

**I/ Lý thuyết**

HS ôn tập các câu hỏi ôn tập chương trong SGK

**II/ Bài tập tham khảo**

**Dạng 1: Rút gọn biểu thức**

a)  $5\sqrt{48} - 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108}$

c)  $4\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$

e)  $\frac{4}{3-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

g)  $3\sqrt{2a} - \sqrt{18a^3} + 4\sqrt{\frac{a}{2}} - \frac{1}{4}\sqrt{128a}$  (với  $a \geq 0$ )

b)  $(2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{40} + \sqrt{90} : 3) : \sqrt{640}$

d)  $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$

f)  $\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{3}$

**Dạng 2: Giải phương trình**

a)  $(\sqrt{x} + 2)(3 - 2\sqrt{x}) = 5 - 2x$

b)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

c)  $3\sqrt{4x+8} - \frac{2}{3}\sqrt{9x+18} + \frac{3}{5}\sqrt{25x+50} = 7$

d)  $\sqrt{x^2 - 16} - 2\sqrt{x-4} = 0$

e)  $\sqrt{3x+19} - 5 = x$

f)  $\sqrt[3]{1-2x} + 3 = 0$

g)  $\sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-1} = -1$

h)  $x - \sqrt{x+8} = -8$

i)  $3x - 2\sqrt{x} = 1$

k)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = 1$

m)  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-5}} = 2$

n)  $x^2 + 3x + 1 = (x+3)\sqrt{x^2+1}$

**Dạng 3: Bài tập rút gọn và câu hỏi liên quan**

**Bài 1:** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} + \frac{10}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{x-4}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$ .

a) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 25$

b) Rút gọn  $P = A \cdot B$

c) Tìm x để  $A = -0,5$

d) Tìm x để  $B > 1$

e) So sánh P với 1

f) Chứng minh  $A < 1$

g) Tìm x để  $\sqrt{A^2} = -A$

h) Tìm x nguyên để A nguyên

i) Tìm số tự nhiên x để B nguyên dương

k) Tìm giá trị nhỏ nhất của A

m) Tìm x để P nguyên

n) Cho  $S = A \cdot \frac{x+4\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của S

**Bài 2:** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{5}{\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}-6}{1-x}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$

a) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức  $P = A : B$

c) Tìm x để  $P = 2$

d) Tìm x để  $P \geq 1$

e) Tìm x để  $\sqrt{P^2} > P$

f) So sánh A và  $A^2$

g) Tìm x nguyên để P là số tự nhiên

h) Tìm x để biểu thức B đạt giá trị nhỏ nhất

i) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A

k) Cho  $Q = B \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}-1}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

**Bài 3:** Cho biểu thức  $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-5\sqrt{x}+2}{4-x}$  ( $x \geq 0, x \neq 4$ )

a) Tính giá trị của A khi  $x = 49$

b) Rút gọn  $P = A.B$

c) Tìm x để  $A = 3$

d) Tìm x nguyên nhỏ nhất để  $\sqrt{P^2} > P$

e) Với  $x > 4$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P

**Bài 4:** Cho biểu thức  $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$  (với  $x > 0$ )

a) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 64$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Cho  $P = A : B$ . Tìm x để  $P = 2$

d) Tìm x nguyên để  $A > 2$

e) So sánh với P

f) Tìm x nguyên để P nguyên

g) Tìm số chính phương x để A lớn nhất

h) Tìm số hữu tỉ x để B nguyên

i) Cho  $N = A \cdot (x + \sqrt{x})$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của N

**Bài 5:** Cho biểu thức  $A = \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 3}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} - \frac{10 - 5\sqrt{x}}{x - 5\sqrt{x} + 6}$  ( $x \geq 0, x \neq 9, x \neq 4$ )

a) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 1$

b) Rút gọn biểu thức  $P = A.B$

c) Tìm x để  $P = 0,75$

d) Tìm x nguyên lớn nhất để  $A \leq 0$

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

f) Tìm số thực x để  $\frac{1}{P}$  nguyên  $\sqrt{P}$

#### Dạng 4: Bài tập về hàm số bậc nhất

**Bài 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = (m + 1)x + m + 3$  ( $m \neq -1$ )

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua  $A(1; 3)$ .

b) Với giá trị của m tìm được ở câu a, hãy vẽ đồ thị hàm số. Khi đó, tính góc tạo bởi (d) với trục Ox

c) Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d).

**Bài 2:** Cho hàm số  $y = (m + 1)x + m + 2$  (với tham số  $m \neq -1$ ) có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(-2; -1)$

b) Vẽ đồ thị hàm số ứng với giá trị m tìm được ở câu a trên hệ trục tọa độ Oxy. Khi đó, gọi A và B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số này với các trục Ox, Oy. Tính chu vi và diện tích  $\triangle AOB$ .

c) Tìm m để (d) vuông góc với đường thẳng ( $\Delta$ ):  $y = 2x - 3$

**Bài 3:** Cho các đường thẳng ( $d_1$ ):  $y = x + 1$ ; ( $d_2$ ):  $y = 3x - 2$ ; ( $d_3$ ):  $y = (2m + 3)x - 1$ .

a) Vẽ đồ thị hàm số ( $d_1$ ) và ( $d_3$ ) khi  $m = -1$ .

b) Tính khoảng cách từ điểm O đến ( $d_1$ )

c) Tìm m để ( $d_3$ ) song song với đường thẳng ( $d_1$ )

d) Tìm tọa độ giao điểm của ( $d_1$ ); ( $d_2$ ) bằng phương pháp đại số

e) Tìm m để ba đường thẳng ( $d_1$ ); ( $d_2$ ); ( $d_3$ ) đồng quy.

f) Chứng minh rằng ( $d_3$ ) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi giá trị của m.

g) Tìm m để đường thẳng ( $d_3$ ) tạo với trục Ox một góc 30 độ;

**Bài 4:** Cho hàm số  $y = (m - 1)x - 3$  (1) (với m là tham số,  $m \neq 1$ )

a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm  $A(2; 1)$ . Khi đó, vẽ đồ thị hàm số (1) trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm m để hàm số đồng biến

c) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ bằng 2

d) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục tung tại một điểm có tung độ bằng 1

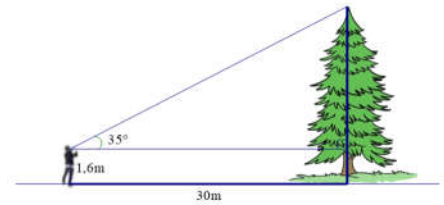
- e) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = 3x + 2$  tại một điểm có hoành độ bằng  $-1$   
 e) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = x - 5$  tại một điểm có tung độ bằng  $-3$   
 f) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = x + 3$  tại một điểm nằm trên trục hoành  
 g) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = x + 2$  tại một điểm nằm trên trục tung

### Dạng 5 : Bài tập hình thực tế

**Bài 1:** Một chiếc thang dài 3,5 m. Cần đặt chân thang cách tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc an toàn  $65^\circ$ . (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

**Bài 2:** Một con thuyền di chuyển với vận tốc 15km/h, đi từ bờ bên này sang bờ bên kia của một khúc sông nước chảy mạnh mất 5 phút. Biết đường đi của thuyền tạo với bờ sông một góc  $65^\circ$ . Tính chiều rộng của khúc sông đó. (kết quả làm tròn đến mét).

**Bài 3:** Một người đứng trên mặt đất nhìn thấy ngọn cây thông với góc  $35^\circ$  so với phương nằm ngang. Biết rằng khoảng cách từ mắt đến vị trí chân tiếp đất của người quan sát là 1,6m và khoảng cách từ vị trí người đứng quan sát đến vị trí gốc cây thông là 30m. Hỏi cây thông cao bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

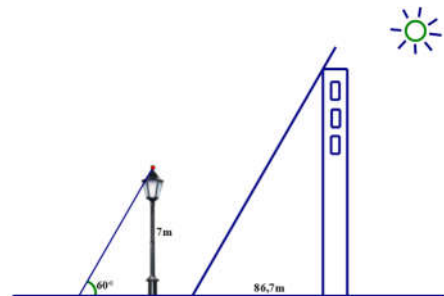


**Bài 4:** Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng  $60^\circ$ .

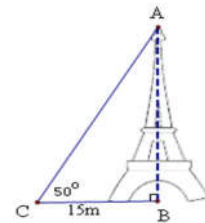
a) Tính độ dài bóng của một cột đèn trên mặt đất (Làm tròn đến mét), biết cột đèn cao 7 m.

b) Tại thời điểm đó, gần cột đèn có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất bằng 86,7 m. Tính số tầng của tòa nhà, biết mỗi tầng cao khoảng 3 m.

(Coi như các tia sáng mặt trời là các đường thẳng song song).



**Bài 5:** Một cái tháp bên bờ một con sông có bề rộng  $BC = 15m$ , từ một điểm C đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng  $\widehat{ACB} = 50^\circ$ . Tính chiều cao AB của tháp (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



### Dạng 6 : Bài tập hình học tổng hợp

**Bài 1:** Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O; R), trên đường tròn (O; R) lấy điểm C sao cho  $\widehat{CAB} = 60^\circ$ .

- a) Chứng minh: Tam giác ABC vuông và tính độ dài AC, BC theo R.  
 b) Tia BC cắt Ax tại M, kẻ  $CH \perp AB$  tại H. Chứng minh:  $MC \cdot BC = AH \cdot AB$   
 c) Gọi I là trung điểm của CH, tia BI cắt AM tại E. Chứng minh: E là trung điểm của AM và EC là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

**Bài 2:** Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm D sao cho  $AD > BD$ ; D khác A và B. Kẻ OH vuông góc với AD tại H, tia OH cắt tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) tại C.

- a) Chứng minh  $OH \cdot OC = R^2$ .  
 b) Gọi E là giao điểm của BC và đường tròn (O). Chứng minh bốn điểm A, H, E, C cùng thuộc một đường tròn.  
 c) Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn (O).  
 d) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC, đường thẳng này cắt tia CA tại M, kẻ tia CN vuông góc với MB tại N. Gọi K là giao điểm của CN và AB. Chứng minh  $\triangle CAK$  đồng dạng với  $\triangle BAM$ , từ đó suy ra  $AK \cdot AB = OA^2$   
 e) Chứng minh  $KH \perp CD$ .

**Bài 3:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm O, đường kính AC. Đường tròn (O) cắt BC tại điểm thứ hai là I.

- a) Chứng minh  $AI^2 = BI \cdot CI$

- b) Kẻ  $OM \perp BC$  tại M. Chứng minh bốn điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn
- c) AM cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh rằng  $\triangle AIM$  đồng dạng với  $\triangle CNM$ , từ đó suy ra  $AM.MN = CM^2$
- d) Từ I kẻ  $IH \perp AC$  tại H. Gọi K là trung điểm của IH. Tiếp tuyến tại I của (O) cắt AB tại P. Chứng minh ba điểm C, K, P thẳng hàng.

**Bài 4:** Cho đường tròn (O). Từ điểm M bất kỳ ở ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm).

- a) Chứng minh bốn điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.
- b) OM cắt AB tại I. Chứng minh  $AB^2 = 4.OI.M$
- c) Kẻ đường kính AC của đường tròn (O). Chứng minh  $OM \parallel CB$ .
- d) Vẽ BK vuông góc với AC tại K. Chứng minh:  $CK.OM = OB.CB$

**Bài 5:** Cho nửa (O), đường kính AB. Ax và By là hai tiếp tuyến với nửa đường tròn tâm O (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Lấy điểm C bất kì trên nửa đường tròn, tiếp tuyến tại C cắt Ax và By theo thứ tự tại D và E.

- a) Chứng minh 4 điểm A, O, C, D cùng thuộc một đường tròn
- b) Chứng minh  $DE = AD + BE$ .
- c) Tính  $\widehat{DOE}$  ?
- d) Chứng minh  $AC \parallel OE$
- e) Chứng minh AD.BE không đổi khi C chuyển động trên nửa đường tròn.
- f) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE.
- g) AC cắt DO tại M, BC cắt OE tại N. Chứng minh  $MN = R$
- h) AN cắt CO tại H. Khi điểm C di chuyển trên nửa đường tròn (O) thì điểm H di chuyển trên đường nào? Vì sao?

**Bài 6:** Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của (O), lấy điểm C. Gọi E là giao điểm của CB với (O). Từ O kẻ đường thẳng song song với AE cắt BC tại M.

- a) Chứng minh  $CA^2 = CE . CB$ .
- b) Chứng minh bốn điểm A; C; O; M cùng thuộc một đường tròn.
- c) Tiếp tuyến tại E của đường tròn (O) cắt OM tại D. Chứng minh DB là tiếp tuyến của (O)
- d) Gọi H là giao điểm của DE và CA; BH cắt AD tại I. Chứng minh EI vuông góc với AB

### Dạng 7 : Bài tập nâng cao

**Bài 1 :** Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn  $x + y + z = 3$ . Chứng minh:  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} \leq 6$

**Bài 2 :** Cho ba số không âm x; y; z thỏa mãn điều kiện  $x + y + z = 6$ . Chứng minh  $\sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} < 6$

**Bài 3 :** Cho a, b là các số thực thỏa mãn  $a \geq 1; b \geq 1$ . Chứng minh  $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$ .

**Bài 4 :** Cho các số dương a, b, c là thỏa mãn  $a + b + c = 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của

$$Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$$

**Bài 5:** Cho x, y là các số dương thỏa mãn  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \frac{1}{x} + \frac{4}{y}$

**Bài 6:** Cho hai số thực x, y và  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{y}{1+x} + \frac{x}{1+y}$

**Bài 7:** Giải phương trình

a)  $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

b)  $3\sqrt{x} = x - \sqrt{7(x-2)} + 7$

c)  $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

d)  $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$