

## PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM****I/ Khái niệm về phân thức đại số.****1/ Định nghĩa.**

Phân thức đại số (hay còn gọi là phân thức) là một biểu thức có dạng  $\frac{A}{B}$ , với A và B là các đa thức, B khác đa thức 0.

Trong đó, A được gọi là tử thức (hay tử), B là mẫu thức (hay mẫu).

**2/ Hai phân thức bằng nhau.**

Hai phân thức  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$  được gọi là bằng nhau nếu  $A \cdot D = B \cdot C$ .

**II/ Tính chất cơ bản của phân thức.****1/Tính chất cơ bản.**

- Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} \quad (M \text{ khác } 0).$$

- Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N} \quad (N \text{ là nhân tử chung của } A \text{ và } B).$$

**2/ Quy tắc đổi dấu.**

- Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}; \quad \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}.$$

**3/ Rút gọn phân thức.**

Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng để được phân thức mới (đơn giản hơn) thì cách làm đó được gọi là rút gọn phân thức.

Muốn rút gọn một phân thức, ta làm theo 2 bước :

- Bước 1: Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần).
- Bước 2: Tìm nhân tử chung của tử và mẫu rồi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

**4/ Quy đồng mẫu thức**

- Bước 1: Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung.

- Bước 2: Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức;
- Bước 3: Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

**III/ Điều kiện xác định và giá trị của phân thức.**

- Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.
- Cho phân thức đại số  $\frac{P}{Q}$ . Giá trị của biểu thức  $\frac{P}{Q}$  tại những giá trị cho trước của các biến để giá trị của mẫu thức khác 0 được gọi là giá trị của phân thức  $\frac{P}{Q}$  tại những giá trị cho trước của các biến đó.

**Chú ý:** Nếu tại giá trị của biến mà giá trị của một phân thức được xác định thì phân thức đó và phân thức rút gọn của nó cùng một giá trị.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI****Dạng 1: Tìm điều kiện xác định và giá trị của phân thức**

- Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.
- Để tìm giá trị phân thức ta thay giá trị của biến vào phân thức và thực hiện phép tính.

**Ví dụ 1.** Tìm điều kiện xác định của mỗi phân thức sau :

a)  $A(x) = \frac{5x - 6}{3x}$

b)  $B(x) = \frac{x}{6y}$

c)  $C(x) = \frac{5x - 1}{3(x + 1)}$

d)  $D(x) = \frac{8}{x^2 - 4}$

Lời giải:

- a) Phân thức xác định khi  $3x \neq 0$  hay  $x \neq 0$  .
- b) Phân thức xác định khi  $6y \neq 0$  hay  $y \neq 0$  .
- c) Phân thức xác định khi  $3(x+1) \neq 0$  hay  $x \neq -1$  .
- d) Phân thức xác định khi  $x^2 - 4 \neq 0$  hay  $x \neq 2$  và  $x \neq -2$

**Ví dụ 2.** Tính giá trị của phân thức

a)  $A(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$  với  $x \neq 1$  tại  $x = 2$  .

b)  $B(x) = \frac{x}{x + 1}$  với  $x \neq -1$  tại  $x = 1$  .

c)  $C(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$  với  $x \neq -1$  tại  $x = 2; x = -2$  .

Lời giải:

a/ Với  $x = 2$  thì giá trị của phân thức là :  $\frac{2+1}{2-1} = 3$  .

b/ Với  $x = 1$  thì giá trị của phân thức là :  $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$  .

c/ Với  $x = 2$  thì giá trị của phân thức là :  $\frac{(2)^2 - 3 \cdot 2 + 2}{2 + 1} = \frac{4 - 6 + 2}{3} = \frac{0}{3} = 0$ .

Với  $x = -2$  thì giá trị của phân thức là :  $\frac{(-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 2}{(-2) + 1} = \frac{4 + 6 + 2}{-1} = \frac{12}{-1} = -12$ .

**Dạng 2:** Chứng minh hai phân thức bằng nhau.

Hai phân thức  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$  được gọi là bằng nhau nếu  $A \cdot D = B \cdot C$ .

**Ví dụ 3.** Cho cặp phân thức  $\frac{x^2 y^3}{5}$  và  $\frac{7x^3 y^4}{35xy}$  với  $xy \neq 0$ . Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

*Lời giải:*

Ta có :  $x^2 y^3 \cdot 35xy = 35x^3 \cdot y^4$

$$5 \cdot 7x^3 y^4 = 35x^3 y^4$$

Suy ra :  $x^2 y^3 \cdot 35xy = 5 \cdot 7x^3 y^4$ .

Nên  $\frac{x^2 y^3}{5} = \frac{7x^3 y^4}{35xy}$ .

**Dạng 3:** Rút gọn phân thức.

Muốn rút gọn một phân thức, ta làm theo 2 bước :

- Bước 1: Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần).
- Bước 2: Tìm nhân tử chung của tử và mẫu rồi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

**Ví dụ 4.** Rút gọn các phân thức sau

a)  $\frac{2(x+1)^2}{4x(x+1)}$ .

b)  $\frac{(8-x)(-x-2)}{(x+2)^2}$ .

c)  $\frac{2(x-y)}{y-x}$ .

*Lời giải:*

a/  $\frac{2(x+1)^2}{4x(x+1)} = \frac{2(x+1)}{4x} = \frac{x+1}{2x}$ .

b/  $\frac{(8-x)(-x-2)}{(x+2)^2} = \frac{-(8-x)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{-(8-x)}{x+2} = \frac{x-8}{x+2}$ .

$$c/ \frac{2(x-y)}{y-x} = \frac{-2(y-x)}{y-x} = -2.$$

**Ví dụ 5.** Rút gọn các phân thức sau

$$a) \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + x}.$$

$$b) \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{2x - 2}.$$

Lời giải:

$$a/ \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} = \frac{(x+1)^3}{x(x+1)} = \frac{(x+1)^2}{x}$$

$$b/ \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{2x - 2} = \frac{(x-1)^3}{2(x-1)} = \frac{(x-1)^2}{2}$$

#### Dạng 4: Quy đồng mẫu nhiều phân thức.

- Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.
- Để tìm giá trị phân thức ta thay giá trị của biến vào phân thức và thực hiện phép tính.

**Ví dụ 7.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

$$a) \frac{1}{xy^3} \text{ và } \frac{2}{x^2y}. \quad \text{ĐS: } \frac{x}{x^2y^3}; \frac{2y^2}{x^2y^3}.$$

$$b) \frac{1}{x^2 - 2x} \text{ và } \frac{2}{x}. \quad \text{ĐS: } \frac{1}{x(x-2)}; \frac{2(x-2)}{x(x-2)}.$$

$$c) \frac{x}{x^2 - 9} \text{ và } \frac{x}{x - 3}. \quad \text{ĐS: } \frac{x}{(x-3)(x+3)}; \frac{x(x+3)}{(x-3)(x+3)}.$$

d)  $\frac{2}{x^2 - x - 6}$  và  $\frac{3}{x + 2}$ .

ĐS:  $\frac{2}{(x + 2)(x - 3)}$ ;  $\frac{3(x - 3)}{(x + 2)(x - 3)}$ .

e)  $\frac{4x}{x^2 - x - 6}$  và  $\frac{1}{x^2 + 2x}$ .

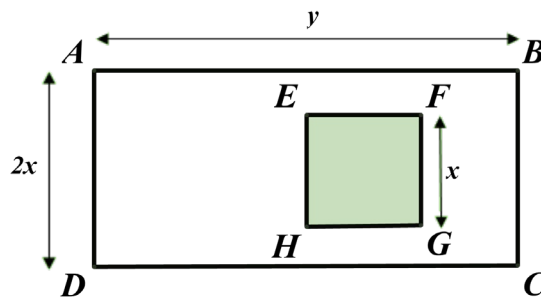
ĐS:  $\frac{4x^2}{x(x - 3)(x + 2)}$ ;  $\frac{x - 3}{x(x - 3)(x + 2)}$ .

**Dạng 5: Bài toán thực tế về phân thức đại số**

- Vận dụng các kiến thức liên quan để giải quyết bài toán thực tế.

**Ví dụ 8.**

Cho hình chữ nhật ABCD và hình vuông EFGH như hình bên dưới. (các số đo trên hình tính theo centimet).



a/ Viết phân thức biểu thị tỉ số diện tích hình vuông và diện tích hình chữ nhật ABCD.

Cho biết tử thức và mẫu thức của phân thức vừa tìm được.

b/ Tính giá trị của phân thức đó tại  $x = 2$ ;  $y = 8$

Lời giải:

a/ Diện tích hình vuông EFGH là :  $x^2$  ( $cm^2$ ).

Diện tích hình chữ nhật ABCD là :  $2xy$  ( $cm^2$ ).

Phân thức biểu thị tỉ số diện tích hình vuông và diện tích hình chữ nhật ABCD là :

$$\frac{x^2}{2xy} = \frac{x}{2y}$$

Tử thức là  $x$ ; mẫu thức là  $2y$

b/ Giá trị của phân thức đó tại  $x = 2$ ;  $y = 8$  là :

$$\frac{2}{2 \cdot 8} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

**Ví dụ 9.**

Một vườn cây có  $x^2 + 2x - y^2 - 2y$  cây, trong đó có  $x^2 - y^2$  cây lấy gỗ còn lại cây ăn quả.

a/ Viết phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả.

b/ Tính giá trị của phân thức đã cho đó tại  $x = 100$ ;  $y = 10$ .

Lời giải:

a/ Số cây ăn quả là :  $x^2 + 2x - y^2 - 2y - x^2 + y^2 = 2x - 2y$  (cây).

Phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả là :  $\frac{x^2 - y^2}{2x - 2y}$  .

b/ Ta có :  $\frac{x^2 - y^2}{2x - 2y} = \frac{(x - y)(x + y)}{2(x - y)} = \frac{x + y}{2}$  .

Giá trị của phân thức đó tại  $x = 100$ ;  $y = 10$  là :

$$\frac{100 + 10}{2} = \frac{110}{2} = 55.$$

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG.****Bài 1.** Chứng minh các đẳng thức sau

a)  $\frac{3x+6}{x+2} = 3$  với  $x \neq -2$ .

b)  $\frac{x^2+2x}{3x+6} = \frac{x}{3}$  với  $x \neq -2$ .

c)  $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$  với  $x \neq \pm 1$ .

d)  $\frac{x^2+3x-4}{x-1} = x+4$  với  $x \neq 1$ .

**Bài 2.** Cho ba phân thức bên dưới .Phân thức nào bằng nhau ?

$$\frac{x^2-2x+1}{x(x-1)}; \frac{x-1}{x}; \frac{2x-2}{2x}.$$

**Bài 3.** Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a)  $\frac{2x+4}{x+2} = \frac{2}{\dots}$  với  $x \neq -2$ . ĐS: 1.

b)  $\frac{x^2+x}{2(x+1)} = \frac{\dots}{2}$  với  $x \neq -1$ . ĐS:  $x$ .

c)  $\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{1}{\dots}$  với  $x \neq \pm 2$ . ĐS:  $x+2$ .

d)  $\frac{x^2+4x-5}{x-1} = \frac{x+5}{\dots}$  với  $x \neq 1$ . ĐS: 1.

**Bài 4.** Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a)  $\frac{-2x+4}{x^2-4} = \frac{\dots}{x+2}$  với  $x \neq \pm 2$ . ĐS:  $-2$ .

b)  $\frac{x^2+3x}{3x+9} = \frac{\dots}{3}$  với  $x \neq -3$ . ĐS:  $x$ .

c)  $\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{\dots}{x+1}$  với  $x \neq \pm 1$ . ĐS:  $(x+1)^2$ .

d)  $\frac{x^2-5x+6}{x-3} = \frac{x-2}{\dots}$  với  $x \neq 3$ . ĐS: 1.

**Bài 5.** Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a)  $\frac{x^2-x}{x^2-1} = \frac{\dots}{x+1}$  với  $x \neq \pm 1$ . ĐS:  $x$ .



b)  $\frac{x^2 + 2x}{3x + 6} = \frac{\dots}{3}$  với  $x \neq -2$ .

ĐS:  $x$ .

c)  $\frac{x - 1}{x^2 - 1} = \frac{\dots}{x + 1}$  với  $x \neq \pm 1$ .

ĐS: 1.

d)  $\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \frac{x + 4}{\dots}$  với  $x \neq 1$ .

ĐS: 1.

**Bài 6.** Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau:

$$\frac{x + 1}{x + 2} = \frac{\dots}{x^2 - 4} = \frac{\dots}{x^2 + x - 2}, \text{ với } x \neq \pm 2; x \neq 1.$$

ĐS:  $(x + 1)(x - 2)$  và  $(x + 1)(x - 1)$ .

**Bài 7.** Tính giá trị của phân thức

a)  $A(x) = \frac{x + 2}{x - 4}$  với  $x \neq 4$  tại  $x = 5$ .

ĐS:  $A(5) = 7$ .

b)  $B(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  với  $x \neq -1$  tại  $2x - 2 = 0$ .

ĐS:  $B(1) = 1$ .

c)  $C(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}$  với  $x \neq -1$  tại  $x^2 = 1$ .

ĐS:  $C(1) = 1$ .

d)  $D(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 1}$  với  $x \neq \pm 1$  tại  $|x + 1| = 3$ .

ĐS:  $D(2) = \frac{5}{3}; D(-4) = -\frac{1}{15}$ .

**Bài 8.** Tính giá trị của phân thức

a)  $A(x) = \frac{x + 1}{3x + 3}$  với  $x \neq -1$  tại  $x = 2$ .

ĐS:  $A(2) = \frac{1}{3}$ .

b)  $B(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$  với  $x \neq 1$  tại  $3x - 6 = 0$ .

ĐS:  $B(2) = \frac{3}{4}$ .

c)  $C(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 1}$  với  $x \neq -1$  tại  $x^2 = 9$ .

ĐS:  $C(3) = 0; C(-3) = -12$ .

d)  $D(x) = \frac{-2x}{x - 3}$  với  $x \neq 3$  tại  $|x| = 1$ .

ĐS:  $D(1) = 1; D(-1) = -\frac{1}{2}$ .

**Bài 9.** Cho cặp phân thức  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$  và  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$  với  $x \neq \pm 1$ . Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

**Bài 10.** Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, chứng tỏ rằng:

a)  $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x};$

b)  $\frac{x + y}{3x} = \frac{3x(x + y)^2}{9x^2(x + y)};$

c)  $\frac{x + 1}{x + 3} = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 9}.$

**Bài 11.** Chứng minh đẳng thức:  $\frac{x-2}{-x} = \frac{8-x^3}{x(x^2+2x+4)}$ .

**Bài 12.** Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, hãy tìm đa thức  $A$  trong đẳng thức

$$\frac{A}{x^2-4} = \frac{x}{x+2}$$

**Bài 13.** Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy điền một đa thức thích hợp vào chỗ trống trong đẳng thức

$$\frac{(x+1)^2}{x^2+x} = \frac{\dots}{x}$$

**Bài 14.**

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức  $A = \frac{x^2+2x+3}{4}$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của phân thức  $B = \frac{4-4x^2+4x}{5}$ .

**Bài 15.** Tìm giá trị lớn nhất của  $P = \frac{10}{x^2-2x+2}$ .

**Bài 16.**

a) Tìm đa thức  $A$ , cho biết  $\frac{A}{x-2} = \frac{x^2+3x+2}{x^2-4}$ .

b) Tìm đa thức  $M$ , cho biết  $\frac{M}{x-1} = \frac{x^2+3x+2}{x+1}$ .

**Bài 17.** Tìm giá trị lớn nhất của phân thức  $P$ , biết  $P = \frac{15}{x^2-2x+4}$ .

**Bài 18.** Tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức  $Q$ , biết  $Q = \frac{18}{4x-x^2-7}$ .

**Bài 19.** Tìm giá trị nguyên của  $x$  để phân thức  $\frac{6}{2x+1}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 20.** Hãy biến đổi hai phân thức  $\frac{x-4}{5x}$  và  $\frac{16-x^2}{x+3}$  để được hai phân thức có cùng tử thức.

**Bài 21.** Rút gọn các phân thức sau

a)  $\frac{2x-6}{(x-3)^2}$ .      ĐS:  $\frac{2}{x-3}$ .      b)  $\frac{x^3-3x^2}{x^2-6x+9}$ .      ĐS:  $\frac{x^2}{x-3}$ .

c)  $\frac{2x^2-8}{x^2+4x+4}$ .      ĐS:  $\frac{2(x-2)}{x+2}$ .      d)  $\frac{x^2+2x}{x^2-x-6}$ .      ĐS:  $\frac{x}{x-3}$ .

**Bài 22.** Rút gọn các phân thức sau

$$\text{a) } \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 1}. \quad \text{ĐS: } \frac{x^2 + 1}{x + 1}.$$

$$\text{b) } \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{2x^3 + 3x^2 + 2x + 3}. \quad \text{ĐS: } \frac{x + 1}{2x + 3}.$$

**Bài 23.** Cho phân thức  $A = \frac{2x - 6}{x^3 - 3x^2 + x - 3}$ .

$$\text{a) Rút gọn biểu thức.} \quad \text{ĐS: } \frac{2}{x^2 + 1}.$$

$$\text{b) Tính giá trị của phân thức tại } x = -2. \quad \text{ĐS: } \frac{2}{5}.$$

**Bài 24.** Chứng minh đẳng thức  $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \frac{x + 1}{x + 2}$ .

**Bài 25.** Chứng tỏ rằng hai phân thức  $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy}$  và  $\frac{x - y}{x}$  bằng nhau.

**Bài 26.** Rút gọn các phân thức sau

$$\text{a) } \frac{(x + 2)^2}{2x + 4}. \quad \text{ĐS: } \frac{x + 2}{2}.$$

$$\text{b) } \frac{x^2 + 4x + 4}{2x + 4}. \quad \text{ĐS: } \frac{x + 2}{2}.$$

$$\text{c) } \frac{(1 - x)(-x - 2)}{x + 2}. \quad \text{ĐS: } x - 1.$$

$$\text{d) } \frac{x^2 - y^2}{x + y}. \quad \text{ĐS: } x - y.$$

**Bài 27.** Rút gọn các phân thức sau

$$\text{a) } \frac{3x - 6}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}. \quad \text{ĐS: } \frac{3}{(x - 2)^2}.$$

$$\text{b) } \frac{x^3 + 2x^2}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}. \quad \text{ĐS: } \frac{x^2}{(x + 2)^2}.$$

**Bài 28.** Rút gọn phân thức:

$$\text{a) } \frac{2x^2y^5}{3x^4y^2}; \quad \text{b) } \frac{3x(x - y)^3}{2x^2(x - y)^2}.$$

**Bài 29.** Rút gọn phân thức

a)  $\frac{3x^2y + 4xy^2}{6x + 8y}$ ;

b)  $\frac{-3x^2 - 6x}{4 - x^2}$ .

**Bài 30.** Rút gọn phân thức:

a)  $\frac{8x^2y^2(x+y)}{4xy(x^2-y^2)}$ ;

b)  $\frac{9x^3 - 18x}{3 \cdot (x^4 - 4)}$ ;

c)  $\frac{x(x+3)}{x^2(3+x)}$ ;

d)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2}$ .

**Bài 31.** Rút gọn biểu thức sau:

a)  $P = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x + 4} - (x - 2)$ ;

b)  $Q = \frac{48(x-5)^2}{120 - 24x}$ ;

c)  $R = \frac{12x^3y^4(x-y)^2}{18x^2y^5(y-x)}$ .

**Bài 32.**a) Cho biểu thức  $A = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x}$ . Tính giá trị biểu thức  $A$  với  $x = 3$ .b) Cho  $A = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 6x + 8}$ . Tính giá trị biểu thức  $A$  với  $x = 0, 2$ .**Bài 33.** Nếu  $y = 2x$  và  $z = 2y$  thì  $\frac{x+y+z}{x+y-z}$  bằng bao nhiêu?**Bài 34.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  $\frac{x}{x^2 + x}$  và  $\frac{x+1}{x^2 - 1}$ .

ĐS:  $\frac{x-1}{(x-1)(x+1)}$ ;  $\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}$ .

b)  $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$  và  $\frac{3}{x+1}$ .

ĐS:  $\frac{x^2 + x + 1}{x+1}$ ;  $\frac{3}{x+1}$ .

**Bài 35.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  $\frac{2}{5x^3y^2}$  và  $\frac{3}{4xy}$ .

ĐS:  $\frac{8}{20x^3y^2}$ ;  $\frac{15x^2y}{20x^3y^2}$ .

b)  $\frac{x}{x^2 - 2xy + y^2}$  và  $\frac{x}{x^2 - xy}$ .

ĐS:  $\frac{x}{(x-y)^2}$ ;  $\frac{x-y}{(x-y)^2}$ .

**Bài 36.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  $\frac{1}{x+2}$ ;  $\frac{2}{2x+4}$  và  $\frac{3}{3x+6}$ .

ĐS:  $\frac{1}{x+2}$ .

b)  $\frac{1}{x+3}$ ;  $\frac{2}{2x-6}$  và  $\frac{3}{3x-9}$ .

ĐS:  $\frac{x-3}{(x+3)(x-3)}$ ;  $\frac{x+3}{(x+3)(x-3)}$ ;  $\frac{x+3}{(x+3)(x-3)}$ .

c)  $\frac{1}{x^2-4}$ ;  $\frac{2}{x+2}$  và  $\frac{3}{x-2}$ .

ĐS:  $\frac{1}{x^2-4}$ ;  $\frac{2x-4}{x^2-4}$ ;  $\frac{3x+6}{x^2-4}$ .

d)  $\frac{1}{x}$ ;  $\frac{2}{x+2}$  và  $\frac{3}{x(x+2)}$ .

ĐS:  $\frac{x+2}{x(x+2)}$ ;  $\frac{2x}{x(x+2)}$ ;  $\frac{3}{x(x+2)}$ .

**Bài 37.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  $\frac{5}{xy}$  và  $\frac{1}{xy^2}$ .

ĐS:  $\frac{5y}{xy^2}$ ;  $\frac{1}{xy^2}$ .

b)  $\frac{1}{x^2-x}$  và  $\frac{2}{x-1}$ .

ĐS:  $\frac{1}{x(x-1)}$ ;  $\frac{2x}{x(x-1)}$ .

c)  $\frac{x^2-4}{x^2+2x}$  và  $\frac{x}{x-2}$ .

ĐS:  $\frac{x^2}{x(x-2)}$ ;  $\frac{(x-2)^2}{x(x-2)}$ .

d)  $\frac{2}{x^2-5x+6}$  và  $\frac{3}{x-3}$ .

ĐS:  $\frac{2}{(x-2)(x-3)}$ ;  $\frac{3(x-2)}{(x-2)(x-3)}$ .

e)  $\frac{4}{x^2-3x+2}$  và  $\frac{1}{x^2-x}$ .

ĐS:  $\frac{4x}{x(x-1)(x-2)}$ ;  $\frac{x-2}{x(x-1)(x-2)}$ .

**Bài 38.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$  và  $\frac{x+1}{x^2-1}$ .

ĐS:  $\frac{(x-2)(x-1)}{x(x-1)}$ ;  $\frac{x}{x(x-1)}$ .

b)  $\frac{x^3-2^3}{x^2-4}$  và  $\frac{3}{x+2}$ .

ĐS:  $\frac{x^2+2x+4}{x+2}$ ;  $\frac{3}{x+2}$ .

**Bài 39.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  $\frac{1}{x^2y}$  và  $\frac{3}{xy}$ .

ĐS:  $\frac{1}{x^2y}$ ;  $\frac{3x}{x^2y}$ .

b)  $\frac{x}{x^2+2xy+y^2}$  và  $\frac{2x}{x^2+xy}$ .

ĐS:  $\frac{x}{(x+y)^2}$ ;  $\frac{2(x+y)}{(x+y)^2}$ .

**Bài 40.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  $\frac{1}{x-2}$ ;  $\frac{2}{2x-4}$  và  $\frac{3}{3x-6}$ .

ĐS:  $\frac{1}{x-2}$ .

b)  $\frac{1}{x+4}$ ;  $\frac{1}{2x+8}$  và  $\frac{3}{x-4}$ .

ĐS:  $\frac{2x-8}{2(x-4)(x+4)}$ ;  $\frac{x-4}{2(x-4)(x+4)}$ ;  $\frac{6x+24}{2(x-4)(x+4)}$ .

c)  $\frac{1}{x^2 - 1}$ ;  $\frac{2}{x - 1}$  và  $\frac{2}{x + 1}$ .

ĐS:  $\frac{1}{(x - 1)(x + 1)}$ ;  $\frac{2x + 2}{(x - 1)(x + 1)}$ ;  $\frac{2x - 2}{(x - 1)(x + 1)}$ .

d)  $\frac{1}{2x}$ ;  $\frac{2}{x - 2}$  và  $\frac{3}{2x(x - 2)}$ .

ĐS:  $\frac{x - 2}{2x(x - 2)}$ ;  $\frac{4x}{2x(x - 2)}$ ;  $\frac{3}{2x(x - 2)}$ .

**Bài 41.** Tìm mẫu thức chung của hai phân thức:  $\frac{2x}{x^2 + 3x + 2}$ ;  $\frac{3x}{x^2 + 4x + 3}$

**Bài 42.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a)  $\frac{2x + 1}{6xy^3}$  và  $\frac{3x}{9x^2y}$ ;

b)  $\frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 25}$ ;  $\frac{x - 3}{5 - x}$ ;  $\frac{4x}{x + 5}$ .

**Bài 43.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a)  $\frac{-7y}{12xz^2}$ ;  $\frac{11z}{18x^2y}$ ;  $\frac{5x}{6y^2z}$ ;

b)  $\frac{6}{7xy^2z}$ ;  $\frac{11}{14x^2y^3z^3}$ .

**Bài 44.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a)  $\frac{5}{3x + 15}$ ;  $\frac{3}{x^2 - 25}$ ;

b)  $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$ ;  $\frac{3x + 3}{x^3 + 2x^2 + x}$ ;  $\frac{2x}{x^3}$ .

**Bài 45.** Cho hai phân thức  $\frac{1}{x - a}$  và  $\frac{2}{x - b}$  với  $a < b$ .

a) Hãy xác định  $a$  và  $b$  biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là  $x^2 - 5x + 6$ . ĐS:  $a = 2, b = 3$ .

b) Với  $a$  và  $b$  tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là  $x^2 - 5x + 6$ .

ĐS:  $\frac{1}{x - 2}$  và  $\frac{2}{x - 3}$ ;  $\frac{x - 3}{(x - 2)(x - 3)}$  và  $\frac{2x - 4}{(x - 2)(x - 3)}$ .

**Bài 46.** Cho hai phân thức  $\frac{1}{x^2 - ax}$  và  $\frac{2}{x - b}$  với  $a < b$ .

a) Hãy xác định  $a$  và  $b$  biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là  $x^3 - 5x^2 + 6x$ . ĐS:  $a = 2, b = 3$ .

b) Với  $a$  và  $b$  tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là  $x^3 - 5x^2 + 6x$ .

ĐS:  $\frac{1}{x^2 - 2x}$  và  $\frac{2}{x - 3}$ ;  $\frac{x - 3}{x(x - 2)(x - 3)}$  và  $\frac{2x^2 - 4x}{x(x - 2)(x - 3)}$ .

**Bài 47.** Cho hai phân thức  $\frac{2}{x^2 - ax}$  và  $\frac{-1}{x + b}$  với  $a; b > 0$ .

a) Hãy xác định  $a$  và  $b$  biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là  $x^3 - x^2 - 6x$ . ĐS:  $a = 3$ ;  $b = 2$ .

b) Với  $a$  và  $b$  tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là  $x^3 - x^2 - 6x$ .

$$\text{ĐS: } \frac{2}{x^2 - 3x} \text{ và } \frac{-1}{x + 2}; \frac{2x + 4}{x(x + 2)(x - 3)} \text{ và } \frac{-x^2 + 3x}{x(x + 2)(x - 3)}.$$

---

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.****1. Phép cộng các phân thức đại số .**

- *Quy tắc cộng hai phân thức có cùng mẫu thức:* Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{M} + \frac{B}{M} = \frac{A+B}{M};$$

- *Quy tắc cộng hai phân thức không cùng mẫu thức:* Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi đưa về quy tắc cộng hai phân thức có cùng mẫu thức.
- Giống như phép cộng phân số, phép cộng phân thức cũng có các tính chất sau : giao hoán; kết hợp; cộng với số 0.

**Chú ý:** Nhờ tính chất kết hợp nên trong một dãy phép cộng nhiều phân thức, ta có thể không cần đặt dấu ngoặc.

**2. Phép trừ các phân thức đại số .**

- *Quy tắc trừ hai phân thức có cùng mẫu thức:* Muốn trừ hai phân thức có cùng mẫu thức, ta trừ tử của phân thức bị trừ và giữ nguyên mẫu :

$$\frac{A}{M} - \frac{B}{M} = \frac{A-B}{M};$$

- *Quy tắc cộng hai phân thức không cùng mẫu thức:* Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi đưa về quy tắc trừ hai phân thức có cùng mẫu thức.
- Phân thức đối của phân thức  $\frac{A}{B}$  kí hiệu là  $-\frac{A}{B}$ . Ta có :  $\frac{A}{B} + \left(-\frac{A}{B}\right) = 0$ .
- Phân thức đối của phân thức  $\frac{A}{B}$  là  $\frac{-A}{B}$  hay  $-\frac{A}{B}$ .
- $-\left(-\frac{A}{B}\right) = \frac{A}{B};$

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** Cộng , trừ các phân thức đại số thông thường

**Ví dụ 1.** Thực hiện các phép tính sau:



a)  $\frac{x-4}{7} + \frac{6x+4}{7}$ .

ĐS:  $x$ .

b)  $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-10}{x-2} + \frac{x+3}{x-2}$ .

ĐS:  $3$ .**Ví dụ 2.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x+1}{2x-2} + \frac{-2x}{x^2-1}$ .

ĐS:  $\frac{x-1}{2(x+1)}$ .

b)  $\frac{2x}{x^2+4x+4} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{2-x}{(x+2)^2}$ .

ĐS:  $1$ .

c)  $\frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-2}{x-1}$ .

ĐS:  $\frac{x+1}{x-1}$ .

d)  $\frac{2(2xy-1)}{3x^2y^2} - \frac{xy-2}{3x^2y^2}$ .

ĐS:  $\frac{1}{xy}$ .

e)  $\frac{x^3-1}{x^2-x} - \frac{x^3+1}{x^2+x}$ .

ĐS:  $2$ .

f)  $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{y^2}{xy-y^2} - \frac{x^2}{x^2-xy}$ .

ĐS:  $-\frac{2xy}{(x-y)(x+y)}$ .**Dạng 2: Cộng, trừ các phân thức đại số kết hợp quy tắc đổi dấu**

- Áp dụng quy tắc đổi dấu để tìm mẫu thức chung:

$$\frac{-A}{-B} = \frac{A}{B}; \quad \frac{A}{-B} = \frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}.$$

- Thực hiện theo quy tắc cộng, trừ hai phân thức có cùng mẫu thức.

**Ví dụ 3.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{2x^2-x}{x-1} + \frac{x+1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x-1}$ .

ĐS:  $x-1$ .

b)  $\frac{2}{x+1} - \frac{4}{1-x} + \frac{5x+1}{1-x^2}$ .

ĐS:  $\frac{1}{x-1}$ .**Ví dụ 4.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{y}{2x^2-xy} + \frac{4x}{y^2-2xy}$ .

ĐS:  $\frac{-2x-y}{xy}$ .

b)  $\frac{x}{x^2+xy} + \frac{x-3y}{y^2-x^2} + \frac{x}{xy-x^2}$ .

ĐS:  $\frac{-1}{x+y}$ .

**Dạng 3: Rút gọn phân thức và tính giá trị của biểu thức đó**

- Bước 1: Áp dụng kiến thức đã học để rút gọn phân thức.
- Bước 2: Tính giá trị biểu thức sau khi đã rút gọn.

**Ví dụ 5.** Cho biểu thức:  $P = \frac{2}{x^2 - x} + \frac{2}{x^2 + x + 1} + \frac{4x}{1 - x^3}$  với  $x \neq 0; x \neq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ ;

$$\text{ĐS: } P = \frac{2}{x(x^3 - 1)}.$$

b) Tính giá trị biểu thức  $P$  tại  $x = 2$ .

$$\text{ĐS: } \frac{1}{7}.$$

**Dạng 4: Toán có nội dung thực tế**

- Bước 1: Thiết lập các biểu thức theo yêu cầu bài toán.
- Bước 2: Sử dụng kiến thức đã học để giải quyết bài toán.

**Ví dụ 6.** Một đội máy xúc nhận nhiệm vụ xúc  $11600 \text{ m}^3$ . Giai đoạn đầu, đội chỉ xúc được  $5000 \text{ m}^3$  với năng suất trung bình của máy xúc là  $x \text{ m}^3/\text{ngày}$ . Giai đoạn sau, năng suất làm việc của máy xúc tăng được  $25 \text{ m}^3/\text{ngày}$ . Khi đó:

a) Hãy biểu diễn:

i) Thời gian xúc  $5000 \text{ m}^3$  ở giai đoạn đầu tiên;

$$\text{ĐS: } \frac{5000}{x} \text{ ngày}$$

ii) Thời gian làm nốt phần việc còn lại ở giai đoạn sau;

$$\text{ĐS: } \frac{6600}{x + 25} \text{ ngày}$$

iii) Tổng thời gian hoàn thành công việc.

$$\text{ĐS: } \frac{5000}{x} + \frac{6600}{x + 25} \text{ ngày.}$$

b) Giả sử năng suất trung bình của máy xúc là  $250 \text{ m}^3/\text{ngày}$  thì tổng thời gian hoàn thành công việc là bao nhiêu ngày?

$$\text{ĐS: } 44 \text{ ngày.}$$

**Ví dụ 5.** Công ty da giày Hải Phòng nhận sản xuất 10000 đôi giày cho một đối tác nước ngoài với thời hạn là  $x$  ngày. Do cải tiến kỹ thuật, công ty không những hoàn thành trước kế hoạch đề ra một ngày mà còn sản xuất thêm được 200 đôi giày.

a) Hãy biểu diễn qua  $x$ :

i) Số lượng đôi giày công ty phải sản xuất trong một ngày theo kế hoạch.  $\text{ĐS: } \frac{10000}{x}$

ii) Số lượng đôi giày thực tế công ty đã sản xuất được trong một ngày.  $\text{ĐS: } \frac{10200}{x - 1}$

iii) Số lượng đôi giày làm thêm trong một ngày.  $\text{ĐS: } \frac{200x + 10000}{x(x - 1)}$

b) Tính số lượng đôi giày mà công ty làm thêm trong một ngày với  $x = 25$ .  $\text{ĐS: } 25$ .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG****Bài 1.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{11x - 4}{x - 1} + \frac{10x + 4}{2 - 2x}$ . ĐS: 6.

b)  $\frac{1}{x + 2} + \frac{5}{2x^2 + 3x - 2}$ . ĐS:  $\frac{2}{2x - 1}$ .

c)  $\frac{-3x^2}{x^3 + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x + 1}$ . ĐS:  $\frac{-2(x - 1)}{x^2 - x + 1}$ .

d)  $\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{1 + x} + \frac{2}{1 + x^2} + \frac{4}{1 + x^4}$ . ĐS:  $\frac{8}{1 - x^8}$ .

**Bài 2.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x + 4y}{x^2 - 2xy} + \frac{x + y}{2y^2 - xy}$ . ĐS:  $\frac{-x - 2y}{xy}$ .

b)  $\frac{1}{(x - y)(y - z)} + \frac{1}{(y - z)(z - x)} + \frac{1}{(z - x)(x - y)}$ . ĐS: 0.

**Bài 3.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{2x - 4}{5} + \frac{3x + 14}{5}$ . ĐS:  $x + 2$ .

b)  $\frac{x + 1}{x - 5} + \frac{x - 18}{x - 5} + \frac{x + 2}{x - 5}$ . ĐS: 3.

**Bài 4.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{6}{x^2 + 4x} + \frac{3}{2x + 8}$ . ĐS:  $\frac{3}{2x}$ .

b)  $\frac{x + 1}{x - 2} + \frac{x - 2}{x + 2} + \frac{x - 14}{x^2 - 4}$ . ĐS: 2.

**Bài 5.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{4 - x^2}{x - 3} + \frac{2x - 2x^2}{3 - x} + \frac{5 - 4x}{x - 3}$ . ĐS:  $x - 3$ .

$$b) \frac{2}{x+2} + \frac{-4}{2-x} + \frac{5x+2}{4-x^2}. \quad \text{ĐS: } \frac{1}{x-2}.$$

**Bài 6.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{y}{x^2 - xy} + \frac{x}{y^2 - xy}. \quad \text{ĐS: } \frac{-x - y}{xy}.$$

$$b) \frac{1}{x^2 + xy} + \frac{2}{y^2 - x^2} + \frac{1}{xy - x^2}. \quad \text{ĐS: } \frac{-2}{x(x-y)}.$$

**Bài 7.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x^2 + x}{x^3 + x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 + 1}$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ . ĐS:  $P = \frac{x+1}{x^2+1}$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $P$  tại  $x = 1$ . ĐS: 1.

**Bài 8.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x^2+x}$  với  $x \neq 0$ ;  $x \neq -1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ ; ĐS:  $P = x + 1$ .

b) Tính giá trị biểu thức  $P$  tại  $x = 1$ . ĐS: 2.

**Bài 9.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{3x+4}{x^3y^2} - \frac{4-x}{x^3y^2}. \quad \text{ĐS: } \frac{4}{x^2y^2}.$$

$$b) \frac{x^2+2}{x^3+1} - \frac{1}{x+1}. \quad \text{ĐS: } \frac{1}{x^2-x+1}.$$

$$c) \frac{1}{x-1} - \frac{5x-4}{x^2-x}. \quad \text{ĐS: } \frac{-4}{x}.$$

$$d) \frac{x}{xy-y^2} - \frac{y-2x}{xy-x^2}. \quad \text{ĐS: } \frac{x-y}{xy}.$$

**Bài 10.** Tìm phân thức  $P(x)$  thỏa mãn đẳng thức sau:

$$a) \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - P(x) = \frac{6x-4}{x^2-1}. \quad \text{ĐS: } P(x) = \frac{x-1}{x+1}.$$

$$b) \frac{2x+4}{x^3-1} - P(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}. \quad \text{ĐS: } \frac{-x}{x^2+x+1}.$$

**Bài 11** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{3x-2}{x+1} - \frac{2x-1}{x+1}$ . ĐS:  $\frac{x-1}{x+1}$ .

b)  $\frac{2(xy-1)}{x^2y^2} - \frac{xy-2}{x^2y^2}$ . ĐS:  $\frac{1}{xy}$ .

c)  $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x}$ . ĐS:  $\frac{x+1}{x}$ .

d)  $\frac{1}{xy-y^2} - \frac{1}{x^2-xy}$ . ĐS:  $\frac{1}{xy}$ .

**Bài 12.** Tìm phân thức  $Q(x)$  thỏa mãn đẳng thức sau:  $Q(x) + \frac{x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-1}{x^2-5x+6}$ .

ĐS:  $\frac{3}{x-3}$ .

**Bài 13.**

a) Chứng tỏ rằng hiệu của phân thức dưới đây có tử bằng 1:  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ . ĐS:  $\frac{1}{x(x+1)}$ .

b) Tính nhanh biểu thức sau:  $Q(x) = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \dots + \frac{1}{(x+99)(x+100)}$ .

ĐS:  $\frac{100}{x(x+100)}$ .

**Bài 14.** Đầu tháng 5 năm 2017, toàn thế giới ghi nhận hàng chục ngàn máy tính bị nhiễm một loại virus mới mang tên WannaCry. Theo ước tính, có 150000 thiết bị điện tử trở thành nạn nhân của cuộc tấn công mạng này. Trong thời gian đầu virus mới được phát tán, trung bình một ngày ghi nhận  $x$  thiết bị nhiễm virus và giai đoạn này khiến 60000 thiết bị bị thiệt hại. Sau đó tốc độ lan truyền gia tăng 500 thiết bị nhiễm virus mỗi ngày.

a) Hãy biểu diễn:

i) Thời gian 60000 thiết bị đầu tiên nhiễm virus; ĐS:  $\frac{60000}{x}$ .

ii) Thời gian số thiết bị còn lại bị lây nhiễm; ĐS:  $\frac{90000}{x+500}$ .

iii) Thời gian để 150000 thiết bị nêu trên bị nhiễm virus. ĐS:  $\frac{90000}{x+500} + \frac{60000}{x}$ .

b) Tính thời gian để 150000 thiết bị nêu trên bị nhiễm virus với  $x = 4000$ . ĐS: 35.

**Bài 15.** Một tàu du lịch đi từ Hà Nội tới Việt Trì, sau đó nó nghỉ lại tại Việt Trì 2 giờ trước khi quay trở lại Hà Nội. Quãng đường từ Hà Nội tới Việt Trì là 70 km. Vận tốc của dòng nước là 5 km/h. Gọi vận tốc thực của tàu là  $x$  km/h.

a) Hãy biểu diễn:

i) Thời gian tàu đi ngược dòng từ Hà Nội tới Việt Trì; ĐS:  $\frac{70}{x-5}$  (giờ)

ii) Thời gian tàu đi xuôi dòng từ Việt Trì tới Hà Nội; ĐS:  $\frac{70}{x+5}$  (giờ)

iii) Thời gian kể từ lúc tàu xuất phát đến khi tàu quay trở về Hà Nội. ĐS:  $\frac{70}{x-5} + \frac{70}{x+5} + 2$   
(giờ).

b) Tính thời gian kể từ lúc xuất phát đến khi tàu về tới Hà Nội, biết rằng vận tốc lúc ngược dòng của tàu là 20 km/h. ĐS: 7 giờ 50 phút.

**Bài 16.** Nếu mua lẻ thì giá một chiếc bút bi là  $x$  đồng. Nhưng nếu mua từ 10 bút trở lên thì giá mỗi chiếc rẻ hơn 100 đồng. Cô Dung dùng 180000 đồng để mua bút cho văn phòng. Hãy biểu diễn qua  $x$ :

a) Tổng số bút mua được khi mua lẻ. ĐS:  $\frac{180000}{x}$ .

b) Tổng số bút mua được khi mua cùng một lúc, biết rằng giá tiền một bút không quá 1200 đồng.

$$\text{ĐS: } \frac{180000}{x-100}.$$

c) Số bút được lợi khi mua cùng một lúc so với khi mua lẻ. ĐS:  $\frac{18000000}{x(x-100)}$

**Bài 17.** Một công ty may mặc phải sản xuất 10000 sản phẩm trong  $x$  ngày. Khi thực hiện không những đã làm xong sớm một ngày mà còn làm thêm được 80 sản phẩm.

a) Hãy biểu diễn qua  $x$ :

i) Số sản phẩm phải sản xuất trong một ngày theo kế hoạch. ĐS:  $\frac{10000}{x}$

ii) Số lượng sản phẩm thực tế đã làm được trong một ngày. ĐS:  $\frac{10080}{x-1}$

iii) Số sản phẩm làm thêm trong một ngày. ĐS:  $\frac{80x+10000}{x(x-1)}$ .

b) Tính số sản phẩm làm thêm trong một ngày với  $x = 25$ . ĐS: 20.

**Bài 18.** Tính nhanh biểu thức sau:

$$Q(x) = \frac{1}{x^2 - 1} + \frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35}. \quad \text{ĐS: } Q(x) = \frac{4}{(x-1)(x+7)}.$$

## E. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Thực hiện phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{x+y}{3x} + \frac{x-2y}{3x}; \quad \text{b) } \frac{x^2+4}{x-2} + \frac{4x}{2-x}.$$

**Câu 2.** Rút gọn biểu thức sau

$$A = \frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2}$$

**Câu 3.** Cho  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Tính

$$M = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1}.$$

**Câu 4.** Thực hiện phép tính sau

$$\text{a) } \frac{3}{4xy} + \frac{5x}{2y^2z} + \frac{7}{6yz^2}; \quad \text{b) } \frac{x^2}{x^2+3x} + \frac{3}{x+3} + \frac{3}{x}.$$

**Câu 5.** Rút gọn biểu thức

$$B = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} + \frac{2a}{a^2+b^2} + \frac{4a^3}{a^4+b^4} + \frac{8a^7}{a^8+b^8}.$$

**Câu 6.** Cho  $a+b+c=0$ . Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{a^2}{a^2-b^2-c^2} + \frac{b^2}{b^2-a^2-c^2} + \frac{c^2}{c^2-a^2-b^2};$$

$$B = \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2}.$$

**Câu 7.** Tìm  $x$  biết:  $x - \frac{1}{a+1} = \frac{2}{a^2-1}$  ( $a$  là hằng số).

**Câu 8.** Chứng minh đẳng thức

$$\frac{a^2 + 3ab}{a^2 - 9b^2} + \frac{2a^2 - 5ab - 3b^2}{6ab - a^2 - 9b^2} = \frac{a^2 + ab + ac + bc}{3bc - a^2 - ac + 3ab}.$$

**Câu 9.** Tính:

a)  $\frac{5x - 2}{15} + \frac{2x + 2}{15};$

b)  $\frac{2 - 2x}{6x^3y} + \frac{3 + 2y}{6x^3y} + \frac{2x - 5}{6x^3y};$

c)  $\frac{x^2}{x + y} + \frac{y^2}{y + z} + \frac{-y^2}{x + y} + \frac{-z^2}{y + z}.$

**Câu 10.** Tính:

a)  $\frac{4x - 2}{7xy^2} + \frac{x + 2}{7xy^2};$

b)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x};$

c)  $\frac{2x - 1}{x} + \frac{x + 3}{2}.$

**Câu 11.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{3x + 1}{2xy} - \frac{x - 2}{2xy};$

b)  $\frac{xy}{2x - y} - \frac{2x^2}{y - 2x}.$

**Câu 12.** Thực hiện các phép tính sau

a)  $\frac{3x}{5x + 5y} - \frac{x}{10x - 10y};$

b)  $\frac{1}{3x - 2} - \frac{4}{3x + 2} - \frac{3x - 6}{4 - 9x^2}.$

**Câu 13.** Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{x + 2}{x^2 + x + 1} - \frac{2}{x - 1} - \frac{2x^2 + 4}{1 - x^3}.$

**Câu 14.** Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{20x^2 + 120x + 180}{(3x + 5)^2 - 4x^2} + \frac{5x^2 - 125}{9x^2 - (2x + 5)^2} - \frac{(2x + 3)^2 - x^2}{3(x^2 + 8x + 15)}.$$

**Câu 15.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{6x^2 + 8x + 7}{x^3 - 1} + \frac{x}{x^2 + x + 1} - \frac{6}{x - 1} \quad \text{v?i } x = \frac{1}{2}.$$

**Câu 16.** Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{10}{(x + 2)(3 - x)} - \frac{12}{(3 - x)(3 + x)} - \frac{1}{(x + 3)(x + 2)} \quad ; x = -0,75.$$

**Câu 17.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị biến  $x$ .

$$A = \frac{x + 1}{x - 1} + \frac{x - 1}{x + 1} - \frac{4}{x^2 - 1} \quad ; x \neq 1; x \neq -1.$$



**Câu 18.** Tìm  $x$  biết:  $x + \frac{1}{a^2 - a} = \frac{a}{a - 1}$ ; ( $a$  là hằng số).

**Câu 19.** Tìm phân thức  $X$  biết:  $X + \frac{(a^2 + 2) \cdot a}{a^3 - 1} - 1 = \frac{2}{a^2 + a + 1}$ .

**Câu 20.** Tính: a)  $\frac{7x + 2}{5x - 2} - \frac{2 - 2x}{5x - 2}$ ; b)  $\frac{5x - 2}{4x^2y} - \frac{x - 2}{4x^2y}$ .

**Câu 21.** Tính: a)  $\frac{xy}{x^2 - y^2} - \frac{x^2}{y^2 - x^2}$ ; b)  $\frac{x + 4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 + 2x}$ .

**Câu 22.** Tính  $\frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x^3 + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1}$ .

**Câu 23.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào  $x$ .

$$A = \frac{x + 4}{2x + 4} - \frac{x - 2}{x^2 - 4}$$

**Câu 24.** Thực hiện phép tính  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1}$ .

**Câu 25.** Thu gọn biểu thức:  $A = \frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x + 3}$ .

**Câu 26.**Viết phân thức  $P = \frac{4x^2 - 2x + 3}{2x - 1}$  dưới dạng tổng một đa thức và một phân thức có tử thức là hằng số.

**Câu 27.** Cho phân thức  $P = \frac{4x^2 - 2x + 7}{2x - 1}$ . Tìm giá trị nguyên của  $x$  để giá trị của phân thức  $P$  là một số nguyên.

**Câu 28.** Cho biểu thức  $P = \frac{25x^2 - 1}{1 - 5x} + \frac{5xy - 15x + y - 3}{y - 3}$  với  $x \neq \frac{1}{5}; y \neq 3$ . Tính giá trị của  $P$ .

**Câu 29.** Cho  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$ . Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{a^2}{a^2 + 2bc} + \frac{b^2}{b^2 + 2ac} + \frac{c^2}{c^2 + 2ab}$$

## PHÉP NHÂN, PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

### A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.

#### 1. Phép nhân phân thức đại số .

Quy tắc nhân hai phân thức:

- Muốn cộng hai phân thức ta nhân các tử thức và nhân các mẫu thức với nhau

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A+C}{B+D};$$

**Chú ý:** Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là tích . Ta thường viết tích này dưới dạng rút gọn.

\*\*\* Tính chất cơ bản của phép nhân thức:

Giao hoán :  $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B};$

Kết hợp :  $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{M}{N} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{M}{N}\right);$

Phân phối đối với phép cộng :  $\frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} + \frac{M}{N}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{M}{N};$

Nhân với số 1:  $\frac{A}{B} \cdot 1 = \frac{A}{B} \cdot 1 = \frac{A}{B};$

**Chú ý:** Nhờ tính chất kết hợp nên trong một số dãy phép tính nhân nhiều phân thức, ta có thể không cần đặt dấu ngoặc..

#### 2. Phép chia phân thức đại số .

\*\*\* Phân thức nghịch đảo :

Phân thức  $\frac{B}{A}$  được gọi là phân thức nghịch đảo của phân thức  $\frac{A}{B}$  với A, B là các đa thức khác đa thức 0.

\*\*\* Quy tắc chia hai phân thức :

Muốn chia phân thức  $\frac{A}{B}$  cho phân thức  $\frac{C}{D}$  khác 0, ta nhân  $\frac{A}{B}$  với phân thức nghịch đảo của  $\frac{C}{D}$ .

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}; \quad \frac{C}{D} \neq 0.$$

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

**Dạng 1: Thực hiện phép nhân, chia phân thức.**

**Ví dụ 1.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{6x}{15y^3} \cdot \left(-\frac{5y^2}{3x^2}\right)$ . ĐS:  $-\frac{2}{3xy}$ .

b)  $\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{(x+1)^2}$ . ĐS:  $\frac{x+2}{x+1}$ .

c)  $\frac{3-3x}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x-1}$ . ĐS:  $\frac{-3}{x+3}$ .

d)  $\frac{6x+4}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-2x}{3x+2}$ . ĐS:  $\frac{2x}{x+2}$ .

**Ví dụ 2.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{1-x^2}{x^2-2x} : \frac{x+1}{x}$ . ĐS:  $\frac{1-x}{x-2}$ .

b)  $\frac{x^3-1}{x+2} : (x^2+x+1)$ . ĐS:  $\frac{x-1}{x+2}$ .

c)  $\frac{x^2-1}{x^2+x-2} : \frac{x^2-2x+1}{x^2+3x+2}$ . ĐS:  $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$ .

d)  $\frac{x+2y}{x^2+xy+y^2} : \frac{x^2+4xy+4y^2}{x^3-y^3}$ . ĐS:  $\frac{x-y}{x+2y}$ .

**Dạng 2: Rút gọn biểu thức**

- Phân tích tử và mẫu thức thành nhân tử.
- Triệt tiêu các biểu thức ở trên tử và mẫu (ưu tiên tối giản phân thức ngay từ đầu).

**Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\frac{x-2}{x+1} \cdot \frac{2x^2-5x-3}{x^2-5x+6}$ . ĐS:  $\frac{2x+1}{x+1}$ .

b)  $\frac{2x-4}{x^2-1} \cdot \frac{x^3-3x^2+3x-1}{x-2}$ . ĐS:  $\frac{2(x-1)^2}{x+1}$ .

c)  $\frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{2x-5}{x-1} + \frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{6-x}{x-1}$ . ĐS:  $\frac{x^2}{x-1}$ .

d)  $\frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2-x-6}{x^2-2x+1}$ . ĐS:  $\frac{x+2}{x-1}$ .

**Ví dụ 3.** Rút gọn biểu thức:

a)  $\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 - 2} \cdot \frac{x - 1}{2x + 2} \cdot \frac{2x^2 - 4}{(x^2 + 1)^2}$ .

ĐS:  $\frac{x - 1}{x + 1}$ .

b)  $\frac{1 - x}{x^3} \cdot \left( x^2 + x + 1 - \frac{x^3}{x - 1} \right)$ .

ĐS:  $\frac{1}{x^3}$ .

**Ví dụ 4.** Rút gọn biểu thức:

a)  $A = \frac{x^2}{(y + 1)^2} : \frac{2x}{y + 1} : \frac{2x}{y + 1}$ .

ĐS:  $\frac{1}{4}$ .

b)  $B = \frac{x^2}{(y + 1)^2} : \left( \frac{2x}{y + 1} : \frac{2x}{y + 1} \right)$ .

ĐS:  $\frac{x^2}{(y + 1)^2}$ .

**Ví dụ 5.** Rút gọn biểu thức  $P = xy$ , biết

$$(2a^3 + 2b^3)x + b = a \text{ và } (2a - 2b)y = 3(a + b)^2 \quad (a \neq b, a \neq -b).$$

ĐS:  $P = \frac{3(a + b)}{4(a^2 - ab + b^2)}$ .

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \cdot \frac{1}{1 - x}$ .

ĐS:  $-\frac{x + 1}{x + 2}$ .

b)  $\frac{x + 2}{x - 1} \cdot \frac{1 - x^3}{x^3 + 8}$ .

ĐS:  $-\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 2x + 4}$ .

c)  $\frac{x + 4}{x - 3} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 5x + 4}$ .

ĐS:  $\frac{x + 4}{x + 1}$ .

d)  $\frac{x^2}{x^2 - 4x} \cdot (8 - 2x)$ .

ĐS:  $-2x$ .

**Bài 2.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 4} \cdot \left( \frac{1}{x - 1} - \frac{x + 1}{x^2 + x + 1} \right)$ .

ĐS:  $\frac{1}{x - 2}$ .

b)  $\frac{x^3 + 8}{x - 1} \cdot \frac{10 - 2x}{x + 2} + \frac{x^3 + 8}{x - 1} \cdot \frac{x - 9}{x + 2}$ .

ĐS:  $-(x^2 - 2x + 4)$ .

$$c) \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2}. \quad \text{ĐS: } \frac{x-1}{x+1}.$$

$$d) \frac{x-1}{2-x} \cdot \left( \frac{x^3}{1-x} + x^2 + x + 1 \right). \quad \text{ĐS: } \frac{1}{x-2}.$$

**Bài 3.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) (x^2 - 9) : \frac{2x + 6}{x - 3}. \quad \text{ĐS: } \frac{(x-3)^2}{2}.$$

$$b) \frac{xy}{2x-3} : \frac{x^2 y^2}{6-4x}. \quad \text{ĐS: } \frac{-2}{xy}.$$

$$c) \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 2x + 1} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - x}. \quad \text{ĐS: } \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}.$$

$$d) \frac{2x + 3y}{2-x} : \frac{4x^2 + 12xy + 9y^2}{x^3 - 8}. \quad \text{ĐS: } -\frac{x^2 + 2x + 4}{2x + 3y}.$$

**Bài 4.** Rút gọn biểu thức:

$$a) \frac{x+4}{x+5} : \frac{x+5}{x+6} : \frac{x+6}{x+4}. \quad \text{ĐS: } \left( \frac{x+4}{x+5} \right)^2.$$

$$b) \frac{x-7}{x+8} : \left( \frac{x-7}{x-9} : \frac{x+8}{x-9} \right). \quad \text{ĐS: } 1.$$

**Bài 5.** Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức sau:

$$a) \frac{x^2 + 3x}{x-4} : P = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x}. \quad \text{ĐS: } P = \frac{x^2}{x-3}.$$

$$b) Q : \frac{x-2}{2x+3} = \frac{4x^2 + 12x + 9}{x^2 - 4}. \quad \text{ĐS: } Q = \frac{2x+3}{x+2}.$$

**Bài 6.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{1-x^2}{x^2+2x} : \frac{2-2x}{3x}. \quad \text{ĐS: } \frac{3}{2} \cdot \frac{x+1}{x+2}.$$

$$b) \frac{x^3+1}{x-1} : (x^2-x+1). \quad \text{ĐS: } \frac{x+1}{x-1}.$$

$$c) \frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2} : \frac{x^2-4x+4}{x^2+2x}. \quad \text{ĐS: } \frac{x}{x-2}.$$

d)  $\frac{x - 2y}{x^2 - xy + y^2} : \frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{x^3 + y^3}$ .

ĐS:  $\frac{x + y}{x - 2y}$ .

**Bài 7.** Cho  $(6a + 15b)x = 3a + 3$  và  $(a^3 + 1)y = 4a^2 - 25b^2$ . Rút gọn biểu thức  $A = \frac{x^2 - x}{2} \cdot \frac{2y}{x - 1}$  theo  $a$

và  $b$ .

ĐS:  $\frac{2a - 5b}{a^2 - a + 1}$ .

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\frac{4x^2}{9y^4} \cdot \left(-\frac{3y^3}{2x}\right)$ .

ĐS:  $-\frac{2x}{3y}$ .

b)  $\frac{x^2}{x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^3}$ .

ĐS:  $\frac{x + 2}{x}$ .

c)  $\frac{2x - 2}{x^2 - 4} \cdot \frac{2 - x}{x - 1}$ .

ĐS:  $\frac{-2}{x + 2}$ .

d)  $\frac{6x - 4}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 2}$ .

ĐS:  $\frac{2(x - 1)}{x + 2}$ .

**Bài 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\frac{x - 3}{x - 1} \cdot \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 12}$ .

ĐS:  $\frac{x - 2}{x + 4}$ .

b)  $\frac{2 - x}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^3 + 1}{x - 2}$ .

ĐS:  $-\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .

c)  $\frac{x^2}{x - 1} \cdot \frac{5 - x}{x + 1} + \frac{x^2}{x - 1} \cdot \frac{2x - 6}{x + 1}$ .

ĐS:  $\frac{x^2}{x + 1}$ .

d)  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2} \cdot \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$ .

ĐS:  $\frac{x - 3}{x - 1}$ .

**Bài 10.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 2} \cdot \frac{x + 1}{2x - 2} \cdot \frac{2x^2 - 4}{(x^2 - 1)^2}$ .

ĐS:  $\frac{x + 1}{x - 1}$ .

b)  $\frac{x + 1}{x^3} \cdot \left(x^2 - x + 1 - \frac{x^3}{x + 1}\right)$ .

ĐS:  $\frac{1}{x^3}$ .

**Bài 11.** Rút gọn biểu thức  $P = xy$ , biết

$$(3a^3 - 3b^3)x - 4b = 4a \text{ và } (4a + 4b)y = 3(a - b)^2 \quad (a + b \neq 0, a - b \neq 0).$$

ĐS:  $P = \frac{a - b}{a^2 + ab + b^2}$ .

**Bài 12.** Rút gọn biểu thức:

a)  $A = \frac{x^2}{4y^2} : \frac{3x}{2y} : \frac{3x}{2y}$ . ĐS:  $\frac{1}{9}$ .

b)  $B = \frac{x^2}{4y^2} : \left( \frac{3x}{2y} : \frac{3x}{2y} \right)$ . ĐS:  $\frac{x^2}{4y^2}$ .

**Câu 13.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 9}$ ;      b)  $-\frac{25x^2y^5}{3x} : 15xy^2$ ;      c)  $(x^2 + y^2) : \frac{x^3y + xy^3}{x^4y}$ .

**Câu 14.** Thực hiện phép tính:  $\frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1}$ .

**Câu 15.** Rút gọn biểu thức:  $R = \frac{3a^2 - 2ab - b^2}{2a^2 + ab - b^2} : \frac{3a^2 - 4ab + b^2}{3a^2 + 2ab - b^2}$ .

**Câu 16.** Cho  $x \neq 0$ ,  $x \neq \pm 2$ . Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left( \frac{4}{x-2} - \frac{3}{x+2} \right) : \frac{x+14}{x^2} \text{ với } x = -3.$$

**Câu 17.** Tìm  $x$  biết

$$\frac{a+1}{a+2} \cdot x = \frac{a^2-1}{a^2+2a}, \text{ với } a \text{ là hằng số; } a \neq 1; a \neq -1; a \neq 0; a \neq -2.$$

**Câu 18.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{3x+9}{x^2-4} : \frac{x+3}{x-2}$ ;      b)  $\frac{5x^2+10xy}{x^2+2xy+4y^2} : \frac{x+2y}{x^3-8y^3}$ .

**Câu 19.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{4x^2+1}{x} : (1-2x)$ ;      b)  $(x+y) : \frac{y^2+xy}{x-y}$ .

**Bài 20.** Cho đẳng thức  $\frac{x-2y}{x^3+y^3} \cdot B = \frac{x^2-2xy}{x^2-xy+y^2}$ . Tìm biểu thức  $B$ . ĐS:  $x(x+y)$ .

**Câu 21.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{18x^2y^2}{15z} \cdot \frac{5z^3}{9x^3y^2}$ ;      b)  $\frac{5x+5y}{4x-4y} \cdot \frac{6x-6y}{25x+25y}$ ;      c)  $3x^3y^4 \cdot \left( -\frac{7z}{9xy^5} \right)$ .

**Câu 22.** Cho  $K = \left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}$

a) Rút gọn  $K$ .

b) Tìm số nguyên  $x$  để  $K$  nhận giá trị nguyên.

**Câu 23.** Thực hiện các phép tính sau

$$a) P = \frac{12x + 5}{x + 9} \cdot \frac{4x + 3}{360x + 150} + \frac{12x + 5}{x + 9} \cdot \frac{6 - 3x}{360x + 150};$$

$$b) P = \frac{x + 3y}{3x + y} \cdot \frac{4x - 2y}{x - y} - \frac{x + 3y}{3x + y} \cdot \frac{x - 3y}{x - y}.$$

**Câu 24.** Tìm biểu thức  $x$ , biết:  $x : \frac{a^2 + a + 1}{2a + 2} = \frac{a + 1}{a^3 - 1}$ .

**Câu 25.** Cho  $ab + bc + ca = 1$ . Chứng minh rằng tích sau không phụ thuộc vào biến số

$$A = \frac{(a + b)^2}{1 + a^2} \cdot \frac{(b + c)^2}{1 + b^2} \cdot \frac{(c + a)^2}{1 + c^2}.$$

**Câu 26.** Cho  $a + b + c = 0$ . Chứng minh rằng tích sau không phụ thuộc vào biến số

$$a) M = \frac{4bc - a^2}{bc + 2a^2} \cdot \frac{4ca - b^2}{ca + 2b^2} \cdot \frac{4ab - c^2}{ab + 2c^2}; \quad b) N = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \cdot \left(1 + \frac{b}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{c}{a}\right).$$

**Câu 27.** Tính:  $a) \frac{3x + 6}{4x - 16} \cdot \frac{8 - 2x}{x + 2}; \quad b) \frac{3x^2}{5y^3} \cdot \left(\frac{-10y^3}{9x^3}\right).$

**Câu 28.** Thực hiện các phép tính sau

$$a) M = \frac{x^5 + 2x^2 + 3}{3x^3 + 3} \cdot \frac{4x}{x^2 - 4} \cdot \frac{5x^3 + 5}{x^5 + 2x^2 + 3};$$

$$b) A = \frac{x^2 + 2x}{3x - 6} \cdot \frac{2x - 4}{x^2 + 4x + 4}.$$

**Câu 29.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x^2 - 1}{x + 5} \cdot \frac{2x + 10}{x^2 - x} \quad \text{với } x = 99.$$

**Câu 30.** Hãy điền phân thức thích hợp vào đẳng thức sau

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{x}{x + 1} \cdot \frac{x + 1}{x + 2} \cdot \frac{x + 2}{x + 3} \cdot \frac{x + 3}{x + 4} \cdot \frac{x + 4}{x + 5} \dots = 1.$$

**Câu 31.** Cho  $x + y + z = 1$ . Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến số

$$P = \frac{(x + y)^2}{xy + z} \cdot \frac{(y + z)^2}{yz + x} \cdot \frac{(z + x)^2}{zx + y}.$$

HD:  $xy + z = xy + z(x + y + z) = (z + x) \cdot (z + y)$  và tương tự.



**Câu 32.** Thực hiện các phép tính

a) 
$$A = \frac{1^4 + 4}{3^4 + 4} \cdot \frac{5^4 + 4}{7^4 + 4} \cdot \frac{9^4 + 4}{11^4 + 4} \cdots \frac{17^4 + 4}{19^4 + 4};$$

b) 
$$B = \frac{1^4 + \frac{1}{4}}{2^4 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{3^4 + \frac{1}{4}}{4^4 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{5^4 + \frac{1}{4}}{6^4 + \frac{1}{4}} \cdots \frac{29^4 + \frac{1}{4}}{30^4 + \frac{1}{4}}.$$

**Câu 33.** Thực hiện phép chia

a) 
$$A = \frac{x + y + z}{(x + y)^2 - (x + y)z} : \frac{x^2 + y^2 - z^2 + 2xy}{2x + 2y};$$

b) 
$$B = \frac{6x - 3}{x} : \frac{4x^2 - 1}{3x^2};$$

b) 
$$C = \frac{x^2 - 12xy + 36y^2}{x^2 + 12xy + 36y^2} : \frac{3x - 18y}{3x + 18y}.$$

**Câu 34.** Hãy điền phân thức thích hợp vào trong đẳng thức sau

$$\frac{x}{x+1} : \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+4} : \frac{x+4}{x+5} : \dots = 1.$$

**Câu 35.** Tìm  $x$  biết

a) 
$$\frac{3a}{4} \cdot x = \frac{4a}{5} \text{ với } a \neq 0.$$

b) 
$$\frac{a+2}{a+1} \cdot x = \frac{a^2-4}{a^2+a} \text{ với } a \neq \{-1; 0; -2\}.$$

**Câu 36.** Tính 
$$A = \frac{5^2 - 1}{3^2 - 1} : \frac{9^2 - 1}{7^2 - 1} : \frac{13^2 - 1}{11^2 - 1} : \dots : \frac{57^2 - 1}{55^2 - 1}.$$

# BÀI TẬP TỔNG HỢP CHƯƠNG PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

## BÀI TẬP THỰC HÀNH:

**Bài 1:** Thực hiện các phép tính sau :

$$a/ \frac{x+1}{3} + \frac{2x-1}{3}$$

$$b/ \frac{5x-2y}{x^2-y^2} + \frac{y-4x}{x^2-y^2}$$

$$c/ \frac{x-1}{12x} + \frac{2x+7}{12x} + \frac{6-3x}{12x}$$

$$d/ \frac{3}{x-4} - \frac{2}{4-x}$$

$$e/ \frac{x+2}{x-1} - \frac{x-9}{1-x} - \frac{x-9}{1-x}$$

$$f/ \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{x+1}{x^2-x}$$

**Bài 2:** Thực hiện các phép tính sau :

$$1/ \frac{2}{x+3} + \frac{1}{x}$$

$$2/ \frac{x+1}{2x-2} + \frac{-2x}{x^2-1}$$

$$3/ \frac{x-12}{6x-36} + \frac{4}{x^2-6y}$$

4/

$$\frac{6-x}{x^2+3x} + \frac{3}{2x+6}$$

$$5/ \frac{3}{2y+4} - \frac{1}{3y+6}$$

$$6/ \frac{1}{2x-3} - \frac{1}{2x+3}$$

$$7/ \frac{1}{xy-x^2} - \frac{1}{y^2-xy}$$

$$8/ \frac{x+1}{x+4} - \frac{x^2-4}{x^2-16}$$

$$9/ \frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x(x+3)}$$

$$10/ \frac{1-3x}{2x} + \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x-4x^2}$$

**Bài 3:** Thực hiện các phép tính sau :

$$a/ -\frac{11x^3}{8y^4} \cdot \frac{12y^2}{55x};$$

$$b/ \frac{48x^6}{125y^6} \cdot \left(-\frac{50y^4}{9x^3}\right)$$

$$c/ -3x^2y^2 \cdot \left(-\frac{7}{9xy^2}\right)$$

$$d/ \frac{3y}{28x^2} \cdot \frac{2x}{7y^4} \cdot 49x^4y^3$$

$$e/ \left(-\frac{20x}{3y^2}\right) : \left(-\frac{4x^3}{5y}\right)$$

$$f/ \frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4}$$

**Bài 4:**

1/ Thực hiện phép tính sau : a/  $\frac{5x+10}{4x-8} \cdot \frac{4-2x}{x+2}$

b/  $\frac{x^2-36}{2x+10} \cdot \frac{3}{6-x}$

2/ Thực hiện phép tính sau :

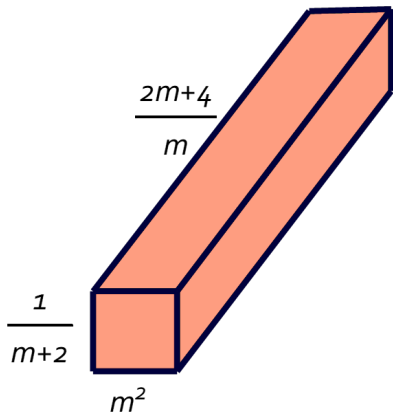
a/  $\frac{5x-10}{x^2+7} : (2x-4)$

b/  $(x^2-25) : \frac{2x+10}{3x-7}$

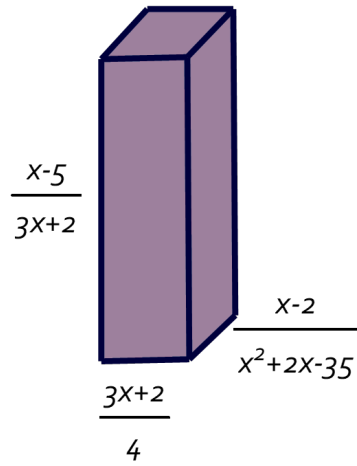
c/  $\frac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5}$

**Bài 5:**

Tính thể tích của hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh biểu thị bởi các phân thức sau:



Hình 1



Hình 2

**Bài 6:**

a/ Để tính tích:  $(x^2 - 4) \cdot \frac{1}{x^2 + 8x + 16}$ . Bước đầu tiên bạn An viết như sau :

$$(x^2 - 4) \cdot \frac{1}{x^2 + 8x + 16} = \frac{x^2 - 4}{1} \cdot \frac{1}{x^2 + 8x + 16}. \text{ Vì sao bạn viết như vậy ?}$$

b/ Hãy trình bày cách làm của bài toán trên .

**Bài 7:**

Cô giáo yêu cầu làm tính chia phân thức :  $\frac{3a}{a+2} : \frac{(a+2)^2}{a-4}$  .

Bạn Đức làm như sau :

$$\begin{aligned} \frac{3a}{a+2} : \frac{(a+2)^2}{a-4} &= \frac{3a}{a+2} : \frac{(a+2)^2}{a-4} \\ &= 3a : \frac{a+2}{a-4} \\ &= 3a \cdot \frac{a-4}{a+2} \\ &= \frac{3a(a-4)}{a+2} \end{aligned}$$



Hãy chỉ ra chỗ sai trong bài làm của Đức và giúp bạn sửa lại bài tập đó.

**Bài 8:**

Bạn Khanh thực hiện phép cộng phân thức đã viết như sau :

$$\frac{2}{x+3} + \frac{3}{x+1} = \frac{5}{2x+4}$$

Em hãy cho biết bạn học sinh này đã mắc sai lầm ở chỗ nào ?

**Bài 9:**

Cô giáo cho bài toán : Thực hiện phép tính sau :  $\frac{3x}{x+1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-1}{x+1}$

Bạn Tài thực hiện như sau:

Ta có  $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x-1}{x+1} = 0$

Bạn Nam thực hiện như sau:

$$\frac{3x}{x+1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x - (x-1) - (x-1)}{x+1}$$



Theo em , bạn nào thực hiện đúng ?

**Bài 10:**

Cô giáo đưa ra bài toán rút gọn phân thức sau :  $\frac{x}{y} : \frac{y}{x} : \frac{y}{x}$



*Bài làm của Hà :*

$$\begin{aligned}\frac{x}{y} : \frac{y}{x} : \frac{y}{x} &= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} : \frac{y}{x} \\ &= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \\ &= \frac{x^3}{y}\end{aligned}$$

*Bài làm của Hà :*

Ta có :

$$\frac{y}{x} : \frac{y}{x} = \frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y} = \frac{yx}{xy} = 1$$

Vì vậy  $\frac{x}{y} : \frac{y}{x} : \frac{y}{x} = \frac{x}{y} \cdot 1 = \frac{x}{y}$

Theo em , bạn nào đúng ?

**Bài 11:**

Cho phân thức :  $\frac{x^2 - 4}{(x-3)(x-2)}$

- a/ Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.  
b/ Rút gọn phân thức và tính giá trị của phân thức tại  $x = 13$

**Bài 12:**

Cho phân thức :  $\frac{x^2 - 4}{(x-3)(x-2)}$

- a/ Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.  
b/ Rút gọn phân thức và tính giá trị của phân thức tại  $x = 13$

**Bài 13:**

Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{x}{x^2 - 36} + \frac{6-x}{6x+x^2} \right) : \frac{2x-6}{x^2+6x} + \frac{x}{6-x}$

- a/ Viết điều kiện xác định của biểu thức A.  
b/ Rút gọn biểu thức trên.

**Bài 14:**

Cho phân thức :  $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$

- a/ Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.  
b/ Rút gọn phân thức.  
c/ Tìm giá trị của x để phân thức bằng 1  
d/ Tìm giá trị của x để phân thức bằng 0.

**Bài 15:**

Cho phân thức :  $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$

- a/ Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.  
b/ Rút gọn phân thức và tìm giá trị của x để phân thức bằng 0.

**Bài 16:**

Cho biểu thức :  $B = \frac{2}{x^2 - 5x + 6} : \frac{x-1}{x+1}$

a/ Viết điều kiện xác định của biểu thức B.

b/ Tính giá trị của biểu thức B tại  $x = 10$ ,  $x = 20$ .

**Bài 17:**

Cho biểu thức :  $C = \left( \frac{2x+1}{x-10} - \frac{2x-1}{x+10} \right) : \frac{x+1}{x^2 - 100}$

a/ Viết điều kiện xác định của biểu thức C.

b/ Tính giá trị của biểu thức C tại  $x = 2023$ .

**Bài 18:**

Cho biểu thức :  $D = \frac{1}{x+4} + \frac{x}{x-4} + \frac{24-x^2}{x^2-16}$

a/ Viết điều kiện xác định của biểu thức D.

b/ Chứng minh  $D = \frac{5}{x-4}$

c/ Tính giá trị của biểu thức D tại  $x = 10$ .

d/ Tìm các số nguyên x để giá trị của biểu thức B là số nguyên.

**Bài 19:**

Cho biểu thức :  $E = \left( \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} \right) \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{2x}$

a/ Viết điều kiện xác định của biểu thức E.

b/ Rút gọn E

c/ Tính giá trị của biểu thức E tại  $x = 1$ .

**Bài 20:**

Một đội máy xúc trên công trường đường Hồ Chí Minh nhận nhiệm vụ xúc 11 600 m<sup>3</sup> đất. Giai đoạn đầu còn nhiều khó khăn nên máy làm việc với năng suất trung bình x (m<sup>3</sup>/ngày) và đội đào được 5000 m<sup>3</sup>. Sau đó công việc ổn định hơn năng suất của máy tăng 25 (m<sup>3</sup>/ngày).

a/ Hãy biểu diễn :

- Thời gian xúc 5000 m<sup>3</sup> đầu tiên.
- Thời gian làm nốt phần việc còn lại.
- Thời gian làm việc để hoàn thành công việc.

b/ Tính thời gian làm việc để hoàn thành công việc với  $x = 250$  (m<sup>3</sup>/ngày).

**Bài 21:**

Gia đình ông Ba đi du lịch bằng xe hơi 7 chỗ. Họ phải lái xe 100 km trên đường thường và 240 km trên đường cao tốc. Tốc độ trên đường cao tốc hơn tốc độ trên đường thường là 50%. Gọi  $r$  (km/giờ) là tốc độ trên đường thường.

a/ Hãy viết biểu thức tính thời gian mà gia đình ông Ba phải đi.

b/ Hãy tính thời gian gia đình ông Ba phải đi nếu họ lái xe đúng theo giới hạn quy định tốc độ cho phép xe ô tô dưới 30 chỗ là 40 km/giờ khi lưu thông trên đường trong khu vực đông dân cư.

**Bài 22:**

Na đi bộ 1km từ nhà của mình tới trung tâm thể thao. Sau khi chơi bóng rổ, Na đi bộ về nhà với tốc độ chia đạt 85% so với lúc đi. Gọi  $x$  là tốc độ của Na lúc đi.

a/ Hãy viết biểu thức thời gian Na đi và về.

b/ Nếu tốc độ lúc đi là 3km/giờ, thì tổng thời gian Na đi và về là bao lâu ?

**Bài 23:**

Trong một cuộc đua xe đạp, anh Nam phải hoàn thành đoạn đường 48km. Nửa đoạn đường đầu anh Nam đạp cùng một tốc độ. Nửa đoạn đường còn lại, anh Nam đạp với tốc độ nhỏ hơn lúc đầu 4km/giờ.

a/ Gọi  $x$  là tốc độ ở nửa đoạn đường đầu, hãy viết biểu thức thể hiện thời gian anh Nam đi trong nửa đoạn đường đó.

b/ Hãy viết biểu thức thể hiện thời gian anh Nam đi nửa đoạn đường còn lại .

c/ Hãy viết biểu thức thể hiện thời gian anh Nam hoàn thành cả đoạn đường.

---