

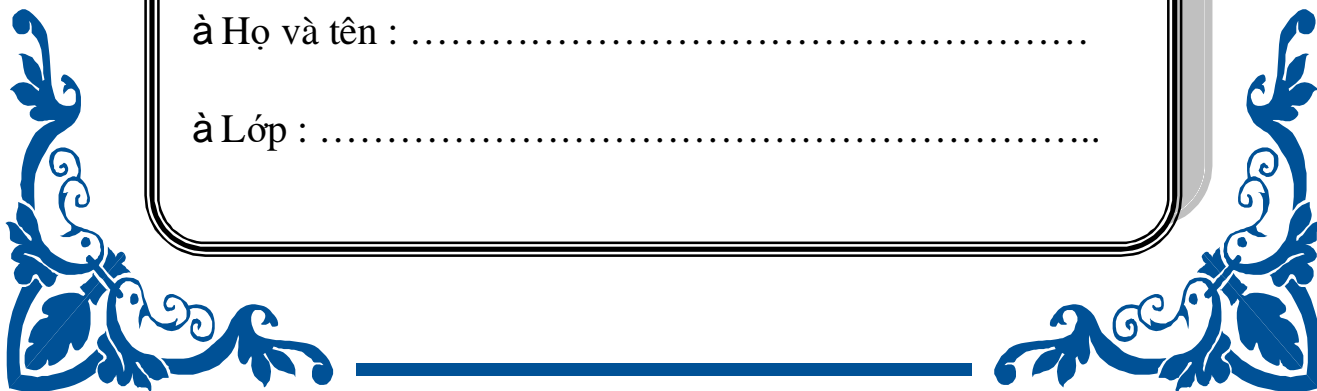


MATH - MR WIN

# LÝ THUYẾT VÀ BÀI TẬP TOÁN 8 HKI

à Họ và tên : .....

à Lớp : .....



# MỤC LỤC

<b>Chương I. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ .....</b>	<b>2</b>
Bài 1. Đơn thức và đa thức nhiều biến .....	2
Bài 2. Các phép toán với đa thức nhiều biến .....	9
Bài 3. Hằng đẳng thức đáng nhớ .....	18
Bài 4. Phân tích đa thức thành nhân tử .....	25
Bài 5. Phân thức đại số .....	29
Bài 6. Cộng, trừ phân thức .....	35
Bài 7. Nhân, chia phân thức .....	42
Ôn tập chương I .....	48
<b>Chương II. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN .....</b>	<b>53</b>
Bài 1. Hình chóp tam giác đều – Hình chóp tứ giác đều.....	53
Bài 2. Diện tích xung quanh và thể tích.....	61
Ôn tập chương II .....	69
<b>Chương III. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC.....</b>	<b>73</b>
Bài 1. Định lí Pythagore.....	73
Bài 2. Tứ giác.....	81
Bài 3. Hình thang – Hình thang cân .....	85
Bài 4. Hình bình hành – Hình thoi.....	91
Bài 5. Hình chữ nhật – Hình vuông.....	99
Ôn tập chương III.....	104
<b>Chương IV. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT.....</b>	<b>107</b>
Bài 1. Thu thập và phân loại dữ liệu.....	107
Bài 2. Lựa chọn dạng biểu đồ để biểu diễn dữ liệu.....	114
Bài 3. Phân tích dữ liệu .....	127



a) Các đơn thức.

b) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

.....

.....

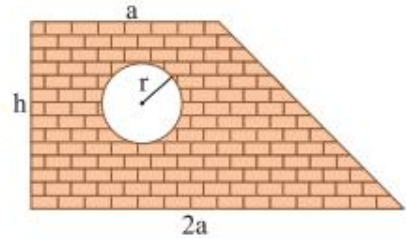
.....

.....

**- Ví dụ 4:** Một bức tường hình thang có cửa sổ hình tròn với các kích thước như trong hình (tính bằng m).

a) Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).

b) Tính giá trị diện tích trên khi  $a = 2$  m;  $h = 3$  m;  $r = 0,5$  m (lấy  $\pi = 3,14$ ; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



.....

.....

.....

.....

.....

## **2) Đơn thức thu gọn:**

- **Đơn thức thu gọn** là đơn thức chỉ gồm **tích** của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

- Số nói trên được gọi là **hệ số**, tích của các thừa số còn lại gọi là **phần biến** của đơn thức thu gọn.

- Tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức (có hệ số khác 0) gọi là **bậc của đơn thức** đó.

- Ta coi một số khác 0 là đơn thức thu gọn, có hệ số bằng chính số đó và có bậc bằng 0.

- Đơn thức không (số 0) không có bậc.

- Khi viết đơn thức thu gọn ta thường viết hệ số trước, phần biến sau và các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.

**- Ví dụ 5:** a) Đơn thức nào sau đây là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của mỗi đơn thức đó:  $3xyz$ ;  $-x^3y^2z$ ;  $-\sqrt{2}$ ;  $-2x.3yz^2$ ;  $-\frac{1}{3}xyx^2$

b) Hãy thu gọn các đơn thức còn lại.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**- Ví dụ 6:** Thu gọn các đơn thức sau đây. Chỉ ra hệ số và bậc của chúng:

- a)  $12xy^2x$       b)  $-y(2z)y$       c)  $x^3yx$       d)  $5x^2y^3z^4y$

.....  
.....  
.....  
.....

### **3) Cộng, trừ đơn thức đồng dạng:**

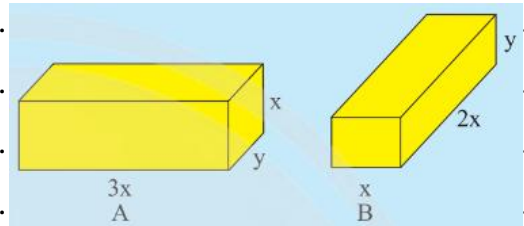
- Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.
- Để cộng, trừ (hay tìm tổng, hiệu) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ hệ số của chúng và giữ nguyên phần biến.

**- Ví dụ 7:** Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng: a)  $4xy^3$  và  $7xy^3$       b)  $xyx$  và  $-3x^2y$       c)  $2xy$  và  $xyz^2$

.....  
.....  
.....  
.....

**- Ví dụ 8:** Cho hai hình hộp chữ nhật A và B có các kích thước như hình bên:

- a) Tính tổng thể tích của hình hộp chữ nhật A và B.  
b) Thể tích của A lớn hơn thể tích của B bao nhiêu?



**4) Đa thức thu gọn:**

- **Đa thức thu gọn** là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.  
 - Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau và cộng các hạng tử đồng dạng đó với nhau.  
 - Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức gọi là **bậc của đa thức** đó.

**- Ví dụ 9:** Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a)  $A = 2x - 3y + 1 - x - 5 - 2y$

b)  $B = x^2y + 3x - xy^2 + xy - 2x^2y - x$

c)  $C = x - 2y + xy - 3x + y^2$

d)  $D = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$

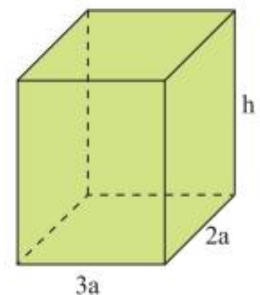
MATH - MR WIN

**- Ví dụ 10:** Tính giá trị của đa thức  $A = 3x^2y - 5xy - 2x^2y - 3xy$  tại  $x = 3; y = \frac{-1}{2}$

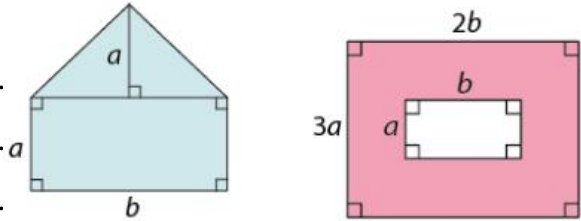
**- Ví dụ 11:** Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như trong hình (tính theo cm).

a) Viết các biểu thức tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

b) Tính giá trị của các đại lượng trên khi  $a = 2$  cm;  $h = 5$  cm.



**- Ví dụ 12:** Tính diện tích của phần được tô màu trong hình bên theo a và b



**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Chỉ ra các đơn thức, đa thức trong các biểu thức sau:

- 3; 2z;  $\frac{1}{3}xy + 1$ ;  $- 10x^2yz$ ;  $\frac{4}{xy}$ ;  $5x - \frac{z}{2}$ ;  $1 + \frac{1}{y}$ ;  $\frac{1}{5}xy^2z^3$ ;  $3 - 2x^3y^2z$ ;  $\frac{-3}{2}x^4yxz^2$ ;  
 $2 - x + y$ ;  $- 5x^2yz^3 + \frac{1}{3}xy^2z + x + 1$ ;  $\frac{x - y}{xy^2}$ ;  $\frac{1}{x} + 2y - 3z$ ;  $- x$ ;  $(1 + x)y^2$ ;  $(3 + \sqrt{3})xy$ ;  
 $0$ ;  $\frac{1}{y}x^2$ ;  $2\sqrt{xy}$

**Bài 2:** Thu gọn các đơn thức sau. Chỉ ra hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức:

$5xyx$ ;  $- xyz\frac{2}{3}y$ ;  $- 2x^2\frac{1}{6}x$ ;  $- 3x^2y^27x^3y$ ;  $\frac{3}{4}xy\frac{8}{9}yz6xy$

**Bài 3:** Thu gọn rồi tính giá trị của mỗi đơn thức sau:

a)  $A = (-2)x^2y\frac{1}{2}xy$  khi  $x = -2$ ;  $y = \frac{1}{2}$       b)  $B = xyz(-0,5)y^2z$  khi  $x = 4$ ;  $y = 0,5$ ;  $z = 2$

**Bài 4:** Tìm một đơn thức thích hợp cho mỗi ô [?]:

a)  $(2x^2y^2) \cdot [?] = 8x^3y^4$       b)  $[?] - 13x^3 = - 8x^3$       c)  $3xy^3 + [?] = 8xy^3$

**Bài 5:** Thực hiện phép tính:

a)  $9x^3y^6 + 4x^3y^6 + 7x^3y^6$       b)  $9x^5y^6 - 14x^5y^6 + 5x^5y^6$

**Bài 6:** Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a)  $A = x - 3 - 4y + 2x - y$       b)  $B = - x^2y + 13y^3 + xy^2 + 5y^3 - 4$   
c)  $C = 13x^2y + 4 + 8xy - 6x^2y - 9$       d)  $D = 4,4x^2y - 40,6xy^2 + 3,6xy^2 - 1,4x^2y - 26$

e)  $E = x^4 - 3x^2y^2 + 3xy^2 - x^4 + 1$       f)  $F = 5x^2y + 8xy - 2x^2 - 5x^2y + x^2$

g)  $G = 5x^2 - 7xy + 2,5y^2 + 2x - 8,3y + 1$     h)  $H = 4x^5 - \frac{1}{2}x^3y + \frac{3}{4}x^2y^2 - 4x^5 + 2y^2 - 7$

**Bài 7:** Tính giá trị của mỗi đa thức sau:

a)  $A = 3xy^2 - 6xy + 8xz + xy^2 - 10xz$  tại  $x = -3; y = \frac{-1}{2}; z = 3$

b)  $B = x^3y - 14y^3 - 6xy^2 + y + 2$  tại  $x = -1; y = 0,5$

c)  $C = 15x^2y - 5xy^2 + 7xy - 21$  tại  $x = 0,2; y = -1,2$

d)  $D = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$  tại  $x = 0,5; y = 1$

**Bài 8:** Sắp xếp các đơn thức sau thành từng nhóm, mỗi nhóm chứa tất cả các đơn thức

đồng dạng với nhau:  $3x^3y^2; -0,2x^2y^3; 7x^3y^2; -4y; \frac{3}{4}x^2y^3; \sqrt{2}y$

**Bài 9:** Cho các đơn thức:

$$A = 4x(-2)x^2y ; B = 12,75xyz ; C = (1+2.4,5)x^2y\frac{1}{5}y^3 ; D = (2 - \sqrt{5})x$$

a) Liệt kê các đơn thức thu gọn trong các đơn thức đã cho và thu gọn các đơn thức còn lại.

b) Với mỗi đơn thức nhận được, hãy cho biết hệ số, phần biến và bậc của nó.

**Bài 10:** Cho đa thức  $P = 8x^2y^2z - 2xyz + 5y^2z - 5x^2y^2z + x^2y^2 - 3x^2y^2z$

a) Thu gọn và tìm bậc của đa thức P

b) Tính giá trị của đa thức P tại  $x = -4; y = 2$  và  $z = 1$

**Bài 11:** Cho đa thức  $P = x^3y^4 - 4x^2y^2 + 2x^3y^4 + 5x^2y^2 - 3x^3y^4 + x - 1 - 4x + 6$

a) Thu gọn và tìm bậc của đa thức P

b) Tính giá trị của đa thức P tại  $x = -1; y = 2$

**Bài 12:** Cho đa thức  $P = 5x^4y^4 + 4x^3y^2 + 2x^3y^3 - 5x^3y^2 - 4x^4y^4 + 2y - 1 - 7y + 8$

a) Thu gọn và tìm bậc của đa thức P

b) Tính giá trị của đa thức P tại  $x = 1; y = -2$

**Bài 13:** Trong một hội trường có ba khu vực A, B, C. Mỗi khu vực A và C có a hàng ghế và mỗi hàng có b chiếc ghế. Khu vực B cũng có a hàng ghế nhưng mỗi hàng có 1,5b chiếc ghế.



- a) Viết biểu thức tính tổng số ghế của cả ba khu vực này.
- b) Tổng số ghế của hai khu vực A và C nhiều hơn số ghế của khu vực B là bao nhiêu chiếc ghế?

**Bài 14:** Bạn An mua  $x$  cây bút chì với giá  $y$  nghìn đồng một cây. Sau đó An mua vở với số lượng gấp đôi số bút chì đã mua. Biết giá một quyển vở gấp 5 lần giá một cây bút chì, viết biểu thức tính tổng số tiền An đã dùng để mua bút chì và vở.

**Bài 15:** Một siêu thị niêm yết giá một số loại hoa quả như sau:

Vải: 45 000 đồng/kg; Cam: 62 000 đồng/kg; Nho: 75 000 đồng/kg.

Bà Ngọc đi siêu thị và mua  $x$  kg vải,  $y$  kg cam và  $z$  kg nho.

- a) Viết đa thức biểu diễn tổng số tiền (đơn vị đồng) bà Ngọc phải trả.
- b) Tính giá trị của đa thức đó tại  $x = 1,5$ ;  $y = 3$ ;  $z = 2$  và cho biết ý nghĩa của nó.

**Bài 16:** Trong lĩnh vực khí tượng học, người ta sử dụng chỉ số nhiệt để mô tả mức độ nóng của không khí ngoài trời (chỉ số nhiệt càng lớn thì không khí càng nóng).

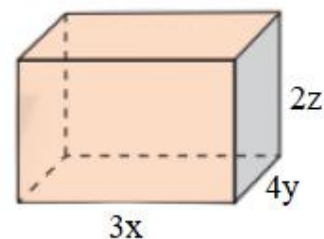
Để tính chỉ số nhiệt, các nhà khí tượng học sử dụng đa thức sau:

$$I = -42 + 2x + 10y - 0,2xy - 0,007x^2 - 0,05y^2 + 0,001x^2y + 0,009xy^2 - 0,000002x^2y^2$$

trong đó  $I$  là chỉ số nhiệt,  $x$  là độ ẩm (%) và  $y$  là nhiệt độ ( $^{\circ}\text{F}$ ) của không khí.

Tại một thời điểm, thành phố A có độ ẩm là 40% và nhiệt độ của không khí là  $100^{\circ}\text{F}$ , còn thành phố B có độ ẩm là 50% và nhiệt độ của không khí là  $90^{\circ}\text{F}$ . Tính chỉ số nhiệt của mỗi thành phố và cho biết không khí ở thành phố nào nóng hơn tại thời điểm đó.

**Bài 17:** Viết biểu thức biểu thị thể tích  $V$  và diện tích xung quanh  $S$  của hình hộp chữ nhật trong hình. Tính giá trị của  $V$ ,  $S$  khi  $x = 4$  cm,  $y = 2$  cm và  $z = 1$  cm

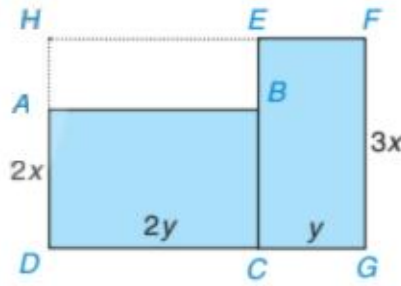


**Bài 18:** Một mảnh đất có dạng như phần được tô màu xanh trong hình bên cùng với các kích thước được ghi trên đó. Hãy tìm đơn

thức (thu gọn) với hai biến  $x$  và  $y$  biểu thị diện tích của mảnh đất đã cho bằng hai cách:

Cách 1: Tính tổng diện tích của hai hình chữ nhật ABCD và EFGC.

Cách 2: Lấy diện tích của hình chữ nhật HFGD trừ đi diện tích của hình chữ nhật HEBA.



## **BÀI 2: CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Công, trừ hai đa thức:**

Để cộng, trừ hai đa thức ta thực hiện các bước:

- Bỏ dấu ngoặc (sử dụng quy tắc dấu ngoặc).
- Nhóm các đơn thức đồng dạng (sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp).
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

**- Ví dụ 1:** Cho hai đa thức  $P = x + 3y + xy^2$  và  $Q = x^2y - xy^2 - 2y$ . Tính  $P + Q$  và  $P - Q$ .

.....

.....

.....

.....

MATH - MR WIN

.....

**- Ví dụ 2:** Cho hai đa thức  $M = 1 + 3xy - 2x^2y^2$  và  $N = x - xy + 2x^2y^2$ . Tính  $M + N$  và  $M - N$ .

.....

.....

.....

.....

#### **2) Nhân hai đơn thức, nhân hai đa thức:**

- Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau, nhân các lũy thừa cùng biến, rồi nhân các kết quả đó với nhau.
- Để nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các kết quả lại với nhau.
- Để nhân hai đa thức, ta nhân từng hạng tử của đa thức này với đa thức kia, rồi cộng các kết quả với nhau.

**- Ví dụ 3:** Thực hiện phép nhân các đơn thức sau:

a)  $(-3x^4y^3) \cdot (-4x^2)$       b)  $(xy)^2 \cdot \frac{1}{2}xy^3$       c)  $(4x^3) \cdot (-6x^3y)$       d)  $(-2x)^3 \cdot (2xy)^2$

.....  
 .....

**- Ví dụ 4:** Thực hiện phép nhân sau:

a)  $2xy(x^2 - 3y^2)$       b)  $(x - y)(x^3 - x^2y)$

.....  
 .....

c)  $(-5x^4)(x^2y - xy^2)$       d)  $(x + 2y)(xy^2 - 2y^3)$

.....  
 .....

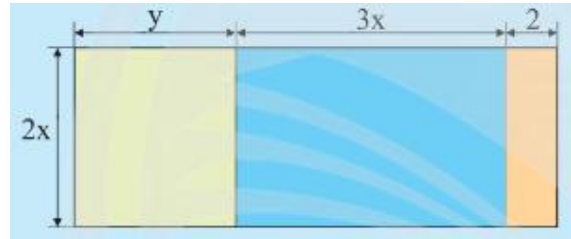
**- Ví dụ 5:** Trên một đoạn sông thẳng, xuất phát cùng lúc từ một bến thuyền, thuyền đi xuôi dòng với tốc độ  $(v + 3)$  km/h, ca nô đi ngược dòng với tốc độ  $(2v - 3)$  km/h. Tìm quãng đường của



mỗi phương tiện và khoảng cách giữa chúng sau khoảng thời gian  $t$  giờ kể từ khi rời bến?

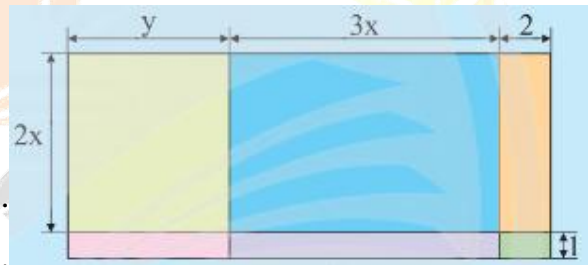
.....  
 .....

**- Ví dụ 6:** Hình vẽ bên là bản vẽ sơ lược sàn của một căn hộ (các kích thước tính theo m).

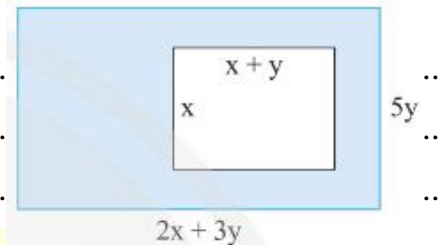


a) Tính diện tích sàn này bằng những cách khác nhau.

b) Nếu vẽ cả ban công thì được sơ đồ như trong hình bên. Hãy tính tổng diện tích của sàn bao gồm cả ban công.



**- Ví dụ 7:** Tính diện tích phần tô màu trong hình bên



**- Ví dụ 8:** Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với độ dài hai cạnh là  $2x + y$  (m) và  $2x - y$  (m)

a) Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn trên theo  $x$  và  $y$ .

b) Tính diện tích của mảnh vườn khi  $x = 3$ ;  $y = 2$

### 3) Chia đơn thức cho đơn thức, chia đa thức cho đơn thức:

- Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B, ta làm như sau:
  - + Chia hệ số của A cho hệ số của B.
  - + Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B.
  - + Nhân các kết quả tìm được với nhau.
- Muốn chia đa thức cho một đơn thức, ta chia từng hạng tử của đa thức cho đơn thức đó, rồi cộng các kết quả tìm được với nhau.

**- Ví dụ 9:** Thực hiện phép chia các đơn thức sau:

a)  $9x^7y^3z^4 : 3x^4y^2$

b)  $8x^4y^5z^3 : 2x^3y^4z$

c)  $15x^4y^3z^2 : 8x^3y$

.....  
.....

**- Ví dụ 10:** Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích  $V = 12x^2y$  và chiều cao bằng  $3y$ .

.....  
.....

**- Ví dụ 11:** Thực hiện phép chia đa thức cho đơn thức sau:

a)  $(12x^2 - 6xy + 3x) : (3x)$

b)  $(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2)$

.....  
.....

c)  $(5xy - 2x^2) : x$

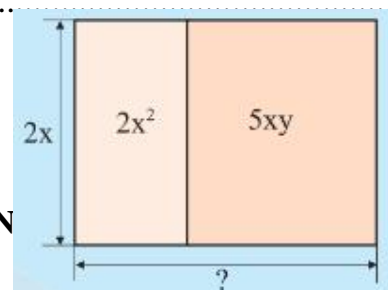
d)  $(6x^2y^2 - xy^2 + 3x^2y) : (-3xy)$

.....  
.....

**- Ví dụ 12:** Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích  $V = 6x^2y - 8xy^2$  và diện tích đáy  $S = 2xy$

.....  
.....

**- Ví dụ 13:** Một bức tường được trang trí bởi hai tấm giấy dán có cùng chiều cao  $2x$  (m) và có diện tích lần lượt là  $2x^2$





d)  $125x^6y^3 : (-25x^4y^2)$       e)  $(-xyz)^9 : (-xyz)^5$

**Bài 5:** Thực hiện phép chia:

a)  $(4x^3y^2 - 8x^2y + 10xy) : (2xy)$

b)  $(7x^4y^2 - 2x^2y^2 - 5x^3y^4) : (3x^2y)$

c)  $\frac{x^2y^2}{6} + \frac{1}{6}x^3y^2 - x^5y^4 : \frac{xy^2}{2}$

d)  $(x^4 - 2x^3y + 3x^2y^2) : \frac{2}{3}x^2$

e)  $(6x^3y^2 + 4x^2y^2 - 3xy^4) : \frac{3}{4}y^2$

f)  $(18x^2y^3z^4 - 27x^2y^4z^2 - 2xy^5z^3) : 9xy^3z^2$

g)  $(7y^5z^2 - 14y^4z^3 + 2,1y^3z^4) : (-7y^3z^2)$

h)  $(36x^4y^3z^2 - 54x^2y^2z^2 - 15x^3y^2z^3) : 6xy^2z^2$

**Bài 6:** Rút gọn biểu thức:

a)  $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

b)  $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

c)  $(4x - 1)(6y + 1) - 3x^2y + \frac{4}{3}$

d)  $(x + y)(x - y) + (xy^4 - x^3y^2) : (xy^2)$

e)  $(x - y) + (y - z) + (z - x)$

f)  $(2x - 3y) + (2y - 3z) + (2z - 3x)$

g)  $x(x^2 - y) - x^2(x + y) + xy(x - 1)$

h)  $x(y^2 - x) - xy(x + y) + x^2(y + 1)$

**Bài 7:** Tìm đa thức M biết  $M - 5x^2 + xyz = xy + 2x^2 - 3xyz + 5$

**Bài 8:** Cho hai đa thức  $A = 2x^2y + 3xyz - 2x + 5$  và  $B = 3xyz - 2x^2y + x - 4$

a) Tìm các đa thức  $A + B$  và  $A - B$

b) Tính giá trị của các đa thức  $A$  và  $A + B$  tại  $x = 0,5; y = -2; z = 1$

**Bài 9:** Cho hai đa thức  $A = 4x^6 - 2x^2y^3 - 5xy + 2; B = 3x^2y^3 + 5xy - 7$

a) Tính giá trị của mỗi đa thức  $A, B$  tại  $x = -1; y = 1$

b) Tìm các đa thức  $A + B$  và  $A - B$

**Bài 10:** Tìm tổng và hiệu của hai đa thức:

a)  $A = x^2y + x^3 - xy^2 + 3$  và  $B = x^3 + xy^2 - xy - 6$

b)  $C = x^3y^4 - 4x^2y^2 - 4x + 6$  và  $D = 5x^2y^2 - 3x^3y^4 + x - 1$

**Bài 11:** Cho hai đa thức:  $A = x^2 - 3xy + 2y^2; B = y^2 + 2xy + x^2 + 1$

a) Tìm đa thức  $C$  sao cho  $C = A + B$

b) Tìm đa thức  $D$  sao cho  $D + A = B$

**Bài 11:** Cho hai đa thức:  $A = x^2 - xy + 2y^2$ ;  $B = 2x^2 + xy + y^2$

a) Tìm đa thức C sao cho  $C = A + B$

b) Tìm đa thức D sao cho  $D = A - B$

c) Tìm đa thức E sao cho  $E = A.B$

**Bài 12:** Tính giá trị biểu thức  $(5x^2 - 2xy + y^2) - (x^2 + y^2) - (4x^2 - 5xy + 1)$  tại  $x = 1, 2$ ;  $y = 5$

**Bài 13:** a) Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng  $6xy + 10y^2$  và chiều rộng bằng  $2y$

b) Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng  $12x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$  và chiều cao bằng  $3x$

**Bài 14:** Trên một dòng sông, để đi được 10 km, một chiếc xuồng tiêu tốn  $a$  lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn  $(a + 2)$  lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn để đi từ bến A ngược dòng đến bến B, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là  $b$  km.

**Bài 15:** a) Chứng minh rằng biểu thức  $P = 5x(2 - x) - (x + 1)(x + 9)$  luôn nhận giá trị âm với mọi giá trị của biến  $x$

b) Chứng minh rằng biểu thức  $Q = 3x^2 + x(x - 4y) - 2x(6 - 2y) + 12x + 1$  luôn nhận giá trị dương với mọi giá trị của biến  $x$  và  $y$ .

**Bài 16:** Tìm ba số tự nhiên liên tiếp, biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 16.

**Bài 17:** Cho hai đa thức:

$$A = 7xyz^2 - 5xy^2z + 3x^2yz - xyz + 1; B = 7x^2yz - 5xy^2z + 3xyz^2 - 2$$

a) Tìm đa thức C sao cho  $A - C = B$

b) Tìm đa thức D sao cho  $A + D = B$

c) Tìm đa thức E sao cho  $E - A = B$

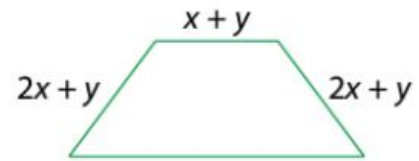
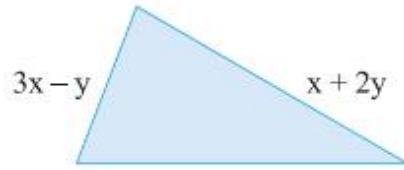
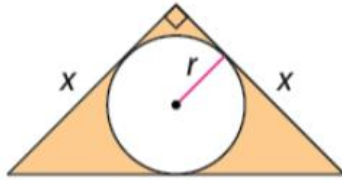
**Bài 18:** Cho ba đa thức. Tính  $M + N - P$  và  $M - N - P$

$$M = 3x^3 - 4x^2y + 3x - y; N = 5xy - 3x + 2; P = 3x^3 + 2x^2y + 7x - 1$$

**Bài 19:** Viết một đa thức biểu diễn diện tích của phần được tô màu trong hình bên dưới

**Bài 20:** Tìm độ dài cạnh còn thiếu của tam giác ở hình bên dưới, biết rằng tam giác có chu vi bằng  $7x + 5y$ .





**Bài 21:** Chu vi của hình thang trong hình trên là  $8x + 6y$ . Tính độ dài cạnh còn lại của hình thang theo  $x$  và  $y$ .

**Bài 22:** Trong một khách sạn có hai bể bơi dạng hình hộp chữ nhật. Bể thứ nhất có chiều sâu là 1,2 m, đáy hình hộp chữ nhật có chiều dài  $x$  mét, chiều rộng  $y$  mét. Bể thứ hai có chiều sâu là 1,5 m, hai kích thước đáy gấp 5 lần hai kích thước đáy của bể thứ nhất.

a) Hãy tìm đơn thức (hai biến  $x$  và  $y$ ) biểu thị số mét khối nước cần có để bơm đầy cả hai bể bơi.

b) Tính lượng nước bơm đầy hai bể nếu  $x = 5$  m,  $y = 3$  m

**Bài 23:** Bạn Thủy và bạn Hồng làm hai loại thiệp giấy cỡ nhỏ và lớn để bán gây quỹ ủng hộ các trẻ em có hoàn cảnh khó khăn. Thủy làm được  $m$  thiệp giấy loại nhỏ và  $n$  thiệp giấy loại lớn. Hồng làm được  $(m + 1)$  thiệp giấy loại nhỏ và  $(n + 2)$  thiệp giấy loại lớn. Biết rằng mỗi thiệp giấy loại nhỏ được bán với giá 8 000 đồng, còn mỗi thiệp giấy loại lớn được bán với giá 15 000 đồng.

a) Viết một đa thức biểu diễn số tiền bạn Thủy thu được sau khi bán hết các thiệp đã làm.

b) Viết một đa thức biểu diễn số tiền bạn Hồng thu được sau khi bán hết các thiệp đã làm.

c) Viết một đa thức biểu diễn tổng số tiền bạn Thủy và bạn Hồng thu được sau khi bán hết các thiệp đã làm. Hỏi hai bạn cùng gây quỹ được bao nhiêu nghìn đồng nếu Thủy làm được 20 thiệp loại nhỏ và 15 thiệp loại lớn?

**Bài 24:** Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là  $x$  (m), chiều dài là  $y$  (m).

a) Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn.

b) Nếu tăng chiều rộng lên 2m và giảm chiều dài đi 3m thì được mảnh vườn mới. Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn mới.

c) Viết đa thức biểu thị phần diện tích lớn hơn của mảnh vườn mới so với mảnh vườn ban đầu.

**Bài 25:** Bà Khanh dự định mua  $x$  hộp sữa, mỗi hộp giá  $y$  đồng. Nhưng khi đến cửa hàng, bà Khanh thấy giá sữa đã giảm 1500 đồng mỗi hộp nên quyết định mua thêm 3 hộp nữa. Tìm đa thức biểu thị số tiền bà Khanh phải trả cho tổng số hộp sữa đã mua

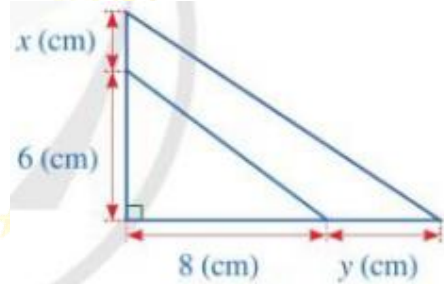
**Bài 26:** Ông Hùng dùng P (triệu đồng) để đầu tư. Ông đầu tư x (triệu đồng) vào một tài khoản ngân hàng với lãi suất 5,5% mỗi năm và đầu tư số tiền còn lại vào một quỹ tài chính với lãi suất 9% mỗi năm.

a) Viết một đa thức biểu diễn tổng số tiền ông Hùng thu được sau một năm đầu tư.

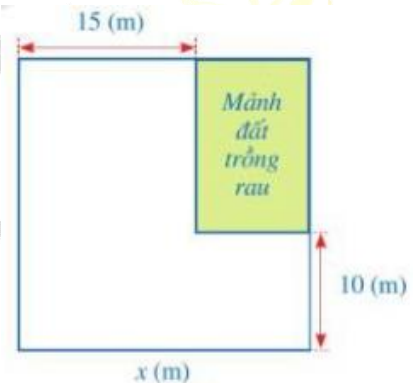
b) Tính giá trị của đa thức trong câu a tại  $P = 100$ ,  $x = 25$  và cho biết ý nghĩa của nó.

**Bài 27:** Từ tỉnh A, một người đi xe máy với tốc độ v km/h trong 3 giờ đầu, sau đó xe đi với tốc độ gấp rưỡi tốc độ trước đó trong t giờ thì đến tỉnh B. Một người khác đi xe đạp từ tỉnh A đến tỉnh B với tốc độ bằng  $\frac{1}{3}$  tốc độ ban đầu của xe máy. Viết biểu thức tính thời gian xe đạp đi hết quãng đường AB.

**Bài 28:** Bạn Hạnh dự định cắt một miếng bìa có dạng tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 6 (cm), 8 (cm). Sau khi xem xét lại, bạn Hạnh quyết định tăng độ dài cạnh góc vuông 6 (cm) thêm x (cm) và tăng độ dài cạnh góc vuông 8 (cm) thêm y (cm). Viết đa thức biểu thị diện tích phần tăng thêm của miếng bìa theo x và y.



**Bài 29:** Khu vườn của nhà bác Xuân có dạng hình vuông. Bác Xuân muốn dành một mảnh đất có dạng hình chữ nhật ở góc khu vườn để trồng rau. Biết diện tích của mảnh đất không trồng rau bằng  $475 \text{ m}^2$ . Tính độ dài cạnh x (m) của khu vườn.



**Bài 30:** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x, y.

$$A = (x^2 - 5x + 4)(2x + 3) - (2x^2 - x - 10)(x - 3)$$

$$B = (x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7$$

$$C = (1 + x)(1 + y) - x(y + 1) - y + 9$$

## **BÀI 3: HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Bình phương của một tổng, một hiệu:**

Với hai biểu thức tùy ý A và B, ta có:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

**- Ví dụ 1:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x + 3)^2$

b)  $(2x - 3y)^2$

c)  $(x^2 - 4y)^2$

.....  
.....

d)  $(3x + 1)^2$

e)  $5x - \frac{1}{2}$

f)  $(-x + 2y^2)^2$

.....  
.....

**- Ví dụ 2:** Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a)  $4x^2 + 4xy + y^2$

b)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$

c)  $1 + 9a^2 - 6a$

.....  
.....

**- Ví dụ 3:** Tính nhanh:

a)  $41^2$

b)  $49^2$

c)  $98^2$

.....  
.....  
.....

#### **2) Hiệu của hai bình phương:**

Với hai biểu thức tùy ý A và B, ta có:

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

**- Ví dụ 4:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x+1)(x-1)$

b)  $(2x+3y)(2x-3y)$

c)  $(x^2+y)(x^2-y)$

.....

.....

d)  $(4-x)(4+x)$

e)  $(2y+7z)(2y-7z)$

f)  $(x+2y^2)(x-2y^2)$

.....

.....

**- Ví dụ 5:** Tính nhanh:

a) 47.53

b) 87.93

c)  $125^2 - 25^2$

.....

.....

.....

**3) Lập phương của một tổng, một hiệu:**

Với hai biểu thức tùy ý A và B, ta có:

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

**- Ví dụ 6:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x+1)^3$

b)  $(2x-y)^3$

.....

.....

c)  $(x+2y)^3$

d)  $(3y-1)^3$

.....

.....

**4) Tổng và hiệu của hai lập phương:**

Với hai biểu thức tùy ý A và B, ta có:

$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$$

**- Ví dụ 7:** Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a)  $x^3 + 27$

b)  $x^3 - 64$

.....  
.....

c)  $8y^3 + 1$

d)  $y^3 - 8$

.....  
.....

**- Ví dụ 8:** Tính:

a)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

b)  $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$

.....  
.....

c)  $(x + 1)(x^2 - x + 1)$

d)  $2x - \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{4}$

.....  
.....

**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(3x + 4)^2$

b)  $(5x - y)^2$

c)  $xy - \frac{1}{2}y^2$

d)  $(3x - 5)(3x + 5)$

e)  $(x - 2y)(x + 2y)$

f)  $x - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}y$

g)  $(2x - 3)^3$

h)  $(x + 3y)^3$

i)  $(xy - 1)^3$

j)  $(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$

k)  $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$

l)  $(x^2 + 2y)^3$

m)  $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

n)  $(xy + 1)^2 - (xy - 1)^2$

o)  $\frac{1}{2}x - 1$

**Bài 2:** Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a)  $x^2 + 2x + 1$

b)  $9 - 24x + 16x^2$

c)  $4x^2 + \frac{1}{4} + 2x$

d)  $4x^2 + 28x + 49$

e)  $4a^2 + 20ab + 25b^2$

f)  $16^2 - 8y + 1$

g)  $9x^2 - 6xy + y^2$

h)  $x^2 + 4x + 4$

i)  $16a^2 - 16ab + 4b^2$

j)  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$

k)  $25x^2 - 10xy + y^2$

l)  $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$

**Bài 3:** Viết các biểu thức sau thành lập phương của một tổng hoặc một hiệu:

a)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b)  $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

c)  $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

d)  $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$

e)  $x^3 - 9x^2y + 27x - 27$

f)  $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

g)  $64x^3 + 144x^2y + 108xy^2 + 27y^3$

**Bài 4:** Viết mỗi biểu thức sau dưới dạng tích:

a)  $25x^2 - 16$

b)  $16x^2 - 9y^2$

c)  $8x^3 + 1$

d)  $125x^3 + 27y^3$

e)  $8x^3 - 125$

f)  $27x^3 - y^3$

g)  $27x^3 + y^3$

h)  $x^3 - 8y^3$

**Bài 5:** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $(x - 3y)^2 - (x + 3y)^2$

b)  $(2x + 4y)^2 + (4x - 3y)^2$

c)  $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x^3 + 9$

d)  $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2) - (3x - y)(9y^2 + 3xy + y^2)$

e)  $(x - 2y)^3 + (x + 2y)^3$

f)  $(3x + 2y)^3 + (3x - 2y)^3$

g)  $(2x - y)^3 + (2x + y)^3$

h)  $(x - 2)^3 + (x + 2)^3 - 6x(x + 2)(x - 2)$

**Bài 6:** Thay ? bằng biểu thức thích hợp:

a)  $(x - 3y)(x + 3y) = x^2 - \boxed{?}$

b)  $(2x - y)(2x + y) = 4\boxed{?} - y^2$

c)  $x^2 + 8xy + \boxed{?} = (\boxed{?} + 4y)^2$

d)  $\boxed{?} - 12xy + 9y^2 = (2x - \boxed{?})^2$

e)  $x^3 + 512 = (x + 8)(x^2 - \boxed{?} + 64)$

f)  $27x^3 - 8y^3 = (\boxed{?} - 2y)(\boxed{?} + 6xy + 4y^2)$

**Bài 7:** Tính giá trị của mỗi biểu thức:

a)  $A = x^2 + 6x + 9$  tại  $x = -103$

b)  $B = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  tại  $x = 8$

c)  $C = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$  tại  $x = 7$

d)  $D = 27 - 54x + 36x^2 - 8x^3$  tại  $x = 6,5$

e)  $E = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$  tại  $x = 99,75$

f)  $F = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$  tại  $x = 99$

g)  $G = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$  tại  $x = 88$  và  $y = -12$

**Bài 8:** a) Viết biểu thức tính diện tích của hình vuông có cạnh bằng  $2x + 3$  dưới dạng đa thức

b) Viết biểu thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng  $3x - 2$  dưới dạng đa thức

**Bài 9:** Tính nhanh:

- a) 38.42                      b)  $102^2$                       c)  $198^2$   
d) 54.66                      e)  $203^2$                       f)  $75^2 - 25^2$

**Bài 10:**

- a) Cho  $x + y = 12$  và  $xy = 35$ . Tính  $(x - y)^2$       b) Cho  $x - y = 8$  và  $xy = 20$ . Tính  $(x + y)^2$   
c) Cho  $x + y = 5$  và  $xy = 6$ . Tính  $x^3 + y^3$       d) Cho  $x - y = 3$  và  $xy = 40$ . Tính  $x^3 - y^3$

**Bài 11:** a) Tính giá trị  $(x + y)^2$  và  $(x - y)^2$ , biết rằng  $x^2 + y^2 = 13$  và  $xy = 6$

b) Tính giá trị  $x^2 + y^2$  và  $xy$ , biết rằng  $(x + y)^2 = 25$  và  $(x - y)^2 = 9$

**Bài 12:** a) Tính giá trị  $u^2 - v^2$ , biết rằng  $u - v = 3$  và  $u + v = 7$

b) Tính giá trị  $u - v$ , biết rằng  $u^2 - v^2 = 20$  và  $u + v = 5$

**Bài 13:** Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều bằng 5 cm. Thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:

- a) Chiều dài và chiều rộng tăng thêm a cm?  
b) Chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều tăng thêm a cm?

**Bài 14:** a) Viết biểu thức  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$  dưới dạng lập phương của một tổng.

b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính giá trị của biểu thức sau tại  $x = 19$ :

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

**Bài 15:** a) Viết biểu thức  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$  dưới dạng lập phương của một hiệu.

b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính giá trị của biểu thức sau tại  $x = 12$ :

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

**Bài 16:** Chứng minh giá trị của mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x.

a)  $A = (3x - 1)^2 + (3x + 1)^2 - 2(3x - 1)(3x + 1)$

b)  $B = (x + 2)^3 - (x - 2)^3 - 12(x^2 + 1)$

c)  $C = (x + 3)(x^2 - 3x + 9) - (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$$d) D = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 8(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$e) E = 0,2(5x - 1) - \frac{1}{2}x + 4\frac{2}{3} + \frac{2}{3}(3 - x)$$

$$f) F = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) - (x^3 - 8y^3 + 10)$$

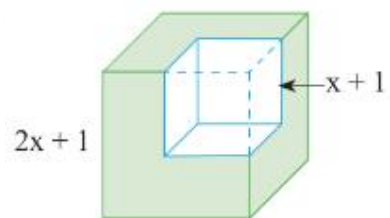
$$g) G = 4(x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 8(x - 1)(x + 1) - 4x$$

**Bài 17:** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$ , ta có:  $(n + 2)^2 - n^2$  chia hết cho 4

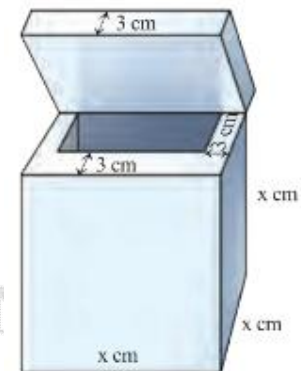
**Bài 18:** Chứng minh rằng:  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

b) Tính giá trị của  $a^3 + b^3$ , biết rằng  $a + b = 5$  và  $ab = -6$

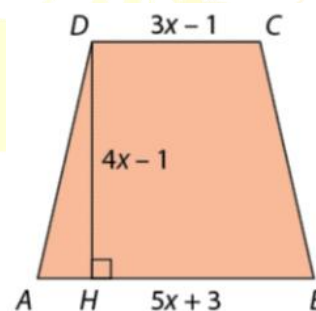
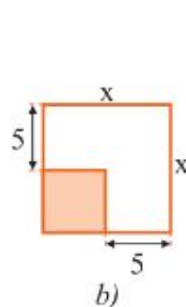
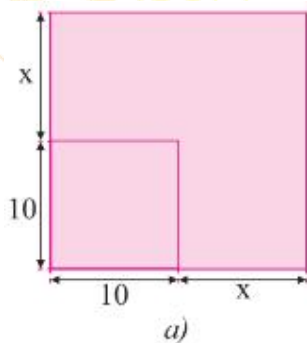
**Bài 19:** Từ một khối lập phương có cạnh bằng  $2x + 1$ , ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng  $x + 1$ . Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.



**Bài 20:** Một thùng chứa dạng hình lập phương có độ dài cạnh bằng  $x$  (cm). Phần vỏ bao gồm nắp có độ dày 3 cm. Tính dung tích (sức chứa) của thùng, viết kết quả dưới dạng đa thức



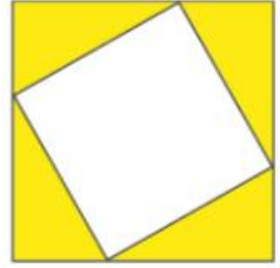
**Bài 21:** a) Một mảnh vườn hình vuông có cạnh 10 m được mở rộng cả hai cạnh thêm  $x$  (m) như hình a. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng.



**Bài 22:** Cho hình thang ABCD có  $AB = 5x + 3$ ,  $DC = 3x - 1$  và chiều cao  $DH = 4x - 1$  với  $x > 1$ . Chứng minh rằng diện tích của hình thang này bằng  $16x^2 - 1$ .



**Bài 23:** Một người dùng các thanh kim loại để thiết kế một khung ảnh gồm hai hình vuông lồng vào nhau như hình bên, trong đó ảnh được gắn vào hình vuông nhỏ. Biết rằng tổng chiều dài của các thanh kim loại để làm khung là 168 cm và diện tích phần không gắn ảnh (phần tô màu) là  $252 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích của phần được gắn ảnh.



## **BÀI 4: PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Phương pháp đặt nhân tử chung:**

- **Phân tích đa thức thành nhân tử** (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức. Mỗi đa thức này là một **nhân tử** của đa thức đã cho.
- Phương pháp đặt nhân tử chung: khi tất cả các số hạng của đa thức có một thừa số chung, ta đặt thừa số chung đó ra ngoài dấu ngoặc () để làm nhân tử chung.

**- Ví dụ 1:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $6x - 2x^3$

b)  $5x^3 - 15x^2y$

c)  $3x^3y^3 - 6xy^3z + xy$

.....

.....

#### **2) Phương pháp sử dụng hằng đẳng thức:**

Áp dụng các hằng đẳng thức đã học để đưa các đa thức thành dạng nhân tử.

**- Ví dụ 2:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $x^2 + 10x + 25$

b)  $x^3 + 8y^3$

c)  $2ax^2 - 18ay^2$

.....

.....

d)  $9x^2 - 16$

e)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

f)  $2ax^3y^3 + 2a$

.....

.....

#### **3) Phương pháp nhóm hạng tử:**

Ta có thể ghép các hạng tử của đa thức thành nhóm để xuất hiện nhân tử chung để có thể phân tích đa thức thành nhân tử.

**- Ví dụ 3:** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $x^2 - 3x + xy - 3y$

b)  $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$

.....

.....

c)  $a^3 - a^2b + a - b$

d)  $x^3 + 2x^2 - xy^2 - 2y^2$

**B) BÀI TẬP:****Bài 1:** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $x^3 + 4x$

b)  $6ab - 9ab^2$

c)  $2a(x - 1) + 3b(1 - x)$

d)  $(x - y)^2 - x(y - x)$

e)  $4x^2 - 1$

f)  $(x + 2)^2 - 9$

g)  $(a + b)^2 - (a - 2b)^2$

h)  $4a^2 + 4a + 1$

i)  $-3x^2 + 6xy - 3y^2$

j)  $(x + y)^2 - 2(x + y)z + 4z^2$

k)  $8x^3 - 1$

l)  $x^3 + 27y^3$

m)  $x^3 - y^6$

n)  $4x^3 - 16x$

o)  $x^4 - y^4$

p)  $x^2 + xy$

q)  $6a^3b - 18ab$

r)  $x^3 - 4x$

s)  $x^4 - 8x$

t)  $x^2 - 9 + xy + 3y$

u)  $x^2y + x^2 + xy - 1$

v)  $xy^2 + x^2y + \frac{1}{4}y^3$

x)  $x^2 + 2x - y^2 + 1$

y)  $x^2 - xy + x - y$

z)  $x^2 + 2xy - 4x - 8y$

a1)  $x^3 - x^2 - x + 1$

b1)  $x^3 + y^3 + x + y$

c1)  $x^3 + 4x^2y + 4xy^2 - 9x$

d1)  $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 5x + 5y$

e1)  $2x^2y + 4xy^2 + 2y^3 - 8y$

f1)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

g1)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

h1)  $8y^3 - 12y^2 + 6y - 1$

i1)  $(2x + y)^2 - 4y^2$

j1)  $27y^3 + 8$

k1)  $64 - 125x^3$

l1)  $x^2 - 25 - 4xy + 4y^2$

m1)  $x^3 - y^3 + x^2y - xy^2$

n1)  $x^4 - y^4 + x^3y - xy^3$

o1)  $x^2 - x + 2y - 4y^2$

p1)  $3xy + 2z^2 - 6y - xz^2$

q1)  $4x^2 - 4x + 1 - 4y^2$

r1)  $8x^3 - 27y^3 - 27y^2 - 9y - 1$

s1)  $x^3 - x + 2y - 8y^3$

t1)  $2x^3 - 8x^2 - 24x + 54$

u1)  $x^2 - 6x + 9 - y^2$

v1)  $4x^2 - y^2 + 4y - 4$

x1)  $xy - z^2 + xz + yz$

y1)  $x^4 - 2x^3 + x^2$

z1)  $x^3 + y^3 + x + y$

w1)  $x^3 - y^3 + x - y$

a2)  $x^2 - 4xy + 4y^2 + xz - 2yz$

b2)  $(x - y)^3 + 8y^3$

c2)  $64x^3 - 27y^3$

d2)  $(x + 2y)^2 - (x - y)^2$

e2)  $(x + 1)^3 + (x - 1)^3$

f2)  $(2y - 3)x + 4y(2y - 3)$



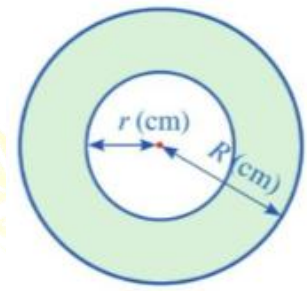
b) Sau kì hạn 12 tháng, tiền lãi của kì hạn đó được cộng vào tiền vốn, rồi bác Hoa tiếp tục đem gửi cho kì hạn 12 tháng tiếp theo. Viết công thức tính tổng số tiền mà bác Hoa nhận được sau khi gửi 24 tháng trên dưới dạng tích, biết trong 24 tháng đó, lãi suất ngân hàng không thay đổi và bác Hoa không rút tiền ra khỏi ngân hàng.

**Bài 9:** Tìm một hình hộp chữ nhật có thể tích  $2x^3 - 18x$  (với  $x > 3$ ) mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa  $x$

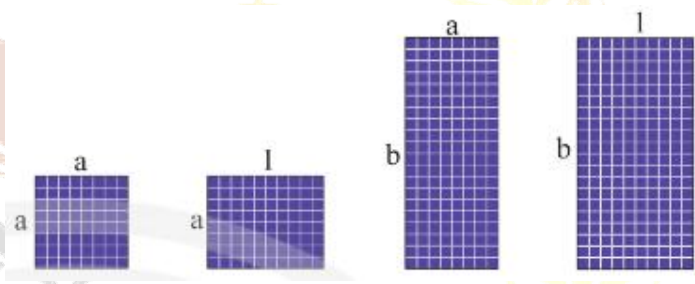
**Bài 10:** Từ một miếng bìa có dạng hình tròn bán kính  $R$  (cm), bạn Hạnh khoét một hình tròn ở giữa có bán kính  $r$  (cm) ( $0 < r < R$ )

a) Viết công thức tính diện tích phần còn lại của miếng bìa dưới dạng tích.

b) Tính diện tích phần còn lại của miếng bìa, biết tổng hai bán kính là 8 cm và hiệu hai bán kính là 2,5 cm



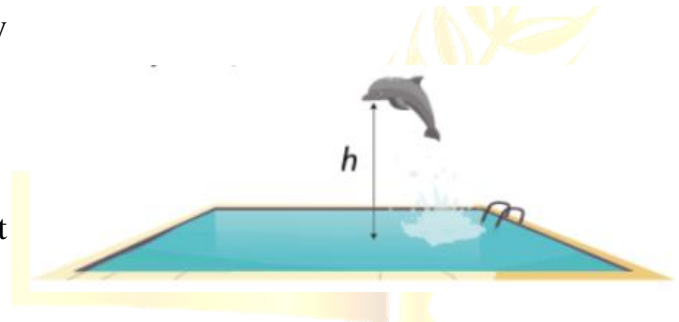
**Bài 11:** Có thể ghép bốn tấm pin mặt trời với kích thước như hình bên thành một hình chữ nhật không? Nếu có, tính độ dài các cạnh và diện tích hình chữ nhật đó. Biết  $a = 0,8$ ;  $b = 2$  (các kích thước tính theo mét).



**Bài 12:** Tại một hồ trong công viên nước, một con cá heo nhảy lên khỏi mặt nước với vận tốc ban đầu của cú nhảy là 20 ft/giây ( $1 \text{ ft} = 30,48 \text{ cm}$ ). Độ cao  $h$  (ft) của cá heo so với mặt nước sau thời gian  $t$  giây kể từ lúc nhảy được tính bởi  $h = 20t - 16t^2$

a) Chứng minh rằng  $h = 4t(5 - 4t)$

b) Tính độ cao của cá heo so với mặt nước sau 0,5s kể từ lúc nhảy.



**Bài 13:** Số lượng sản phẩm  $N$  của một công ty bán ra vào ngày phát hành sản phẩm đó được cho bởi  $N = 2x^3 + 4x^2 + 2x$  (nghìn)

Trong đó  $x$  là số giờ kể từ thời điểm phát hành.

a) Hỏi công ty bán ra được bao nhiêu sản phẩm sau 1 giờ phát hành?

b) Phân tích đa thức  $N$  thành nhân tử. Từ đó tính được số sản phẩm công ty bán ra sau 9 giờ phát hành.

## BÀI 5: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

### A) LÝ THUYẾT:

#### 1) Phân thức đại số:

- Một **phân thức đại số** (hay nói gọn là **phân thức**) là một biểu thức có dạng  $\frac{A}{B}$ , trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không.
- A được gọi là **tử thức** (hay **tử**), B được gọi là **mẫu thức** (hay **mẫu**).
- Mỗi đa thức được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.
- **Điều kiện xác định** của phân thức  $\frac{A}{B}$  là điều kiện của biến để **mẫu thức B khác 0**.
- Khi thay các biến của phân thức đại số bằng các giá trị nào đó (sao cho phân thức xác định), rồi thực hiện các phép tính thì ta nhận được giá trị của phân thức đại số đó tại các giá trị của biến.

**- Ví dụ 1:** Chỉ ra các phân thức trong các biểu thức sau đây:

$$\frac{2x+1}{x-3}; \frac{ab}{a+b}; x^2+2x+1; \sqrt{5}; \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

**- Ví dụ 2:** Cho phân thức  $P = \frac{x^2 - 1}{2x + 1}$

a) Tính giá trị của phân thức tại  $x = 0$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$

b) Tại  $x = \frac{-1}{2}$  thì phân thức có xác định không? Tại sao?

**- Ví dụ 3:** Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức sau:

a)  $\frac{3x+4}{x-2}$

b)  $\frac{x-y}{x+y}$

c)  $\frac{1}{2a+4}$

d)  $\frac{xy^2}{x-2y}$

.....

.....

**2) Hai phân thức bằng nhau:**

Ta nói hai phân thức  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$  bằng nhau nếu  $A.D = B.C$ . Khi đó ta viết  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

**- Ví dụ 4:** Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a)  $\frac{3x^2-9x}{x^2-9}$  và  $\frac{3x}{x+3}$

b)  $\frac{xy^2}{xy+y}$  và  $\frac{xy}{x+1}$

c)  $\frac{xy-y}{x}$  và  $\frac{xy-x}{y}$

.....

.....

.....

**3) Tính chất cơ bản của phân thức:**

- Khi nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức không thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A.C}{B.C} \text{ (C là một đa thức khác đa thức không).}$$

- Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho cùng một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A:D}{B:D} \text{ (D là một nhân tử chung).}$$

**- Ví dụ 5:** Rút gọn các phân thức:

a)  $\frac{x-y}{y^2-x^2}$

b)  $\frac{2x}{-x+4}$

c)  $\frac{-12a^2bc}{9ab^3}$

.....

.....

.....

d)  $\frac{3x^2 + 6xy}{6x^2}$

e)  $\frac{2x^2 - x^3}{x^2 - 4}$

f)  $\frac{x+1}{x^3+1}$

.....

.....

.....

## **B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

$$\frac{3x+1}{2x-1}; \quad 2x^2 - 5x + 3; \quad \frac{x+\sqrt{x}}{3x+2}$$

**Bài 2:** Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a)  $\frac{4x-1}{2x-6}$

b)  $\frac{x-10}{x+3y}$

c)  $3x^2 - x + 7$

a)  $\frac{y}{3y+3}$

b)  $\frac{4x}{x^2+16}$

c)  $\frac{x+y}{x-y}$

**Bài 3:** Tìm giá trị của phân thức:

a)  $A = \frac{3x^2 + 3x}{x^2 + 2x + 1}$  tại  $x = -4$

b)  $B = \frac{xy - y^2}{x^2 - y^2}$  tại  $x = 4, y = -2$

**Bài 4:** Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a)  $\frac{3ac}{a^3b}$  và  $\frac{6c}{2a^2b}$

b)  $\frac{3ab - 3b^2}{6b^2}$  và  $\frac{a-b}{2b}$

**Bài 5:** Tìm đa thức thích hợp thay vào ? trong các đẳng thức sau:

a)  $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{?}{x^2-1}$

b)  $\frac{x^2+2x}{x^3+8} = \frac{?}{x^2-2x+4}$

c)  $\frac{x^2-x}{(x-1)(x+3)} = \frac{?}{x+3}$

d)  $\frac{x+y}{?} = \frac{x^2+2xy+y^2}{7(x^2-y^2)}$

**Bài 6:** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{3x^2y}{2xy^5}$

b)  $\frac{3x^2-3x}{x-1}$

c)  $\frac{ab^2-a^2b}{2a^2+a}$

d)  $\frac{12(x^4-1)}{18(x^2-1)}$

e)  $\frac{24x^2y^2}{16xy^3}$

f)  $\frac{6x-2y}{9x^2-y^2}$

g)  $\frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$

h)  $\frac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2}$



$$\begin{array}{llll} \text{i) } \frac{5x+10}{25x^2+50} & \text{j) } \frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^3} & \text{k) } \frac{(x^2-1)^2}{(x+1)(x^3+1)} & \text{l) } \frac{4x^4y^3z^2}{12x^2y^4z^3} \\ \text{m) } \frac{25xy^3(x-y)}{15x^2y(x-y)^4} & \text{n) } \frac{xy-2x}{2x^2-x^2y} & \text{o) } \frac{x^2+xy-x-y}{x^2-xy-x+y} & \text{p) } \frac{x^2+xy-x-y}{x^2-xy-x+y} \end{array}$$

**Bài 7:** Cho phân thức  $P = \frac{x+1}{x^2-1}$

- Rút gọn phân thức đã cho, kí hiệu Q là phân thức nhân được.
- Tính giá trị của P và Q sao cho  $x = 11$ . So sánh hai kết quả đó.

**Bài 8:** Cho phân thức  $P = \frac{x^3-4x}{(x+2)^2}$

- Viết điều kiện xác định của phân thức.
- Rút gọn phân thức P.
- Tính giá trị của phân thức đã cho tại  $x = 98$ .

**Bài 9:** Giá thành trung bình của một chiếc áo sơ mi được một xí nghiệp sản xuất cho bởi biểu thức  $C(x) = \frac{0.0002x^2 + 12x + 1000}{x}$ , trong đó x là số áo được sản xuất và C tính bằng nghìn đồng. Tính C khi  $x = 100$ ,  $x = 1000$ .

**Bài 10:** Một hình chữ nhật có diện tích là  $6x^2 + 7x + 2$  (cm<sup>2</sup>) và độ dài một cạnh là  $3x + 2$  (cm). Viết phân thức theo x biểu diễn độ dài cạnh còn lại và rút gọn phân thức này.

**Bài 11:** Chị Hà mở một xưởng thủ công với số vốn đầu tư ban đầu (xây dựng nhà xưởng, mau máy móc,...) là 80 triệu đồng. Biết chi phí để sản xuất (tiền mua vật liệu, lương công nhân) của 1 sản phẩm là 15 nghìn đồng. Gọi x là số sản phẩm mà xưởng của chị Hà làm được.

- Viết phân thức biểu thị số tiền thực (đơn vị nghìn đồng) để tạo 1 sản phẩm theo x.
- Tính chi phí thực tế để tạo ra 1 sản phẩm nếu  $x = 100$ ;  $x = 1000$ . Nhận xét về chi phí thực để tạo 1 sản phẩm nếu x ngày càng tăng.

**Bài 12:** Một ô tô chạy với vận tốc trung bình là x (km/h).

- Viết biểu thức biểu thị thời gian ô tô (tính bằng giờ) chạy hết quãng đường 120 km.
- Tính thời gian ô tô đi được 120 km trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là 60 km/h.

**Bài 13:** Lúc 6 giờ sáng, bác Vinh lái ô tô xuất phát từ Hà Nội đi huyện Tĩnh Gia (Thanh Hoá). Khi đến Phủ Lý (Hà Nam), cách Hà Nội khoảng 60 km, bác Vinh dừng lại ăn sáng trong 20 phút. Sau đó, bác Vinh tiếp tục đi về Tĩnh Gia và phải tăng vận tốc thêm 10 km/h để đến nơi đúng giờ dự định.

a) Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc ô tô đi trên quãng đường Hà Nội - Phủ Lý. Hãy viết các phân thức biểu thị thời gian bác Vinh chạy xe trên các quãng đường Hà Nội - Phủ Lý và Phủ Lý - Tĩnh Gia, biết rằng quãng đường Hà Nội - Tĩnh Gia có chiều dài khoảng 200 km.

b) Nếu vận tốc ô tô đi trên quãng đường Hà Nội - Phủ Lý là 60 km/h thì bác Vinh đến Tĩnh Gia lúc mấy giờ?

**Bài 14:** Để loại bỏ  $x$  (tính theo %) chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, ước tính cần chi phí là  $\frac{1,7x}{100 - x}$  (tỉ đồng).

a) Nếu muốn loại bỏ 90% chất gây ô nhiễm từ khí thải nhà máy thì cần chi phí là bao nhiêu?

b) Viết điều kiện xác định của phân thức  $\frac{1,7x}{100 - x}$ . Hỏi có thể loại bỏ được 100% chất gây ô nhiễm từ khí thải nhà máy hay không?

**Bài 15:** Một cửa hàng chuyên bán các loại hạt có bán các gói loại A, mỗi gói bao gồm 100 gam hạt đậu phộng và 80 gam hạt điều. Sau đó cửa hàng tung ra các gói loại B bằng cách cho thêm  $x$  gam hạt đậu phộng vào mỗi gói loại A. Giả sử khối lượng bao bì mỗi gói không đáng kể.

a) Xét một gói loại B, hãy viết một phân thức biểu diễn tỉ số khối lượng của đậu phộng và cả gói.

b) Tỉ số khối lượng nêu ở câu a là bao nhiêu khi cho thêm 20 gam hạt đậu phộng vào mỗi gói loại A?

**Bài 16:** Một công ty sử dụng công thức  $S = \frac{150n + 50}{n + 1}$  (đơn vị: triệu đồng) để xác định tổng tiền lương của nhân viên X trong năm thứ  $n$  tại công ty.

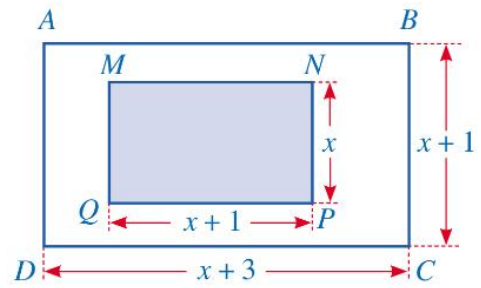
a) Xác định tổng tiền lương của nhân viên X trong năm đầu tiên.

b) Xác định tổng tiền lương của nhân viên X trong năm thứ tư.

**Bài 17:** Cho hình chữ nhật ABCD và MNPQ như trong hình (các số đo trên hình tính theo đơn vị cm).

a) Viết phân thức biểu thị tỉ số diện tích của hình chữ nhật ABCD và hình chữ nhật MNPQ.

b) Tính giá trị của phân thức đó tại  $x = 2$  và tại  $x = 5$ .



## **BÀI 6: CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Cộng, trừ hai phân thức cùng mẫu:**

- Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng (hoặc trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}; \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}$$

- Phép cộng phân thức có các tính chất giao hoán, kết hợp tương tự như phân số.

**- Ví dụ 1:** Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a)  $\frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy}$

b)  $\frac{x^2+5x}{x+2} - \frac{x-4}{x+2}$

c)  $\frac{3x+2y}{x^2-y^2} - \frac{x}{x^2-y^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

d)  $\frac{x}{x+3} + \frac{2-x}{x+3}$

e)  $\frac{x^2y}{x-y} - \frac{xy^2}{x-y}$

f)  $\frac{2x}{2x-y} + \frac{y}{y-2x}$

.....

.....

.....

.....

#### **2) Quy đồng mẫu nhiều phân thức:**

Muốn tìm mẫu thức chung ta làm như sau:

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử.
- Mẫu thức chung cần tìm là một tích mà các nhân tử được chọn như sau :
  - + Phần số là BCNN của các số nguyên dương trong các mẫu.
  - + Nếu mỗi lũy thừa của cùng một biểu thức có mặt trong các mẫu thức ta chọn lũy thừa với số mũ cao nhất.

**- Ví dụ 2:** Quy đồng mẫu thức các cặp phân thức sau:

a)  $\frac{2x}{x-5}$  và  $\frac{-x}{x+5}$

b)  $\frac{1}{3xyz}$  và  $\frac{x+y}{xy^2}$

c)  $\frac{3}{x^2-4}$  và  $\frac{x^2}{x+2}$

.....

.....

.....

.....

.....

**3) Cộng, trừ hai phân thức khác mẫu:**

Muốn cộng, trừ hai phân thức khác mẫu, ta thực hiện các bước;

- Quy đồng mẫu thức.

- Cộng, trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

**- Ví dụ 3:** Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a)  $\frac{2}{x} + \frac{1}{x-3}$

b)  $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$

c)  $\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy}$

.....

.....

.....

.....

MATH - MR WIN

d)  $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x+3}$

e)  $\frac{1}{2x} + \frac{2}{x^2}$

f)  $\frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}$

.....

.....

.....

.....

**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Quy đồng mẫu thức các cặp phân thức sau:

a)  $\frac{1}{4xy^2}$  và  $\frac{5}{6x^2y}$

b)  $\frac{9}{4x^2-36}$  và  $\frac{1}{x^2+6x+9}$

c)  $\frac{1}{x^2+x}$  và  $\frac{1}{x^2-x}$

d)  $\frac{2}{x-3y}$  và  $\frac{3}{x+3y}$

e)  $\frac{7}{4x+24}$  và  $\frac{13}{x^2-36}$

f)  $\frac{x-1}{3x-9}$  và  $\frac{4x-8}{x^2-9}$

g)  $\frac{x-y}{3x^2+15xy}$  và  $\frac{x-y}{3x^2+15xy}$

h)  $\frac{1}{2x+y}$  và  $\frac{1}{2x-y}$

i)  $\frac{x+1}{2x-8}$  và  $\frac{x-2}{16-x^2}$

j)  $\frac{1}{x+2}$ ;  $\frac{-5}{2x-4}$  và  $\frac{10}{x}$

k)  $\frac{1}{x^3-8}$  và  $\frac{3}{4-2x}$

l)  $\frac{x}{x^2-1}$  và  $\frac{1}{x^2+2x+1}$

m)  $\frac{2xy}{x^2+10xy+25y^2}$  và  $\frac{x-y}{3x^2+15xy}$

n)  $\frac{1}{x+2}$ ;  $\frac{x+1}{x^2-4x+4}$  và  $\frac{5}{2-x}$

o)  $\frac{x^2}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$  và  $\frac{y}{xy-x^2}$

p)  $\frac{1}{3x+3y}$ ;  $\frac{2x}{x^2-y^2}$  và  $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-2xy+y^2}$

**Bài 2:** Cho hai phân thức  $\frac{9x^2+3x+1}{27x^3-1}$  và  $\frac{x^2-4x}{16-x^2}$

a) Rút gọn hai phân thức đã cho

b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức nhận được ở câu trên.

**Bài 3:** Thực hiện các phép cộng, trừ các phân thức sau:

a)  $\frac{x-1}{x+1} + \frac{3-x}{x+1}$

b)  $\frac{y}{x-y} + \frac{x}{y-x}$

c)  $\frac{(x+y)^2}{xy} - \frac{(x-y)^2}{xy}$

d)  $\frac{1}{2x} + \frac{2}{3y}$

e)  $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$

f)  $\frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz}$

g)  $\frac{x^2-2}{x-1} + \frac{1}{x-1}$

h)  $\frac{2x^2y-3y}{x^3y^2} + \frac{x^2y+3y}{x^3y^2}$

i)  $\frac{4x-1}{2-3x} - \frac{x-2}{2-3x}$

j)  $\frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$

k)  $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4x+4}$

l)  $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x-1} + \frac{x+4}{1-x}$

m)  $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{2x}{x^2-25}$

n)  $\frac{2x}{(x+1)^2} + \frac{x}{x+1} + \frac{1-x}{x^2+2x+1}$

o)  $x + \frac{2y^2}{x+y} - y$

p)  $\frac{x}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2} - \frac{y}{x+y}$

q)  $\frac{5x-4}{9} + \frac{4x+4}{9}$

r)  $\frac{x^2y-6}{2x^2y} + \frac{6-xy^2}{2x^2y}$

s)  $\frac{7y}{3} - \frac{7y-5}{3}$

t)  $\frac{x+1}{x^2-5x} + \frac{x-18}{x^2-5x} + \frac{x+2}{x^2-5x}$

u)  $\frac{4x-1}{3xy^2} - \frac{7x-1}{3xy^2}$

v)  $\frac{3y-2x}{x-2y} - \frac{x-y}{2y-x}$

x)  $\frac{4x+2}{4x-4} + \frac{3-6x}{6x-6}$

y)  $\frac{y}{2x^2-xy} + \frac{4x}{y^2-2xy}$

$$z) \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} + \frac{2y^2}{x^2-y^2}$$

$$w) \frac{x^2+2}{x^3-1} + \frac{x}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x}$$

$$a1) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1}$$

$$b1) \frac{12}{x^2-9} - \frac{2}{x-3}$$

$$c1) \frac{2x}{x^2-1} - \frac{3}{2+2x} + \frac{1}{2+2x}$$

$$d1) \frac{1}{xy-x^2} - \frac{1}{y^2-xy}$$

$$e1) \frac{4}{y-5} + \frac{2}{2y+1}$$

$$f1) \frac{x}{x^2+xy} - \frac{y}{x^2-y^2} + \frac{x+y}{xy-y^2}$$

$$g1) \frac{y}{2x^2-xy} + \frac{4x}{y^2-2xy}$$

$$h1) \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x^2}{x^2-y^2}$$

$$i1) \frac{1}{2x-3} - \frac{2}{3-2x} + \frac{18}{9-4x^2}$$

$$j1) \frac{6x}{3x-2} - \frac{x-10}{2-3x}$$

$$k1) \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$$

$$l1) \frac{x+y}{x-y} + \frac{x^2-4y^2}{x^2-y^2} - \frac{x-3y}{x+y}$$

$$m1) \frac{x}{2x-6} + \frac{9}{2x(3-x)}$$

$$n1) \frac{x^2-3x+1}{2x^2} - \frac{5x-1-x^2}{2x^2}$$

$$o1) \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} + \frac{x}{2-x} + \frac{4-x}{5x-10}$$

$$p1) \frac{3}{x+1} - \frac{2+3x}{x^3+1}$$

$$q1) \frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x} - \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2}$$

$$r1) \frac{2x-1}{x} + \frac{1-x}{2x+1} + \frac{3}{x^2-9} + \frac{1-2x}{x} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{3}{x+3}$$

$$s1) \frac{x}{x^2+1} - \frac{3}{x+6} + \frac{2-x}{x+4} + \frac{3}{x+6} - \frac{1}{x^2+1} - \frac{x-2}{x+4}$$

**Bài 4:** a) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2x^2+1}{x^3+1} + \frac{1-x}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1}$

b) Tính giá trị của biểu thức A tại  $x = -3$

**Bài 5:** Tính nhanh:

$$a) A = \frac{y}{x+z} - \frac{y}{x+y} + \frac{x+y}{x+y+z} - \frac{y}{x+z} - \frac{x}{x+y+z} + \frac{x}{x+y}$$

$$b) B = \frac{-x}{x^2-y^2} + \frac{2y+x}{x+y} - \frac{y}{x+y} - \frac{x}{x^2-y^2}$$

**Bài 6:** Một xí nghiệp dự định sản xuất 10 000 sản phẩm trong x ngày. Khi thực hiện, xí nghiệp đã làm xong sớm hơn 1 ngày so với dự định và còn làm thêm được 80 sản phẩm.

Viết phân thức biểu thị theo x:

a) Số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định;

b) Số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế;

c) Số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế nhiều hơn số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định.

**Bài 7:** Một đội máy xúc trên công trường nhận nhiệm vụ xúc  $17\,400\text{ m}^3$  đất. Giai đoạn đầu, đội làm việc với năng suất trung bình  $x\text{ m}^3/\text{ngày}$  và đào được  $7\,500\text{ m}^3$ . Giai đoạn sau, năng suất của đội tăng  $25\text{ m}^3/\text{ngày}$ .

a) Viết phân thức theo  $x$  biểu diễn thời gian để đội đó hoàn thành công việc.

b) Tính thời gian để đội đó hoàn thành công việc khi năng suất trung bình là  $250\text{ m}^3/\text{ngày}$ .

**Bài 8:** Một tàu du lịch chạy xuôi dòng  $15\text{km}$ , sau đó quay ngược lại để trở về điểm xuất phát và kết thúc chuyến du lịch. Biết rằng vận tốc của tàu khi nước yên lặng là  $10\text{km/h}$  và vận tốc của dòng nước là  $x\text{ (km/h)}$

a) Hãy viết các phân thức biểu thị theo  $x$  thời gian xuôi dòng, thời gian ngược dòng và tổng thời gian tàu chạy

b) Tính tổng thời gian tàu chạy khi vận tốc dòng nước là  $2\text{km/h}$

**Bài 9:** Một vận động viên thi đấu trong một chặng đua xe đạp dài  $120\text{ km}$ . Nửa chặng đường đầu vận động viên đó đạp xe với vận tốc là  $v\text{ (km/h)}$ . Nửa chặng đường sau, vận động viên đó đạp xe với vận tốc nhỏ hơn  $4\text{ km/h}$  so với tốc độ nửa chặng đường đầu.

a) Viết hai phân thức theo  $v$  lần lượt biểu diễn thời gian để vận động viên đó hoàn thành nửa chặng đua đầu và nửa chặng đua sau.

b) Tìm phân thức theo  $v$  biểu diễn thời gian để vận động viên đó hoàn thành cả chặng đua.

c) Tính thời gian để vận động viên đó hoàn thành chặng đua nếu  $v = 40\text{ km/h}$ .

**Bài 10:** Theo kế hoạch, một phân xưởng may phải hoàn thành  $1\,860$  sản phẩm trong  $x$  ngày. Khi thực hiện, nhờ cải tiến các công đoạn sản xuất, phân xưởng không những đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 ngày mà còn làm thêm được  $90$  sản phẩm.

a) Viết hai phân thức (theo  $x$ ) lần lượt biểu diễn số sản phẩm phải hoàn thành theo kế hoạch và số sản phẩm thực tế làm được trong một ngày.

b) Tìm phân thức biểu diễn số sản phẩm thực tế làm được nhiều hơn số sản phẩm phải hoàn thành theo kế hoạch trong một ngày.

c) Số sản phẩm thực tế làm được nhiều hơn số sản phẩm phải hoàn thành theo kế hoạch trong một ngày là bao nhiêu nếu xưởng may hoàn thành  $1\,860$  sản phẩm trong 31 ngày?

**Bài 11:** Chú Đức lái ô tô từ Hà Nội về quê. Từ nhà chú đến đường cao tốc dài khoảng  $20\text{km}$ , xe chạy trong thành thành phố với vận tốc  $x\text{ (km/h)}$  ( $x > 0$ ). Trên  $50\text{km}$  đường cao



tốc, xe tăng vận tốc thêm 55 km/h. Ra khỏi cao tốc, xe còn phải chạy thêm 15 phút thì về đến quê

a) Viết các phân thức biểu thị thời gian xe chạy trong thành phố và thời gian xe chạy trên đường cao tốc

b) Viết phân thức biểu thị tổng thời gian chú Đức đi từ Hà Nội về quê

**Bài 12:** Người ta mở hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước. Thời gian để vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể ít hơn thời gian để vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 2 giờ. Gọi  $x$  (giờ) là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình để đầy bể. Viết phân thức biểu thị theo  $x$ :

a) Thời gian vòi thứ hai chảy một mình để đầy bể,

b) Phần bể mà mỗi vòi chảy được trong 1 giờ;

c) Phần bể mà cả hai vòi chảy được trong 1 giờ.

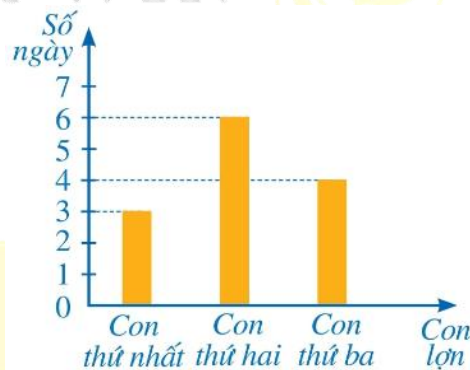
**Bài 13:** Để hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 120 cây xanh. Khi bắt đầu thực hiện, chi đoàn được tăng cường thêm 3 đoàn viên. Gọi  $x$  là số đoàn viên ban đầu của chi đoàn và giả sử số cây mỗi đoàn viên trồng là như nhau. Viết phân thức biểu thị theo  $x$ :

a) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định;

b) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế;

c) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế

**Bài 14:** Gia đình cô Lương nuôi ba con lợn. Cả ba con lợn đều ăn cùng một loại thức ăn gia súc. Biểu đồ cột ở Hình 2 biểu diễn số ngày mà mỗi con lợn ăn hết một bao thức ăn. Hỏi cả ba con lợn ăn trong  $x$  ngày ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) thì cần bao nhiêu thức ăn?



**Bài 15:** Tại một cuộc đua thuyền diễn ra trên một khúc sông từ A đến B dài 3 km. Mỗi đội thực hiện một vòng đua, xuất phát từ A đến B, rồi quay về A là đích. Một đội đua đạt tốc độ  $(x + 1)$  km/h khi xuôi dòng từ A đến B và đạt tốc độ  $(x - 1)$  km/h khi ngược dòng từ B về A.



a) Viết biểu thức tính tổng thời gian đi và về, chênh lệch thời gian giữa đi và về của đội đua thuyền.

b) Tính giá trị của các đại lượng này khi  $x = 6$  km/h

**Bài 16:** Cùng đi từ A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ  $x$  (km/h); xe tải chạy với tốc độ  $y$  (km/h) ( $x > y$ ). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

**Bài 17:** Một đoàn tàu chở khách đi một quãng đường 500 km, trong đó có 50 km đường qua thành phố và 450 km đường qua vùng rừng núi. Biết tốc độ tàu khi chạy qua thành phố kém 30 km/h so với tốc độ tàu khi chạy qua vùng rừng núi. Gọi  $x$  (km/h) là tốc độ tàu chạy qua vùng rừng núi. Viết phân thức biểu thị theo  $x$ :



a) Thời gian tàu chạy qua vùng rừng núi.

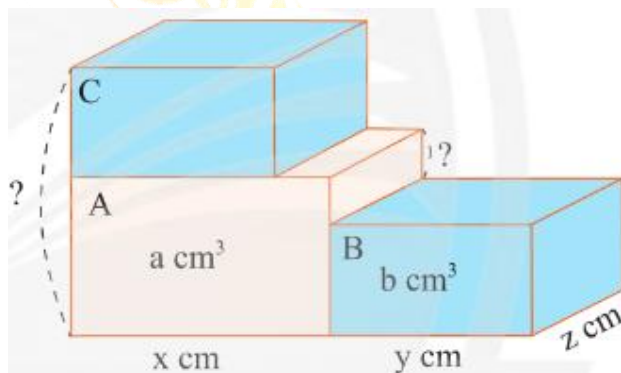
b) Thời gian tàu chạy qua thành phố.

c) Thời gian tàu chạy trên cả quãng đường.

**Bài 18:** Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như trong hình. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C

a) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.

b) Tính tổng chiều cao của hình A và C, chênh lệch chiều cao của hình A và B



## BÀI 7: NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

### A) LÝ THUYẾT:

#### 1) Nhân hai phân thức:

- Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau:

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D}$$

- Phép nhân phân thức có tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối với phép cộng:

· Tính chất giao hoán:  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D}$

· Tính chất kết hợp:  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \times \frac{C.E}{D.F}$

· Tính chất phân phối đối với phép cộng:  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \times \frac{E}{F}$

**- Ví dụ 1:** Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a)  $\frac{2ac}{3b} \times \frac{-6b^3}{8a^2c}$

b)  $\frac{3a^2}{10b^3} \times \frac{15b}{9a^4}$

c)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x} \times \frac{2x}{x - 1}$

.....  
MATH - MR WIN  
.....

d)  $\frac{x - 3}{x^2} \times \frac{4x}{x^2 - 9}$

e)  $\frac{a^2 - 6a + 9}{a^2 + 3a} \times \frac{2a + 6}{a - 3}$

f)  $\frac{x + 1}{x} \times \frac{2 - x^2}{x^2 - 1}$

.....  
.....

g)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x + 1} \times \frac{x + 1}{x^2 - 2x} \times \frac{6x}{2x + 4}$

h)  $\frac{1}{4a} - \frac{1}{a + b} \times \frac{a + b}{4a} - a^2b - ab^2$

.....  
.....  
.....

## 2) Chia hai phân thức:

- Muốn chia phân thức  $\frac{A}{B}$  cho phân thức  $\frac{C}{D}$  (C khác đa thức 0), ta nhân  $\frac{A}{B}$  với phân thức  $\frac{D}{C}$ :

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0$$

- Phân thức  $\frac{D}{C}$  được gọi là phân thức **nghịch đảo** của phân thức  $\frac{C}{D}$

- **Ví dụ 2:** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x} : \frac{x + 2}{2x}$

b)  $\frac{x^2}{y} \times \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{yz}$

c)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \times \frac{x^2}{2}$

.....

.....

.....

d)  $\frac{x^2 - 9}{x - 2} : \frac{x - 3}{x}$

e)  $\frac{x}{z^2} \times \frac{xz}{y^3} : \frac{x^3}{yz}$

f)  $\frac{2}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \times \frac{x^2}{2}$

.....

MATH - MR WIN

.....

.....

## B) BÀI TẬP:

**Bài 1:** Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a)  $\frac{4y}{3x^2} \times \frac{5x^3}{2y^3}$

b)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 + x}{x - 1}$

c)  $\frac{2x + x^2}{x^2 - x + 1} \times \frac{3x^3 + 3}{3x + 6}$

d)  $\frac{3x + 6}{4x - 8} \times \frac{2x - 4}{x + 2}$

e)  $\frac{x^2 - 36}{2x + 10} \times \frac{x + 5}{6 - x}$

f)  $\frac{1 - y^3}{y + 1} \times \frac{5y + 5}{y^2 + y + 1}$

g)  $\frac{x + 2y}{4x^2 - 4xy + y^2} \times (2x - y)$

h)  $\frac{15x^2}{8yz} \times \frac{4z}{5xy^2}$

i)  $\frac{6x + 12}{10 - 5x} \times \frac{x - 2}{x + 2}$

j)  $\frac{-3x}{5xy^2} \times \frac{-5y^2}{12xy}$

k)  $\frac{x^2 - x}{2x + 1} \times \frac{4x^2 - 1}{x^3 - 1}$

**Bài 2:** Thực hiện các phép chia phân thức sau:

$$a) \frac{5x}{4y^3} : \frac{x^4}{20y}$$

$$b) \frac{x^2 - 16}{x + 4} : \frac{2x - 8}{x}$$

$$c) \frac{2x + 6}{x^3 - 8} : \frac{(x + 3)^3}{2x - 4}$$

$$d) \frac{20x}{3y^2} : \frac{15x^2}{6y}$$

$$e) \frac{x^3 + y^3}{y - x} : \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$f) \frac{9x^2 - y^2}{x + y} : \frac{3x + y}{2x + 2y}$$

$$g) \frac{9 - x^2}{x} : (x - 3)$$

$$h) \frac{14x^3}{5yz^3} : \frac{7x}{15yz^2}$$

$$i) \frac{x - 5}{x^2 + 1} : (3x - 15)$$

$$j) \frac{-3x}{5xy^2} : \frac{-5y^2}{12xy}$$

$$k) \frac{4x^2 - 1}{8x^3 - 1} : \frac{4x^2 + 4x + 1}{4x^2 + 2x + 1}$$

**Bài 3:** Tính:

$$a) \frac{x}{x} + x^2 - 1 : \frac{x - 1}{x}$$

$$b) \frac{3x}{x + 1} + 1 : \frac{15x^2}{1 - x^2}$$

$$c) \frac{3}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \times \frac{x^2}{3}$$

$$d) \frac{4x^2 + 2}{x - 2} \times \frac{3x + 2}{x - 4} \times \frac{4 - 2x}{2x^2 + 1}$$

$$e) \frac{x + 3}{x} \times \frac{x + 2}{x^2 + 6x + 9} : \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$$

$$f) \frac{5x}{9y} \times \frac{2xz^2}{y} : \frac{z^3}{8y^3}$$

$$g) \frac{x^2 - 2xy}{x - y} \times \frac{y - x}{3x - x^2} : \frac{1}{3 - x}$$

$$h) (x^2 - 1) \times \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x - 1} + 1$$

$$i) \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \times \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y}$$

$$j) \frac{x^2 - 49}{x^2 + 5} \times \frac{x^2 + 5}{x - 7} - \frac{x^2 + 5}{x + 7}$$

$$k) \frac{19x + 8}{x + 1975} \times \frac{2000 - x}{x + 1945} + \frac{19x + 8}{x + 1975} \times \frac{2x - 25}{x + 1945}$$

**Bài 4:** Tìm hai phân thức P và Q thỏa mãn:

$$a) P \times \frac{x + 1}{2x + 1} = \frac{x^2 + x}{4x^2 - 1}$$

$$b) Q : \frac{x^2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{(x + 1)(x + 2)}{x^2 - 2x}$$

**Bài 5:** Cho hai phân thức  $P = \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x}$  và  $Q = \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}$

a) Rút gọn P và Q

b) Sử dụng kết quả trên tính P.Q và P:Q

**Bài 6:** Tính nhanh  $\frac{t}{t^2 + 1} \times \frac{x - 2y + z}{x + y + z} + \frac{t}{t^2 + 1} \times \frac{x + y - 2z}{x + y + z} + \frac{t}{t^2 + 1} \times \frac{y + z - 2x}{x + y + z}$

**Bài 7:** Máy A xát được x tấn gạo trong a giờ, máy B xát được y tấn gạo trong b giờ.

a) Viết các biểu thức biểu thị số tấn gạo mỗi máy xát được trong 1 giờ (gọi là công suất của máy)

b) Công suất của máy A gấp bao nhiêu lần máy B? Viết biểu thức biểu thị số lần này.

c) Tính giá trị của biểu thức trên khi  $x = 3$ ;  $y = 2$ ;  $b = 4$ .

**Bài 8:** Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có độ dài bằng nhau và bằng  $s$  (km). Thời gian để đi từ A đến B của tàu hỏa là  $a$  (giờ), của ô tô khách là  $b$  (giờ) ( $a < b$ ).

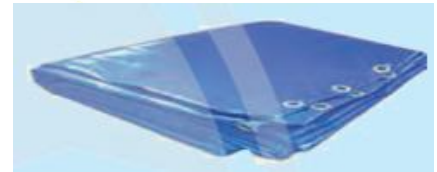
a) Tốc độ của tàu hỏa gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô?

b) Tính giá trị này khi  $s = 350$ ;  $a = 5$ ;  $b = 7$

**Bài 9:** Một tấm bạt lớn hình chữ nhật có chiều dài  $a$  (m), chiều rộng  $b$  (m) được ghép bởi các tấm bạt bé hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng

đều bằng  $\frac{1}{k}$  chiều dài, chiều rộng của tấm bạt lớn. Tính

diện tích của mỗi tấm bạt bé theo  $a$ ,  $b$  và  $k$ .



**Bài 10:** Tâm đạp xe từ nhà tới câu lạc bộ câu cá có quãng đường dài 15 km với tốc độ  $x$  (km/h). Lướt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lướt đi 4 km/h.

a) Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian  $T$  hai lượt đi và về

b) Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian  $t$  lướt đi đối với lướt về

c) Tính  $T$  và  $t$  với  $x = 10$

**Bài 11:** Một ca nô đi xuôi dòng trên một khúc sông từ A đến B dài 20 km rồi lại đi ngược dòng từ B về A. Biết tốc độ dòng nước là 3 km/h. Gọi  $x$  (km/h) là tốc độ của ca nô. Viết phân thức biểu thị theo  $x$ :

a) Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B

b) Thời gian ca nô đi ngược dòng từ B về A

c) Tỉ số của thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B và thời gian ca nô đi ngược dòng từ B về A

**Bài 12:** Một xe ô tô chở hàng đi từ địa điểm A đến địa điểm B hết  $x$  giờ. Sau khi trả hàng tại địa điểm B, xe quay ngược trở lại địa điểm A nhưng thời gian xe chạy về đến A chỉ là  $x-1$  giờ. Biết quãng đường AB dài 160 km, viết phân thức biểu thị theo  $x$ :

a) Tốc độ xe ô tô khi chạy từ A đến B.

b) Tốc độ xe ô tô khi chạy từ B về A.

c) Tỉ số của tốc độ xe ô tô khi chạy từ A đến B và tốc độ xe ô tô khi chạy từ B về A.

**Bài 13:** Một xí nghiệp theo kế hoạch cần phải sản xuất 120 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do cải tiến kĩ thuật nên xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và làm thêm được 5 tấn hàng. Gọi  $x$  là số ngày xí nghiệp cần làm theo dự định. Viết phân thức biểu thị theo  $x$ :

- Số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định.
- Số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế.
- Tỉ số của số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế và số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định.

**Bài 14:** Tính chiều dài của một hình chữ nhật, biết diện tích của hình chữ nhật là  $A = x^2 - 4$  ( $\text{cm}^2$ ) ( $x > 3$ ) và chiều rộng của nó là  $\frac{x+2}{x+1}$  (cm)

**Bài 15:** Giả sử một xe cứu thương di chuyển về phía một người với tốc độ  $v$  (km/h) và bật còi báo động ở tần số  $f$ , người đó sẽ nghe được còi báo động reo ở tần số  $h$ , trong đó  $h = f : \frac{v}{s} - \frac{v}{s}$  và  $s$  là vận tốc của âm thanh ( $s \gg 1235$  km/h)

a) Chứng minh rằng  $h = \frac{fs}{s-v}$

b) Khi xe cứu thương di chuyển về phía người đó với tốc độ 105 km/h và bật còi báo động ở tần số 45 vòng/phút, tìm tần số của còi báo động mà người này nghe được.

**Bài 16:** Trong năm 2019, một tiệm bánh mì bán một loại bánh mì với giá  $x$  nghìn đồng một chiếc. Trong năm 2021, giá một chiếc bánh đó tăng thêm 5 nghìn đồng so với năm 2019. Một người đã dùng 900 000 đồng để mua loại bánh mì đó trong mỗi năm 2019 và 2021.



a) Viết hai phân thức lần lượt biểu diễn số bánh mì người này mua được vào năm 2019 và 2021.

b) Chứng minh rằng số bánh mì người này mua được vào năm 2019 gấp  $\frac{x+5}{x}$  lần so với năm 2021.

c) Nếu  $x = 10$  thì số bánh mì người này mua được vào năm 2019 gấp bao nhiêu lần so với năm 2021.

**Bài 17:** Chứng minh giá trị của mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

$$a) A = \frac{x}{xy - y^2} + \frac{2x - y}{xy - x^2} \cdot \frac{x^2y - xy^2}{(x - y)^2}$$

$$b) B = \frac{1}{x^2 + 4x + 4} - \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{1}{x + 2} + \frac{1}{x - 2} \cdot (x^2 - 4)$$





## ÔN TẬP CHƯƠNG 1

**Bài 1:** Tính giá trị của biểu thức  $P = xy^2z - 2x^2yz^2 + 3yz + 1$  khi  $x = 1$ ;  $y = -1$ ;  $z = 2$

**Bài 2:** Cho đa thức  $P = 3x^2y - 2xy^2 - 4xy + 2$

a) Tìm đa thức Q sao cho  $Q - P = -2x^3y + 7x^2y + 3xy$

b) Tìm đa thức M sao cho  $P + M = 3x^2y^2 - 5x^2y + 8xy$

**Bài 3:** Thực hiện phép tính:

a)  $x^2y(5xy - 2x^2y - y^2)$       b)  $(x - 2y)(2x^2 + 4xy)$       c)  $18x^4y^3 : 12(-x)^3y$

d)  $x^2y^2 - 2xy^3 : \frac{xy^2}{2}$       e)  $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2)$

f)  $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 3)(3x - 2)$

**Bài 4:** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $(x - 1)^2 - 4$       b)  $4x^2 + 12x + 9$       c)  $x^3 - 8y^6$   
d)  $x^5 - x^3 - x^2 + 1$       e)  $-4x^3 + 4x^2 + x - 1$       f)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

**Bài 5:** Cho  $x + y = 2$  và  $xy = 2$ . Tính  $x^3 + y^3$

**Bài 6:** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{24x^5y^3}{18x^3y^4}$       b)  $\frac{2x - x^2}{x^2y - 4y}$       c)  $\frac{12x^2 + 28x + 8}{9x^2 - 1}$       d)  $\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$

**Bài 7:** Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{2x^2 - 1}{x - 2} + \frac{-x^2 - 3}{x - 2}$       b)  $\frac{x}{x + y} + \frac{y}{x - y}$       c)  $\frac{x^3 + 1}{1 - x^3} + \frac{x}{x - 1} - \frac{x + 1}{x^2 + x + 1}$

d)  $\frac{x + 2}{x^2 + xy} - \frac{y - 2}{xy + y^2}$       e)  $\frac{1}{2x^2 - 3x} - \frac{1}{4x^2 - 9}$       f)  $\frac{2x}{9 - x^2} + \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x + 3}$

g)  $\frac{x}{xy + y^2} - \frac{y}{x^2 + xy}$       h)  $\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2} - \frac{x}{2 - x}$       i)  $\frac{5}{6x - 6} + \frac{9}{14x - 14} + \frac{6}{7x - 7}$

j)  $\frac{2}{x - 4} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x - 3}$       k)  $\frac{x}{2x - y} + \frac{y}{2x + y} + \frac{3xy}{y^2 - 4x^2}$       l)  $\frac{2}{3x} + \frac{x}{x - 1} + \frac{6x^2 - 4}{2x(1 - x)}$

$$m) \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \quad n) \frac{8x^2+18y^2}{4x^2-9y^2} - \frac{2x+3y}{2x-3y} + \frac{2x-3y}{2x+3y} \quad o) \frac{x-4}{2x-1} + \frac{5x^2+9x+14}{2x^2+3x-2} - \frac{3x-5}{x+2}$$

**Bài 8:** Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned} a) \frac{3x+x^2}{x^2+x+1} \times \frac{3x^3-3}{x+3} & \quad b) \frac{x^2-4}{x+2} \div \frac{x^2-4}{1-x} & \quad c) \frac{2x^2+4}{x-3} \times \frac{3x+1}{x-1} \div \frac{x^2+2}{6-2x} \\ d) \frac{2x^2}{3y^3} \div \frac{4x^3}{21y^2} & \quad e) \frac{2x+10}{x^3-64} \div \frac{(x+5)^2}{2x-8} & \quad f) \frac{1}{x+y} \div \frac{x+y}{xy} - x - y \div \frac{1}{x^2} \div \frac{y}{x} \\ g) \frac{x^2+xy}{y-x} \div \frac{x+y}{2x^2-2y^2} & \quad h) \frac{x+1}{2x-1} - \frac{2x-1}{2x+1} \div \frac{4x}{10x-5} & \quad i) \frac{x^2-4x+4}{3-9x} \times \frac{3x-1}{3x^2-12} \\ j) \frac{x^2-y^2}{xy} \div \frac{1}{xy+y^2} & \quad k) \frac{x^2+y^2}{xy} \div \frac{xy}{x-y} - \frac{4y}{x-y} & \quad l) \frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x} \div \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \\ m) \frac{2x+10}{(x-3)^2} \div \frac{(x+5)^3}{x^2-9} & \quad n) \frac{4x-6}{5x^2-x} \times \frac{25x^2-10x+1}{27-8x^3} & \quad o) \frac{x+y}{xy} - \frac{2}{x} \times \frac{x^3y^3}{x^3-y^3} \\ p) \frac{8y}{3x^2} \times \frac{9x^2}{4y^2} & \quad q) 1 + \frac{x^3-x}{x^2+1} \times \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^2} & \quad r) \frac{4x^2-1}{16x^2-1} \times \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{1-4x^2} \div \end{aligned}$$

**Bài 9:** Tìm đa thức P trong các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} a) P + \frac{1}{x+2} &= \frac{x}{x^2-2x+4} & \quad b) P - \frac{4(x-2)}{x+2} &= \frac{16}{x-2} \\ c) P \times \frac{x-2}{x+3} &= \frac{x^2-4x+4}{x^2-9} & \quad d) P: \frac{x^2-9}{2x+4} &= \frac{x^2-4}{x^2+3x} \end{aligned}$$

**Bài 10:** Cho biểu thức  $A = \frac{x+1}{2x-2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{x+3}{2x+2} \times \frac{4x^2-4}{5}$

- Viết điều kiện xác định của biểu thức A.
- Chứng minh giá trị của biểu thức A không phụ thuộc vào giá trị của biến.

**Bài 11:** Cho biểu thức  $B = \frac{5x+2}{x^2-10x} + \frac{5x-2}{x^2+10x} \times \frac{x^2-100}{x^2+4}$

- Viết điều kiện xác định của biểu thức B.
- Rút gọn B và tính giá trị của biểu thức B tại  $x = 0,1$
- Tìm số nguyên x để biểu thức B nhận giá trị nguyên.

**Bài 12:** Giả sử chi phí C (USD) mà một nhà máy cần phải trả để giảm p% chất ô nhiễm

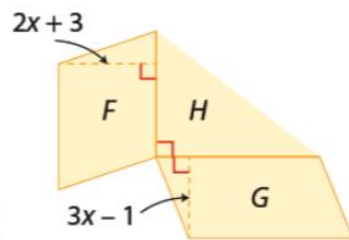
được tính bởi công thức: 
$$C = \frac{1200p}{1 - 0,01p}$$

a) Viết điều kiện xác định của phân thức C.

b) Tính chi phí nhà máy cần phải trả để giảm được 75% chất ô nhiễm.

**Bài 13:** Trong hình bên, hình bình hành F có diện tích là  $8x^2 + 14x + 3 \text{ (m}^2\text{)}$  và chiều cao là  $2x + 3 \text{ (m)}$ . Hình bình

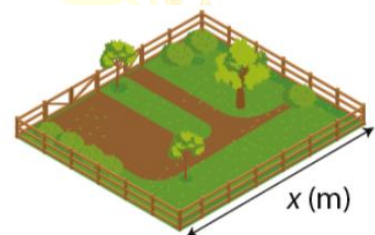
hành G có diện tích là  $12x^2 - 4x \text{ (m}^2\text{)}$  và chiều cao là  $3x - 1 \text{ (m)}$ . Tính diện tích của tam giác vuông H theo x.



**Bài 14:** Một hàng rào được dựng bao quanh một mảnh đất hình chữ nhật diện tích  $500 \text{ m}^2$ . Gọi x (m) là độ dài một cạnh của hàng rào.

a) Viết một phân thức theo x biểu diễn chu vi của hàng rào.

b) Tính chu vi đó khi  $x = 25 \text{ (m)}$



**Bài 15:** Hôm qua, thanh long được bán với giá a đồng mỗi kg. Hôm nay, người ta đã giảm giá 1 000 đồng cho mỗi kg thanh long. Với cùng số tiền b đồng thì hôm nay mua được nhiều hơn bao nhiêu kilôgam thanh long so với hôm qua?

**Bài 16:** Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ  $(x + 3) \text{ km/h}$  và đi ngược dòng với tốc độ  $(x - 3) \text{ km/h}$  ( $x > 3$ ).

a) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ. Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?

b) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A 15 km, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A. Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A?

**Bài 17:** Hai người thợ cùng sơn một bức tường. Nếu một mình sơn xong bức tường thì người thứ nhất làm xong lâu hơn người thứ hai là 2 giờ. Gọi x là số giờ mà người thứ nhất một mình sơn xong bức tường. Viết phân thức biểu thị tổng số phần của bức tường sơn được mà người thứ nhất sơn trong 3 giờ và người thứ hai sơn trong 4 giờ theo x.

**Bài 18:** Số tiền hằng năm A (triệu đô la Mỹ) mà người Mỹ chi cho việc mua đồ ăn, đồ uống khi ra khỏi nhà và dân số P (triệu người) hằng năm của Mỹ từ năm 2000 đến năm 2006 lần lượt được cho bởi công thức sau:

$$A = \frac{-8242,58t + 348299,6}{-0,06t + 1} \text{ với } 0 \leq t \leq 6$$

$$P = 2,71t + 282,7 \text{ với } 0 \leq t \leq 6$$

Trong đó,  $t$  là số năm tính từ năm 2000,  $t = 0$  tương ứng với năm 2000.

Viết phân thức biểu thị (theo  $t$ ) số tiền bình quân hàng năm mà mỗi người Mỹ đã chi cho việc mua đồ ăn, đồ uống khi ra khỏi nhà.

**Bài 19:** Một xưởng may lập kế hoạch may 80000 bộ quần áo trong  $x$  (ngày). Nhờ cải tiến kỹ thuật, xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm 11 ngày và may vượt kế hoạch 100 bộ quần áo.

- Hãy viết phân thức theo biến  $x$  biểu thị số bộ quần áo mỗi ngày xưởng may được theo kế hoạch
- Viết phân thức biểu thị số bộ quần áo thực tế xưởng may được mỗi ngày
- Viết biểu thức biểu thị số bộ quần áo mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn so với kế hoạch
- Nếu theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp may 800 bộ quần áo thì nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn so với kế hoạch bao nhiêu bộ quần áo

**Bài 20:** Bác Châu vay ngân hàng 1,2 tỉ đồng để mua nhà theo hình thức trả góp. Số tiền bác Châu phải trả mỗi tháng bao gồm số tiền gốc phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc chia đều cho số tháng vay) và số tiền lãi phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc nhân với lãi suất tháng).

- Gọi  $r$  là lãi suất năm của khoản vay trả góp này. Tính số tiền  $x$  (triệu đồng) mà bác Châu phải trả mỗi tháng theo số tháng vay  $y$  (tháng) và lãi suất năm  $r$ . Từ đó suy ra công thức tính lãi suất năm  $r$  theo  $x$  và  $y$
- Tính giá trị của  $r$  tại  $x = 30$ ,  $y = 48$  rồi cho biết, nếu trả góp mỗi tháng 30 triệu đồng trong vòng 4 năm thì lãi suất năm (tính theo %) của khoản vay là bao nhiêu?

**Bài 21:** Một xe ô tô đi từ Hà Nội đến Vinh với vận tốc 60 km/h và dự kiến sẽ đến Vinh sau 5 giờ chạy. Tuy nhiên, sau  $2\frac{2}{3}$  giờ chạy với vận tốc 60 km/h, xe dừng nghỉ 20 phút.

Sau khi dừng nghỉ, để đến Vinh đúng thời gian dự kiến, xe phải tăng vận tốc so với chặng đầu

- Tính độ dài quãng đường Hà Nội - Vinh
- Tính độ dài quãng đường còn lại sau khi dừng nghỉ

c) Cho biết ở chặng thứ hai xe tăng vận tốc thêm  $x$  (km/h). Hãy viết biểu thức  $P$  biểu thị thời gian (tính bằng giờ) thực tế xe chạy hết chặng đường Hà Nội - Vinh

d) Tính thời gian của  $P$  lần lượt tại  $x = 5$ ,  $x = 10$ ;  $x = 15$ , từ đó cho biết ở chặng thứ hai (sau khi xe dừng nghỉ):

- Nếu tăng vận tốc thêm 5km/h thì xe đến Vinh muộn hơn dự kiến bao nhiêu giờ?

- Nếu tăng vận tốc thêm 10km/h thì xe đến Vinh có đúng thời gian dự kiến không?

- Nếu tăng vận tốc thêm 15km/h thì xe đến Vinh sớm hơn dự kiến bao nhiêu giờ?

**Bài 22:** Cho biểu thức  $P = \frac{x^2 - 6x + 9}{9 - x^2} + \frac{4x + 8}{x + 3}$

a) Rút gọn  $P$

b) Tính giá trị của  $P$  tại  $x = 7$

c) Chứng tỏ  $P = 3 + \frac{2}{x + 3}$ . Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

**Bài 23:** Cho biểu thức  $P = \frac{2x + 1}{x + 1}$

a) Viết điều kiện xác định của  $P$ .

b) Hãy viết  $P$  dưới dạng  $P = a - \frac{b}{x + 1}$ , trong đó  $a, b$  là số nguyên dương

c) Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

## CHƯƠNG II: CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

### BÀI 1: HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

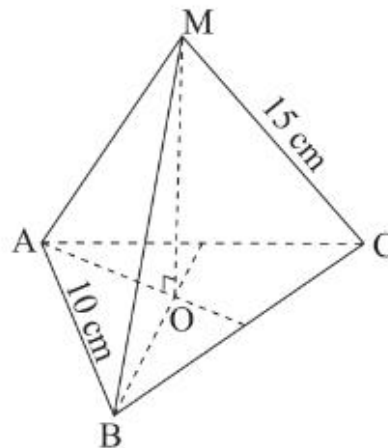
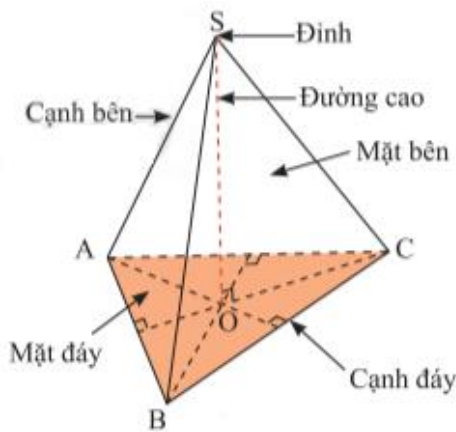
#### A) LÝ THUYẾT:

##### 1) Hình chóp tam giác đều – Hình chóp tứ giác đều:

##### a) Hình chóp tam giác đều:

Hình  $S.ABC$  là một **hình chóp tam giác đều**. Trong hình này:

- $S$  gọi là **đỉnh**.
- Mặt  $ABC$  là một tam giác đều và được gọi là **mặt đáy** (gọi tắt là **đáy**).
- Các đoạn thẳng  $SA, SB, SC$  bằng nhau và được gọi là các **cạnh bên**.
- Ba mặt  $SAB, SBC, SCA$  là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là ba **mặt bên**.
- Các đoạn thẳng  $AB, BC, CA$  được gọi là **cạnh đáy**.
- Gọi  $O$  là trọng tâm của mặt đáy, khi đó  $SO$  gọi là **đường cao**, độ dài  $SO$  gọi là **chiều cao**.



- **Ví dụ 1:** Hãy cho biết mặt bên, mặt đáy, đường cao, độ dài cạnh bên, độ dài cạnh đáy của hình chóp tam giác đều ở bình bên phải

.....

.....

.....

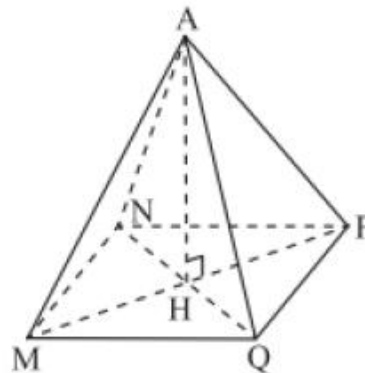
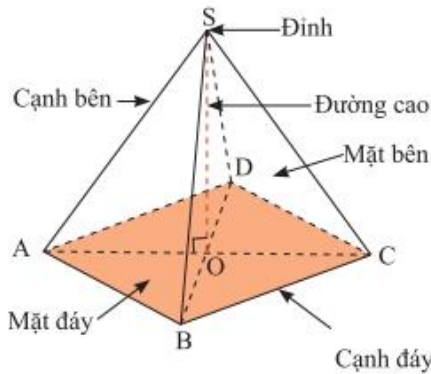
.....

.....

**b) Hình chóp tứ giác đều:**

Hình S.ABCD là một **hình chóp tứ giác đều**. Trong hình này:

- S gọi là **đỉnh**.
- Mặt ABCD là một hình vuông và được gọi là **mặt đáy** (gọi tắt là **đáy**).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD bằng nhau và được gọi là các **cạnh bên**.
- Bốn mặt SAB, SBC, SCA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là bốn **mặt bên**.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA được gọi là **cạnh đáy**.
- Gọi O là giao điểm hai đường chéo của mặt đáy, khi đó SO gọi là **đường cao**, độ dài SO gọi là **chiều cao**.



**- Ví dụ 2:** Cho hình chóp tứ giác đều A.MNPQ

a) Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, cạnh đáy, mặt đáy, đường cao của hình chóp tứ giác đều đó.

b) Cho biết  $AM = 5\text{cm}$ ,  $MN = 4\text{cm}$ . Tìm độ dài các cạnh AN, AP, AQ, NP, PQ, QM.

.....

.....

.....

.....

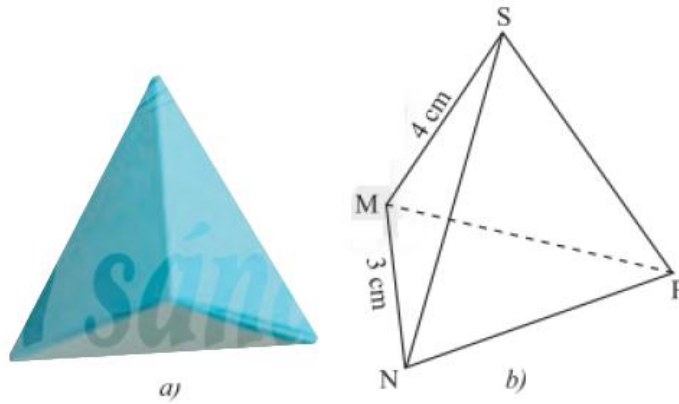
.....

**- Ví dụ 3:** Chiếc hộp được vẽ lại như hình bên có dạng hình chóp tam giác đều S.MNP

a) Hãy cho biết mặt đáy, mặt bên, cạnh bên của chiếc hộp đó.

b) Cho biết  $SM = 4\text{cm}$ ,  $MN = 3\text{cm}$ . Tìm độ dài các cạnh còn lại của chiếc hộp.

c) Mỗi góc của tam giác đáy MNP bằng bao nhiêu độ.



.....

.....

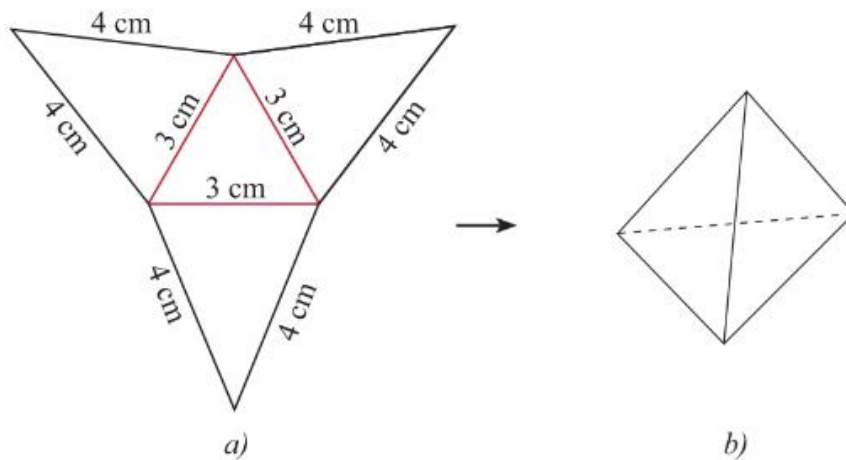
.....

.....

**2) Tạo lập hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều:**

**\* Thực hành 1:** Tạo lập hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy 3 cm và cạnh bên 4 cm theo hướng dẫn:

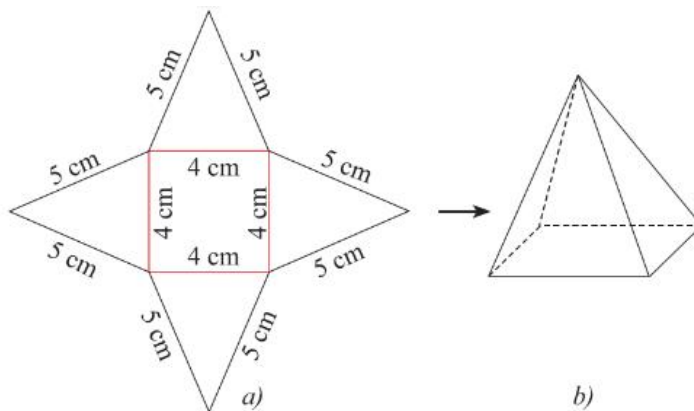
- Trên một tấm bìa, vẽ một hình tam giác đều và ba hình tam giác cân với kích thước như hình a.
- Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các đường màu đỏ ta được hình chóp tam giác đều như hình b.



**\* Thực hành 2:** Tạo lập hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy 4 cm và cạnh bên 5 cm theo hướng dẫn:

- Trên tấm bìa, vẽ một hình vuông và bốn hình tam giác cân với kích thước như hình a.
- Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các đường màu đỏ ta được hình chóp tứ giác đều như hình b.





**3) Hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều trong thực tiễn:**

\* Trong thực tiễn, ta thường gặp những vật thể có dạng:

- Hình chóp tam giác đều:



a) Khung gỗ



b) Rubik



c) Bộ nam châm xếp hình



d) Chóp inox trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam)

- Hình chóp tứ giác đều:



a) Kim tự tháp Ai Cập



b) Kim tự tháp kính Louvre



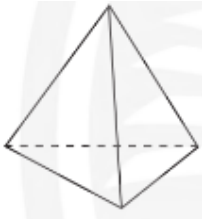

c) Hộp đựng bánh ít



d) Khách sạn Luxor ở Las Vegas, Nevada, Mỹ.

## **B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Quan sát hai hình dưới đây và thay mỗi dấu ? cho thích hợp

Hình	Đáy	Mặt bên	Số cạnh đáy	Số cạnh bên	Số mặt
 Hình chóp tam giác đều	?	Tam giác cân	?	?	?
 Hình chóp tứ giác đều	Hình vuông	?	?	?	?

**Bài 2:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.MNPQ$  có cạnh bên  $SM = 15$  cm và cạnh đáy  $MN = 8$  cm. Hãy cho biết

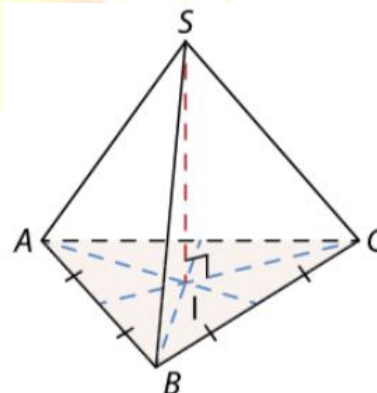
- Mặt bên và mặt đáy của hình đó.
- Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy của hình đó

**Bài 3:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.DEF$  có cạnh bên  $SE = 5$  cm và cạnh đáy  $EF = 3$  cm. Hãy cho biết:

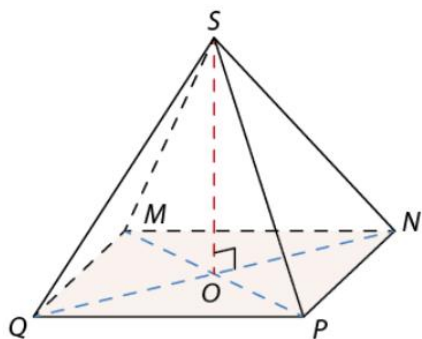
- Mặt bên và mặt đáy của hình chóp.
- Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình chóp.
- Số đo mỗi góc của mặt đáy.

**Bài 4:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  như hình bên.

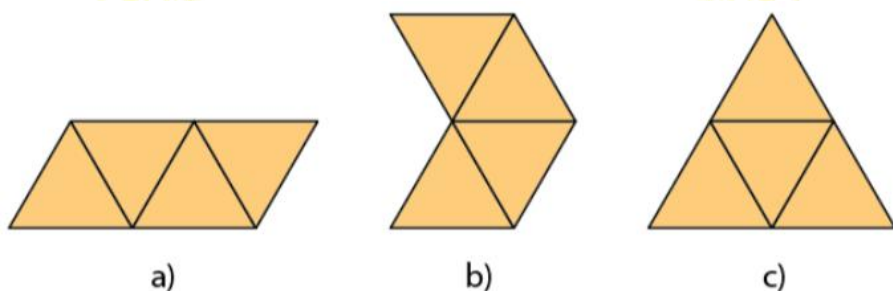
- Kể tên các đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy và đường cao của hình chóp.
- Kể tên các mặt không chứa cạnh  $SA$  của hình chóp.



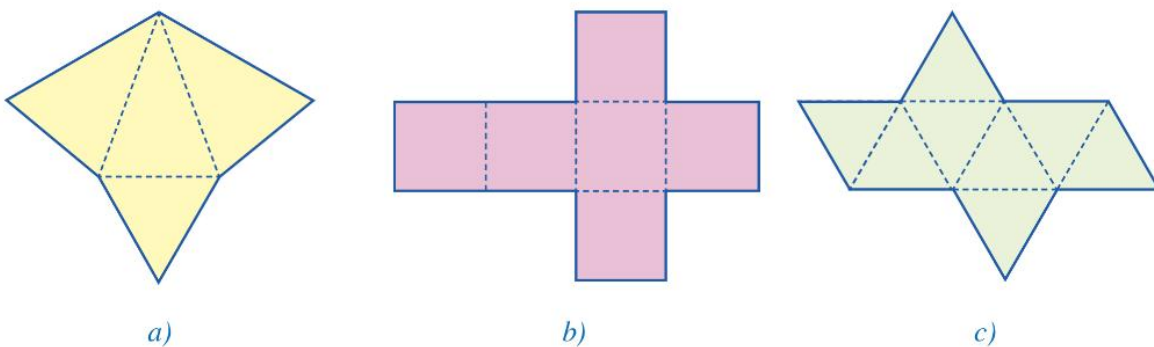
**Bài 5:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.MNPQ$  như hình bên. Kể tên các đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy và đường cao của hình chóp.



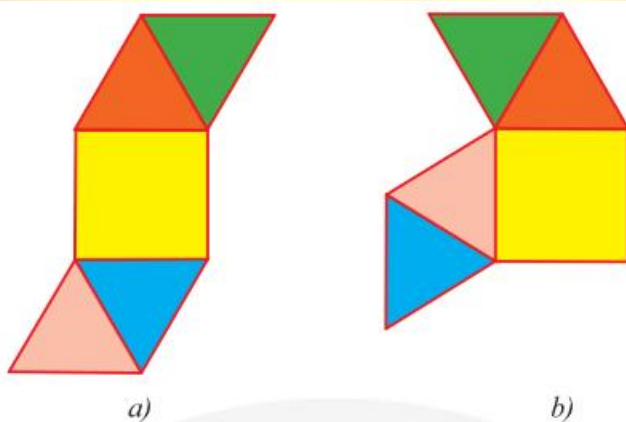
**Bài 6:** Trong hình sau, hình nào là hình khai triển của hình chóp tam giác đều



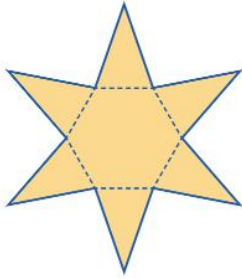
**Bài 7:** Trong các tấm bìa dưới đây, tấm bìa nào có thể gấp lại (theo các nét đứt) để được hình chóp tam giác đều?



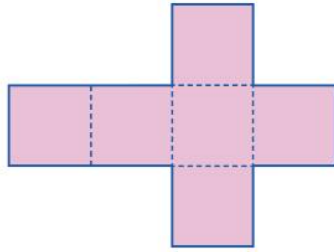
**Bài 8:** Tấm bìa nào sau đây có thể gấp thành hình chóp tứ giác đều?



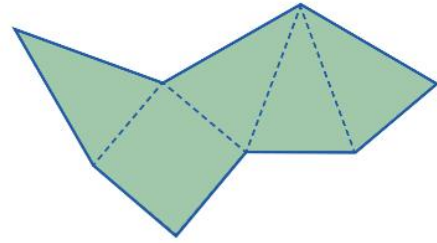
**Bài 9:** Trong các tấm bìa dưới đây, tấm bìa nào có thể gập lại (theo các nét đứt) để được hình chóp tứ giác đều?



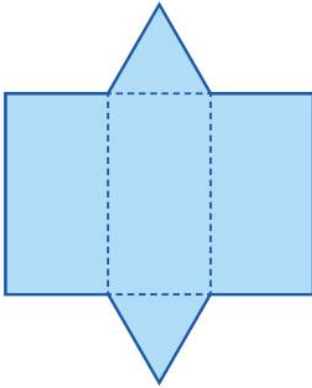
a)



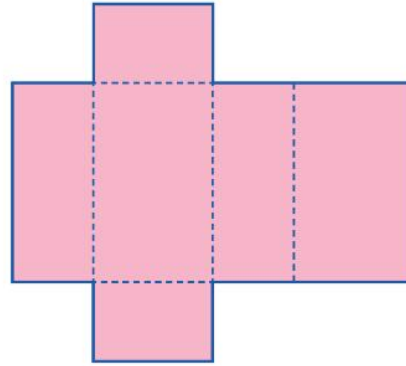
b)



c)

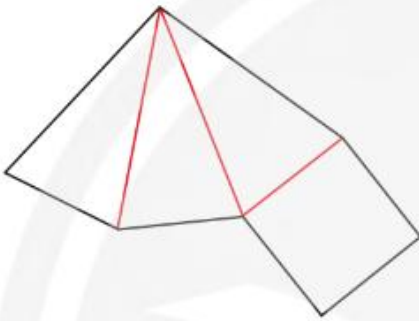


d)

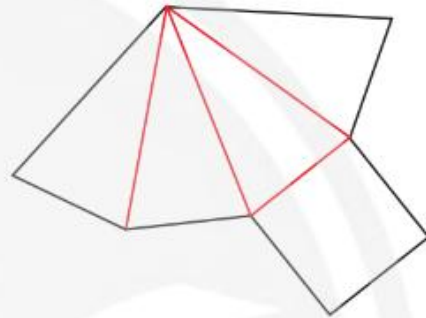


e)

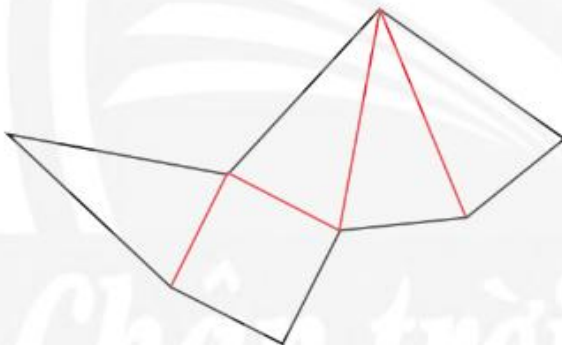
**Bài 10:** Trong các tấm bìa dưới đây, tấm bìa nào gập theo đường màu đỏ thì được một hình chóp tứ giác đều?



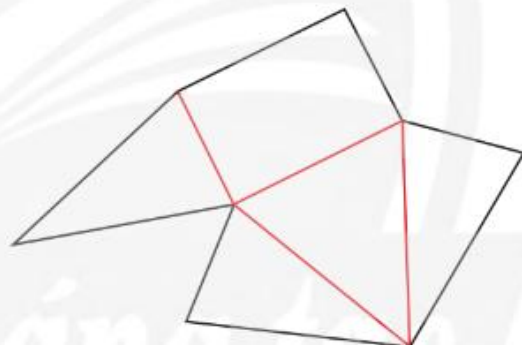
a)



b)



c)



d)

**Bài 11:** Đồ vật nào có dạng hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều?



a)



b)

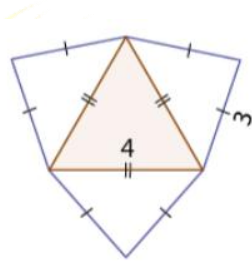
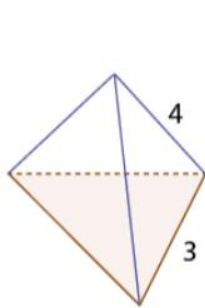


c)

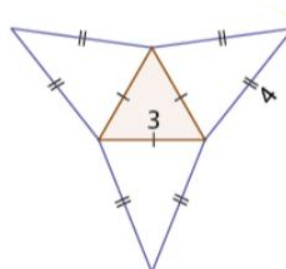


d)

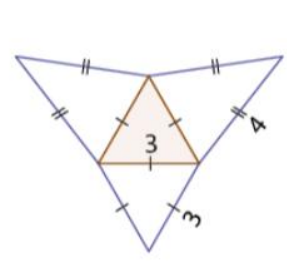
**Bài 12:** Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh bên bằng 4 cm và độ dài cạnh đáy bằng 3 cm như hình bên trái. Trong hình a, b, c, hình nào là hình khai triển của hình chóp tam giác đều đã cho?



a)

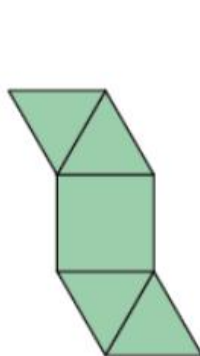


b)

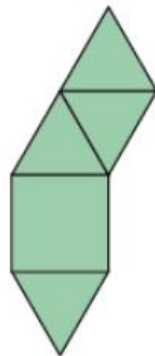


c)

**Bài 13:** Hình nào là hình khai triển của hình chóp tứ giác đều



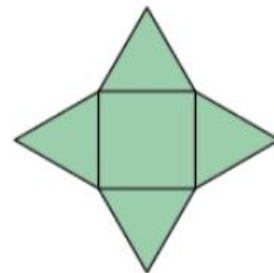
a)



b)



c)



d)

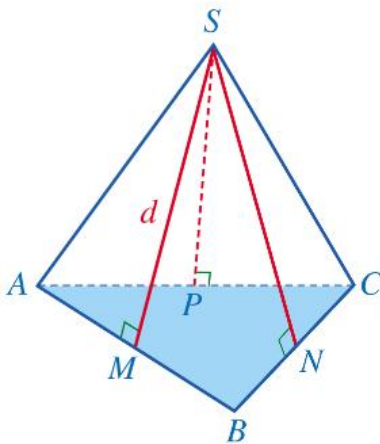
## **BÀI 2: DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU**

### **A) LÝ THUYẾT:**

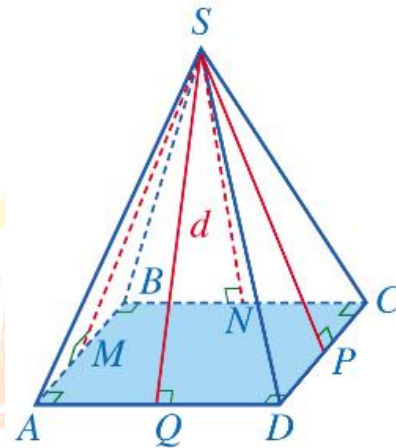
#### **1) Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều – hình chóp tứ giác đều:**

##### **a) Trung đoạn của hình chóp tam giác đều – hình chóp tứ giác đều:**

Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên của hình chóp đều được gọi là **trung đoạn** của hình chóp đó.



SM, SN, SP là trung đoạn của hình chóp tam giác đều S.ABC



SM, SN, SP, SQ là trung đoạn của hình chóp tứ giác đều S.ABCD

##### **b) Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều – hình chóp tứ giác đều:**

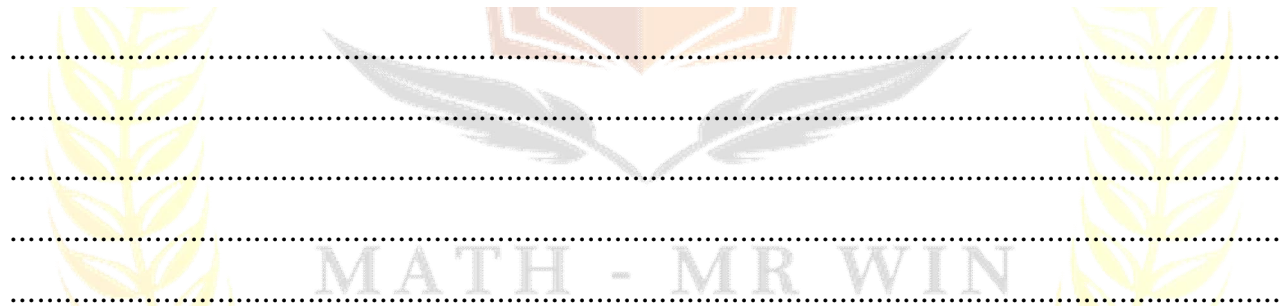
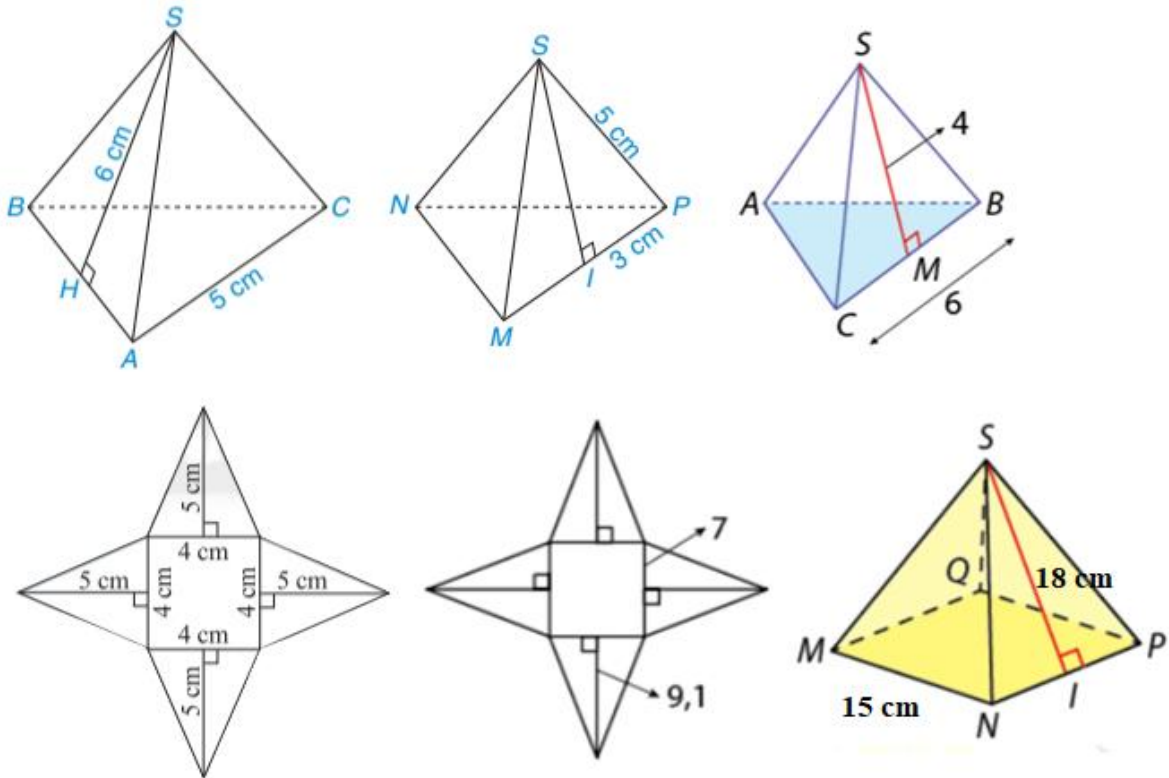
- **Diện tích xung quanh** của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng diện tích của các mặt bên.
- Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng **nửa tích chu vi đáy với độ dài trung đoạn:**

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \times C \times d$$

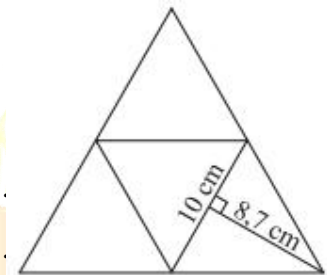
- Trong đó:  $S_{xq}$  là diện tích xung quanh, C là chu vi đáy, d là độ dài trung đoạn.
- **Diện tích toàn phần** của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy.

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$$

**- Ví dụ 1:** Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, tứ giác đều trong hình:



**- Ví dụ 2:** Một tấm bìa gấp thành hình chóp tam giác đều với các mặt là hình tam giác đều. Với số đo trên hình vẽ, hãy tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình này.

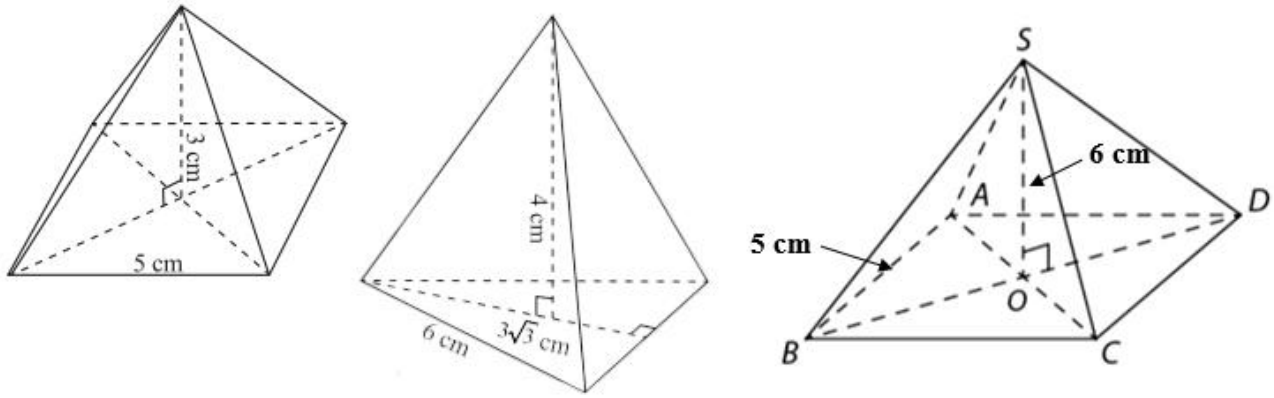


**3) Thể tích của hình chóp tam giác đều – hình chóp tứ giác đều:**

Thể tích của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng một phần ba diện tích đáy nhân với chiều cao:

$$V = \frac{1}{3} \times S_{\text{đáy}} \times h$$

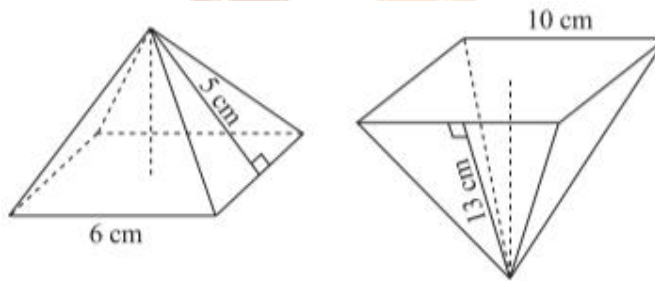
**- Ví dụ 3:** Tính thể tích của hình chóp tam giác đều, tứ giác đều trong hình:



.....  
 .....  
 .....

**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** a) Tính diện tích xung quanh của mỗi hình chóp tứ giác đều dưới đây:



b) Cho biết chiều cao của hình chóp tứ giác đều trong a và hình bb lần lượt bằng 4 cm và 12 cm. Tính thể tích của mỗi hình.

**Bài 2:** Cho hình chóp tam giác đều P.QRS có độ dài cạnh đáy bằng 4 cm và độ dài trung đoạn bằng 10 cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều đó.

**Bài 3:** Cho một hình chóp tam giác đều có diện tích đáy là  $15 \text{ cm}^2$  và chiều cao là 8 cm. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều đó.

**Bài 4:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng 7 cm và độ dài trung đoạn bằng 10 cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều đó.

**Bài 5:** Cho một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 15 cm và chiều cao là 8 cm. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều đó.

**Bài 6:** Một hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh  $36 \text{ cm}^2$  và đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp bằng 6 cm. Tính diện tích đáy.



**Bài 7:** Tính diện tích đáy của một hình chóp tam giác đều có chiều cao bằng 7,5 cm và thể tích bằng  $62,5 \text{ cm}^3$ .

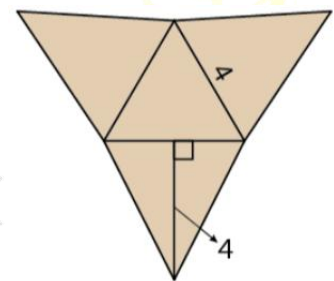
**Bài 8:** Nhân dịp Tết Trung thu, Nam dự định làm một chiếc lồng đèn hình chóp tam giác đều và một chiếc hình chóp tứ giác đều. Mỗi chiếc lồng đèn có độ dài cạnh đáy và đường cao của mặt bên tương ứng với cạnh đáy lần lượt là 30 cm và 40 cm. Em hãy giúp Nam tính xem phải cần bao nhiêu mét vuông giấy vừa đủ để dán tất cả các mặt của mỗi chiếc lồng đèn. Biết rằng nếp gấp không đáng kể

**Bài 9:** a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 10 cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 12 cm.

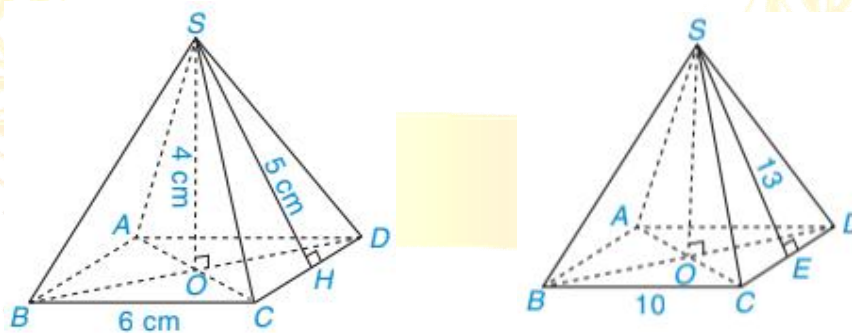
b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 72 dm, chiều cao là 68,1 dm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 77 dm.

**Bài 10:** Bác Khôi làm một chiếc hộp gỗ có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy của hình chóp là 2m, trung đoạn của hình chóp là 3 m. Bác Khôi muốn sơn bốn mặt xung quanh của hộp gỗ. Cứ mỗi mét vuông sơn cần trả 30 000 đồng (tiền sơn và tiền công). Hỏi bác Khôi phải trả chi phí là bao nhiêu

**Bài 11:** Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có hình khai triển như hình bên



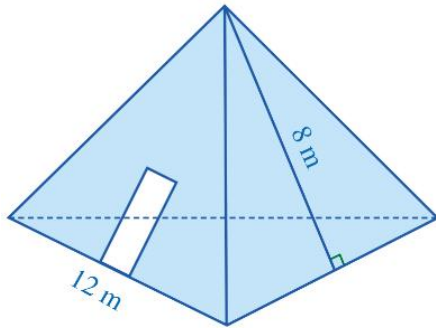
**Bài 12:** Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp tứ giác đều S.ABCD, biết độ dài cạnh đáy bằng 6 cm, chiều cao bằng 4 cm và trung đoạn bằng 5 cm.



**Bài 13:** Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp S.ABCD trong hình bên trên.

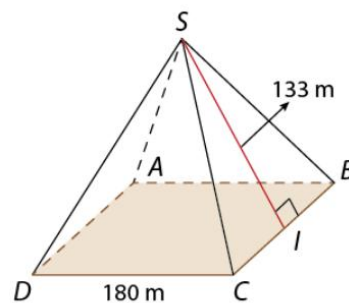
**Bài 14:** Một kho chứa có dạng hình chóp tam giác đều với độ dài cạnh đáy khoảng 12 m và độ dài trung đoạn khoảng 8 m. Người ta muốn sơn phủ bên ngoài cả ba mặt xung quanh

của kho chứa đó và không sơn phủ phần làm cửa có diện tích là  $5 \text{ m}^2$ . Biết rằng cứ mỗi mét vuông sơn cần trả 30 000 đồng. Cần phải trả bao nhiêu tiền để hoàn thành việc sơn phủ đó?

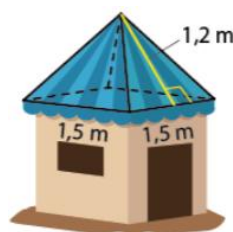


**Bài 15:** Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy khoảng 2,2 m và độ dài trung đoạn khoảng 2,8 m. Cần phải trả bao nhiêu tiền để làm mái che giếng trời đó? Biết rằng giá để làm mỗi mét vuông mái che được tính là 1 800 000 đồng (bao gồm tiền vật liệu và tiền công).

**Bài 16:** Đại kim tự tháp của Mĩ (The Great American Pyramid) nằm ở Memphis, bang Tennessee là một trong những kim tự tháp lớn nhất thế giới. Nơi đây hoạt động như một trung tâm thương mại và giải trí sầm uất. Đại kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều với đáy là hình vuông cạnh 180 m và chiều cao của mặt bên kẻ từ đỉnh hình chóp bằng 133 m. Tính diện tích mặt ngoài của Đại kim tự tháp này.



**Bài 17:** Mái của một chòi trên bãi biển có dạng hình chóp tứ giác đều như hình bên. Tính diện tích vải bạt cần dùng để phủ mái chòi, biết rằng người ta chỉ dùng một lớp vải bạt (không tính phần viền xung quanh)

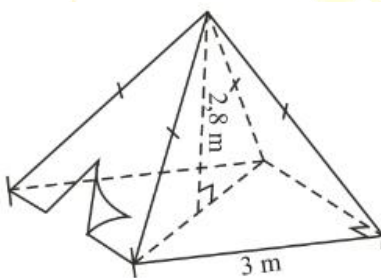


**Bài 18:** Một hộp quà lưu niệm có dạng hình chóp tứ giác đều, với độ dài cạnh đáy là 8 cm và chiều cao 9 cm. Tính thể tích của hộp quà lưu niệm đó.



**Bài 19:** Tính thể tích của một chiếc hộp bánh ít có dạng hình chóp tứ giác đều, có độ dài cạnh đáy là 3 cm và chiều cao là 2,5 cm

**Bài 20:** Một khối Rubik có dạng hình chóp tam giác đều với diện tích đáy khoảng 22,45  $\text{cm}^2$  và chiều cao khoảng 5,88 cm. tính thể tích của khối Rubik đó.

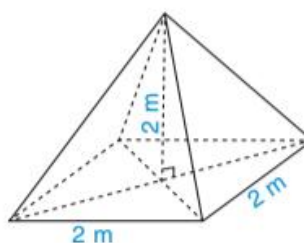


**Bài 21:** Một chiếc lều có dạng hình chóp tứ giác đều ở trại hè của học sinh có kích thước như hình bên

- Tính thể tích không khí trong chiếc lều
- Tính diện tích vải lều (không tính các mép dán), biết chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của chiếc lều là 3,18 m

**Bài 22:** Một chiếc lều có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 2 m, chiều cao bằng 2 m

- Thể tích không khí trong lều là bao nhiêu?
- Biết lều phủ vải bốn phía và cả mặt tiếp đất. Tính diện tích vải bạt cần dùng (coi mép nối không đáng kể), biết chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của chiếc lều là 2,24m.

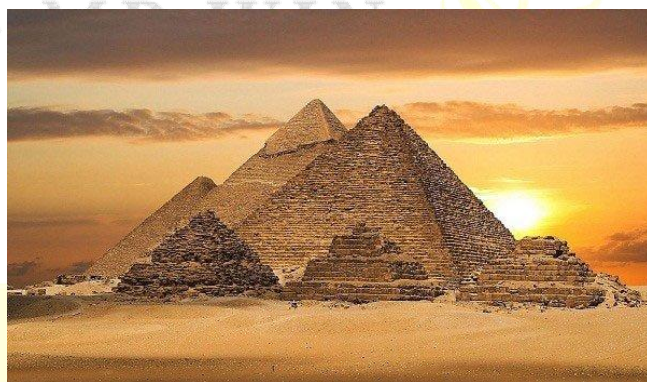


**Bài 23:** Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều bằng kính (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao 21,3 m và cạnh đáy 34 m. Tính thể tích của kim tự tháp này.



**Bài 24:** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công Nguyên là một trong những công trình cổ nhất và duy nhất còn tồn tại trong số bảy kì quan thế giới cổ đại. Kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều cao 147 m, cạnh đáy dài 230 m.

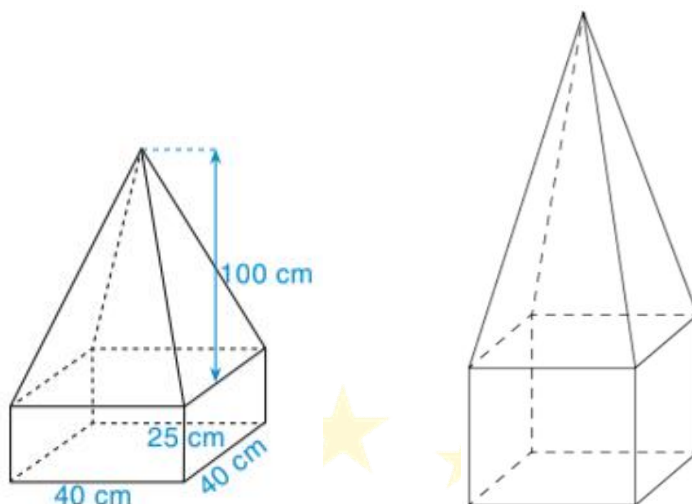
- Kim tự tháp Kheops có thể tích bằng bao nhiêu?
- Hiện nay, kim tự tháp này vẫn có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 138 m, còn độ dài cạnh đáy vẫn khoảng 230 m. Thể tích của kim tự tháp giảm bao nhiêu mét khối so với khi mới xây dựng?



**Bài 25:** Kim tự tháp Giza nổi tiếng ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 147 m và đáy là hình vuông cạnh khoảng 230 m.

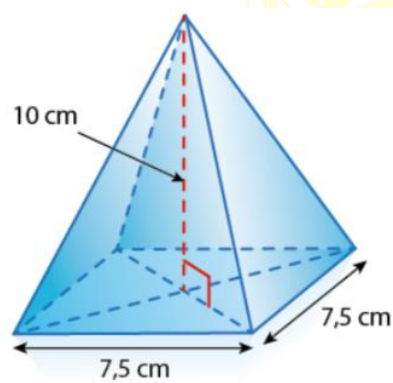
- Tính thể tích của kim tự tháp Giza.
- Đường cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của kim tự tháp đo được dài 186,6 m. Tính diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza.

**Bài 26:** Một khối bê tông có dạng như hình bên dưới. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có dạng 40 cm, chiều cao 25 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 100 cm. Tính thể tích của khối bê tông đó.



**Bài 27:** Một khối bê tông có dạng như hình bên trên. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông cạnh 30 cm và chiều cao 25 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 60 cm. Tính thể tích của khối bê tông.

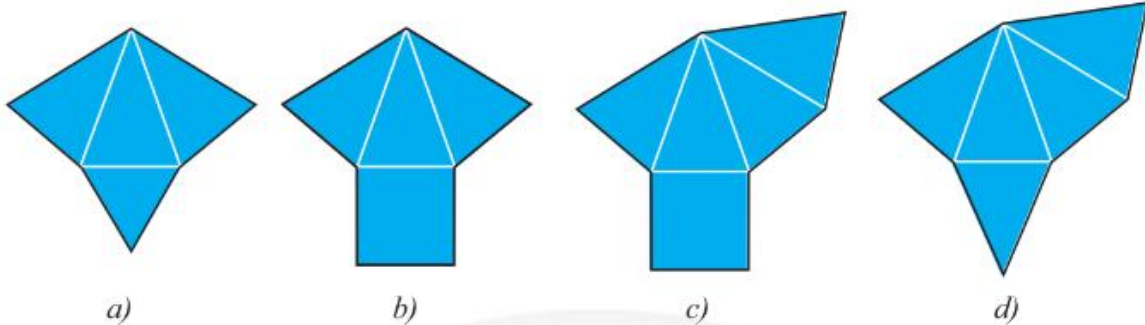
**Bài 28:** Khu bảo tồn Muttart là một phần biểu tượng của cảnh quan thành phố Edmonton, Canada với bốn nhà kính hình dạng kim tự tháp. Mỗi tòa nhà đều từng có chủ đề riêng. Hai nhà kính lớn đều có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 24 m và diện tích đáy mỗi nhà khoảng  $660 \text{ m}^2$ . Tính tổng thể tích của hai nhà kính này.



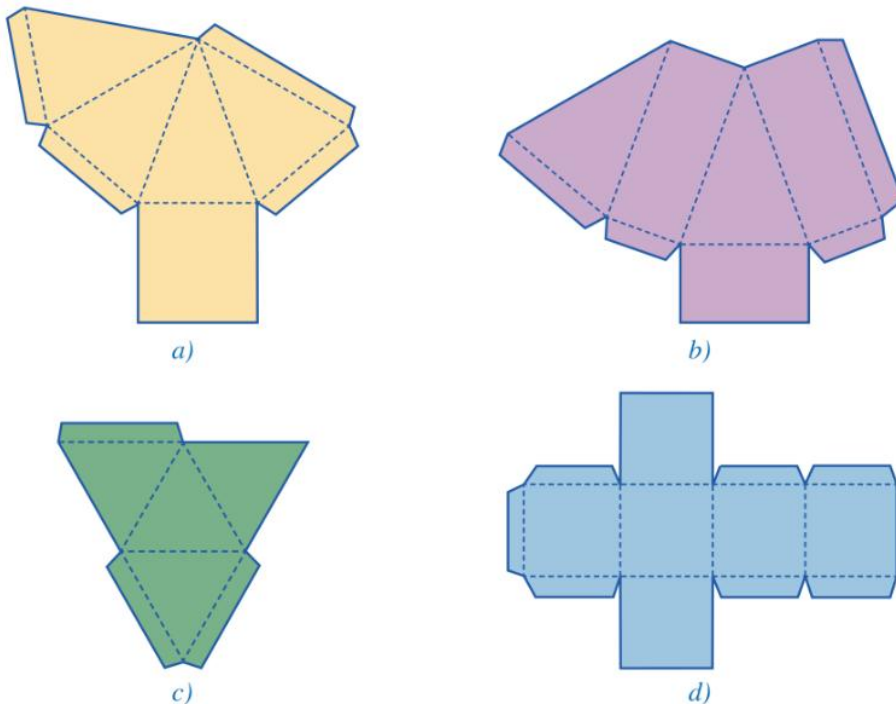
**Bài 29:** Thả một cái chặn giấy không thấm nước hình chóp tứ giác đều như hình bên vào một chiếc bình đang chứa 750 ml nước. Hỏi nước có tràn ra khỏi bình không, biết rằng cái chặn giấy chìm hẳn xuống nước và dung tích của bình là 1000 ml?

## ÔN TẬP CHƯƠNG 2

**Bài 1:** Trong các tấm bìa ở hình bên dưới, tấm bìa nào gấp được hình chóp tam giác đều, tấm bìa nào gấp được hình chóp tứ giác đều?



**Bài 2:** Trong các miếng bìa ở hình a, b, c, d, miếng bìa nào có thể gấp (theo các nét đứt) và dán lại để được hình chóp tam giác đều? Hình chóp tứ giác đều?

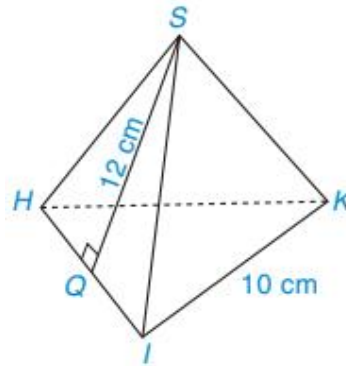
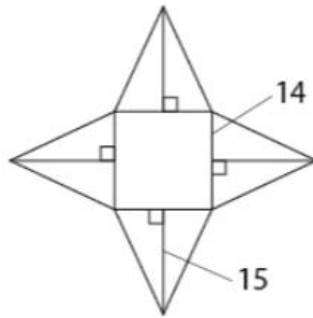


**Bài 3:** Cho một hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 20 cm và độ dài trung đoạn là 30 cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều đó.

**Bài 4:** Cho một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 10 cm và độ dài trung đoạn là 13 cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều đó.

**Bài 5:** Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng  $144 \text{ cm}^2$ . Tính độ dài đường cao của mặt bên kể từ đỉnh của hình chóp tam giác đều, biết cạnh đáy của nó dài 12 cm.

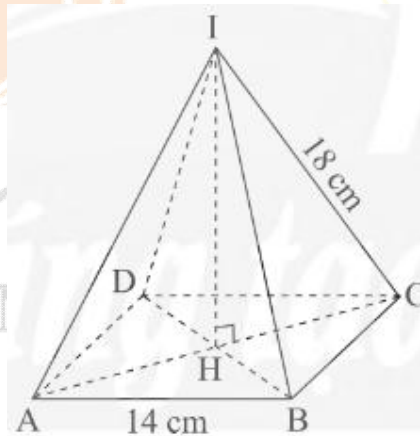
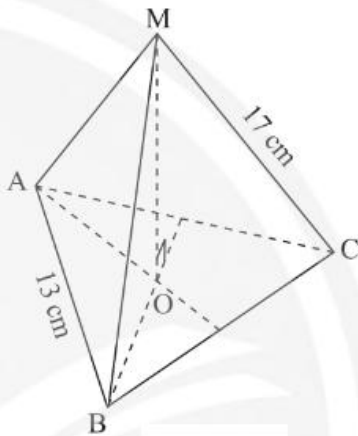
**Bài 6:** Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều có hình khai triển như hình bên dưới



**Bài 7:** Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều S.HIK trong hình bên trên

**Bài 8:** Quan sát hình chóp tam giác đều ở hình bên dưới và cho biết:

- Đỉnh, mặt đáy và các mặt bên của hình đó.
- Độ dài cạnh MA và cạnh BC
- Đoạn thẳng nào là đường cao của hình đó



**Bài 9:** Quan sát hình chóp tứ giác đều ở hình bên trên và cho biết:

- Mặt đáy và các mặt bên của hình đó
- Độ dài cạnh IB và BC
- Đoạn thẳng nào là đường cao của hình đó

**Bài 10:** Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của:

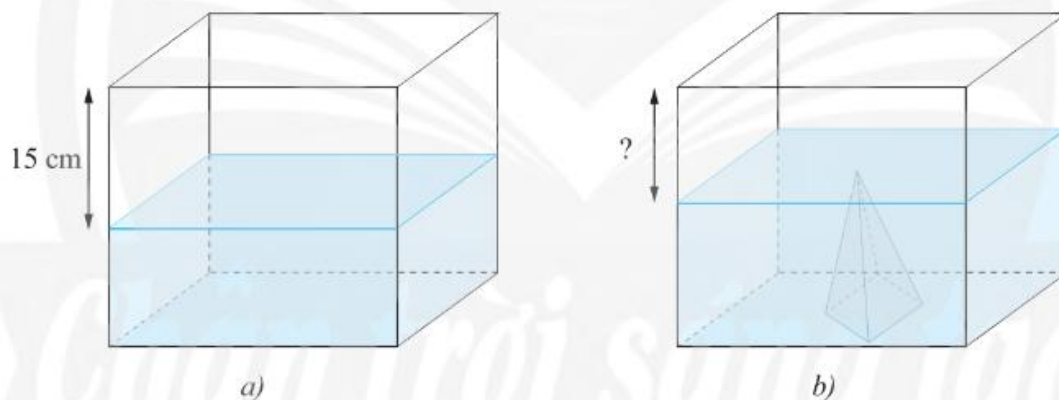
- Hình chóp tam giác đều có chiều cao là 98,3 cm; tam giác đáy có độ dài cạnh là 40 cm và chiều cao là 34,6 cm; chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp đều là 99 cm.
- Hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 120 cm; chiều cao là 68,4 cm, chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 91 cm

**Bài 11:** Tính thể tích khối rubik có dạng hình chóp tam giác đều. Biết khối rubik này có bốn mặt là tam giác đều bằng nhau cạnh 4,7 cm và chiều cao 4,1 cm; chiều cao của khối rubik bằng 3,9 cm

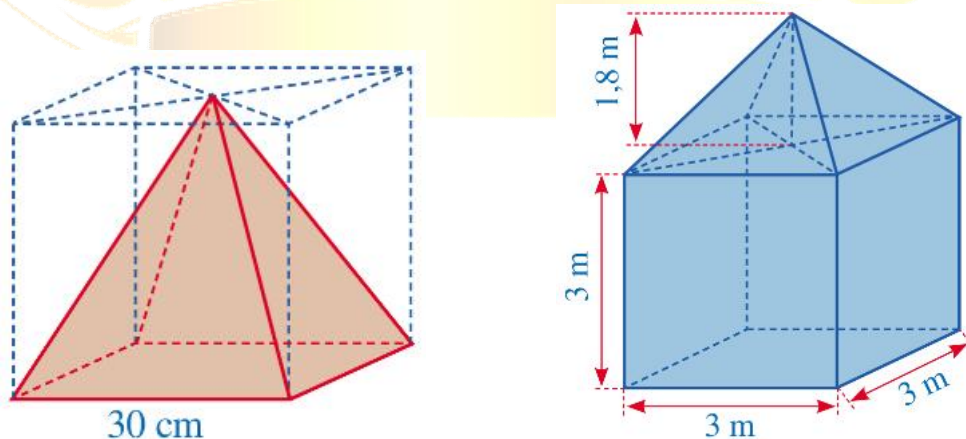


**Bài 12:** Lóp bạn Na dự định gập 100 hộp đựng quà dạng hình chóp tam giác đều có tất cả các mặt là hình tam giác đều cạnh 5 cm để đựng các món quà gửi tặng cho học sinh khó khăn dịp Tết Trung thu. Cho biết chiều cao của mỗi mặt là 4.3 cm. Tính diện tích giấy cần để làm hộp, biết rằng phải tốn 20% diện tích giấy cho các mép giấy và các phần giấy bỏ đi.

**Bài 13:** Một bể kính hình hộp chữ nhật chứa nước có hai cạnh đáy là 50 cm và 40 cm, khoảng cách từ mực nước tới miệng bể là 15 cm. Người ta dự định đặt vào bể một khối đá hình chóp tứ giác đều cạnh đáy là 120 cm, chiều cao 15 cm. Khi đó khoảng cách mực nước tới miệng bể là bao nhiêu? Biết rằng sau khi đặt khối đá vào, nước ngập khối đá và không tràn ra ngoài.



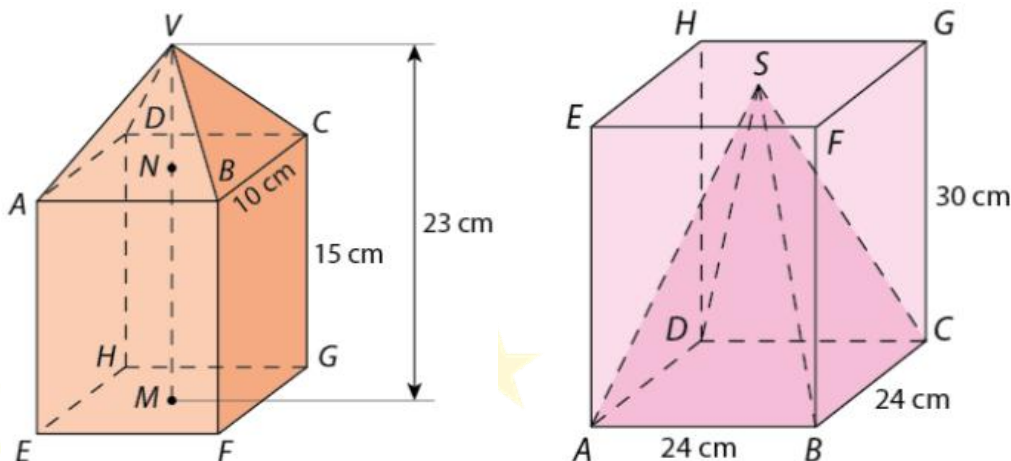
**Bài 14:** Hình bên dưới mô tả một vật thể có dạng hình chóp tứ giác đều được tạo ra sau khi cắt bỏ một phần từ một khúc gỗ có dạng hình lập phương với cạnh là 30 cm. Tính thể tích của phần khúc gỗ đã bị cắt bỏ.





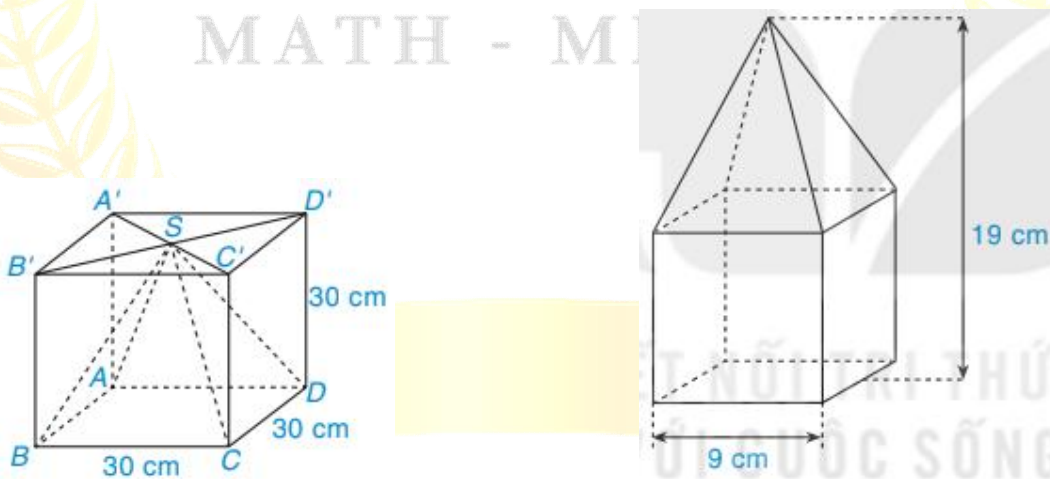
**Bài 15:** Hình bên trên mô tả một lều trại gồm hai phần: phần dưới có dạng hình lập phương với cạnh là 3 m; phần trên có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là 1,8 m. Tính thể tích của lều trại đó.

**Bài 16:** Hình bên dưới là mô hình của một tòa nhà có kết cấu gồm một hình chóp tứ giác đều và một hình hộp chữ nhật. Tính thể tích của mô hình đó.



**Bài 17:** Từ một khối gỗ hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH, người ta cắt ra một hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Tính thể tích của khối gỗ còn lại.

**Bài 18:** Từ một khúc gỗ hình lập phương cạnh 30 cm, người ta cắt đi một phần gỗ để được phần còn lại là một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh 30 cm và chiều cao của hình chóp cũng bằng 30 cm. Tính thể tích của phần gỗ bị cắt đi.



**Bài 19:** Một khối gỗ gồm đế là hình lập phương cạnh 9 cm và một hình chóp tứ giác đều. Tính thể tích khối gỗ.

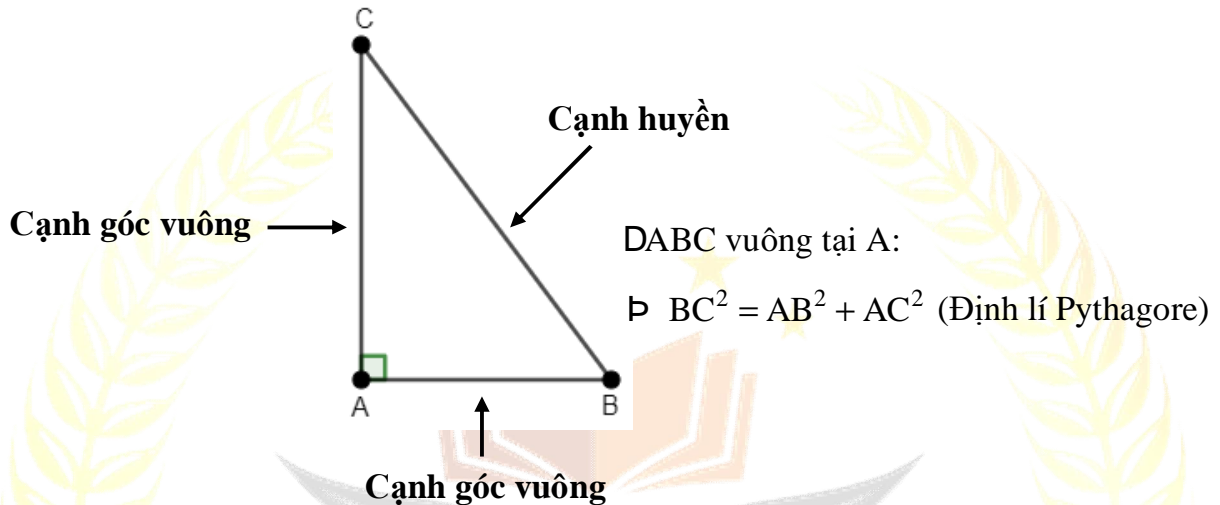
# CHƯƠNG III: ĐỊNH LÝ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC

## BÀI 1: ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

### A) LÝ THUYẾT:

#### 1) Định lý Pythagore:

Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.



#### - Ví dụ 1:

- a) Cho DABC vuông tại A có cạnh  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ . Tính cạnh BC?  
b) Cho DMNP vuông có cạnh huyền  $NP = 10\text{dm}$  và cạnh  $MN = 6\text{dm}$ . Tính cạnh MP?

.....

.....

.....

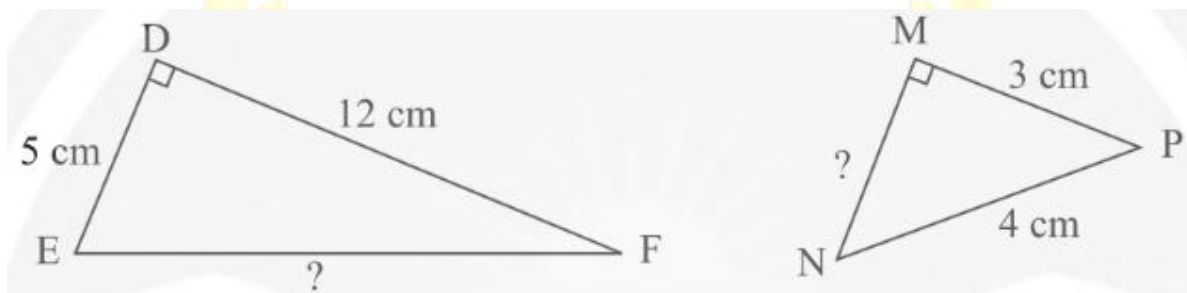
.....

.....

.....

.....

#### - Ví dụ 2: Tính độ dài cạnh EF, MN của các tam giác vuông trong hình sau:



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**2) Định lí Pythagore đảo:**

Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

- **Ví dụ 3:** Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

- a) DABC có  $AB = 3\text{ cm}$ ;  $BC = 5\text{ cm}$ ;  $AC = 4\text{ cm}$ .
  - b) DMNP có  $MN = 20\text{ m}$ ;  $NP = 12\text{ m}$ ;  $PM = 16\text{ m}$ .
  - c) DOHK có  $OH = 6\text{ dm}$ ;  $OK = 8\text{ dm}$ ;  $KH = 12\text{ dm}$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

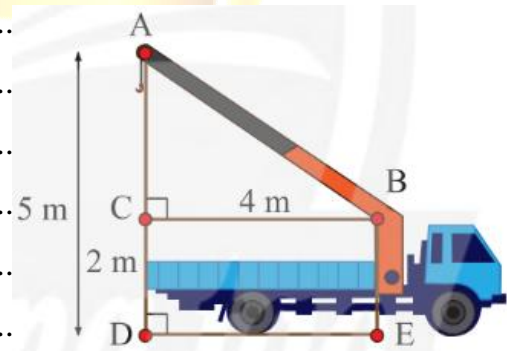
MATH - MR WIN

**3) Vận dụng định lí Pythagore:**

Ta có thể vận dụng định lí Pythagore để tính nhiều yếu tố trong khoa học và đời sống như tính độ dài đoạn thẳng, khoảng cách giữa hai điểm, chiều dài, chiều cao của vật,...

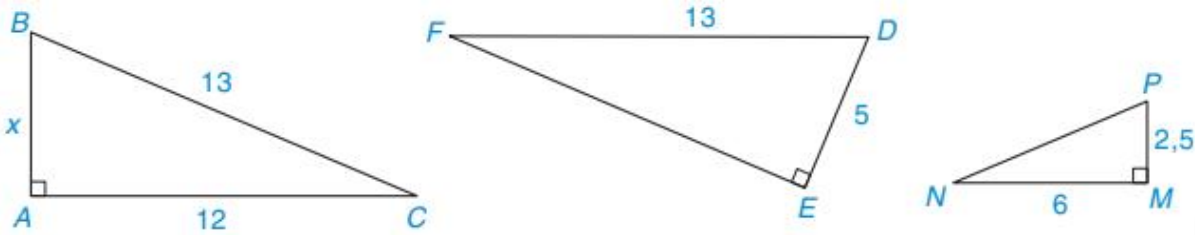
- **Ví dụ 4:** Tính chiều dài cần cẩu AB trong hình sau:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



## **B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Cho tam giác vuông với kích thước như trong hình. Tính độ dài cạnh còn lại?



**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A.

a) Tính độ dài cạnh BC nếu biết  $AB = 7$  cm,  $AC = 24$  cm

b) Tính độ dài cạnh AB nếu biết  $AC = 2$  cm,  $BC = \sqrt{13}$  cm

c) Tính độ dài cạnh AC nếu biết  $BC = 25$  cm,  $AB = 15$  cm

**Bài 3:** Cho DABC vuông tại A. Tìm độ dài cạnh còn lại trong mỗi trường hợp sau:

a)  $AB = 8$  cm,  $BC = 17$  cm.      b)  $AB = 20$  cm,  $AC = 21$  cm.      c)  $AB = AC = 6$  cm.

**Bài 4:** Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

a) DEFK có  $EF = 9$  m;  $FK = 12$  m;  $EK = 15$  m.

b) DPQR có  $PQ = 17$  cm;  $QR = 12$  cm;  $PR = 10$  cm.

c) DDEF có  $DE = 8$  m;  $DF = 6$  m;  $EF = 10$  m.

**Bài 5:** Chứng minh rằng tam giác ABC vuông trong các trường hợp sau:

a)  $AB = 8$  cm;  $AC = 15$  cm;  $BC = 17$  cm.      b)  $AB = 29$  cm;  $AC = 21$  cm;  $BC = 20$  cm.

c)  $AB = 12$  cm;  $AC = 37$  cm;  $BC = 35$  cm.

**Bài 6:** Những bộ ba số đo nào dưới đây là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông

a) 1 cm, 1 cm, 2 cm      b) 2 cm, 4 cm, 20 cm      a) 12 cm, 35 cm, 37 cm.

d) 5 cm, 4 cm, 3 cm      e) 2 cm, 2 cm,  $2\sqrt{2}$  cm      f) 10 cm, 7 cm, 8 cm.

g) 11 cm, 6 cm, 7 cm.

**Bài 7:** Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A, chiều cao  $AH=3$ cm và cạnh đáy  $BC=10$ cm. Hãy tính độ dài các cạnh bên AB, AC

**Bài 8:** Cho một tam giác đều cạnh a.

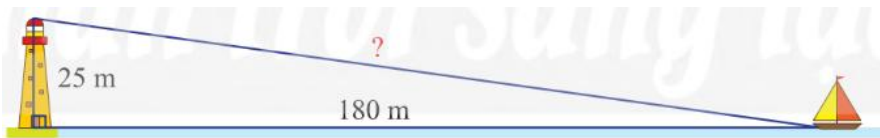
a) Tính độ dài đường cao của tam giác đó theo a.

b) Tính diện tích của tam giác đó theo a.

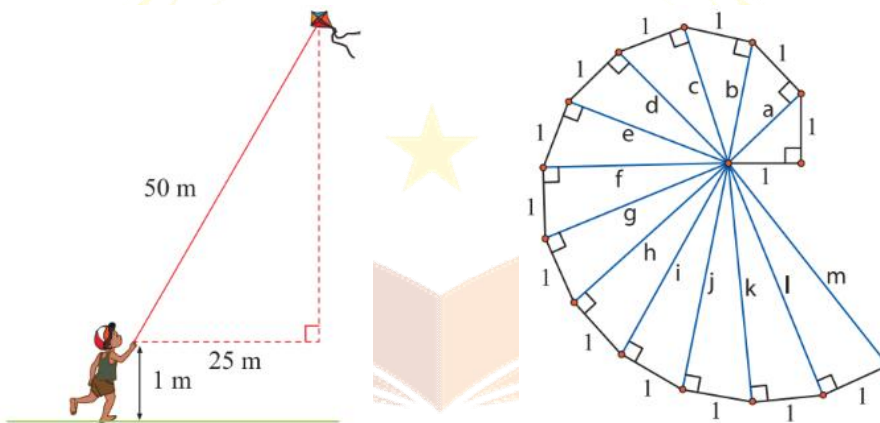
**Bài 9:** Hãy tính diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 8cm và đường chéo dài 17cm.

**Bài 10:** Nam dự định làm một cái eke từ ba thanh nẹp gỗ. Nam đã có hai thanh làm hai cạnh góc vuông dài 6 cm và 8 cm. Hỏi thanh nẹp còn lại Nam phải làm có độ dài bao nhiêu? (Giả sử các mối nối không đáng kể).

**Bài 11:** Một con thuyền đang neo ở một điểm cách chân tháp hải đăng 180 m. Cho biết tháp hải đăng cao 25 m. Hãy tính khoảng cách từ thuyền đến ngọn hải đăng.

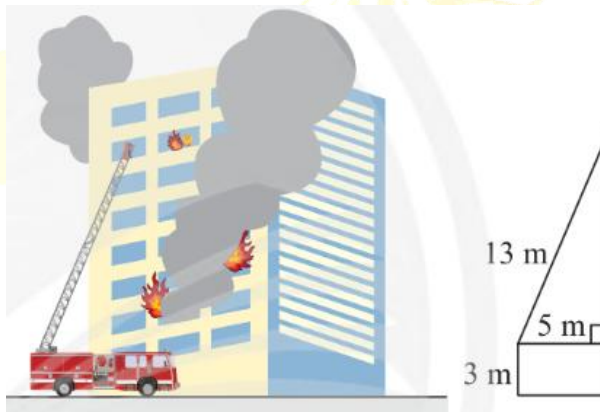
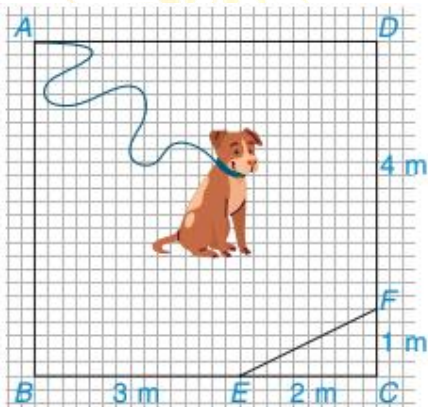


**Bài 12:** Tính độ cao của con điều so với mặt đất:



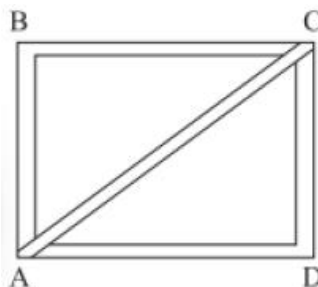
**Bài 13:** Lần lượt tính độ dài các cạnh huyền a, b, c, d của các tam giác vuông trong hình trên. Hãy dự đoán kết quả của các cạnh huyền còn lại.

**Bài 14:** Chú cún bị xích bởi một sợi dây dài 6m để canh một mảnh vườn giới hạn bởi các điểm A, B, E, F, D trong hình vuông ABCD có cạnh 5m như trong hình. Đầu xích buộc cố định tại điểm A của mảnh vườn. Hỏi chú cún có thể chạy đến tất cả các điểm của mảnh vườn mình phải canh không?



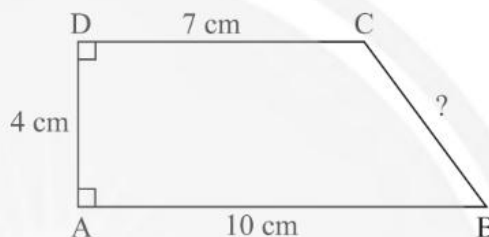
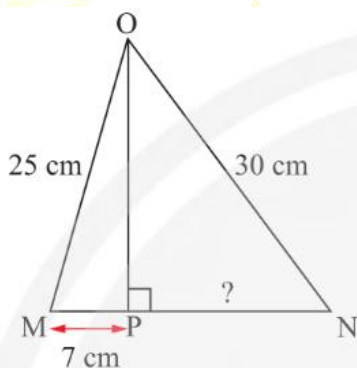
**Bài 15:** Cho biết thang của một xe cứu hỏa có chiều dài 13 m, chân thang cách mặt đất 3m, và cách tường của tòa nhà 5 m. Tính chiều cao mà thang có thể vươn tới.

**Bài 16:** Một chiếc ti vi màn hình phẳng có chiều rộng và chiều dài đo được lần lượt là 72 cm và 120 cm. Tính độ dài đường chéo chiếc ti vi đó theo đơn vị inch (biết 1 inch » 2,54 cm).

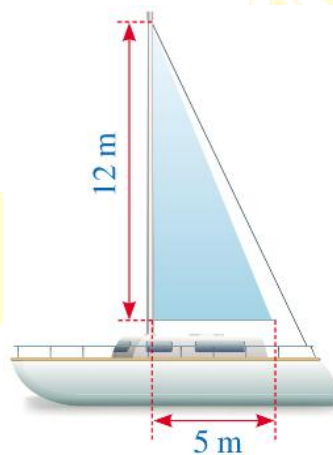
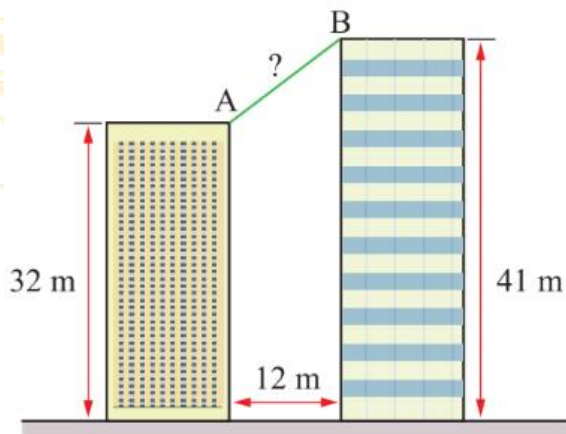


**Bài 17:** Một khung gỗ ABCD được tạo thành từ 5 thanh nẹp có độ dài như sau  $AB = CD = 36$  cm;  $BC = AD = 48$  cm;  $AC = 60$  cm. Chứng minh rằng  $\angle ABC$  và  $\angle ADC$  là các góc vuông.

**Bài 18:** Tính các độ dài PN và BC trong hình

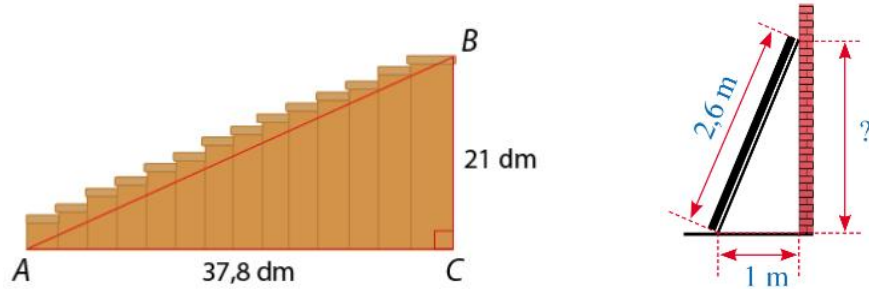


**Bài 19:** Tính khoảng cách giữa hai điểm A, B trong hình



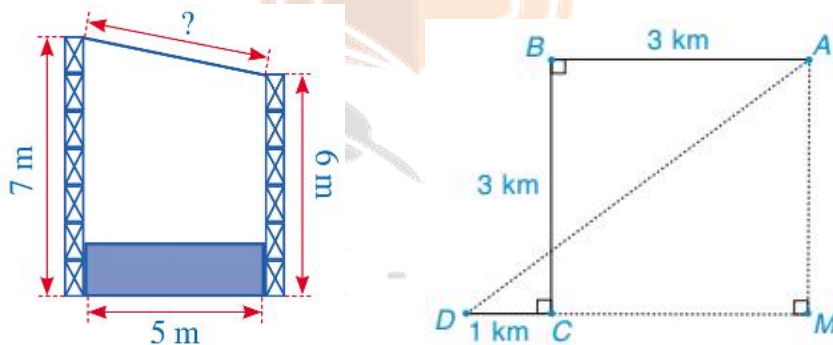
**Bài 20:** Hình bên mô tả một cánh buồm có dạng tam giác vuông, được buộc vào cột buồm thẳng đứng, với độ dài hai cạnh góc vuông là 12 m và 5 m. Tính chu vi và diện tích của cánh buồm đó.

**Bài 21:** Một chiếc cầu thang có các kích thước như trong hình. Tính độ dài AB theo dm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



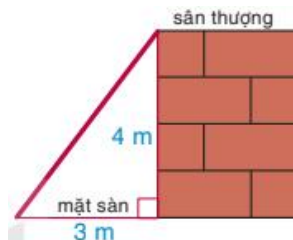
**Bài 22:** Hình bên mô tả một thanh gỗ dài 3,5 m dựa vào một bức tường thẳng đứng. Chân thanh gỗ cách mép tường một khoảng là 2,1 m. Khoảng cách từ điểm thanh gỗ chạm vào tường đến mặt đất là bao nhiêu mét?

**Bài 23:** Hình bên dưới mô tả mặt cắt đứng của một sân khấu ngoài trời có mái che. Chiều cao của khung phía trước khoảng 7 m, chiều cao của khung phía sau là 6 m, hai khung cách nhau một khoảng là 5 m. Chiều dài của mái che sân khấu đó là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

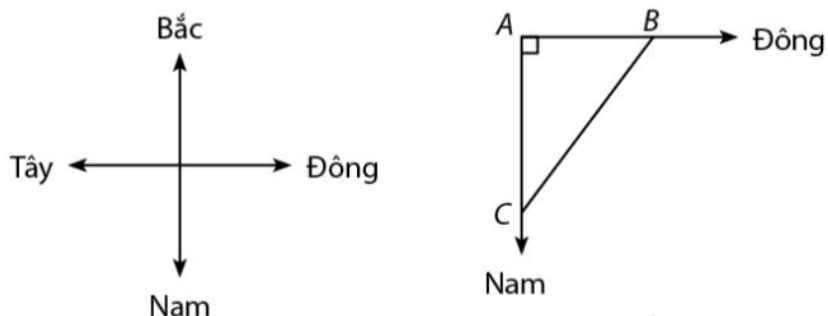


**Bài 24:** Để đón được một người khách, một xe taxi xuất phát từ vị trí điểm A, chạy dọc một con phố dài 3 km đến điểm B thì rẽ vuông góc sang trái, chạy được 3 km đến điểm C thì tài xế cho xe rẽ vuông góc sang phải, chạy 1 km nữa thì gặp người khách tại điểm D. Hỏi lúc đầu, khoảng cách từ chỗ người lái xe đến người khác là bao nhiêu km.

**Bài 25:** Bác thợ muốn xây một cầu thang bắc từ mặt sàn lên sân thượng. Biết rằng bức tường từ sàn lên sân thượng cao 4 m, chân cầu thang cách bức tường 3 m. Hỏi chiều dài của cầu thang là bao nhiêu m?

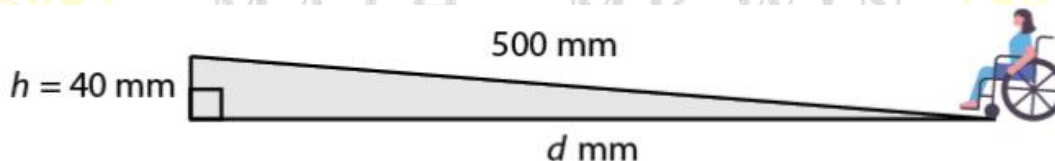


**Bài 26:** Lúc 8h một ca nô xuất phát từ một nhà giàn và chuyển động thẳng theo hướng Đông với vận tốc 24 km/h. Cùng lúc đó, một tàu thủy rời nhà giàn và chuyển động thẳng theo hướng Nam với vận tốc 32 km/h. Tính khoảng cách giữa ca nô và tàu thủy lúc 8h30 phút.



**Bài 27:** Các nhà sản xuất thường dựa vào độ dài đường chéo của màn hình điện thoại (tính theo đơn vị inch) để xác định kích thước màn hình chiếc điện thoại đó. Màn hình một chiếc điện thoại có chiều rộng 6,9 cm, chiều dài 15 cm thì có kích thước màn hình là bao nhiêu inch (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)? Biết 1 inch » 2,54 cm.

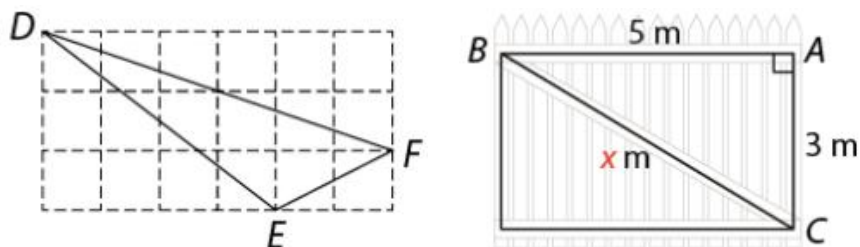
**Bài 28:** Hình bên dưới mô phỏng thiết kế của đoạn lên dốc dành cho người ngồi xe lăn trong một công trình xây dựng. Theo quy chuẩn quốc gia về xây dựng công trình đảm bảo người khuyết tật tiếp cận sử dụng, độ dốc không được lớn hơn  $\frac{1}{12}$ , nghĩa là  $\frac{h}{d} \leq \frac{1}{12}$ . Thiết kế này có đáp ứng đúng quy chuẩn trên không?



**Bài 29:** Cho DABC có AB = 9 cm, AC = 12 cm, BC = 15 cm.

- Chứng minh DABC vuông tại A.
- Trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho AD = 5cm. Tính độ dài CD.

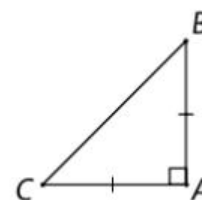
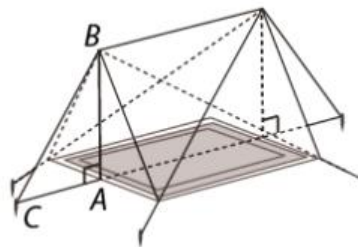
**Bài 30:** DDEF được vẽ trên giấy kẻ ô vuông (độ dài cạnh của ô vuông bằng 1) như trong hình. Tính độ dài cạnh của DDEF.



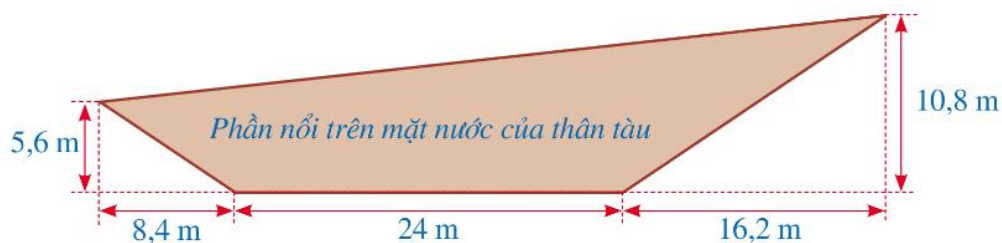


**Bài 31:** Tính độ dài  $x$  (m) của thanh BC dùng để gia cố hàng rào gỗ trong hình (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Bài 32:** Hình bên dưới là bản vẽ mô tả một lều hình chữ A khi cắm trại, BC là dây lều, AB là cột chính cao 1,6 m và AC là khoảng cách từ chân cột đến vị trí cọc C. Tính độ dài dây BC theo mét (không tính phần dây buộc vào cọc), biết  $\triangle ABC$  vuông cân tại A (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



**Bài 33:** Hình bên mô tả mặt cắt dọc phân nổi trên mặt nước của một chiếc tàu thủy. Tính chu vi mặt cắt dọc phân nổi trên mặt nước của chiếc tàu thủy đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



MATH - MR WIN

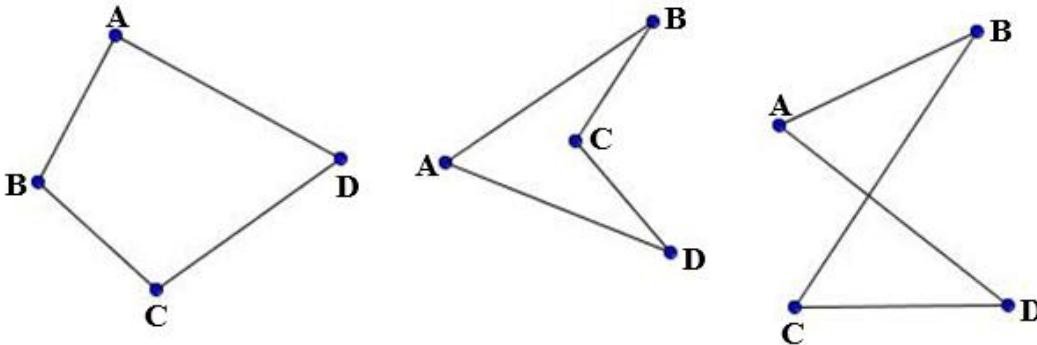
## BÀI 2: TỨ GIÁC

### A) LÝ THUYẾT:

#### 1) Tứ giác:

##### a) Nhận biết tứ giác:

- Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
- Tứ giác ABCD còn được gọi là tứ giác DCBA, CBAD, BADC, ...
- Các điểm A, B, C, D gọi là các **đỉnh**.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các **cạnh**.



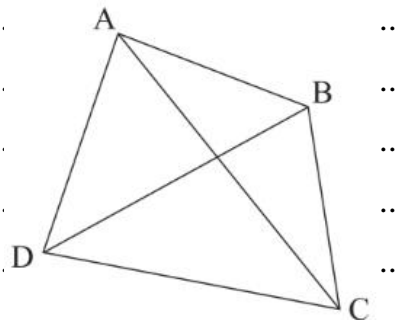
##### b) Cạnh, góc, đường chéo của tứ giác:

Trong một tứ giác:

- Hai cạnh kề nhau là hai cạnh có chung một đỉnh, hai cạnh kề nhau tạo thành một góc của tứ giác.
- Hai cạnh đối nhau là hai cạnh không có chung đỉnh.
- Hai đỉnh đối nhau là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh.
- Đường chéo là đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau.

- Ví dụ 1: Kể tên cạnh kề nhau, đối nhau, đường chéo, các góc, góc đối của tứ giác sau:

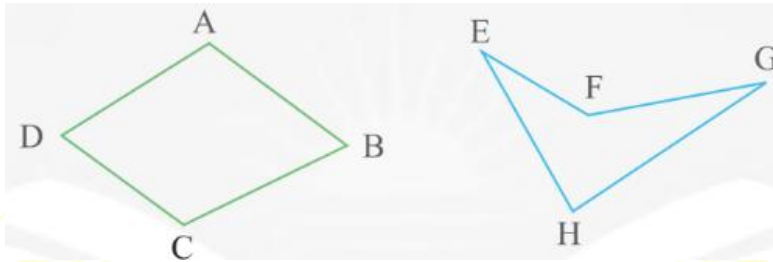
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



**c) Tứ giác lồi:**

- **Tứ giác lồi** là tứ giác luôn nằm trong cùng một phần mặt phẳng được phân chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

\* **Chú ý:** Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.

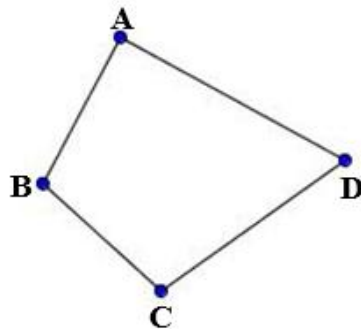


Tứ giác ABCD là tứ giác lồi

Tứ giác EFGH không phải là tứ giác lồi

**2) Tổng các góc của một tứ giác:**

Tổng số đo các góc của một tứ giác bằng  $360^\circ$ .

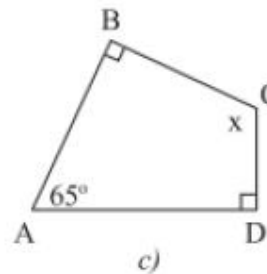
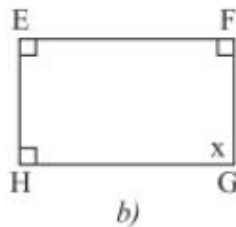
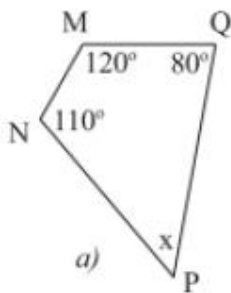


Tứ giác ABCD có:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} + \mathbf{D} = 360^\circ$$

MR WIN

- **Ví dụ 2:** Tìm x trong mỗi tứ giác sau:



.....

.....

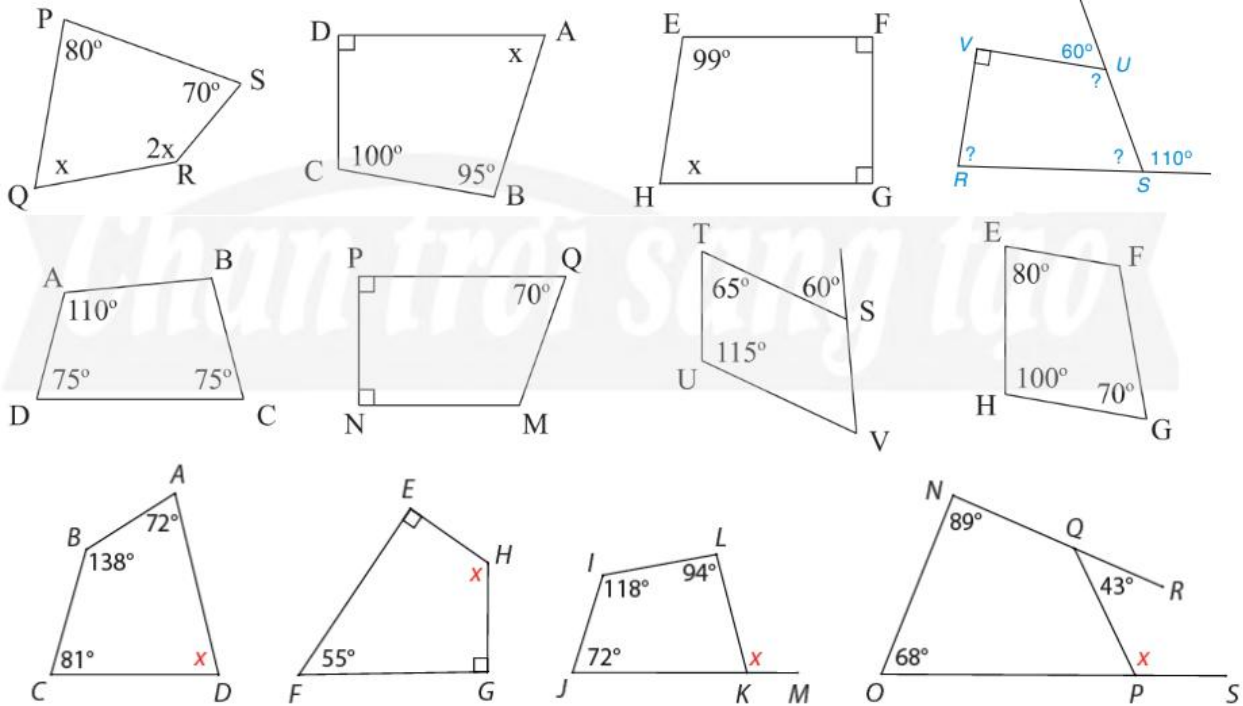
.....

.....

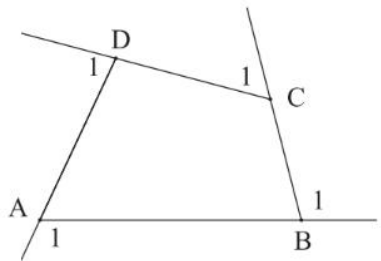
.....

## B) BÀI TẬP:

**Bài 1:** Tìm số đo các góc chưa biết của tứ giác trong hình sau:



**Bài 2:** Góc kề bù với một góc của tứ giác được gọi là **góc ngoài** của tứ giác đó. Hãy tính tổng số đo bốn góc ngoài  $A_1, B_1, C_1, D_1$  của tứ giác ABCD ở hình bên.



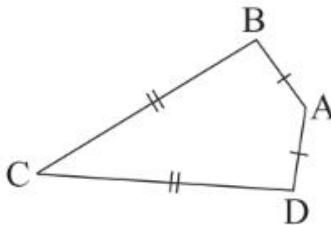
**Bài 3:** Tứ giác ABCD có  $A = 100^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh B bằng  $110^\circ$ ,  $C = 75^\circ$ . Tính  $D$ .

**Bài 4:** Tứ giác ABCD có góc ngoài tại đỉnh A bằng  $65^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh B bằng  $100^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh C bằng  $60^\circ$ . Tính số đo góc ngoài tại đỉnh D.

**Bài 5:** Tứ giác ABCD có số đo  $A = x$ ;  $B = 2x$ ;  $C = 3x$ ;  $D = 4x$ . Tính số đo các góc của tứ giác đó.

**Bài 6:** Ta gọi tứ giác ABCD với  $AB = AD$ ,  $CB = CD$  là hình "cái điều".

a) Chứng minh rằng AC là đường trung trực của BD



b) Cho biết  $B = 95^\circ$ ;  $C = 35^\circ$ . Tính  $A$ ;  $D$ .

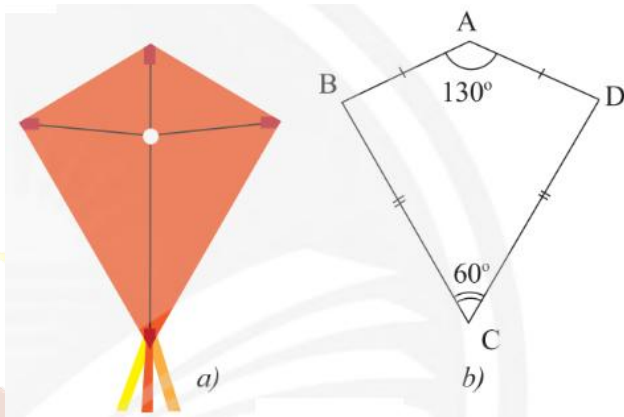


**Bài 7:** Tứ giác ABCD có  $\widehat{A} = 108^\circ$  và  $\widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$ . Tính số đo  $\widehat{B}$

**Bài 8:** Trên bản đồ, tứ giác BDNQ với các đỉnh là các thành phố Buôn Ma Thuột, Đà Lạt, Nha Trang, Quy Nhơn.

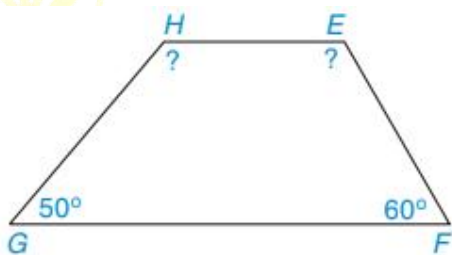
a) Tìm các cạnh kề và cạnh đối của cạnh BD

b) Tìm các đường chéo của tứ giác



**Bài 9:** Phần thân của cái diều ở hình a được vẽ lại như hình b. Tìm số đo các góc chưa biết trong hình.

**Bài 10:** Tính góc chưa biết của tứ giác trong hình bên dưới biết rằng  $\widehat{H} = \widehat{E} + 10^\circ$



**Bài 7:** Khung xe đạp có dạng hình tứ giác ABCD như trong hình bên trên. Biết  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ ,  $\widehat{B} = 68^\circ$ ,  $\widehat{D} = 50^\circ$ . Tính số đo  $\widehat{BCD}$

### **BÀI 3: HÌNH THANG - HÌNH THANG CÂN**

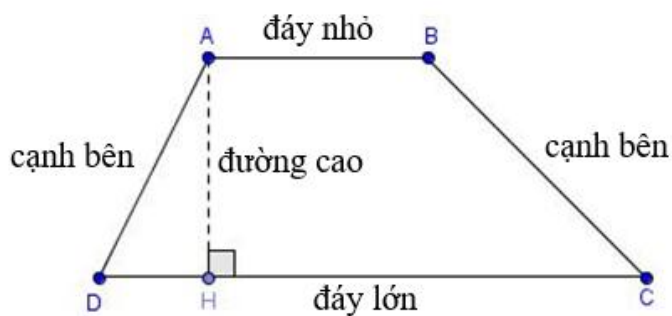
#### **A) LÝ THUYẾT:**

##### **1) Hình thang – Hình thang vuông - Hình thang cân:**

###### **a) Hình thang:**

Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song

\* **Chú ý:** Hai góc kề một cạnh bên của hình thang thì bù nhau.



AB: đáy nhỏ

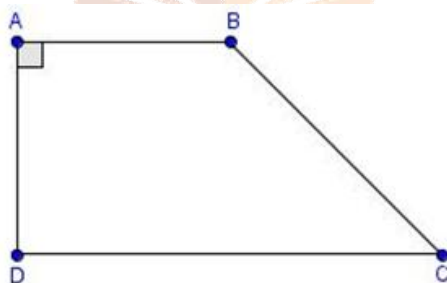
CD: đáy lớn

AD, BC: cạnh bên

AH: đường cao

###### **b) Hình thang vuông:**

Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.



###### **c) Hình thang cân:**

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.



Tứ giác ABCD là hình thang cân

$\hat{A} // \hat{C}$

$\hat{D} = \hat{B}$  hoặc  $\hat{A} = \hat{C}$

- **Ví dụ 1:** Tìm các góc chưa biết của hình thang ABCD có hai đáy là AB và CD trong các trường hợp sau:

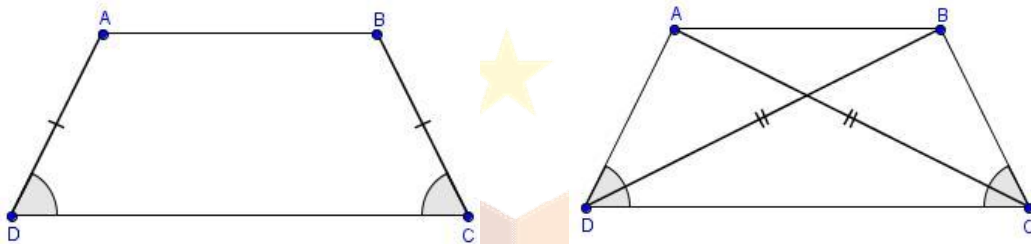
a)  $\hat{A} = 90^\circ$  và  $\hat{B} = 40^\circ$

b)  $\hat{C} = \hat{B} = 80^\circ$

.....  
.....  
.....  
.....  
**2) Tính chất của hình thang cân:**

Trong hình thang cân:

- Hai cạnh bên bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau.

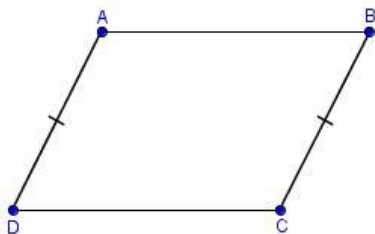


ABCD là hình thang cân  $\Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AC = BD \end{cases}$

**3) Dấu hiệu nhận biết hình thang cân:**

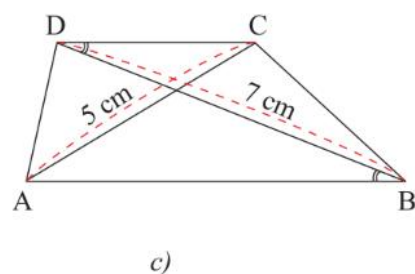
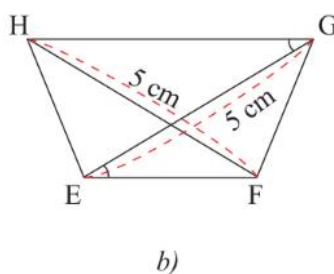
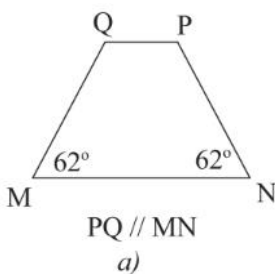
- Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
- Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

\* **Chú ý:** Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau chưa chắc là hình thang cân.



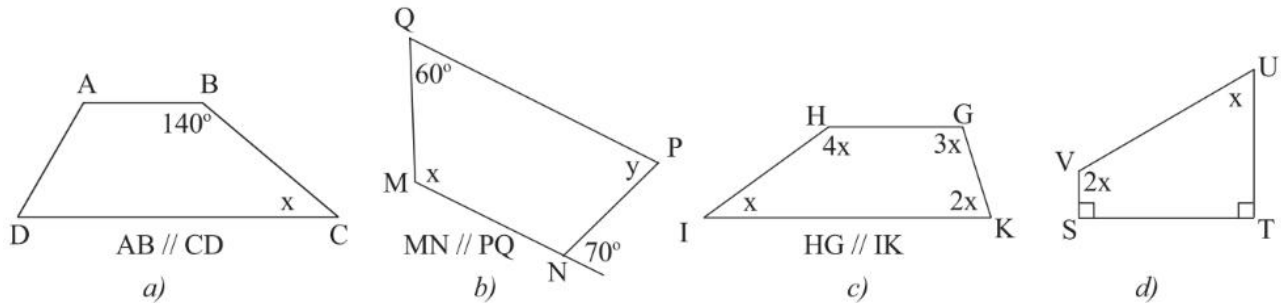
Hình thang ABCD có cạnh bên  $AD = BC$  nhưng không phải là hình thang cân.

- **Ví dụ 2:** Tìm hình thang cân trong các hình thang sau:

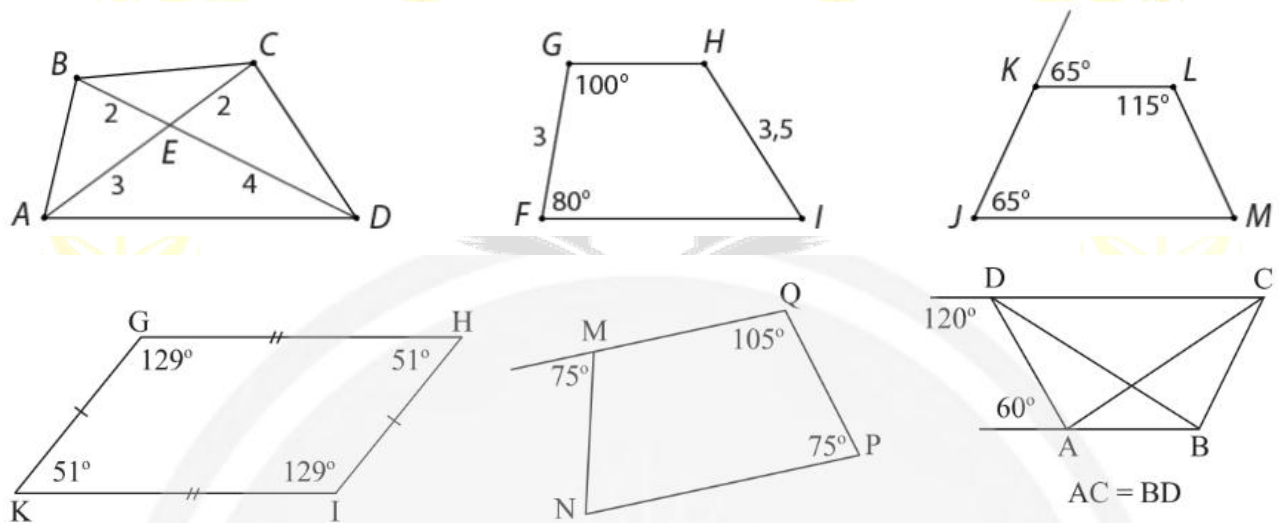


**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Tìm  $x$  và  $y$  ở các hình sau:



**Bài 2:** Tứ giác nào trong hình sau là hình thang hoặc hình thang cân



**Bài 3:** Hình thang cân ABCD ( $AB \parallel CD$ ) có  $\hat{A} = 78^\circ$ . Tính số đo các góc còn lại.

**Bài 4:** Tìm các góc chưa biết của hình thang MNPQ có hai đáy là MN và QP trong các trường hợp sau:

a)  $\hat{H} = 90^\circ$  và  $\hat{N} = 125^\circ$                       b)  $\hat{P} = \hat{Q} = 110^\circ$

**Bài 5:** Cho tứ giác ABCD có  $AB = CD$ , BD là tia phân giác góc B. Chứng minh rằng ABCD là hình thang

**Bài 6:** Cho tam giác nhọn ABC có AH là đường cao. Tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với AH cắt AB tại N.

- a) Chứng minh rằng tứ giác BCMN là hình thang.                      b) Chứng minh rằng  $BN = MN$ .



**Bài 7:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Trên BC lấy điểm E sao cho  $BE = BA$ .

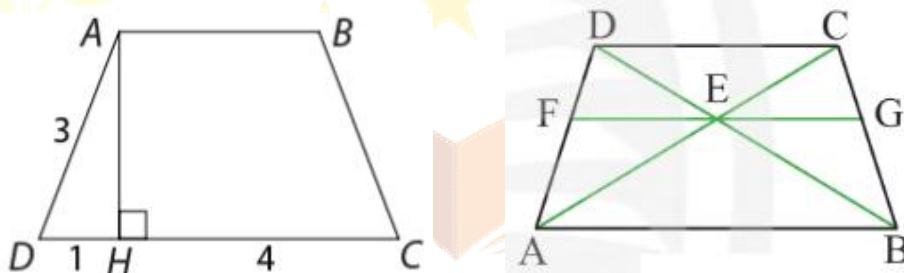
a) Chứng minh rằng  $\triangle ABD = \triangle EBD$

b) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Chứng minh rằng tứ giác ADEH là hình thang vuông.

c) Gọi I là giao điểm của AH với BD, đường thẳng EI cắt AB tại F. Chứng minh rằng tứ giác ACEF là hình thang vuông.

**Bài 8:** Cho DABC cân tại A. Lấy điểm M trên cạnh AB, điểm N trên cạnh AC sao cho  $AM = AN$ . Chứng minh rằng BMNC là hình thang cân.

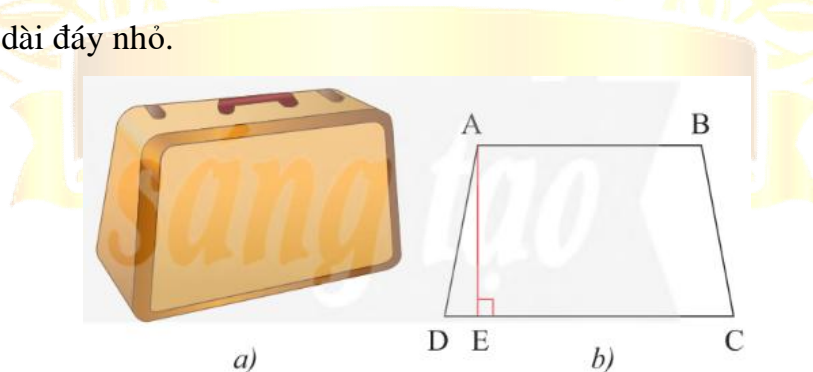
**Bài 9:** Trong hình thang cân ABCD ( $AB \parallel CD$ ) có đường cao AH,  $AD = 3$  cm,  $DH = 1$  cm và  $HC = 4$  cm. Tính độ dài đường cao AH và đường chéo BD.



**Bài 10:** Cho hình thang ABCD có  $AB \parallel CD$ . Qua giao điểm E của AC và BD, ta vẽ đường thẳng song song với AB cắt AD, BC lần lượt tại F và G. Chứng minh rằng EG là tia phân giác góc CEB.

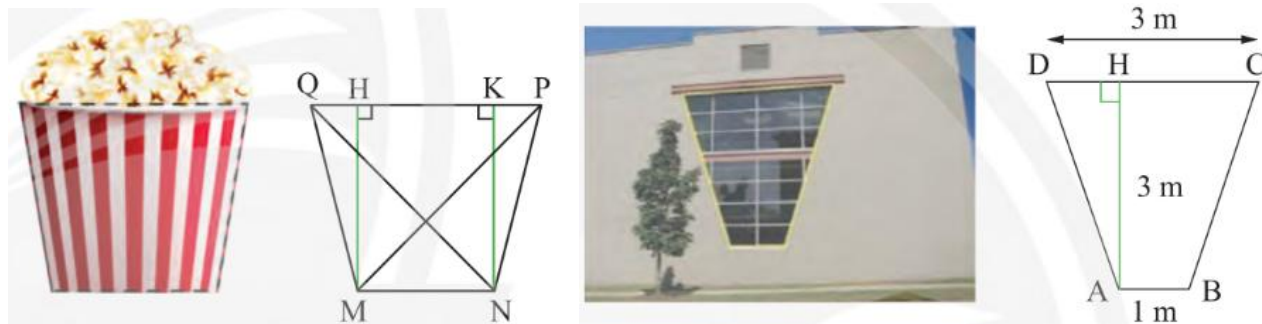
**Bài 11:** Cho tam giác ABC cân tại A có hai đường phân giác BE và CK. Chứng minh tứ giác BKEC là hình thang cân.

**Bài 12:** Mặt bên của một chiếc vali (hình a) có dạng hình thang cân và được vẽ lại như Hình b. Biết hình thang đó có độ dài đường cao là 60 cm, cạnh bên là 61 cm và đáy lớn là 92 cm. Tính độ dài đáy nhỏ.



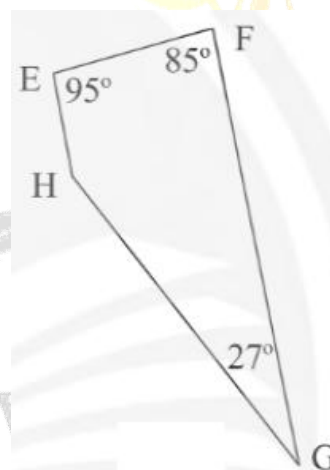
**Bài 13:** Hai tia phân giác của hai góc A, B của hình thang cân ABCD ( $AB \parallel CD$ ) cắt nhau tại điểm E trên cạnh đáy CD. Chứng minh rằng  $EC = ED$

**Bài 14:** Mặt cắt của một li giấy đựng bỏng ngô có dạng hình thang cân MNPQ với hai đáy  $MN = 6 \text{ cm}$ ,  $PQ = 10 \text{ cm}$  và độ dài hai đường chéo  $MP = NQ = 8\sqrt{2} \text{ cm}$ . Tính độ dài đường cao và cạnh bên của hình thang.



**Bài 15:** Một khung cửa sổ hình thang cân có chiều cao 3m, hai đáy là 3m và 1m. Tìm độ dài hai cạnh bên và hai đường chéo

**Bài 16:** Một mặt tường của chân tháp cột cờ Hà Nội có dạng hình thang cân ABCD. Cho biết  $\hat{B} = \hat{C} = 75^\circ$ . Tìm số đo  $\hat{A}$ ;  $\hat{D}$



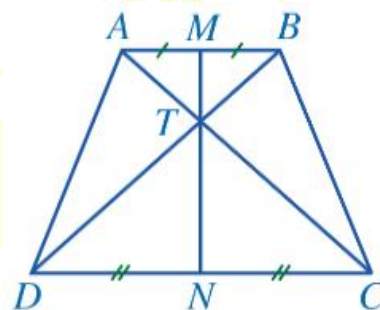
**Bài 17:** Tứ giác EFGH có các góc cho như hình bên

- Chứng minh rằng EFGH là hình thang
- Tìm góc chưa biết của tứ giác

**Bài 18:** Cho hình thang cân ABCD có  $AB \parallel CD$ ,  $AB < CD$ .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và T là giao điểm của AC và BD. Chứng minh:

- $\hat{TAD} = \hat{TBC}$ ;  $\hat{TDA} = \hat{TCB}$
- $TA = TB$ ,  $TD = TC$ .
- MN là đường trung trực của cả hai đoạn thẳng AB và CD.



**Bài 19:** Cho hình chữ nhật ABCD. Trên cạnh AB lấy hai điểm M, N sao cho  $AM = MB < \frac{1}{2}AB$ . Chứng minh tứ giác MNCD là hình thang cân.

**Bài 20:** Hình thang cân ABCD ( $AB \parallel CD$ ) có các đường thẳng AD, BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC, BD cắt nhau tại J. Chứng minh rằng đường thẳng IJ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

**Bài 21:** Cho hình thang ABCD ( $AB \parallel CD$ ). Kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại C và đường thẳng vuông góc với BD tại D, hai đường thẳng này cắt nhau tại E. Chứng minh rằng nếu  $EC = ED$  thì hình thang ABCD là hình thang cân

**Bài 22:** Cho M là một điểm nằm trong tam giác đều ABC. Qua M kẻ các đường thẳng song song với BC, CA, AB lần lượt cắt AB, BC, CA tại các điểm P, Q, R

a) Chứng minh tứ giác APMR là hình thang cân

b) Chứng minh rằng chu vi tam giác PQR bằng tổng độ dài  $MA + MB + MC$

c) Hỏi với vị trí nào của M thì tam giác PQR là tam giác đều?

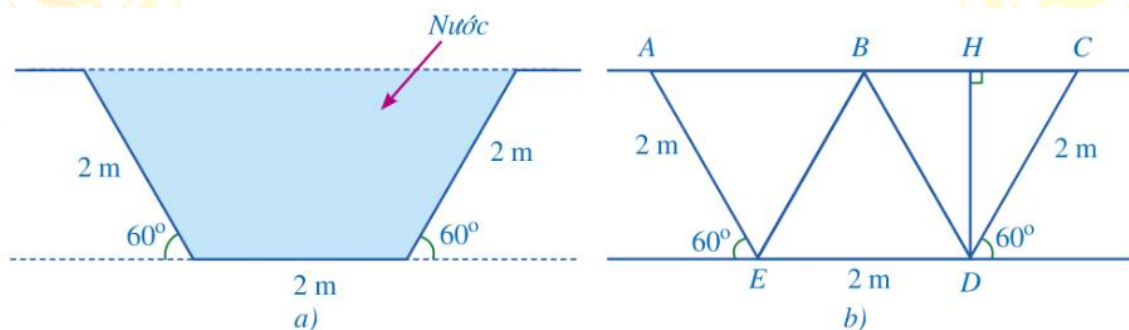
**Bài 23:** Hình a là mặt cắt đứng phần chứa nước của một con mương khi đầy nước có dạng hình thang cân. Người ta mô tả lại bằng hình học mặt cắt đứng của con mương đó ở hình b với  $BD \parallel AE$  (B thuộc AC). H là hình chiếu của D trên đường thẳng AC.



a) Chứng minh các tam giác BCD, BDE, ABE là các tam giác đều.

b) Tính độ dài của DH, AC.

c) Tính diện tích mặt cắt đứng phần chứa nước của con mương đó khi đầy nước.



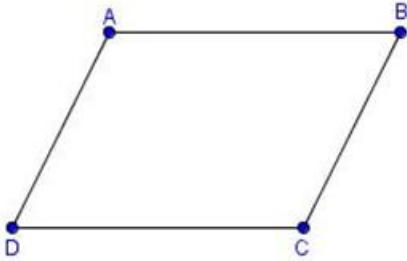
## **BÀI 4: HÌNH BÌNH HÀNH – HÌNH THOI**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Hình bình hành:**

##### **a) Định nghĩa:**

Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.



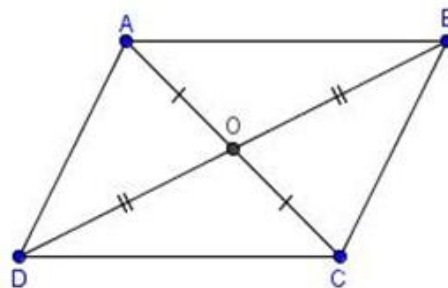
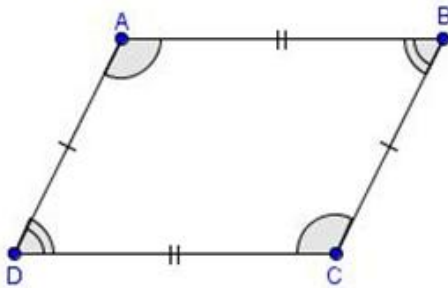
Tứ giác ABCD là hình bình hành:

$$\begin{cases} \parallel AB // CD \\ \parallel AD // BC \end{cases}$$

##### **b) Tính chất:**

Trong hình bình hành :

- Các cạnh đối bằng nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

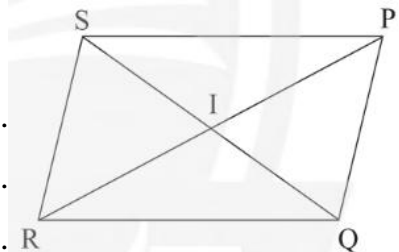


$$\begin{cases} AB = CD ; AD = BC \\ \angle A = \angle C ; \angle B = \angle D \\ OA = OC ; OB = OD \end{cases}$$

ABCD là hình bình hành

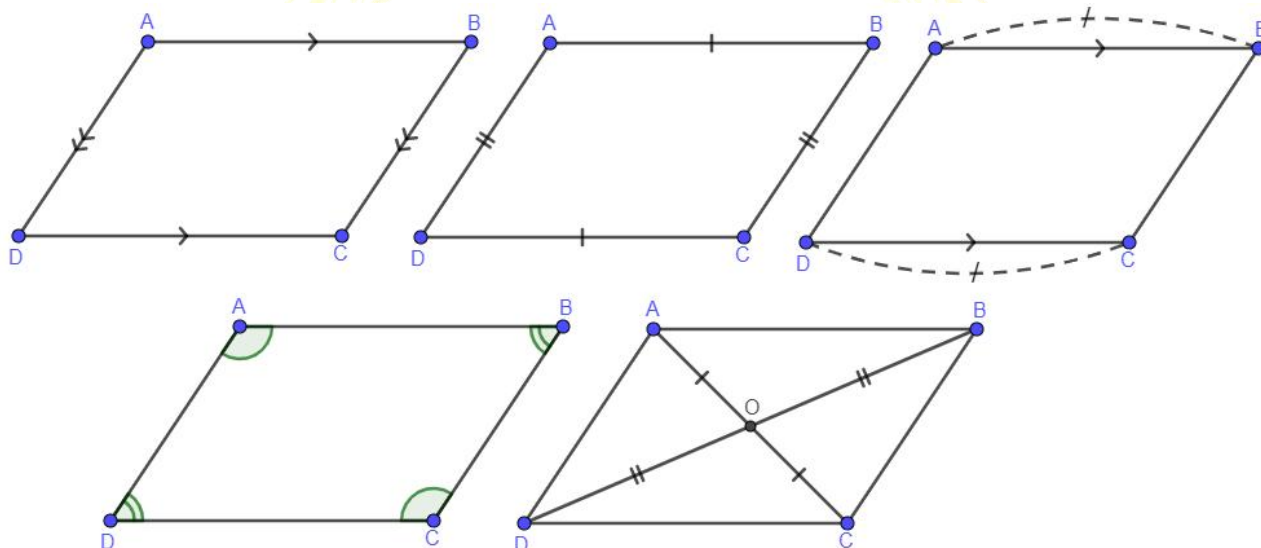
**- Ví dụ 1:** Cho hình bình hành PQRS với I là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chỉ ra các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau có trong hình.

.....  
.....  
.....

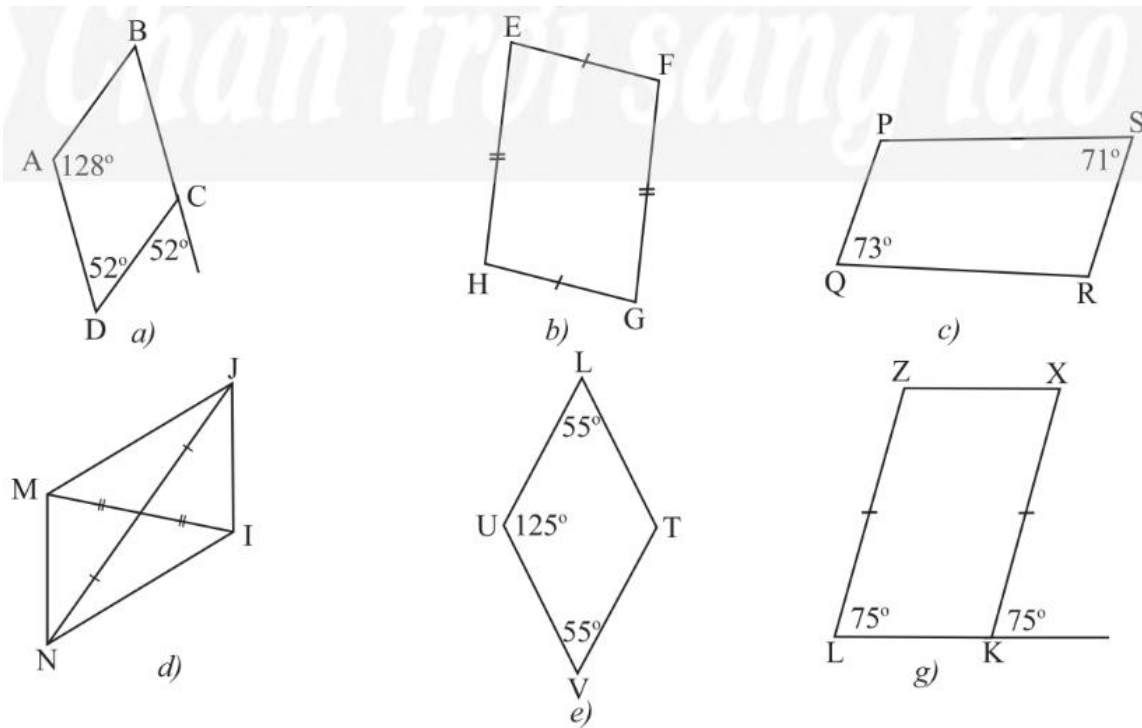


**c) Dấu hiệu nhận biết hình bình hành:**

- Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.
- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.



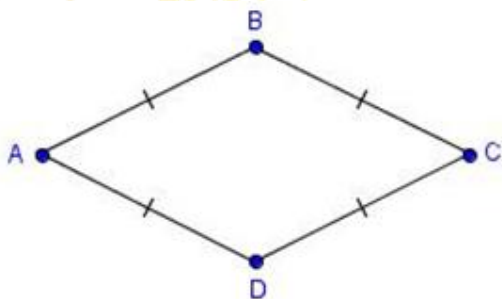
**- Ví dụ 2:** Trong các tứ giác ở hình bên dưới, tứ giác nào là hình bình hành?



**2) Hình thoi:**

**a) Định nghĩa:**

Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.



Tứ giác ABCD là hình thoi:

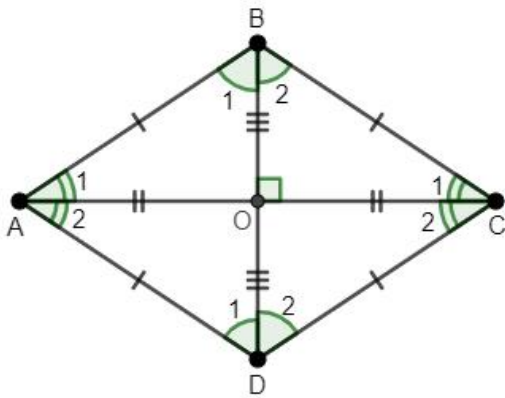
$$AB = BC = CD = DA$$

**b) Tính chất:**

\* **Nhận xét:** Hình thoi cũng là hình bình hành nên hình thoi có đầy đủ các tính chất của một hình bình hành.

Trong hình thoi:

- Các cạnh đối song song.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.



ABCD là hình thoi

$$\begin{cases} \hat{A}C \perp \hat{B}D \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \end{cases}$$

- **Ví dụ 3:** Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo.

a) Tính AB khi biết  $OA = 4 \text{ cm}$  và  $OB = 3 \text{ cm}$ .

b) Tính  $\widehat{BAD}$  khi biết  $\widehat{BAO} = 32^\circ$

.....

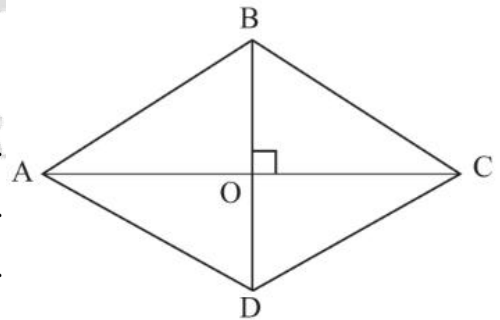
.....

.....

.....

.....

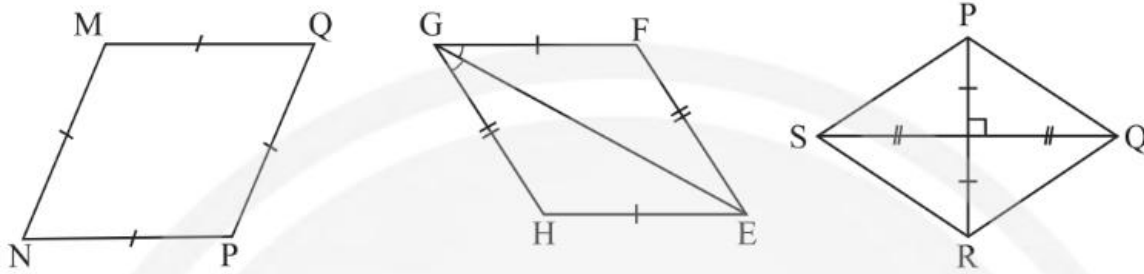
.....



**c) Dấu hiệu nhận biết hình thoi:**

- Tứ giác có 4 cạnh bằng nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc là hình thoi.
- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

- **Ví dụ 4:** Chứng minh các tứ giác trong hình sau là hình thoi



.....

.....

.....

.....

.....

.....

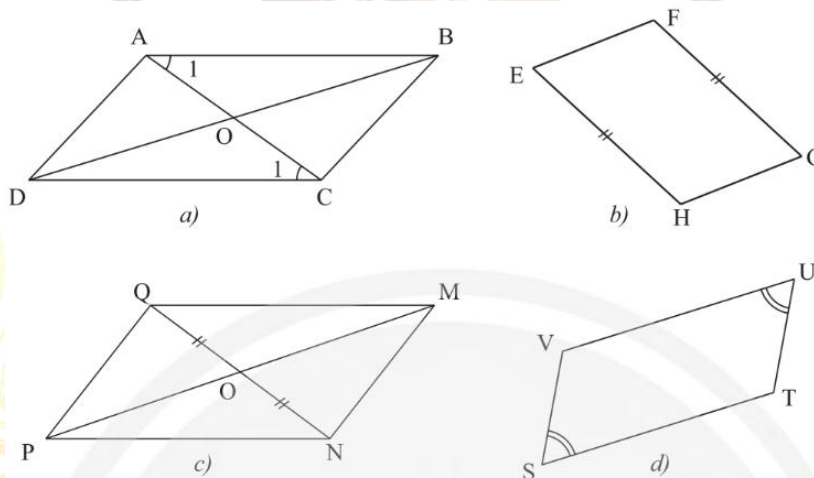
.....

.....

.....

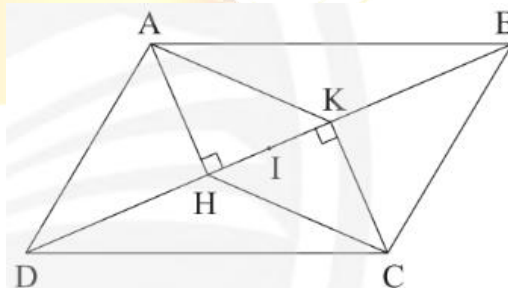
**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Cần thêm một điều kiện gì để mỗi tứ giác trong hình sau trở thành hình bình hành?



**Bài 2:** Cho hình bình hành ABCD, kẻ AH vuông góc với BD tại H và CK vuông góc với BD tại K

- a) Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành
- b) Gọi I là trung điểm của HK. Chứng minh  $IB = ID$



**Bài 3:** Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là trung điểm AD, F là trung điểm của BC.

- a) Chứng minh rằng tứ giác EBFD là hình bình hành.



b) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng ba điểm E, O, F thẳng hàng.

**Bài 4:** Cho hình bình hành ABCD ( $AB > BC$ ). Tia phân giác của góc D cắt AB ở E, tia phân giác của góc B cắt CD ở F.

a) Chứng minh rằng  $DE \parallel BF$ .

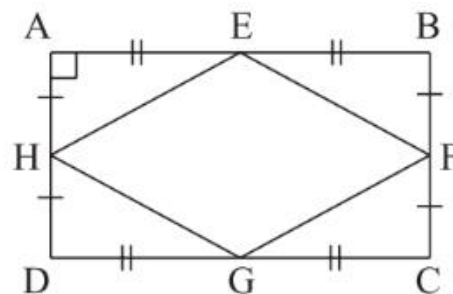
b) Tứ giác DEBF là hình gì?

**Bài 5:** Cho hình bình hành ABCD. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD, E và F là giao điểm của AK và CI với BD.

a) Chứng minh tứ giác AKCI là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng  $DE = EF = FB$ .

**Bài 6:** Chứng minh rằng tứ giác EFGH là hình thoi trong hình bên.



**Bài 7:** Cho hình thoi ABCD, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết  $AC = 6 \text{ cm}$ ,  $BD = 8 \text{ cm}$ . Tính độ dài cạnh của hình thoi ABCD.

**Bài 8:** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của GB và GC. Chứng minh tứ giác PQMN là hình bình hành.

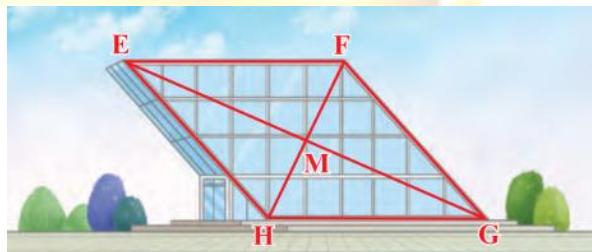
**Bài 9:** Cho DABC cân tại A, gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D đối xứng với điểm A qua BC.

a) Chứng minh tứ giác ABCD là hình thoi.

b) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC, lấy điểm O sao cho E là trung điểm của OM. Chứng minh hai tam giác AOB và MBO vuông và bằng nhau

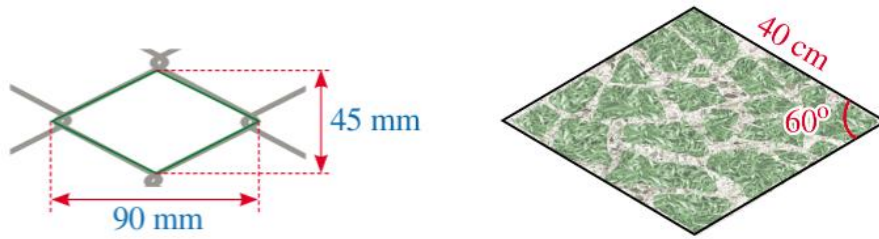
b) Chứng minh tứ giác AEMF là hình thoi.

**Bài 10:** Mắt lưới của một lưới bóng chuyền có dạng hình tứ giác có các cạnh đối song song. Cho biết độ dài hai cạnh của tứ giác này là 4 cm và 5 cm. Tìm độ dài hai cạnh còn lại.









**Bài 26:** Một viên gạch trang trí có dạng hình thoi với độ dài cạnh là 40 cm và số đo một góc là  $60^\circ$ . Diện tích của viên gạch đó là bao nhiêu  $\text{cm}^2$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Bài 27:** Tìm các hình bình hành và hình thang có trong hình sau:



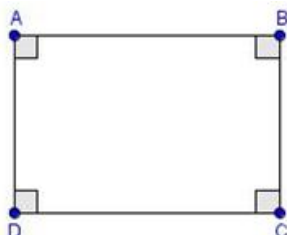
## **BÀI 5: HÌNH CHỮ NHẬT – HÌNH VUÔNG**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Hình chữ nhật:**

##### **a) Định nghĩa:**

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.



Tứ giác ABCD là hình chữ nhật:

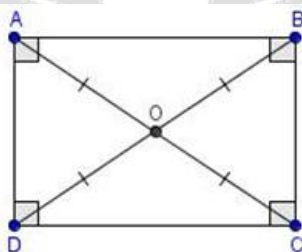
$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^{\circ}$$

##### **b) Tính chất:**

**\* Nhận xét:** Hình chữ nhật có tất cả tính chất của hình bình hành, hình thang cân

Trong hình chữ nhật:

- Các cạnh đối song song và bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

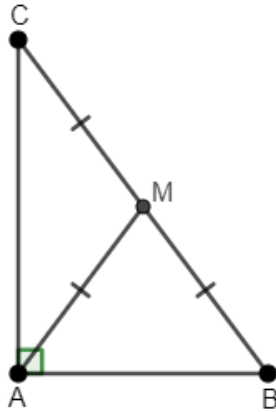


##### **c) Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật:**

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

##### **d) Áp dụng vào tam giác vuông:**

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.
- Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.



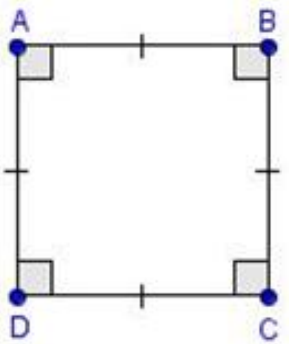
DABC vuông tại A, AM là đường trung tuyến

$$\Rightarrow AM = MB = MC = \frac{BC}{2}$$

## 2) Hình vuông:

### a) Định nghĩa:

Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.



Tứ giác ABCD là hình vuông:

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

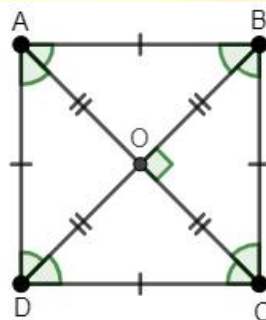
$$AB = BC = CD = DA$$

### b) Tính chất:

\* **Nhận xét:** Hình vuông có tất cả tính chất của hình chữ nhật và hình thoi

Trong hình vuông:

- Các cạnh đối song song.
- Hai đường chéo bằng nhau, vuông góc và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình vuông.

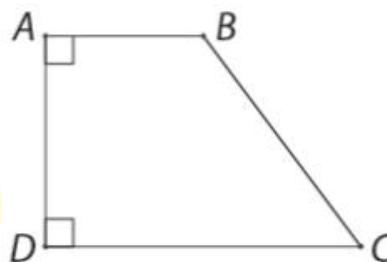
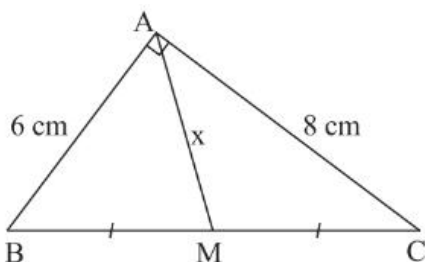


### c) Dấu hiệu nhận biết hình vuông:

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.
- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

## **B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Cho hình sau, tìm x:



**Bài 2:** Cho hình thang ABCD có  $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ ,  $AB = 3$  cm,  $AD = 4$  cm và  $CD = 6$  cm. Tính độ dài cạnh BC.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật.

b) Chứng minh  $HG = GK = KE$ .

**Bài 4:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Gọi D là trung điểm của BC. Vẽ  $DE \parallel AB$ , vẽ  $DF \parallel AC$  ( $E \in AC, F \in AB$ ). Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AEDF là hình chữ nhật.

b) Tứ giác BFED là hình bình hành.

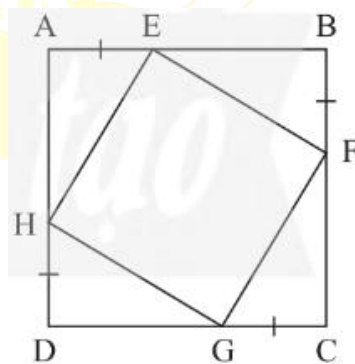
**Bài 5:** Trong hình bên, cho biết ABCD là một hình vuông.

Chứng minh rằng:

a) Tứ giác EFGH có ba góc vuông

b)  $HE = HG$

c) Tứ giác EFGH là một hình vuông



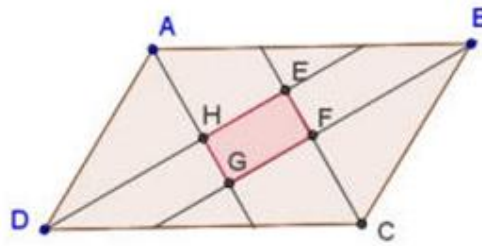
**Bài 6:** Cho hình thang cân ABCD có  $AB \parallel CD$ ,  $\widehat{A} = 90^\circ$ . Chứng minh ABCD là hình chữ nhật.

**Bài 7:** Cho  $DABC$ , đường cao  $AH$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ ,  $N$  là điểm sao cho  $M$  là trung điểm của  $HN$ . Chứng minh tứ giác  $AHCN$  là hình chữ nhật.

**Bài 8:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $MD = MA$ . Chứng minh tứ giác  $ABDC$  là hình chữ nhật và

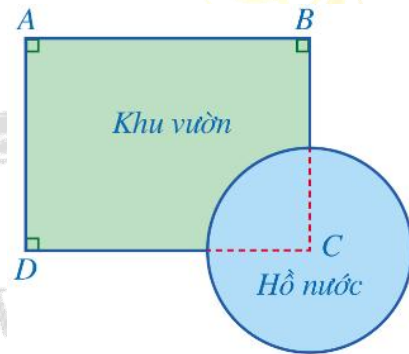
$$AM = \frac{1}{2}BC$$

**Bài 9:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Các tia phân giác của góc  $A, B, C, D$  cắt nhau theo hình vẽ. Chứng minh  $EFGH$  là hình chữ nhật



**Bài 10:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có điểm  $E$  nằm trên cạnh  $CD$  sao cho  $\angle AEB = 78^\circ, \angle EBC = 39^\circ$ . Tính số đo của  $\angle BEC, \angle EAB$

**Bài 11:** Một khu vườn có dạng tứ giác  $ABCD$  với các góc  $A, B, D$  là góc vuông,  $AB = 400$  m,  $AD = 300$  m. Người ta đã làm một cái hồ nước có dạng hình tròn, khi đó vị trí  $C$  không còn nằm trong khu vườn nữa. Tính khoảng cách từ vị trí  $C$  đến mỗi vị trí  $A, B, D$ .

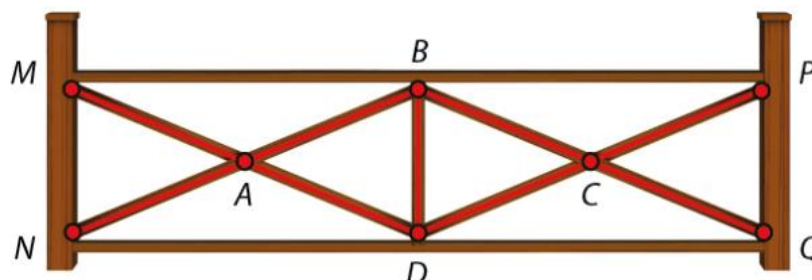


**Bài 12:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  và  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CD, AD$ . Chứng minh rằng  $MNPQ$  là hình thoi.

**Bài 13:** Hàng rào được đóng từ các thanh gỗ thẳng như trong hình với các thanh  $BN, BQ, DM, DP$  đều bằng  $1,3$  cm và thanh  $BD$  dài  $0,5$  cm. Điểm  $A$  là trung điểm chung của hai thanh  $BN$  và  $DM$ , điểm  $C$  là trung điểm chung của hai thanh  $BQ$  và  $DP$ .

a) Chứng minh rằng tứ giác  $ABCD$  là hình thoi.

b) Tính khoảng cách giữa hai điểm  $A$  và  $C$ .





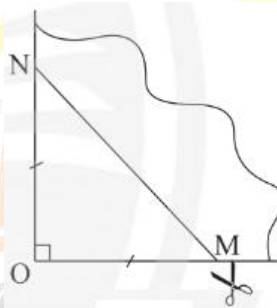
**Bài 14:** Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác AD. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC. Chứng minh tứ giác AHDK là hình vuông.

**Bài 15:** Cho hình vuông ABCD. Lấy một điểm E trên cạnh CD. Tia phân giác của góc DAE cắt cạnh DC tại M. Đường thẳng qua M vuông góc với AE cắt BC tại N. Chứng minh  $DM + BN = MN$ .

**Bài 16:** Cho hình vuông ABCD có cạnh dài 4 cm và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, AD.

- Chứng minh rằng tứ giác MNPQ là hình vuông.
- Tính diện tích hình vuông MNPQ.

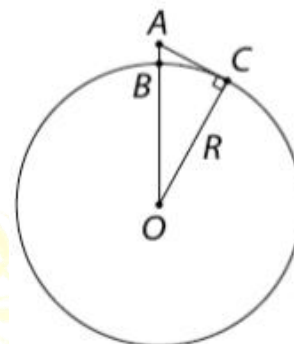
**Bài 17:** Bạn Nam kiểm tra mặt kính của chiếc đồng hồ để bàn và nhận thấy có ba góc vuông và hai cạnh kề bằng nhau. Hãy cho biết mặt kính đồng hồ có hình gì?



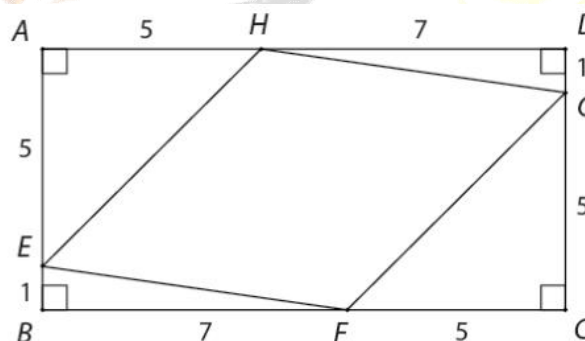
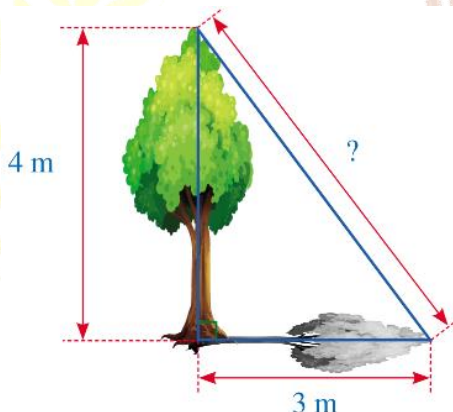
**Bài 18:** Lấy một tờ giấy gấp làm tư để có một góc vuông như trong hình bên, dùng kéo cắt theo đường MN sao cho  $OM = ON$ . Mở phần giấy cắt được ra ta được một tứ giác. Tứ giác đó là hình gì? Giải thích kết luận của em.

## ÔN TẬP CHƯƠNG 3

**Bài 1:** Năm 2019, vệ tinh Tsubame của Nhật Bản được Tổ chức Kỷ lục thế giới Guinness ghi nhận là vệ tinh quan sát Trái Đất ở quỹ đạo thấp nhất. Trong hình, vệ tinh Rsubame quan sát mặt đất ở vị trí A và có độ cao cách bề mặt Trái Đất là AB. Tầm quan sát tối đa của vệ tinh Tsubame là đoạn thẳng AC có độ dài bằng 1470 km (từ vị trí A, vệ tinh có thể quan sát thấy những nơi trên Trái Đất cách A không quá 1470 km). Cho biết ba điểm A, B, O thẳng hàng, bán kính Trái Đất là  $R = OB = OC = 6370$  km và AC vuông góc với OC. Tính độ cao AB của vệ tinh Tsubame so với mặt đất theo km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



**Bài 1:** Hình bên mô tả một cây cao 4m. Biết rằng khi trời nắng, cây đổ bóng trên mặt đất, điểm xa nhất của bóng cây cách gốc cây một khoảng là 3 m. Tính khoảng cách từ điểm xa nhất của bóng cây đến đỉnh của cây.



**Bài 1:** Trong hình bên trên, ABCD là hình chữ nhật, E, F, G, H lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh AB, BC, CD, AD và  $BE = DG = 1$  cm,  $BF = DH = 7$  cm,  $AE = AH = CF = CG = 5$  cm

- Tính độ dài các cạnh của tứ giác EFGH
- Chứng minh rằng HF vuông góc với EG.

**Bài 2:** Cho hình bình hành ABCD. Các điểm E, F thuộc đường chéo AC sao cho  $AE = EF = FC$ . Gọi M là giao điểm của BF và CD, N là giao điểm của DE và AB. Chứng minh rằng:

- M, N theo thứ tự là trung điểm của CD, AB
- EMFN là hình bình hành

**Bài 2:** Cho ABCD là hình bình hành có góc C là góc nhọn. Trên tia đối của tia DC lấy điểm E sao cho  $AD = AE$  (E khác D). Chứng minh rằng ABCE là một hình thang cân.

**Bài 2:** Cho hình chữ nhật ABCD có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Trên các cạnh AC, BC lần lượt lấy các điểm D, G sao cho  $AD = CG < AC$ . Từ điểm D kẻ DE vuông góc với AC (E thuộc AB). Chứng minh tứ giác CDEG là hình chữ nhật.

**Bài 2:** Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho  $AM = BN = CP = DQ < AB$ . Chứng minh tứ giác MNPQ là hình vuông.

**Bài 2:** Cho hình bình hành ABCD. Gọi M là điểm nằm giữa A và B, N là điểm nằm giữa C và D sao cho  $AM = CN$ . Gọi I là giao điểm của MN và AC. Chứng minh:

- $\triangle IAM = \triangle ICN$ .
- Tứ giác AMCN là hình bình hành.
- Ba điểm B, I, D thẳng hàng.

**Bài 2:** Cho hình thoi ABCD và hình bình hành BCMD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh:

- $OD = \frac{1}{2}CM$  và  $\triangle DACM$  là tam giác vuông.
- Ba điểm A, D, M thẳng hàng.
- $\triangle DDCM$  là tam giác cân

**Bài 2:** Cho hình vuông ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD. Gọi O là giao điểm của AM và BN. Chứng minh:

- $\triangle ABM = \triangle BCN$
- $\angle AOB = \angle BOM$
- $AM \perp BN$

**Bài 3:** Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi H, D lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AB.

- Chứng minh rằng tứ giác ADHC là hình thang.
- Gọi E là điểm đối xứng với H qua D. Chứng minh rằng tứ giác AHBE là hình chữ nhật.
- Tia CD cắt AH ở M và cắt BE ở N. Chứng minh tứ giác AMBN là hình bình hành.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

- Chứng minh tứ giác ANEB là hình thang vuông.
- Chứng minh tứ giác ANEM là hình chữ nhật.
- Đường thẳng song song với BN kẻ từ M cắt tia EN tại F. Chứng minh rằng tứ giác AFCE là hình thoi.
- Gọi D là điểm đối xứng của E qua M. Chứng minh rằng A là trung điểm của DF.

**Bài 4:** Cho hình bình hành ABCD có  $AB = 2AD$ . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Gọi I là giao điểm của AF và DE, K là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng:

- Tứ giác AECF là hình bình hành.
- Tứ giác AEFD là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tứ giác EIFK là hình chữ nhật.
- Tìm điều kiện của hình bình hành ABCD để tứ giác EIFK là hình vuông.

**Bài 5:** Cho hình bình hành ABCD với  $AD = 2AB$ . Từ C vẽ CE vuông góc với AB. Nối E với trung điểm M của AD. Từ M vẽ MF vuông góc với CE, MF cắt BC tại N.

- Tứ giác MNCD là hình gì?
- Chứng minh DEMC cân tại M
- Chứng minh  $BAD = 2AEM$

**Bài 5:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC còn P, N lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống CA, AB

- Chứng minh hai tam giác vuông CMP và MBN bằng nhau
- Chứng minh tứ giác APMN là một hình chữ nhật. Từ đó suy ra N là trung điểm của AB, P là trung điểm của AC
- Lấy điểm Q sao cho P là trung điểm của MQ, chứng minh tứ giác AMCQ là hình thoi
- Nếu  $AB = AC$ , tức là DABC vuông cân tại A thì tứ giác AMCQ có là hình vuông không? Vì sao?

**Bài 5:** Cho tam giác ABC cân tại A; M là một điểm thuộc đường thẳng BC, B ở giữa M và C. Gọi E và K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M và từ B xuống AC, còn N là chân đường vuông góc hạ từ B xuống ME. Chứng minh rằng:

- Tứ giác BKEN là hình chữ nhật
- BK và NE cùng bằng hiệu khoảng cách từ M đến AC và AB (dù M thay đổi trên đường thẳng MC miễn là B nằm giữa M và C)

## CHƯƠNG IV: MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

### BÀI 1: THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

#### A) LÝ THUYẾT:

##### 1) Thu thập dữ liệu:

- Thu thập dữ liệu có thể là trực tiếp hoặc gián tiếp.
- Thu thập dữ liệu trực tiếp là việc thu thập dữ liệu thông qua quan sát, làm thí nghiệm, lập bảng hỏi, phỏng vấn, ...
- Thu thập dữ liệu gián tiếp là việc thu thập dữ liệu từ những nguồn có sẵn như sách, báo, mạng Internet, ...
- Chúng ta cần tìm phương pháp phù hợp với lĩnh vực, mục đích cần thu thập.

**- Ví dụ 1:** Lớp trưởng lớp 8C muốn thu thập thông tin về các môn thể thao được ưa thích của các bạn trong lớp. Theo em, bạn lớp trưởng có thể thu thập những thông tin đó bằng cách nào?

Bạn lớp trưởng lớp 8C có thể thu thập những thông tin đó bằng cách lập phiếu hỏi theo mẫu

Môn thể thao	Ưa thích
Bóng đá	
Cầu lông	
Bóng rổ	
...	

**- Ví dụ 2:** Các bạn học sinh lớp 8A muốn thu thập thông tin về số lượng huy chương đạt được của Đoàn thể thao Việt Nam tại SEA Games 30. Theo em, các bạn lớp 8A có thể thu thập những thông tin đó bằng cách nào?

.....

.....

.....

**- Ví dụ 3:** Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- Sản lượng gạo và cà phê xuất khẩu của Việt Nam trong bốn năm gần nhất
- Ý kiến của học sinh khối 8 về chất lượng bữa ăn bán trú.
- Ý kiến học sinh của lớp em đối với các tiết mục văn nghệ dự thi "Giai điệu tuổi hồng".

.....  
.....  
.....

## **2) Phân loại dữ liệu theo các tiêu chí:**

- Trong các dữ liệu thống kê thu thập được:

+ Có những dữ liệu thống kê không phải là số, những dữ liệu này còn gọi là dữ liệu định tính.

+ Có những dữ liệu thống kê là số (số liệu), những dữ liệu này còn gọi là dữ liệu định lượng.

- **Dữ liệu định tính** được chia thành hai loại:

· Dữ liệu định danh là dữ liệu thể hiện cách gọi tên. Ví dụ: giới tính, màu sắc, nơi ở, nơi sinh, ...

· Dữ liệu biểu thị thứ bậc là dữ liệu thể hiện sự hơn kém. Ví dụ: mức độ hài lòng, trình độ tay nghề, khối lớp, ...

- **Dữ liệu định lượng** nhận giá trị thực và được chia thành hai loại:

· Loại rời rạc là dữ liệu chỉ nhận hữu hạn giá trị hoặc biểu thị số đếm. Ví dụ: cỡ giày, số học sinh, số ngày công, số vật nuôi, ...

· Loại liên tục là dữ liệu có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ: chiều dài, khối lượng, thu nhập, thời gian, ...

**- Ví dụ 4:** Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Môn thể thao yêu thích của học sinh lớp 8C: bóng đá, cầu lông, bóng chuyền, ...

- Chiều cao (tính theo cm) của một số bạn học sinh lớp 8C: 152,7; 148,5; 160,2; ...

- Xếp loại học tập của một số bạn học sinh lớp 8C: tốt, chưa đạt, đạt, khá, ...

- Điểm kiểm tra môn Toán của một số bạn học sinh lớp 8C: 5; 10; 8; 4; ...

- Trình độ tay nghề của các công nhân trong phân xưởng A gồm các bậc: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.

a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc? Vì sao?

.....

.....  
.....  
.....  
**- Ví dụ 5:** Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Danh sách một số loại trái cây: cam, xoài, mít, ...
- Khối lượng (tính theo g) của một số trái cây: 240; 320; 1 200; ...
- Độ chín của trái cây: rất chín, vừa chín, hơi chín, còn xanh, ...
- Hàm lượng vitamin C (tính theo mg) có trong một số trái cây: 95; 52; 28; ...
- Mức độ tươi ngon của trái cây: loại 1, loại 2, loại 3.

- a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.
  - b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
  - c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?
- .....  
.....  
.....  
.....

**- Ví dụ 6:** Thống kê về các loại lồng đèn mà các bạn học sinh lớp 8C làm được để trao tặng cho trẻ em khuyết tật nhân dịp Tết Trung thu được cho trong bảng dữ liệu sau:

STT	Tên lồng đèn	Loại	Số lượng	Màu sắc
1	Con cá	Lớn	2	Vàng
2	Thiên nga	Vừa	6	Xanh
3	Con thỏ	Nhỏ	10	Nâu
4	Ngôi sao	Lớn	2	Đỏ
5	Đèn xếp	Nhỏ	15	Cam

- a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong bảng dữ liệu trên.
  - b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
  - c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc?
- .....  
.....  
.....  
.....

### 3) Tính hợp lí của dữ liệu:

Có thể kiểm tra định dạng của dữ liệu hoặc mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu thống kê để nhận biết tính hợp lí của dữ liệu và các kết luận dựa trên các dữ liệu thống kê đó.

- **Ví dụ 7:** Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau

Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia câu lạc bộ văn nghệ (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ văn nghệ	Số học sinh
Guitar	6
Organ	9
Múa	Cả tổ 1
Hợp ca	80

- **Ví dụ 8:** Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm lựa chọn đối với bốn nhãn hiệu tập vở trong số 200 học sinh được phỏng vấn.

Nhãn hiệu tập vở ghi bài	Tỉ số phần trăm
A	40%
B	45%
C	10%
D	5%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở A:

- A là nhãn hiệu được đa số học sinh lựa chọn.
- A là nhãn hiệu có tỉ lệ học sinh lựa chọn cao nhất.
- A là một trong những nhãn hiệu có tỉ lệ được chọn cao nhất.



**- Ví dụ 9:** Bảng thống kê sau cho biết dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8A1 (mỗi học sinh chỉ thực hiện một hoạt động). Nêu nhận xét của em về tính hợp lý của các dữ liệu trong bảng thống kê trên.

Hoạt động	Số học sinh
Đọc sách	90
Ôn bài	10
Chơi cầu lông	18
Đá cầu	12
Chơi cờ vua	8
Nhảy dây	Tất cả các bạn nữ

### **B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- Ý kiến của cha mẹ học sinh khối 8 về chất lượng đồng phục của trường em.
- Tỉ số giữa số lần ra mặt sấp và số lần ra mặt ngửa khi tung đồng xu 100 lần.
- So sánh số huy chương nhận được ở SEA Games 31 Việt Nam và Thái Lan.
- Tổng số sản phẩm quốc nội của mỗi nước thuộc khối ASEAN.

**Bài 2:** Để chuẩn bị đưa ra thị trường mẫu xe ô tô mới, một hãng sản xuất xe ô tô tiến hành thăm dò màu sơn mà người mua yêu thích. Hãng sản xuất xe đó đã hỏi ý kiến của 100 người mua xe ở độ tuổi từ 20 đến 30 và nhận được kết quả là: 45 người thích màu đen, 20 người thích màu trắng, 35 người thích màu đỏ. Từ đó, hãng sản xuất xe đưa ra quảng cáo sau: 45% số người mua xe chọn xe màu đen, 20% số người mua xe chọn xe màu trắng. Theo em, hãng sản xuất xe đưa ra kết luận như trong quảng cáo trên thì có hợp lý không? Vì sao?

**Bài 3:** Bảng thống kê số lượng học sinh từng lớp ở khối lớp 8 của một trường trung học cơ sở dự thi hết Học kì I môn Toán. Số liệu nào trong bảng là không hợp lý?

Lớp	Sĩ số	Số học sinh dự thi
8A	40	40
8B	41	40
8C	40	41
8D	39	39

**Bài 4:** Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau:

<b>Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia câu lạc bộ võ thuật (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)</b>	
<b>Câu lạc bộ võ thuật</b>	<b>Số học sinh</b>
Karate	14
Vovinam	32
Taekwondo	Cả tổ 3
Judo	25

**Bài 5:** Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 học sinh về bốn nhãn hiệu tập võ.

<b>Nhãn hiệu tập võ</b>	<b>Số học sinh</b>
A	22
B	56
C	13
D	9

Xét tính hợp lí của các quảng cáo dưới đây đối với nhãn hiệu tập võ B

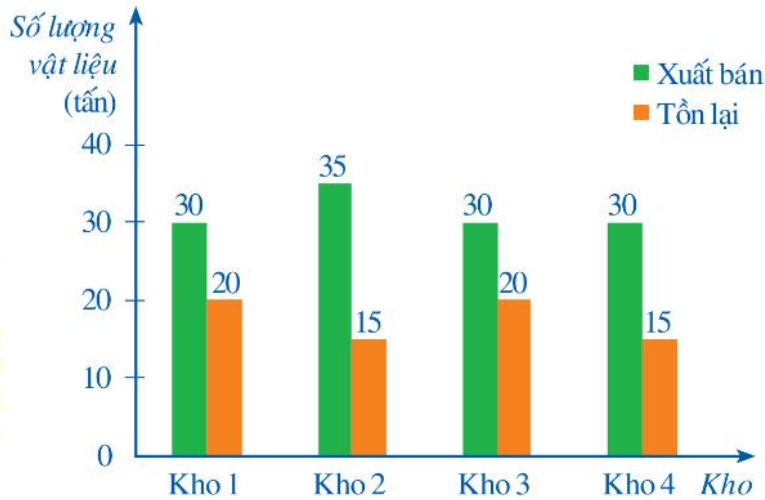
- Là sự lựa chọn của mọi học sinh.
- Là sự lựa chọn hàng đầu của học sinh

**Bài 6:** Thông tin về 5 bạn học sinh của trường Trung học cơ sở Kết Đoàn tham gia Hội khỏe Phù Đổng được cho bởi bảng thống kê sau:

<b>Họ và tên</b>	<b>Cân nặng (kg)</b>	<b>Môn bơi sở trường</b>	<b>Kĩ thuật bơi</b>	<b>Số nội dung thi đấu</b>
Nguyễn Kinh Ngu	60	Bơi ếch	Tốt	3
Trần Văn Mạnh	58	Bơi sải	Khá	1
Lê Hoàng Phi	45	Bơi bướm	Tốt	2
Nguyễn Ánh Vân	50	Bơi ếch	Đạt	2
Đỗ Hải Hà	48	Bơi tự do	Tốt	3

- Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng
- Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh?
- Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

**Bài 7:** Một công ty kinh doanh vật liệu xây dựng có bốn kho hàng, mỗi kho hàng có 50 tấn hàng. Kế toán của công ty lập biểu đồ cột kép ở hình bên dưới biểu diễn số lượng vật liệu đã xuất bán và số lượng vật liệu còn tồn lại trong mỗi kho sau tuần lễ kinh doanh đầu tiên. Kế toán đã ghi nhầm số liệu của một kho trong biểu đồ cột kép ở hình bên dưới. Theo em, kế toán đã ghi nhầm số liệu của kho nào?



**Bài 8:** Hãy sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh khu vực miền Đông Nam Bộ của Việt Nam

MATH - MR WIN

## **BÀI 2: LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Thu thập dữ liệu:**

Biểu đồ cho chúng ta hình ảnh cụ thể về số liệu. Việc chọn loại biểu đồ phù hợp sẽ giúp chúng ta thể hiện số liệu thống kê một cách rõ ràng, trực quan, dễ đọc và dễ hiểu.

- Ta thường chọn biểu đồ tranh khi số liệu ở dạng đơn giản và muốn tạo sự lôi cuốn, thu hút bằng hình ảnh.
- Với những số liệu phức tạp hơn, số liệu lớn, sự sai khác giữa các số liệu cũng lớn và để thuận tiện trong việc so sánh thì ta thường chọn biểu đồ cột.
- Nếu muốn có sự so sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại, người ta ghép hai biểu đồ cột thành một biểu đồ cột kép.
- Để biểu thị tỉ lệ phần trăm của từng loại số liệu so với toàn thể, ta thường sử dụng biểu đồ hình quạt tròn.
- Khi biểu diễn sự thay đổi số liệu của một đối tượng theo thời gian, ta thường dùng biểu đồ đoạn thẳng.

**- Ví dụ 1:** Bảng thống kê sau đây cho biết thời lượng tự học tại nhà trong 5 ngày của bạn Trí.

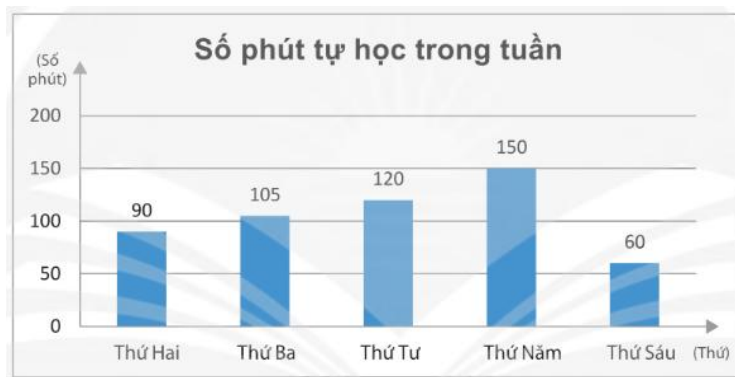
<b>Ngày trong tuần</b>	<b>Số phút tự học</b>
Thứ Hai	90
Thứ Ba	105
Thứ Tư	120
Thứ Năm	150
Thứ Sáu	60

Em hãy lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê trên và vẽ biểu đồ đó.

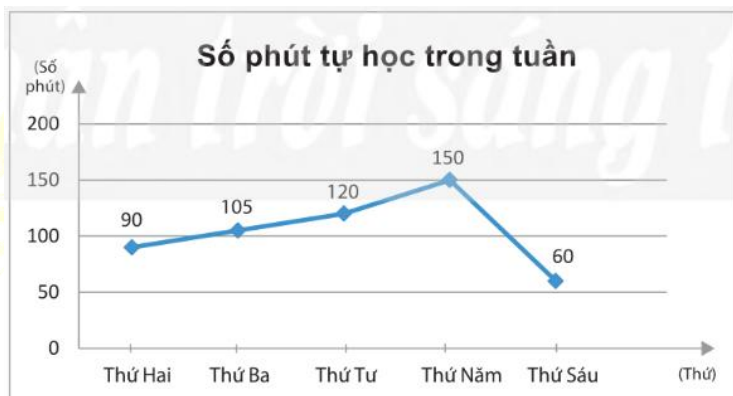
#### **Hướng dẫn:**

- Ta có thể dùng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn dữ liệu trên

\* Biểu đồ cột:



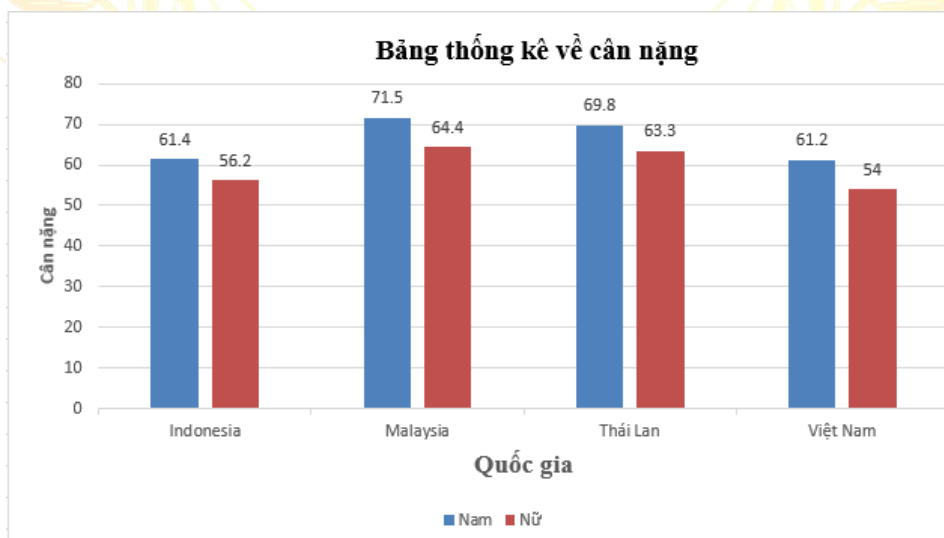
\* Biểu đồ đoạn thẳng:



- **Ví dụ 2:** Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong các bảng thống kê sau: Bảng thống kê về cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của nam, nữ tại một số nước trong khối Asean như sau:

Quốc gia	Indonesia	Malaysia	Thái Lan	Việt Nam
Nam	61,4	71,5	69,8	61,2
Nữ	56,2	64,4	63,3	54

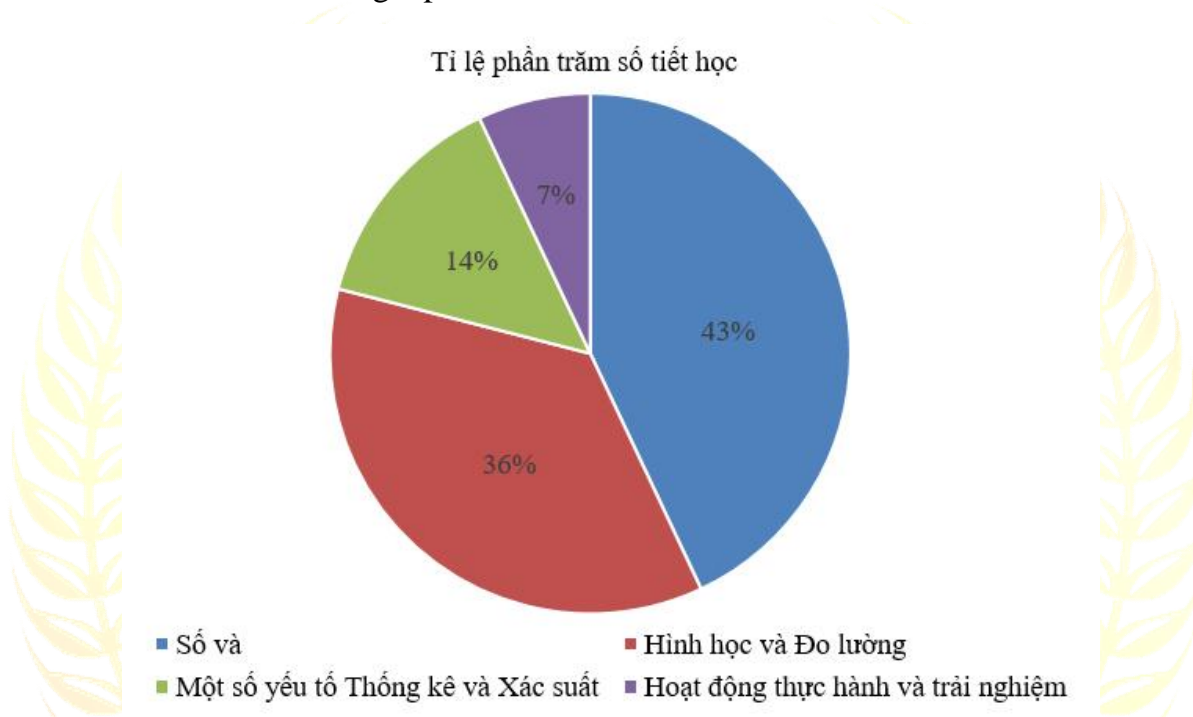
- Ta có thể chọn biểu đồ cột ghép để biểu diễn dữ liệu



**- Ví dụ 3:** Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong các bảng thống kê sau: Bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số tiết học các nội dung trong môn Toán lớp 8:

Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Tỉ lệ phần trăm số tiết học	43%	36%	14%	7%

- Ta có thể chọn biểu đồ cột ghép để biểu diễn dữ liệu

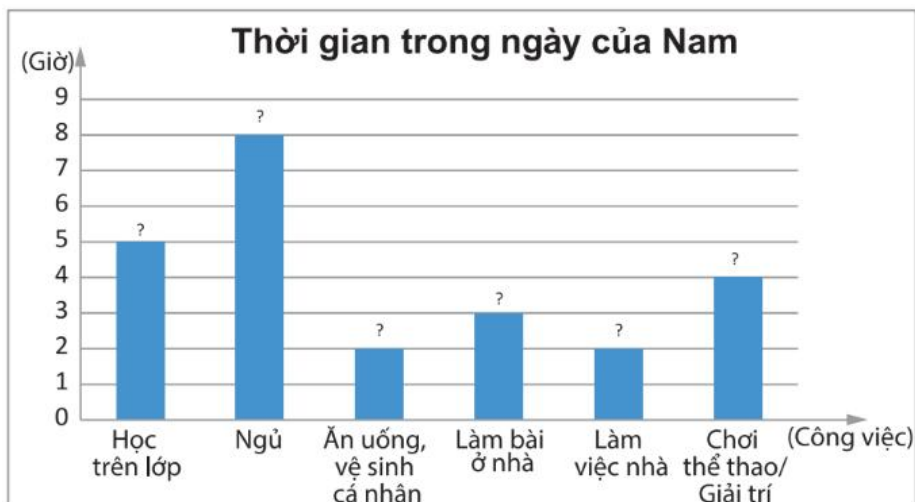


**- Ví dụ 4:** Bảng thống kê sau đây cho biết việc sử dụng thời gian của bạn Nam trong ngày.

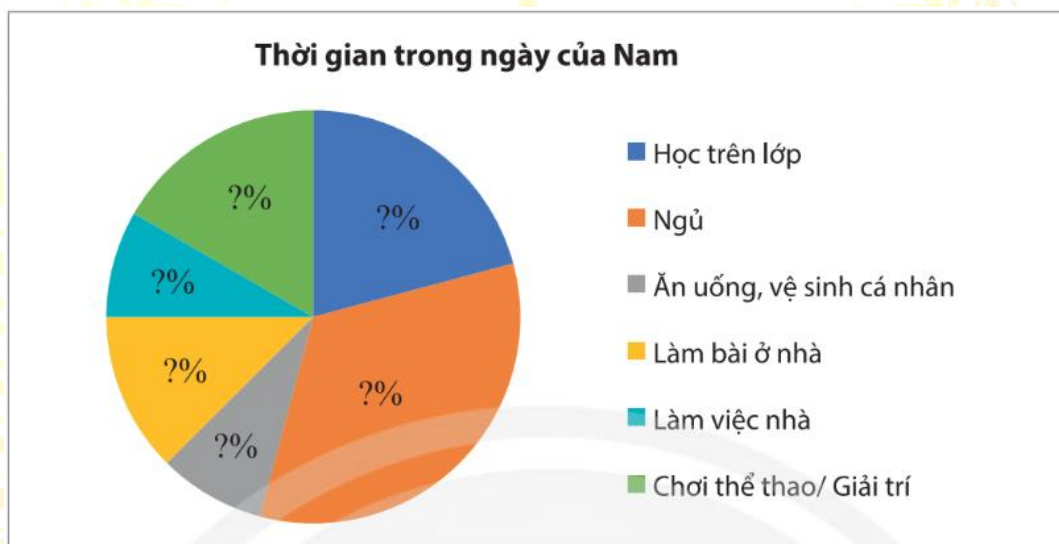
Thống kê việc sử dụng thời gian trong ngày của Nam	
Công việc	Thời gian (giờ)
Học trên lớp	5
Ngủ	8
Ăn uống, vệ sinh cá nhân	2
Làm bài tập ở nhà	3
Làm việc nhà	2
Chơi thể thao/ Giải trí	4

Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng trên vào các dạng biểu đồ sau:

a) Biểu đồ cột



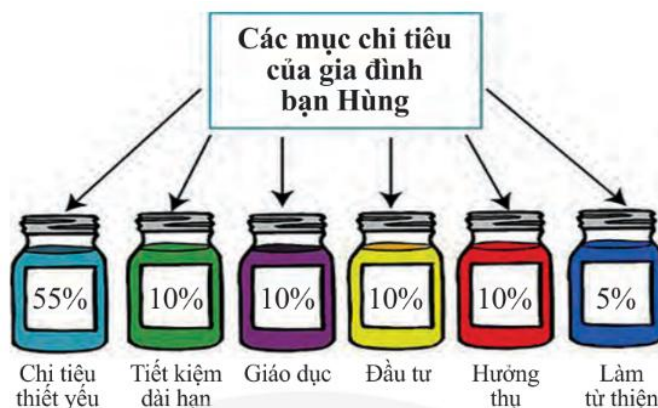
b) Biểu đồ hình quạt tròn:



**2) Các dạng biểu diễn khác nhau cho một tập dữ liệu:**

Một tập dữ liệu có thể biểu diễn dưới các dạng khác nhau. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng giúp công việc thuận lợi và đạt hiệu quả hơn.

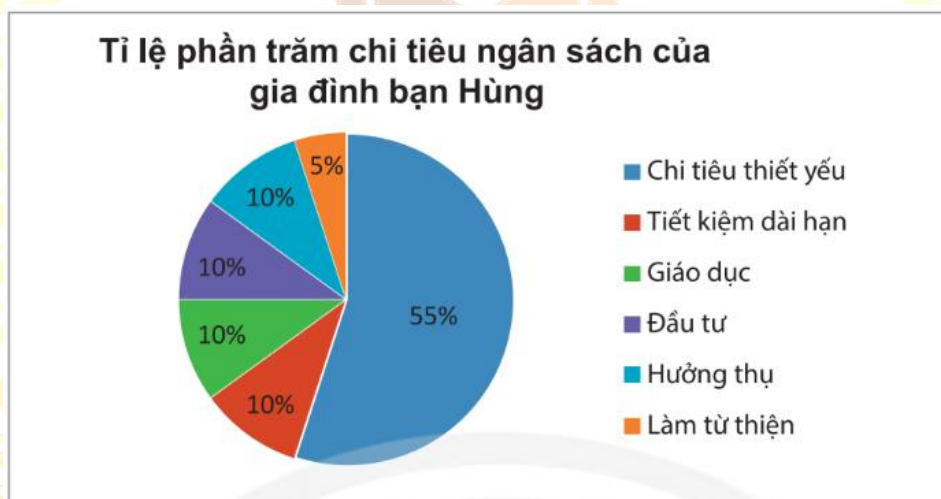
- **Ví dụ 4:** Hình bên dưới minh họa dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Hùng.



a) Chuyển dữ liệu trong hình trên sang dạng bảng thống kê, ta có:

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hưởng thụ	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	55%	10%	10%	10%	10%	5%

b) Biểu diễn dữ liệu trong hình trên vào biểu đồ hình quạt tròn:

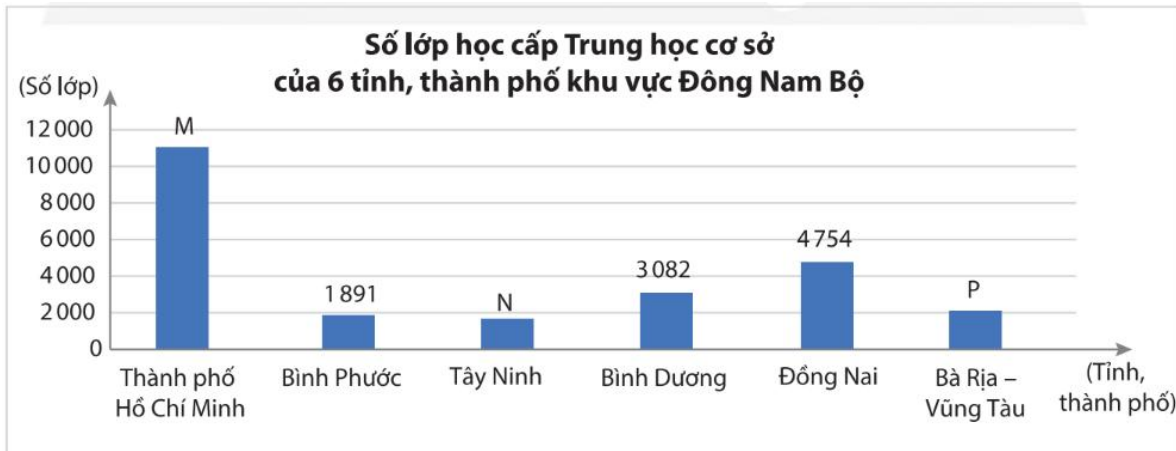


**- Ví dụ 5:** Số liệu về số lớp học cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

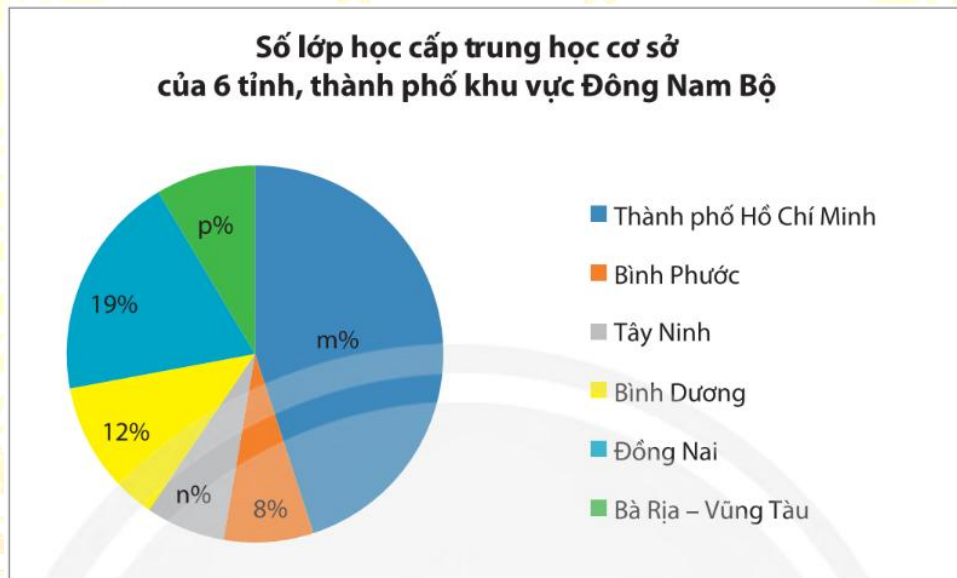
Tỉnh, thành phố	Số lớp học
Thành phố Hồ Chí Minh	11 046
Bình Phước	1 891
Tây Ninh	1 678
Bình Dương	3 082
Đồng Nai	4 754
Bà Rịa – Vũng Tàu	2 105



a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột sau. Hãy tìm các giá trị M, N, P trong biểu đồ.



b) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ hình quạt tròn như sau. Hãy tìm các giá trị của m, n, p trong biểu đồ.



c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

**Hướng dẫn:**

a)  $M = 11046$ ;  $N = 1678$ ;  $P = 2105$

b) Tổng số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ là:

$$11046 + 1891 + 1678 + 3082 + 4754 + 2105 = 24556 \text{ (lớp)}$$

$$\text{Suy ra } m\% = \frac{11046}{24556} \times 100\% \approx 45\%$$

$$n\% = \frac{1678}{24556} \times 100\% \approx 7\%$$

$$p\% = \frac{2105}{24556} \times 100\% \approx 9\%$$

c) Biểu đồ cột cho ta thấy sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có đông số lớp học nhất, Tây Ninh có ít số lớp học nhất và số lớp học của Thành phố Hồ Chí Minh nhiều hơn số lớp học của Tây Ninh là  $11\ 046 - 1\ 678 = 9368$  (lớp)

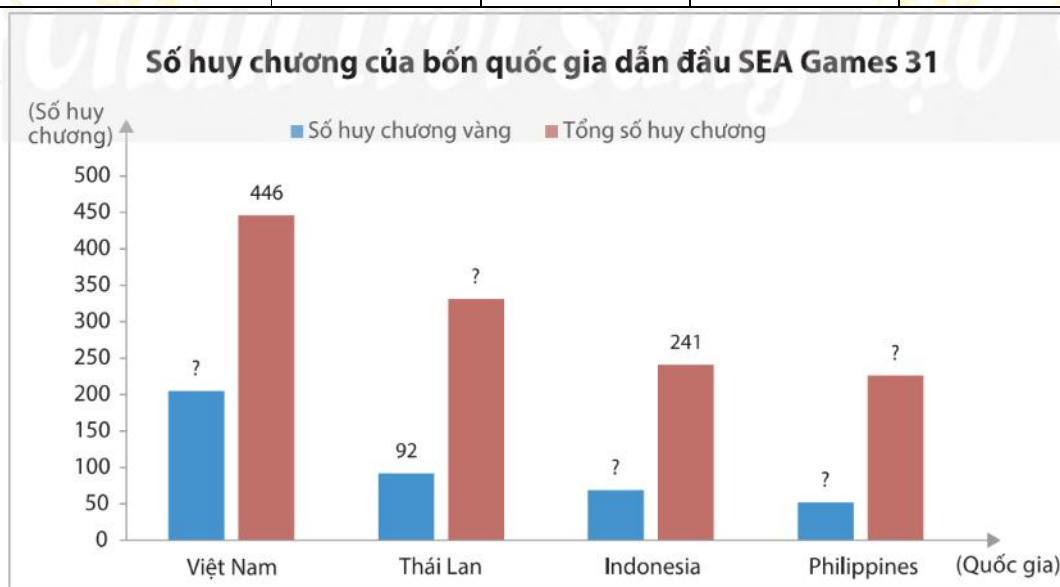
Trong khi đó, biểu đồ hình quạt ngoài việc cho biết sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ còn cho biết tỉ lệ phần trăm số lớp học của mỗi tỉnh thành so với toàn thể khu vực. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có số lớp học nhiều gấp 5 lần số lớp học của Bà Rịa - Vũng Tàu và chiếm 45% so với tổng số lớp học của khu vực Đông Nam Bộ.

**- Ví dụ 6:** Thống kê số huy chương bốn quốc gia dẫn đầu SEA Games 31 được cho trong bảng số liệu sau:

Quốc gia	Số huy chương vàng	Tổng số huy chương
Việt Nam	205	446
Thái Lan	92	332
Indonesia	69	241
Philippines	52	227

Hãy chuyển dữ liệu đã cho vào bảng thống kê theo mẫu dưới đây và vào biểu đồ cột kép tương ứng

Quốc gia	Việt Nam	Thái Lan	Indonesia	Philippines
Số huy chương vàng	205			52
Tổng số huy chương		332		

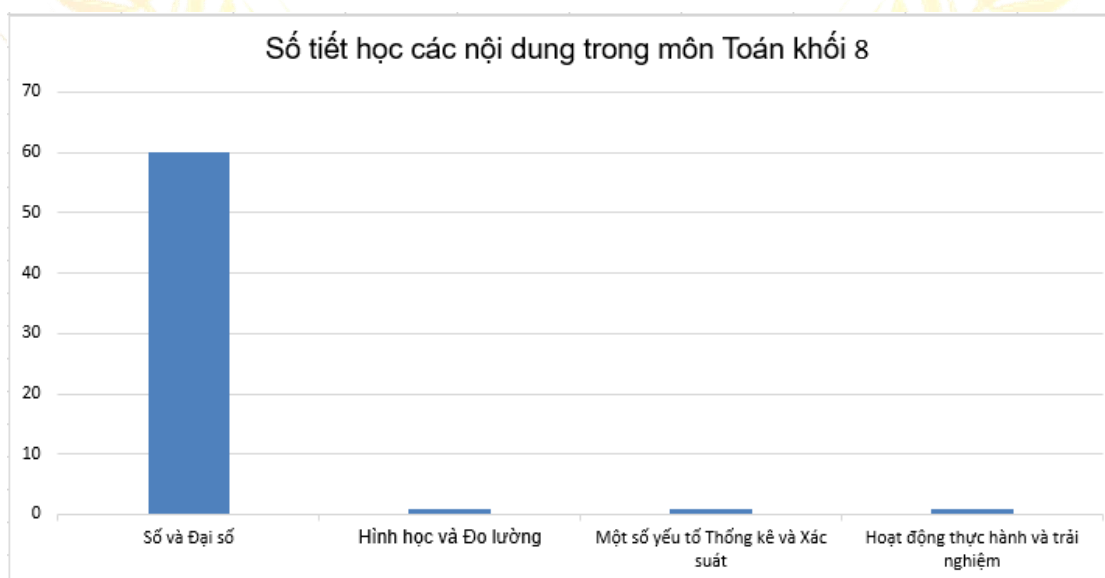
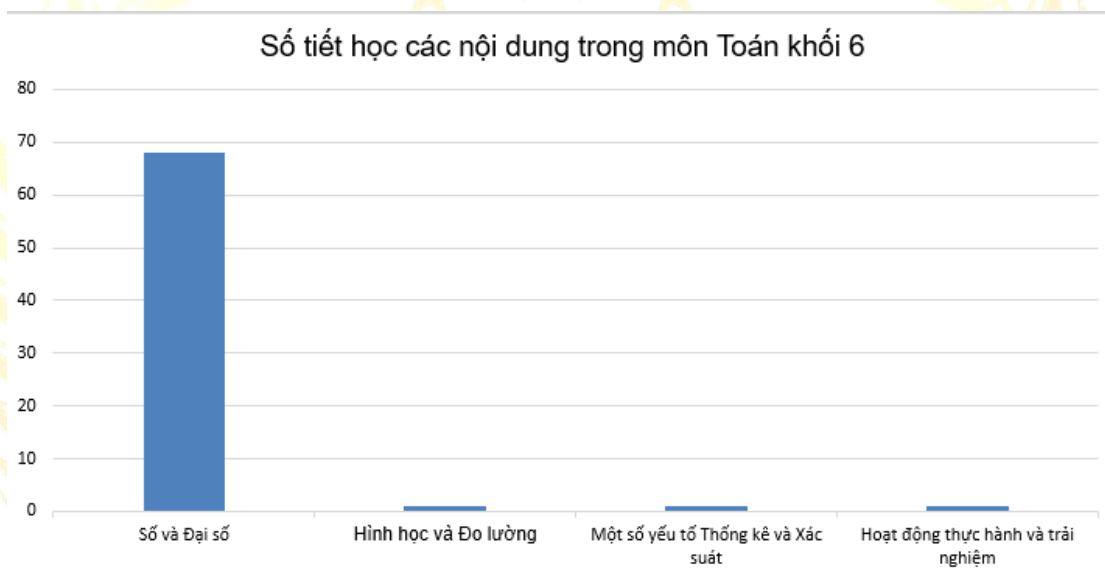


**- Ví dụ 7:** Cho bảng thống kê số tiết học các nội dung trong môn Toán của hai khối lớp 6 và lớp 8 như sau:

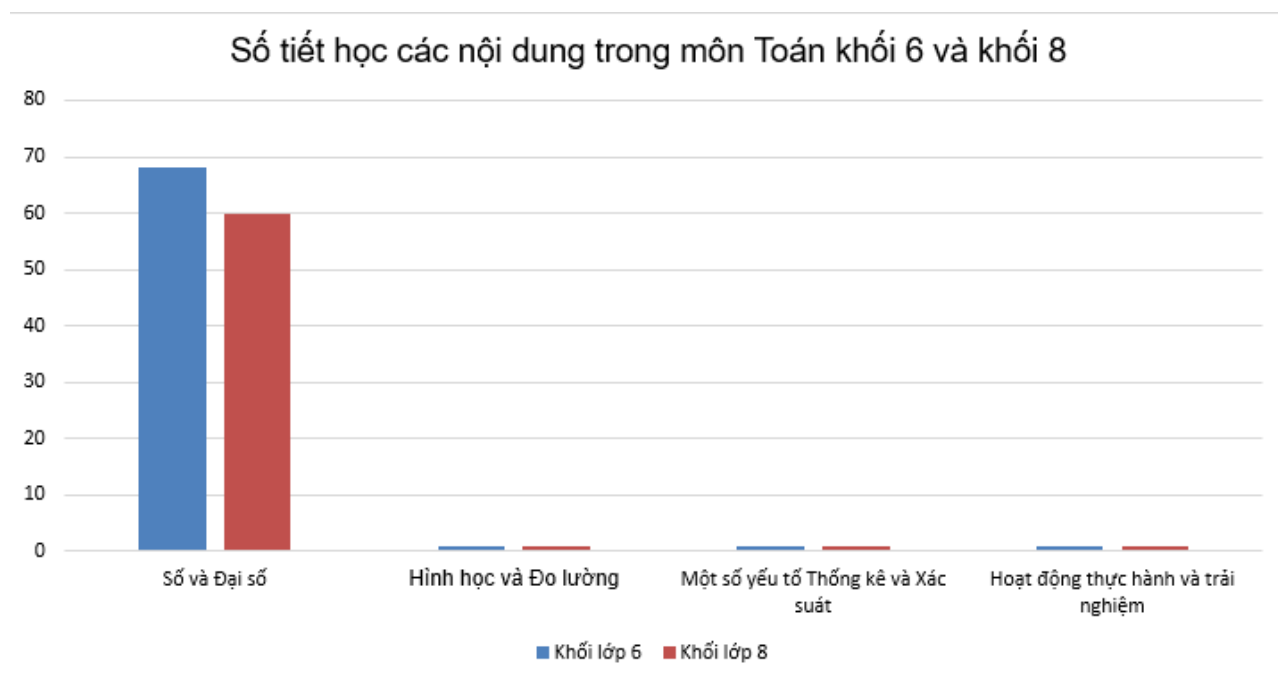
Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
<b>Khối lớp 6</b>	68	40	22	10
<b>Khối lớp 8</b>	60	50	20	10

Hãy biểu diễn tập dữ liệu trên dưới dạng:

- a) Hai biểu đồ cột
- b) Một biểu đồ cột ghép
- a) Hai biểu đồ cột



b) Một biểu đồ cột ghép



**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Kết quả học tập học kì 1 của học sinh 8A và 8B được ghi lại trong bảng sau:

Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Lớp 8A	5%	45%	44%	6%
Lớp 8B	10%	10%	10%	10%

Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên và trả lời các câu hỏi sau:

- So sánh tỉ lệ học sinh xếp loại học tập Tốt và Chưa đạt của hai lớp 8A và 8B
- Tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8B bằng bao nhiêu phần trăm tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8A.

**Bài 2:** Một giáo viên dạy Giáo dục thể chất đã thống kê thời gian chạy 100 m (tính theo giây) của 20 học sinh nam và ghi lại trong bảng số liệu ban đầu như sau:

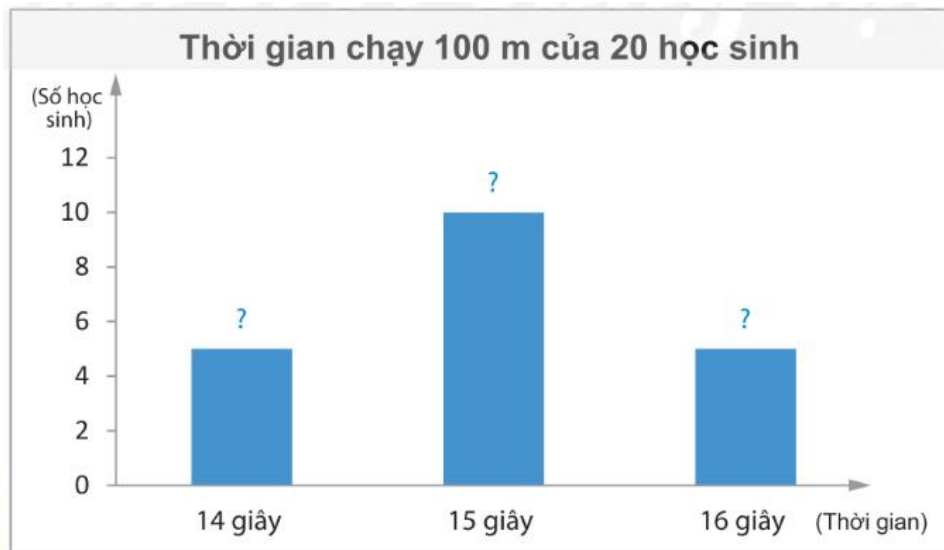
15	14	15	16	14	16	16	15	14	15
15	15	16	15	15	15	14	16	14	15

a) Chuyển dữ liệu từ bảng số liệu ban đầu ở trên sang dạng bảng thống kê sau đây

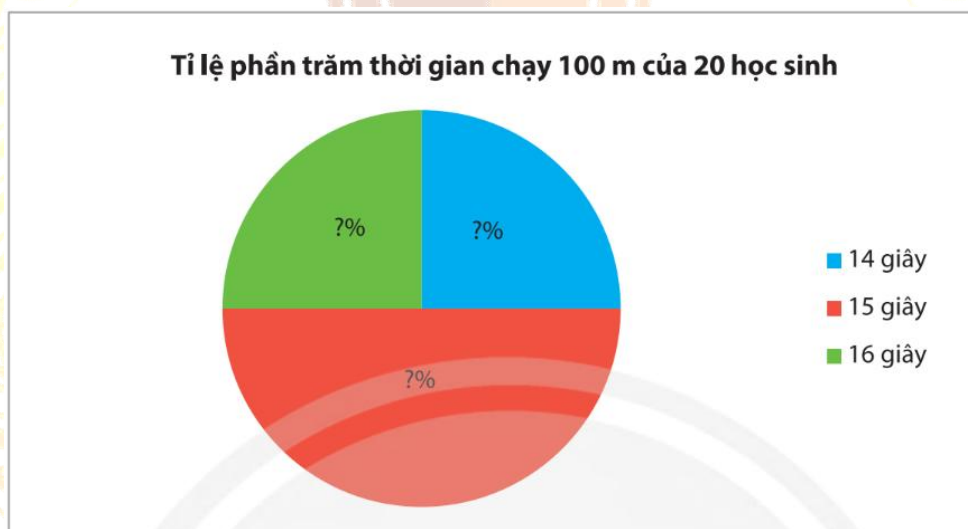
Thời gian chạy (giây)	14	15	16
Số học sinh			
Tỉ lệ phần trăm			

b) Hãy chuyển dữ liệu từ bảng thống kê ở câu a sang dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn sau đây:

Biểu đồ cột:



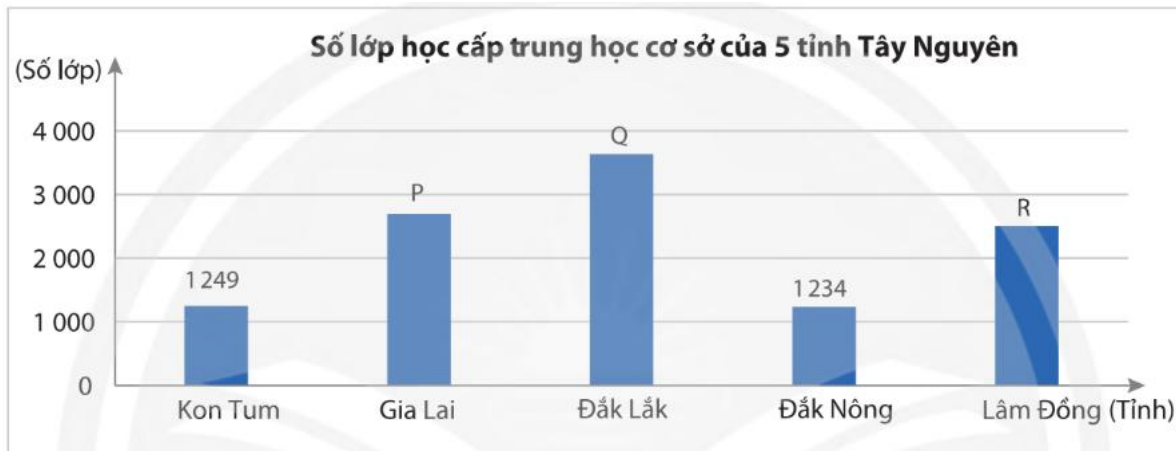
Biểu đồ hình quạt tròn:



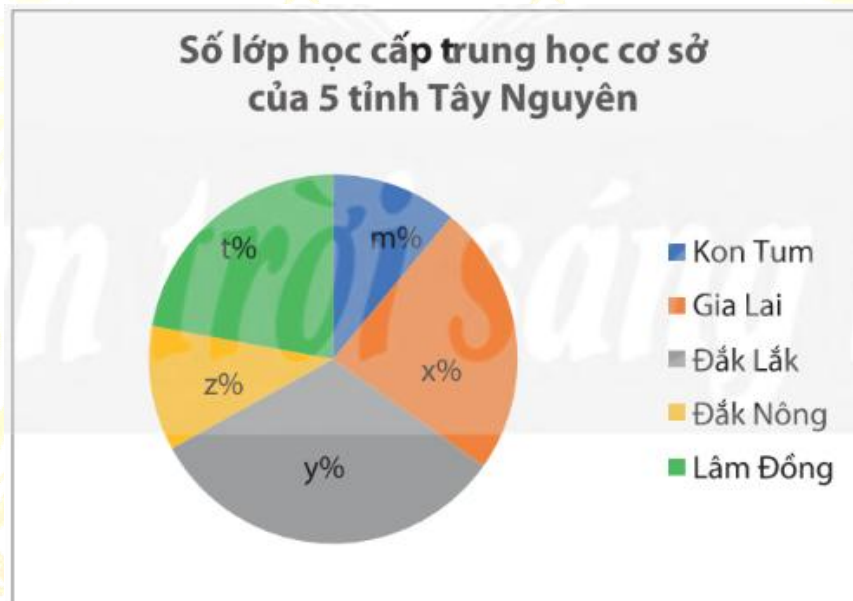
**Bài 3:** Số liệu về số lớp học cấp trung học cơ sở của 5 tỉnh Tây Nguyên tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

Tỉnh	Số lớp học
Kon Tum	1249
Gia Lai	2692
Đắk Lắk	3633
Đắk Nông	1234
Lâm Đồng	2501

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột như sau. Hãy tìm các giá trị của P, Q, R trong biểu đồ.



b) Biểu đồ cột ở câu a) được chuyển sang biểu đồ hình quạt tròn như dưới đây. Hãy tìm các giá trị của x, y, z, t, m trong biểu đồ.



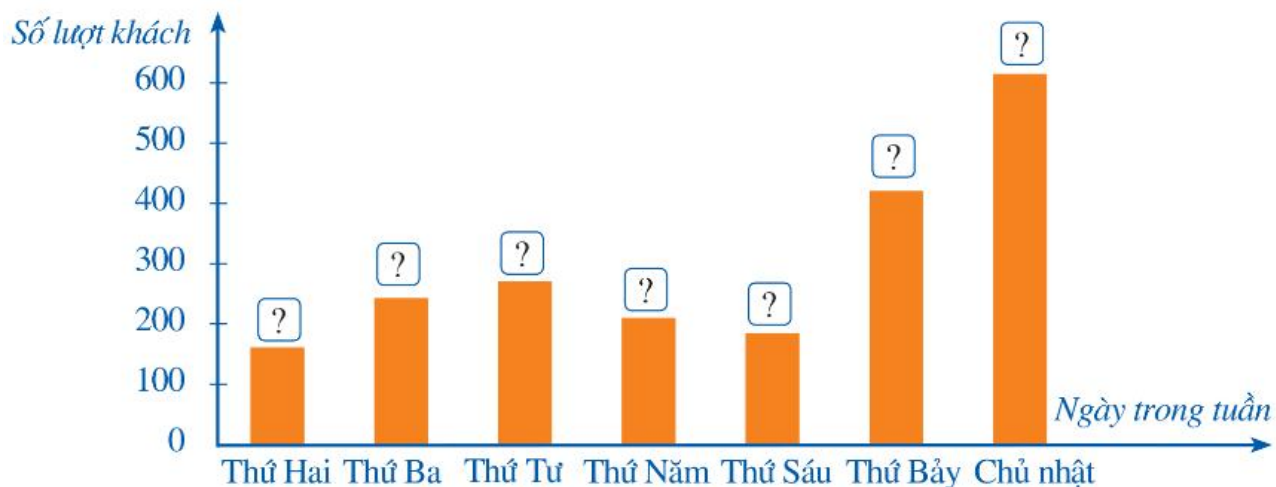
c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên

**Bài 4:** Số lượt khách đến một cửa hàng kinh doanh từ thứ Hai đến Chủ nhật của một tuần trong tháng lần lượt là: 161, 243, 370, 210, 185, 421, 615.

a) Lập bảng thống kê số lượt khách đến cửa hàng trong ngày đó theo mẫu sau:

Ngày trong tuần	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu	Thứ Bảy	Chủ Nhật
Số lượt khách							

b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở hình bên để nhận được biểu đồ cột biểu diễn số lượt khách đến cửa hàng trong những ngày đó.



**Bài 5:** Bảng điều tra sau đây cho biết sự yêu thích của 50 khán giả đối với 6 chương trình truyền hình:

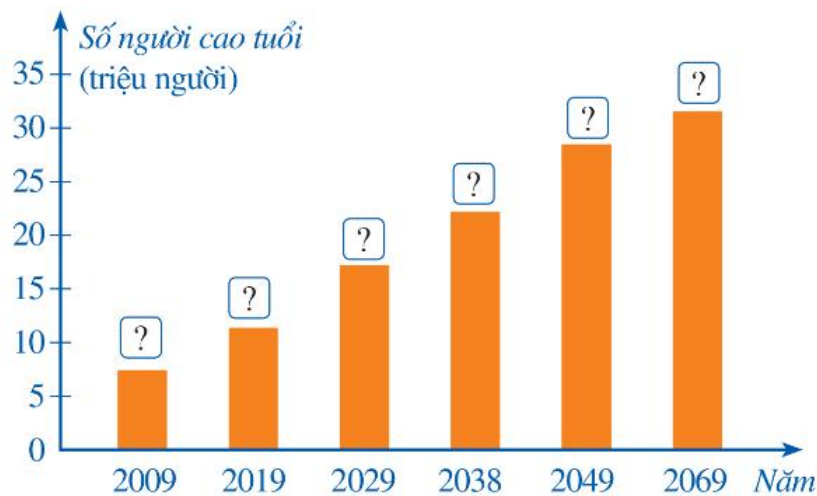
Chương trình truyền hình được yêu thích	Kiểm đếm	Số khán giả chọn
A	### III	
B	### III	
C	### ### II	
D	### ###	
E	### I	
G	### I	

- Hoàn thành bảng thống kê trên vào vở và lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn.
- Nêu tên chương trình truyền hình được yêu thích nhất
- Nêu tên hai chương trình truyền hình được yêu thích ngang nhau
- Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng số liệu trên

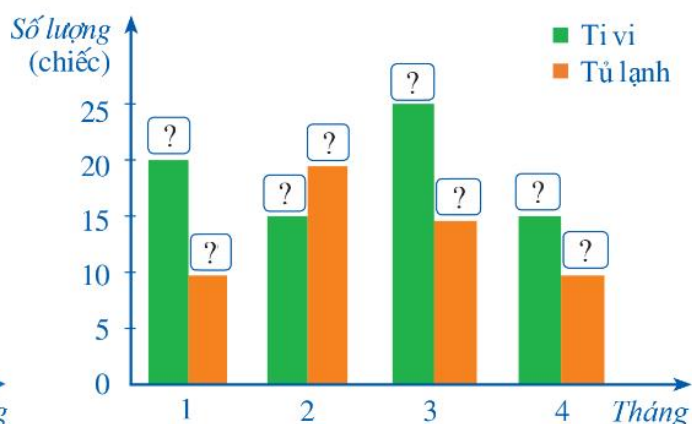
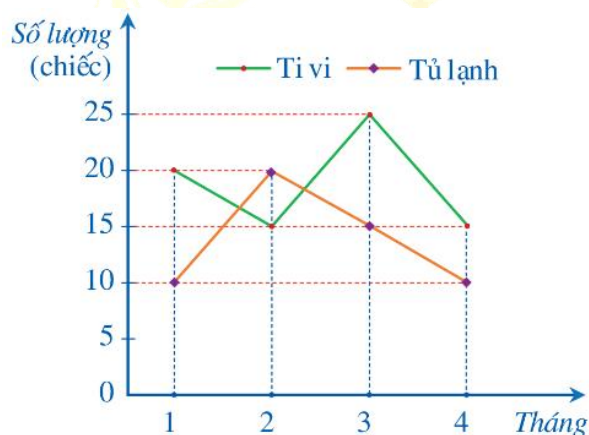
**Bài 6:** Bảng sau nêu thực trạng và dự báo về số người cao tuổi của Việt Nam đến năm 2069:

Năm	2009	2019	2029	2038	2049	2069
Số người cao tuổi (triệu người)	7,45	11,41	17,28	22,29	28,61	31,69

Hãy hoàn thiện biểu đồ ở hình sau để nhận được biểu đồ cột biểu diễn thực trạng và dự báo về số người cao tuổi của Việt Nam đến năm 2069:



**Bài 7:** Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên trái biểu diễn số lượng ti vi và tủ lạnh bán được trong tháng 1, tháng 2, tháng 3, tháng 4 của một cửa hàng kinh doanh. Hãy hoàn thiện biểu đồ ở hình bên phải để nhận được biểu đồ cột kép biểu diễn các dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên trái.





## **BÀI 3: PHÂN TÍCH DỮ LIỆU**

### **A) LÝ THUYẾT:**

#### **1) Phát hiện vấn đề qua phân tích dữ liệu thống kê:**

Để phát hiện vấn đề (hoặc quy luật đơn giản) dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được, ta cần:

- Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn.
- Thực hiện được tính toán và suy luận toán học.

**- Ví dụ 1:** Bảng thống kê sau đây cho biết tiền lãi của một cửa hàng trong Quý I năm 2022:

Tháng	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3
Tiền lãi (triệu đồng)	10	30	15

- a) Tính tổng tiền lãi của cửa hàng trong các tháng của Quý I năm 2022.
- b) Tiền lãi trong tháng 2 gấp bao nhiêu lần tiền lãi của hai tháng còn lại của Quý I?

.....

.....

.....

.....

**- Ví dụ 2:** Đánh giá kết quả học tập trong HKI của học sinh lớp 8A ở một trường THCS được thống kê trong bảng sau:

Mức	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Số học sinh	16	11	10	3

- a) Lớp 8A có tất cả bao nhiêu học sinh?
- b) Trong buổi sơ kết cuối HKI, GVCN lớp 8A thông báo: tỉ lệ học sinh đạt kết quả học tập HKI được đánh giá ở mức Tốt và Khá so với cả lớp là trên 57%. Thông báo đó của GVCN có đúng không?

.....

.....

.....

.....

.....

**- Ví dụ 3:** Xếp loại thi đua của một tổ sản xuất là:

Xếp loại	Xuất sắc	Đạt	Chưa đạt
Số nhân viên	7	12	1

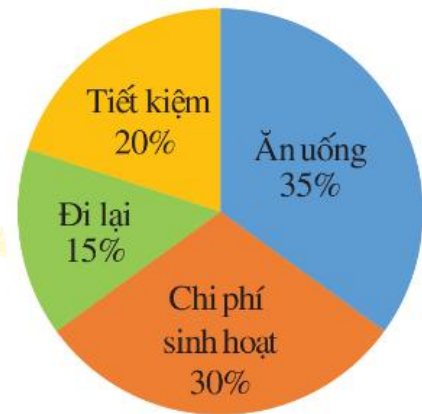
Tổ trưởng thông báo: tỉ lệ nhân viên xếp loại ở mức Xuất sắc so với cả tổ là trên 30%. Thông báo đó của tổ trưởng có đúng không?

.....

.....

.....

**- Ví dụ 4:** Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) kế hoạch chi tiêu hàng tháng của gia đình bác Hạnh.



- Khoản chi tiêu nào của gia đình bác Hạnh là lớn nhất?
  - Số tiền chi tiêu hàng tháng của gia đình bác Hạnh dành cho ăn uống gấp bao nhiêu lần số tiền dành cho tiết kiệm?
  - Tính theo số tiền gia đình bác Hạnh tiết kiệm hàng tháng theo kế hoạch, biết tổng thu nhập hàng tháng của gia đình bác Hạnh là 25 triệu đồng.
- .....
- .....
- .....
- .....

**2) Giải quyết các vấn đề qua phân tích biểu đồ thống kê:**

Để giải quyết vấn đề đã được phát hiện (dựa trên phân tích và xử lí số liệu thu được), ta cần thực hiện những tính toán và suy luận trên cơ sở mối liên hệ toán học giữa các số liệu đó.

**- Ví dụ 5:** Để chuẩn bị đưa ra thị trường mẫu sản phẩm mới, một hãng sản xuất đồ nội thất tiến hành thăm dò màu sơn mà người mua yêu thích. Hãng sản xuất đó đã hỏi ý kiến của 100 người mua hàng và nhận được kết quả là: 65 người thích màu nâu, 20 người thích màu cam, 15 người thích màu xanh. Theo em, hãng đó nên sản xuất nhiều hơn mẫu sản phẩm với màu sơn nào?

.....  
 .....  
 .....  
**- Ví dụ 6:** Biểu đồ cột ở hình bên biểu diễn sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong các năm 2017, 2018, 2019, 2020. Căn cứ vào biểu đồ đó, một bài báo đã nêu ra nhận định: “Tổng sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong các năm 2017, 2018, 2019, 2020 đã đạt xấp xỉ 164 triệu tấn và so với năm 2017, sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong năm 2020 đã tăng lên xấp xỉ 34%”. Em hãy cho biết nhận định của bài báo có chính xác không?



.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**- Ví dụ 7:** Số cây được trồng trong vườn nhà bác Mai là:

Loại cây	Vải	Hồng	Chuối
Số cây	80	25	55

- a) Tính tổng số cây trong vườn nhà bác Mai.  
 b) Hỏi số cây vải chiếm bao nhiêu phần trăm tổng số cây trong vườn?

.....  
 .....  
 .....  
**B) BÀI TẬP:**

**Bài 1:** Hãy phân tích bảng thống kê sau và cho biết môn thể thao nào có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất

Thống kê môn thể thao yêu thích của học sinh lớp 8A (mỗi học sinh chọn 1 môn)		
Môn thể thao	Nam	Nữ
Bóng đá	17	4
Bóng chuyền	3	2

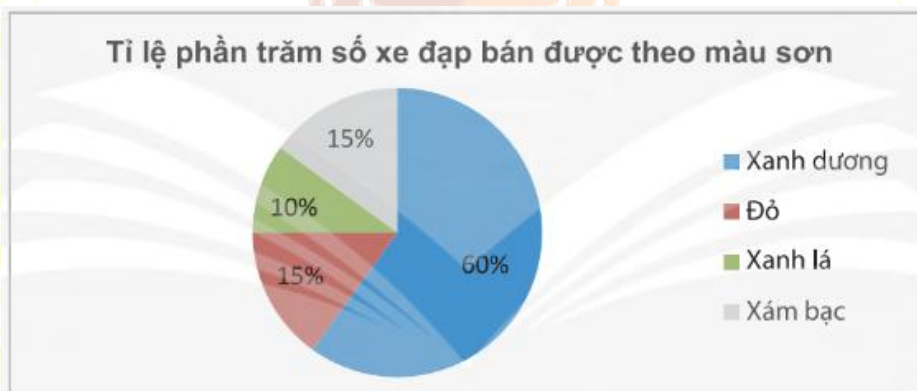
Bóng bàn	1	7
Cầu lông	4	4

**Bài 2:** Hãy phân tích bảng thống kê sau để tìm:

- Số học sinh bình quân trên một giáo viên
- Số học sinh bình quân trong một lớp.

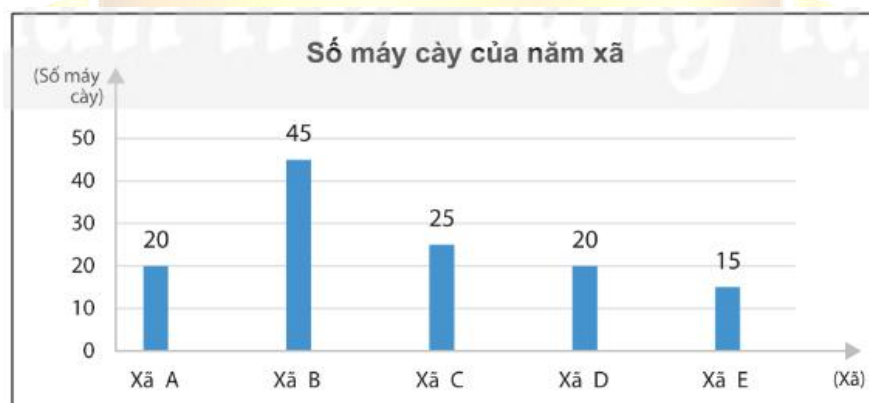


**Bài 3:** Quan sát biểu đồ tỉ lệ phần trăm số xe đạp một cửa hàng đã bán được theo màu sơn trong tháng sau đây:



Theo em, chủ cửa hàng nên đặt hàng thêm cho xe đạp màu gì?

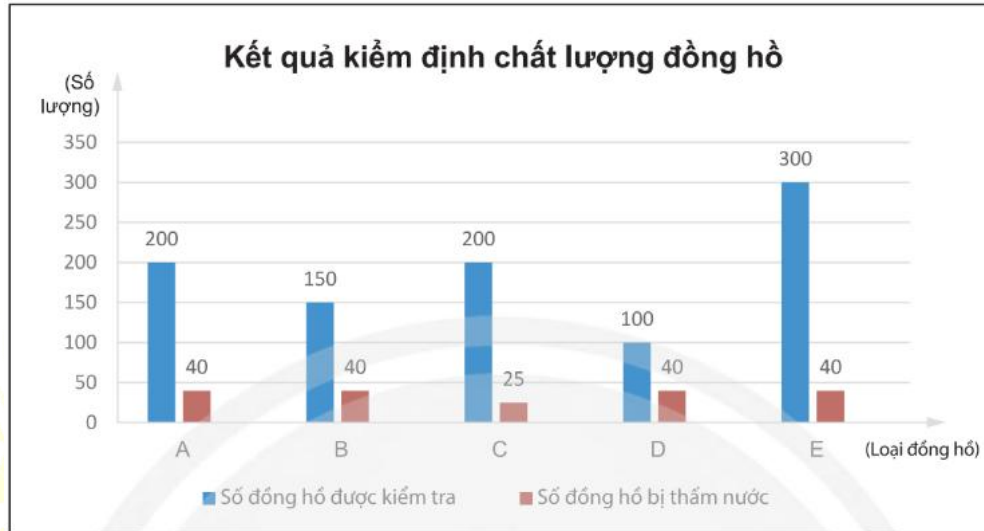
**Bài 4:** Đọc biểu đồ biểu diễn số máy cày có trong năm xã sau đây và trả lời các câu hỏi bên dưới.



a) Xã nào có nhiều máy cày nhất? Xã nào có ít máy cày nhất?

b) Trong tình huống những xã có trên 20 máy cày cần đầu tư một trạm bảo trì và sửa chữa riêng, theo em đó có thể là những xã nào?

**Bài 5:** Một số công ty sản xuất đồng hồ đeo tay quảng cáo rằng đồng hồ của họ chống thấm nước. Sau khi cơ quan kiểm định chất lượng kiểm tra, kết quả được công bố như biểu đồ sau:



Từ biểu đồ cột kép trên, hãy tính tỉ số giữa số đồng hồ bị thấm nước và số đồng hồ đem kiểm tra của mỗi loại đồng hồ và dự đoán loại đồng hồ nào chống thấm nước tốt nhất.

**Bài 6:** Kết quả thống kê phương tiện đi đến trường của học sinh trường trung học cơ sở Nguyễn Du như sau:

Phương tiện di chuyển	Số học sinh
Xe ô tô	☺ ☺
Xe đạp điện	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
Xe buýt	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
Xe đạp	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
Đi bộ	☺ ☺ ☺ ☺ ☺

(☺ = 10 học sinh)

Bãi đỗ xe cho học sinh hiện có sức chứa khoảng 100 xe. Theo em, nhà trường có cần bố trí thêm chỗ đỗ xe cho học sinh hay không?

**Bài 7:** Hãy phân tích dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau để tìm ngày có nhiệt độ chênh lệch nhiều nhất và ngày có nhiệt độ chênh lệch ít nhất giữa hai thành phố



**Bài 8:** Biểu đồ đoạn thẳng trong hình bên dưới biểu diễn số lượng lớp học ở cấp trung học cơ sở (THCS) của Việt Nam trong các năm 2015 - 2016, 2016 - 2017, 2017 - 2018, 2018 - 2019.

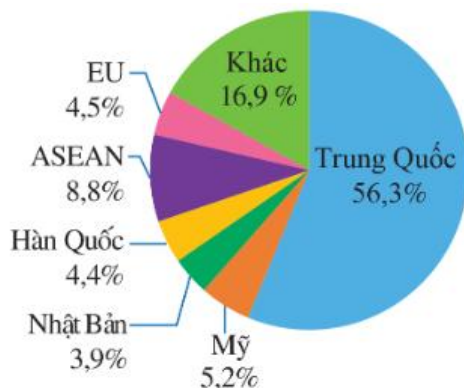


a) Lập bảng thống kê số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong các năm học đó theo mẫu sau:

Năm học	2015 - 2016	2016 - 2017	2017 - 2018	2018 - 2019
Số lớp học ở cấp THCS (nghìn lớp)	?	?	?	?

b) So với năm học 2015 - 2016, số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong năm học 2018 - 2019 đã tăng lên bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Bài 9:** Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên dưới biểu diễn cơ cấu thị trường xuất khẩu rau quả của Việt Nam năm 2020. Theo số liệu của Tổng cục Hải quan, kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong năm 2020 đạt 3,27 tỉ đô la Mỹ. Ở đây, kim ngạch xuất khẩu một loại hàng hóa là số tiền thu được khi xuất khẩu loại hàng hóa đó.

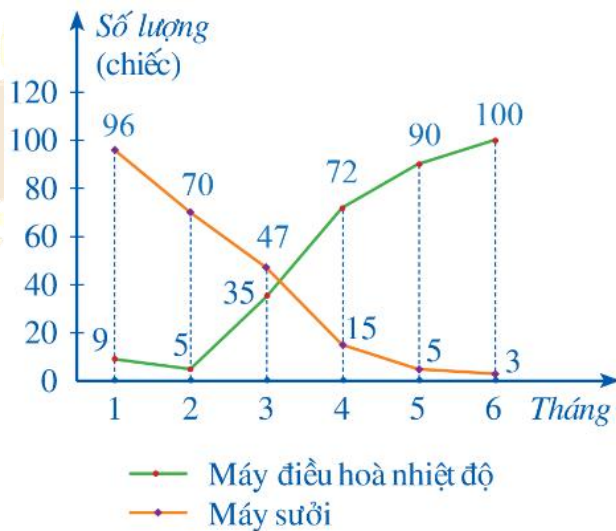


a) Lập bảng thống kê kim ngạch xuất khẩu rau quả của nước ta sang các thị trường đó trong năm 2020 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) theo mẫu sau:

Thị trường xuất khẩu	Trung Quốc	ASEAN	Mỹ	EU	Hàn Quốc	Nhật Bản	Khác
Kim ngạch xuất khẩu rau quả (triệu đô la Mỹ)	?	?	?	?	?	?	?

b) Kim ngạch xuất khẩu rau quả sang thị trường Trung Quốc nhiều hơn tổng kim ngạch xuất khẩu rau quả sang các thị trường còn lại là bao nhiêu triệu đô la Mỹ?

**Bài 10:** Biểu đồ đoạn thẳng ở hình bên dưới thống kê số lượng máy điều hòa nhiệt độ và máy sưởi bán được trong sáu tháng đầu năm của một cửa hàng kinh doanh.





a) Trong tháng 6, cửa hàng đó bán được loại máy nào nhiều hơn?

b) Phân tích xu thế về số lượng máy mỗi loại mà cửa hàng đó bán được. Tháng tiếp theo cửa hàng đó nên nhập nhiều loại máy nào?

**Bài 11:** Số lượng giỏ trái cây bán được trong màu hè vừa qua của sáu cửa hàng được biểu diễn trong biểu đồ sau:

Cửa hàng	Số giỏ trái cây bán được
Bốn Mùa	
Tươi Xanh	
Miệt Vườn	
Phù Sa	
Xanh Sạch	
Quả Ngọt	

( = 100 giỏ trái cây;  = 50 giỏ trái cây)

a) Trong tình huống những cửa hàng bán được dưới 200 giỏ trái cây buộc phải đóng cửa hoặc chuyển sang kinh doanh mặt hàng khác, em hãy cho biết đó có thể là cửa hàng nào.

b) Trong tình huống những cửa hàng bán được từ 200 giỏ trái cây trở lên dự định sẽ đầu tư xây một nhà kho bảo quản, em hãy cho biết đó có thể là cửa hàng nào.