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương

$= \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$  ← tính chất giao hoán

Phép cộng số hữu tỉ cũng có tính chất giao hoán, kết hợp giống phép cộng phân số.



$$= \left( \frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \right) \quad \leftarrow \text{tính chất kết hợp}$$

$$= \frac{-1}{3} + 4 = \frac{11}{3};$$

$$\text{b) } -0,5 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{viết số hữu tỉ dưới dạng phân số}$$

$$= \left( \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} \quad \leftarrow \text{tính chất giao hoán, kết hợp}$$

$$= 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}; \quad \leftarrow \text{cộng với số 0}$$

$$\text{c) } (-9,15) + 8,09 = -(9,15 - 8,09) = -1,06.$$

Hai số đối nhau luôn có tổng bằng 0:

$$a + (-a) = 0.$$



**Chú ý.** Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta áp dụng quy tắc cộng và trừ đối với số thập phân.

**Luyện tập 1** Tính:

$$\text{a) } (-7) - \left( -\frac{5}{8} \right);$$

$$\text{b) } -21,25 + 13,3.$$

**Nhận xét.** Trong tập các số hữu tỉ  $\mathbb{Q}$ , ta cũng có quy tắc dấu ngoặc tương tự như trong tập các số nguyên  $\mathbb{Z}$ .

**Ví dụ 2** Tính:  $\frac{8}{9} - \left[ \frac{7}{4} - \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \right]$ .

$$\text{Giải. } \frac{8}{9} - \left[ \frac{7}{4} - \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \right] = \frac{8}{9} - \frac{7}{4} + \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \quad \leftarrow \text{bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước dấu ngoặc vuông}$$

$$= \frac{8}{9} - \frac{7}{4} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \quad \leftarrow \text{bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước}$$

$$= \left( \frac{8}{9} - \frac{2}{3} \right) - \left( \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \right) \quad \leftarrow \text{đặt dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước}$$

$$= \left( \frac{8}{9} - \frac{6}{9} \right) - 1 = \frac{2}{9} - 1 = -\frac{7}{9}.$$

**Chú ý.** Đối với một tổng trong  $\mathbb{Q}$ , ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng trong  $\mathbb{Z}$ .

**Luyện tập 2** Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

$$\text{a) } \frac{9}{10} - \left( \frac{6}{5} - \frac{7}{4} \right);$$

$$\text{b) } 6,5 + [0,75 - (8,25 - 1,75)].$$

## Vận dụng 1

Khoai tây là thức ăn chính của người châu Âu và là một món ăn ưa thích của người Việt Nam. Trong 100 g khoai tây khô có 11 g nước; 6,6 g protein; 0,3 g chất béo; 75,1 g glucid và các chất khác.

(Theo Viện Dinh dưỡng Quốc gia)

Em hãy cho biết khối lượng các chất còn lại trong 100 g khoai tây khô.



## 2 NHÂN VÀ CHIA HAI SỐ HỮU TỈ



### Cách nhân và chia hai số hữu tỉ

**HD3** Viết các hỗn số và số thập phân trong các phép tính sau dưới dạng phân số rồi thực hiện phép tính:

a)  $0,36 \cdot \frac{-5}{9}$ ;

b)  $\frac{-7}{6} : 1\frac{5}{7}$ .

Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.

**Ví dụ 3** Tính: a)  $\frac{6}{7} \cdot 0,25$ ; b)  $-2,4 : \frac{6}{5}$ .

**Giải.** a)  $\frac{6}{7} \cdot 0,25 = \frac{6}{7} \cdot \frac{25}{100} = \frac{150}{700} = \frac{3}{14}$ ; b)  $-2,4 : \frac{6}{5} = \frac{-24}{10} : \frac{6}{5} = \frac{-24}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{-120}{60} = -2$ .

### Luyện tập 3

Tính: a)  $\left(-\frac{9}{13}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$ ; b)  $-0,7 : \frac{3}{2}$ .

Phép nhân các số hữu tỉ cũng có các tính chất của phép nhân phân số.

### Luyện tập 4

Tính một cách hợp lí:  $\frac{7}{6} \cdot 3\frac{1}{4} + \frac{7}{6} \cdot (-0,25)$ .



**Chú ý.** Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc nhân và chia đối với số thập phân, chẳng hạn:

$$1,25 \cdot (-4,6) = -(1,25 \cdot 4,6) = -5,75;$$

$$7,8 : (-0,13) = -(7,8 : 0,13) = -60.$$

#### Ví dụ 4

Trở lại bài toán mở đầu, trong 50 giây đầu, khinh khí cầu bay lên cách mặt đất là:

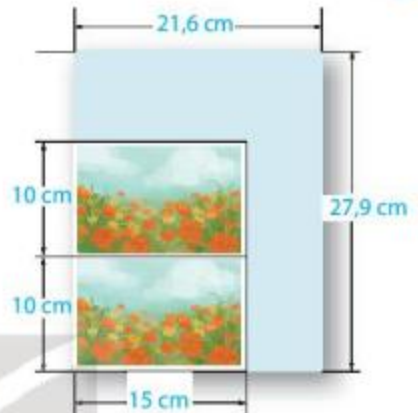
$$0,8 \cdot 50 = 40 \text{ (m)}.$$

Sau 27 giây, khinh khí cầu giảm độ cao là:  $\frac{5}{9} \cdot 27 = 15 \text{ (m)}$ .

Vậy sau 27 giây, khinh khí cầu cách mặt đất là:  $40 - 15 = 25 \text{ (m)}$ .

#### Vận dụng 2

Có hai tấm ảnh kích thước  $10 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$  được in trên giấy ảnh kích thước  $21,6 \text{ cm} \times 27,9 \text{ cm}$  như Hình 1.8. Nếu cắt ảnh theo đúng kích thước thì diện tích phần giấy ảnh còn lại là bao nhiêu?



Hình 1.8

#### BÀI TẬP

1.7. Tính:

a)  $\frac{-6}{18} + \frac{18}{27}$ ;

b)  $2,5 - \left(-\frac{6}{9}\right)$ ;

c)  $-0,32 \cdot (-0,875)$ ;

d)  $(-5) : 2\frac{1}{5}$ .

1.8. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $\left(8 + 2\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) - (5 + 0,4) - \left(3\frac{1}{3} - 2\right)$ ;

b)  $\left(7 - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(5 - \frac{1}{4} - \frac{5}{8}\right)$ .

1.9. Em hãy tìm cách "nối" các số ở những chiếc lá trong Hình 1.9 bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia và dấu ngoặc để được một biểu thức có giá trị đúng bằng số ở bông hoa.

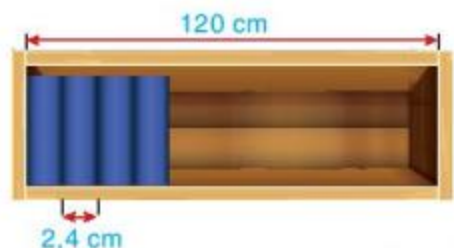


Hình 1.9

1.10. Tính một cách hợp lí.

$$0,65 \cdot 78 + 2\frac{1}{5} \cdot 2020 + 0,35 \cdot 78 - 2,2 \cdot 2020.$$

1.11. Ngăn đựng sách của một giá sách trong thư viện dài 120 cm (xem hình bên). Người ta dự định xếp các cuốn sách dày khoảng 2,4 cm vào ngăn này. Hỏi ngăn sách đó có thể để được nhiều nhất bao nhiêu cuốn sách như vậy?



## LUYỆN TẬP CHUNG

**Ví dụ 1** Tính một cách hợp lí.

$$\text{a) } A = \frac{37}{5} + (-0,7) + \frac{5}{2} + (-4,3); \quad \text{b) } B = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{37}{10}\right) + \frac{17}{2} \cdot \left(-\frac{37}{10}\right).$$

**Giải**

$$\text{a) } A = 7,4 + (-0,7) + 2,5 + (-4,3) = (7,4 + 2,5) + [(-0,7) + (-4,3)] \\ = 9,9 + (-5) = 4,9.$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{3}{2} + \frac{17}{2}\right) \cdot \left(-\frac{37}{10}\right) = 10 \cdot \left(-\frac{37}{10}\right) = -37.$$

**Ví dụ 2**

- a) Biểu diễn các số hữu tỉ  $1,75$ ;  $-1,25$  và  $\frac{1}{4}$  trên trục số;  
b) Sắp xếp các số hữu tỉ trên theo thứ tự từ nhỏ đến lớn dựa vào trục số đã vẽ.

**Giải.**

$$\text{a) Ta viết } 1,75 = \frac{7}{4}; \quad -1,25 = \frac{-5}{4}.$$

Chia đoạn thẳng đơn vị thành bốn đoạn bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng  $\frac{1}{4}$  đơn vị cũ). Khi đó các số hữu tỉ  $1,75$ ;  $-1,25$ ;  $\frac{1}{4}$  được biểu diễn như sau:



Hình 1.10

- b) Trên trục số Hình 1.10,  $-1,25$  nằm trước  $\frac{1}{4}$  và  $\frac{1}{4}$  nằm trước  $1,75$ .  
Do đó  $-1,25 < \frac{1}{4} < 1,75$ .

## BÀI TẬP

1.12. So sánh:

$$\text{a) } \frac{123}{7} \text{ và } 17,75;$$

$$\text{b) } -\frac{65}{9} \text{ và } -7,125.$$

**1.13.** Bảng sau cho biết các điểm đông đặc và điểm sôi của sáu nguyên tố được gọi là khí hiếm.

Khí hiếm	Điểm đông đặc (°C)	Điểm sôi (°C)
Argon (A-gon)	-189,2	-185,7
Helium (Hê-li)	-272,2	-268,6
Neon (Nê-on)	-248,67	-245,72
Krypton (Krip-tôn)	-156,6	-152,3
Radon (Ra-đôn)	-71,0	-61,8
Xenon (Xê-nôn)	-111,9	-107,1

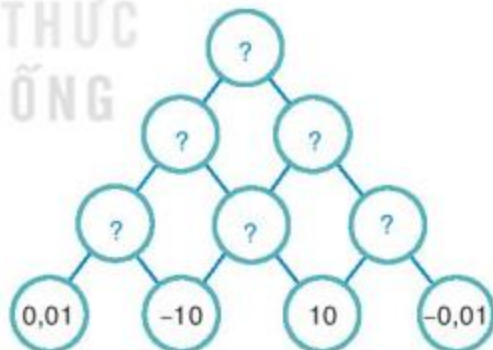
(Theo *britannica.com*)

- Khí hiếm nào có điểm đông đặc nhỏ hơn điểm đông đặc của Krypton?
- Khí hiếm nào có điểm sôi lớn hơn điểm sôi của Argon?
- Hãy sắp xếp các khí hiếm theo thứ tự điểm đông đặc tăng dần;
- Hãy sắp xếp các khí hiếm theo thứ tự điểm sôi giảm dần.

**1.14.** Theo Đài khí tượng thủy văn tỉnh Lào Cai, ngày 10-01-2021, nhiệt độ thấp nhất tại thị xã Sa Pa là  $-0,7^{\circ}\text{C}$ ; nhiệt độ tại thành phố Lào Cai khoảng  $9,6^{\circ}\text{C}$ . Hỏi nhiệt độ tại thành phố Lào Cai cao hơn nhiệt độ tại thị xã Sa Pa bao nhiêu độ C?

(Theo *vietnamplus.vn*)

**1.15.** Thay mỗi dấu “?” bằng số thích hợp để hoàn thiện sơ đồ Hình 1.11, biết số trong mỗi ô ở hàng trên bằng tích của hai số trong hai ô kề nó ở hàng dưới.



Hình 1.11

**1.16.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $A = \left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) : \left(1 - \frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right);$

b)  $B = 5 - \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}.$

**1.17.** Tính một cách hợp lí:  $1,2 \cdot \frac{15}{4} + \frac{16}{7} \cdot \frac{-85}{8} - 1,2 \cdot 5 \frac{3}{4} - \frac{16}{7} \cdot \frac{-71}{8}.$



# Bài 3

## LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

### Khái niệm, thuật ngữ

- Lũy thừa
- Cơ số
- Số mũ

### Kiến thức, kĩ năng

- Mô tả phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ.
- Thực hiện tính tích, thương hai lũy thừa cùng cơ số, lũy thừa của lũy thừa.

Trái Đất, ngôi nhà chung của tất cả chúng ta có khoảng 71% diện tích bề mặt được bao phủ bởi nước. Nếu gom hết toàn bộ lượng nước trên Trái Đất để đổ đầy vào một bể chứa hình lập phương thì kích thước cạnh của bể phải lên tới 1 111,34 km.

(Theo *usgs.gov*)

Muốn biết lượng nước trên Trái Đất là khoảng bao nhiêu kilômét khối, ta cần tính  $1\,111,34 \times 1\,111,34 \times 1\,111,34$ . Biểu thức này có thể viết gọn hơn dưới dạng lũy thừa giống như lũy thừa của một số tự nhiên mà em đã học ở lớp 6.



### 1 LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN



Lũy thừa với số mũ tự nhiên

**HD1**

Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa rồi chỉ ra cơ số và số mũ của lũy thừa đó.

a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

b)  $5 \cdot 5 \cdot 5$

**HD2**

Thực hiện phép tính:

a)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

b)  $(-0,5) \cdot (-0,5)$

c)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

**HD3**

Hãy viết các biểu thức trong HD2 dưới dạng lũy thừa tương tự như lũy thừa của số tự nhiên.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}}$$

( $a, n \in \mathbb{N}, n > 1$ )



Với số hữu tỉ  $x$ , ta cũng có định nghĩa sau:

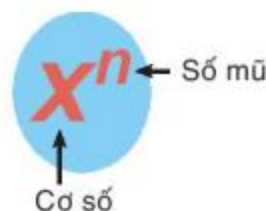
Lũy thừa bậc  $n$  của một số hữu tỉ  $x$ , kí hiệu  $x^n$ , là tích của  $n$  thừa số  $x$  ( $n$  là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$

$x^n$  đọc là  $x$  mũ  $n$  hoặc  $x$  lũy thừa  $n$  hoặc lũy thừa bậc  $n$  của  $x$ .

$x$  gọi là cơ số,  $n$  gọi là số mũ.

Quy ước:  $x^0 = 1$  ( $x \neq 0$ );  $x^1 = x$ .



**Ví dụ 1** Tính: a)  $(-3)^3$ ; b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ .

**Giải.** a)  $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$ ; b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$ .

**Luyện tập 1** Tính:

a)  $\left(-\frac{4}{5}\right)^4$ ;

b)  $(0,7)^3$ .

**Ví dụ 2** Tính: a)  $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 5^2$ ; b)  $\frac{(-14)^2}{7^2}$ .

**Giải.** a)  $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 5^2 = \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot (5 \cdot 5) = \left(\frac{1}{5} \cdot 5\right) \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot 5\right) = \left(\frac{1}{5} \cdot 5\right)^2 = 1^2 = 1$ ;  
 b)  $\frac{(-14)^2}{7^2} = \frac{(-14) \cdot (-14)}{7 \cdot 7} = \left(\frac{-14}{7}\right)^2 = (-2)^2 = 4$ .

**Chú ý.** Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa;  
 Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa.

•  $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ ;  
 •  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ .

**Luyện tập 2** Tính:

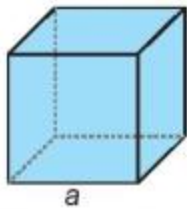
a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot 3^{10}$ ;

b)  $(-125)^3 : 25^3$ ;

c)  $(0,08)^3 \cdot 10^6$ .

**Vận dụng**

Viết công thức tính thể tích của hình lập phương cạnh  $a$  dưới dạng lũy thừa. Từ đó viết biểu thức lũy thừa để tính toàn bộ lượng nước trên Trái Đất trong *bài toán mở đầu* (đơn vị kilômét khối).



## 2 TÍCH VÀ THƯƠNG HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

**Cách tính tích và thương hai lũy thừa cùng cơ số**

**HĐ4** Tính và so sánh:

a)  $(-3)^2 \cdot (-3)^4$  và  $(-3)^{2+4}$ ; b)  $0,6^3 : 0,6^2$  và  $0,6^{3-2}$ .

- Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

- Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ số mũ của lũy thừa chia.

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)$$

$(-3)^2 \cdot (-3)^4$   
 $= (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \dots$   
 $= \dots$



**Ví dụ 3** Tính: a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$ ; b)  $(-5)^5 : (-5)^5$ .

**Giải.** a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^8$ ; b)  $(-5)^5 : (-5)^5 = (-5)^{5-5} = (-5)^0 = 1$ .

**Luyện tập 3** Viết kết quả của các phép tính sau dưới dạng lũy thừa.

a)  $(-2)^3 \cdot (-2)^4$ ;

b)  $(0,25)^7 : (0,25)^3$ .

### 3 LŨY THỪA CỦA LŨY THỪA

 **Tính lũy thừa của lũy thừa**

**HD5** Viết số  $(2^2)^3$  dưới dạng lũy thừa cơ số 2 và số  $[(-3)^2]^2$  dưới dạng lũy thừa cơ số -3.

Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ.

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}.$$

$(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = \dots$



**Ví dụ 4** Tính:  $[(-5)^3]^7$ .

**Giải.**  $[(-5)^3]^7 = (-5)^{3 \cdot 7} = (-5)^{21}$ .

**Luyện tập 4** Viết các số  $\left(\frac{1}{4}\right)^8$ ;  $\left(\frac{1}{8}\right)^3$  dưới dạng lũy thừa cơ số  $\frac{1}{2}$ .

 **Thử thách nhỏ**

Cho hình vuông như Hình 1.12. Em hãy thay mỗi dấu “?” bằng một lũy thừa của 2, biết tích các lũy thừa trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo đều bằng nhau.

$2^3$	?	?
?	$2^4$	?
?	$2^6$	$2^5$

Hình 1.12

### BÀI TẬP

**1.18.** Viết các số 125; 3 125 dưới dạng lũy thừa của 5.

**1.19.** Viết các số  $\left(\frac{1}{9}\right)^5$ ;  $\left(\frac{1}{27}\right)^7$  dưới dạng lũy thừa cơ số  $\frac{1}{3}$ .

**1.20.** Thay mỗi dấu “?” bởi một lũy thừa của 3, biết rằng từ ô thứ ba, lũy thừa cần tìm là tích của hai lũy thừa ở hai ô liền trước.

$3^0$	$3^1$	?	?	?	?	?
-------	-------	---	---	---	---	---

1.21. Không sử dụng máy tính, hãy tính:

a)  $(-3)^8$ , biết  $(-3)^7 = -2\,187$ ;      b)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{12}$ , biết  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{11} = \frac{-2\,048}{177\,147}$ .

1.22. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ.

a)  $15^8 \cdot 2^4$ ;      b)  $27^5 : 32^3$ .

1.23. Tính:

a)  $\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(2 + \frac{3}{7}\right)$ ;      b)  $4 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^3$ .

1.24. Khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời bằng khoảng  $1,5 \cdot 10^8$  km. Khoảng cách từ Mộc tinh đến Mặt Trời khoảng  $7,78 \cdot 10^8$  km. Hỏi khoảng cách từ Mộc tinh đến Mặt Trời gấp khoảng bao nhiêu lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời?

(Theo *solarsystem.nasa.gov*)

1.25. Bảng thống kê dưới đây cho biết số lượng khách quốc tế đến thăm Việt Nam trong năm 2019.

Quốc gia	Số lượt khách đến thăm
Hàn Quốc	$4,3 \cdot 10^6$
Hoa Kỳ	$7,4 \cdot 10^5$
Pháp	$2,9 \cdot 10^5$
Ý	$7 \cdot 10^4$

(Theo Viện Nghiên cứu Phát triển Du lịch)

Em hãy sắp xếp tên các quốc gia theo thứ tự số lượng khách đến thăm Việt Nam từ nhỏ đến lớn.

## EM CÓ BIẾT ?

### LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ ÂM

Cùng với lũy thừa với số mũ tự nhiên, người ta còn xét cả lũy thừa với số mũ nguyên âm của một số khác 0. Ta định nghĩa  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ , với  $n$  là số tự nhiên dương,  $x \neq 0$ .

Ví dụ:  $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$ ;  $\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$ .

Lũy thừa với số mũ nguyên âm của 10 thường được dùng để viết những số rất nhỏ cho thuận tiện. Ví dụ, phần lớn vi khuẩn có kích thước là 1 micromét, tức  $10^{-6}$  m. Đơn vị đo thời gian nhỏ nhất là yocto giây, 1 yocto giây =  $10^{-24}$  giây.

(Theo *chemistryviews.org*)

# Bài 4

## THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

### Khái niệm, thuật ngữ

Quy tắc chuyển vế

### Kiến thức, kĩ năng

- Mô tả thứ tự thực hiện các phép tính.
- Mô tả quy tắc chuyển vế.
- Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với các phép tính về số hữu tỉ.

Biết cân ở trạng thái cân bằng (H.1.13), hỏi quả bưởi nặng bao nhiêu kilôgam?



Hình 1.13

### 1 THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH



#### Thứ tự thực hiện các phép tính

**HD** Em hãy nhắc lại thứ tự thực hiện các phép tính đối với các số tự nhiên rồi tính:

a)  $10 + 36 : 2 \cdot 3$ ;

b)  $[5 + 2 \cdot (9 - 2^3)] : 7$ .

Thứ tự thực hiện phép tính đối với các số tự nhiên vẫn đúng đối với các số hữu tỉ.

- Với các biểu thức chỉ có phép cộng và phép trừ hoặc chỉ có phép nhân và phép chia ta thực hiện các phép tính từ trái sang phải.
- Với các biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện theo thứ tự:

Luỹ thừa



Nhân và chia



Cộng và trừ

- Với các biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau.

**Ví dụ 1** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $1,2 - 3^2 + 7,5 : 3$ ;

b)  $9,8 + 1,5 \cdot 6 + (6,8 - 2) : 3$ .

**Giải**

a)  $1,2 - 3^2 + 7,5 : 3 = 1,2 - 9 + 2,5$

← thực hiện phép tính luỹ thừa, nhân chia trước

$= -7,8 + 2,5 = -5,3$ ;

b)  $9,8 + 1,5 \cdot 6 + (6,8 - 2) : 3 = 9,8 + 9 + 4,8 : 3$  ← thực hiện trong ngoặc trước

$= 18,8 + 1,6 = 20,4$ .

**Luyện tập 1** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) : \frac{5}{2}$ ;

b)  $\frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{7}{4} \cdot \left(\frac{1}{14} - \frac{2}{7}\right)$ .

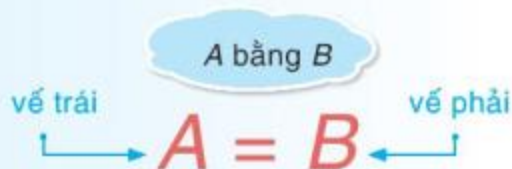
## 2 QUY TẮC CHUYỂN VẾ



### Đẳng thức

Từ Hình 1.13 trong *bài toán mở đầu*, nếu gọi  $x$  là số cân nặng của quả bưởi thì ta có  $5,1 + x = 7$ .

Ta nói  $5,1 + x = 7$  là một **đẳng thức**, trong đó  $5,1 + x$  là **vế trái**,  $7$  là **vế phải** của đẳng thức.



Chẳng hạn,  $a \cdot a = a^2$  và  $2,7 - 8,1 = -5,4$  là những đẳng thức.

Khi biến đổi các đẳng thức, ta thường áp dụng các tính chất sau:

Nếu  $a = b$  thì:  $b = a$ ;  $a + c = b + c$ .



Chỉ ra vế trái, vế phải của đẳng thức  $2 \cdot (b + 1) = 2b + 2$ .

### Ví dụ 2

a) Tìm  $a$ , biết  $a + 6 = -9$ ; b) Tìm  $b$ , biết  $b - 8 = -3$ .

**Giải.** a) Từ đẳng thức  $a + 6 = -9$ , ta có:

$$\begin{aligned} a + 6 + (-6) &= -9 + (-6) \\ a + [6 + (-6)] &= -15 \\ a + 0 &= -15 \\ a &= -15; \end{aligned}$$

b) Từ đẳng thức  $b - 8 = -3$ , ta có:

$$\begin{aligned} b - 8 + 8 &= -3 + 8 \\ b - (8 - 8) &= 5 \\ b - 0 &= 5 \\ b &= 5. \end{aligned}$$



### Quy tắc chuyển vế

Từ Ví dụ 2, ta thấy  $a = -9 - 6$  và  $b = -3 + 8$ .

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó: dấu "+" đổi thành dấu "-" và dấu "-" đổi thành dấu "+".

- Nếu  $A + B = C$  thì  $A = C - B$ ;
- Nếu  $A - B = C$  thì  $A = C + B$ .



### Ví dụ 3

Tìm  $x$ , biết:

a)  $x + \frac{1}{2} = -\frac{6}{7}$ ;

b)  $x - \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$ .

### Giải

$$\text{a) } x + \frac{1}{2} = -\frac{6}{7}$$

$$x = -\frac{6}{7} - \frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{ quy tắc chuyển vế}$$

$$x = -\frac{12}{14} - \frac{7}{14}$$

$$x = -\frac{19}{14}$$

$$\text{b) } x - \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

$$x = \frac{9}{8} + \frac{3}{4} \quad \leftarrow \text{ quy tắc chuyển vế}$$

$$x = \frac{9}{8} + \frac{6}{8}$$

$$x = \frac{15}{8}$$

### Luyện tập 2

Tìm x, biết:

$$\text{a) } x + 7,25 = 15,75;$$

$$\text{b) } \left(-\frac{1}{3}\right) - x = \frac{17}{6}.$$

### Vận dụng

Vào dịp tết Nguyên đán, bà của An gói bánh chưng cho gia đình. Nguyên liệu để làm bánh gồm gạo nếp, đậu xanh, thịt lợn và lá dong. Mỗi cái bánh chưng sau khi gói nặng khoảng 0,8 kg gồm 0,5 kg gạo; 0,125 kg đậu xanh, 0,04 kg lá dong, còn lại là thịt. Hỏi khối lượng thịt trong mỗi cái bánh là khoảng bao nhiêu?

### BÀI TẬP

1.26. Tìm x, biết:

$$\text{a) } x + 0,25 = \frac{1}{2};$$

$$\text{b) } x - \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{9}{14}.$$

1.27. Tìm x, biết:

$$\text{a) } x - \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{5}\right) = \frac{9}{20};$$

$$\text{b) } 9 - x = \frac{8}{7} - \left(-\frac{7}{8}\right).$$

1.28. Tính một cách hợp lí.

$$\text{a) } -1,2 + (-0,8) + 0,25 + 5,75 - 2021;$$

$$\text{b) } -0,1 + \frac{16}{9} + 11,1 + \frac{-20}{9}.$$

1.29. Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

$$\text{a) } \frac{17}{11} - \left(\frac{6}{5} - \frac{16}{11}\right) + \frac{26}{5};$$

$$\text{b) } \frac{39}{5} + \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{5}\right) - \left(\frac{5}{4} + \frac{6}{7}\right).$$

1.30. Để làm một cái bánh, cần  $2\frac{3}{4}$  cốc bột. Lan đã có  $1\frac{1}{2}$  cốc bột. Hỏi Lan cần thêm bao nhiêu cốc bột nữa?

## LUYỆN TẬP CHUNG

### Ví dụ 1

Năm ánh sáng là đơn vị chiều dài sử dụng để đo khoảng cách trong thiên văn học. Một năm ánh sáng là độ dài quãng đường mà ánh sáng đi được trong một năm và bằng khoảng 9 460 000 000 000 km.

(Theo *exoplanets.nasa.gov*)

Đó là một con số rất lớn, nên người ta dùng lũy thừa để viết gọn lại.

a) Hãy viết gọn một năm ánh sáng theo lũy thừa của 10.

b) Khoảng cách từ Mộc tinh đến Trái Đất thay đổi theo từng ngày trong năm. Khoảng cách gần nhất khoảng 588 000 000 km, khoảng cách xa nhất khoảng 968 000 000 km.

(Theo *space.com*)

Em hãy tính khoảng cách gần nhất và xa nhất từ Mộc tinh đến Trái Đất theo đơn vị năm ánh sáng.

**Giải.** a) Ta có  $9\,460\,000\,000\,000\text{ km} = 9,46 \cdot 10^{12}\text{ km}$ .

b) Khoảng cách gần nhất từ Mộc tinh đến Trái Đất là  $5,88 \cdot 10^8\text{ km}$ .

Do đó khoảng cách này tính theo năm ánh sáng là:

$$\frac{5,88 \cdot 10^8}{9,46 \cdot 10^{12}} = \frac{588}{9\,460\,000} = \frac{147}{2\,365\,000} \text{ (năm ánh sáng)}.$$

Khoảng cách xa nhất từ Mộc tinh đến Trái Đất là  $9,68 \cdot 10^8\text{ km}$ .

Do đó khoảng cách này tính theo năm ánh sáng là:

$$\frac{9,68 \cdot 10^8}{9,46 \cdot 10^{12}} = \frac{968}{9\,460\,000} = \frac{11}{107\,500} \text{ (năm ánh sáng)}.$$



### Ví dụ 2

Tính một cách hợp lí:  $A = 12,4 \cdot 6\frac{1}{4} + (-12,4) \cdot (-2,5)^2$ .

**Giải.** Ta có  $A = 12,4 \cdot 6\frac{1}{4} + (-12,4) \cdot (-2,5)^2 = 12,4 \cdot 6,25 + (-12,4) \cdot 6,25$   
 $= [12,4 + (-12,4)] \cdot 6,25 = 0 \cdot 6,25 = 0$ .



**BÀI TẬP**

1.31. Tìm  $x$ , biết:

a)  $2x + \frac{1}{2} = \frac{7}{9}$ ;

b)  $\frac{3}{4} - 6x = \frac{7}{13}$ .

1.32. Diện tích một số hồ nước ngọt lớn nhất trên thế giới được cho trong bảng sau. Em hãy sắp xếp chúng theo thứ tự diện tích từ nhỏ đến lớn.

Hồ	Diện tích (m <sup>2</sup> )
Baikal (Nga)	$3,17 \cdot 10^{10}$
Caspian (Châu Âu, Châu Á)	$3,71 \cdot 10^{11}$
Ontario (Bắc Mỹ)	$1,896 \cdot 10^{10}$
Michigan (Mỹ)	$5,8 \cdot 10^{10}$
Superior (Bắc Mỹ)	$8,21 \cdot 10^{10}$
Victoria (Châu Phi)	$6,887 \cdot 10^{10}$
Erie (Bắc Mỹ)	$2,57 \cdot 10^{10}$
Vostok (Nam Cực)	$1,56 \cdot 10^{10}$
Nicaragua	$8,264 \cdot 10^9$

(Theo [visualcapitalist.com](http://visualcapitalist.com))

1.33. Tính một cách hợp lí.

a)  $A = 32,125 - (6,325 + 12,125) - (37 + 13,675)$ ;

b)  $B = 4,75 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 0,5^2 - 3 \cdot \frac{-3}{8}$ ;

c)  $C = 2\,021\,2345 \cdot 2\,020\,1234 + 2\,021\,2345 \cdot (-2\,020\,1234)$ .

1.34. Đặt một cặp dấu ngoặc "(" vào biểu thức sau để được kết quả bằng 0.

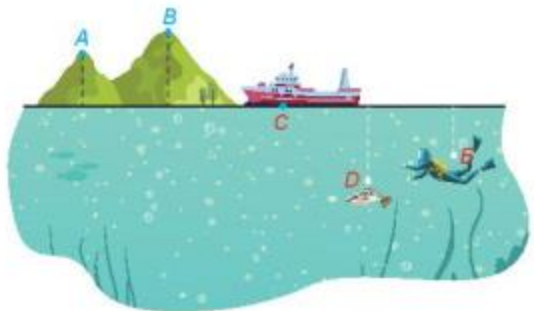
$$2,2 - 3,3 + 4,4 - 5,5.$$

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

- 1.35. Hình 1.14 mô phỏng vị trí của năm điểm A, B, C, D, E so với mực nước biển. Biết rằng độ cao (tính theo đơn vị kilômét) so với mực nước biển của mỗi điểm là một trong các số sau:

$$\frac{33}{12}; \frac{79}{30}; -\frac{25}{12}; -\frac{5}{6}; 0.$$

Quan sát hình và cho biết độ cao của mỗi điểm.



Hình 1.14

- 1.36. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  $\frac{3^{12} + 3^{15}}{1 + 3^3}$ .

b)  $2 : \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^2 + 0,125^3 \cdot 8^3 - (-12)^4 : 6^4$ .

- 1.37. Chị Trang đang có ba tháng thực tập tại Mĩ. Gần hết thời gian thực tập, chị Trang và bạn có kế hoạch tổ chức một bữa tiệc chia tay trước khi về nước. Chị ấy dự định mua 4 cái bánh pizza, mỗi cái giá 10,25 USD. Chị Trang có phiếu giảm giá 1,5 USD cho mỗi cái bánh pizza, hãy tính tổng số tiền chị ấy dùng để mua bánh.

Đồng đô la Mĩ, viết tắt là USD (United States dollar), là đơn vị tiền tệ chính thức của Hoa Kỳ.



- 1.38. Bố của Hà chuẩn bị đi công tác bằng máy bay. Theo kế hoạch, máy bay sẽ cất cánh lúc 2 giờ 40 phút chiều. Bố của Hà cần phải có mặt ở sân bay trước ít nhất 2 giờ để làm thủ tục, biết rằng đi từ nhà Hà đến sân bay mất khoảng 45 phút. Hỏi bố của Hà phải đi từ nhà muộn nhất là lúc mấy giờ để đến sân bay cho kịp giờ bay?

### GÓC CÔNG NGHỆ

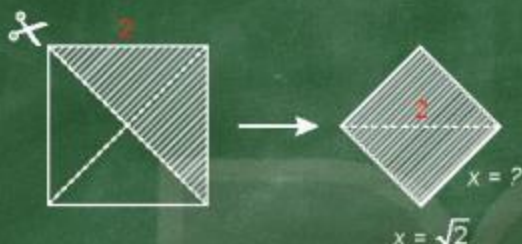
Ta có thể sử dụng loại máy tính cầm tay thích hợp để thực hiện các phép tính với số hữu tỉ. Chẳng hạn:

Tính	Ấn các phím	Kết quả
$(-1,7) + (-2,9)$	$(-)$ 1 $\cdot$ 7 $+$ $(-)$ 2 $\cdot$ 9 $=$	-4,6
$\left(-\frac{16}{5}\right) - (-0,8)$	$(-)$ $\frac{16}{5}$ $-$ $(-)$ 0 $\cdot$ 8 $=$	-2,4
$4,1 \cdot \left(-\frac{8}{5}\right)$	4 $\cdot$ 1 $\cdot$ $\left(-\frac{8}{5}\right)$ $=$	-6,56
$(-3,45) : (-2,3)$	$(-)$ 3 $\cdot$ 4 5 $\div$ $(-)$ 2 $\cdot$ 3 $=$	1,5
$0,5 \cdot (-2,1) + 1,5 : (-0,3)$	0 $\cdot$ 5 $\cdot$ $(-)$ 2 $\cdot$ 1 $+$ 1 $\cdot$ 5 $\div$ $(-)$ 0 $\cdot$ 3 $=$	-6,05

Chúng ta đã biết mỗi đoạn thẳng đều có một độ dài, được biểu thị bởi một số. Trong chương này, chúng ta sẽ thấy có những đoạn thẳng mà độ dài của nó không thể biểu thị bằng một số hữu tỉ. Điều này cho thấy có một loại số mới, đó là số vô tỉ. Số vô tỉ và số hữu tỉ được gọi chung là số thực. Chúng ta cùng tìm hiểu về loại số này!

$$\pi = 3,1415926535897932384626433\dots$$

$$\sqrt{2} = 1,41421356237309504880168872420969\dots$$



Bài 5

LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

Khái niệm, thuật ngữ

- Số thập phân hữu hạn
- Số thập phân vô hạn tuần hoàn
- Chu kì
- Độ chính xác

Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn.
- Làm tròn số căn cứ vào độ chính xác cho trước.

Tớ thực hiện phép chia để viết  $\frac{4}{5}$  dưới dạng số thập phân được kết quả bằng 0,8.



Minh cũng đặt tính chia  $\frac{5}{18}$  mà sao mãi không ra kết quả nhỉ?



Số thập phân vô hạn tuần hoàn

- Khi chia 5 cho 18, ta thấy phép chia không bao giờ chấm dứt và nếu cứ tiếp tục chia thì trong thương 0,2777..., chữ số 7 được lặp lại mãi. Ta nói phân số  $\frac{5}{18}$  viết được dưới dạng số thập phân là 0,2777.... Tương tự, ta có  $-\frac{17}{11} = -1,545454\dots$ . Các số 0,2777...;  $-1,545454\dots$  là những số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- Số  $0,2777\dots$  được viết gọn là  $0,2(7)$ . Kí hiệu (7) được hiểu là chữ số 7 được lặp lại vô hạn lần. Số 7 được gọi là **chu kì** của số thập phân vô hạn tuần hoàn  $0,2(7)$ . Tương tự,  $-1,545454\dots$  có chu kì là 54 và được viết gọn là  $-1,(54)$ .
- Các số thập phân đã học như  $0,8; 1,25; \dots$  còn được gọi là **số thập phân hữu hạn**.

**?** Kết quả của phép chia 1 cho 9 là số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn?

**Ví dụ 1** Chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn có thể có nhiều hơn một chữ số, chẳng hạn:

a)  $\frac{7}{22} = 0,31818\dots = 0,3(18)$  là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì là 18.

b)  $\frac{-7}{22} = -\frac{7}{22} = -0,3(18)$ .

7	2 2
7 0	0, 3 1 8 1 8 ...
0 4 0	
1 8 0	
0 0 4 0	
1 8 0	
0 0 4	
...	

**Luyện tập 1** Viết các phân số  $\frac{1}{4}; -\frac{2}{11}$  dưới dạng số thập phân rồi cho biết số nhận được là số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn.

Chỉ ra chu kì rồi viết gọn nếu đó là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

### Chú ý

Mọi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.



### Làm tròn số thập phân căn cứ vào độ chính xác cho trước

Ở lớp 6, các em đã học cách làm tròn số thập phân hữu hạn đến một hàng nào đó. Ta cũng làm tròn số thập phân vô hạn theo cách tương tự. Chẳng hạn, nếu làm tròn  $a = 46,333\dots$  đến hàng đơn vị thì được kết quả là 46. Ta viết  $46,333\dots \approx 46$  (kí hiệu “ $\approx$ ” đọc là *xấp xỉ*).

Trên trục số Hình 2.1, ta thấy khoảng cách từ điểm 46 đến điểm  $a = 46,333\dots$  nhỏ hơn 0,5 (bằng một nửa khoảng cách từ điểm 46 đến điểm 47). Ta cũng nói rằng 46 là kết quả làm tròn của  $a = 46,333\dots$  với **độ chính xác** 0,5.

46,333...



46

Chữ số sau hàng làm tròn là  $3 < 5$



Hình 2.1

Tổng quát, ta có:

Khi làm tròn số đến một hàng nào đó, kết quả làm tròn có độ chính xác bằng một nửa đơn vị hàng làm tròn.

**Chú ý.** Muốn làm tròn số thập phân với độ chính xác cho trước, ta có thể xác định hàng làm tròn thích hợp bằng cách sử dụng bảng bên.

Hàng làm tròn	Độ chính xác
trăm	50
chục	5
đơn vị	0,5
phần mười	0,05
phần trăm	0,005

**Ví dụ 2**

Làm tròn số 12 591,27 với độ chính xác: a) 50; b) 0,05.

**Giải**

a) Để kết quả làm tròn có độ chính xác là 50, ta làm tròn số đến hàng trăm.

Áp dụng quy tắc làm tròn số ta được  $12\ 591,25 \approx 12\ 600$ .

b) Để kết quả làm tròn có độ chính xác là 0,05, ta làm tròn số đến hàng phần mười, được kết quả là:  $12\ 591,27 \approx 12\ 591,3$ .

**Luyện tập 2**

Làm tròn số 3,14159 với độ chính xác 0,005.

**Vận dụng**

Ước lượng kết quả phép tính  $31,(81) \cdot 4,9$  bằng cách làm tròn hai thừa số đến hàng đơn vị.

**BÀI TẬP**

**2.1.** Trong các số thập phân sau, số nào là số thập phân hữu hạn? Số nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn?

$0,1$  ;  $-1,(23)$  ;  $11,2(3)$  ;  $-6,725$ .

**2.2.** Sử dụng chu kì, hãy viết gọn số thập phân vô hạn tuần hoàn  $0,010101\dots$

**2.3.** Tìm chữ số thập phân thứ năm của số  $3,2(31)$  và làm tròn số  $3,2(31)$  đến chữ số thập phân thứ năm.

**2.4.** Số  $0,1010010001000010\dots$  (viết liên tiếp các số 10, 100, 1 000, 10 000,... sau dấu phẩy) có phải là số thập phân vô hạn tuần hoàn hay không?

**2.5.** Làm tròn số 3,14159...

a) đến chữ số thập phân thứ ba; b) với độ chính xác 0,005.

**EM CÓ BIẾT ?**

Người ta đã chứng minh được rằng:

- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Chẳng hạn,

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5 \cdot 5^2} = \frac{75}{1000} = 0,075$$

- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn. Chẳng hạn,  $\frac{1}{3} = 0,333\dots$

- Mỗi số thập phân vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

Chẳng hạn,  $0,(1) = \frac{1}{9}$ ;  $0,(01) = \frac{1}{99}$ ;  $0,(17) = \frac{17}{99}$ ;  $0,(9) = 1$ .

# Bài 6

## SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

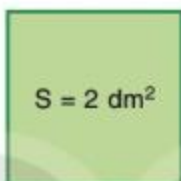
### Khái niệm, thuật ngữ

- Số vô tỉ
- Căn bậc hai số học
- Số thập phân vô hạn không tuần hoàn

### Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết số vô tỉ.
- Nhận biết căn bậc hai số học của một số không âm.
- Tính giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai số học của một số nguyên dương bằng máy tính cầm tay.

Tớ ghép được một hình vuông có diện tích bằng  $2 \text{ dm}^2$ .



Không biết số nào biểu thị độ dài cạnh của hình vuông đó nhỉ?

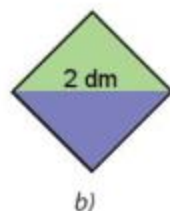
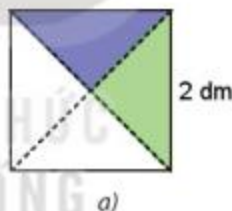


### 1 SỐ VÔ TỈ



**Độ dài cạnh hình vuông có diện tích bằng  $2 \text{ dm}^2$**

**HĐ1** Cắt một hình vuông có cạnh bằng  $2 \text{ dm}$ , rồi cắt nó thành bốn tam giác vuông bằng nhau dọc theo hai đường chéo của hình vuông (H.2.2a).



Hình 2.2

**HĐ2** Lấy hai trong bốn tam giác nhận được ở trên ghép thành một hình vuông (H.2.2b). Em hãy tính diện tích hình vuông nhận được.

**HĐ3** Dùng thước có vạch chia để đo độ dài cạnh hình vuông nhận được trong HĐ2. Độ dài cạnh hình vuông này bằng bao nhiêu đêximét?



### Số vô tỉ

Hình vuông trong Hình 2.2b có diện tích bằng  $2 \text{ dm}^2$ . Nếu độ dài cạnh hình vuông đó là  $x \text{ (dm)}$  ( $x > 0$ ) thì  $x^2 = 2$ .

Người ta đã chứng minh được rằng không có số hữu tỉ nào mà bình phương bằng 2 và tính được những chữ số thập phân đầu tiên của  $x$  là:

$$x = 1,4142135623730950488016887\dots$$

Đây không là số thập phân hữu hạn, cũng không là số thập phân vô hạn tuần hoàn. Đây là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Ta gọi những số như thế là **số vô tỉ**.

**Số vô tỉ** là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

**Ví dụ 1** Người ta tính được tỉ số giữa chu vi và đường kính của một đường tròn luôn bằng 3,14159265358... đây là một số vô tỉ (kí hiệu là  $\pi$ , đọc là "pi").

Số  $-0,10100100\dots$  (sau dấu phẩy viết liên tiếp các số 10; 100; 1 000;...) là số vô tỉ.

**Chú ý.** Ta cũng làm tròn số thập phân vô hạn như làm tròn số thập phân hữu hạn, chẳng hạn làm tròn số 0,1010010001... đến chữ số thập phân thứ ba ta được 0,101:

$$0,1010010001\dots \approx 0,101.$$

**Vận dụng** Người xưa đã tính đường kính thân cây theo quy tắc "quân bát, phát tam, tổn ngũ, quân nhị", tức là lấy chu vi thân cây chia làm 8 phần bằng nhau (quân bát); bớt đi ba phần (phát tam) còn lại 5 phần (tổn ngũ) rồi chia đôi kết quả (quân nhị). Hãy cho biết người xưa đã ước lượng số  $\pi$  bằng bao nhiêu?

## 2 CĂN BẬC HAI SỐ HỌC



Bài toán tính độ dài  $x$  của cạnh hình vuông có diện tích  $a$  dẫn đến việc tìm số  $x > 0$  sao cho  $x^2 = a$ . Số  $x > 0$  thỏa mãn điều kiện đó gọi là *căn bậc hai số học* của  $a$ .

**Căn bậc hai số học** của một số  $a$  không âm, kí hiệu là  $\sqrt{a}$ , là số  $x$  không âm sao cho  $x^2 = a$ .

Như vậy cạnh hình vuông trong Hình 2.2b có độ dài bằng  $\sqrt{2}$  dm.

**Ví dụ 2** Tính: a)  $\sqrt{100}$ ; b)  $\sqrt{191^2}$ ; c)  $\sqrt{21,5^2}$ .

**Giải.** a) Vì  $10^2 = 100$  và  $10 > 0$  nên  $\sqrt{100} = 10$ ;

b) Vì  $191 > 0$  nên  $\sqrt{191^2} = 191$ . c) Tương tự  $\sqrt{21,5^2} = 21,5$ .

**Luyện tập 1** Tính: a)  $\sqrt{16}$ ; b)  $\sqrt{81}$ ; c)  $\sqrt{2021^2}$ .

### Vận dụng 1

Sàn thi đấu bộ môn cử tạ có dạng một hình vuông, diện tích  $144 \text{ m}^2$ . Em hãy tính chu vi của sàn thi đấu đó.

## 3 TÍNH CĂN BẬC HAI SỐ HỌC BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY



**Tính căn bậc hai số học bằng máy tính cầm tay**

Ta có thể sử dụng loại máy tính cầm tay thích hợp để tính căn bậc hai số học của một số không âm. Chẳng hạn:

Phép tính	Ấn các phím	Kết quả
$\sqrt{2}$	$\sqrt{\square} \ 2 \ =$	1,414213562
$\sqrt{1024}$	$\sqrt{\square} \ 1 \ 0 \ 2 \ 4 \ =$	32

**Chú ý.** Màn hình máy tính cầm tay chỉ hiển thị được một số hữu hạn chữ số nên các kết quả là số thập phân vô hạn (tuần hoàn hay không tuần hoàn) đều được làm tròn, chẳng hạn:

$$\sqrt{2} \approx 1,414213562.$$

Kết quả bên được làm tròn đến chữ số thập phân thứ chín.



### Ví dụ 3

Sử dụng loại máy tính cầm tay thích hợp, tính  $\sqrt{91}$  rồi làm tròn kết quả:

a) Đến chữ số thập phân thứ tư; b) Với độ chính xác 0,05.

**Giải**

Ấn các phím  $\sqrt{\square} \ 9 \ 1 \ =$ , ta được kết quả là  
9,539392014.

a) Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư ta được

$$\sqrt{91} \approx 9,5394.$$

b) Để độ chính xác là 0,05, ta làm tròn số đến hàng phần mười:  $\sqrt{91} \approx 9,5$ .

Căn bậc hai số học của một số tự nhiên không chính phương luôn là một số vô tỉ.



### Luyện tập 2

Sử dụng máy tính cầm tay tính các căn bậc hai số học sau (làm tròn kết quả với độ chính xác 0,005, nếu cần).

a)  $\sqrt{15}$ ;      b)  $\sqrt{2,56}$ ;      c)  $\sqrt{17\ 256}$ ;      d)  $\sqrt{793\ 881}$ .

### Vận dụng 2

Kim tự tháp Kheops là công trình kiến trúc nổi tiếng thế giới. Để xây dựng được công trình này, người ta phải sử dụng tới hơn 2,5 triệu mét khối đá, với diện tích đáy lên tới 52 198,16 m<sup>2</sup>.

(Theo khoaahoc.tv)

Biết rằng đáy của kim tự tháp Kheops có dạng một hình vuông. Tính độ dài cạnh đáy của kim tự tháp này (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Kim tự tháp Kheops, Ai Cập





# Bài 7 TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

## Khái niệm, thuật ngữ

- Số thực
- Số đối của số thực
- Giá trị tuyệt đối

## Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết số thực, số đối và giá trị tuyệt đối của số thực.
- Biểu diễn số thực trên trục số trong trường hợp thuận lợi.
- Nhận biết thứ tự trong tập hợp các số thực.

Đã có số tự nhiên, số nguyên, số hữu tỉ,... lại thêm số thực nữa?



Em đừng lo, vẫn là các số đã biết thôi!



## 1 KHÁI NIỆM SỐ THỰC VÀ TRỤC SỐ THỰC



### Số thực là gì?

Trong các bài học trước, các em đã thấy là các số hữu tỉ và các số vô tỉ đều viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn (tuần hoàn hoặc không tuần hoàn).

Chẳng hạn:  $\frac{3}{4} = 0,75$ ;  $\frac{1}{9} = 0,111\dots = 0,(1)$ ;  $\sqrt{2} = 1,4142\dots$

Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là **số thực**.  
Tập hợp các số thực được kí hiệu là  $\mathbb{R}$ .

### Chú ý

- Cũng như số hữu tỉ, mỗi số thực  $a$  đều có một **số đối** kí hiệu là  $-a$ ;
- Trong tập số thực cũng có các phép toán với các tính chất như trong tập số hữu tỉ.

Số  $\pi = 3,14159265358\dots$  là một số thực đấy.



- Luyện tập 1**
- Trong các cách viết:  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ ;  $15 \in \mathbb{R}$ , cách viết nào đúng?
  - Viết số đối của các số:  $5,08(299)$ ;  $-\sqrt{5}$ .

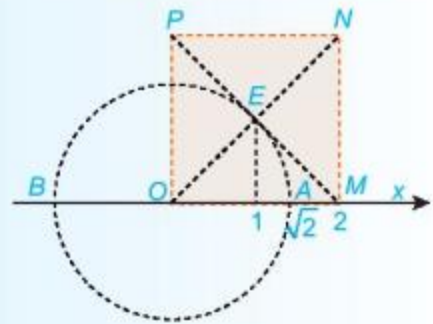


## Trục số thực

Ta đã biết mọi số hữu tỉ đều biểu diễn được trên trục số. Các số vô tỉ cũng có thể biểu diễn được trên trục số. Chẳng hạn ta có thể biểu diễn số  $\sqrt{2}$  như sau:

- Vẽ hình vuông  $OMNP$  với cạnh bằng 2,  $E$  là giao điểm của hai đường chéo.
- Đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $OE$  cắt tia  $Ox$  tại điểm  $A$  (H.2.3).

Trong bài trước ta đã biết  $OE = \sqrt{2}$ . Do đó điểm  $A$  biểu diễn số  $\sqrt{2}$ .



Hình 2.3

Mỗi số thực đều được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.  
Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực.

**Chú ý.** Vì mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực nên các số thực lấp đầy trục số. Để nhấn mạnh điều này, người ta cũng gọi trục số là **trục số thực** (H.2.4).



Hình 2.4



Điểm nào trong Hình 2.4 biểu diễn số  $-\sqrt{2}$ ? Em có nhận xét gì về điểm biểu diễn của hai số đối nhau?

### Luyện tập 2

Cho biết nếu một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng 1 và 3 thì cạnh huyền của tam giác bằng  $\sqrt{10}$ . Em hãy vẽ điểm biểu diễn số  $-\sqrt{10}$  trên trục số.

## 2 THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC



### So sánh hai số thực

Các số thực đều viết được dưới dạng số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn). Vì thế có thể so sánh hai số thực tương tự như so sánh hai số hữu tỉ viết dưới dạng số thập phân.

Chẳng hạn:  $0,2477... > 0,2382...$  nên  $0,24(7) > 0,2382...$ ;

$$\sqrt{2} = 1,414... > 1,410 \text{ nên } -\sqrt{2} < -1,41.$$

• Cũng như với các số hữu tỉ, ta có

- Với hai số thực  $a$  và  $b$  bất kì ta luôn có  $a = b$  hoặc  $a < b$  hoặc  $a > b$ .
- Cho ba số thực  $a, b, c$ . Nếu  $a < b$  và  $b < c$  thì  $a < c$  (tính chất bắc cầu).

• Trên trục số thực, nếu  $a < b$  thì điểm  $a$  nằm trước điểm  $b$ . Nói riêng, các điểm nằm trước gốc  $O$  biểu diễn các số âm, các điểm nằm sau gốc  $O$  biểu diễn các số dương. Bởi vậy ta viết  $x < 0$  để nói  $x$  là số âm, viết  $x > 0$  để nói  $x$  là số dương (H.2.5).



Hình 2.5

**Chẳng hạn:** Nếu  $x$  là số thực thoả mãn điều kiện  $1 < x < 3$  thì điểm biểu diễn của  $x$  nằm giữa hai điểm  $E$  và  $Q$  trên Hình 2.5.

**Chú ý.** Nếu  $0 < a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ . Ta thường dùng tính chất này để so sánh một căn bậc hai số học với một số hữu tỉ hoặc so sánh hai căn bậc hai số học với nhau. Chẳng hạn,  $\sqrt{2} < \sqrt{5}$  vì  $2 < 5$ .

**Luyện tập 3** So sánh:

- a)  $1,313233\dots$  và  $1,(32)$ ;    b)  $\sqrt{5}$  và  $2,36$  (có thể dùng máy tính cầm tay để tính  $\sqrt{5}$ ).

**3 GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ THỰC**

**Khái niệm giá trị tuyệt đối**

**HĐ1** Biểu diễn các số 3 và  $-2$  trên trục số rồi cho biết mỗi điểm ấy nằm cách gốc  $O$  bao nhiêu đơn vị.

**HĐ2** Không vẽ hình, hãy cho biết khoảng cách của mỗi điểm sau đến gốc  $O$ :  $-4$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $4$ .

Với số thực  $a$  tùy ý, ta có:

Hai số đối nhau thì có giá trị tuyệt đối bằng nhau.



Khoảng cách từ điểm  $a$  trên trục số đến gốc  $O$  là giá trị tuyệt đối của số  $a$ , kí hiệu là  $|a|$ .

**?** Từ HĐ1 và HĐ2, hãy tìm giá trị tuyệt đối của các số: 3;  $-2$ ; 0; 4 và  $-4$ .

**Nhận xét**

- Giá trị tuyệt đối của 0 là 0;
- Giá trị tuyệt đối của một số dương là chính nó, chẳng hạn  $|2| = 2$ ;  $|\frac{5}{8}| = \frac{5}{8}$ ;

- Giá trị tuyệt đối của một số âm là số đối của nó, chẳng hạn  $|-2| = 2$ ;  $|-5,1| = 5,1$ ;  $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$ .  
Nhờ nhận xét này ta có thể tính được giá trị tuyệt đối của một số thực bất kì mà không cần biểu diễn số đó trên trục số.



Minh viết  $|-2,5| = -2,5$  đúng hay sai?

#### Luyện tập 4

Tính: a)  $|-2,3|$ ;    b)  $|\frac{7}{5}|$ ;    c)  $|-11|$ ;    d)  $|\sqrt{8}|$ .



#### Thử thách nhỏ

Liệt kê các phần tử của tập hợp  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| < 5\}$ .

### BÀI TẬP

- 2.13.** Xét tập hợp  $A = \{7, 1; -2, (61); 0; 5, 14; \frac{4}{7}; \sqrt{15}; -\sqrt{81}\}$ . Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết tập hợp  $B$  gồm các số hữu tỉ thuộc tập  $A$  và tập hợp  $C$  gồm các số vô tỉ thuộc tập  $A$ .
- 2.14.** Gọi  $A'$  là tập hợp các số đối của các số thuộc tập hợp  $A$  trong Bài tập 2.13. Liệt kê các phần tử của  $A'$ .
- 2.15.** Mũi tên màu xanh trong mỗi hình sau chỉ số thực nào?



- 2.16.** Tính: a)  $|-3,5|$ ;    b)  $|\frac{-4}{9}|$ ;    c)  $|0|$ ;    d)  $|2,0(3)|$ .
- 2.17.** Xác định dấu và giá trị tuyệt đối của mỗi số sau:  
a)  $a = 1,25$ ;    b)  $b = -4,1$ ;    c)  $c = -1,414\ 213\ 562\dots$
- 2.18.** Tìm tất cả các số thực  $x$  thỏa mãn điều kiện  $|x| = 2,5$ .

## LUYỆN TẬP CHUNG

### Ví dụ 1

Cho một hình vuông cạnh 1 cm và hai hình chữ nhật kích thước 2 cm  $\times$  1 cm bằng giấy bìa. Cắt hai hình chữ nhật dọc theo đường chéo để nhận được bốn hình tam giác vuông bằng nhau (H.2.6).



Hình 2.6

- Hãy ghép bốn tam giác vuông đó với hình vuông đã cho để nhận được một hình vuông mới, tính diện tích hình vuông đó.
- Độ dài đường chéo của hình chữ nhật trên bằng bao nhiêu xentimét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)?

### Giải

a) Ghép bốn tam giác vuông và hình vuông cạnh 1 cm, ta được một hình vuông như Hình 2.7.

Hình vuông cạnh 1 cm có diện tích là:  $1 \cdot 1 = 1$  (cm<sup>2</sup>);

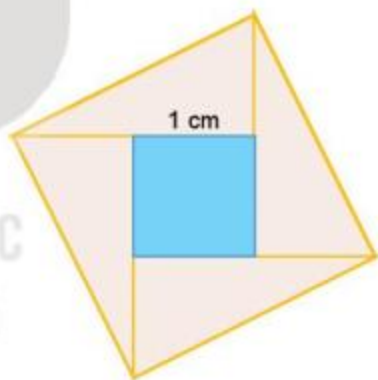
Diện tích mỗi tam giác vuông là:  $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$  (cm<sup>2</sup>);

Diện tích hình vuông tạo thành là:  $1 + 4 \cdot 1 = 5$  (cm<sup>2</sup>).

b) Độ dài đường chéo của hình chữ nhật ban đầu cũng bằng cạnh hình vuông tạo thành và bằng  $\sqrt{5}$  cm.

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được  $\sqrt{5} \approx 2,236067978$ .

Làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ hai ta được độ dài đường chéo cần tìm là 2,24 cm.



Hình 2.7

**Ví dụ 2** Tính:  $\sqrt{3^2}$ ;  $(\sqrt{4,1})^2$ ;  $\sqrt{a^2}$  (trong đó  $a$  là số thực dương cho trước).

**Giải.** Ta có  $\sqrt{3^2} = 3$  vì  $3 > 0$ ;  $(\sqrt{4,1})^2 = 4,1$  (theo định nghĩa căn bậc hai số học).

Tương tự:  $\sqrt{a^2} = a$ .

**2.19.** Cho bốn phân số:  $\frac{17}{80}$ ;  $\frac{611}{125}$ ;  $\frac{133}{91}$  và  $\frac{9}{8}$ .

a) Phân số nào trong những phân số trên không viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn?

b) Cho biết  $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$ , hãy so sánh phân số tìm được trong câu a) với  $\sqrt{2}$ .

**2.20.**

a) Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kì):  $\frac{1}{9}$ ;  $\frac{1}{99}$ .

Em có nhận xét gì về kết quả nhận được?

b) Em hãy dự đoán dạng thập phân của  $\frac{1}{999}$ .

**2.21.** Viết  $\frac{5}{9}$  và  $\frac{5}{99}$  dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

**2.22.** Nam vẽ một phần trục số trên vở ô li và đánh dấu ba điểm  $A, B, C$  như sau:



a) Hãy cho biết hai điểm  $A, B$  biểu diễn những số thập phân nào?

b) Làm tròn số thập phân được biểu diễn bởi điểm  $C$  với độ chính xác 0,05.

**2.23.** Thay dấu “?” bằng chữ số thích hợp.

a)  $-7,02 < -7, \boxed{?}(1)$ ;

b)  $-15,3 \boxed{?}021 < -15,3819$ .

**2.24.** So sánh:

a) 12,26 và 12,(24);

b) 31,3(5) và 29,9(8).

**2.25.** Tính: a)  $\sqrt{1}$ ;

b)  $\sqrt{1+2+1}$ ;

c)  $\sqrt{1+2+3+2+1}$ .

**2.26.** Tính: a)  $(\sqrt{3})^2$ ;

b)  $(\sqrt{21})^2$ .

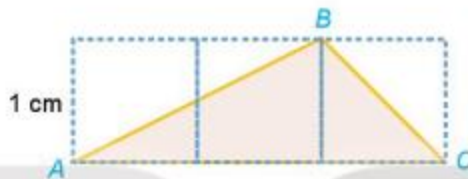
## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

**2.27.** Sử dụng máy tính cầm tay làm tròn các số sau đến chữ số thập phân thứ nhất:

$$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{5}.$$

Tính tổng hai số thập phân nhận được.

**2.28.** Dùng thước dây có vạch chia để đo độ dài đường gấp khúc  $ABC$  trong Hình 2.8 (đơn vị xentimét, làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). So sánh kết quả với kết quả của Bài tập 2.27.



Hình 2.8

**2.29.** Chia một sợi dây đồng dài 10 m thành 7 đoạn bằng nhau.

- Tính độ dài mỗi đoạn dây nhận được, viết kết quả dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.
- Dùng 4 đoạn dây nhận được ghép thành một hình vuông. Gọi  $C$  là chu vi của hình vuông đó. Hãy tìm  $C$  bằng hai cách sau rồi so sánh hai kết quả:

*Cách 1.* Dùng thước dây có vạch chia để đo, lấy chính xác đến xentimét.

*Cách 2.* Tính  $C = 4 \cdot \frac{10}{7}$ , viết kết quả dưới dạng số thập phân với độ chính xác 0,005.

**2.30.**

- Cho hai số thực  $a = -1,25$  và  $b = -2,3$ . So sánh:  $a$  và  $b$ ;  $|a|$  và  $|b|$ ;
- Ta có nhận xét trong hai số âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn là số bé hơn.  
Em hãy áp dụng nhận xét này để so sánh  $-12,7$  và  $-7,12$ .

**2.31.** Cho hai số thực  $a = 2,1$  và  $b = -5,2$ .

- Em có nhận xét gì về hai tích  $a \cdot b$  và  $-|a| \cdot |b|$ ?
- Ta có cách nhân hai số khác dấu như sau: Muốn nhân hai số khác dấu ta nhân các giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “-” trước kết quả.  
Em hãy áp dụng quy tắc trên để tính  $(-2,5) \cdot 3$ .



Ở lớp 6, chúng ta đã làm quen với các khái niệm điểm, đường thẳng, góc,... Đó là những khái niệm cơ bản ban đầu của hình học phẳng. Nối tiếp những vấn đề đó, chương này chúng ta sẽ tiếp tục tìm hiểu những nội dung thú vị về góc và đường thẳng song song.

Bài 8

GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

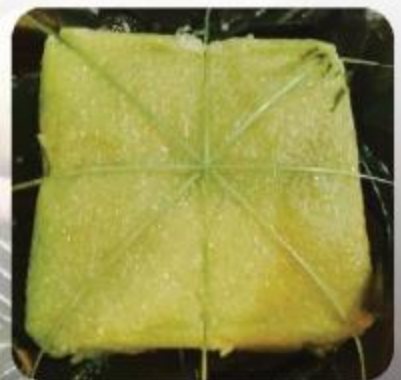
Khái niệm, thuật ngữ

- Hai góc kề bù
- Hai góc đối đỉnh
- Tia phân giác của một góc

Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết hai góc kề bù, hai góc đối đỉnh.
- Nhận biết tia phân giác của một góc.
- Vẽ tia phân giác của một góc bằng dụng cụ học tập.

Khi đặt các dây lạt để cắt bánh chưng, các dây lạt tạo ra trên mặt bánh chưng những cặp góc đặc biệt. Những cặp góc đó có mối quan hệ với nhau như thế nào, chúng ta cùng tìm hiểu trong bài học này!



## 1 GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT



### Hai góc kề bù

**HĐ1** Quan sát hình vẽ bên. Em hãy nhận xét quan hệ về đỉnh, về cạnh của hai góc được đánh dấu.

**HĐ2** Cho ba tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  như Hình 3.1, trong đó  $Ox$  và  $Oy$  là hai tia đối nhau.

a) Em hãy nhận xét quan hệ về đỉnh, về cạnh của hai góc  $xOz$  và  $zOy$ .

b) Đo rồi tính tổng số đo hai góc  $xOz$  và  $zOy$ .

Tổng quát ta có định nghĩa:



Hình 3.1

Hai góc có một cạnh chung, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau được gọi là **hai góc kề bù** (H.3.1).

Tính chất của hai góc kề bù:

Hai góc kề bù có tổng số đo bằng  $180^\circ$ .



Hai góc được đánh dấu trong hình nào dưới đây là hai góc kề bù?

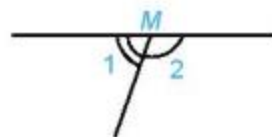


a)



b)

Hình 3.2



c)

### Chú ý

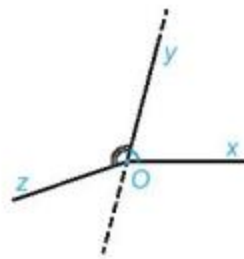
1. Hai góc kề bù còn được hiểu là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau. Trong đó:

- Hai góc *kề nhau* là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm khác phía nhau đối với đường thẳng chứa cạnh chung đó. Chẳng hạn, trên Hình 3.3a, góc  $xOy$  và góc  $yOz$  là hai góc kề nhau.

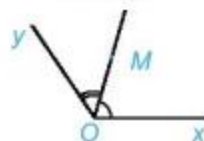
- Hai góc *bù nhau* là hai góc có tổng số đo bằng  $180^\circ$ .

2. Nếu điểm  $M$  nằm trong góc  $xOy$  thì ta nói tia  $OM$  nằm giữa hai cạnh (hai tia)  $Ox$  và  $Oy$  của góc  $xOy$  (H.3.3b). Khi đó ta có:

$$\widehat{xOM} + \widehat{MOy} = \widehat{xOy}.$$



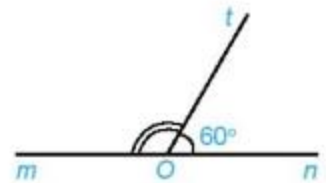
Hình 3.3a



Hình 3.3b

## Luyện tập 1

Viết tên hai góc kề bù trong Hình 3.4 và tính số đo góc  $mOt$ .



Hình 3.4



### Hai góc đối đỉnh

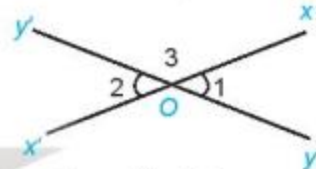
HD3

Quan sát hình ảnh hai góc được đánh dấu trong hình bên. Em hãy nhận xét quan hệ về đỉnh, về cạnh của hai góc được đánh dấu.

HD4

Cho hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $O$  (H.3.5).

- Dự đoán xem hai góc  $xOy$  và  $x'Oy'$  có bằng nhau không.
- Đo rồi so sánh số đo hai góc  $xOy$  và  $x'Oy'$ .



Hình 3.5

Ta có định nghĩa sau:

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.



Hai góc được đánh dấu trong hình nào dưới đây là hai góc đối đỉnh?



Hình 3.6

Tính chất của hai góc đối đỉnh:

Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.



### Tập suy luận

Trong HD4 ta đã sử dụng phương pháp đo để kiểm chứng rằng hai góc đối đỉnh  $xOy$  và  $x'Oy'$  bằng nhau. Dùng tính chất của hai góc kề bù, ta có thể so sánh được  $\widehat{xOy}$  và  $\widehat{x'Oy'}$  trong Hình 3.5 bằng cách suy luận như sau:

$$\text{Vì } \widehat{O_1} \text{ và } \widehat{O_3} \text{ kề bù nên } \widehat{O_1} + \widehat{O_3} = 180^\circ. \quad (1)$$

$$\text{Vì } \widehat{O_2} \text{ và } \widehat{O_3} \text{ kề bù nên } \widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 180^\circ. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \widehat{O_1} + \widehat{O_3} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{O_1} = \widehat{O_2}.$$

### Vi dụ 1

Cho hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $O$  (H.3.7). Biết góc  $xOy$  bằng  $60^\circ$ . Tính số đo các góc  $x'Oy'$  và  $x'Oy$ .

**Giải.** Ta có:

•  $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$  (hai góc đối đỉnh).

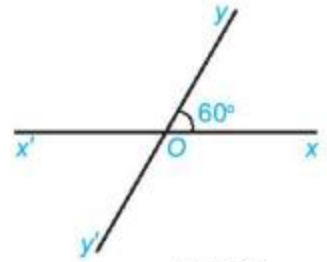
Suy ra  $\widehat{x'Oy'} = 60^\circ$ .

•  $\widehat{x'Oy} + \widehat{xOy} = 180^\circ$  (hai góc kề bù).

Suy ra  $\widehat{x'Oy} = 180^\circ - \widehat{xOy}$

$$\widehat{x'Oy} = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\widehat{x'Oy} = 120^\circ.$$

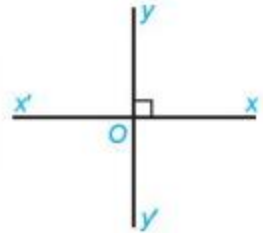


Hình 3.7

### Luyện tập 2

Hai đường thẳng  $xx'$  và  $yy'$  cắt nhau tại  $O$  sao cho góc  $xOy$  vuông (H.3.8). Khi đó các góc  $yOx'$ ,  $x'Oy'$ ,  $xOy'$  cũng đều là góc vuông. Vì sao?

**Chú ý.** Hai đường thẳng  $xx'$ ,  $yy'$  cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là *hai đường thẳng vuông góc*. Kí hiệu là  $xx' \perp yy'$ .



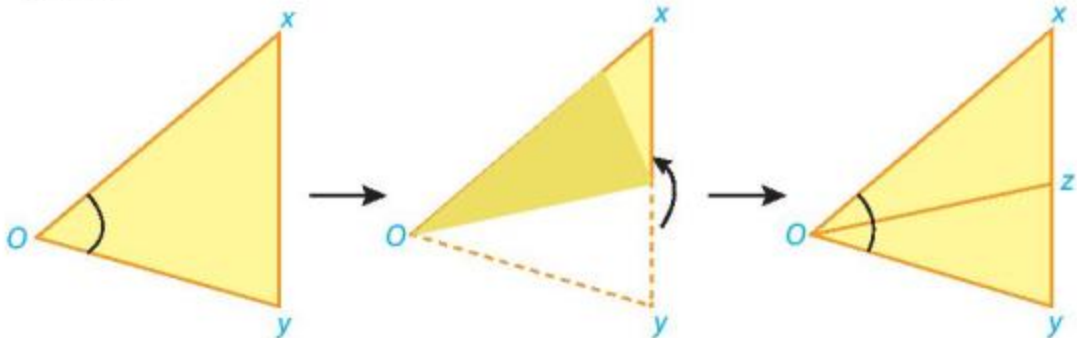
Hình 3.8

## 2 TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC



### Tia phân giác

**HĐ5** Cắt rời một góc  $xOy$  từ một tờ giấy rồi gấp sao cho hai cạnh của góc trùng nhau (H.3.9).



Hình 3.9

Mở mảnh giấy ra, nếp gấp cho ta hình ảnh tia  $Oz$  chia góc ban đầu thành hai góc.

- Em hãy nhận xét về vị trí của tia  $Oz$  so với hai cạnh của góc  $xOy$ .
- Em hãy so sánh hai góc  $xOz$  và  $zOy$ .

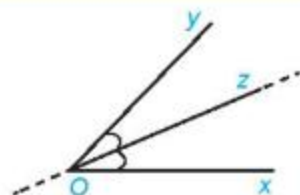
Ta có định nghĩa sau:

Tia nằm giữa hai cạnh của một góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau được gọi là **tia phân giác** của góc đó.

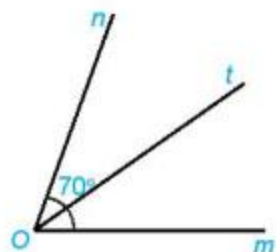
Tính chất của tia phân giác:

Khi  $Oz$  là tia phân giác của góc  $xOy$  thì  $\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$  (H.3.10).

Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc gọi là **đường phân giác** của góc đó.



Hình 3.10



Hình 3.11

### Ví dụ 2

Cho góc  $mOn$  có số đo bằng  $70^\circ$ , tia  $Ot$  là tia phân giác của góc  $mOn$ . Tính số đo hai góc  $mOt$  và  $tOn$ .

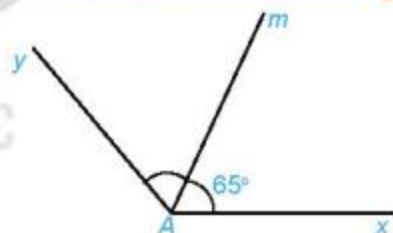
**Giải** (H.3.11)

Vì  $Ot$  là tia phân giác của góc  $mOn$  nên

$$\widehat{mOt} = \widehat{tOn} = \frac{1}{2}\widehat{mOn} = \frac{1}{2} \cdot 70^\circ = 35^\circ.$$

### Luyện tập 3

Cho góc  $xAm$  có số đo bằng  $65^\circ$  và  $Am$  là tia phân giác của góc  $xAy$  (H.3.12). Tính số đo góc  $xAy$ .

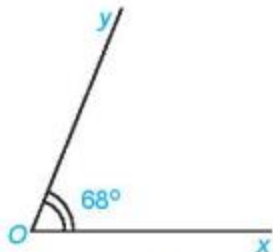


Hình 3.12

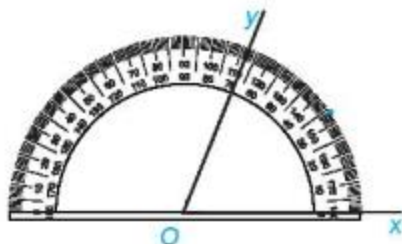
### Thực hành

Vẽ tia phân giác  $Oz$  của góc  $xOy$  có số đo bằng  $68^\circ$ , sử dụng thước đo góc theo hướng dẫn.

Nếu  $Oz$  là tia phân giác của góc  $xOy$  thì  $\widehat{xOz} = \frac{1}{2} \cdot 68^\circ = 34^\circ$ . Ta có cách vẽ sau:

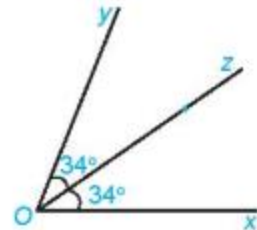


1



2

Đánh dấu điểm ứng với vạch  $34^\circ$  của thước đo góc



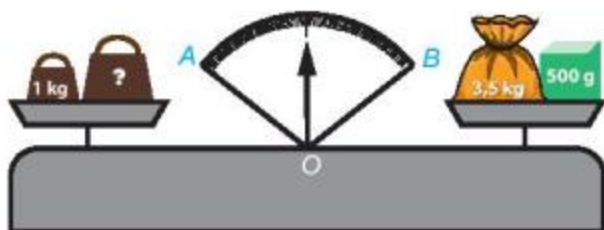
3

Kẻ tia  $Oz$  đi qua điểm đã đánh dấu. Tia  $Oz$  là tia phân giác của góc  $xOy$ .

## Vận dụng

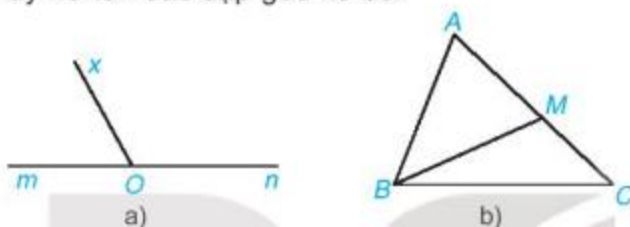
Quan sát hình vẽ bên.

Quả cân ở đĩa cân bên trái nặng bao nhiêu kilôgam để cân thăng bằng, tức là kim trên mặt đồng hồ của cân là tia phân giác của góc  $AOB$ ?



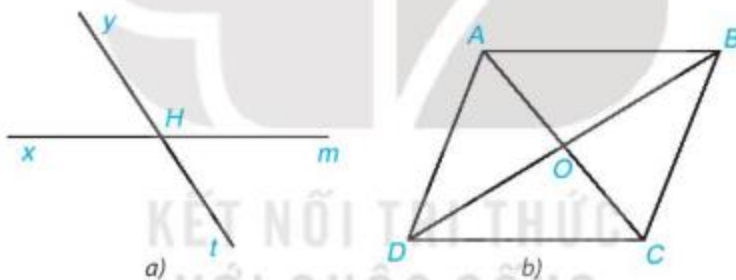
## BÀI TẬP

3.1. Cho Hình 3.13, hãy kể tên các cặp góc kề bù.



Hình 3.13

3.2. Cho Hình 3.14, hãy kể tên các cặp góc đối đỉnh.



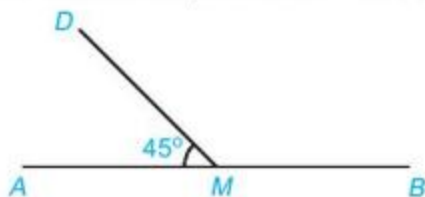
Hình 3.14

3.3. Vẽ góc  $xOy$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Vẽ tia  $Om$  là tia đối của tia  $Ox$ .

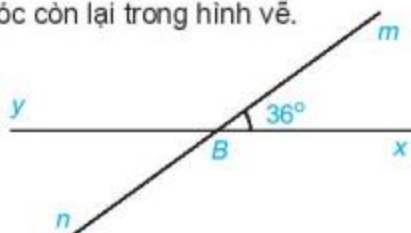
- Gọi tên hai góc kề bù có trong hình vừa vẽ.
- Tính số đo góc  $yOm$ .
- Vẽ tia  $Ot$  là tia phân giác của góc  $xOy$ . Tính số đo các góc  $tOy$  và  $tOm$ .

3.4. Cho Hình 3.15a, biết  $\widehat{DMA} = 45^\circ$ . Tính số đo góc  $DMB$ .

3.5. Cho Hình 3.15b, biết  $\widehat{xBm} = 36^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại trong hình vẽ.



Hình 3.15a



Hình 3.15b

### Khái niệm, thuật ngữ

- Hai đường thẳng song song
- Hai góc đồng vị
- Hai góc so le trong

### Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng.
- Mô tả dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song thông qua cặp góc đồng vị, cặp góc so le trong.
- Nhận biết cách vẽ hai đường thẳng song song.

Để kiểm tra các thanh ngang trên mái nhà đã song song với nhau chưa, người thợ chỉ cần kiểm tra chúng có cùng vuông góc với một thanh dọc. Vì sao lại như vậy, chúng ta cùng tìm hiểu qua bài học này.

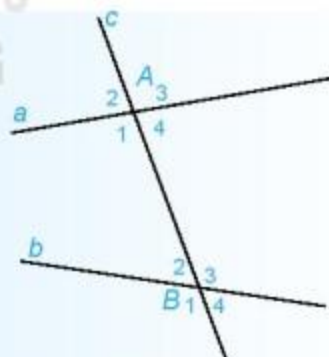


## 1 CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG


### Góc so le trong, góc đồng vị

Cho đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a$  và  $b$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  tạo thành bốn góc đỉnh  $A$ , bốn góc đỉnh  $B$  được đánh số như Hình 3.16. Ta sắp xếp các góc thành từng cặp. Mỗi cặp gồm một góc đỉnh  $A$  và một góc đỉnh  $B$ .

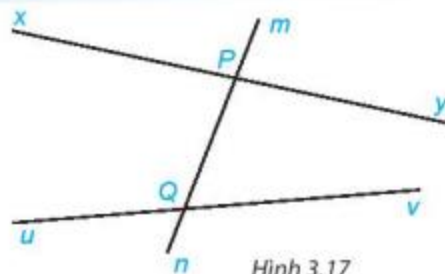
- Các cặp góc  $A_1$  và  $B_3$ ,  $A_4$  và  $B_2$  được gọi là các cặp **góc so le trong**.
- Các cặp góc  $A_1$  và  $B_1$ ,  $A_2$  và  $B_2$ ,  $A_3$  và  $B_3$ ,  $A_4$  và  $B_4$  được gọi là các cặp **góc đồng vị**.



Hình 3.16

 Cho đường thẳng  $mn$  cắt hai đường thẳng  $xy$  và  $uv$  lần lượt tại hai điểm  $P$  và  $Q$  (H.3.17). Em hãy kể tên:

- Hai cặp góc so le trong;
- Bốn cặp góc đồng vị.



Hình 3.17

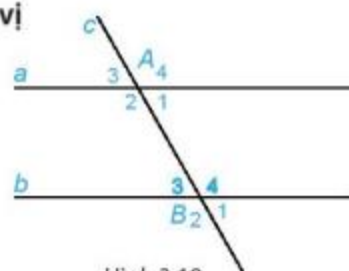


### Quan hệ giữa các cặp góc so le trong, cặp góc đồng vị

Trên Hình 3.18, cho biết hai góc so le trong  $A_1$  và  $B_3$  bằng nhau và bằng  $60^\circ$ .

**HD3** Hãy tính và so sánh hai góc so le trong còn lại  $A_2$  và  $B_4$ .

**HD4** Chọn hai góc đồng vị rồi tính và so sánh hai góc đó.



Hình 3.18

Ta có tính chất sau:

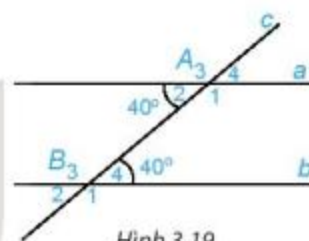
Nếu đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì:

- Hai góc so le trong còn lại bằng nhau;
- Hai góc đồng vị bằng nhau.

### Luyện tập 1

a) Cho Hình 3.19, biết  $\widehat{A_2} = 40^\circ, \widehat{B_4} = 40^\circ$ . Em hãy biết cho biết số đo các góc còn lại.

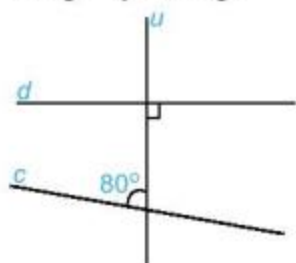
b) Các cặp góc  $A_1$  và  $B_4$ ;  $A_2$  và  $B_3$  được gọi là các cặp góc trong cùng phía. Tính các tổng:  $\widehat{A_1} + \widehat{B_4}$ ;  $\widehat{A_2} + \widehat{B_3}$ .



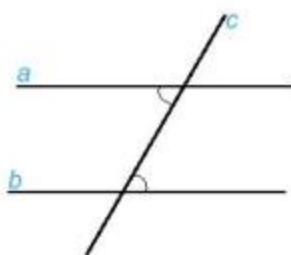
Hình 3.19

## 2 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Để biết hai đường thẳng cắt nhau hay song song với nhau, ta cần biết chúng có điểm chung hay không. Việc kiểm tra trực tiếp, tức là xác định điểm chung của hai đường thẳng đã cho, trong nhiều trường hợp, là rất khó thực hiện. Chẳng hạn trên Hình 3.20a, không phải lúc nào ta cũng có thể kéo dài được hai đường thẳng  $c$  và  $d$  để tìm điểm chung của chúng. Vậy có cách nào thuận tiện hơn để nhận biết hai đường thẳng song song hay không?

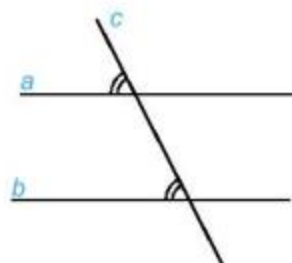


a)



b)

Hình 3.20



c)

Ta thừa nhận rằng:

Nếu đường thẳng  $c$  cắt hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì  $a$  và  $b$  song song với nhau (H.3.20b,c).



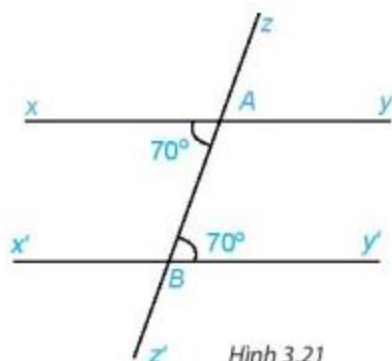
### Ví dụ

Quan sát Hình 3.21 và giải thích tại sao  $xy \parallel x'y'$ .

### Giải

Ta có  $\widehat{xAB} = \widehat{AB y'} = 70^\circ$ .

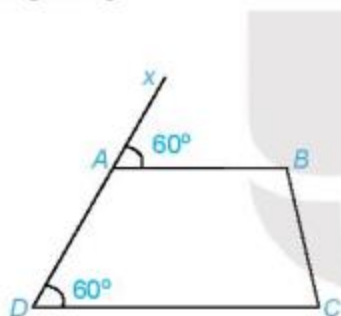
Hai góc này ở vị trí so le trong. Do đó  $xy \parallel x'y'$  (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).



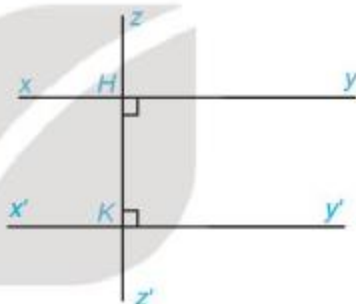
Hình 3.21

### Luyện tập 2

- 1 Quan sát Hình 3.22 và giải thích vì sao  $AB \parallel DC$ .
- 2 Tìm trên Hình 3.23 hai đường thẳng song song với nhau và giải thích vì sao chúng song song.



Hình 3.22

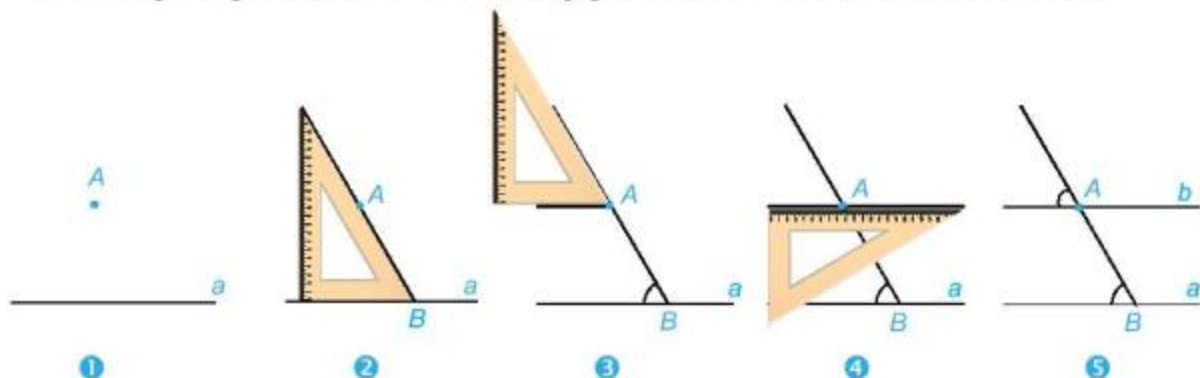


Hình 3.23

**Nhận xét.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

### Thực hành 1

Cho đường thẳng  $a$  và điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$ . Để vẽ đường thẳng  $b$  đi qua  $A$  và song song với  $a$ , ta có thể sử dụng góc nhọn  $60^\circ$  của êke để vẽ như sau:



Tại sao khi vẽ như trên ta lại khẳng định được hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau?

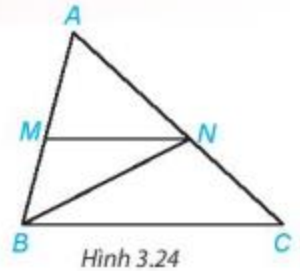
## Thực hành 2

Dùng góc vuông hay góc  $30^\circ$  của êke (thay cho góc  $60^\circ$ ) để vẽ đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$  cho trước.

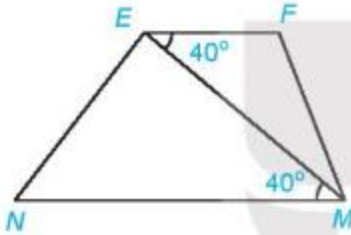
## BÀI TẬP

3.6. Quan sát Hình 3.24.

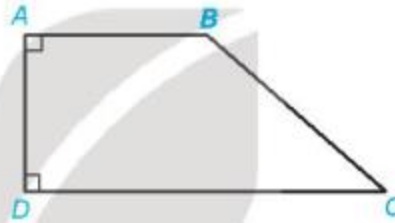
- Tìm một góc ở vị trí so le trong với góc  $MNB$ .
- Tìm một góc ở vị trí đồng vị với góc  $ACB$ .
- Kể tên một cặp góc trong cùng phía.
- Biết  $MN \parallel BC$ , em hãy kể tên ba cặp góc bằng nhau trong hình vẽ.



3.7. Quan sát Hình 3.25. Biết  $\widehat{MEF} = 40^\circ$ ,  $\widehat{EMN} = 40^\circ$ . Em hãy giải thích tại sao  $EF \parallel NM$ .



Hình 3.25



Hình 3.26

3.8. Quan sát Hình 3.26, giải thích tại sao  $AB \parallel DC$ .

3.9. Cho điểm  $A$  và đường thẳng  $d$  không đi qua  $A$ . Hãy vẽ đường thẳng  $d'$  đi qua  $A$  và song song với  $d$ .

3.10. Cho hai điểm  $A$  và  $B$ . Hãy vẽ đường thẳng  $a$  đi qua  $A$  và đường thẳng  $b$  đi qua  $B$  sao cho  $a$  song song với  $b$ .

3.11. Hãy vẽ hai đoạn thẳng  $AB$  và  $MN$  sao cho  $AB \parallel MN$  và  $AB = MN$ .



# Bài 10

## TIÊN ĐỀ EUCLID. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

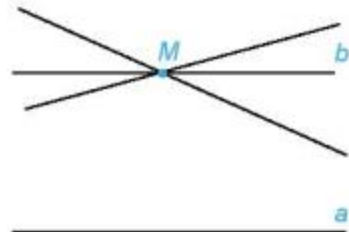
### Khái niệm, thuật ngữ

Tiên đề Euclid

### Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết Tiên đề Euclid về đường thẳng song song.
- Mô tả một số tính chất của hai đường thẳng song song.

Qua điểm  $M$  nằm ngoài đường thẳng  $a$ , chúng ta đã biết cách vẽ một đường thẳng  $b$  đi qua điểm  $M$  và song song với  $a$ . Vậy có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng  $b$  như vậy?



### 1 TIÊN ĐỀ EUCLID VỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



#### Tiên đề Euclid

**HD1** Cho trước đường thẳng  $a$  và một điểm  $M$  không nằm trên đường thẳng  $a$  (H.3.31).

- Dùng bút chì vẽ đường thẳng  $b$  đi qua  $M$  và song song với đường thẳng  $a$ .
- Dùng bút màu vẽ đường thẳng  $c$  đi qua  $M$  và song song với đường thẳng  $a$ .

Em có nhận xét gì về vị trí của hai đường thẳng  $b$  và  $c$ ?

Chúng ta thừa nhận tính chất sau mang tên “Tiên đề Euclid”:

Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

**Nhận xét.** Trong Hình 3.32, nếu điểm  $M$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $b$  đi qua  $M$  và song song với  $a$  là duy nhất.

#### Ví dụ 1

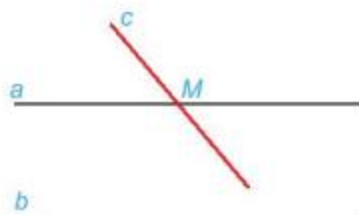
Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau. Hãy sử dụng tiên đề Euclid giải thích vì sao một đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $a$  thì cũng cắt đường thẳng  $b$ ?



Hình 3.31



Hình 3.32



Hình 3.33

## Giải

Giả sử đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $a$  tại điểm  $M$ .

Theo tiên đề Euclid, qua điểm  $M$  chỉ có một đường thẳng duy nhất song song với đường thẳng  $b$ , đó là đường thẳng  $a$ . Do đó đường thẳng  $c$  (cũng đi qua  $M$ ) không thể cũng song song với đường thẳng  $b$ . Vậy đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $b$ .

**Chú ý.** Từ tiên đề Euclid ta suy ra được: Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng cắt đường thẳng còn lại.

**Luyện tập 1** Phát biểu nào sau đây diễn đạt đúng nội dung của Tiên đề Euclid?

- (1) Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường thẳng  $a$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $a$  là duy nhất.
- (2) Có duy nhất một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.
- (3) Qua điểm  $M$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  có ít nhất một đường thẳng song song với  $a$ .

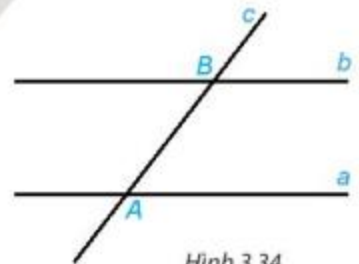
## 2 TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



### Tính chất của hai đường thẳng song song

**HD2** Vẽ hai đường thẳng song song  $a, b$ . Kẻ đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $a$  tại  $A$  và cắt đường thẳng  $b$  tại  $B$ . Trên Hình 3.34:

- Em hãy đo một cặp góc so le trong rồi rút ra nhận xét;
- Em hãy đo một cặp góc đồng vị rồi rút ra nhận xét.



Hình 3.34

Sử dụng Tiên đề Euclid, người ta suy ra tính chất sau:

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- Hai góc so le trong bằng nhau;
- Hai góc đồng vị bằng nhau.

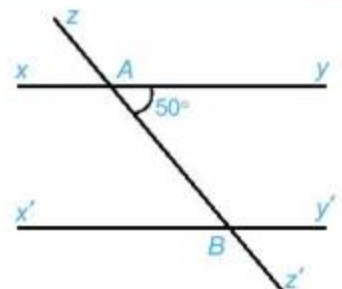
### Ví dụ 2

Cho Hình 3.35, biết  $xy \parallel x'y'$  và  $\widehat{BAy} = 50^\circ$ .

Tính số đo các góc  $ABx'$  và  $y'Bz'$ .

### Giải

- Ta có  $xy \parallel x'y'$ , suy ra  $\widehat{ABx'} = \widehat{BAy}$  (hai góc so le trong).  
Do đó  $\widehat{ABx'} = 50^\circ$ .

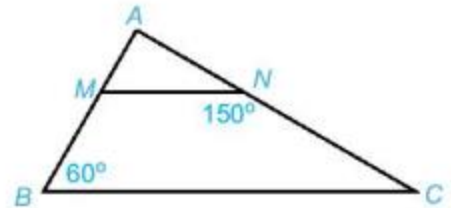


Hình 3.35

- Cũng từ  $xy \parallel x'y'$  suy ra  $\widehat{y'Bz'} = \widehat{BAy}$  (hai góc đồng vị).  
 Vậy  $\widehat{y'Bz'} = 50^\circ$ .

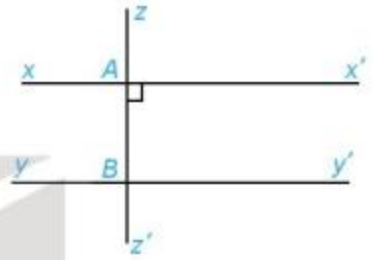
### Luyện tập 2

- 1 Cho Hình 3.36, biết  $MN \parallel BC$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  
 $\widehat{MNC} = 150^\circ$ .  
 Hãy tính số đo các góc  $BMN$  và  $ACB$ .



Hình 3.36

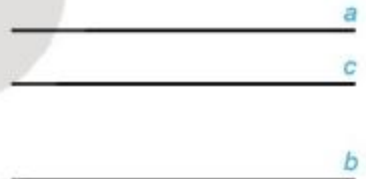
- 2 Cho Hình 3.37, biết rằng  $xx' \parallel yy'$  và  $zz' \perp xx'$ . Tính số đo góc  $ABz'$  và cho biết  $zz'$  có vuông góc với  $yy'$  không.



Hình 3.37

### Nhận xét

- Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau (H.3.38).

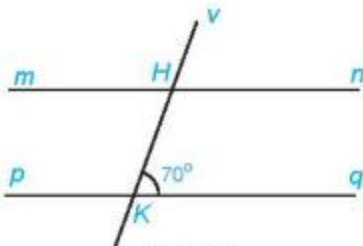


Hình 3.38

KẾT NỐI TRI THỨC  
 VỚI CUỘC SỐNG

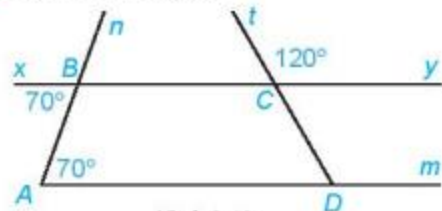
### BÀI TẬP

- 3.17. Cho Hình 3.39, biết rằng  $mn \parallel pq$ .  
 Tính số đo các góc  $mHK$ ,  $vHn$ .



Hình 3.39

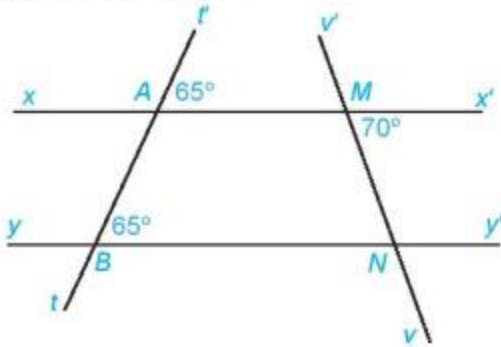
- 3.18. Cho Hình 3.40.



Hình 3.40

- a) Giải thích tại sao  $Am \parallel By$ .  
 b) Tính  $\widehat{CDm}$ .

3.19. Cho Hình 3.41.

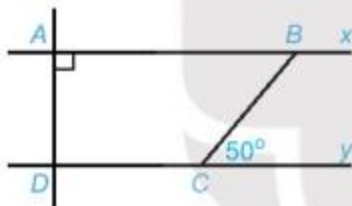


Hình 3.41

- a) Giải thích tại sao  $xx' \parallel yy'$ .  
b) Tính số đo góc  $MNB$ .

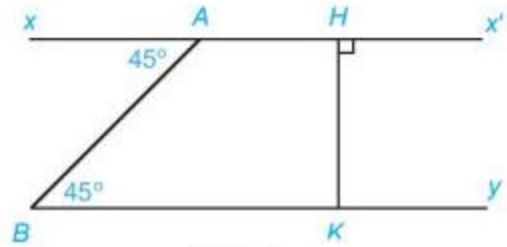
3.20. Cho Hình 3.42, biết rằng  $Ax \parallel Dy$ ,

$\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $\widehat{BCy} = 50^\circ$ . Tính số đo các góc  $ADC$  và  $ABC$ .



Hình 3.42

3.21. Cho Hình 3.43. Giải thích tại sao:



Hình 3.43

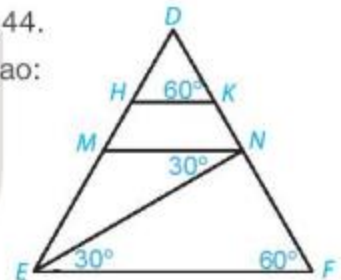
- a)  $Ax' \parallel By$ ;      b)  $By \perp HK$ .

3.22. Cho tam giác  $ABC$ . Vẽ đường thẳng  $a$  đi qua  $A$  và song song với  $BC$ . Vẽ đường thẳng  $b$  đi qua  $B$  và song song với  $AC$ . Có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng  $a$ , bao nhiêu đường thẳng  $b$ ? Vì sao?

3.23. Cho Hình 3.44.

Giải thích tại sao:

- a)  $MN \parallel EF$ ;  
b)  $HK \parallel EF$ ;  
c)  $HK \parallel MN$ .



Hình 3.44

## EM CÓ BIẾT ?

Euclid là nhà toán học lỗi lạc thời cổ Hi Lạp, sống vào thế kỉ III trước Công nguyên. Có thể nói hầu hết kiến thức hình học ở cấp Trung học cơ sở hiện nay đều đã được đề cập một cách khá hệ thống, chính xác, trong bộ sách "Cơ bản" gồm 13 cuốn do Euclid viết ra. Tục truyền có lần vua Ptolemy (Ptô-lê-mê) hỏi Euclid: "Liệu có thể đến với Hình học bằng con đường khác ngắn hơn không?". Ông trả lời ngay: "Tâu Bệ hạ, trong Hình học không có con đường dành riêng cho vua chúa".

(Phan Đức Chính, *Toán 7, tập một*, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2019, tr. 93)



Nhà toán học Euclid





### Ví dụ

Trong định lí “*Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại*”, thì có:

- Giả thiết là “*một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song*”;
- Kết luận là “*nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại*”.

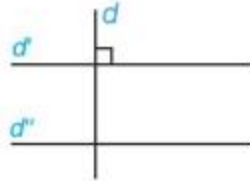
Ta có thể viết giả thiết và kết luận của định lí trên bằng kí hiệu như sau:

GT	$d, d', d''$ là các đường thẳng, $d' \parallel d'', d \perp d'$
KL	$d \perp d''$

hoặc

GT:  $d, d', d''$  là các đường thẳng  
 $d' \parallel d'', d \perp d'$

KL:  $d \perp d''$ .



Giả thiết, kết luận được viết tắt tương ứng là GT và KL bạn nhé!



### Luyện tập 1

 Vẽ hình và viết giả thiết, kết luận của định lí:

“Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau”.

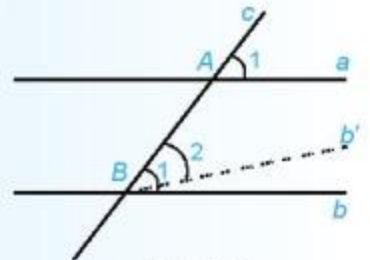


### Thế nào là chứng minh định lí?

**Chứng minh một định lí** là dùng lập luận để từ giả thiết và những khẳng định đúng đã biết suy ra kết luận của định lí.

Chẳng hạn, ta chứng minh định lí nói trong *tình huống mở đầu* “Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì hai góc đồng vị bằng nhau” như sau:

GT	$a \parallel b, c$ cắt $a$ tại $A, c$ cắt $b$ tại $B$ ; $\widehat{A}_1, \widehat{B}_1$ là hai góc đồng vị.
KL	$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ .



Hình 3.46

### Chứng minh (H.3.46)

Qua điểm  $B$  kẻ đường thẳng  $b'$  sao cho góc  $\widehat{B}_2 = \widehat{A}_1$ . Khi đó đường thẳng  $c$  tạo với hai đường thẳng  $a$  và  $b'$  hai góc đồng vị bằng nhau  $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_2$ .

Theo dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song ta có  $a$  và  $b'$  song song với nhau. Suy ra qua  $B$  có hai đường thẳng  $b, b'$  cùng song song với  $a$ . Theo Tiên đề Euclid,  $b'$  trùng  $b$ . Từ đó suy ra  $\widehat{B}_1 = \widehat{A}_1$  (vì cùng bằng  $\widehat{B}_2$ ).

**Luyện tập 2** Em hãy chứng minh định lí: “Hai góc kề bù bằng nhau thì mỗi góc là một góc vuông”.

Hai góc vuông kề nhau thì sao nhỉ?



### Tranh luận

Hai góc đối đỉnh thì chắc chắn bằng nhau rồi. Liệu hai góc bằng nhau thì có đối đỉnh không nhỉ?



Tớ nghĩ đó là điều không đúng!  
Nhưng làm thế nào để khẳng định điều đó không đúng nhỉ?



Em có ý kiến gì về hai ý kiến trên?

### BÀI TẬP

- 3.24.** Có thể coi định lí “Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau” được suy ra trực tiếp từ định lí về dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song không? Suy ra như thế nào?
- 3.25.** Hãy chứng minh định lí nói ở Ví dụ trang 56: “Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại”. Trong chứng minh đó ta đã sử dụng những điều đúng đã biết nào?
- 3.26.** Cho góc  $xOy$  không phải là góc bẹt. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- (1) Nếu  $Ot$  là tia phân giác của góc  $xOy$  thì  $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$ .
  - (2) Nếu tia  $Ot$  thoả mãn  $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$  thì  $Ot$  là tia phân giác của góc  $xOy$ .
- Nếu có khẳng định không đúng, hãy nêu ví dụ cho thấy khẳng định đó không đúng.  
(Gợi ý: Xét tia đối của một tia phân giác).

## LUYỆN TẬP CHUNG

**Ví dụ** Vẽ hình, viết giả thiết, kết luận và trình bày chứng minh định lí sau: “Góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù là một góc vuông”.

**Giải** (H.3.47)

GT  $\widehat{xOy}$  và  $\widehat{yOz}$  là hai góc kề bù;  $Ou$  là tia phân giác của  $\widehat{xOy}$ ;  $Ov$  là tia phân giác của  $\widehat{yOz}$ .

KL  $\widehat{uOv}$  là góc vuông.

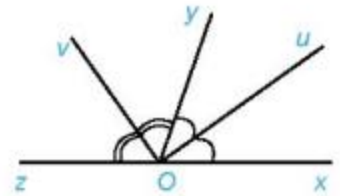
Vì  $Ou$  là tia phân giác của  $\widehat{xOy}$  nên  $\widehat{uOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$ .

Vì  $Ov$  là tia phân giác của  $\widehat{yOz}$  nên  $\widehat{yOv} = \frac{1}{2}\widehat{yOz}$ .

Vậy  $\widehat{uOy} + \widehat{yOv} = \frac{1}{2}(\widehat{xOy} + \widehat{yOz})$ . (\*)

Vế trái của (\*) là  $\widehat{uOy} + \widehat{yOv} = \widehat{uOv}$ . Vì  $\widehat{xOy}$ ,  $\widehat{yOz}$  là hai góc kề bù nên  $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$ .

Vậy đẳng thức (\*) trở thành  $\widehat{uOv} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$ , tức là  $\widehat{uOv}$  là góc vuông.



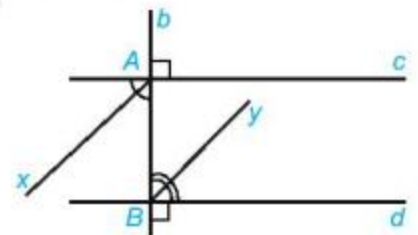
Hình 3.47

### BÀI TẬP

**3.27.** Cho hình thang  $ABCD$  có cạnh  $AD$  vuông góc với hai đáy  $AB$  và  $CD$ . Số đo góc ở đỉnh  $B$  gấp đôi số đo góc ở đỉnh  $C$ . Tính số đo các góc của hình thang đó.

**3.28.** Vẽ hình minh họa và viết giả thiết, kết luận của định lí: “Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau”.

**3.29.** Kẻ các tia phân giác  $Ax$ ,  $By$  của một cặp góc so le trong tạo bởi đường thẳng  $b$  vuông góc với hai đường thẳng song song  $c$ ,  $d$  (H.3.48). Chứng minh rằng hai tia phân giác đó nằm trên hai đường thẳng song song.



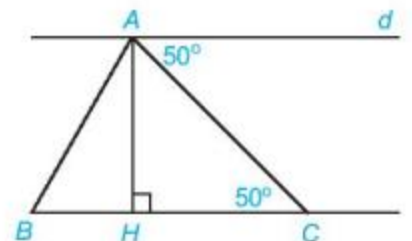
Hình 3.48

**3.30.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a$ ,  $b$  cùng vuông góc với đường thẳng  $c$ ;  $d$  là một đường thẳng khác  $c$  và  $d$  vuông góc với  $a$ . Chứng minh rằng:

a)  $a \parallel b$ ;      b)  $c \parallel d$ ;      c)  $b \perp d$ .

**3.31.** Cho Hình 3.49. Chứng minh rằng:

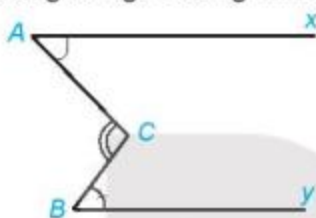
a)  $d \parallel BC$ ; b)  $d \perp AH$ ; c) Trong các kết luận trên, kết luận nào được suy ra từ tính chất của hai đường thẳng song song, kết luận nào được suy ra từ dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song?



Hình 3.49

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

- 3.32.** Chứng minh rằng: Cho điểm  $A$  và đường thẳng  $d$  thì có duy nhất đường thẳng đi qua  $A$  vuông góc với  $d$ , tức là nếu có hai đường thẳng đi qua  $A$  vuông góc với  $d$  thì chúng phải trùng nhau.
- 3.33.** Vẽ ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$  sao cho  $a \parallel b, b \parallel c$  và hai đường thẳng phân biệt  $m, n$  cùng vuông góc với  $a$ . Hỏi trên hình có bao nhiêu cặp đường thẳng song song, có bao nhiêu cặp đường thẳng vuông góc?
- 3.34.** Cho Hình 3.50, trong đó hai tia  $Ax, By$  nằm trên hai đường thẳng song song. Chứng minh rằng  $\widehat{C} = \widehat{A} + \widehat{B}$ .



Hình 3.50

Em hãy kẻ đường thẳng qua  $C$  và song song với đường thẳng chứa tia  $Ax$ .



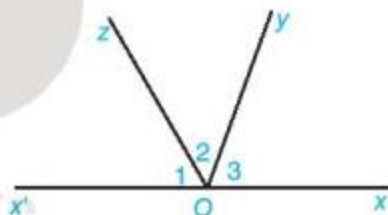
- 3.35.** Cho Hình 3.51, trong đó  $Ox$  và  $Ox'$  là hai tia đối nhau.

a) Tính tổng số đo ba góc  $O_1, O_2, O_3$ .

Gợi ý:  $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = (\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2) + \widehat{O}_3$ ,

trong đó  $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = \widehat{x'Oy}$ .

b) Cho  $\widehat{O}_1 = 60^\circ, \widehat{O}_3 = 70^\circ$ . Tính  $\widehat{O}_2$ .

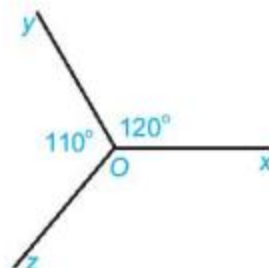


Hình 3.51

- 3.36.** Cho Hình 3.52, biết  $\widehat{xOy} = 120^\circ, \widehat{yOz} = 110^\circ$ .

Tính số đo góc  $zOx$ .

Gợi ý: Kẻ thêm tia đối của tia  $Oy$ .



Hình 3.52



Các em từng thấy những viên gạch lát nền hình vuông có cạnh bằng nhau hoặc những viên gạch hình lục giác đều có cạnh bằng nhau được xếp chồng khít lên nhau. Nếu có những viên gạch hình tam giác đều có cạnh bằng nhau thì ta cũng xếp chúng được như vậy đấy. Do đó người ta nói các tam giác đều có cạnh bằng nhau là các tam giác bằng nhau. Vậy trong hình học, nếu hai tam giác bất kì có thể chồng khít lên nhau thì chúng có tính chất chung gì đặc biệt và có những cách nào biết được điều đó mà không phải di chuyển các tam giác này hay không? Chúng ta sẽ cùng tìm hiểu vấn đề đó trong chương này.

## Bài 12

## TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

### Khái niệm, thuật ngữ

Tam giác

### Kiến thức, kĩ năng

Giải thích định lí về tổng các góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ .

Người ta có thể xếp các viên gạch hình tam giác giống hệt nhau để trang trí như Hình 4.1. Em có nhận xét gì về ba góc tại mỗi đỉnh chung của ba tam giác? Từ đó em rút ra kết luận gì về vị trí của ba điểm  $A, B, C$ ?



Hình 4.1



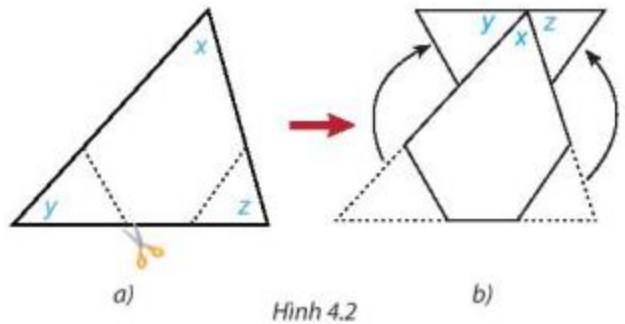
### Tổng các góc trong một tam giác

**HD1** Vẽ tam giác  $MNP$  bất kì, đo ba góc của tam giác đó.

- Tổng số đo ba góc của tam giác  $MNP$  bằng bao nhiêu?
- So sánh kết quả của em với các bạn và rút ra nhận xét.



**HĐ2** Cắt một hình tam giác bằng giấy bất kì (H.4.2a). Đánh dấu ba góc là  $x, y, z$ . Cắt hai góc  $y, z$  và ghép lên góc  $x$  như Hình 4.2b. Từ đó, em hãy dự đoán tổng số đo các góc  $x, y, z$  của tam giác ban đầu.



Hình 4.2

Dự đoán trên có thể được suy ra từ định lí sau:

Tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ .

Tổng ba góc trong một tam giác là tổng số đo ba góc trong tam giác đó.

GT Tam giác  $ABC$

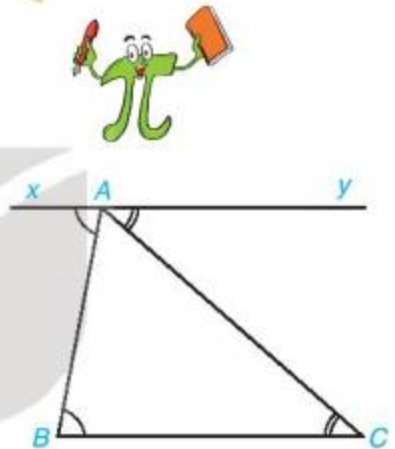
KL  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ .

Chứng minh (H.4.3)

Qua  $A$  kẻ đường thẳng  $xy$  song song với  $BC$ .

$xy \parallel BC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{BAx}; \widehat{C} = \widehat{CAy}$  (các cặp góc so le trong).

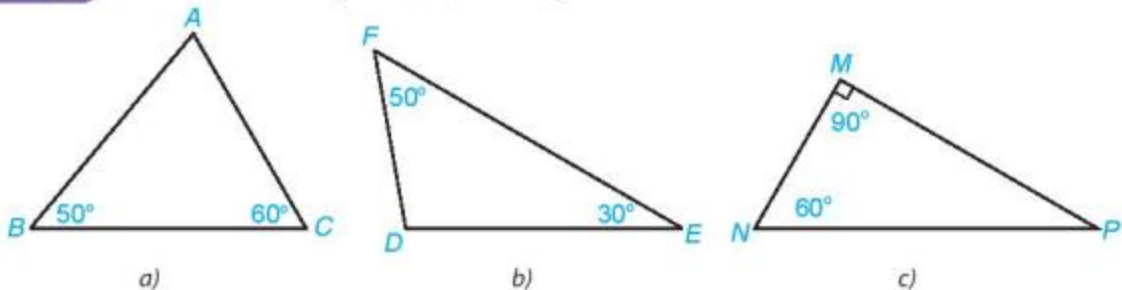
Do đó  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{BAC} + \widehat{BAx} + \widehat{CAy} = \widehat{xAy} = 180^\circ$ .



Hình 4.3

**?** Trở lại tình huống mở đầu, tổng ba góc tại mỗi đỉnh chung của ba tam giác (chẳng hạn tại  $B$  trong Hình 4.1) bằng bao nhiêu độ? Ba điểm  $A, B, C$  có thẳng hàng không?

**Ví dụ** Tính số đo các góc  $A, D, P$  trong Hình 4.4.



Hình 4.4

**Giải.** Trong tam giác  $ABC$  ta có  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ .

Do đó  $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$ .

Tương tự, trong tam giác  $DEF$  ta có  $\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{E} - \widehat{F} = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ$ ;

trong tam giác  $MNP$  ta có  $\widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} - \widehat{N} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

**Chú ý.** Trong Hình 4.4:

- Tam giác  $ABC$  có ba góc đều nhọn nên gọi là *tam giác nhọn*.
- Tam giác  $DEF$  có một góc tù nên gọi là *tam giác tù*.
- Tam giác  $MNP$  có một góc vuông nên gọi là *tam giác vuông*. Trong tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$ ,  $MN$  và  $MP$  là hai *cạnh góc vuông*,  $NP$  là *cạnh huyền*.

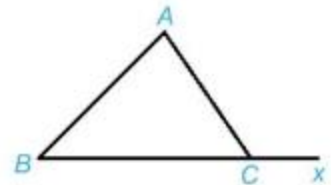
**Luyện tập** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tính tổng hai góc  $B$  và  $C$ .

**Nhận xét.** Hai góc có tổng bằng  $90^\circ$  được gọi là hai góc phụ nhau. Vậy trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

**Vận dụng**

Cho tam giác  $ABC$  và  $Cx$  là tia đối của tia  $CB$  (H.4.5).

Chứng minh rằng  $\widehat{ACx} = \widehat{BAC} + \widehat{CBA}$ .



Hình 4.5

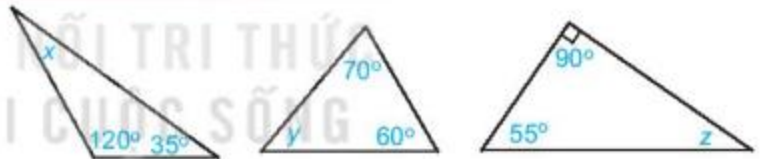
**Nhận xét.** Góc  $ACx$  được gọi là *góc ngoài* tại  $C$  của tam giác  $ABC$ . Góc  $ACx$  không kề với hai góc  $A$  và  $B$  của tam giác  $ABC$ .

Mỗi góc ngoài của một tam giác có số đo bằng tổng số đo hai góc trong không kề với nó.



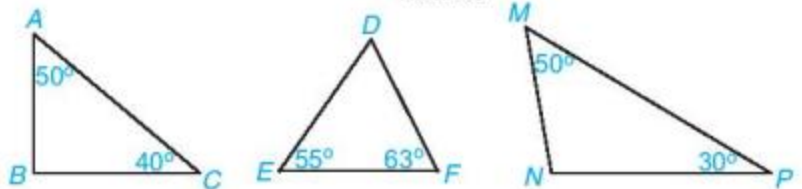
## BÀI TẬP

**4.1.** Tính các số đo  $x$ ,  $y$ ,  $z$  trong Hình 4.6.



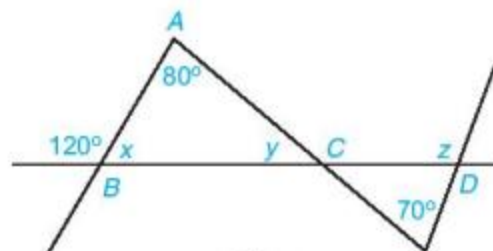
Hình 4.6

**4.2.** Trong các tam giác (H.4.7), tam giác nào là tam giác nhọn, tam giác vuông, tam giác tù?



Hình 4.7

**4.3.** Tính các số đo  $x$ ,  $y$ ,  $z$  trong Hình 4.8.



Hình 4.8

### Khái niệm, thuật ngữ

- Hai tam giác bằng nhau
- Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh

### Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết hai tam giác bằng nhau.
- Giải thích hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh.
- Lập luận và chứng minh hình học trong những trường hợp đơn giản.

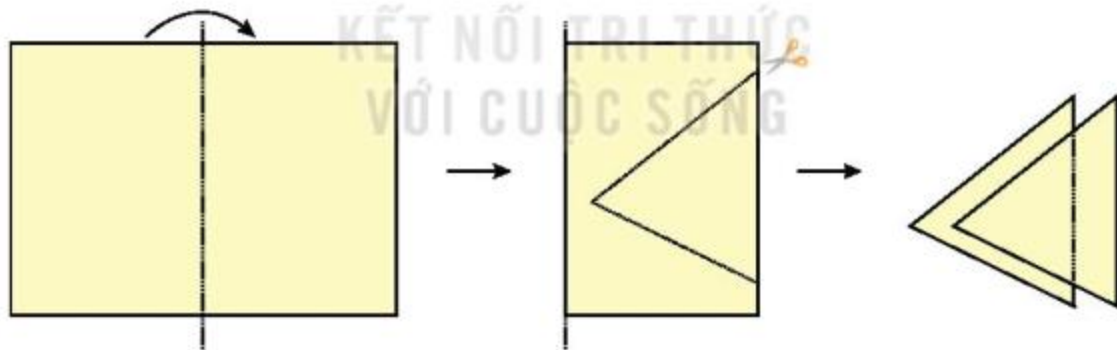
Ta nói hai đoạn thẳng bằng nhau nếu chúng có cùng độ dài, hai góc bằng nhau nếu chúng có cùng số đo góc. Vậy hai tam giác như thế nào thì được gọi là bằng nhau và làm thế nào để kiểm tra được hai tam giác đó bằng nhau? Trong bài này chúng ta sẽ trả lời câu hỏi đó.

### 1 HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU



Hai tam giác bằng nhau

**HĐ1** Gấp đôi một tờ giấy rồi cắt như Hình 4.9.



Hình 4.9

Phần được cắt ra là hai tam giác "chồng khít" lên nhau.

Theo em:

- Các cạnh tương ứng có bằng nhau không?
- Các góc tương ứng có bằng nhau không?

Người ta nói hai tam giác đó là hai tam giác bằng nhau.

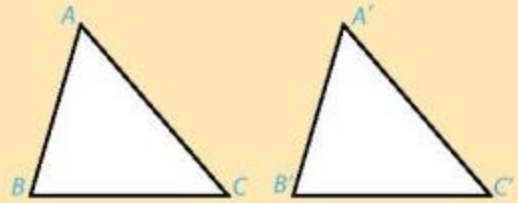




Hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  (H.4.10) bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau, nghĩa là:

$$\begin{cases} AB = A'B', AC = A'C', BC = B'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'} \end{cases}$$

Khi đó ta viết  $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ .

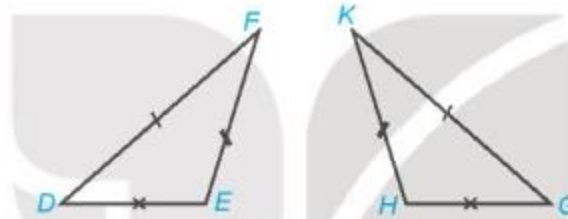


Hình 4.10

Ở đây hai đỉnh  $A$  và  $A'$  ( $B$  và  $B'$ ,  $C$  và  $C'$ ) là hai đỉnh tương ứng; hai góc  $A$  và  $A'$  ( $B$  và  $B'$ ,  $C$  và  $C'$ ) là hai góc tương ứng; hai cạnh  $AB$  và  $A'B'$  ( $AC$  và  $A'C'$ ,  $BC$  và  $B'C'$ ) là hai cạnh tương ứng.



Biết hai tam giác trong Hình 4.11 bằng nhau, em hãy chỉ ra các cặp cạnh tương ứng, các cặp góc tương ứng và viết đúng kí hiệu bằng nhau của cặp tam giác đó.



Hình 4.11

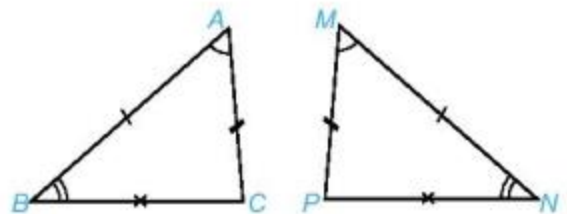
### Ví dụ 1

Cho hai tam giác  $ABC$  và  $MNP$  có  $AB = MN$ ,  $BC = NP$ ,  $CA = PM$ ,  $\widehat{A} = \widehat{M}$ ,  $\widehat{B} = \widehat{N}$ . Chứng minh rằng:

- $\widehat{C} = \widehat{P}$ ;
- $\Delta ABC = \Delta MNP$ .

### Giải

	$\Delta ABC, \Delta MNP:$
GT	$AB = MN, BC = NP,$ $CA = PM, \widehat{A} = \widehat{M}, \widehat{B} = \widehat{N}.$
KL	a) $\widehat{C} = \widehat{P}$ ; b) $\Delta ABC = \Delta MNP.$



Hình 4.12

a) Trong tam giác  $ABC$  ta có  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ , suy ra  $\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B}$  (1)

Trong tam giác  $MNP$  ta có  $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ$ , suy ra  $\widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} - \widehat{N}$  (2)

Vì  $\widehat{A} = \widehat{M}$ ,  $\widehat{B} = \widehat{N}$  nên từ (1) và (2) ta có  $\widehat{C} = \widehat{P}$ .

b) Hai tam giác  $ABC$  và  $MNP$  có:

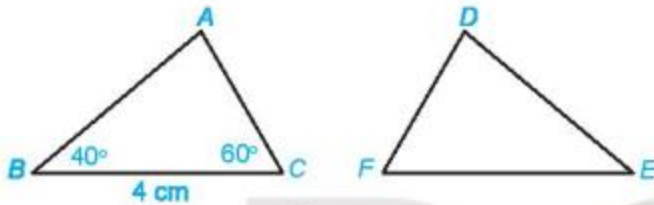
$$AB = MN, BC = NP, CA = PM \text{ (theo giả thiết);}$$

$$\widehat{A} = \widehat{M}, \widehat{B} = \widehat{N} \text{ (theo giả thiết), } \widehat{C} = \widehat{P} \text{ (chứng minh trên).}$$

Vậy hai tam giác  $ABC$  và  $MNP$  có các cạnh và các góc tương ứng bằng nhau.  
Do đó  $\Delta ABC = \Delta MNP$ .

### Luyện tập 1

Cho tam giác  $ABC$  bằng tam giác  $DEF$  (H.4.13). Biết rằng  $BC = 4 \text{ cm}$ ,  $\widehat{ABC} = 40^\circ$ ,  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ . Hãy tính độ dài đoạn thẳng  $EF$  và số đo góc  $EDF$ .



Hình 4.13

Tớ sẽ tính góc A trước.



## 2 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC: CẠNH - CẠNH - CẠNH (C.C.C)

Để kiểm tra hai tam giác bằng nhau ta có nhất thiết phải kiểm tra cả ba cạnh tương ứng và ba góc tương ứng bằng nhau hay không?

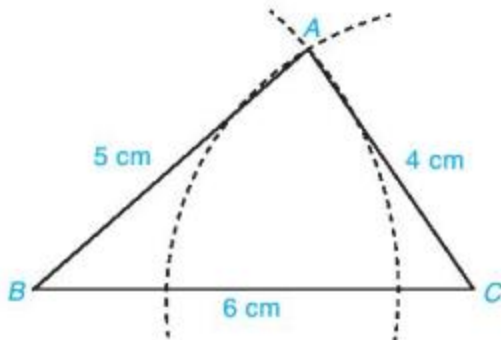


### Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh

**HD2** Vẽ tam giác  $ABC$  có  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $AC = 4 \text{ cm}$ ,  $BC = 6 \text{ cm}$  theo các bước sau:

- Dùng thước thẳng có vạch chia vẽ đoạn thẳng  $BC = 6 \text{ cm}$ .
- Vẽ cung tròn tâm  $B$  bán kính  $5 \text{ cm}$  và cung tròn tâm  $C$  bán kính  $4 \text{ cm}$  sao cho hai cung tròn cắt nhau tại điểm  $A$  (H.4.14).
- Vẽ các đoạn thẳng  $AB$ ,  $AC$  ta được tam giác  $ABC$ .

Dùng compa với khẩu độ  $5 \text{ cm}$  để vẽ một phần của đường tròn, ta được cung tròn bán kính  $5 \text{ cm}$ .



Hình 4.14

**HD3** Tương tự, vẽ thêm tam giác  $A'B'C'$  có  $A'B' = 5$  cm,  $A'C' = 4$  cm,  $B'C' = 6$  cm.

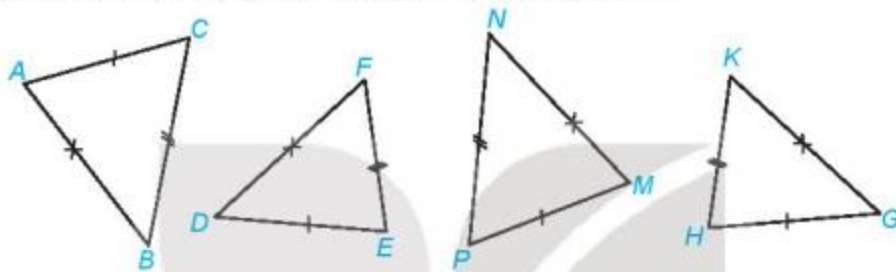
- Dùng thước đo góc kiểm tra xem các góc tương ứng của hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  có bằng nhau không.
- Hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  có bằng nhau không?

Ta thừa nhận định lí sau:

**Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh (c.c.c)**

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

**?** Trong Hình 4.15, những cặp tam giác nào bằng nhau?



Hình 4.15

**Ví dụ 2**

Cho Hình 4.16, biết  $AC = BD, AD = BC$ .

Chứng minh rằng  $\triangle ACB = \triangle BDA$ .

**Giải**

GT	$AC = BD, AD = BC$ .
KL	$\triangle ACB = \triangle BDA$ .

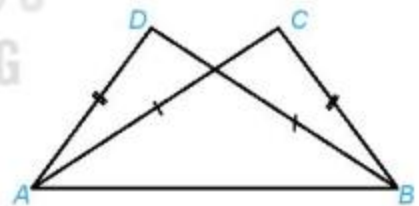
Hai tam giác  $ACB$  và  $BDA$  có:

$AC = BD$  (theo giả thiết);

$BC = AD$  (theo giả thiết);

$AB$  là cạnh chung.

Vậy  $\triangle ACB = \triangle BDA$  (c.c.c).

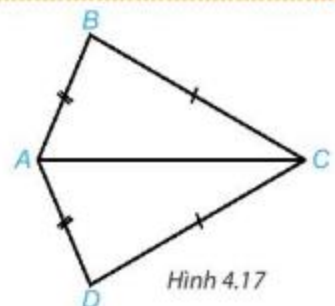


Hình 4.16

**Luyện tập 2**

Cho Hình 4.17, biết  $AB = AD, BC = DC$ .

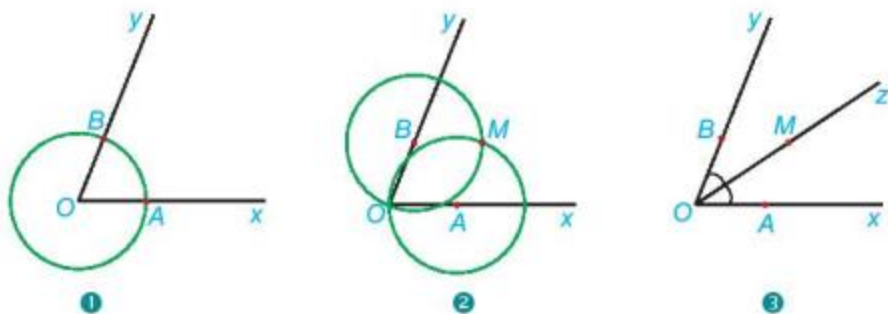
Chứng minh rằng  $\triangle ABC = \triangle ADC$ .



Hình 4.17

**Vận dụng**

Người ta dùng compa và thước thẳng để vẽ tia phân giác của góc  $xOy$  như sau:



- ❶ Vẽ đường tròn tâm  $O$  cắt  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ .
- ❷ Vẽ đường tròn tâm  $A$  bán kính  $AO$  và đường tròn tâm  $B$  bán kính  $BO$ . Hai đường tròn cắt nhau tại điểm  $M$  khác điểm  $O$ .
- ❸ Vẽ tia  $Oz$  đi qua  $M$ .

Em hãy giải thích vì sao tia  $OM$  là tia phân giác của góc  $xOy$ .

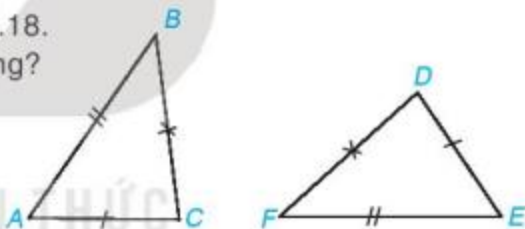
Hãy xét hai tam giác  $OAM$  và  $OBM$ .

**BÀI TẬP**

4.4. Cho hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  như Hình 4.18.

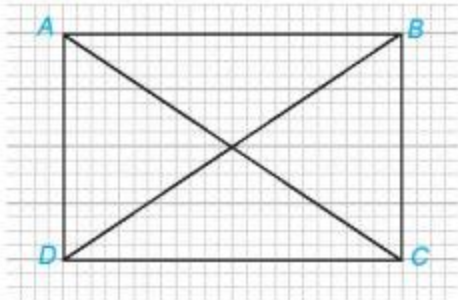
Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (1)  $\triangle ABC = \triangle DEF$ ;
- (2)  $\triangle ACB = \triangle EDF$ ;
- (3)  $\triangle BAC = \triangle DFE$ ;
- (4)  $\triangle CAB = \triangle DEF$ .



Hình 4.18

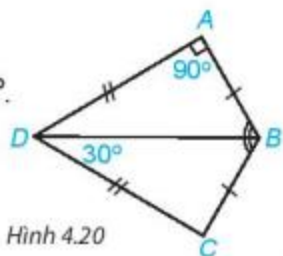
4.5. Trong Hình 4.19, hãy chỉ ra hai cặp tam giác bằng nhau.



Hình 4.19

4.6. Cho Hình 4.20, biết  $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $\widehat{DAB} = 90^\circ$ ,  $\widehat{BDC} = 30^\circ$ .

- a) Chứng minh rằng  $\triangle ABD = \triangle CBD$ .
- b) Tính  $\widehat{ABC}$ .

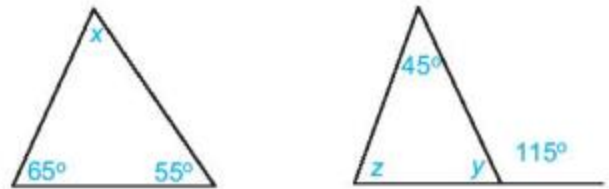


Hình 4.20

## LUYỆN TẬP CHUNG

### Ví dụ 1

Tính các số đo  $x, y, z$  trong Hình 4.21.



Hình 4.21

### Giải

a) Ta có  $x + 65^\circ + 55^\circ = 180^\circ$  (tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ ).

Do đó  $x = 180^\circ - 65^\circ - 55^\circ = 60^\circ$ .

b) Ta có  $y + 115^\circ = 180^\circ$  (hai góc kề bù). Do đó  $y = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ .

Lại có  $y + z + 45^\circ = 180^\circ$  (tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ ).

Suy ra  $z = 180^\circ - y - 45^\circ = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ$ .

### Ví dụ 2

Cho Hình 4.22, biết  $\widehat{BAC} = 40^\circ$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $AC = AD$ ,  $BC = BD$ .

a) Chứng minh rằng  $\triangle ABC = \triangle ABD$ ;

b) Tính số đo góc  $ADB$ .

### Giải

GT	$\widehat{BAC} = 40^\circ$ , $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , $AC = AD$ , $BC = BD$ .
KL	a) $\triangle ABC = \triangle ABD$ ; b) Tính $\widehat{ADB}$ .

a) Hai tam giác  $ABC$  và  $ABD$  có:

$AC = AD$  (theo giả thiết);

$BC = BD$  (theo giả thiết);

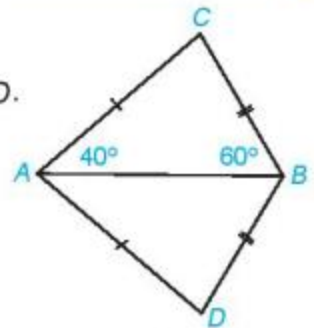
$AB$  là cạnh chung.

Vậy  $\triangle ABC = \triangle ABD$  (c.c.c).

b) Vì tổng ba góc trong tam giác  $ABC$  bằng  $180^\circ$  nên ta có:

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{BAC} = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ.$$

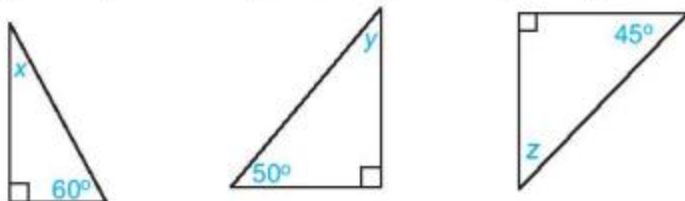
Theo câu a) ta có  $\triangle ABC = \triangle ABD$ , suy ra  $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 80^\circ$ .



Hình 4.22

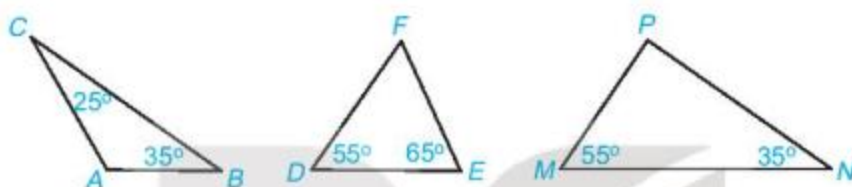
## BÀI TẬP

4.7. Các số đo  $x$ ,  $y$ ,  $z$  trong mỗi tam giác vuông dưới đây bằng bao nhiêu độ?



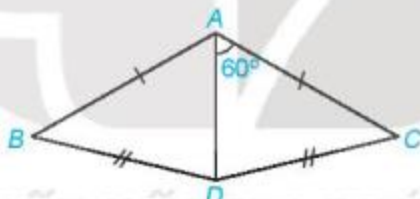
Hình 4.23

4.8. Tính số đo góc còn lại trong mỗi tam giác dưới đây. Hãy chỉ ra tam giác nào là tam giác vuông.



Hình 4.24

4.9. Cho Hình 4.25, biết  $\widehat{DAC} = 60^\circ$ ,  $AB = AC$ ,  $DB = DC$ . Hãy tính  $\widehat{DAB}$ .



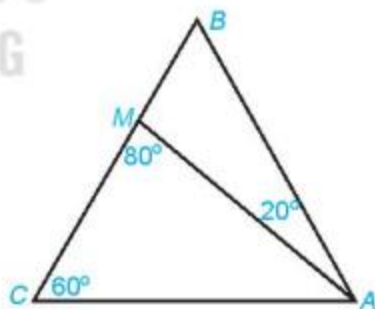
Hình 4.25

4.10. Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{BCA} = 60^\circ$  và

điểm  $M$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho

$\widehat{BAM} = 20^\circ$ ,  $\widehat{AMC} = 80^\circ$  (H.4.26).

Tính số đo các góc  $AMB$ ,  $ABC$ ,  $BAC$ .



Hình 4.26

4.11. Cho  $\triangle ABC = \triangle DEF$ . Biết rằng  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $\widehat{E} = 80^\circ$ , tính số đo các góc  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $F$ .

### Khái niệm, thuật ngữ

- Góc kề với cạnh
- Góc xen giữa hai cạnh

### Kiến thức, kĩ năng

- Giải thích hai tam giác bằng nhau theo các trường hợp cạnh - góc - cạnh (c.g.c) và góc - cạnh - góc (g.c.g).
- Lập luận và chứng minh hình học trong những trường hợp đơn giản.

Trong thực tế, nhiều khi ta không thể đo được hết các cạnh của hai tam giác để khẳng định được chúng có bằng nhau hay không. Khi đó, có cách nào khác giúp ta biết được điều đó?

## 1 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC: CẠNH - GÓC - CẠNH (C.G.C)



### Trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh

**HD1** Vẽ  $\widehat{xAy} = 60^\circ$ . Lấy điểm  $B$  trên tia  $Ax$  và điểm  $C$  trên tia  $Ay$  sao cho:  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $AC = 3 \text{ cm}$ .

Nối điểm  $B$  với điểm  $C$  ta được tam giác  $ABC$  (H.4.27).

Dùng thước thẳng có vạch chia đo độ dài cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$ .

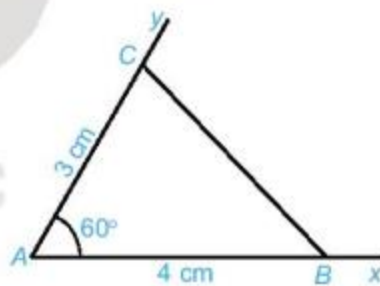
**HD2** Vẽ thêm tam giác  $A'B'C'$  với  $\widehat{B'A'C'} = 60^\circ$ ,  $A'B' = 4 \text{ cm}$  và  $A'C' = 3 \text{ cm}$  (H.4.28).

Dùng thước thẳng có vạch chia hoặc compa để so sánh độ dài các cạnh tương ứng của hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$ .

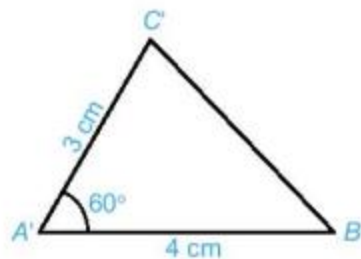
– Hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  có bằng nhau không?

– Độ dài các cạnh  $AB$  và  $A'B'$  của hai tam giác em vừa vẽ có bằng các cạnh  $AB$  và  $A'B'$  của hai tam giác các bạn khác vẽ không?

– Hai tam giác em vừa vẽ có bằng hai tam giác mà các bạn khác vẽ không?



Hình 4.27



Hình 4.28



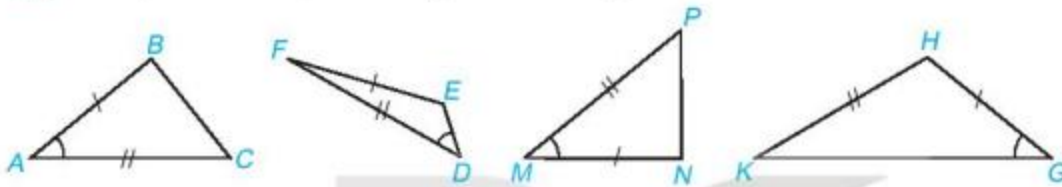
Trong tam giác  $ABC$  (H.4.27), góc  $BAC$  (hay đơn giản là góc  $A$ ) được gọi là **góc xen giữa** hai cạnh  $AB$  và  $AC$  của tam giác  $ABC$ .

Ta thừa nhận định lí sau:

### Trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh (c.g.c)

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Trong Hình 4.29, hai tam giác nào bằng nhau?



Hình 4.29

#### Ví dụ 1

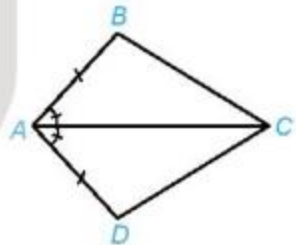
Xét hai tam giác  $ABC$  và  $ADC$  như Hình 4.30. Ta có:

$$AB = AD;$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{DAC};$$

$AC$  là cạnh chung.

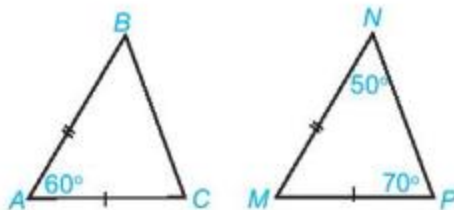
Vậy  $\triangle ABC = \triangle ADC$  (c.g.c).



Hình 4.30

#### Luyện tập 1

Hai tam giác  $ABC$  và  $MNP$  trong Hình 4.31 có bằng nhau không? Vì sao?



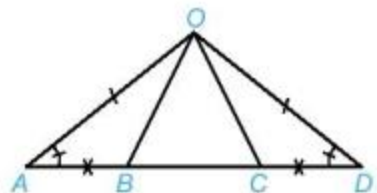
Hình 4.31

#### Vận dụng

Cho Hình 4.32, biết  $\widehat{OAB} = \widehat{ODC}$ ,  $OA = OD$  và  $AB = CD$ .

Chứng minh rằng:

- $AC = DB$ ;
- $\triangle OAC = \triangle ODB$ .



Hình 4.32



## 2 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC: GÓC - CẠNH - GÓC (G.C.G)



**Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc**

**HD3** Vẽ đoạn thẳng  $BC = 3$  cm. Vẽ hai tia  $Bx$  và  $Cy$  sao cho  $\widehat{xBC} = 80^\circ$ ,  $\widehat{yCB} = 40^\circ$  như Hình 4.33.

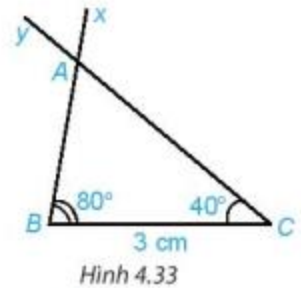
Lấy giao điểm  $A$  của hai tia  $Bx$  và  $Cy$ , ta được tam giác  $ABC$  (H.4.33).

Dùng thước thẳng có vạch chia đo độ dài hai cạnh  $AB$ ,  $AC$  của tam giác  $ABC$ .

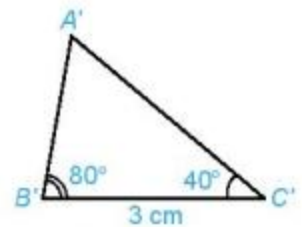
**HD4** Vẽ thêm tam giác  $A'B'C'$  sao cho  $B'C' = 3$  cm,  $\widehat{A'B'C'} = 80^\circ$ ,  $\widehat{A'C'B'} = 40^\circ$ . (H.4.34).

Dùng thước thẳng có vạch chia hoặc compa so sánh độ dài các cạnh của hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$ .

Hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  có bằng nhau không?



Hình 4.33



Hình 4.34



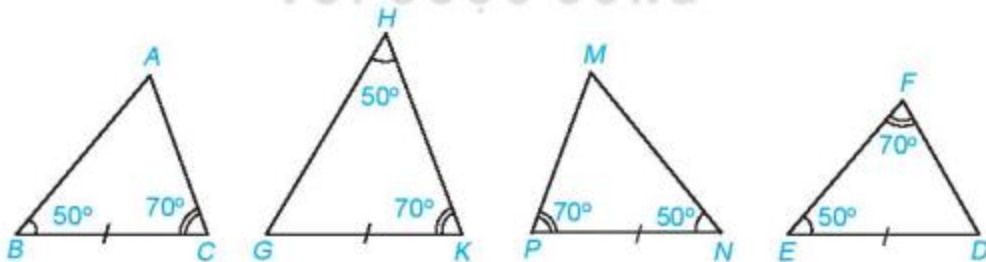
Trong tam giác  $ABC$  (H.4.33), hai góc  $\widehat{ABC}$ ,  $\widehat{ACB}$  (gọi đơn giản là góc  $B$  và góc  $C$ ) được gọi là các **góc kề cạnh**  $BC$  của tam giác  $ABC$ . Ta thừa nhận định lí sau:

**Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc (g.c.g)**

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Hai tam giác nào trong Hình 4.35 bằng nhau?



Hình 4.35

### Ví dụ 2

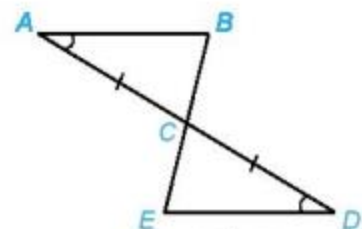
Xét hai tam giác  $ABC$  và  $DEC$  như Hình 4.36. Ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{EDC} \text{ (theo giả thiết);}$$

$$AC = DC \text{ (theo giả thiết);}$$

$$\widehat{BCA} = \widehat{ECD} \text{ (hai góc đối đỉnh).}$$

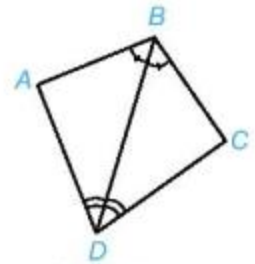
Vậy  $\triangle ABC = \triangle DEC$  (g.c.g).



Hình 4.36

## Luyện tập 2

Chứng minh hai tam giác  $ABD$  và  $CBD$  trong Hình 4.37 bằng nhau.



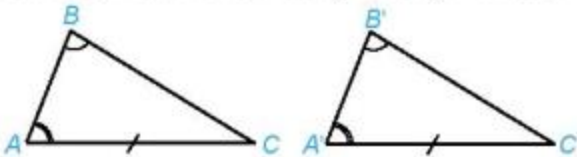
Hình 4.37

Chỉ cần kiểm tra xem góc còn lại của hai tam giác có bằng nhau không là được.



### Thử thách nhỏ

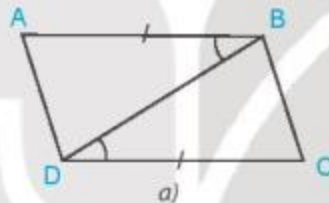
Bạn Lan nói rằng: "Nếu tam giác này có một cạnh cùng một góc kề và góc đối diện tương ứng bằng một cạnh cùng một góc kề và góc đối diện của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau" (H.4.38). Theo em bạn Lan nói có đúng không? Vì sao?



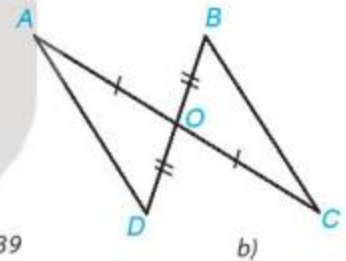
Hình 4.38

## BÀI TẬP

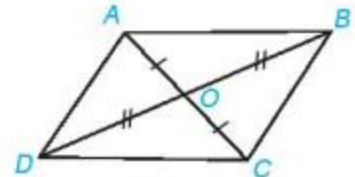
4.12. Trong mỗi hình bên (H.4.39), hãy chỉ ra một cặp tam giác bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.



Hình 4.39



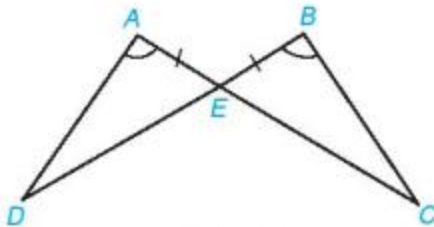
4.13. Cho hai đoạn thẳng  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại điểm  $O$  sao cho  $OA = OC$ ,  $OB = OD$  như Hình 4.40.



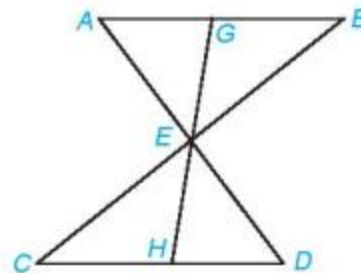
Hình 4.40

- Hãy tìm hai cặp tam giác có chung đỉnh  $O$  bằng nhau;
- Chứng minh rằng  $\triangle DAB = \triangle BCD$ .

4.14. Chứng minh rằng hai tam giác  $ADE$  và  $BCE$  trong Hình 4.41 bằng nhau.



Hình 4.41



Hình 4.42

4.15. Cho đoạn thẳng  $AB$  song song và bằng đoạn thẳng  $CD$  như Hình 4.42. Gọi  $E$  là giao điểm của hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ . Hai điểm  $G$  và  $H$  lần lượt nằm trên  $AB$  và  $CD$  sao cho  $G, E, H$  thẳng hàng. Chứng minh rằng:

- $\triangle ABE = \triangle DCE$ ;
- $EG = EH$ .

## LUYỆN TẬP CHUNG

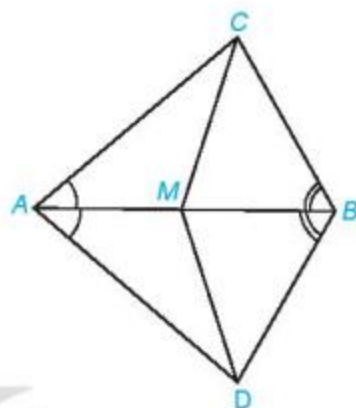
### Ví dụ

Cho điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  và hai điểm  $C, D$  như Hình 4.43 sao cho  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABC = \triangle ABD$ ;      b)  $\triangle AMC = \triangle AMD$ .

### Giải

GT	$M \in AB$ , $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ , $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ .
KL	a) $\triangle ABC = \triangle ABD$ ; b) $\triangle AMC = \triangle AMD$ .



Hình 4.43

- a) Hai tam giác  $ABC$  và  $ABD$  có:

$\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$  (theo giả thiết);

$AB$  là cạnh chung;

$\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$  (theo giả thiết).

Vậy  $\triangle ABC = \triangle ABD$  (g.c.g).

- b) Hai tam giác  $AMC$  và  $AMD$  có:

$AM$  là cạnh chung;

$\widehat{MAC} = \widehat{BAC} = \widehat{BAD} = \widehat{MAD}$  (theo giả thiết);

$AC = AD$  (vì  $\triangle ABC = \triangle ABD$ ).

Vậy  $\triangle AMC = \triangle AMD$  (c.g.c).

### BÀI TẬP

**4.16.** Cho hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  thỏa mãn  $AB = DE$ ,  $AC = DF$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 60^\circ$ ,  $BC = 6$  cm,  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $EF$  và số đo các góc  $ACB$ ,  $DEF$ ,  $EFD$ .

**4.17.** Cho hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  thỏa mãn  $AB = DE$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 70^\circ$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 60^\circ$ ,  $AC = 6$  cm.

Tính độ dài cạnh  $DF$ .

**4.18.** Cho Hình 4.44, biết  $EC = ED$  và  $\widehat{AEC} = \widehat{AED}$ .

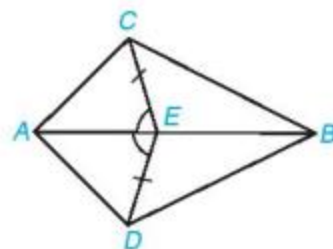
Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle AEC = \triangle AED$ ;      b)  $\triangle ABC = \triangle ABD$ .

**4.19.** Cho tia  $Oz$  là tia phân giác của góc  $xOy$ . Lấy các điểm  $A, B, C$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$  sao cho  $\widehat{CAO} = \widehat{CBO}$ .

- a) Chứng minh rằng  $\triangle OAC = \triangle OBC$ .

- b) Lấy điểm  $M$  trên tia đối của tia  $CO$ . Chứng minh rằng  $\triangle MAC = \triangle MBC$ .



Hình 4.44

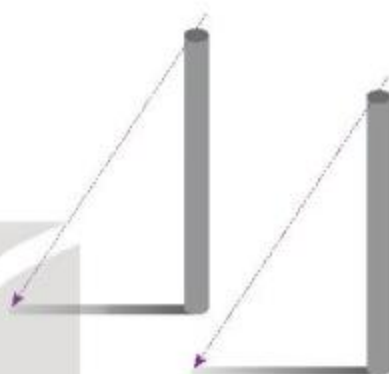
### Kiến thức, kĩ năng

Giải thích các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông.

Quan sát hai chiếc cột dựng thẳng đứng, cạnh nhau và cao bằng nhau. Vì Mặt Trời ở rất xa Trái Đất, nên vào buổi chiều các tia nắng Mặt Trời tạo với hai chiếc cột các góc xem như bằng nhau.

Tớ thấy bóng hai chiếc cột dài bằng nhau, vì sao vậy nhỉ?

Đấy là do hai chiếc cột cao bằng nhau đấy!



Lí do mà bạn Tròn đưa ra như vậy có đúng không? Qua bài học này, các em sẽ có câu trả lời cho câu hỏi trên.

### 1 BA TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

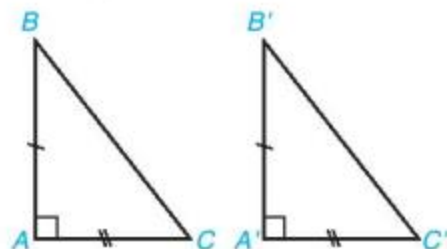


**Tìm hiểu ba trường hợp bằng nhau của tam giác vuông**

**HĐ1** Hai tam giác vuông  $ABC$  (vuông tại đỉnh  $A$ ) và  $A'B'C'$  (vuông tại đỉnh  $A'$ ) có các cặp cạnh góc vuông bằng nhau:

$$AB = A'B', AC = A'C' \text{ (H.4.45).}$$

Dựa vào trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh của hai tam giác, hãy giải thích vì sao hai tam giác vuông  $ABC$  và  $A'B'C'$  bằng nhau.



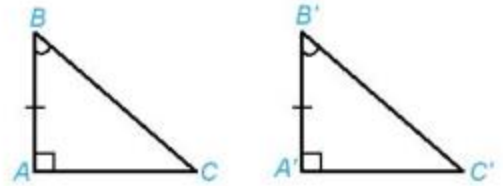
Hình 4.45

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

**HD2** Hai tam giác vuông  $ABC$  (vuông tại đỉnh  $A$ ) và  $A'B'C'$  (vuông tại đỉnh  $A'$ ) có tương ứng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề với cạnh ấy bằng nhau:

$$AB = A'B', \widehat{B} = \widehat{B'} \quad (\text{H.4.46}).$$

Dựa vào trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc của hai tam giác, hãy giải thích vì sao hai tam giác vuông  $ABC$  và  $A'B'C'$  bằng nhau.



Hình 4.46

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

### Luyện tập 1

Quay lại tình huống mở đầu, ta thấy mỗi chiếc cột với bóng của nó tạo thành hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Hai tam giác vuông này có hai cặp cạnh tương ứng bằng nhau và hai góc ở đỉnh chiếc cột của hai tam giác vuông này cũng bằng nhau. Vậy lí do mà bạn Tròn đưa ra có đúng không?

**HD3** Hình 4.47 mô phỏng chiều dài và độ dốc của hai con dốc bởi các đường thẳng  $BC, B'C'$  và các góc  $B, B'$ . Khi đó  $AC, A'C'$  mô tả độ cao của hai con dốc.



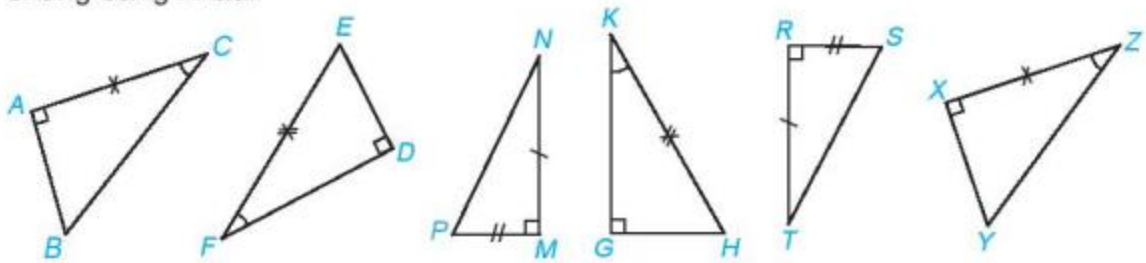
Hình 4.47

- Dựa vào trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc của hai tam giác, hãy giải thích vì sao hai tam giác vuông  $ABC$  và  $A'B'C'$  bằng nhau.
- So sánh độ cao của hai con dốc.

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

Chẳng hạn trong Hình 4.47,  $\Delta ABC$  vuông tại đỉnh  $A$  và  $\Delta A'B'C'$  vuông tại đỉnh  $A'$  có:  $BC = B'C'; \widehat{B} = \widehat{B'}$ . Khi đó  $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$  (cạnh huyền - góc nhọn).

 Trong Hình 4.48, hãy tìm các cặp tam giác vuông bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.

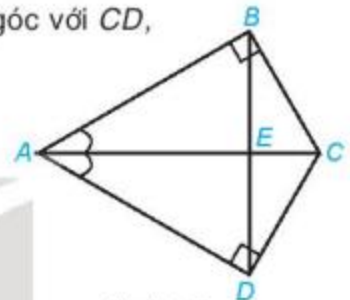


Hình 4.48

### Ví dụ 1

Cho Hình 4.49. Biết rằng  $AB$  vuông góc với  $BC$ ,  $AD$  vuông góc với  $CD$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $E$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle BAC = \triangle DAC$ ;      b)  $AC$  vuông góc với  $BD$  tại  $E$ .



Hình 4.49

GT  $\left| \begin{array}{l} AC \text{ cắt } BD \text{ tại } E. \\ AB \perp BC, AD \perp CD, \widehat{BAC} = \widehat{DAC}. \end{array} \right.$

KL  $\left| \begin{array}{l} \text{a) } \triangle BAC = \triangle DAC; \\ \text{b) } AC \perp BD \text{ tại } E. \end{array} \right.$

**Giải.** a) Hai tam giác vuông  $BAC$  (vuông tại  $B$ ) và  $DAC$  (vuông tại  $D$ ) có:  
 $AC$  là cạnh chung;  
 $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$  (theo giả thiết).

Vậy  $\triangle BAC = \triangle DAC$  (cạnh huyền - góc nhọn).

b) Hai tam giác  $BAE$  và  $DAE$  có:

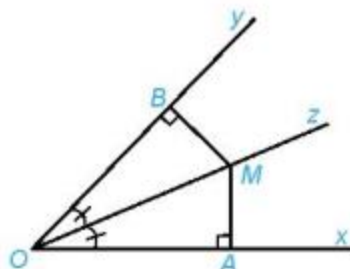
$AE$  là cạnh chung;  
 $\widehat{BAE} = \widehat{BAC} = \widehat{DAC} = \widehat{DAE}$  (theo giả thiết);  
 $AB = AD$  (vì  $\triangle BAC = \triangle DAC$ ).

Vậy  $\triangle BAE = \triangle DAE$  (c.g.c), suy ra  $\widehat{BEA} = \widehat{DEA}$  (hai góc tương ứng).

Mà  $\widehat{BEA} + \widehat{DEA} = 180^\circ$  nên  $\widehat{BEA} = \widehat{DEA} = 90^\circ$ . Vậy  $AC$  vuông góc với  $BD$  tại  $E$ .

### Luyện tập 2

Cho  $Oz$  là tia phân giác của góc  $xOy$ . Lấy điểm  $M$  trên tia  $Oz$  và hai điểm  $A, B$  lần lượt trên các tia  $Ox, Oy$  sao cho  $MA$  vuông góc với  $Ox$ ,  $MB$  vuông góc với  $Oy$  (H.4.50). Chứng minh rằng  $MA = MB$ .



Hình 4.50

Ta có thể xét hai tam giác vuông  $OMA$  và  $OMB$ .



## 2 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU ĐẶC BIỆT CỦA TAM GIÁC VUÔNG



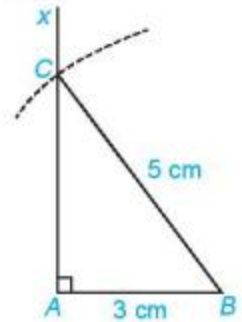
**Tìm hiểu trường hợp bằng nhau đặc biệt của tam giác vuông**

**HD4** Vẽ tam giác vuông  $ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 3$  cm,  $BC = 5$  cm theo các bước sau:

- Dùng thước thẳng có vạch chia vẽ đoạn thẳng  $AB = 3$  cm.
- Vẽ tia  $Ax$  vuông góc với  $AB$  và cung tròn tâm  $B$  bán kính 5 cm như Hình 4.51.

Cung tròn cắt tia  $Ax$  tại điểm  $C$ .

- Vẽ đoạn thẳng  $BC$  ta được tam giác  $ABC$ .



Hình 4.51

**HD5** Tương tự, vẽ thêm tam giác  $A'B'C'$  có  $\widehat{A'} = 90^\circ$ ,  $A'B' = 3$  cm,  $B'C' = 5$  cm.

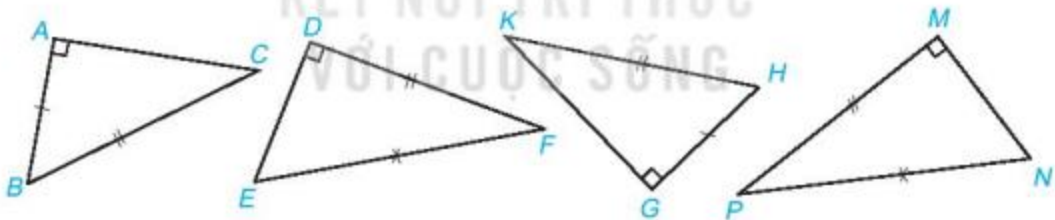
- Dùng thước thẳng có vạch chia hoặc compa kiểm tra xem  $AC$  có bằng  $A'C'$  không?
- Hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  có bằng nhau không?

Ta thừa nhận định lí sau:

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hãy chỉ ra các cặp tam giác vuông bằng nhau dưới đây.



Hình 4.52

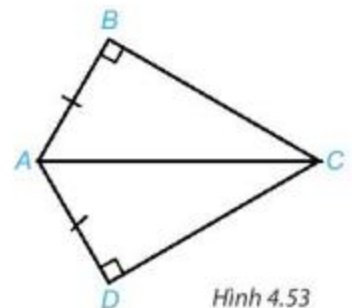
### Ví dụ 2

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại đỉnh  $B$  và tam giác  $ADC$  vuông tại đỉnh  $D$ . Biết rằng  $AB = AD$ , hãy chứng minh  $\triangle ABC = \triangle ADC$ .

**Giải** (H.4.53)

GT	$\triangle ABC$ , $\widehat{B} = 90^\circ$ , $\triangle ADC$ , $\widehat{D} = 90^\circ$ , $AB = AD$ .
----	--

KL	$\triangle ABC = \triangle ADC$ .
----	-----------------------------------



Hình 4.53

Hai tam giác vuông  $ABC$  (vuông tại  $B$ ) và  $ADC$  (vuông tại  $D$ ) có:

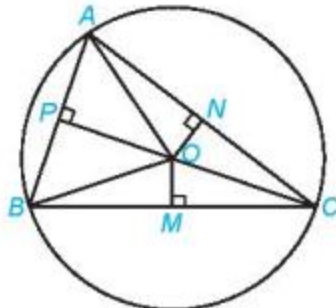
$AB = AD$  (theo giả thiết);

$AC$  là cạnh chung.

Vậy  $\triangle ABC = \triangle ADC$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

### Luyện tập 3

Cho ba điểm  $A, B, C$  nằm trên đường tròn tâm  $O$  và các điểm  $M, N, P$  như Hình 4.54. Hãy chỉ ra ba cặp tam giác vuông bằng nhau trong hình.

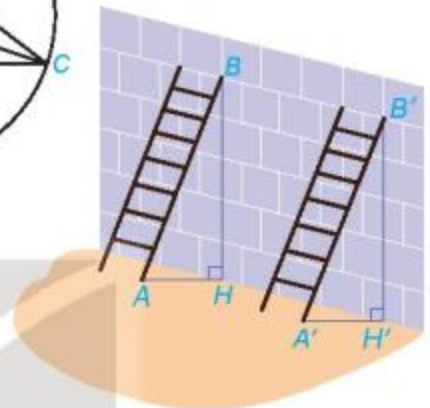


Hình 4.54



### Thử thách nhỏ

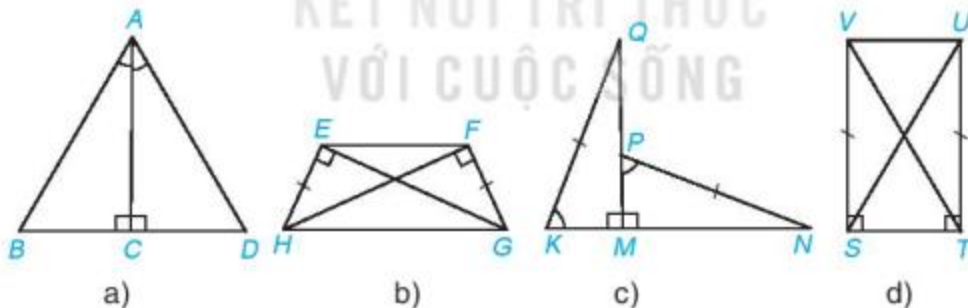
Có hai chiếc thang dài như nhau được dựa vào một bức tường với cùng độ cao  $BH = B'H'$  như Hình 4.55. Các góc  $BAH$  và  $B'A'H'$  có bằng nhau không? Vì sao?



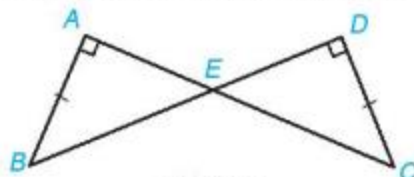
Hình 4.55

### BÀI TẬP

4.20. Mỗi hình sau có các cặp tam giác vuông nào bằng nhau? Vì sao?



4.21. Cho Hình 4.56, biết  $AB = CD$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ . Chứng minh rằng  $\triangle ABE = \triangle DCE$ .



Hình 4.56

4.22. Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

Chứng minh rằng  $\triangle ABM = \triangle DCM$ .



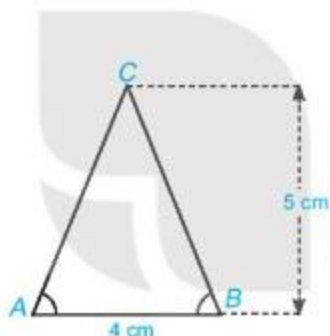
### Khái niệm, thuật ngữ

- Tam giác cân
- Đường trung trực

### Kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết tam giác cân, giải thích tính chất của tam giác cân.
- Nhận biết khái niệm đường trung trực của một đoạn thẳng và các tính chất cơ bản của đường trung trực.
- Vẽ đường trung trực của một đoạn thẳng bằng dụng cụ học tập.

Kiến trúc sư vẽ bản thiết kế ngôi nhà hình tam giác theo tỉ lệ 1 : 100. Biết rằng ngôi nhà cao 5 m, bề ngang mặt sàn rộng 4 m và hai mái nghiêng như nhau. Theo em, trên bản thiết kế làm thế nào để xác định được chính xác điểm  $C$  thể hiện đỉnh ngôi nhà?



Hình 4.57

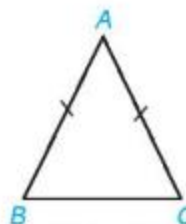


### 1 TAM GIÁC CÂN VÀ TÍNH CHẤT

Định nghĩa:

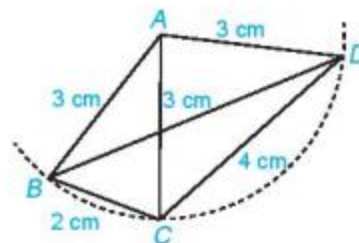
**Tam giác cân** là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Trong Hình 4.58, tam giác cân  $ABC$  ( $AB = AC$ ) được gọi là cân tại đỉnh  $A$ , hai cạnh  $AB$  và  $AC$  là hai cạnh bên,  $BC$  là cạnh đáy,  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  là hai góc ở đáy,  $\widehat{A}$  là góc ở đỉnh.



Hình 4.58

**?** Hãy nêu tên tất cả các tam giác cân trong Hình 4.59. Với mỗi tam cân đó, hãy nêu tên cạnh bên, cạnh đáy, góc ở đỉnh, góc ở đáy của chúng.



Hình 4.59



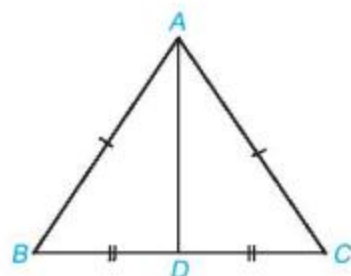
### Tính chất của tam giác cân

**HĐ1** Quan sát tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  như Hình 4.60.

Lấy  $D$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ .

a) Chứng minh rằng  $\triangle ABD = \triangle ACD$  theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh.

b) Hai góc  $B$  và  $C$  của tam giác  $ABC$  có bằng nhau không?



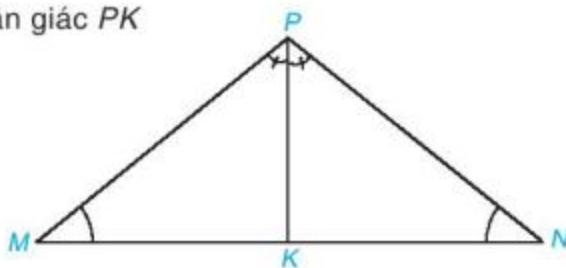
Hình 4.60

**HĐ2** Cho tam giác  $MNP$  có  $\widehat{M} = \widehat{N}$ . Vẽ tia phân giác  $PK$  của tam giác  $MNP$  ( $K \in MN$ ).

Chứng minh rằng:

a)  $\widehat{MKP} = \widehat{NKP}$ ;      b)  $\triangle MPK = \triangle NPK$ ;

c) Tam giác  $MNP$  có cân tại  $P$  không?



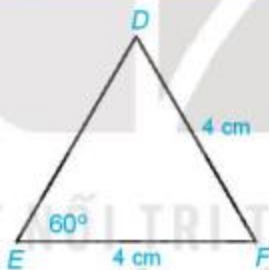
Hình 4.61

Qua HĐ1 và HĐ2 ta có tính chất sau:

Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau. Ngược lại một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

### Luyện tập 1

Tính số đo các góc và các cạnh chưa biết của tam giác  $DEF$  trong Hình 4.62.



Hình 4.62

Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

**Nhận xét.** Tam giác  $DEF$  có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau. Đó là một *tam giác đều*.



### Thử thách nhỏ

Một tam giác có gì đặc biệt nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- Tam giác có ba góc bằng nhau?
- Tam giác cân có một góc bằng  $60^\circ$ ?



## 2 ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG



### Đường trung trực của đoạn thẳng

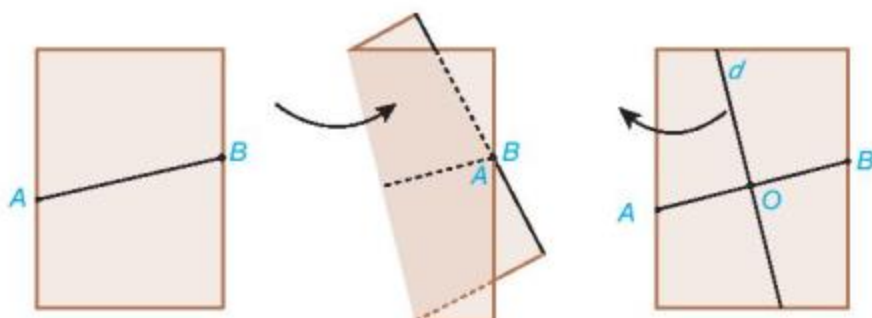
**HĐ3** Đánh dấu hai điểm  $A$  và  $B$  nằm trên hai mép tờ giấy A4, nối  $A$  và  $B$  để được đoạn thẳng  $AB$ .

Gấp mảnh giấy lại như Hình 4.63 sao cho vị trí các điểm  $A$  và  $B$  trùng nhau.

Mở mảnh giấy ra, kẻ một đường thẳng  $d$  theo nếp gấp.

a) Gọi  $O$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $AB$ .  $O$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  không?

b) Dùng thước đo góc, kiểm tra đường thẳng  $d$  có vuông góc với  $AB$  không?



Hình 4.63

Đường thẳng  $d$  trong HĐ3 được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

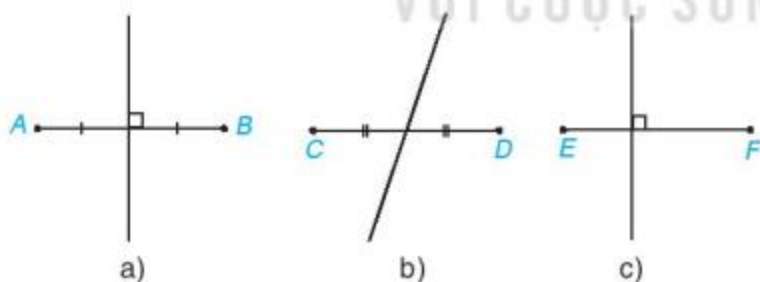
Ta có định nghĩa sau:

Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là **đường trung trực** của đoạn thẳng đó.

Đường trung trực của một đoạn thẳng cũng là trục đối xứng của đoạn thẳng đó.



Trong Hình 4.64, bạn Lan vẽ đường trung trực của các đoạn thẳng. Theo em, hình nào Lan vẽ đúng?



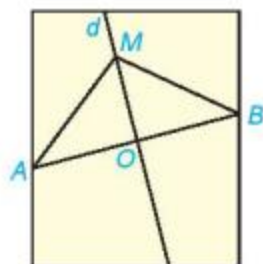
Hình 4.64



### Tính chất của đường trung trực

**HD4**

Trên mảnh giấy trong HĐ3, lấy điểm  $M$  bất kì trên đường thẳng  $d$ . Dùng thước thẳng có vạch chia kiểm tra xem  $AM$  có bằng  $BM$  không (H.4.65).



Hình 4.65

Từ HD4, ta có tính chất sau về đường trung trực của một đoạn thẳng:

Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

**Ví dụ** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $M$  không thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $MA = MB$ . Chứng minh rằng  $M$  thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

**Giải** (H.4.66)

GT  $M \notin AB, MA = MB.$

KL  $M$  thuộc trung trực của đoạn thẳng  $AB.$

Gọi  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

Hai tam giác  $OMA$  và  $OMB$  có:

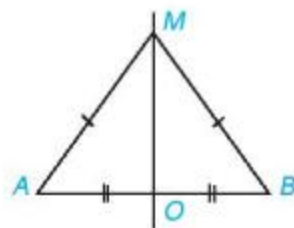
$OA = OB$  (do  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ );

$MA = MB$  (theo giả thiết);

$OM$  là cạnh chung.

Vậy  $\triangle OMA = \triangle OMB$  (c.c.c). Suy ra  $\widehat{AOM} = \widehat{BOM}$  (hai góc tương ứng).

Mặt khác, vì  $\widehat{AOM} + \widehat{BOM} = 180^\circ$  nên  $\widehat{AOM} = \widehat{BOM} = 90^\circ$ . Vậy  $MO$  vuông góc với  $AB$ , hay  $MO$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .



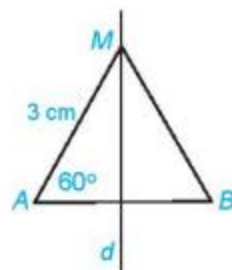
Hình 4.66

**Nhận xét.** Trong Ví dụ 1, nếu  $M \in AB$  thì  $M$  là trung điểm của  $AB$  và do đó  $M$  cũng thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ . Ta thấy đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  là tập hợp tất cả các điểm cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

### Luyện tập 2

Cho  $M$  là một điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ . Biết  $AM = 3$  cm và  $\widehat{MAB} = 60^\circ$  (H.4.67).

Tính  $BM$  và số đo góc  $MBA$ .

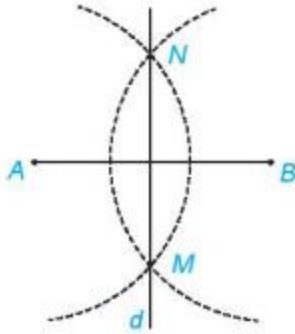


Hình 4.67

### Thực hành

Sử dụng thước thẳng và compa để vẽ đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  như sau:

- Vẽ đoạn thẳng  $AB$ ;
- Lấy  $A$  làm tâm, vẽ cung tròn (bán kính lớn hơn  $\frac{AB}{2}$ ), sau đó lấy  $B$  làm tâm, vẽ cung tròn có cùng bán kính, sao cho hai cung tròn này cắt nhau tại hai điểm  $M$  và  $N$ ;
- Dùng thước thẳng vẽ đường thẳng  $MN$ . Khi đó  $MN$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  (H.4.68).



Hình 4.68

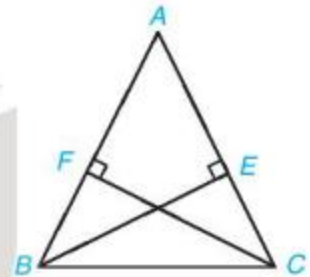
Cách trên cũng dùng để vẽ trung điểm của một đoạn thẳng. Giao điểm của  $MN$  và  $AB$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .



## BÀI TẬP

**4.23.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  và các điểm  $E, F$  lần lượt nằm trên các cạnh  $AC, AB$  sao cho  $BE$  vuông góc với  $AC, CF$  vuông góc với  $AB$  (H.4.69). Chứng minh rằng  $BE = CF$ .

**4.24.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  và  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ . Chứng minh  $AM$  vuông góc với  $BC$  và  $AM$  là tia phân giác của góc  $BAC$ .



Hình 4.69

**4.25.** Cho tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ .

- Giả sử  $AM$  vuông góc với  $BC$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .
- Giả sử  $AM$  là tia phân giác của góc  $BAC$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .

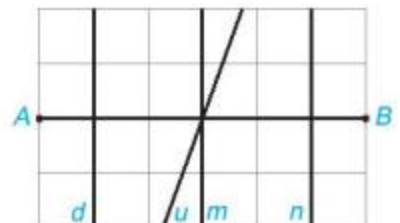
**4.26.** Tam giác vuông có hai cạnh bằng nhau được gọi là tam giác vuông cân.

Hãy giải thích các khẳng định sau:

- Tam giác vuông cân thì cân tại đỉnh góc vuông;
- Tam giác vuông cân có hai góc nhọn bằng  $45^\circ$ ;
- Tam giác vuông có một góc nhọn bằng  $45^\circ$  là tam giác vuông cân.

**4.27.** Trong Hình 4.70, đường thẳng nào là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ ?

**4.28.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có đường cao  $AD$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $AD$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $BC$ .



Hình 4.70

## LUYỆN TẬP CHUNG

### Ví dụ 1

Cho Hình 4.71, biết  $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ .

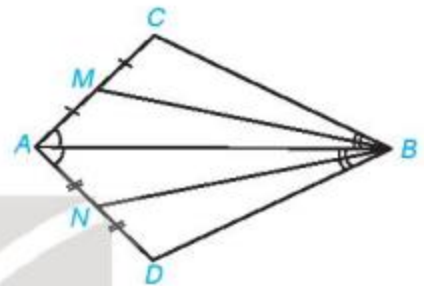
Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AC, AD$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABC = \triangle ABD$ ;                      b)  $\triangle BCM = \triangle BDN$ .

**Giải**

GT  $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ ,  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ ,  
 $M \in AC, MA = MC$ ;  $N \in AD, NA = ND$ .

KL  $\triangle ABC = \triangle ABD$ ,  $\triangle BCM = \triangle BDN$ .



Hình 4.71

- a) Hai tam giác  $ABC$  và  $ABD$  có:

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} \text{ (theo giả thiết),}$$

$AB$  là cạnh chung,

$$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} \text{ (theo giả thiết).}$$

Vậy  $\triangle ABC = \triangle ABD$  (g.c.g).

- b) Vì  $\triangle ABC = \triangle ABD$  (theo chứng minh trên) nên  $BC = BD$ ,  $AC = AD$  và  $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$ .

Do  $M, N$  lần lượt thuộc  $CA, DA$  nên  $\widehat{BCM} = \widehat{BCA}$ ,  $\widehat{BDN} = \widehat{BDA}$ .

Vì vậy  $\widehat{BCM} = \widehat{BCA} = \widehat{BDA} = \widehat{BDN}$ .

Mặt khác, vì  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $AD$  nên  $CM = \frac{AC}{2} = \frac{AD}{2} = DN$ .

Vậy hai tam giác  $BCM$  và  $BDN$  có:

$$BC = BD, \widehat{BCM} = \widehat{BDN}, CM = DN \text{ (theo chứng minh trên).}$$

Do đó  $\triangle BCM = \triangle BDN$  (c.g.c).

### Ví dụ 2

Cho  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  và  $O$  là giao điểm của  $d$  với  $AB$ . Cho  $M$  và  $N$  là hai điểm phân biệt nằm trên  $d$  sao cho  $OM = ON$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle MAO = \triangle MBO$ ;

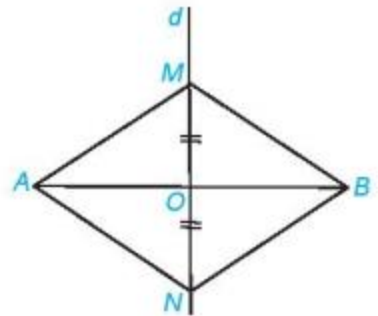
b)  $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ ;

- c) Tam giác  $AMN$  cân tại  $A$ .

**Giải (H.4.72)**

GT  $d$  là đường trung trực của  $AB$ ,  
 $d$  cắt  $AB$  tại  $O$ ,  
 $M, N \in d$ :  $M$  khác  $N$ ,  $OM = ON$ .

KL a)  $\triangle MAO = \triangle MBO$ ;  
 b)  $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ ;  
 c)  $\triangle AMN$  cân tại  $A$ .



Hình 4.72

Vì  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  nên  $d$  vuông góc với  $AB$  tại  $O$ .

a) Xét hai tam giác vuông  $MAO$  và  $MBO$ . Ta có:

$OM$  là cạnh chung;  $AM = BM$  (vì  $M$  thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ ).

Do đó  $\triangle MAO = \triangle MBO$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

b) Xét hai tam giác  $MAN$  và  $MBN$ . Ta có:

$MA = MB$  (vì  $M$  thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ );

$NA = NB$  (vì  $N$  thuộc đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ );

$MN$  là cạnh chung.

Vậy  $\triangle MAN = \triangle MBN$  (c.c.c).

Do đó  $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$  (hai góc tương ứng).

c) Xét hai tam giác vuông  $AOM$  và  $AON$ . Ta có:

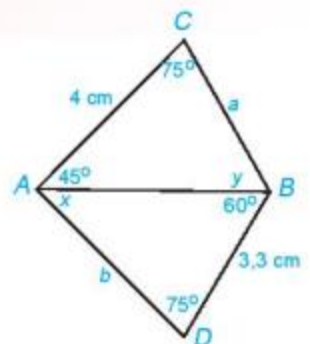
$OM = ON$  (theo giả thiết);  $OA$  là cạnh chung.

Do đó  $\triangle AOM = \triangle AON$  (hai cạnh góc vuông).

Vậy  $AM = AN$  (hai cạnh tương ứng). Từ đó suy ra tam giác  $AMN$  cân tại  $A$ .

**BÀI TẬP**

**4.29.** Cho Hình 4.73. Hãy tính các độ dài  $a, b$  và số đo  $x, y$  của các góc trên hình vẽ.



Hình 4.73

**4.30.** Cho góc  $xOy$ . Trên tia  $Ox$  lấy hai điểm  $A, M$ ; trên tia  $Oy$  lấy hai điểm  $B, N$  sao cho  $OA = OB$ ,  $OM = ON$ ,  $OA > OM$ .

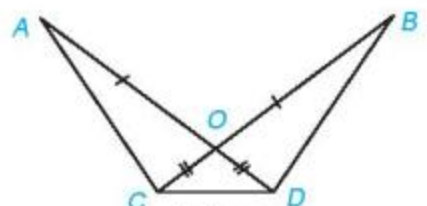
Chứng minh rằng:

a)  $\triangle OAN = \triangle OBM$ ;      b)  $\triangle AMN = \triangle BNM$ .

**4.31.** Cho Hình 4.74, biết  $OA = OB$ ,  $OC = OD$ . Chứng minh rằng:

a)  $AC = BD$ ;      b)  $\triangle ACD = \triangle BDC$ .

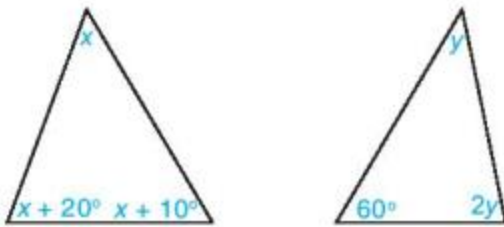
**4.32.** Cho tam giác  $MBC$  vuông tại  $M$  có  $\widehat{B} = 60^\circ$ . Gọi  $A$  là điểm nằm trên tia đối của tia  $MB$  sao cho  $MA = MB$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  là tam giác đều.



Hình 4.74

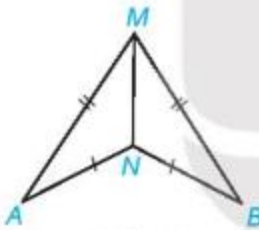
## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

4.33. Tính các số đo  $x, y$  trong các tam giác dưới đây (H.4.75).



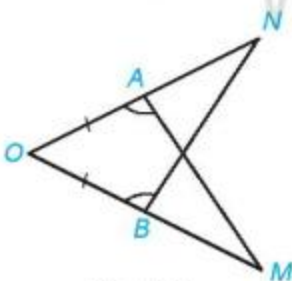
Hình 4.75

4.34. Trong Hình 4.76, có  $AM = BM$ ,  $AN = BN$ . Chứng minh rằng  $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ .



Hình 4.76

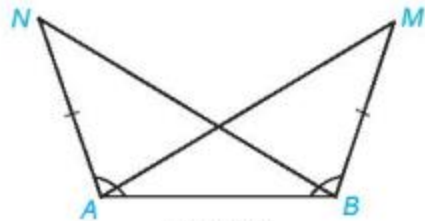
4.35. Trong Hình 4.77, có  $AO = BO$ ,  $\widehat{OAM} = \widehat{OBN}$ . Chứng minh rằng  $AM = BN$ .



Hình 4.77

4.36. Trong Hình 4.78, ta có  $AN = BM$ ,  $\widehat{BAN} = \widehat{ABM}$ .

Chứng minh rằng  $\widehat{BAM} = \widehat{ABN}$ .



Hình 4.78

4.37. Cho  $M, N$  là hai điểm phân biệt nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AM = AN$ . Theo em, tứ giác  $AMBN$  là hình gì?

4.38. Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $\widehat{A} = 120^\circ$ . Trên cạnh  $BC$  lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $MA, NA$  lần lượt vuông góc với  $AB, AC$ . Chứng minh rằng:

a)  $\triangle BAM = \triangle CAN$ ;

b) Các tam giác  $ANB, AMC$  lần lượt cân tại  $N, M$ .

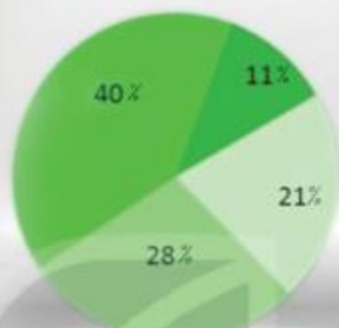
4.39. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{B} = 60^\circ$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\widehat{CAM} = 30^\circ$ . Chứng minh rằng:

a) Tam giác  $CAM$  cân tại  $M$ ;

b) Tam giác  $BAM$  là tam giác đều;

c)  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ .





“Không có dữ liệu, chúng ta như người mù và điếc đứng giữa xa lộ”.

*Geoffrey Moore*

## Bài 17

## THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

### Khái niệm, thuật ngữ

- Thu thập dữ liệu
- Tính đại diện của dữ liệu

### Kiến thức, kĩ năng

- Thu thập dữ liệu bằng phỏng vấn, bảng hỏi.
- Phân loại dữ liệu.
- Nhận biết tính đại diện của dữ liệu.

Để nâng cao chất lượng các chương trình truyền hình dành cho thanh thiếu niên, đài truyền hình cần biết đánh giá cũng như sở thích của người xem về các chương trình của đài.

Em có thể giúp đài truyền hình thu thập những thông tin này không?



## 1 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU



**HD1** Em hãy giúp đài truyền hình thu thập dữ liệu bằng cách phỏng vấn các bạn trong tổ, sử dụng ba câu hỏi sau:

- (1) Trung bình mỗi ngày bạn dành bao nhiêu giờ để xem ti vi?
- (2) Các chương trình ti vi bạn xem là gì?
- (3) Bạn có cho rằng các chương trình ti vi hiện nay rất hấp dẫn không? Chọn một trong các ý kiến sau:

Rất đồng ý, Đồng ý, Không đồng ý, Rất không đồng ý.

**HD2** Lập bảng thống kê cho ba dãy dữ liệu thu được.

**HD3** Trong ba dãy dữ liệu thu được, dãy nào là dãy số liệu? Dãy nào không là dãy số liệu? Dãy nào có thể sắp xếp được theo thứ tự tăng, giảm?

Dữ liệu được phân loại theo sơ đồ sau:



Dữ liệu là số còn gọi là *dữ liệu định lượng*.  
Dữ liệu không là số còn gọi là *dữ liệu định tính*.



**Chú ý.** Dữ liệu không là số có thể phân thành hai loại, loại không thể sắp thứ tự (chẳng hạn dữ liệu về tên các tỉnh: Nam Định, Thái Bình,...) và loại có thể sắp thứ tự (chẳng hạn dữ liệu về đánh giá chất lượng dịch vụ khách sạn với các mức Rất tốt, Tốt, Trung bình, Kém).



Em hãy lấy một ví dụ về dữ liệu không là số, có thể sắp xếp theo thứ tự.

### Ví dụ 1

Bình đã phỏng vấn các bạn trong lớp và thu được các dãy dữ liệu sau.

(1) Cân nặng (đơn vị kilôgam) của năm bạn trong lớp:

43; 41; 48; 45; 52.

(2) Tên một số tỉnh thuộc đồng bằng sông Hồng:

Nam Định, Thái Bình, Hưng Yên, Bắc Ninh.

(3) Đánh giá của bốn bạn học sinh về chất lượng bài giảng môn Toán:

Tốt, Xuất sắc, Khá Tốt, Trung bình.

Em hãy xác định mỗi dãy dữ liệu đó thuộc loại nào.

### Giải

- Dãy dữ liệu (1) là dãy số liệu.
- Dãy dữ liệu (2) không phải là dãy số liệu, không thể sắp thứ tự.



- Dãy dữ liệu (3) không phải là dãy số liệu, có thể sắp xếp theo thứ tự từ mức cao nhất đến mức thấp nhất (*Xuất sắc, Tốt, Khá Tốt, Trung bình*) nên đây là dãy dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.

**Luyện tập 1** a) Em hãy đưa ra một số câu hỏi phỏng vấn để:

- (1) Khảo sát ý kiến của các bạn trong lớp về vật nuôi yêu thích;
  - (2) Khảo sát thời gian (giờ) mà các bạn trong lớp dành cho hoạt động thể thao trong ngày.
- b) Với mỗi dãy dữ liệu thu được, em hãy cho biết dữ liệu đó thuộc loại nào.

### Tranh luận

Một số tuyến xe buýt ở Hà Nội mà bạn An đã đi là: 01; 02; 12; 15.

Đây là dãy số liệu.



Đây không phải là dãy số liệu.



Tuyến số 01 là tuyến đi từ Gia Lâm đến Yên Nghĩa đấy!



Em ủng hộ Vuông hay Tròn?

## 2 TÍNH ĐẠI DIỆN CỦA DỮ LIỆU



**HD4** Vuông và Tròn muốn tìm hiểu về mức độ thường xuyên lên thư viện trường của các bạn học sinh trong trường nên đã lập phiếu như Hình 5.1 để tiến hành khảo sát.

Em hãy thảo luận nhóm và cho biết dữ liệu thu được trong mỗi cách làm của Vuông và Tròn có đại diện cho toàn bộ học sinh trong trường không?

Minh chỉ cần phát phiếu khảo sát cho các bạn lên thư viện trường trong một tuần.



Không, tớ nghĩ mỗi lớp cần chọn ngẫu nhiên 10 bạn để phát phiếu khảo sát.



Bạn có thường xuyên lên thư viện của trường không?

(Cách ✓ vào phương án bạn lựa chọn)

Rất thường xuyên

Thường xuyên

Chính thường

Không bao giờ

Hình 5.1

## Nhận xét

Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

Chẳng hạn, khi đối tượng quan tâm là toàn thể học sinh thì không thể chỉ lấy ý kiến các bạn nam hoặc chỉ lấy ý kiến của các bạn trong câu lạc bộ Toán học,... mà phải lấy ý kiến của các học sinh được chọn một cách ngẫu nhiên.

**Ví dụ 2** Một hãng hàng không muốn khảo sát ý kiến của khách hàng trên một chuyến bay để đánh giá mức độ hài lòng về chất lượng phục vụ trên chuyến bay đó.

- Em hãy cho biết đối tượng mà hãng hàng không này cần lấy ý kiến.
- Trong hai cách khảo sát sau, cách nào hợp lí hơn?

*Cách 1.* Lấy ý kiến của 20 hành khách ở khoang hạng thương gia.

*Cách 2.* Đánh số ngẫu nhiên 100 hành khách trên chuyến bay và xin ý kiến của những hành khách số 5; 10; 15; 20; ...; 100.



Hình 5.2. Sơ đồ máy bay

## Giải

- Hãng hàng không cần lấy ý kiến của tất cả các hành khách đi trên chuyến bay.
- Theo cách 1, hành khách hạng phổ thông không được tham gia khảo sát nên dữ liệu thu thập chưa đảm bảo được tính đại diện. Khảo sát theo cách 2 hợp lí hơn.

**Luyện tập 2** Em hãy cho biết cách khảo sát sau có đảm bảo được tính đại diện không.

Để đánh giá mức độ phù hợp của đề thi thử môn Toán, nhà trường đã cho các bạn trong câu lạc bộ Toán học làm bài và xem xét kết quả.

**Ví dụ 3** Một công ty dược phẩm đã khảo sát hiệu quả sử dụng của một loại thuốc trị cảm cúm bằng cách cho 100 người bệnh ở độ tuổi từ 20 đến 30 sử dụng loại thuốc này. Kết quả cho thấy có 95 người đã khỏi bệnh sau ba ngày sử dụng thuốc.

Công ty đưa ra thông tin quảng cáo về sản phẩm như Hình 5.3.



Hình 5.3

Tỉ lệ người dùng khỏi bệnh sau ba ngày sử dụng thuốc đạt 95%.

Theo em, dựa vào khảo sát trên mà đưa ra kết luận như trong quảng cáo thì có hợp lí không? Vì sao?

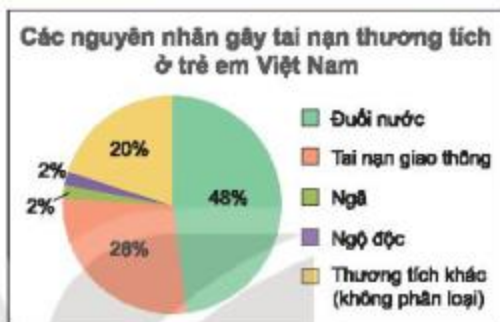
**Giải.** Kết luận như trong quảng cáo là không hợp lí, vì đối tượng của khảo sát chỉ là những người trong độ tuổi từ 20 đến 30, không đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ người dùng (ở các độ tuổi khác nhau).



Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kỹ năng
Biểu đồ hình quạt tròn	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Đọc và mô tả dữ liệu từ biểu đồ hình quạt tròn.</li> <li>• Biểu diễn dữ liệu vào biểu đồ hình quạt tròn (cho sẵn).</li> <li>• Nhận ra vấn đề hoặc quy luật đơn giản từ việc phân tích biểu đồ hình quạt tròn.</li> </ul>

Để thấy được tỉ lệ gây ra tai nạn thương tích theo các nguyên nhân khác nhau ở Việt Nam, báo cáo tổng hợp về phòng chống tai nạn thương tích ở trẻ em đã sử dụng biểu đồ hình quạt tròn như Hình 5.4.

Chúng ta cùng tìm hiểu về loại biểu đồ này!



Hình 5.4. (Theo Báo cáo tổng hợp về phòng chống tai nạn thương tích ở trẻ em, Unicef và Bộ Lao động – Thương binh và Xã hội, 2014)

### 1 ĐỌC VÀ MÔ TẢ BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN



- **Biểu đồ hình quạt tròn** dùng để so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu.
- Trong biểu đồ hình quạt tròn, phần chính là hình tròn biểu diễn dữ liệu được chia thành nhiều hình quạt (được tô màu khác nhau). Mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ của một phần so với toàn bộ dữ liệu. Cả hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu, tức là ứng với 100%.

Chẳng hạn, các thành phần của biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 5.4 được thể hiện như trong Hình 5.5. Phần hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu được chia thành 5 hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ tai nạn thương tích do một nguyên nhân gây ra.



Hình 5.5. Các thành phần của biểu đồ hình quạt tròn

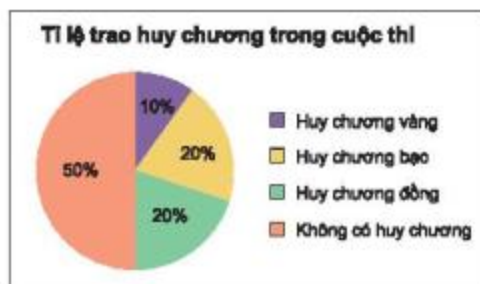


Từ biểu đồ Hình 5.4, em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ các nguyên nhân gây tai nạn thương tích ở trẻ em Việt Nam.



**HD1** Biểu đồ Hình 5.6 cho biết tỉ lệ thí sinh được trao huy chương các loại trong một cuộc thi. Em hãy cho biết:

- Hai loại huy chương nào có cùng tỉ lệ thí sinh được trao?
- Số thí sinh không có huy chương chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm? Em có nhận xét gì về phần hình quạt biểu diễn tỉ lệ này?



Hình 5.6

### Nhận xét

- Hai hình quạt giống nhau biểu diễn cùng một tỉ lệ.
- Phần hình quạt ứng với một nửa hình tròn biểu diễn tỉ lệ 50%.

**Luyện tập 1** Biểu đồ Hình 5.7 cho biết tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày của một cửa hàng kem.



Hình 5.7

Phần hình quạt ứng với  $\frac{1}{4}$  hình tròn biểu diễn tỉ lệ 25%.



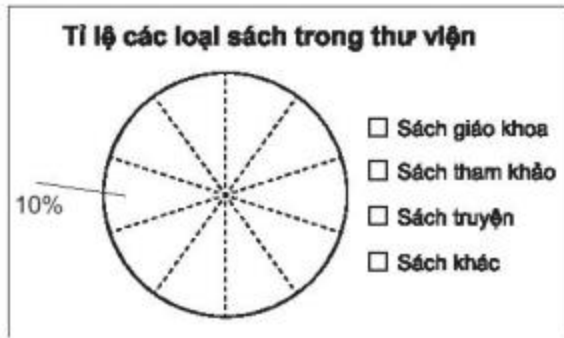
- Em hãy chỉ ra các thành phần của biểu đồ trên.
- Trong biểu đồ trên, hình tròn được chia thành mấy hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?
- Em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày của cửa hàng.

## 2 BIỂU DIỄN DỮ LIỆU VÀO BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

**Ví dụ 1** Bảng số liệu sau cho biết tỉ lệ các loại sách ở một thư viện trường học:

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Sách truyện	Sách khác
Tỉ lệ	40%	20%	30%	10%

Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.8 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



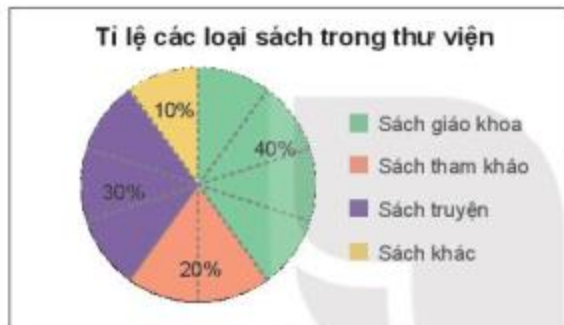
Hình 5.8

Hình tròn biểu diễn dữ liệu đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 10%.



### Giải

Biểu đồ đã hoàn thiện có dạng sau (H.5.9).



Hình 5.9

Sách giáo khoa chiếm 40% nên tô tô màu bốn hình quạt chia sẵn để biểu diễn số liệu này.



**Luyện tập 2** Bảng sau cho biết tỉ lệ các bạn trong trường dự đoán đội vô địch giải bóng đá học sinh khối 7.

Đội tuyển lớp	7A	7B	7C	7D
Tỉ lệ dự đoán	15%	30%	20%	35%

Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.10 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



Hình 5.10

Hình tròn biểu diễn dữ liệu đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 5%.





**Ví dụ 2** Sau một năm thực hiện đề án phổ cập bơi, người ta tiến hành thu thập dữ liệu về kĩ năng bơi của học sinh tiểu học ở một huyện, được kết quả như sau:

Tình trạng	Bơi thành thạo	Biết bơi nhưng chưa thành thạo	Chưa biết bơi
Số học sinh	250	175	75

- a) Tính tỉ lệ số học sinh mỗi loại trên tổng số học sinh tham gia khảo sát.  
 b) Hãy hoàn thiện biểu đồ hình quạt tròn sau vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



Hình 5.11

**Giải**

a) Tổng số học sinh tham gia khảo sát là:  $250 + 175 + 75 = 500$  (học sinh).

Tỉ lệ số học sinh bơi thành thạo, biết bơi nhưng chưa thành thạo và chưa biết bơi trên tổng số học sinh tương ứng là:  $\frac{250}{500} = 50\%$ ;  $\frac{175}{500} = 35\%$ ;  $\frac{75}{500} = 15\%$ .

b) Biểu đồ đã hoàn thiện có dạng sau:



Hình 5.12

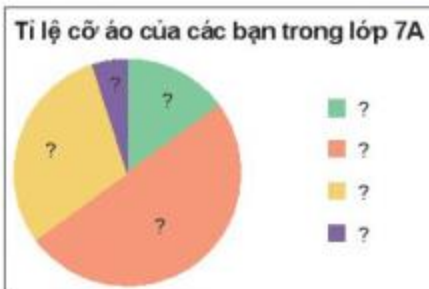
Hình quạt nào lớn hơn biểu diễn số liệu lớn hơn.



**Luyện tập 3** Bảng số liệu sau cho biết tỉ lệ áo đồng phục theo kích cỡ của các bạn học sinh lớp 7A.

Cỡ áo	S	M	L	XL
Tỉ lệ	15%	50%	30%	5%

Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.13 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



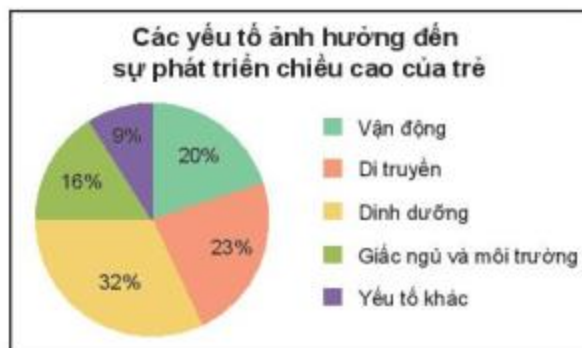
Hình 5.13

### 3 PHÂN TÍCH DỮ LIỆU TRONG BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

**Ví dụ 3** Cho biểu đồ Hình 5.14.

a) Em hãy lập bảng thống kê về mức độ ảnh hưởng (đơn vị %) của các yếu tố đến chiều cao của trẻ.

b) Ngoài yếu tố di truyền, ba yếu tố ảnh hưởng nhiều nhất đến chiều cao là gì? Ba yếu tố đó chiếm tổng cộng bao nhiêu phần trăm?



Hình 5.14. (Theo [suckhoedoisoing.vn](http://suckhoedoisoing.vn))

**Giải**

a) Bảng thống kê:

Yếu tố	Vận động	Di truyền	Dinh dưỡng	Giấc ngủ và môi trường	Yếu tố khác
Mức độ ảnh hưởng (%)	20	23	32	16	9

b) Ngoài yếu tố di truyền, ba yếu tố ảnh hưởng nhiều nhất đến chiều cao là:

Dinh dưỡng: 32%; vận động: 20%; giấc ngủ và môi trường: 16%.

Tổng mức độ ảnh hưởng của ba yếu tố này là:  $32\% + 20\% + 16\% = 68\%$ .

**Luyện tập 4** Cho biểu đồ Hình 5.15.

a) Hãy liệt kê ba nguồn điện chủ yếu của Việt Nam năm 2019.

b) Biết sản lượng điện của Việt Nam năm 2019 là  $240,1 \cdot 10^9$  kWh. Em hãy cho biết trong năm này Việt Nam đã nhập khẩu bao nhiêu kWh điện.

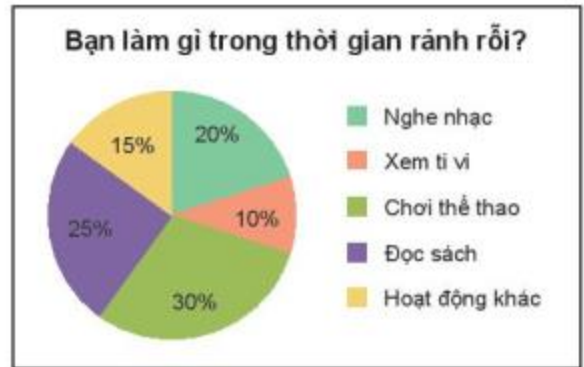


Hình 5.15. (Theo Chương trình Hỗ trợ Năng lượng GIZ)

#### Ví dụ 4 Ứng dụng để dự đoán

Biểu đồ Hình 5.16 cho biết các hoạt động của học sinh khối 7 tại một trường trung học trong thời gian rảnh rỗi.

Hãy dự đoán trong 200 học sinh khối 7 của trường đó có khoảng bao nhiêu bạn thích chơi thể thao trong thời gian rảnh rỗi.



Hình 5.16

#### Giải

Số học sinh khối 7 của trường thích chơi thể thao trong thời gian rảnh rỗi là khoảng:

$$200 \cdot 30\% = 200 \cdot \frac{30}{100} = 60 \text{ (học sinh).}$$

#### Luyện tập 5

Dựa vào biểu đồ Hình 5.16, em hãy cho biết trong 200 học sinh khối 7 của trường đó có khoảng bao nhiêu bạn thích đọc sách hoặc nghe nhạc trong thời gian rảnh rỗi.

#### Tranh luận

Cho biểu đồ Hình 5.17.

Như vậy, nếu một trường trung học có 1 000 học sinh thì chắc chắn có 328 học sinh bị cận thị.



Tớ nghĩ đây chỉ là con số ước lượng thôi.



Hình 5.17. (Theo Tạp chí Y học dự phòng, số 4 năm 2020)

Em đồng ý với ý kiến nào trong hai ý kiến trên?

## BÀI TẬP

### 5.6. Cho biểu đồ Hình 5.18.

- Cho biết các thành phần của biểu đồ này.
- Hình tròn trong biểu đồ được chia thành mấy hình quạt? Mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?
- Châu lục nào có số dân đông nhất? Ít nhất?
- Biết rằng năm 2020 tổng số dân của 5 châu lục là 7 773 triệu người. Tính số dân của mỗi châu lục.



Hình 5.18. (Theo Báo cáo dân số năm 2020 của Liên Hợp Quốc)

### 5.7. An khảo sát về thú nuôi được yêu thích của các bạn trong lớp và thu được kết quả như bảng sau:

Vật nuôi	Chó	Mèo	Chim	Cá
Số bạn yêu thích	10	20	7	3

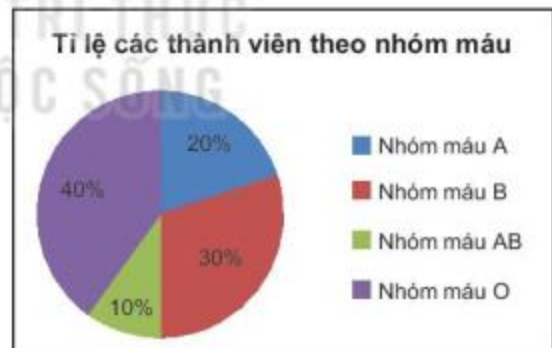
Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.19 vào vở để biểu diễn bảng thống kê trên.



Hình 5.19

### 5.8. Biểu đồ Hình 5.20 cho biết tỉ lệ thành viên theo nhóm máu của một đội hiến máu gồm 200 tình nguyện viên. Hỏi:

- Có bao nhiêu người mang nhóm máu A, bao nhiêu người mang nhóm máu B?
- Có bao nhiêu người mang nhóm máu A hoặc O?



Hình 5.20

### 5.9. Từ kết quả thu thập dữ liệu về kĩ năng bơi của học sinh tiểu học (H.5.12), em hãy ước lượng xem trong 800 học sinh tiểu học của một xã trong huyện đó, có bao nhiêu học sinh bơi thành thạo, bao nhiêu học sinh chưa biết bơi.

### Khái niệm, thuật ngữ

Biểu đồ đoạn thẳng

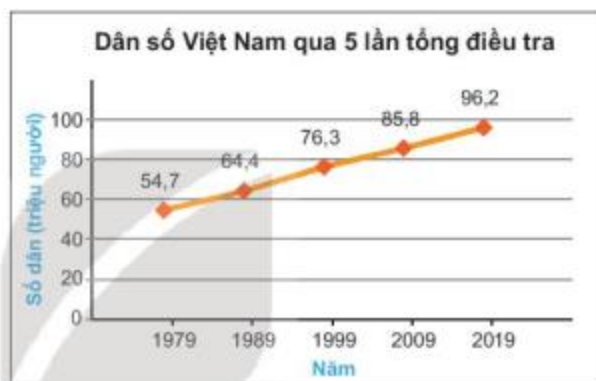
### Kiến thức, kỹ năng

- Đọc và mô tả dữ liệu từ biểu đồ đoạn thẳng.
- Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.
- Nhận ra vấn đề hoặc quy luật đơn giản từ việc phân tích biểu đồ đoạn thẳng.

Sự thay đổi dân số Việt Nam theo thời gian từ năm 1979 đến 2019, được biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng như Hình 5.21.

Qua biểu đồ đoạn thẳng, ta có thể thu nhận được những thông tin gì? Cách vẽ biểu đồ đó như thế nào?

Chúng ta cùng tìm hiểu loại biểu đồ này!



Hình 5.21. (Theo Tổng cục Thống kê)

## 1 GIỚI THIỆU BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG



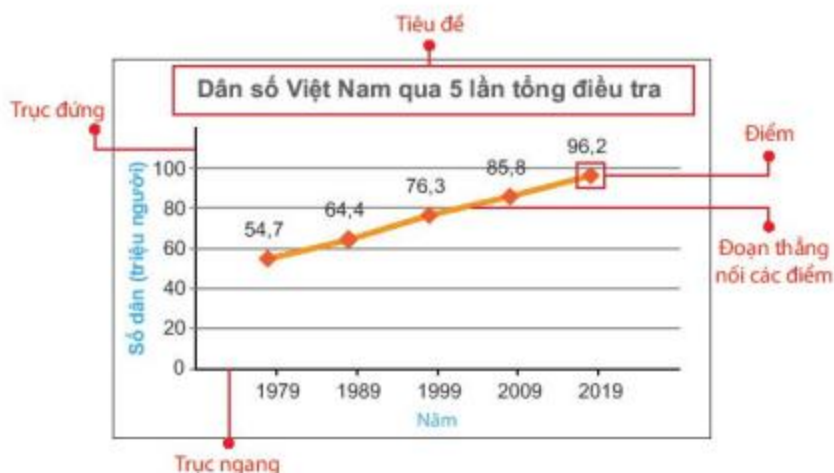
**Biểu đồ đoạn thẳng** thường được dùng để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng gồm:

- Trục ngang biểu diễn thời gian;
- Trục đứng biểu diễn đại lượng ta đang quan tâm;
- Mỗi điểm biểu diễn giá trị của đại lượng tại một thời điểm. Hai điểm liên tiếp được nối với nhau bằng một đoạn thẳng.
- Tiêu đề của biểu đồ thường ở dòng trên cùng.

Có thể dùng biểu tượng khác như dấu chấm tròn, dấu nhân,... để biểu diễn các điểm.



Chẳng hạn, các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.21 được biểu diễn như Hình 5.22.



Hình 5.22. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng

Trong biểu đồ trên, trục ngang biểu diễn thời gian (năm), trục đứng biểu diễn số dân (đơn vị triệu người), mỗi điểm biểu diễn số dân của Việt Nam tại năm tương ứng.

**Luyện tập 1** Biểu đồ Hình 5.23 cho biết thứ hạng của bóng đá nam Việt Nam trên bảng xếp hạng của Liên đoàn Bóng đá thế giới (FIFA) trong các năm từ 2016 đến 2020.



Hình 5.23. (Theo fifa.com)

- Xác định tên biểu đồ, các trục, đơn vị trên các trục.
- Em hãy cho biết mỗi điểm trên biểu đồ biểu diễn thông tin gì.

## 2 ĐỌC VÀ PHÂN TÍCH DỮ LIỆU TRONG BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

 Quan sát biểu đồ (H.5.21)

**HD1** Em hãy thống kê số dân của Việt Nam từ năm 1979 đến năm 2019 bằng cách hoàn thành bảng sau:

Năm	1979	1989	1999	2009	2019
Số dân (triệu người)	54,7	?	76,3	?	?

**HD2** Số dân của Việt Nam tăng hay giảm qua các năm từ 1979 đến 2019?

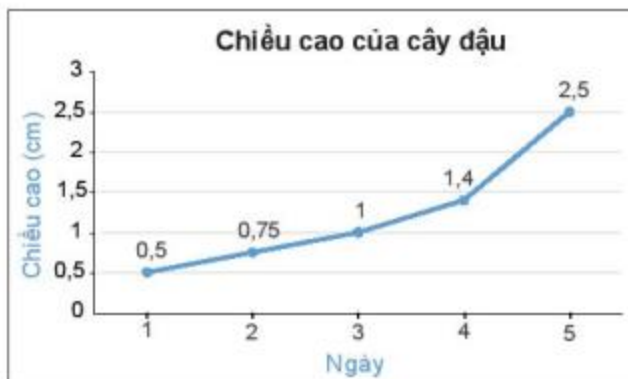
**Nhận xét.** Biểu đồ đoạn thẳng giúp ta dễ dàng nhận ra xu thế của đại lượng ta đang quan tâm theo thời gian.

### Ví dụ 1

Cho biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn chiều cao của một cây đậu trong 5 ngày (H.5.24).

a) Từ biểu đồ, em hãy lập bảng thống kê về chiều cao của cây đậu qua từng ngày;

b) Theo em, ngày nào chiều cao của cây đậu tăng nhiều nhất so với các ngày còn lại?



Hình 5.24

### Giải

a) Bảng thống kê chiều cao của cây đậu:

Ngày	1	2	3	4	5
Chiều cao (cm)	0,5	0,75	1	1,4	2,5

Bảng 5.1

b) Ngày 5 chiều cao của cây đậu tăng nhiều nhất và tăng:  $2,5 - 1,4 = 1,1$  (cm).

Độ dốc của biểu đồ đoạn thẳng cho biết tốc độ tăng của đại lượng được biểu diễn trong biểu đồ.



### Luyện tập 2

Biểu đồ Hình 5.25 cho biết số lượt khách quốc tế đến Việt Nam trong những năm gần đây.

a) Năm 2018 có bao nhiêu lượt khách quốc tế đến Việt Nam?

b) Từ năm 2015 đến năm 2019, số lượt khách quốc tế đến Việt Nam có xu hướng tăng hay giảm?

c) Em có biết vì sao số lượt khách quốc tế đến Việt Nam trong năm 2020 lại giảm mạnh không?



Hình 5.25. (Theo Tổng cục Du lịch)

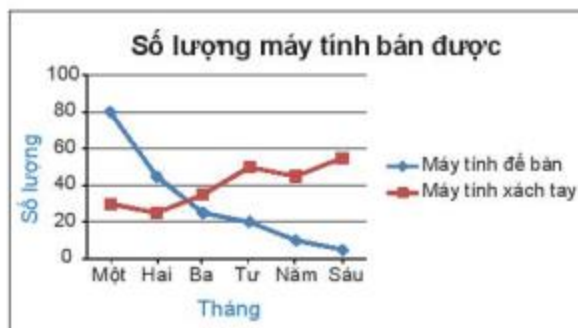
### Ví dụ 2

Cho biểu đồ đoạn thẳng (H.5.26).

a) Biểu đồ này cho ta biết thông tin gì?

b) Trong tháng Sáu, cửa hàng bán được loại máy tính nào nhiều hơn?

c) Phân tích xu thế về số lượng máy tính mỗi loại mà cửa hàng bán được. Thời gian tiếp theo cửa hàng nên nhập nhiều loại máy tính nào?



Hình 5.26

## Giải

- a) Biểu đồ cho biết số lượng máy tính để bàn và máy tính xách tay một cửa hàng bán được trong 6 tháng đầu năm.
- b) Trong tháng Sáu, cửa hàng bán được nhiều máy tính xách tay hơn.
- c) Trong hai tháng đầu, số lượng máy tính để bàn bán được nhiều hơn. Bốn tháng sau, số lượng máy tính để bàn bán được ngày càng giảm, trong khi số lượng máy tính xách tay bán được có xu hướng tăng. Vì thế, thời gian tới cửa hàng nên nhập nhiều máy tính xách tay.

**Chú ý.** Đôi khi người ta biểu diễn nhiều bộ số liệu trên cùng một biểu đồ để dễ so sánh (mỗi đường có chú giải ứng với một bộ số liệu) (H.5.26).

**Luyện tập 3** Biểu đồ Hình 5.27 cho biết tỉ lệ học sinh biết bơi của hai tỉnh A, B trong các năm từ 2016 đến 2020.

Em có nhận xét gì về tỉ lệ học sinh biết bơi của hai tỉnh A và B từ năm 2016 đến 2020?

Trong giai đoạn này, tỉnh nào có tỉ lệ học sinh biết bơi tăng nhanh hơn?



Hình 5.27

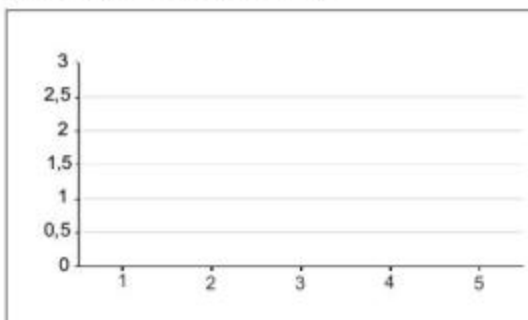
## 3 VẼ BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

**Thực hành** Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu về chiều cao cây đậu trong Bảng 5.1, ta thực hiện theo các bước sau:

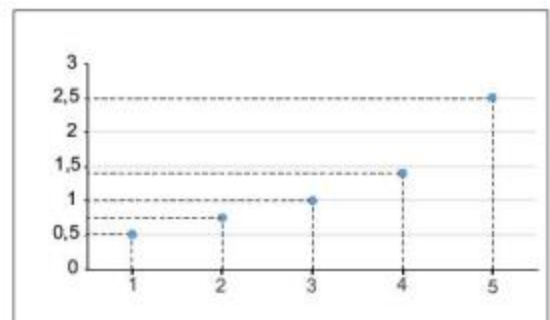
**Bước 1.** Vẽ trục ngang biểu diễn ngày, trục đứng biểu diễn chiều cao cây đậu.

Do chiều cao lớn nhất là 2,5 cm và thấp nhất là 0,5 cm nên ở trục đứng ta chọn đơn vị là 0,5 và giá trị lớn nhất là 3 (H.5.28).

**Bước 2.** Với mỗi ngày trên trục ngang, chiều cao của cây đậu tại ngày đó được biểu diễn bởi một điểm (H.5.29).



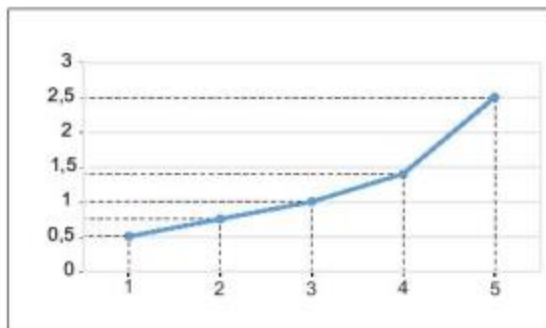
Hình 5.28



Hình 5.29



**Bước 3.** Nối các điểm liên tiếp với nhau bằng các đoạn thẳng (H.5.30).



Hình 5.30

**Bước 4.** Ghi chú thích cho các trục, điền giá trị tại các điểm (nếu cần) và đặt tên cho biểu đồ để hoàn thiện biểu đồ (H.5.24).

**Luyện tập 4**

Bảng thống kê sau đây cho biết thành tích của một vận động viên chạy cự li 1 500 m trong thời gian luyện tập từ tuần 1 đến tuần 7.

Tuần	1	2	3	4	5	6	7
Thành tích (phút)	8	8	8	7	6,5	6,5	6

Em có thể sử dụng phần mềm Excel để vẽ biểu đồ đoạn thẳng.



Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.

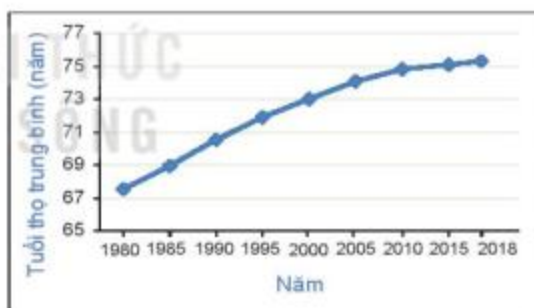
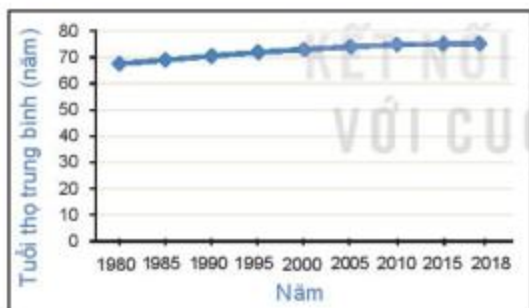


**Thử thách nhỏ**

Cho hai biểu đồ biểu diễn tuổi thọ trung bình của người Việt Nam qua các năm (H.5.31).

Biểu đồ C

Biểu đồ D



Hình 5.31 (Theo Tổng cục Thống kê)

Theo em, để thấy rõ hơn tuổi thọ trung bình của người Việt Nam ngày càng tăng, ta nên dùng biểu đồ nào?

**Nhận xét.** Độ dốc của biểu đồ phụ thuộc vào việc chọn đơn vị của trục đứng. Khi số liệu lớn trong khi đơn vị độ dài của trục đứng nhỏ thì ta không nên vẽ trục đứng bắt đầu từ 0.

## BÀI TẬP

**5.10.** Biểu đồ Hình 5.32 cho biết kỉ lục thế giới về chạy cự li 100 m trong các năm từ 1912 đến 2009.

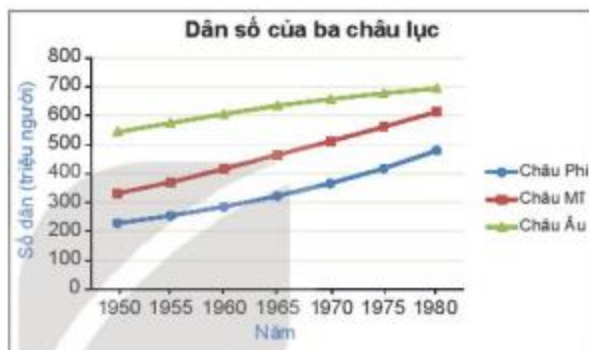
- Kỉ lục thế giới về chạy cự li 100 m đạt được ở năm 1991 là bao nhiêu giây?
- Từ năm 1912 đến 2009, kỉ lục thế giới về chạy cự li 100 m đã giảm được bao nhiêu giây?



Hình 5.32 (Theo [topendsports.com](http://topendsports.com))

**5.11.** Biểu đồ Hình 5.33 cho biết số dân của ba châu lục gồm châu Phi, châu Mỹ và châu Âu trong một số năm.

- Cho biết xu hướng tăng, giảm về số dân của mỗi châu lục theo thời gian.
- Trong ba châu lục trên, châu lục nào có số dân cao nhất, thấp nhất trong các năm từ 1950 đến 1980?
- Từ năm 1950 đến 1980, số dân của châu lục nào tăng chậm nhất?



Hình 5.33 (Theo [worldometers.info](http://worldometers.info))

**5.12.** Bảng sau cho biết nhiệt độ tại thủ đô Hà Nội vào một ngày mùa thu.

Thời điểm (giờ)	8	10	12	14	16	18	20
Nhiệt độ (°C)	23	25	34	32	26	22	18

Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng thống kê trên.

**5.13.** Số trận thắng của một đội bóng trong 8 năm từ năm 2013 đến 2020 được cho như sau:

36 42 15 23 25 35 32 20.

- Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn dãy số liệu trên.
- Cho biết số trận thắng của đội bóng này trong các năm có xu hướng tăng hay giảm?

## LUYỆN TẬP CHUNG

**Ví dụ 1** Chi muốn tìm hiểu về sự yêu thích bóng đá của các bạn trong trường nên đã lập phiếu hỏi như hình bên và phát cho 30 bạn nam trong trường để thu thập dữ liệu.

a) Dữ liệu thu được từ mỗi câu hỏi trên thuộc loại nào?

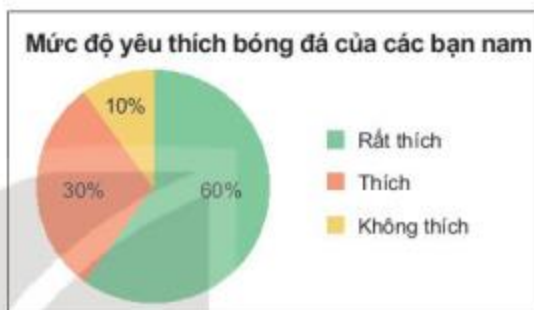
b) Biểu đồ Hình 5.34 cho biết tỉ lệ lựa chọn các phương án trong câu hỏi 1 của 30 học sinh tham gia khảo sát.

Em hãy cho biết mỗi phương án có bao nhiêu bạn lựa chọn?

c) Từ thông tin này, Chi kết luận rằng “Đa phần các bạn yêu thích bóng đá”. Kết luận này có hợp lí không?

### PHIẾU HỎI

- Bạn có yêu thích bóng đá không?  
A. Rất thích                      B. Thích                      C. Không thích
- Mỗi tuần bạn dành mấy giờ để xem bóng đá hoặc đá bóng?
- Cầu thủ yêu thích nhất của bạn là ai?



Hình 5.34

### Giải

a) Dữ liệu thu được từ câu hỏi 1 không phải là số, có thể sắp thứ tự.

Dữ liệu thu được từ câu hỏi 2 là số (đơn vị giờ) nên là số liệu.

Dữ liệu thu được từ câu hỏi 3 là tên các cầu thủ nên dữ liệu này không phải là số, không thể sắp thứ tự.

b) Số bạn lựa chọn phương án A là:  $\frac{60}{100} \cdot 30 = 18$  (bạn).

Số bạn lựa chọn phương án B là:  $\frac{30}{100} \cdot 30 = 9$  (bạn).

Số bạn lựa chọn phương án C là:  $\frac{10}{100} \cdot 30 = 3$  (bạn).

c) Vì Chi chỉ khảo sát trên các bạn nam trong trường mà lại kết luận chung cho tất cả các bạn nên kết luận này không hợp lí.

**Ví dụ 2** Tỉ lệ tăng dân số Việt Nam trong một số năm gần đây được cho trong bảng sau:

Năm	1991	1995	1999	2003	2007	2011	2015	2019
Tỉ lệ (%)	1,86	1,65	1,51	1,17	1,09	1,24	1,12	1,15

(Theo [vietnam.opendevelopmentmekong.net](http://vietnam.opendevelopmentmekong.net))

- a) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.  
 b) Tỷ lệ gia tăng dân số thấp nhất vào năm nào, là bao nhiêu?  
 c) Tỷ lệ gia tăng dân số của Việt Nam từ năm 1991 đến 2007 có xu hướng tăng hay giảm?

**Giải**

- a) Biểu đồ được vẽ như Hình 5.35.  
 b) Năm 2007 là năm có tỷ lệ gia tăng dân số thấp nhất với 1,09%.  
 c) Từ năm 1991 đến 2007, tỷ lệ gia tăng dân số Việt Nam có xu hướng giảm.



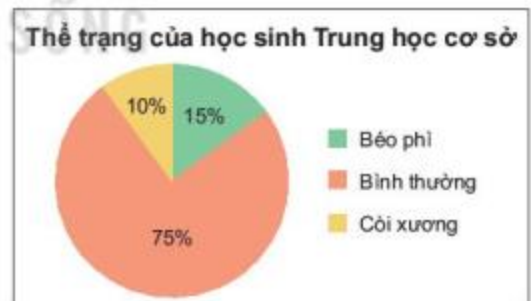
Hình 5.35

**BÀI TẬP**

- 5.14.** Xác định phương pháp thu thập dữ liệu trong mỗi trường hợp sau và cho biết mỗi dữ liệu thu được thuộc loại nào?  
 a) Mức độ thường xuyên tập thể dục buổi sáng của các bạn trong lớp (rất thường xuyên, thường xuyên, không thường xuyên).  
 b) Phương tiện giao thông các bạn trong lớp sử dụng để đến trường.
- 5.15.** Các dữ liệu thu được trong mỗi trường hợp sau có đảm bảo tính đại diện không?  
 a) Để xác định sức bật cao của học sinh khối 7, giáo viên đã yêu cầu các bạn trong câu lạc bộ bóng rổ bật cao và ghi lại kết quả;  
 b) Để khảo sát ý kiến của học sinh về quy định mới, nhà trường đã chọn ngẫu nhiên một số học sinh khối 7 và phát phiếu khảo sát.

- 5.16.** Biểu đồ Hình 5.36 được trích từ báo cáo tổng kết của một tỉnh về thể trạng học sinh Trung học cơ sở tại tỉnh này.

Một trường Trung học cơ sở của tỉnh có 1 500 học sinh. Em hãy ước lượng tỷ lệ học sinh béo phì của trường đó.



Hình 5.36

- 5.17.** Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn nhiệt độ không khí trung bình tại Hà Nội trong 6 năm từ 2014 đến 2019.

Năm	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Nhiệt độ trung bình (°C)	24,6	25,3	25,2	25,1	25,1	25,9

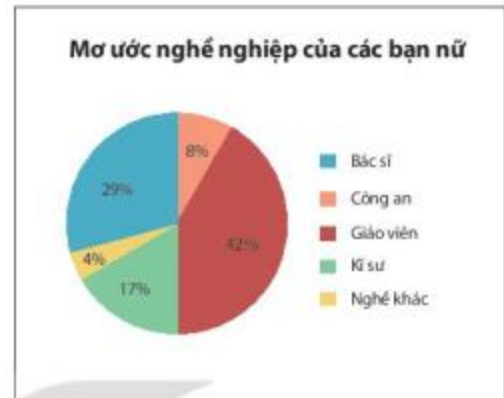
(Theo Tổng cục Thống kê)

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

**5.18.** Một nhóm nghiên cứu đã khảo sát về mơ ước nghề nghiệp của các bạn học sinh khối 7 của một tỉnh và thu được kết quả như các biểu đồ Hình 5.37.



Hình 5.37a



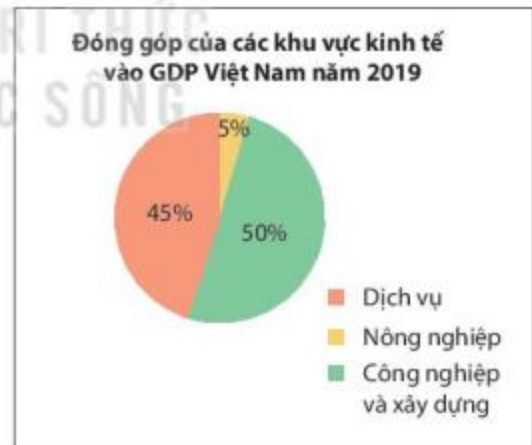
Hình 5.37b

- Lập bảng thống kê về mơ ước nghề nghiệp của các bạn nam, nữ.
- Liệt kê những nghề có tỉ lệ bạn nữ lựa chọn cao hơn các bạn nam.
- Một trường Trung học của tỉnh này có 250 học sinh khối 7, gồm 130 bạn nam và 120 bạn nữ, hãy dự đoán số bạn có mơ ước trở thành giáo viên.

**5.19.** Cho hai biểu đồ sau:



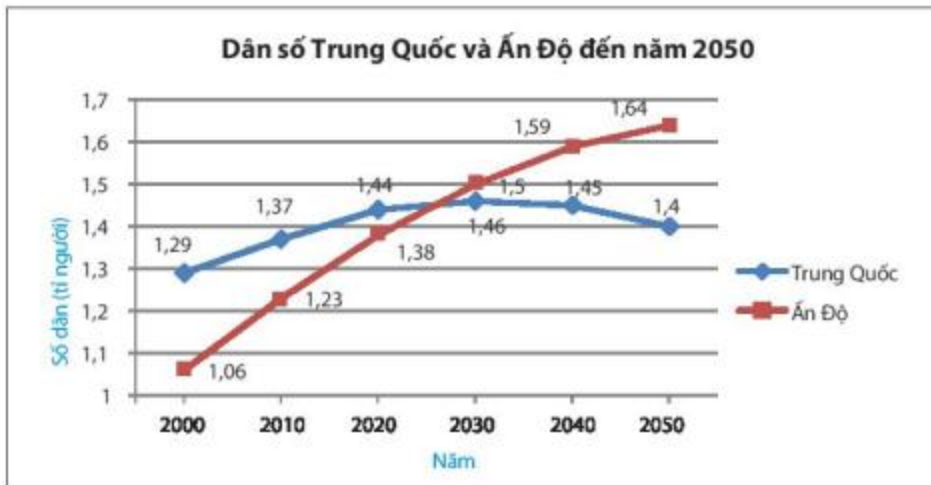
Hình 5.38a (Theo Ngân hàng Thế giới)



Hình 5.38b (Theo Cổng thông tin điện tử Bộ Tài chính)

- Mỗi biểu đồ trên cho biết những thông tin gì?
- Cho biết năm 2019, GDP của Việt Nam là bao nhiêu tỉ đô la. Mỗi khu vực kinh tế đóng góp bao nhiêu tỉ đô la?

**5.20.** Biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.40 cho biết số dân và dự báo quy mô dân số của Trung Quốc và Ấn Độ đến năm 2050.



Hình 5.40. (Theo [worldometers.info](http://worldometers.info))

Từ biểu đồ trên, em hãy dự đoán:

- Năm 2020, số dân nước nào lớn hơn, tương ứng là khoảng bao nhiêu tỉ người?
- Đến khoảng năm nào thì số dân hai nước bằng nhau?
- Xác định xu thế tăng, giảm dân số của mỗi nước trong quá khứ và trong tương lai.

**5.21.** Để biểu diễn dữ liệu trong các tình huống sau, em sẽ chọn loại biểu đồ nào?

- Tỉ lệ đóng góp vào GDP của các thành phần kinh tế ở Việt Nam;
- Sự thay đổi của giá gạo xuất khẩu từ năm 2010 đến nay.

KẾT NỐI TRI THỨC  
VỚI CUỘC SỐNG

# HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM



## VẼ HÌNH ĐƠN GIẢN VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA

### Mục tiêu

Biết sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ:

- Hai đường thẳng song song
- Tia phân giác của một góc
- Đường trung trực của một đoạn thẳng
- Tam giác biết một số yếu tố về cạnh và góc



Em đã được học về tia phân giác của một góc, đường trung trực của đoạn thẳng, đường thẳng song song, các loại tam giác. Chúng ta đã biết cách vẽ các hình đó bằng thước kẻ và compa. Nếu dùng phần mềm GeoGebra thì ta sẽ vẽ như thế nào?

Chúng ta cùng thực hành nhé.

### HD1 VẼ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Em thấy vẽ hai đường thẳng song song bằng bút và thước thẳng thật khó đúng không. Chúng ta sẽ sử dụng hộp công cụ đường thẳng trong Geogebra để vẽ nhé.



**Bước 1.** Vẽ đường thẳng  $f$  đi qua hai điểm  $A, B$ :

Chọn công cụ  → Chọn  Đường thẳng qua 2 điểm → Chọn điểm  $A$  → Chọn điểm  $B$ .

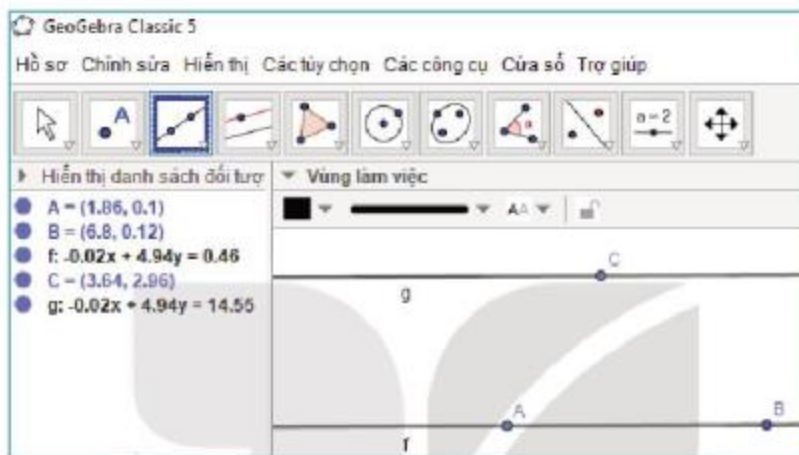
**Bước 2.** Vẽ điểm  $C$  nằm ngoài đường thẳng  $f$ :

Chọn công cụ  → Chọn  Điểm mới → Chọn điểm  $C$  nằm ngoài đường thẳng  $f$ .

**Bước 3.** Vẽ đường thẳng  $g$  đi qua điểm  $C$  song song với đường thẳng  $f$ :

Chọn công cụ  → Chọn  Đường song song → Nháy chuột vào điểm  $C$  → Nháy chuột vào đường thẳng  $f$ .

Ta được đường thẳng  $g$  đi qua điểm  $C$  song song với đường thẳng  $f$  như Hình T.1.





Hình T.1

**Cùng suy luận.** Sau khi thực hiện Bước 3, ta thấy có đúng một đường thẳng  $g$  được hiện ra. Điều này gợi cho em liên tưởng đến khẳng định nào?



## HD2 VẼ TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

Các em vẽ tia phân giác của góc  $BAC$  theo các bước sau.



**Bước 1.** Vẽ tia  $AB$

Chọn công cụ  → Chọn  Tia đi qua 2 điểm → Chọn điểm  $A$  → Chọn điểm  $B$ .

**Bước 2.** Vẽ góc  $BAC$

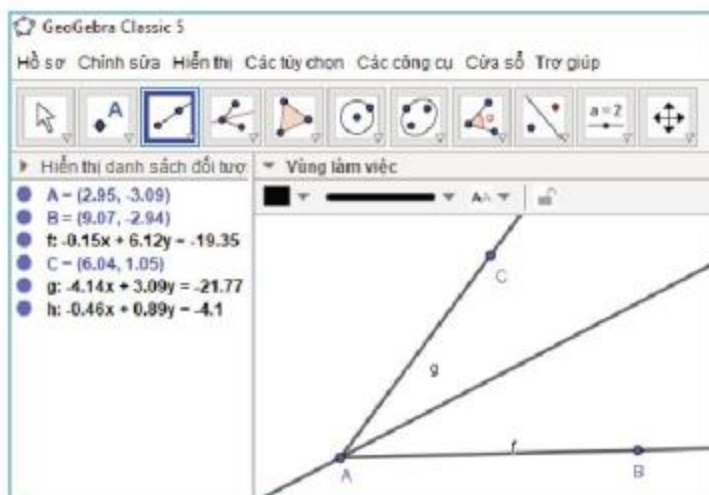
Chọn công cụ  → Chọn  Tia đi qua 2 điểm → Nháy chuột vào điểm  $A$  → Chọn điểm  $C$ .

**Bước 3.** Vẽ đường phân giác của góc  $BAC$

Chọn công cụ  → Chọn  Đường phân giác → Nháy chuột lần lượt vào các điểm  $B, A, C$ .

Phần đường thẳng nằm trong góc  $BAC$  là tia phân giác của góc  $BAC$  như Hình T.2.





Hình T.2

### HD3 VẼ ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

Các em vẽ đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  theo các bước sau.

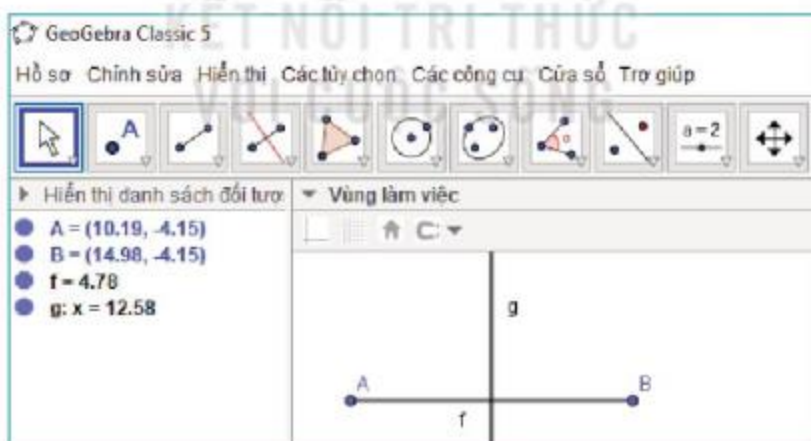
**Bước 1.** Vẽ đoạn thẳng  $AB$

Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm  $A$  → Chọn điểm  $B$ .

**Bước 2.** Vẽ đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$

Chọn công cụ → Chọn Đường trung trực → Nháy chuột vào đoạn thẳng  $AB$ .

Ta thu được đường trung trực  $g$  của đoạn thẳng  $AB$  như hình T.3.



Hình T.3

**Cùng suy luận.** Bạn Lan vẽ đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  theo các bước như sau:

**Bước 1.** Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm  $A$  → Chọn điểm  $B$ .

**Bước 2.** Chọn công cụ → Chọn Trung điểm hoặc tâm → Nháy chuột vào đoạn thẳng  $AB$  (trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  được kí hiệu là  $C$ ).

**Bước 3.** Chọn công cụ → Chọn Đường vuông góc → Nháy chuột lần lượt vào điểm  $C$  và đoạn thẳng  $AB$ .

Đường thẳng  $g$  vẽ được có phải là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  không?

#### HD4 VẼ TAM GIÁC BIẾT ĐỘ DÀI BA CẠNH

Các em vẽ tam giác  $ABC$  có  $AB = 4$  cm,  $BC = 5$  cm,  $CA = 6$  cm theo các bước sau.

**Bước 1.** Vẽ hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 4$  cm.

Chọn công cụ → Chọn → Chọn điểm  $A$ , nhập bán kính bằng 4.

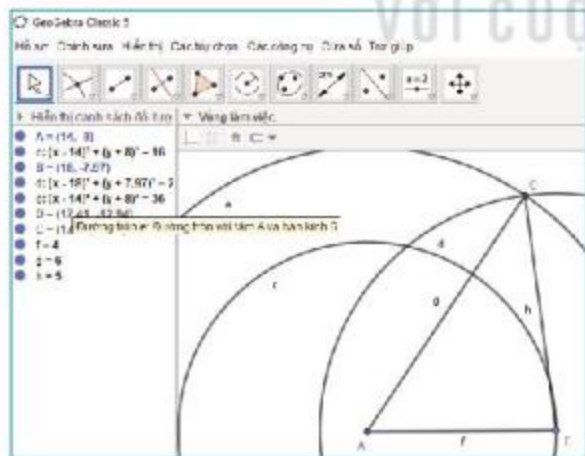
Chọn công cụ → Chọn Điểm mới → Chọn điểm  $B$  nằm trên đường tròn.

**Bước 2.** Chọn công cụ → Chọn → Nháy chuột vào điểm  $B$ , nhập bán kính bằng 5.

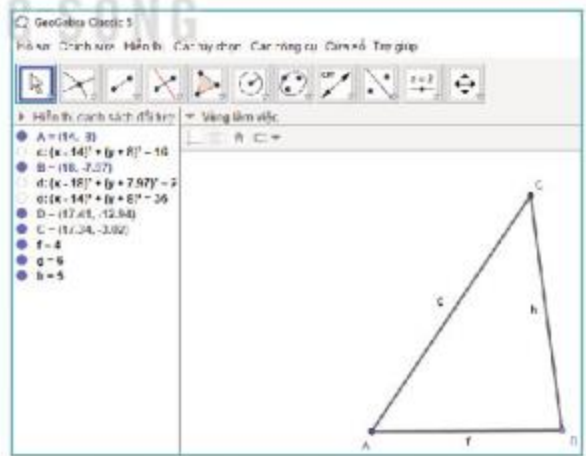
**Bước 3.** Chọn công cụ → Chọn → Nháy chuột vào điểm  $A$ , nhập bán kính bằng 6.

**Bước 4.** Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào hai đường tròn ở Bước 2 và Bước 3, giao điểm  $C$  của hai đường tròn được đánh dấu.

**Bước 5.** Chọn công cụ đoạn thẳng để nối các điểm  $A, B, C$  với nhau và thu được tam giác  $ABC$  như Hình T.4a. Ẩn các đường tròn ta được Hình T.4b như sau.



Hình T.4a



Hình T.4b



Nếu cho trước đoạn thẳng  $AB = 4$  cm cố định. Em vẽ được mấy tam giác  $ABC$  thỏa mãn yêu cầu  $BC = 5$  cm,  $CA = 6$  cm?

## HD5 VẼ TAM GIÁC BIẾT ĐỘ DÀI HAI CẠNH VÀ GÓC XEN GIỮA

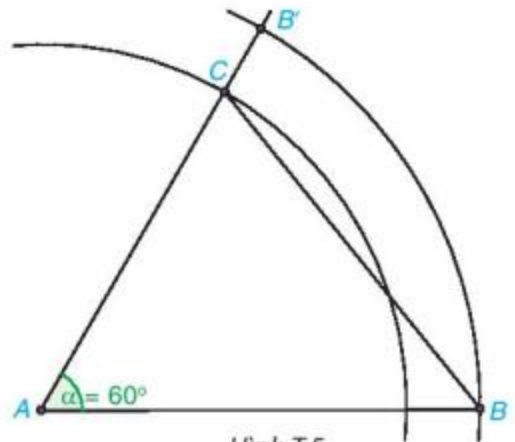
Em vẽ tam giác  $ABC$  có  $AB = 6$  cm,  $AC = 5$  cm,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  theo các bước gợi ý sau:


**Bước 1.** Vẽ hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 6$  cm tương tự Bước 1 của HD4.



**Bước 2.** Vẽ góc  $\widehat{BAB'} = 60^\circ$  bằng cách:

Chọn công cụ  → Chọn  → Nháy chuột lần lượt vào điểm  $B, A$  (theo ngược chiều kim đồng hồ) và nhập số đo góc  $60$ .

**Bước 3.** Vẽ điểm  $C$  là giao điểm của đường thẳng  $AB'$  và đường tròn tâm  $A$  bán kính 5.



**Bước 4.** Chọn công cụ đoạn thẳng  để nối các điểm  $A, B, C$  với nhau và ta thu được tam giác  $ABC$  cần vẽ (H.T.5).

 Tam giác  $ABC$  có phải là tam giác nhọn không? Em hãy sử dụng công cụ  Góc để kiểm tra các góc của tam giác để trả lời câu hỏi đó.

**Luyện tập 1** Vẽ tam giác  $ABC$  có  $AB = 6$  cm,  $\widehat{BAC} = 50^\circ$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ .

Gợi ý: Vẽ  $\widehat{BAB'} = 50^\circ$  (theo ngược chiều kim đồng hồ);  $\widehat{ABA'} = 60^\circ$  (theo chiều kim đồng hồ) và  $C$  là giao điểm của hai tia  $AB'$  và  $BA'$ .

**Luyện tập 2** Vẽ tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = 4$  cm,  $BC = 6$  cm.

Gợi ý: - Vẽ đoạn thẳng  $AB = 4$  cm.

- Vẽ  $C$  là giao điểm của đường tròn tâm  $B$  bán kính 6 và đường thẳng đi qua  $A$  vuông góc với  $AB$ .

## BÀI TẬP

- a) Em hãy trình bày các bước dùng phần mềm GeoGebra để vẽ tam giác  $ABC$  có:  $AB = 6$  cm,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ ,  $\widehat{ACB} = 70^\circ$ .  
b) Vẽ tam giác trên trong phần mềm GeoGebra và lưu thành một tệp có đuôi png.
- a) Sử dụng phần mềm GeoGebra, em hãy vẽ tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 4$  cm,  $AC = 3$  cm và lưu thành một tệp có đuôi png.  
b) Dùng phần mềm GeoGebra, em hãy đo độ dài cạnh  $BC$ .

# DÂN SỐ VÀ CƠ CẤU DÂN SỐ VIỆT NAM

## Mục tiêu

Tìm hiểu về dân số Việt Nam và cơ cấu dân số Việt Nam.

### HĐ1 THU THẬP SỐ LIỆU

- Em hãy thu thập số liệu về dân số Việt Nam từ năm 2011 đến năm 2020. Có thể thu thập từ sách, báo hoặc truy cập Internet và thu thập số liệu từ:
  - Website của Tổng cục thống kê <https://www.gso.gov.vn/> (mục Số liệu thống kê → Dân số và lao động).
  - Website <https://www.worldometers.info/> (mục Population → Population by Country → Vietnam).
- Lập bảng thống kê cho dãy số liệu thu thập được.
- Hình vẽ dưới đây cho biết về cấu trúc dân số Việt Nam năm 2020.



(Theo Tổng cục Thống kê)

Em hãy lập các bảng thống kê biểu diễn cơ cấu dân số (đơn vị %) theo giới tính (nam, nữ) và theo nơi sinh sống (thành thị, nông thôn).

### HĐ2 VẼ BIỂU ĐỒ

- Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số dân của Việt Nam từ năm 2011 đến năm 2020.
- Vẽ các biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo giới tính và theo nơi sinh sống.

### HĐ3 PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

- Nhận xét về xu thế số dân của Việt Nam từ năm 2011 đến năm 2020.
- Nhận xét về cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo giới tính và theo nơi sinh sống.
- Tính số dân Việt Nam sống ở thành thị, nông thôn năm 2020.

## HƯỚNG DẪN THỰC HÀNH VỚI MÁY TÍNH

### 1. Vẽ biểu đồ hình quạt tròn bằng Excel

Thị phần các hãng điện thoại tại Việt Nam tại thời điểm tháng 10 năm 2020 được cho trong bảng sau:

Hãng	Samsung	Oppo	Vsmart	Vivo	Apple	Realme	Khác
Thị phần (%)	31	18,6	15,2	9,6	10,6	7,2	7,8

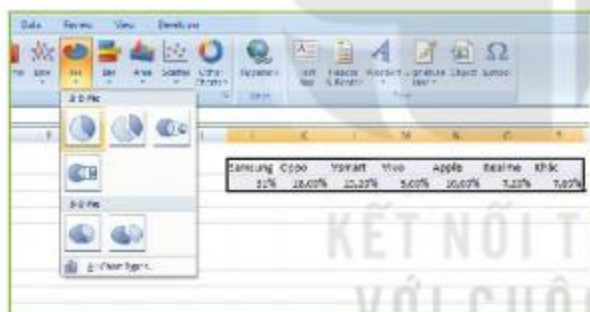
(Theo vov.vn)

Để vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng số liệu trên ta thực hiện theo các bước sau đây:

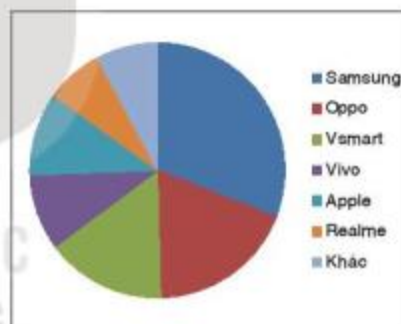
**Bước 1.** Mở công cụ Microsoft Excel và nhập dữ liệu:

Samsung	Oppo	Vsmart	Vivo	Apple	Realme	Khác
31%	18,6%	15,2%	9,6%	10,6%	7,2%	7,8%

**Bước 2.** Chọn vùng dữ liệu cần vẽ biểu đồ. Trên thanh Menu chọn **Insert** → **Pie** → **2-D Pie** sau đó chọn biểu tượng tương ứng với định dạng của biểu đồ hình quạt tròn muốn vẽ (H.T.6).



Hình T.6



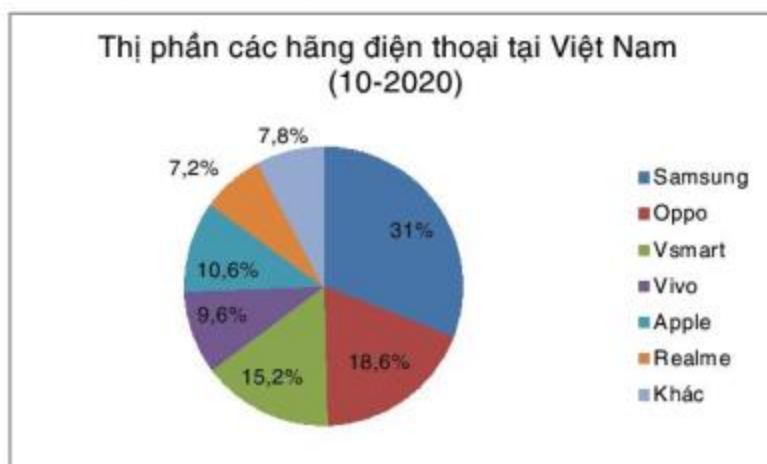
Hình T.7

**Bước 3.** Hoàn thiện tiêu đề, các chú giải khác bằng cách chọn Layout, cụ thể

– Chọn **Chart Title** → **Above Chart** rồi điền tiêu đề:

*Thị phần các hãng điện thoại tại Việt Nam (10-2020).*

– Chọn **Data Labels** → **Best Fit** (hoặc lựa chọn khác) để hiện số liệu. Kết quả được biểu đồ như Hình T.8.



Hình T.8

## 2. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng bằng Excel

Bảng sau đây cho biết chỉ số giá tiêu dùng của Việt Nam từ tháng 3-2020 đến tháng 3-2021.

Thời điểm	3-2020	5-2020	7-2020	9-2020	11-2020	1-2021	3-2021
Chỉ số	4,87%	2,40%	3,39%	2,98%	1,48%	-0,97%	1,16%

Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu này ta thực hiện theo các bước sau đây:

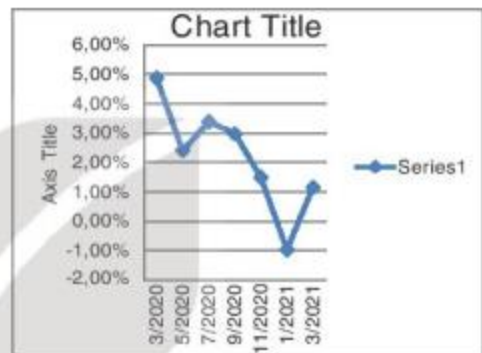
**Bước 1.** Mở công cụ Microsoft Excel và nhập dữ liệu.

3-2020	5-2020	7-2020	9-2020	11-2020	1-2021	3-2021
4,87%	2,40%	3,39%	2,98%	1,48%	-0,97%	1,16%

**Bước 2.** Chọn vùng dữ liệu cần vẽ biểu đồ. Trên thanh Menu chọn **Insert** → **Line** → **2-D Line**, sau đó chọn biểu tượng tương ứng với định dạng của biểu đồ đoạn thẳng muốn vẽ (H.T.9).



Hình T.9



Hình T.10

Vì biểu đồ này chỉ biểu diễn một dãy dữ liệu nên ta sẽ xoá phần chú giải Series1.

**Bước 3.** Hoàn thiện tiêu đề, các chú giải khác bằng cách chọn Layout, cụ thể:

– Đổi tên **Chart Title** thành **Chỉ số giá tiêu dùng của Việt Nam**.

Trường hợp chưa có Chart Title, chọn **Chart Title** → **Above Chart** rồi điền tiêu đề: **Chỉ số giá tiêu dùng của Việt Nam**.

– Chọn **Data Labels** và chọn một lựa chọn để hiện số liệu.

– Chọn **Axis Title** để đặt tên cho các trục đứng và trục ngang.

Kết quả được biểu đồ như Hình T.11.



Hình T.11

## BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

- B** Biểu đồ đoạn thẳng 100  
Biểu đồ hình quạt tròn 93
- C** Căn bậc hai số học 30  
Cạnh góc vuông 61  
Cạnh huyền 61  
Chu kì 27  
Chứng minh định lí 56  
Cơ số 16
- D** Hằng thức 21  
Định lí 55  
Độ chính xác 27  
Đường trung trực của đoạn thẳng 82
- G** Giả thiết 55  
Giá trị tuyệt đối 35  
Góc kề với cạnh 72  
Góc xen giữa hai cạnh 71
- H** Hai đường thẳng song song 47  
Hai đường thẳng vuông góc 43  
Hai góc bù nhau 41  
Hai góc đối đỉnh 42  
Hai góc đồng vị 46  
Hai góc kề bù 41  
Hai góc kề nhau 41  
Hai góc so le trong 46  
Hai tam giác bằng nhau 64
- K-L** Kết luận 55  
Luỹ thừa 16
- Q** Quy tắc chuyển vế 21  
Quy tắc dấu ngoặc 20
- S** Số hữu tỉ 6  
Số hữu tỉ âm 8  
Số hữu tỉ dương 8  
Số mũ 16  
Số thập phân hữu hạn 27  
Số thập phân vô hạn không tuần hoàn 29  
Số thập phân vô hạn tuần hoàn 27  
Số thực 33  
Số thực âm 34  
Số thực dương 34  
Số vô tỉ 29
- T** Tam giác 60  
Tam giác cân 80  
Tam giác đều 81  
Tam giác nhọn 61  
Tam giác tù 61  
Tam giác vuông 61  
Thu thập dữ liệu 89  
Tia phân giác của một góc 44  
Tiên đề Euclid 51  
Trục số thực 34  
Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh 66  
Trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh 71  
Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc 72

## BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

THUẬT NGỮ	GIẢI THÍCH
Cạnh góc vuông của một tam giác vuông	Cạnh kề với góc vuông của tam giác đó.
Cạnh huyền của một tam giác vuông	Cạnh đối diện với góc vuông của tam giác đó.
Căn bậc hai số học của số $a$ không âm	Số $x$ không âm sao cho $x^2 = a$ .
Định lí	Khẳng định được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết.
Đường trung trực của một đoạn thẳng	Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của đoạn thẳng đó.
Giá trị tuyệt đối của số thực $a$ (kí hiệu là $ a $ ).	$ a  = a$ khi $a \geq 0$ và $ a  = -a$ khi $a < 0$ $ a $ là khoảng cách từ điểm biểu diễn số $a$ trên trục số đến điểm gốc.
Giả thiết, kết luận của định lí có dạng “Nếu ... thì ...”	Giả thiết: phần nằm giữa từ “nếu” và từ “thì”; Kết luận: phần nằm sau từ “thì”.
Hai đường thẳng vuông góc	Hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong các góc tạo thành có một góc vuông.
Hai góc đối đỉnh	Hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.
Hai góc bù nhau	Hai góc có tổng số đo bằng $180^\circ$ .
Hai góc kề bù	Hai góc có một cạnh chung, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau.
Hai tam giác bằng nhau	Hai tam giác có ba cạnh tương ứng bằng nhau và ba góc tương ứng bằng nhau.
Quy tắc chuyển vế	Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.
Số hữu tỉ	Số viết được dưới dạng một phân số (số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn).
Số thực	Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.
Số vô tỉ	Số biểu diễn được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
Tam giác cân	Tam giác có hai cạnh bằng nhau.
Tam giác đều	Tam giác có ba cạnh bằng nhau.
Tam giác nhọn	Tam giác có ba góc đều nhọn.
Tam giác tù	Tam giác có một góc tù.
Tam giác vuông	Tam giác có một góc vuông.
Tia phân giác của một góc	Tia nằm giữa hai cạnh của góc, tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.
Tiên đề Euclid	Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.



---

*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.*

---

**Chịu trách nhiệm xuất bản:**

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÀI  
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

**Chịu trách nhiệm nội dung:**

Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Biên tập nội dung: NGUYỄN THỊ THANH XUÂN – NGUYỄN TRỌNG THIỆP

Biên tập mỹ thuật: NGUYỄN BÍCH LA

Thiết kế sách: PHẠM VIỆT QUANG

Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA

Minh họa: LÊ THẾ HẢI - NGUYỄN HỒNG SƠN

Sửa bản in: NGUYỄN NGỌC TÚ

Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

---

**Bản quyền © (2021) thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.**

---

Xuất bản phẩm đã đăng kí quyền tác giả. Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

**TOÁN 7 - TẬP MỘT**

Mã số: ...

In ... bản, (QĐ ...) khổ 19 x 26,5 cm.

Đơn vị in: ...

Địa chỉ: ...

Số ĐKXB: .../CXBIPH.../GD.

Số QĐXB: .../QĐ - GD - HN ngày ... tháng ... năm ....

In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...

Mã số ISBN: ...



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



## BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7 - KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 7, tập một
2. Ngữ văn 7, tập hai
3. Toán 7, tập một
4. Toán 7, tập hai
5. Khoa học tự nhiên 7
6. Công nghệ 7
7. Lịch sử và Địa lí 7
8. Mĩ thuật 7
9. Âm nhạc 7
10. Giáo dục công dân 7
11. Tin học 7
12. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 7
13. Giáo dục thể chất 7
14. Tiếng Anh 7, tập một
15. Tiếng Anh 7, tập hai

### Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

**Sách điện tử:** <http://hanhtrangso.nxbgd.vn>

Kích hoạt để mở học liệu điện tử. Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập <http://hanhtrangso.nxbgd.vn> và nhập mã số tại biểu tượng chia khoá.



Giá: ..... đ