LỜI MỞ ĐẦU

ĐẶC ĐIỂM CHUNG CỦA BỘ MÔN HÌNH HỌC

Kiến thức về bộ môn toán nói chung, bộ môn hình học nói riêng được xây dựng theo một hệ thống chặt chẽ: Từ Tiên đề đến Định nghĩa các Khái niệm – Định lý – và Hệ quả.

Đối với những bài toán thông thường, học sinh chỉ cần vận dụng một vài khái niệm, định lý, hệ quả để giải.

Đối với những bài toán khó, để xác định hướng giải (cũng như để giải được) học sinh cần nắm được không những hệ thống kiến thức (lý thuyết) mà còn cần nắm chắc cả hệ thống bài tập, để vận dụng chúng vào giải bài tập mới. Do đó để giải tốt các bài toán hình học, học sinh cần :

a/Nắm chắc hệ thống kiến thức về lý thuyết.

b/Nắm chắc hệ thống bài tập.

c/Biết cách khai thác giả thiết nhằm đọc hết những thông tin tiềm ẩn trong giả thiết, nắm chắc, nắm đầy đủ cái ta có, suy ra cái ta sẽ có (càng nhiều càng tốt). Từ đó giúp ta xây dựng hướng giải, vẽ được đường phụ cũng như giúp ta có thể giải được bài toán bằng nhiều cách. Nội dung ở cột **Hình vẽ, khai thác** ở bảng tổng hợp dưới đây nhằm giúp học sinh tập dượt suy ra cái ta sẽ có ở nội dung **Nếu có** ….. **Ta có** …..

d/*Biết cách tìm hiểu câu hỏi (kết luận) :*

+Nắm chắc các phương pháp chứng minh từng dạng toán (trong đó cần hết sức lưu ý định nghĩa các khái niệm)

+Biết đưa bài toán về trường hợp tương tự.

+Nắm được ý nghĩa của câu hỏi để có thể chuyển sang dạng tương đương. Ví dụ để chứng minh biểu thức M không phụ thuộc vị trí của cát tuyến d khi d quay quanh điểm O ta cần chứng minh M = hằng số.

Tài liệu này tổng hợp, hệ thống các khái niệm và định lý (trong phần hình học phẳng) trong chương trình hình học trung học cơ sở bằng cách tổng hợp tất cả các khái niệm, định lý (liên quan đến từng khái niệm) về một mối.

Trên cơ sở đó giúp học sinh ôn tập một cách tổng hợp các khái niệm, định lý để vận dụng vào giải toán.

Đề nghị các trường triển khai đến học sinh, giáo viên để nghiên cứu vận dụng.

Các khái niệm, định lý trong tài liệu này được chia ra các phần chính như sau:

1/ ĐƯỜNG THẲNG – ĐOẠN THẲNG – TIA – GÓC - QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN, ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU

2/ TAM GIÁC – TAM GIÁC CÂN – TAM GIÁC VUÔNG – TAM GIÁC VUÔNG CÂN – TAM GIÁC ĐỀU

3/ TỨ GIÁC – HÌNH THANG – HÌNH BÌNH HÀNH – HÌNH CHỮ NHẬT – HÌNH THOI – HÌNH VUÔNG – ĐA GIÁC.

4/ ĐƯỜNG TRÒN

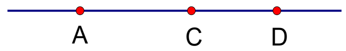
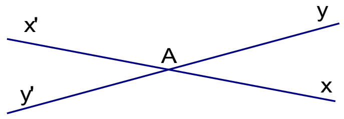
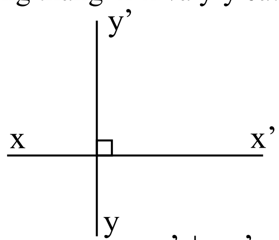
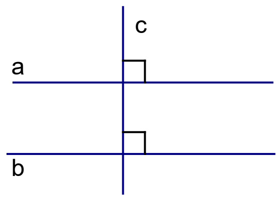
Nội dung tài liệu được thiết kế theo dạng bảng gồm 4 cột:

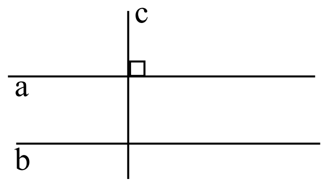
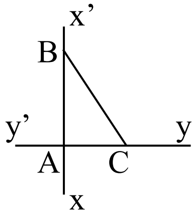
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Nêu tên khái niệm. Trong từng khái niệm có ghi chú khái niệm đó được học ở khối lớp nào trong chương trình hình học THCS để học sinh vận dụng phù hợp với khối lớp đang học.	Nêu định nghĩa khái niệm, các định lý, nhận xét liên quan đến khái niệm đó	-Hình vẽ minh họa. -Giúp học sinh tìm tòi, khai thác dưới dạng **Nếu có** ….. thì **ta có** 1), 2), 3) … để tăng thêm dữ liệu phục vụ cho giải bài toán liên quan đến khái niệm đó.	Nếu các cách chứng minh hình học. VD chứng minh hai đường thẳng song song …

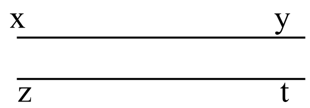
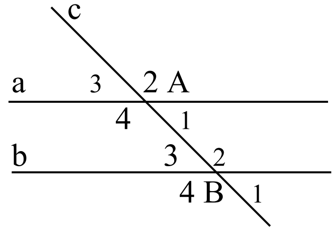
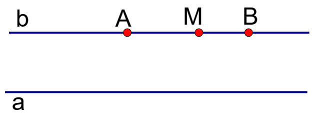
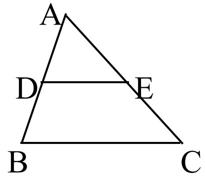
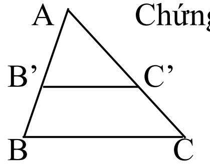
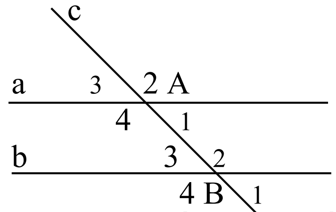
Đây chỉ là tài liệu tham khảo, rất mong sự đóng góp ý kiến của đội ngũ giáo viên để Phòng Giáo dục có thể điều chỉnh, hoàn thiện tài liệu này.

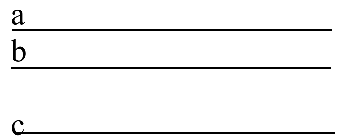
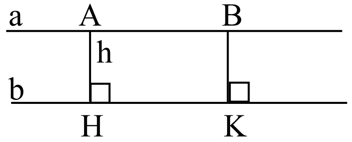
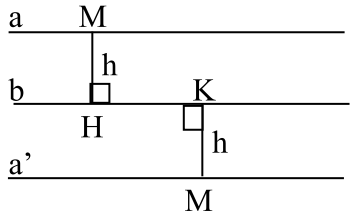
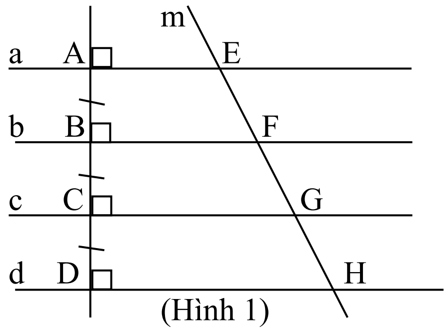
HỆ THỐNG CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN – ĐỊNH LÝ HÌNH HỌC
TRUNG HỌC CƠ SỞ (Phần hình học phẳng)

ĐIỂM - ĐƯỜNG THẲNG

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Điểm (HH6) **Đường thẳng** (HH6)	Dấu chấm nhỏ trên trang giấy là hình ảnh của điểm Sợi chỉ căng thẳng, mép bảng, … cho ta hình ảnh ***đường thẳng***. Đường thẳng không bị giới hạn về hai phía.	• A (điểm A)  Đường thẳng xy hay đường thẳng AB.	
Ba điểm thẳng hàng (HH6) **Đường thẳng đi qua hai điểm.** (HH6) **Hai đường thẳng trùng nhau** (HH6) **Hai đường thẳng cắt nhau** (HH6) **Hai đường thẳng vuông góc** (HH7) **Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba** (HH7)	Khi ba điểm A,C, D cùng thuộc một đường thẳng, ta nói chúng thẳng hàng. **Nhận xét:** Có một đường thẳng và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B. Theo hình (1) ở bên, các đường thẳng AD, CD trùng nhau. Hai đường thẳng chỉ có một điểm chung. **Định nghĩa:** Hai đường thẳng xx', yy' cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là ***hai đường thẳng vuông góc*** và được ký hiệu là xx' ⊥ yy'. **Tính chất:** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.	 (1) **Nếu có:** Ba điểm A, C, D thẳng hàng. **Ta có** ba điểm A, C, D cùng thuộc một đường thẳng.  Hai đường thẳng x'x và y'y cắt nhau tại A  xx' ⊥ yy'  **Nếu có:** a ⊥ c ; b ⊥ c **Ta có:** a // b	**1/ Chứng minh ba điểm A, C, D thẳng hàng.** **Cách 1:** Chứng minh: C là điểm nằm giữa và AC+CD=AD (HH6) **Cách 2:** Chứng minh ba điểm A, C, D cùng nằm trên một đường thẳng (đường thẳng AD đi qua C, tia phân giác của một góc …). (HH6) **Cách 3:** Chứng minh AC, AD cùng song song (hoặc cùng vuông góc) với một đường thẳng thứ ba. (HH7) **Cách 4:** Chứng minh $\widehat{ACD}=180^0$ (HH7) **Cách 5:** Chứng minh A, C, D cùng thuộc một tập hợp điểm là một đường thẳng (đường phân giác, đường trung trực, …). (HH7) **Cách 6:** Chứng minh CA, CD là hai tia phân giác của hai góc đối đỉnh. (HH7) **2/ Chứng minh hai đường thẳng vuông góc.** **Cách 1:** Một góc tạo thành bởi hai đường thẳng bằng 90^0. (HH7) **Cách 2: Tính chất:** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì chúng cũng vuông góc với đường thẳng kia. (HH7). VD:

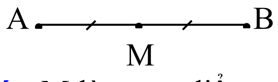
Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song (HH7)	**Tính chất:** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì chúng cũng vuông góc với đường thẳng kia.	 **Nếu có:** a // b ; c ⊥ a **Ta có:** c ⊥ b	**Bước 1:** Cm: a // b; **Bước 2:** Cm: c ⊥ a ; **Kết luận:** c ⊥ b **Cách 3:** Chứng minh tam giác vuông (HH7).Vd: Cm ΔABC vuông tại A suy ra x'x ⊥ y'y.  **Cách 4:** Chứng minh đường thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng, suy ra hai đường thẳng vuông góc. (HH7) **Cách 5:** Áp dụng tính chất tam giác cân: đường phân giác (đường trung tuyến) xuất phát từ đỉnh tam giác cân cũng là đường cao. (HH7) **Cách 6:** Áp dụng tính chất: đường phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau. (HH7) **Cách 7:** Chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật, suy ra hai đường thẳng vuông góc. (HH8) **Cách 8:** Chứng minh một tứ giác hình thoi, suy ra hai đường chéo vuông góc. (HH8) **Cách 9:** Áp dụng ĐL: Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy. (HH9) **Cách 10:** Áp dụng ĐL: Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung (HH9) **Cách 11:** Áp dụng ĐL: Tiếp tuyến của một đường tròn thì vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm. (HH9) **Cách 12:** Áp dụng ĐL: Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung, do đó đường nối tâm vuông góc với dây chung. (HH9)

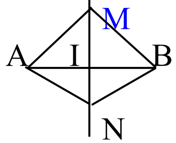
Hai đường thẳng song song (HH6)	**Định nghĩa:** Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.	 xy // zt	**Cách 13:** Áp dụng Hệ quả: Trong một đường tròn, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là một góc vuông rồi suy ra hai đường thẳng vuông góc. (HH9) **Chứng minh hai đường thẳng song song.** **Cách 1:** Ta chứng minh cặp góc so le trong bằng nhau. (HH7) **Cách 2:** Ta chứng minh cặp góc đồng vị bằng nhau. (HH7)
Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song (HH7)	Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì a và b song song với nhau.		**Cách 3:** Ta chứng minh cặp góc trong cùng phía bù nhau. (HH7) **Cách 4:** Hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba. (HH7) **Cách 5:** Áp dụng đường trung bình của tam giác. (HH8)
Tiên đề Ơ Clit về đường thẳng song song (HH7)	**Tiên đề Ơ Clit:** Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.	 a) Đường thẳng b đi qua M và song song với a là duy nhất. b) **Nếu có:** MA // a; MB // a **Ta có:** Hai đường thẳng MA và MB trùng nhau.	 **Bước1**: Cm: DA = DB **Bước 2:** Cm: EA = EC **KL :** DE //BC **Cách 6:** Áp dụng định lý Ta-lét đảo. (HH8)  Chứng minh: $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$ KL : B'C' //BC
Tính chất của hai đường thẳng song song (HH7)	**Tính chất:** Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì: a) Hai góc so le trong bằng nhau; b) Hai góc đồng vị bằng nhau; c) Hai góc trong cùng phía bù nhau.	 **Nếu có :** a // b; c cắt a tại A, cắt b tại B **Ta có:** $\hat{A}_1 = \hat{B}_3; \hat{A}_4 = \hat{B}_2$ (Vì là các cặp góc so le trong); $\hat{A}_1 = \hat{B}_1; \hat{A}_2 = \hat{B}_2; \hat{A}_3 = \hat{B}_3; \hat{A}_4 = \hat{B}_4$ (Vì là các cặp góc đồng vị) $\hat{A}_1 + \hat{B}_2 = 180^0; \hat{A}_4 + \hat{B}_3 = 180^0$ (Vì là các cặp góc trong cùng phía).	**Cách 7:** Chứng minh một tứ giác là hình bình hành (hình chữ nhật) rồi suy ra các cặp cạnh đối song song. (HH8)

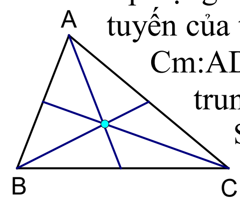
Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba (HH7)	Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.	 **Nếu có:** a // c ; b // c. **Ta có:** a // b	
Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song (HH8)	**-Định nghĩa:** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tùy ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia.	 AH = BK = h (h là khoảng cách giữa hai đường thẳng song song a và b)	
Các điểm cách đều một đường thẳng cho trước (HH8)	**-Tính chất của các điểm cách đều một đường thẳng cho trước:** Các điểm cách đường thẳng b một khoảng h nằm trên hai đường thẳng song song với b và cách b một khoảng bằng h. **Nhận xét:** Tập hợp các điểm cách một đường thẳng cố định một khoảng bằng h không đổi là hai đường thẳng song song với đường thẳng đó và cách đường thẳng đó một khoảng bằng h.	 *Tập hợp những điểm M* cách đường thẳng *cố định* b một khoảng *không đổi* bằng h là hai đường thẳng a, a’ song song với b và cách b một khoảng bằng h..	
Đường thẳng song song cách đều (HH8)	Các đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và khoảng cách giữa các đường thẳng a và b, b và c, c và d bằng nhau. Ta gọi chúng là các đường thẳng song song cách đều. **Định lý:** -Nếu các đường thẳng song song cách đều cắt một đường thẳng thì chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau. -Nếu các đường thẳng song song cắt một đường thẳng và chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau thì chúng song song cách đều.	 (Hình 1) **Nếu có:** a, b, c, d là các đường thẳng song song cách đều. Đường thẳng m cắt các đường thẳng a, b, c, d lần lượt tại E, F, G, H. **Ta có:** EF = FG = GH **Nếu có:** a, b, c, d là các đường thẳng song song; EF = FG = GH. **Ta có**: a, b, c, d là các đường thẳng song song cách đều.	**Chứng minh các đường thẳng song song cách đều.** (VD theo hình 1 ở bên). (HH8) **Bước 1:** Chứng minh: a, b, c, d là các đường thẳng song song. **Bước 2:** Chứng minh: EF = FG = GH **Kết luận** a, b, c, d là các đường thẳng song song cách đều.

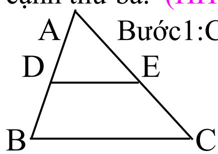
ĐOẠN THẲNG

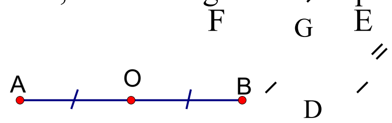
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Đoạn thẳng (HH6) **Độ dài đoạn thẳng** (HH6) **So sánh hai đoạn thẳng** (HH6) **Điểm nằm giữa hai điểm** (HH6)	**Định nghĩa:** Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B. -Nhận xét: Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số dương. -Ta có thể so sánh hai đoạn thẳng bằng cách so sánh độ dài của chúng. -Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì AM + MB = AB. Ngược lại, nếu AM + MB = AB thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B.	  **Nếu có:** Điểm M nằm giữa hai điểm A và B. **Ta có:** AM + MB = AB **Nếu có:** AM + MB = AB **Ta có:** Điểm M nằm giữa hai điểm A và B.	**Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau.** **Ta chứng minh:** **Cách 1:** Chứng minh M là trung điểm của AB, suy ra MA = MB (HH7) **Cách 2:** Chứng minh M nằm trên đường trung trực của AB, suy ra MA = MB. **Cách 3:** Chứng minh hai tam giác bằng nhau, suy ra hai cạnh tương ứng bằng nhau. (HH7) **Cách 4:** Chứng minh một tam giác là tam giác cân (tam giác đều), suy ra hai cạnh bằng nhau. (HH7). **Cách 5:** Áp dụng ĐL: Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba. (HH8) **Cách 6:** Chứng minh một tứ giác là hình bình hành (hình chữ nhật, hình thang cân, hình thoi, hình vuông) rồi suy ra các cạnh đối, hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường,(hai đường chéo bằng nhau, hai cạnh kề bằng nhau…) (HH8) **Cách 7:** So sánh hai đoạn thẳng đó với đoạn thẳng thứ ba. **Cách 8:** Áp dụng ĐL: Hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì điểm đó cách đều hai tiếp điểm. (HH9) **Cách 9:** AD ĐL: Trong một đường tròn: -Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm. -Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau. (HH9) **Cách 10:** Áp dụng ĐL: Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau, hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau. (HH9)

<table>
<tr>
<td>Trung điểm của đoạn thẳng (HH6)</td>
<td>Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A, B và cách đều A, B (MA = MB).
Trung điểm của đoạn thẳng AB còn được gọi là điểm chính giữa của đoạn thẳng AB.</td>
<td>

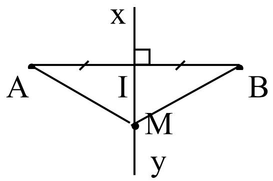
Nếu có: M là trung điểm của đoạn thẳng AB.
Ta có: $MA = MB = \frac{1}{2}AB$
M $\in$ đường trung trực của AB.
Hai điểm A, B đối xứng với nhau qua M</td>
<td>Chứng minh M là trung điểm của đoạn thẳng AB.
Cách 1: Chứng minh M nằm giữa A và B (thường có sẵn) và MA = MB. (HH7)
Cách 2: Áp dụng tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng. (HH7)


Bước 1:Cm: MA=MB
Bước 2:Cm: NA=NB
Suy ra: MN là đường trung trực của AB.
KL: I là trung điểm của AB.
Cách 3: Áp dụng tính chất ba đường trung tuyến của tam giác. (HH7) VD:


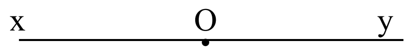
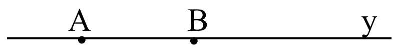
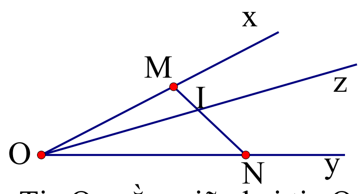
Cm:AD, BE là hai đường trung tuyến cắt nhau tại G. Suy ra CF đi qua G là đường trung tuyến thứ ba. Suy ra F là trung điểm của AB.
Cách 4: Áp dụng ĐL: Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba. (HH8)


Bước1:Cm:DA=DB;Bước 2: DE//BC
KL: EA = EC
Cách 5: Chứng minh một tứ giác là hình bình hành rồi suy ra hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. (HH8)
Cách 6: Áp dụng ĐL: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy. (HH9)
Cách 7: Áp dụng ĐL: Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung. (HH9)</td>
</tr>
<tr>
<td>Hai điểm đối xứng qua một điểm</td>
<td>Định nghĩa: Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm đó.</td>
<td>

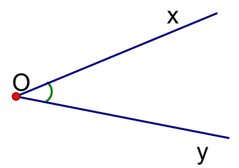
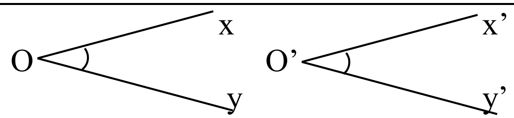
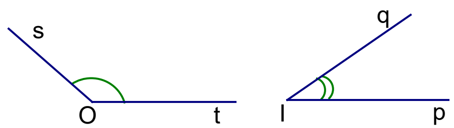
Nếu có: Hai điểm A, B đối xứng với nhau qua điểm O.
Ta có: M là trung điểm của đoạn thẳng AB.</td>
<td>Chứng minh hai điểm A, B đối xứng với nhau qua điểm O, ta chứng minh O là trung điểm của AB. (HH8)</td>
</tr>
</table>

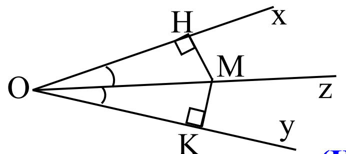
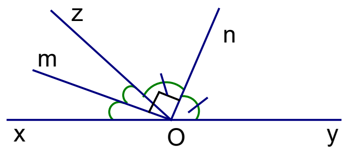
Đường trung trực của đoạn thẳng (HH7)	**Định nghĩa:** Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là ***đường trung trực*** của đoạn thẳng ấy. Khi đó ta cũng nói: Hai điểm A và B ***đối xứng*** với nhau qua đường thẳng xy. **-Định lý 1** (định lý thuận): Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó. **-Định lý 2** (định lý đảo): Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng thì đó. **Nhận xét:** Từ định lý thuận và định lý đảo, ta có: *Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trrung trực của đoạn thẳng đó.*	 **Nếu có:** xy là đường trung trực của đoạn thẳng AB. **Ta có:** xy $\perp$ AB IA = IB Hai điểm A và B *đối xứng* với nhau qua đường thẳng xy. Δ AMB là tam giác cân $\Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MBA}$; MI là đường phân giác của góc AMB. **Nếu có:** M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. **Ta có:** MA = MB. **Nếu có:** MA = MB **Ta có :** M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB.	**-Chứng minh đường thẳng xy là *đường trung trực* của đoạn thẳng AB**. Ta chứng minh: **Cách 1:** Dùng định nghĩa đường trung trực của đoạn thẳng. (HH7) Bước 1: IA = IB Bước 2: xy $\perp$ AB Kết luận. Hoặc: Bước 1: xy $\perp$ AB Bước 2: IA = IB Kết luận **Cách 2:** Áp dụng ĐL: Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng thì đó. **VD:** Chọn trên xy hai điểm M và N. Ta chứng minh: MA = MN ; NA = NB **Cách 3:** Áp dụng tính chất tam giác cân: Trong một tam giác cân, đường phân giác (đường trung tuyến, đường cao) ứng với cạnh đáy cũng là đường trung trực của cạnh đáy. (HH7) **Cách 4:** Áp dụng ĐL: Trong một đường tròn (HH9): -Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy. Hoặc: -Đường kính đi qua trung điểm của một dây thì vuông góc với dây ấy. **Cách 5:** Áp dụng ĐL: Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung. (HH9) **-Chứng minh hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng xy** Ta chứng minh xy là ***đường trung trực*** của đoạn thẳng AB. (HH7)

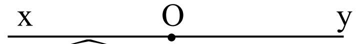
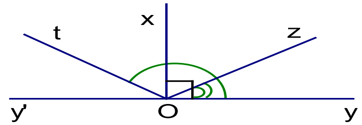
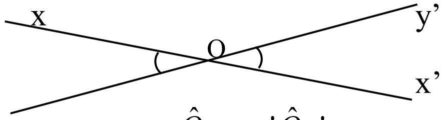
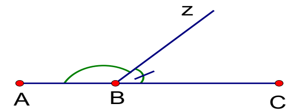
TIA

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tia (nửa đường thẳng) (HH6)	Trên đường thẳng xy ta lấy một điểm O. *Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O được gọi là một **tia** gốc O* (còn được gọi là một *nửa đường thẳng* gốc O).	 Trong hình trên ta có hai tia, tia Ox và tia Oy (tia Ox không bị giới hạn về phía x, tia Oy không bị giới hạn về phía y)	
Hai tia đối nhau (HH6)	Hai tia chung gốc Ox, Oy tạo thành đường thẳng xy được gọi là hai tia đối nhau. **Nhận xét:** Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.	Trong hình trên ta có hai tia Ox và tia Oy là hai tia đối nhau.	
Hai tia trùng nhau (HH6)	Trong hình bên: Tia Ay và tia AB là hai tia trùng nhau.		
Tia nằm giữa hai tia (HH6)	Cho ba tia Ox, Oy, Oz chung gốc. Lấy M bất kỳ trên tia Ox, N bất kỳ trên tia Oy (M, N đều không trùng với O). Tia Oz cắt đoạn thẳng MN tại một điểm I nằm giữa M và N, *ta nói tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.*	 Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy.	

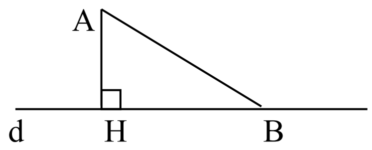
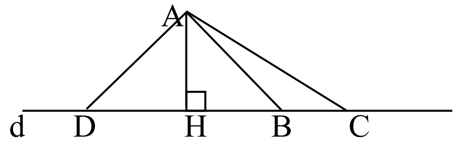
GÓC

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Góc (HH6)	Góc là hình gồm hai tia chung gốc. Gốc chung của hai tia là đỉnh của góc. Hai tia là hai cạnh của góc.	 O là đỉnh của góc $\widehat{xOy}$; Ox, Oy là hai cạnh của góc $\widehat{xOy}$.	
So sánh hai góc (HH6)	**-Hai góc bằng nhau** nếu số đo của chúng bằng nhau. **-Góc nào có số đo lớn hơn** thì lớn hơn	 $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'}$  $\widehat{sOt} > \widehat{qIp}$	**Chứng minh hai góc bằng nhau** **Cách 1:** Chứng minh hai góc có số đo bằng nhau. (HH6) **Cách 2:** Chứng minh tia phân giác của một góc rồi suy ra hai góc bằng nhau. (HH6) **Cách 3:** Dùng góc thứ ba thì làm trung gian. **Cách 4:** Hai góc cùng phụ (bù) với góc thứ ba thì bằng nhau. (HH6) **Cách 4:** Áp dụng ĐL: Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau. (HH7) **Cách 5:** Chứng minh hai tam giác bằng nhau rồi suy ra hai góc tương ứng bằng nhau. (HH7) **Cách 6:** Chứng minh một tam giác là tam giác cân rồi suy ra hai góc đáy bằng nhau. (HH7) **Cách 7:** Áp dụng tính chất tam giác cân: Trong một tam giác cân đường cao (đường trung tuyến) ứng với cạnh đáy cũng là đường phân giác của góc ở đỉnh. (HH7) **Cách 8:** Chứng minh hai đường thẳng song song rồi ruy ra các cặp góc so le trong (đồng vị) bằng nhau. (HH7)

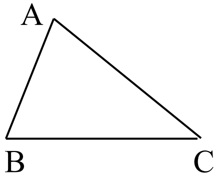
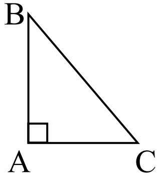
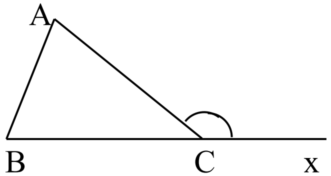
			Cách 9: Chứng minh hai góc cùng nhọn (cùng tù) có cạnh tương ứng song song. Suy ra chúng bằng nhau. (HH7) **Cách 10:** Chứng minh hai góc cùng nhọn (cùng tù) có cạnh tương ứng vuông góc. Suy ra chúng bằng nhau. (HH7) **Cách 11:** Chứng minh hai tam giác đồng dạng rồi suy ra hai góc tương ứng bằng nhau. (HH8) **Cách 12:** Chứng minh một tứ giác là hình bình hành (hình thang cân) rồi suy ra hai góc đối (hai góc kề một đáy) bằng nhau. **Cách 13:** Áp dụng Hệ quả: Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp cùng chắn một cung (hoặc chắn các cung bằng nhau) thì bằng nhau. (HH9)
Tia phân giác của góc (HH6) **Góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù** (HH7) **Tính chất tia phân giác của một góc** (HH7)	Tia phân giác của góc *là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.* **Định lý:** Góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù là một góc vuông. **1/ Định lý 1 (định lý thuận):** Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó.	 **(Hình 1)** **Nếu có:** Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ **Ta có:** Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy. Và $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$  **Nếu có:** Om, On là hai tia phân giác của hai góc kề bù xOz và zOy. (Hình 1 ở trên) **Ta có:** Om $\perp$ On **Nếu có:** Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$, M $\in$ Oz ; MH $\perp$ Ox, MK $\perp$ Oy.(Hình 1 ở trên) **Ta có:** MH = MK	**Chứng minh tia Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$** **Cách 1:** Dùng định nghĩa tia phân giác. (HH6) **Bước 1:** Cm: Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy (thường có sẵn). **Bước 2:** Cm: $\widehat{xOz} = \widehat{zOx}$ **- Kết luận** **Cách 2:** Áp dụng ĐL: Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó. (HH7). VD: **Bước 1:** Trên tia Oz lấy điểm M. Kẻ MH $\perp$ Ox; MK $\perp$ Oy **Bước 2:** Chứng minh MH = MK. **Suy ra** Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$. **Cách 3:** Áp dụng tính chất tam giác cân: Trong một tam giác cân, đường trung tuyến (đường cao, đường trung trực) ứng với cạnh đáy cũng là đường phân giác của góc ở đỉnh. (HH7) **Cách 4:** Áp dụng ĐL: Hai tiếp tuyến của

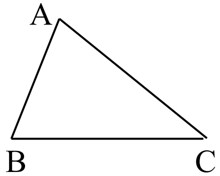
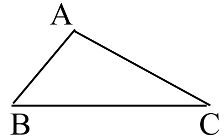
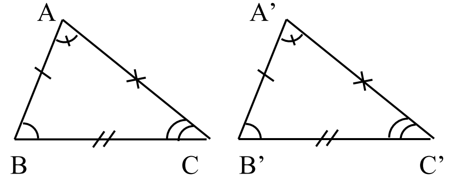
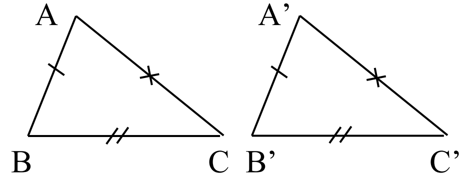
	2/ Định lý 2 (định lý đảo): Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó. **Nhận xét:** Từ định lý 1 và định lý 2, ta có: Tập hợp các điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó. (HH7)	**Nếu có:** MH $\perp$ Ox, MK $\perp$ Oy, MH = MK **Ta có:** Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ -Tập hợp các điểm M nằm bên trong một góc $\widehat{xOy}$ và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$.	một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì: -Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến. -Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm. (HH9)
Góc bẹt (HH6) **Góc vuông** (HH6) **Góc nhọn** (HH6) **Góc tù** (HH6) **Hai góc đối đỉnh** (HH7)	Góc bẹt *là góc có hai cạnh là hai tia đối nhau.* Góc vuông là góc có số đo bằng 90^0. Số đo của góc vuông còn được kí hiệu là 1v. Góc nhỏ hơn góc vuông gọi là góc nhọn. Góc lớn hơn góc vuông nhưng nhỏ hơn góc bẹt gọi là góc tù. -Hai góc đối đỉnh *là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.* **-Tính chất của hai góc đối đỉnh:** Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.	 $\widehat{xOy} = 180^0 = 2v$  $\widehat{xOy} = 90^0 = 1v$; $\widehat{yOz}$ là góc nhọn; $\widehat{yOt}$ là góc tù.  $x\hat{O}y = x'\hat{O}y'$	**Chứng minh $\widehat{ABC}$ là góc bẹt**, ta chứng minh $\widehat{ABC} = 180^0$ hay $\widehat{ABz} + \widehat{zBC} = 180^0$ (HH6) 

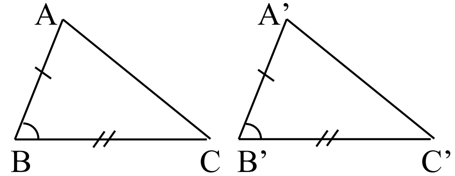
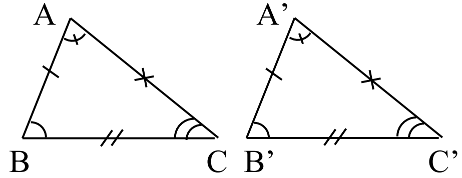
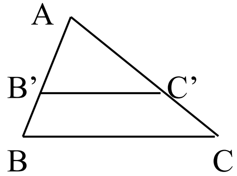
QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN, ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU

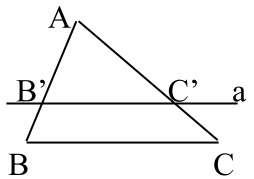
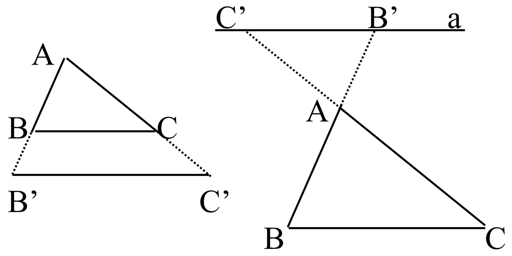
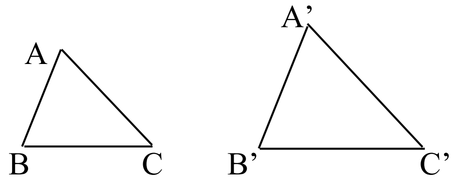
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Đường vuông góc, đường xiên, hình chiếu (HH7)	Từ điểm A không nằm trên đường thẳng d, kẻ một đường thẳng vuông góc với d tại H. Trên d lấy điểm B không trùng với H. Khi đó: -Đoạn thẳng AH gọi là *đoạn vuông góc* hay *đường vuông góc* kẻ từ điểm A đến đường thẳng d; -Điểm H gọi là hình chiếu của điểm A trên đường thẳng d. -Đoạn thẳng AB gọi là một *đường xiên* kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.		
Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên (HH7)	**Định lý 1:** Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất. **Định lý 2:** Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó: a) Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn; b) Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn; c) Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau, và ngược lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.	**Nếu có:** $AH \perp d$; AB là đường xiên **Ta có:** $AH < AB$; ($AH < AC$; $AH < AD$) Cho $AH \perp d$; HB, HC, HD lần lượt là hình chiếu của các đường xiên AB, AC, AD. $AC > AD$. **Nếu có:** $HC > HD$ **Ta có:** $AC > AD$ **Nếu có:** $AC > AD$ **Ta có:** $HC > HD$ **Nếu có:** $AB = AD$ **Ta có:** $HB = HD$ và ngược lại **Nếu có:** $HB = HD$. **Ta có:** $AB = AD$	**Chứng minh một đoạn thẳng lớn đoạn thẳng kia (bất đẳng thức)** Áp dụng quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên; đường xiên và hình chiếu của chúng.

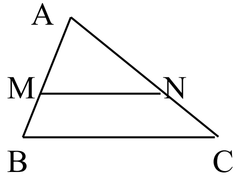
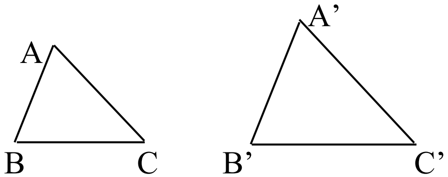
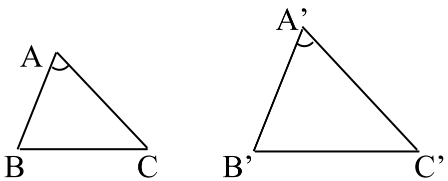
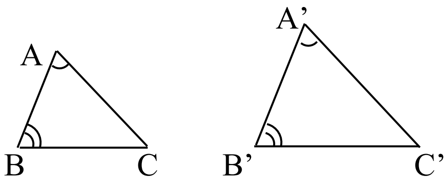
TAM GIÁC

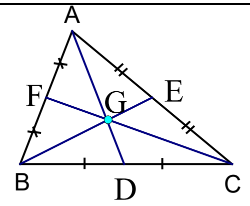
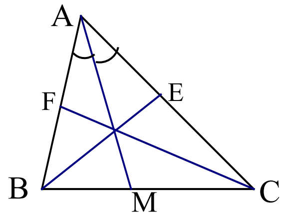
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tổng ba góc của một tam giác (HH7) **Áp dụng vào tam giác vuông** (HH7)	Tổng ba góc của một tam giác bằng 180^0 Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.	  Cho ΔABC. **Ta có:** $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^0$ $\Rightarrow \hat{A}=180^0-(\hat{B}+\hat{C})$; $\hat{B}=180^0-(\hat{A}+\hat{C})$; $\hat{C}=180^0-(\hat{A}+\hat{B})$ **Chú ý:** Trong một tam giác, biết số đo hai góc ta tính được số đo của góc còn lại bằng cách lấy 180^0 trừ đi tổng số đo hai góc kia. **Cho ΔABC vuông tại A. Ta có:** $\hat{B}+\hat{C}=90^0$ $\Rightarrow \hat{B}=90^0-\hat{C}$; $\hat{C}=90^0-\hat{B}$	
Góc ngoài của tam giác (HH7) **Tính chất góc ngoài của tam giác** (HH7)	**Định nghĩa:** Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy. **Định lý:** Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng của hai góc trong không kề với nó.	 **Nếu có:** $\widehat{ACx}$ là góc ngoài tại đỉnh C của ΔABC. **Ta có:** $\widehat{ACx}=\widehat{CAB}+\widehat{CBA}$ $\Rightarrow \widehat{CBA}=\widehat{ACx}-\widehat{CAB}$ $\widehat{CAB}=\widehat{ACx}-\widehat{CBA}$ **-Nhận xét:** Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó. **Ta có:** $\widehat{ACx}>\hat{A}$; $\widehat{ACx}>\hat{B}$ **Chú ý:** Áp dụng vào chứng minh hai góc bằng nhau, chứng minh bất đẳng thức.	

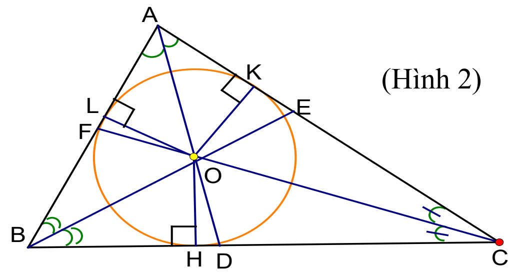
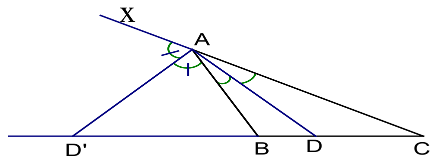
Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác (HH7) **Bất đẳng thức tam giác** (HH7)	**Định lý 1:** Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn. **Định lý 2:** Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn. **Định lý:** Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kỳ bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại. **Hệ quả của bất đẳng thức tam giác:** Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kỳ bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại. **Tổng quát:** Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh còn lại.	 **Nếu có:** BC > AB, **thì ta có:** $\hat{A} > \hat{C}$ **Nếu có:** $\hat{A} > \hat{C}$, **thì ta có:** BC > AB  **Nếu có:** ΔABC và AB < AC < BC **Ta có:** AC – AB < BC < AB + AC BC - AC < AB < AC + BC BC - BA < AC < BC + BA **Chú ý:** Áp dụng vào chứng minh bất đẳng thức.	**Chứng minh bất đẳng thức trong tam giác.** **1/ Chứng minh góc lớn hơn** Ta áp dụng các định lý về góc ngoài của tam giác, quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác. **2/ Chứng minh cạnh (đoạn thẳng) lớn hơn** Ta áp dụng các định lý về quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên; Định lý và hệ quả của bất đẳng thức trong tam giác. **Chú ý:** Để chứng minh bất đẳng thức ta cần sử dụng phối hợp tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng; liên hệ giữa thứ tự và phép nhân để biến đổi. (Đại số 8)
Hai tam giác bằng nhau (HH7) **Ba trường hợp bằng nhau của hai tam giác** (HH7)	**Định nghĩa:** Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau. **1/ Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác cạnh – cạnh – cạnh (c-c-c)** Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.	 ΔABC = ΔA'B'C' ⇔ AB=A'B'; AC=A'C'; BC=B'C' $\hat{A} = \hat{A}'; \hat{B} = \hat{B}'; \hat{C} = \hat{C}'$ **Chú ý:** Chứng minh hai tam giác bằng nhau để từ đó suy ra các cặp cạnh, cặp góc tương ứng bằng nhau.  Xét hai tam giác ABC và A'B'C' **Nếu có:** AB=A'B'; AC=A'C'; BC=B'C' **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C' (c-c-c)	**Chứng minh hai tam giác bằng nhau** **Cách 1:** Áp dụng trường hợp thứ nhất (c–c–c) **Cách 2:** Áp dụng trường hợp thứ hai (c–g–c) **Cách 3:** Áp dụng trường hợp thứ ba (g–c–g)

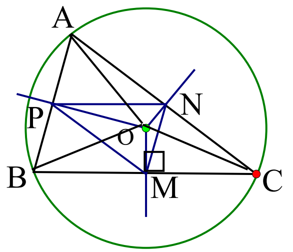
	2/ Trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác cạnh – góc – cạnh (c-g-c) Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau. **3/ Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác góc – cạnh – góc (g-c-g)** Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.	 Xét hai tam giác ABC và A'B'C' **Nếu có:** AB=A'B'; $\hat{B} = \hat{B}'$; BC=B'C' **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C' (c-g-c)  Xét hai tam giác ABC và A'B'C' **Nếu có:** $\hat{B} = \hat{B}'$; BC=B'C'; $\hat{C} = \hat{C}'$ **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C' (g-c-g)	
Đoạn thẳng tỉ lệ **Đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại** (HH8) **Đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ** (HH8)	**Định nghĩa:** Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng A'B' và C'D' nếu có tỉ lệ thức: $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$ **Định lý Ta-lét:** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ. **Định lý Ta-lét đảo:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.	 **Nếu có:** ΔABC, B'C'//BC (B'$\in$AB, C'$\in$AC); **Ta có:** $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$; $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$; $\frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$ **Nếu có:** ΔABC, B'$\in$AB, C'$\in$AC, $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$. **Ta có:** B'C'//BC **Chú ý:** Áp dụng Định lý Ta-lét đảo vào chứng minh hai đường thẳng song song.	

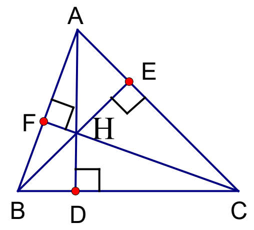
Đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại (HH8)	**Hệ quả của Định lý Ta-lét:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho. **Chú ý:** Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng a song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.	 **Nếu có:** ΔABC, B'C'//BC (B'$\in$AB, C'$\in$AC). **Ta có:** $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$  	
Tam giác đồng dạng (HH8)	**Định nghĩa tam giác đồng dạng:** Tam giác A'B'C' gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu: $\hat{A}'=\hat{A};\hat{B}'=\hat{B};\hat{C}'=\hat{C}$ $\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$	 $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC \Leftrightarrow$ $\hat{A}'=\hat{A};\hat{B}'=\hat{B};\hat{C}'=\hat{C}$ $\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$ **Chú ý:** -Áp dụng định lý Ta-lét (hệ quả) để lập các tỉ lệ thức rồi vận dụng vào tính độ lớn của một cạnh (đoạn thẳng). -Áp dụng tam giác đồng dạng vào: a) Chứng minh các cặp góc bằng nhau. b) Lập các tỉ lệ thức rồi vận dụng vào tính độ lớn của một cạnh (đoạn thẳng).	**Chứng minh hai tam giác đồng dạng** **Cách 1:** Áp dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất của hai tam giác. **Cách 2:** Áp dụng trường hợp đồng dạng thứ hai của hai tam. **Cách 3:** Áp dụng trường hợp đồng dạng thứ ba của hai tam giác.

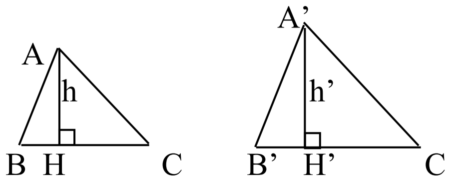
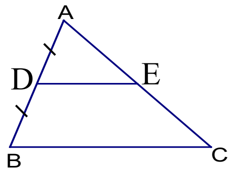
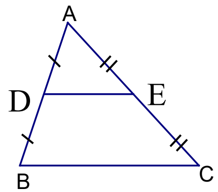
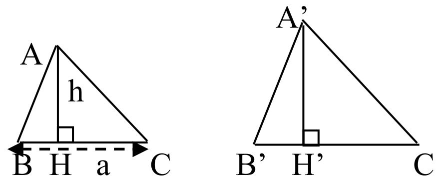
Đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại (HH8)	**Định lý:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.	 **Nếu có:** ΔABC, MN//BC ($M \in AB$, $N \in AC$) **Ta có:** $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$	
Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác (HH8)	**1/ Trường hợp đồng dạng thứ nhất** **Định lý:** Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng. **2/ Trường hợp đồng dạng thứ hai** **Định lý:** Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng. **3/ Trường hợp đồng dạng thứ ba** **Định lý:** Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.	 **Nếu có:** $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ **Ta có:** $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$  **Nếu có:** $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$; $\hat{A}' = \hat{A}$ **Ta có:** $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$  **Nếu có:** $\hat{A} = \hat{A}'$; $\hat{B} = \hat{B}'$ **Ta có:** $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$	

Đường trung tuyến của tam giác (HH7) **Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác** (HH7)	**Định nghĩa:** Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là *đường trung tuyến của tam giác ABC*. Mỗi tam giác có 3 đường trung tuyến. **Định lý:** Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy. Điểm này gọi là ***trọng tâm*** của tam giác.	 **Nếu có:** ΔABC; AD, BE, CF là ba đường trung tuyến. **Ta có:** a) Ba đường trung tuyến cùng đi qua một điểm G (ba đường trung tuyến đồng quy tại G). G là trọng tâm của ΔABC. b) $\frac{AG}{AD}=\frac{BG}{BE}=\frac{CG}{CF}=\frac{2}{3}$ Hay $AG=\frac{2}{3}AD; BG=\frac{2}{3}BE; CG=\frac{2}{3}CF$ Hay AG = 2GD; BG = 2GE; CG = 2GF. c) **Nếu có:** ΔABC; AD, BE là hai đường trung tuyến cắt nhau tại G. **Ta có:** CF đi qua G là đường trung tuyến thứ ba của ΔABC. Khi đó ta suy ra F là trung điểm của AB.	**Chứng minh đường trung tuyến của tam giác** **Cách 1:** Chứng minh đó là đoạn thẳng nối từ đỉnh đến trung điểm cạnh đối diện (theo định nghĩa). (HH7) **Cách 2:** Chứng minh đó là đoạn thẳng nối từ đỉnh đến cạnh đối diện và đi qua giao điểm của hai đường trung tuyến kia. (HH7) **Chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác** Ta chứng minh điểm đó là giao điểm hai đường trung tuyến của tam giác.
Đường phân giác của tam giác (HH7)	**Định nghĩa:** Trong tam giác ABC, tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm M, khi đó đoạn thẳng AM được gọi là *đường phân giác*. Mỗi tam giác có 3 đường phân giác. **(Hình 1)**	 **(Hình 1)**	**Chứng minh AD là đường phân giác của tam giác ABC. (Hình 2)** **Cách 1:** Cm: AD là tia phân giác của góc A (HH7) **Cách 2:** Trên AD lấy một điểm O. Kẻ $OL \perp AB$; $OK \perp AC$. Chứng minh OL = OK, rồi kết luận AD là đường phân giác của ΔABC. (HH7) **Cách 3:** Chứng minh AD đi qua giao điểm hai đường phân giác của góc B và C. (Khi đó AD là đường phân giác thứ ba).

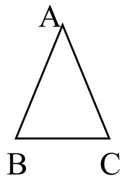
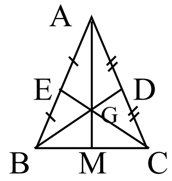
Tính chất ba đường phân giác của tam giác (HH7)	Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó (HH7) **và là tâm đường tròn nội tiếp tam giác** (HH9)	 (Hình 2) **Nếu có:** ΔABC; AD, BE, CF là ba đường phân giác. **Ta có:** a) Ba đường phân giác cùng đi qua một điểm O (ba đường phân giác đồng quy tại O). b) Nếu hai đường phân giác của các góc B và C cắt nhau tại O, thì AD đi qua O là đường phân giác của góc A. c) O cách đều ba cạnh của tam giác. Tức là, nếu từ O kẻ $OH \perp BC$, $OK \perp AC$, $OL \perp AB$, thì ta có: OH=OK=OL (HH7) d) O là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC (HH9)	**Chứng minh một điểm cách đều ba cạnh của một tam giác** (HH7) **(là tâm đường tròn nội tiếp tam giác** (HH9)**)** Ta chứng minh điểm đó là giao điểm hai đường phân giác trong của tam giác.
Tính chất đường phân giác của tam giác (HH8)	**-Tính chất đường phân giác của tam giác** **Định lý:** Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng với hai cạnh kề hai đoạn ấy. (HH8)	 **Nếu có:** ΔABC**,** AD là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ ($D \in BC$), AD' là tia phân giác của góc ngoài $\widehat{BAx}$ của ΔABC ($D' \in BC$). **Ta có:** a) $\dfrac{DB}{DC}=\dfrac{D'B}{D'C}=\dfrac{AB}{AC}$ b) $AE \perp AD$ (góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù là một góc vuông) **Chú ý:** Áp dụng tính chất tia phân giác của một góc để lập tỉ lệ thức vận dụng vào tính độ lớn của đoạn thẳng, CM hai tam giác đồng dạng.	

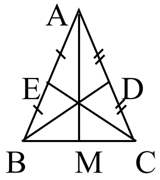
Đường trung trực của tam giác (HH7)	**Định nghĩa:** Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là đường trung trực của tam giác đó. Mỗi tam giác có 3 đường trung trực. **Tính chất ba đường trung trực của tam giác:** **Định lý:** Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó **và là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác.** (HH7)	 **Nếu có:** ΔABC và ba đường trung trực ứng với ba cạnh của tam giác (hình trên). **Ta có:** **a)** Ba đường trung trực của tam giác ABC cùng đi qua một điểm O (ba đường trung trực đồng quy tại O) . (HH7) **b)** O cách đều ba đỉnh của tam giác. Tức là ta có O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC**;** OA = OB = OC. (HH7) **c)** MB = MC, $OM \perp BC$ (vì OM là đường trung trực của BC); NA = NC, $ON \perp AC$(vì ON là đường trung trực của AC); PA = PB, $OP \perp AB$ (vì OP là đường trung trực của AB) (HH7) **d)** Các tam giác AOC, AOB, AOC là các tam giác cân (vì có hai cạnh bằng nhau) (HH7) **e)** Các đoạn thẳng MN, MP, NP là đường trung bình của tam giác ABC (HH8). Khi đó ta cũng có: MN//AB; MN = $\frac{1}{2}AB$ MP//AC; MP = $\frac{1}{2}AC$; NP//BC;NP= $\frac{1}{2}BC$ **f)** $PO \perp MN$ (vì MN//AB $\Rightarrow$ $PO \perp AB$ thì $PO \perp MN$) PO cắt MN tại K thì PK là đường cao của ΔPMN. Tương tự: $NO \perp PM$, $MO \perp PN$.	

Đường cao của tam giác (HH7)	**Định nghĩa:** Trong một tam giác, đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là ***đường cao*** của tam giác đó. **Tính chất ba đường cao của tam giác** **Định lý:** Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó gọi là ***trực tâm*** của tam giác (HH7)	 **1/ Nếu có:** ΔABC và ba đường cao AD, BE, CF (hình trên). **Ta có:** **a)** Ba đường cao của tam giác ABC cùng đi qua một điểm H (ba đường cao đồng quy tại H). H là trực tâm của tam giác. (HH7) **b)** Các cặp góc đối đỉnh bằng nhau. VD: $A\hat{H}E = B\hat{H}D$; … (HH7). **c)** Các tam giác vuông. ΔADC; $\widehat{DAC} + \widehat{DCA} = 90^0$ … **d)** $\widehat{BCF} = \widehat{BAD}; \widehat{CAD} = \widehat{CBE}; \widehat{ACF} = \widehat{ABE}$ (hai góc cùng nhọn có cạnh tương ứng vuông góc). **e)** Các cặp tam giác đồng dạng. VD: $\Delta BDA \backsim \Delta BFC$, … **f)** Các tứ giác nội tiếp. VD: BFEC; BFHD, … (HH9) **2/ Nếu có:** ΔABC và hai đường cao BE, CF. **Ta có:** AD là đường cao thứ ba của ΔABC, khi đó ta có: AD $\perp$ BC. (HH7) **Chú ý:** Áp dụng tính chất này để chứng minh đường cao của tam giác, chứng minh hai đường thẳng vuông góc.	**Chứng minh đường cao của tam giác** **Cách 1:** Chứng minh đoạn thẳng nối đỉnh với cạnh đối diện vuông góc với cạnh đối diện này. **Cách 2:** Chứng minh đoạn thẳng nối đỉnh với cạnh đối diện đi qua giao điểm của hai đường cao kia (đó là đường cao thứ ba). **Chứng minh một điểm là trực tâm của tam giác.** Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường cao của tam giác.

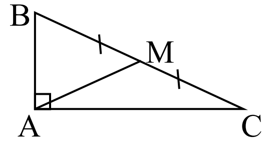
Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng (HH8)	**Định lý:** Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng. $$\frac{A'H'}{AH}=\frac{h'}{h}=\frac{A'B'}{AB}=k$$ **Chú ý:** Áp dụng vào việc tính độ lớn của đường cao hoặc cạnh của tam giác.	 .	
Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai (HH8) **Đường trung bình của tam giác** (HH8)	**Định lý 1:** Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba. **Định nghĩa:** ***Đường trung bình*** của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác. **Định lý 2:** Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.	 **Nếu có:** DA=DB và DE//BC. **Ta có:**EA=EC  **Nếu có:** DA = DB và EA = EC. **Ta có:** DE là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow$ DE //BC; DE = $\frac{1}{2}$BC	**Chứng minh một đoạn thẳng là đường trung bình của tam giác** Ta chứng minh đoạn thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh của tam giác.
Diện tích tam giác (HH8) **Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng** (HH8)	**Diện tích** tam giác bằng nửa tích của một cạnh với chiều cao tương ứng với cạnh đó: $$S=\frac{1}{2}BC.AH=\frac{1}{2}ah$$ **Định lý:** Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.	 **Nếu có:** ΔA'B'C' $\backsim$ ΔABC. Gọi S'là diện tích của ΔA'B'C', S là diện tích của ΔABC. Gọi p' là nửa chu vi của ΔA'B'C', p là nửa chu vi của ΔABC. **Ta có:** $\frac{S'}{S}=(\frac{A'B'}{AB})^2=k^2;\frac{p'}{p}=\frac{A'B'}{AB}=k$	

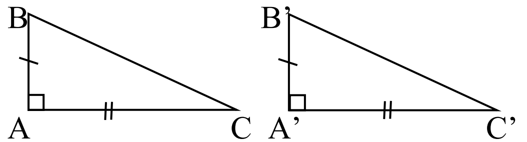
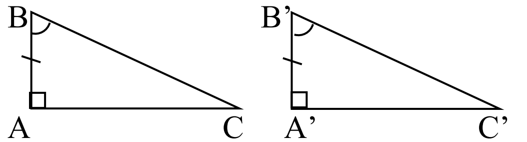
TAM GIÁC CÂN

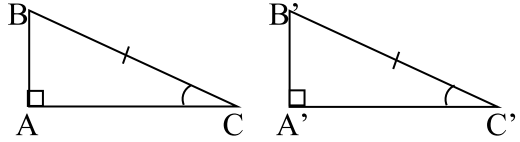
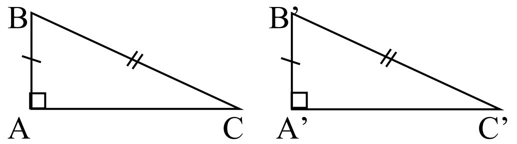
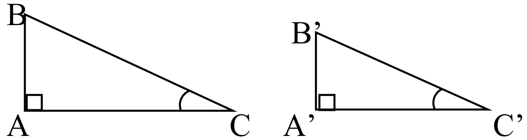
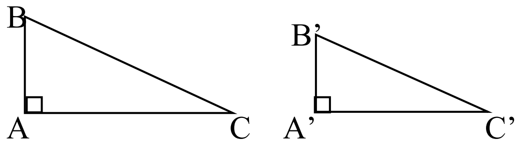
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tam giác cân (HH7)	**Định nghĩa:** Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.	 ΔABC cân tại A; AB, AC là các cạnh bên, BC là cạnh đáy; $\hat{B}$ và $\hat{C}$ là góc đáy; $\hat{A}$ là góc ở đỉnh.	**Chứng minh một tam giác là tam giác cân** **Cách 1:** Ta chứng minh tam giác đó có hai cạnh bằng nhau. **Cách 2:** Ta chứng minh tam giác đó có hai góc đáy bằng nhau. **Cách 3:** Ta chứng minh hai trong bốn loại đường (đường trung tuyến, đường phân giác, đường cao cùng xuất phát từ một đỉnh và đường trung trực ứng với cạnh đối diện của đỉnh này) trùng nhau thì tam giác đó là một tam giác cân.
Tính chất tam giác cân (HH7)	**Tính chất của tam giác cân:** **Định lý 1:** Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau. **Định lý 2:** Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.	 **1/ Nếu có:** ΔABC là tam giác cân tại A. Đường phân giác AM. BD là đường trung tuyến ứng với cạnh AC, BD là đường trung tuyến ứng với cạnh AC.	**Cách 4:** Ta chứng minh hai đường trung tuyến bằng nhau ứng với hai cạnh bên. **Cách 5:** Ta chứng minh hai đường cao (xuất phát từ các đỉnh của hai góc nhọn) bằng nhau.
Đường phân giác của tam giác cân (HH7)	**Tính chất:** Trong một tam giác cân, đường phân giác xuất phát từ đỉnh đối diện với đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy.	**Ta có:** a) AB = AC (theo ĐN tam giác cân hay theo **gt** khi giải toán) b) $\hat{B} = \hat{C}$ (theo tính chất tam giác cân)	
Đường trung tuyến của tam giác cân (HH7)	**Định lý** (BT 26, trang 67 HH7): Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau. **Định lý đảo:** Nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân. **Định lý** (BT 52, HH7, 79): Nếu tam giác có *một đường trung tuyến* đồng thời là *đường trung trực* ứng với cùng một cạnh thì tam giác đó là tam giác cân.	c) Đường phân giác AM cũng là đường trung tuyến (Trong một tam giác cân, đường phân giác xuất phát từ đỉnh đối diện với đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy). d) A nằm trên đường trung trực x'x của BC. (theo ĐL: Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng thì đó) (HH7).	
Đường trung trực của tam giác cân (HH7)	**Tính chất:** Trong một tam giác cân, đường trung trực ứng với cạnh đáy đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến, và	e) AM là đường trung trực đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến, và đường cao cùng xuất phát từ đỉnh A.	

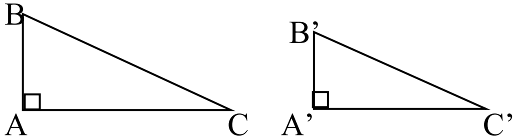
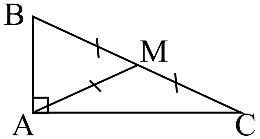
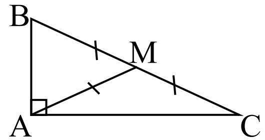
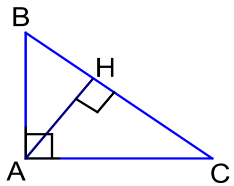
	đường cao cùng xuất phát từ đỉnh đối diện với cạnh đó. **Nhận xét:** Trong một tam giác, nếu hai trong bốn loại đường (đường trung tuyến, đường phân giác, đường cao cùng xuất phát từ một đỉnh và đường trung trực ứng với cạnh đối diện của đỉnh này) trùng nhau thì tam giác đó là một tam giác cân.	g) BD = CE (Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau. **2/**  **a) Nếu** ΔABC **có** $\hat{B} = \hat{C}$ **Ta có:** ΔABC cân tại A **b) Nếu** ΔABC **có** các đường trung tuyến BD và CE bằng nhau. **Ta có:** ΔABC cân tại A **c) Nếu** ΔABC **có** đường phân giác AM cũng là đường trung tuyến. **Ta có:** ΔABC cân tại A **d) Nếu** ΔABC **có** đường trung tuyến AM cũng là đường cao. **Ta có:** ΔABC cân tại A.	

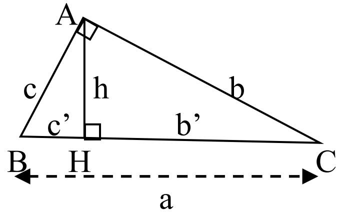
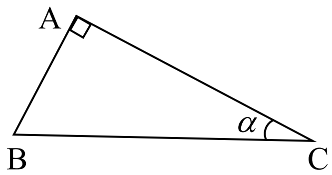
TAM GIÁC VUÔNG

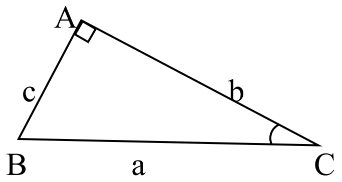
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tam giác vuông (HH7)	**Định nghĩa:** Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông. **Định lý:** Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau. **Định lý Py-ta-go:** Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.	 ΔABC vuông tại A. BC là cạnh huyền; AB, AC là các cạnh góc vuông. **Nếu có:** ΔABC vuông tại A. AM là đường trung tuyến (theo hình trên). **Ta có:** a) $\hat{B}+\hat{C}=90^0$ (Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau) (HH7) b) $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (ĐL Py-ta-go) (HH7)	**Chứng minh một tam giác là tam giác vuông** **Cách 1:** Ta chứng minh tam giác đó có 1 góc bằng 1v. **Cách 2:** Ta chứng minh tam giác đó có tổng 2 góc bằng 1v. **Cách 3:** Ta chứng minh bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia (Định lý Py-ta-go đảo) **Cách 4:** Ta chứng minh đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy.

	Định lý Py-ta-go đảo: Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.	$\Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2$; $AC^2 = BC^2 - AB^2$ **Chú ý:** Áp dụng ĐL Py-ta-go vào việc tính độ lớn một cạnh của tam giác vuông khi biết hai cạnh kia. c) Cạnh huyền BC là cạnh lớn nhất (vì BC là đường xiên) (HH7) d) M là trung điểm của BC (MB = MC) e) AM $=\frac{1}{2}$BC (trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền) (HH8) Suy ra các tam giác MAB, MAC là các tam giác cân tại M. Suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}; \widehat{MAC} = \widehat{MCA}$ g) Tam giác vuông ABC nội tiếp đường tròn, đường kính BC, tâm là trung điểm của BC. (HH9)	
Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông (HH7)	**Từ trường hợp bằng nhau c-g-c của hai tam giác, ta có các hệ quả:** **Hệ quả:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau. **Từ trường hợp bằng nhau g-c-g của hai tam giác, ta có các hệ quả:** **Hệ quả 1:** Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.	 Xét hai tam vuông ABC và A'B'C' vuông tại A và A'. **Nếu có:** AB = A'B' và AC = A'C' **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C'  Xét hai tam vuông ABC và A'B'C' vuông tại A và A'. **Nếu có:** AB = A'B' và $\hat{B} = \hat{B}'$ **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C'	Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau: **Cách 1:** Áp dụng các trường hợp bằng nhau g-c-g, c-g-c của hai tam giác vào tam giác vuông (ba hệ quả). **Cách 2:** Áp dụng trường hợp bằng nhau về cạnh huyền và cạnh góc vuông.

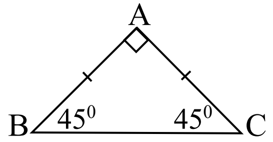
	Hệ quả 2: Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau. **Trường hợp bằng nhau về cạnh huyền và cạnh góc vuông.** Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.	 Xét hai tam vuông ABC và A'B'C' vuông tại A và A'. **Nếu có:** BC = B'C' và $\hat{C} = \hat{C}'$ **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C'  Xét hai tam vuông ABC và A'B'C' vuông tại A và A'. **Nếu có:** BC = B'C' và AB = A'B' **Ta có:** ΔABC = ΔA'B'C''	
Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông (HH8)	**1/ Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông: Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu:** a) *Tam giác vuông* này có *một góc nhọn* bằng *góc nhọn* của *tam giác vuông* kia. b) *Tam giác vuông* này có *hai cạnh góc vuông* tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của *tam giác vuông kia.*	Xét hai tam vuông ABC và A'B'C' vuông tại A và A'.  **Nếu có:** $\hat{C} = \hat{C}'$ (hoặc $\hat{B} = \hat{B}'$) **Ta có:** ΔABC$\backsim$ ΔA'B'C''  **Nếu có:** $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ **Ta có:** ΔABC$\backsim$ ΔA'B'C''	

Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng (HH8)	**2/ Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng** **Định lý:** Nếu *cạnh huyền* và *một cạnh góc vuông* của tam giác vuông này tỉ lệ với *cạnh huyền* và *cạnh góc vuông* của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.	 **Nếu có:** $\frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB}$ **Ta có:** ΔABC $\backsim$ ΔA'B'C'	
Đường trung tuyến của tam giác vuông (HH8)	1/Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền. 2/ Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.	 **Nếu có:** ΔABC vuông tại A, AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền. **Ta có:** AM = MB = MC = $\frac{1}{2}$BC  **Nếu có:** ΔABC có đường trung tuyến AM và AM = $\frac{1}{2}$BC. **Ta có:** ΔABC vuông tại A	
Diện tích tam giác vuông (HH8)	**Diện tích tam giác vuông** bằng nửa tích hai cạnh góc vuông.	 S = $\frac{1}{2}$AB.AC **Ta cũng có:** S = $\frac{1}{2}$AH.BC	

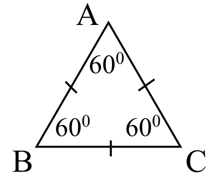
Hệ thức lượng trong tam giác vuông (HH9) **Hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền** **Đường cao ứng với cạnh huyền** **Tích hai cạnh góc vuông**	**Định lý:** Trong một tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền. **Định lý:** Trong một tam giác vuông, bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tích hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền. **Định lý:** Trong một tam giác vuông, nghịch đảo của bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tổng các nghịch đảo của bình phương hai cạnh góc vuông. **Định lý:** Trong một tam giác vuông, tích hai cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và đường cao tương ứng.	 **Nếu có:** ΔABC vuông tại A, đường cao AH. **Ta có:** $b^2 = ab'$; $c^2 = ac'$ Hay $AC^2 = BC.CH$; $AB^2 = BC.BH$ **Ta có:** $h^2 = b'c'$ Hay $AH^2 = HC.HB$ **Ta có:** $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2}$ **Ta có:** $bc = ah$ Hay $AC.AB = BC.AH$	
Tỉ số lượng giác của góc nhọn (HH9) **Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau** (HH9)	**sin α :** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α, ký hiệu sin α. **côsin α :** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là côsin của góc α, ký hiệu cos α. **tang α :** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc α, ký hiệu tg α (hay tan α). **côtang α :** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là côtang của góc α, ký hiệu cotg α (hay cot α). **Định lý:** Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng cô tang góc kia.	 **sin** $\alpha = \frac{AB}{BC}$; **côsin** $\alpha = \frac{AC}{BC}$ **tang** $\alpha = \frac{AB}{AC}$; **côtang** $\alpha = \frac{AC}{AB}$ Chú ý: **sin α < 1; cos α < 1** $\sin 30^0 = \cos 60^0 = \frac{1}{2}$; $\sin 60^0 = \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 45^0 = \cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $tg\ 45^0 = cotg\ 45^0 = 1$	

Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông (HH9)	**Định lý:** Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng: a) Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề. b) Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề.	 Cho tam giác ABC vuông tại A. Ta có: b = a.sin B = a.cos C c = a.sin C = a.cos B b = c.tg B = c.cotg C c = b.tg C = b.cotg B Chú ý: Áp dụng vào giải tam giác vuông: Trong tam giác vuông, nếu cho biết trước hai cạnh hoặc một cạnh và một góc nhọn thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và gọc còn lại của nó.	

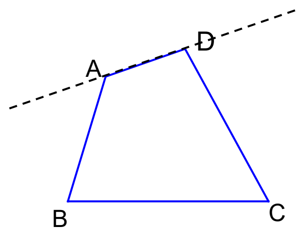
TAM GIÁC VUÔNG CÂN

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tam giác vuông cân (HH7)	**Định nghĩa:** Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau.	 Mỗi góc nhọn của tam giác vuông cân bằng 45^0. **Nếu có:** ΔABC vuông cân tại A. **Ta có:** a) AB = AC b) $\hat{B} = \hat{C} = 45^0$	**Chứng minh tam giác vuông cân** **Cách 1:** Ta chứng minh tam giác đó có một góc vuông và hai cạnh góc vuông bằng nhau. **Cách 2:** Ta chứng minh tam giác đó có hai góc bằng 45^0 . **Cách 3:** Ta chứng minh tam giác đó là tam giác vuông và có một góc bằng 45^0 .

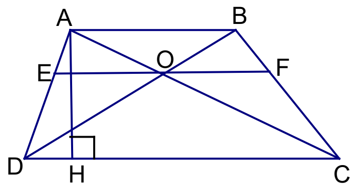
TAM GIÁC ĐỀU

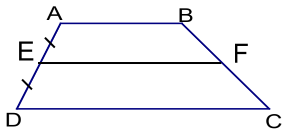
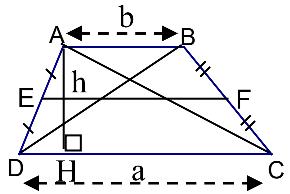
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tam giác đều (HH7)	**Định nghĩa:** Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau. -Trong một tam giác đều mỗi góc bằng 60^0. -Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều. -Nếu một tam giác cân có một góc bằng 60^0 thì tam giác đó là tam giác đều.	 **Nếu có:** ΔABC là tam giác đều. **Ta có:** a) AB = AC = BC b) $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^0$	Chứng minh một tam giác là tam giác đều: **Cách 1:** Ta chứng minh tam giác đó có 3 cạnh bằng nhau. **Cách 2:** Ta chứng minh tam giác đó có 3 góc bằng nhau. **Cách 3:** Ta chứng minh tam giác đó là tam giác cân và có một góc bằng 60^0. **Cách 4:** Ta chứng minh tam giác đó có 3 đường cao bằng nhau.

TỨ GIÁC

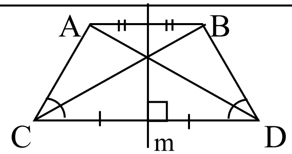
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Tứ giác (HH8) **Tứ giác lồi** (HH8) **Tổng các góc của tứ giác** (HH8)	**Định nghĩa:** Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kỳ hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng. Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kỳ cạnh nào của tứ giác. **Định lý:** Tổng các góc của một tứ giác bằng 360^0	 $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=180^0$	

HÌNH THANG

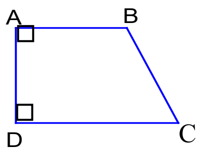
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình thang (HH8)	**Định nghĩa:** Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song. Theo hình bên, hình thang ABCD có: Cạnh đáy: AB và CD, AB là đáy nhỏ, CD là đáy lớn. O là giao điểm hai đường chéo, EF đi qua O và song song với hai đáy. Cạnh bên: AD và BC. Đường cao: AH	 **Nếu có:** ABCD là hình thang (hình trên) **Ta có:** a) $\hat{A}+\hat{D}=180^0$; $\hat{B}+\hat{C}=180^0$ (hai góc trong cùng phía) b)OE=OF ($\frac{EO}{AB}=\frac{DO}{DB}$; $\frac{DO}{DB}=\frac{CF}{CB}=\frac{OF}{AB}$; $\Rightarrow \frac{EO}{AB}=\frac{OF}{AB} \Rightarrow$ OE = OF)	**Chứng minh một tứ giác là hình thang** Ta chứng minh tứ giác đó có hai cạnh đối song song.

Đường trung bình của hình thang (HH8)	**Định lý 3:** Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai. **Định nghĩa đường trung bình của hình thang:** Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang. **Định lý 4:** Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.	 **Nếu có:** ABCD là hình thang; EA = ED; EF//AB; EF// CD. **Ta có:** FB = FC.  **1/ Nếu có:** EA = ED; FB = FC **Ta có:** EF là đường trung bình của hình thang ABCD. **2/ Nếu có:** EF là đường trung bình của hình thang ABCD. **Ta có:** a) EF // AB; EF // CD; AB, EF, CD là ba đường thẳng song song cách đều. b) EA = ED; FB = FC c) $EF = \frac{AB + CD}{2}$ d) EF đi qua trung điểm của AC, BD.	**Chứng minh một đoạn thẳng là đường trung bình của hình thang.** **Cách 1:** Ta chứng minh đoạn thẳng đó đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang. **Cách 2:** Ta chứng minh đoạn thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên và song song với đáy. Khi đó đoạn thẳng sẽ đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai và là đường trung bình của hình thang.
Diện tích hình thang (HH8)	Diện tích hình thang bằng nửa tích của tổng hai đáy với chiều cao: S = $\frac{1}{2}(a+b).h$	**3)** S = $\frac{1}{2}(a+b).h$ = $\frac{1}{2}(AB+CD)AH$	

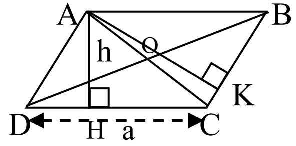
HÌNH THANG CÂN

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình thang cân (HH8) **Hai cạnh bên hình thang cân** (HH8) **Hai đường chéo hình thang cân** (HH8) **Trục đối xứng của hình thang cân** (HH8)	**Định nghĩa:** Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau. **Tính chất:** **Định lý:** Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau. **Định lý:** Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau. **Định lý:** Đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân là trục đối xứng của hình thang cân. **Dấu hiệu nhận biết hình thang cân** 1. Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân. 2. Hình thang có đường chéo bằng nhau là hình thang cân.	 **Nếu có:** ABCD là hình thang cân, đáy AB, CD. **Ta có:** a) AB//CD (theo định nghĩa, (giả thiết)) b) $\hat{C}=\hat{D}$ và $\hat{A}=\hat{B}$ (theo ĐN, (giả thiết)) c) AD = BC. d) Đường thẳng m đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân ABCD là trục đối xứng của hình thang cân ABCD **1/ Nếu có:** ABCD là hình thang, $\hat{C}=\hat{D}$ (hoặc $\hat{A}=\hat{B}$). **Ta có:** ABCD là hình thang cân. **2/Nếu có:** ABCD là hình thang,AD=BC. **Ta có:** ABCD là hình thang cân.	Chứng minh một hình thang là hình thang cân. **Cách 1:** Ta chứng minh hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau. **Cách 2:** Ta chứng minh hình thang có hai đường chéo bằng nhau.

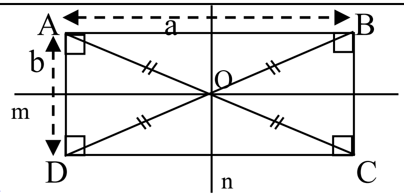
HÌNH THANG VUÔNG

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình thang vuông (HH8)	**Định nghĩa:** Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.	 **Nếu có:** ABCD là hình thang vuông. **Ta có:** a) AB//CD b) $\hat{A}=\hat{D}=90^0$ c) $\hat{B}+\hat{C}=180^0$ d) S = $\frac{1}{2}$(AB+DC).AD	**Chứng minh một hình thang là hình thang vuông.** Ta chứng minh hình thang đó có 1 góc vuông.

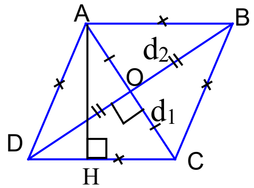
HÌNH BÌNH HÀNH

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình bình hành (HH8)	**Định nghĩa:** Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song. **Chú ý:** Hình bình hành là hình thang có hai cạnh bên song song. **Tính chất:** Định lý: trong hình bình hành: a) Các cạnh đối bằng nhau. b) Các góc đối bằng nhau. c) Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.	 **Nếu có:** ABCD là hình bình hành. AH là đường cao ứng với cạnh DC. Độ dài cạnh DC bằng a. **Ta có:** a) AB//CD; AD//BC $\Rightarrow \hat{A}+\hat{B}=\hat{B}+\hat{C}=\hat{C}+D=\hat{D}+\hat{A}=180^0$ (các cặp góc trong cùng phía) $\widehat{BAC}=\widehat{DCA}$ (so le trong) …. c) OA =OC; OA = OD d) ΔAOB = ΔCOD; ΔABC = ΔCDB … e) Giao điểm hai đường chéo O là tâm đối xứng của hình bình hành ABCD.	Chứng minh một tứ giác là hình bình hành. **Cách 1:** Ta chứng minh tứ giác đó có các cạnh đối song song. **Cách 2:** Ta chứng minh tứ giác đó có các cạnh đối bằng nhau. **Cách 3:** Ta chứng minh tứ giác đó có hai cạnh đối song song và bằng nhau. **Cách 4:** Ta chứng minh tứ giác đó có các góc đối bằng nhau. **Cách 5:** Ta chứng minh tứ giác đó có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
Tâm đối xứng của hình bình hành (HH8)	**Định lý:** Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành là tâm đối xứng của hình bình hành đó.		
Diện tích hình bình hành (HH8)	**Diện tích hình bình hành** bằng tích của một cạnh với chiều cao tương ứng với cạnh đó.	S = a.h = DC.AH Ta cũng có: S = BC. AK	

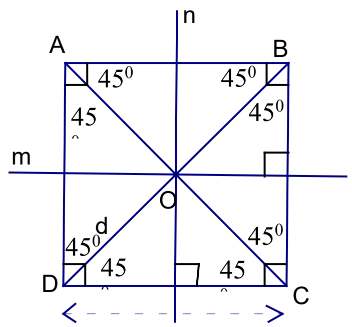
HÌNH CHỮ NHẬT

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình chữ nhật (HH8)	**Định nghĩa:** Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông. Chú ý: -Hình chữ nhật cũng là một hình bình hành, một hình thang cân. -Giao điểm hai đường chéo là tâm đối xứng của hình chữ nhật. -Hai đường thẳng đi qua trung điểm các cạnh đối diện của hình chữ nhật là trục đối xứng của hình chữ nhật. **Tính chất:** -Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành, của hình thang cân. -Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.	 **Nếu có:** ABCD là hình chữ nhật. **Ta có:** a) $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=\hat{D}=90^0$ b) AC = BD $\Rightarrow$ OA = OB = OC = OD c) Các tam giác OAB, OBC, ODC, ODA là các tam giác cân. d) O là tâm đối xứng của hình chữ nhật ABCD. Hai đường thẳng m, n đi qua trung điểm các cạnh đối diện của hình chữ nhật ABCD là trục đối xứng của hình chữ nhật.	Chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật. **Cách 1:** Ta chứng minh tứ giác đó có 3 góc vuông. **Cách 2:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình thang cân có một góc vuông. **Cách 3:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình bình hành có một góc vuông. **Cách 4:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau.
Diện tích hình chữ nhật (HH8)	**Định lý:** Diện tích hình chữ nhật bằng tích hai kích thước của nó.	S = a.b = AB.AD	

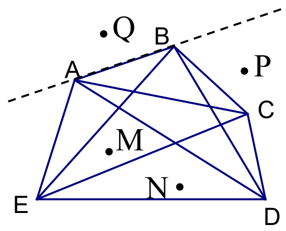
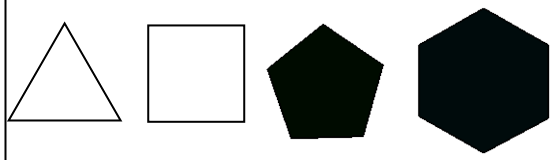
HÌNH THOI

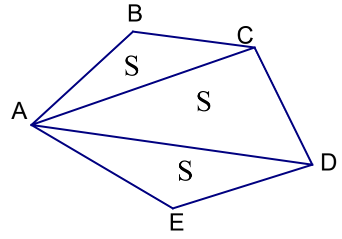
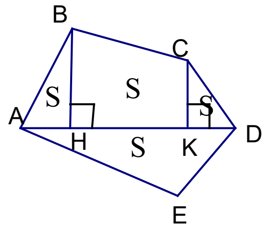
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình thoi (HH8)	**Định nghĩa:** Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau. Chú ý: -Hình thoi cũng là một hình bình hành. -O là tâm đối xứng của hình thoi ABCD. -Hai đường chéo là trục đối xứng của hình thoi. **Tính chất:** -Hình thoi có tất cả các tình chất của hình bình hành -Trong hình thoi: a) Hai đường chéo vuông góc với nhau. b) Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.	 **Nếu có:** ABCD là hình thoi. Độ dài các đường chéo AC, BD là d_1, d_2. Đường cao AH. **Ta có:** a) AB//CD; AD//BC b) AB = BD = CD = DA c) BD $\perp$ AC d) $D\hat{A}C = C\hat{A}B = B\hat{C}A = A\hat{C}D$ e) $A\hat{D}B = B\hat{D}C = A\hat{B}D = D\hat{B}C$ f) Các tam giác DAB, ABC, BCD, CDA là các tam giác cân.	**Chứng minh một tứ giác là hình thoi** **Cách 1:** Ta chứng minh tứ giác đó có bốn cạnh bằng nhau. **Cách 2:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình bình hành hai cạnh kề bằng nhau. **Cách 3:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau **Cách 4:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc.
Diện tích hình thoi (HH8)	Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo	g) S = $\frac{1}{2}d_1.d_2 = \frac{1}{2}AC.BD$ Chú ý ta cũng có: S = DC.AH h) O là tâm đối xứng của hình thoi ABCD. Mỗi đường chéo là trục đối xứng của hình thoi.	

HÌNH VUÔNG

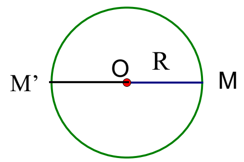
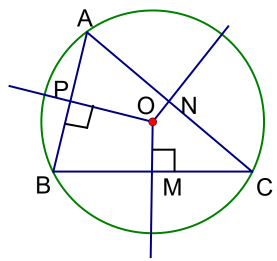
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Hình vuông (HH8) **Diện tích hình vuông** (HH8)	**Định nghĩa:** Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau. Chú ý: -Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau. -Hình vuông là hình thoi có bốn góc vuông. -O là tâm đối xứng của hình vuông ABCD. -Hai đường thẳng m, n đi qua trung điểm các cạnh đối diện, hai đường chéo AC, BD là trục đối xứng của hình vuông. **Tính chất:** -Hình thoi có tất cả các tình chất của hình bình hành -Trong hình thoi: a) Hai đường chéo vuông góc với nhau. b) Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi. **Diện tích hình vuông bằng bình phương cạnh của nó: S = a.a = a^2**	 **Nếu có:** ABCD là hình vuông. Độ dài các đường chéo AC, BD là d. Độ dài các cạnh là a. **Ta có:** a) AB//CD; AD//BC b) AB = BD = CD = DA c) BD $\perp$ AC d) $D\hat{A}C = C\hat{A}B = A\hat{B}D = D\hat{B}C =$ $= B\hat{C}A = A\hat{C}D = C\hat{D}B = B\hat{D}A = 45^0$ e) Các tam giác DAB, ABC, BCD, CDA là các tam giác vuông cân. f) Độ dài đường chéo hình vuông: $d^2 = 2a^2 \Rightarrow$ d = $a\sqrt{2}$ (ĐL Pi-ta-go) g) S = $\frac{1}{2}d^2 = a^2 = AB^2$ h) O là tâm đối xứng của hình vuông ABCD. Hai đường thẳng m, n đi qua trung điểm các cạnh đối diện, hai đường chéo AC, BD là trục đối xứng của hình vuông.	**Chứng minh một tứ giác là hình vuông** **Cách 1:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau. **Cách 2:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau. **Cách 3:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc. **Cách 4:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình thoi có một góc vuông. **Cách 5:** Ta chứng minh tứ giác đó là hình thoi có hai đường chéo bằng nhau.

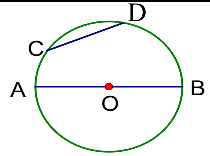
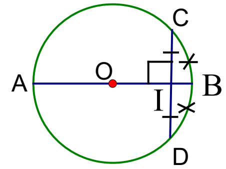
ĐA GIÁC

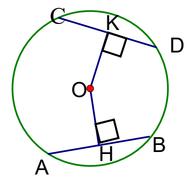
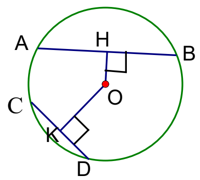
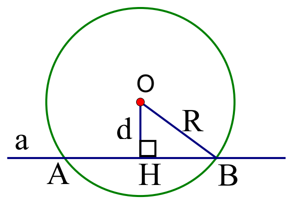
Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Đa giác (HH8)	Đa giác ABCDE là hình gồm năm đoạn thẳng AB, BC, CD, DE, EA, trong đó bất kỳ hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng năm trên một đường thẳng.		
Đa giác lồi (HH8)	**Định nghĩa:** Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kỳ cạnh nào của đa giác đó.	 ABCDE là đa giác lồi có 5 cạnh. Các ***đỉnh*** là các điểm: A, B, C, D, E. Các ***đỉnh kề nhau*** là A và B, hoặc B và C ... Các ***cạnh*** là các đoạn thẳng: AB, BC, CD, DE, EA. Các ***đường chéo*** là các đoạn thẳng nối hai đỉnh không kề nhau: AC, AD, BD,BE, CA,CE, DB, DA, EB, EC. Các ***góc*** là: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{E}$. Các điểm ***nằm trong*** đa giác (các ***điểm trong*** của đa giác) là M, N. Các điểm ***nằm ngoài*** đa giác (các ***điểm ngoài*** của đa giác) là P, Q. Đa giác có n đỉnh ($n \geq 3$) được gọi là *hình n – giác* hay *hình n cạnh.*	
Đa giác đều (HH8)	**Định nghĩa:** Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau. Tam giác đều, hình vuông, hình ngũ giác đều, hình lục giác đều ... là các hình đa giác đều.	 Tam giác đều Hình vuông Ngũ giác đều Lục giác đều	

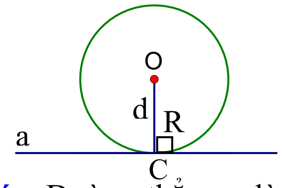
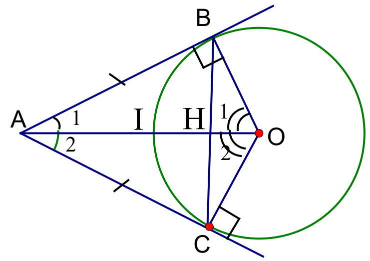
Tổng số đo các góc của đa giác **Diện tích đa giác** (HH8)	**Tổng số đo các góc của đa giác n cạnh bằng (n – 2) 2v** **Diện tích đa giác:** Số đo của phần mặt phẳng giới hạn bởi một đa giác được gọi là diện tích đa giác đó. -Mỗi đa giác có một diện tích xác định. Diện tích đa giác là một số dương. -Việc tính diện tích một đa giác bất kỳ thường được quy về việc tính diện tích các tam giác. Trong một số trường hợp ta có thể chia đa giác thành nhiều tam giác vuông và hình thang vuông.	 $S = S_1 + S_2 + S_3$  $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$	

ĐƯỜNG TRÒN

Khái niệm	Nội dung	Hình vẽ - Khai thác	Cách chứng minh
Đường tròn (HH6-9)	-Đường tròn tâm O bán kính R (với $R > 0$) là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R. -Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó. -Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kỳ đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn đó. -Khi điểm M thuộc đường tròn (O), ta còn nói: điểm M nằm trên đường tròn (O) hay đường tròn (O) đi qua điểm M. Điểm M nằm trên đường tròn (O; R) khi và chỉ khi $OM = R$. -Điểm M nằm bên trong (hay nằm trong, ở trong) đường tròn (O ; R) khi và chỉ khi $OM < R$. Điểm M nằm bên ngoài (hay nằm ngoài, ở ngoài) đường tròn (O; R) khi và chỉ khi $OM > R$.	 **1/ Nếu có:** Đường tròn (O; R) **Ta có:** a) Mọi điểm M thuộc đường tròn (O; R) đều cách O một khoảng bằng R, $OM = R$. b) O là tâm đối xứng của đường tròn (O; R) d) MM’ là đường kính thì MM’ là một trục đối xứng của đường tròn (O). **2/ Nếu có:** $OM = R$ **Ta có:** M thuộc đường tròn (O; R) **3/** M nằm bên trong (hay nằm trong, ở trong) đường tròn (O ; R) $\Leftrightarrow OM < R$ **4/**M nằm bên ngoài (hay nằm ngoài, ở ngoài) đường tròn (O; R) $\Leftrightarrow OM > R$	
Cách xác định đường tròn (HH9)	Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.	 Qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn. Tâm O của đường tròn là giao điểm của 3 đường trung trực của ba cạnh của ΔABC.	

Đường kính và dây của đường tròn (HH9)	**Định lý:** Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.	 **Nếu có:** Đường tròn (O), đường kính AB, dây CD. **Ta có:** AB > CD	
	Định lý: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.	 **Nếu có:** Đường tròn (O), dây CD, đường kính AB vuông góc với CD tại I. **Ta có:** IC = ID ΔACD cân tại A (AB là đường trung trực của CD nên AC = AD)	
	Định lý: Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.	**Nếu có:** Đường tròn (O), đường kính AB, dây CD, IC = ID. **Ta có:** $AB \perp CD$. $OC^2 = OI^2 + IC^2$ (định lí Pitago)	
Đường kính đi qua điểm chính giữa của một **cung** (HH9)	**-Điểm chính giữa của một cung** là điểm chia cung đó thành hai cung bằng nhau. **Định lý**: Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.	**Nếu có:** Đường tròn (O), đường kính AB, B là điểm chính giữa của cung BC. **Ta có:** IC = ID	
	Định lý: Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại (đường kính vuông góc với dây căng cung thì đi qua điểm chính giữa của cung ấy).	**Nếu có:** Đường tròn (O), đường kính AB, B là điểm chính giữa của cung BC. **Ta có:** $AB \perp CD$ **Nếu có:** $AB \perp CD$ **Ta có:** $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD}$	

Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây (HH9)	**Định lý:** Trong một đường tròn: a) Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm. b) Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau. **Định lý:**Trong hai dây của một đường tròn: a) Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn. b) Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.	 Cho đường tròn(O), $OH \perp AB$; $OK \perp CD$. a) **Nếu có:** $AB = CD$ **Ta có:** $OH = OK$ b) **Nếu có:** $OH = OK$ **Ta có:** $AB = CD$  Cho đường tròn (O), $OH \perp AB$; $OK \perp CD$ a) **Nếu có:** $AB > CD$ **Ta có:** $OH < OK$ b) **Nếu có:** $OH < OK$ **Ta có:** $AB > CD$	
Ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn (HH9)	Xét đường tròn (O ; R) và đường thẳng a. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến đường thẳng a, $OH \perp a$; $OH = d$ gọi là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a. **a) Đường thẳng và đường tròn cắt nhau:** .Đường thẳng và đường tròn có hai điểm chung. .Đường thẳng cắt đường tròn còn gọi là cát tuyến của đường tròn. . $d < R$. Nếu $d < R$ thì đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau.	 a) **Nếu có:** Đường thẳng a cắt (O) tại A và B. **Ta có:** $d < R$ b) **Nếu có:** $d < R$ **Ta có:** Đường thẳng a cắt (O) tại hai điểm (A và B).	**Chứng minh đường thẳng và đường tròn cắt nhau** **Cách 1:** Ta chứng minh đường thẳng và đường tròn có hai điểm chung. **Cách 2:** Ta chứng minh $d < R$ (khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng nhỏ hơn bán kính đường tròn)

	b) Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau: .Đường thẳng và đường tròn có một điểm chung C. .Đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O). Điểm C còn gọi là tiếp điểm. . d = R . Nếu d = R thì đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau. **Định lý:** Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm. **Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn** **Định lý:** Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn. **Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau** **Định lý:** Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì: -Điểm đó cách đều hai tiếp điểm -Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến -Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.	 a) **Nếu có:** Đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O), C là tiếp điểm. **Ta có:** d = R b) **Nếu có:** d = R **Ta có:** Đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O). **Chú ý:** Muốn tìm vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn ta so sánh bán kính của đường tròn và khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng đó. **Nếu có:** Đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O), C là tiếp điểm. **Ta có:** $OC \perp a$ **Nếu có:** Đường thẳng a đi qua điểm C nằm trên (O) và $OC \perp a$. **Ta có:** Đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O).  **Nếu có:** AB, AC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O); B và C là hai tiếp điểm. **Ta có:** a) AB = AC b) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ c) $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$	**Chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn** **Cách 1:** Ta chứng minh đường thẳng và đường tròn chỉ có một điểm chung. **Cách 2:** Ta chứng minh đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó. **Cách 3:** Ta chứng minh d = R (khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng bằng bán kính đường tròn)

Ngoài ra ta còn có:

d) $OB \perp AB$; $OC \perp AC$

e) A, O nằm trên đường trung trực của BC; $BC \perp AO$; H là trung điểm của BC.

f) Các tam giác ABC, OBC là các tam giác cân; $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$; $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$

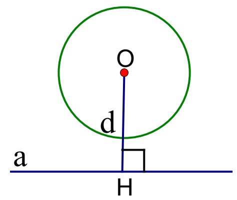
g) $\overset{\frown}{IB} = \overset{\frown}{IC}$ (I là điểm chính giữa của cung BC).

b)Đường thẳng và đường tròn không giao nhau:

.Đường thẳng và đường tròn không có điểm chung.

. d > R

. Nếu d > R thì đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.



1/ Nếu có: Đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.

Ta có:

a) Đường thẳng a và đường tròn (O) không có điểm chung.

b) d > R.

2/ Nếu có: d > R.

Ta có: Đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.

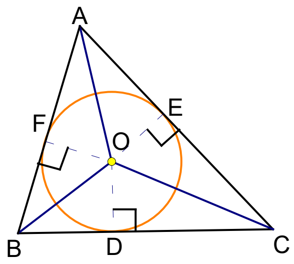
Bảng tóm tắt:

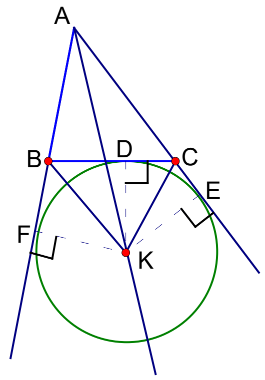
Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	d < R
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	d = R
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	d > R

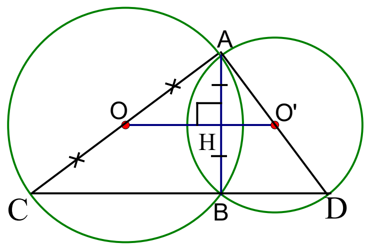
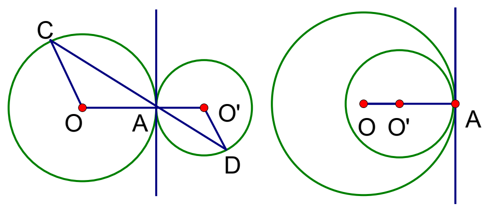
Chứng minh đường thẳng và đường tròn không giao nhau

Cách 1: Ta chứng minh đường thẳng và đường tròn không có điểm chung.

Cách 2: Ta chứng minh d > R (khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng lớn hơn bán kính đường tròn)

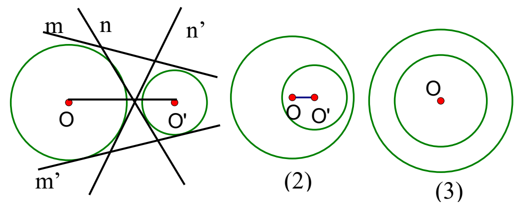
Đường tròn nội tiếp tam giác (HH9)	Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là *đường tròn nội tiếp* tam giác, còn tam giác gọi là *ngoại tiếp* đường tròn.	 **1/ Nếu có:** O giao điểm của hai (ba) đường phân giác của các góc A và B của ΔABC. Kẻ $OD \perp BC$. **Ta có:** Đường tròn (O ; OD) nội tiếp ΔABC. **2/ Nếu có:** Đường tròn (O) nội tiếp ΔABC. **Ta có:** a) Các cạnh BC, AC, AB là các tiếp tuyến của đường tròn (O), tiếp điểm lần lượt là D, E, F. b) $OD \perp BC$; $OE \perp AC$; $OF \perp AB$ (ĐL: Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm) c) AO, BO, CO là tia phân giác của các góc A, B, C của ΔABC OD, OE, OF là tia phân giác của các góc BOC, COA, AOB (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau) d) AF = AE; BD = BF; CD = CE (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow$ Các tam giác AFE, BDF, CDE là các tam giác cân.	

Đường tròn bàng tiếp tam giác (HH9)	Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của một tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là *đường tròn bàng tiếp* tam giác.	 **1/ Nếu có:** K giao điểm của các đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C của ΔABC. **Ta có:** a) K cũng là giao điểm của đường phân giác góc A với các đường phân giác góc ngoài tại B và C của ΔABC. b) K là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A của ΔABC. c) AF, AE, BC các các tiếp tuyến của đường tròn (K). AF = AE; BD = BF; CD = CE (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau) **2/ Nếu có:** K là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A của ΔABC. **Ta có:** a) K cách đều ba cạnh BC, AC, AB của ΔABC. Tức là nếu ta kẻ $KD \perp BC$; $KE \perp AC$; $KF \perp AB$, thì ta có: $KD = KE = KF$. b) AK là tia phân giác của $\widehat{BAC}$. BK là tia phân giác của $\widehat{FBC}$ CK là tia phân giác của $\widehat{BCE}$	

Ba vị trí tương đối của hai đường tròn (HH9) **Đường nối tâm**	**Tính chất đường nối tâm của hai đường tròn** ờng nối tâm là trục đối xứng của hình gồm cả hai đường tròn.		
Hai đường tròn cắt nhau	-Hai đường tròn có hai điểm chung được gọi là hai đường tròn cắt nhau. Hai điểm chung đó gọi là hai giao điểm. Đoạn thẳng nối hai điểm đó gọi là dây chung.	**Nếu có:** Hai đường tròn (O), (O’) cắt nhau tại A và B. OO’ cắt AB tại H. Các đường kính AC, AD. **Ta có:** a) Đường nối tâm OO’ là đường trung trực của dây chung AB. Từ đó ta có: OO’ $\perp$ AB; HA = HB b) BC // OO’ (OH là đường trung bình của ΔABC) BD // OO’ (O’H là đường trung bình của ΔABC) $\Rightarrow$ ba điểm C, B, D thẳng hàng (hai đường thẳng BC, BD trùng nhau)	**Chứng minh hai đường tròn cắt nhau** **Cách 1:** Ta chứng minh hai đường tròn có hai điểm chung **Cách 2:** Ta chứng minh $R - r < OO' < R + r$ (OO’ là đoạn thẳng nối hai tâm)
Hai đường tròn tiếp xúc nhau	-Hai đường tròn chỉ có một điểm chung được gọi là hai đường tròn tiếp xúc nhau. Điểm chung đó gọi là tiếp điểm.	Tiếp xúc ngoài tại A Tiếp xúc trong tại A **Nếu có:** Hai đường tròn (O), (O’) tiếp xúc nhau tại A. **Ta có:** a) Tiếp điểm A nằm trên đường nối tâm OO’. b) Tiếp tuyến chung tại A vuông góc với đường nối tâm. c) OC//O’D (Gợi ý: Cm : C, A, D thẳng	**Chứng minh hai đường tròn tiếp xúc nhau** Ta chứng minh hai đường tròn chỉ có một điểm chung **Chứng minh hai đường tròn tiếp xúc ngoài** Ta chứng minh OO’ = R + r **Chứng minh hai đường tròn tiếp xúc trong** Ta chứng minh OO’ = R - r

-Hai đường tròn không có điểm chung được gọi là hai đường tròn không giao nhau.

hàng; Cm cặp góc so le trong bằng nhau)



Hai đường tròn ở ngoài nhau — Hình (1)

Đường tròn (O) đựng đường tròn (O’) — Hình (2)

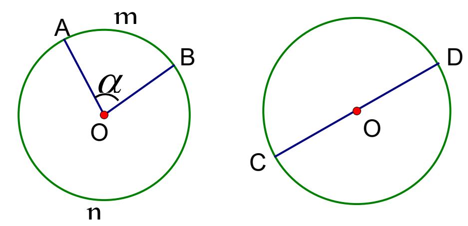
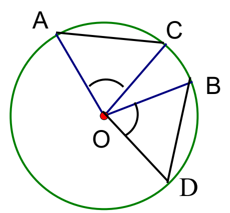
Hai đường tròn đồng tâm — Hình (3)

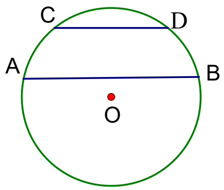
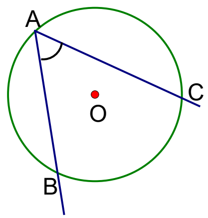
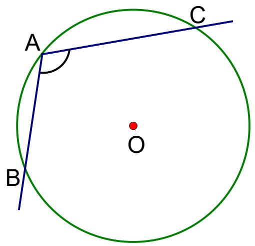
m, m’: Tiếp tuyến chung ngoài

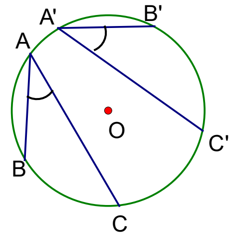
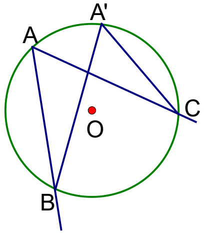
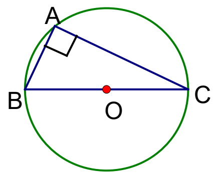
n, n’: Tiếp tuyến chung trong. Tiếp tuyến chung trong cắt đoạn nối tâm.

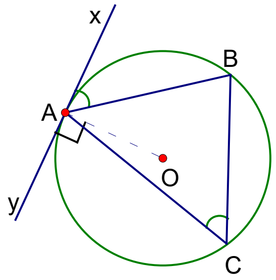
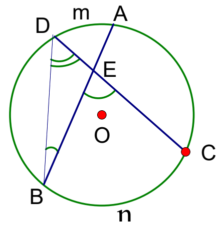
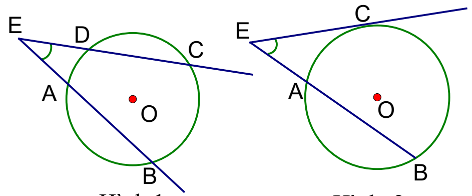
Bảng tóm tắt

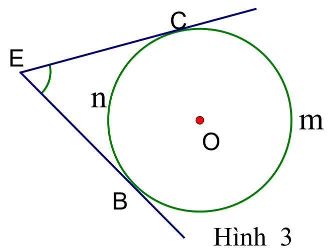
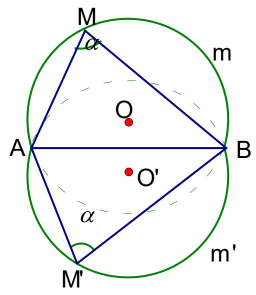
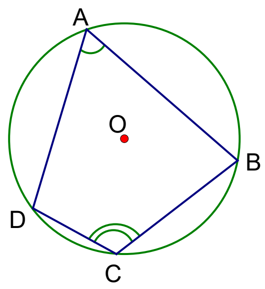
Vị trí tương đối của hai đường tròn (O : R) và (O’ ; r)	Số điểm chung	Hệ thức giữa OO’ với R, r
Hai đường tròn cắt nhau	2 -Hai điểm chung gọi là hai giao điểm. -Đoạn thẳng nối hai điểm chung gọi là dây chung.	R – r < OO’ < R + r
Hai đường tròn tiếp xúc nhau: -Tiếp xúc ngoài -Tiếp xúc trong	1 Điểm chung gọi là tiếp điểm	 OO’ = R + r OO’ = R – r > 0
Hai đường tròn không giao nhau: -(O) và (O’) ở ngoài nhau - (O) đựng (O’) - (O) và (O’) đồng tâm	0	 OO’ > R + r OO’ < R – r OO’ = 0

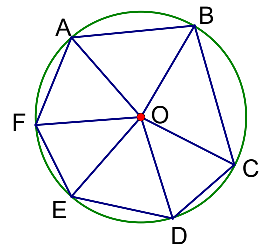
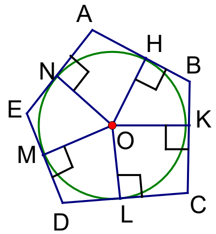
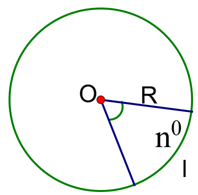
Góc ở tâm (HH9)	**Định nghĩa:** Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm	 a) $0^0 < \alpha < 180^0$ $\overset{\frown}{AmB}$ là cung nhỏ $\overset{\frown}{AnB}$ là cung lớn b) $\alpha = 180^0$ Mỗi cung là một nửa đường tròn -Cung nằm bên trong góc là cung bị chắn. $\overset{\frown}{AmB}$ là cung bị chắn bởi góc AOB. Góc AOB chắn cung nhỏ AmB Góc bẹt COD chắn nửa đường tròn.	
Số đo cung (HH9)	**1/ Định nghĩa:** -Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó. -Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360^0 và số đo của cung nhỏ. -Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0.	Sđ $\overset{\frown}{AmB} = \dfrac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{AmB}$ Sđ $\overset{\frown}{AnB} = 360^0 -$ Sđ $\overset{\frown}{AmB}$ Chú ý: Biết số đo cung => số đo góc chắn cung đó và ngược lại	
So sánh hai cung (HH9)	Ta chỉ so sánh trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau. .Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau. .Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn.	 $\overset{\frown}{AOC} = \overset{\frown}{BOD} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$ $\overset{\frown}{AOC} > \overset{\frown}{COB} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AC} > \overset{\frown}{CB}$	**So sánh hai cung**: **Cách 1:** So sánh hai dây căng cung. **Cách 2:** So sánh số đo cung. **So sánh hai dây** ta so sánh hai cung căng dây.
Điểm nằm trên một cung (HH9)	**2/ Nếu C là một điểm nằm trên cung AB** thì: Sđ $\overset{\frown}{AB}$ = Sđ $\overset{\frown}{AC}$ + Sđ $\overset{\frown}{CB}$	Sđ $\overset{\frown}{AB}$ = Sđ $\overset{\frown}{AC}$ + Sđ $\overset{\frown}{CB}$	

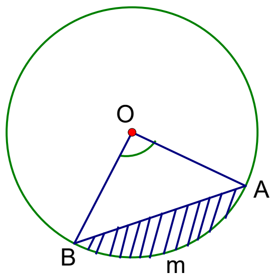
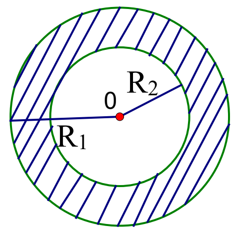
Liên hệ giữa cung và dây (HH9) **Hai cung bị chắn giữa hai dây song** (HH9)	**Định lý:** Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau: a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau. b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau. **Định lý:** Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau: a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn. b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn. **Định lý**: Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.	**Nếu có:** $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$ **Ta có:** AC=BD **Nếu có:** AC = BD **Ta có:** $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$ Tổng quát: $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD} \Leftrightarrow AC = BD$ **Nếu có:** $\overset{\frown}{AC} > \overset{\frown}{BC}$ **Ta có:** AC > BC **Nếu có:** AC > BC **Ta có:** $\overset{\frown}{AC} > \overset{\frown}{BC}$ Tổng quát: $\overset{\frown}{AC} > \overset{\frown}{BC} \Leftrightarrow AC > BC$  **Nếu có:** AB // CD. **Ta có:** $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$	
Góc nội tiếp (HH9)	**Định nghĩa:** Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó. Cung nằm bên trong góc được gọi là cung bị chắn. **Định lý:** Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.	  Cung bị chắn là cung nhỏ BC Cung bị chắn là cung lớn BC $\widehat{BAC}$ là góc nội tiếp chắn cung BC $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{BC}$ Hay số đo cung bị chắn bằng 2 lần có số đo góc nội tiếp chắn cung đó.	

	Hệ quả: Trong một đường tròn: a) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau. b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau. c) Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90^0) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung. d) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông (và ngược lại, góc vuông nội tiếp thì chắn nửa đường tròn).	 **Nếu có:** $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ **Ta có:** $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{B'C'}$  $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC) $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$  **Nếu có:** BC là đường kính **Ta có:** $\widehat{BAC} = 90^0$ Đảo lại **Nếu có:** $\widehat{BAC} = 90^0$ **Ta có:** BC là đường kính của đường tròn O.	

Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung (HH9)	-Cho xy là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A, tiếp điểm A là gốc chung của hai tia đối nhau. Mỗi tia đó là một tia tiếp tuyến. Góc BAx có đỉnh A nằm trên đường tròn, cạnh Ax là một tia tiếp tuyến, còn cạnh kia chứa dây cung AB. Ta gọi một góc như vậy là *góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung*. **Định lý:** Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn. **Hệ quả:** Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.	 $\widehat{BAx} = \frac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{AB}$ $\widehat{BAx} = \widehat{ACB}$ (cùng chắn cung AB)	
Góc có đỉnh bên trong đường tròn (HH9)	**Định lý:** Số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.	 $\widehat{BEC} = \dfrac{Sd\,\overset{\frown}{BnC} + Sd\,\overset{\frown}{AmD}}{2}$	
Góc có đỉnh bên ngoài đường tròn (HH9)	**Định lý:** Số đo của góc có đỉnh bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu đo hai cung bị chắn.	 Hình 1 Hình 2 $\widehat{BEC} = \dfrac{Sd\,\overset{\frown}{BC} - Sd\,\overset{\frown}{AD}}{2}$ (Hình 1) $\widehat{BEC} = \dfrac{Sd\,\overset{\frown}{BC} - Sd\,\overset{\frown}{CA}}{2}$ (Hình 2)	

		 Hình 3 $\widehat{BEC} = \dfrac{Sd\,\overset{\frown}{AmC} - Sd\,\overset{\frown}{AnC}}{2}$ (Hình 3)	
Cung chứa góc	Quỹ tích (tập hợp) các điểm nhìn một đoạn thẳng cho trước dưới một góc α không đổi là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn thẳng đó ($0^0 < \alpha < 180^0$).	 α	
Tứ giác nội tiếp (HH9)	**Định nghĩa:** Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp). **Định lý:** Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.	 ABCD là tứ giác nội tiếp Ta có: $\widehat{DAB} + \widehat{BCD} = 180^0$	**Cách chứng minh tứ giác nội tiếp:** **Cách 1:** Ta chứng minh tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0. **Cách 2:** Ta chứng minh tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện. **Cách 3:** Ta chứng minh tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm. **Cách 4:** Ta chứng minh tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α .

Đường tròn ngoại tiếp (HH9)	**Định nghĩa:** 1) Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác được gọi là ***đường tròn ngoại tiếp*** đa giác và đa giác đó được gọi là ***đa giác nội tiếp*** đường tròn. 2) Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là ***đường tròn nội tiếp đa giác*** và đa giác được gọi là ***đa giác ngoại tiếp*** đường tròn. **Định lý:** Bất kỳ đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp. Trong đa giác đều, tâm của đường tròn ngoại tiếp trùng với tâm của đường tròn nội tiếp và được gọi là ***tâm*** của đa giác đều.	 -Đa giác ABCDEF nội tiếp đường tròn O. -Các đỉnh A, B, C, D, E, F cách đều tâm O, tức là: OA = OB = OC = OD = OE = OF  Đường tròn O nội tiếp đa giác ABCDE hay đa giác ABCDE ngoại tiếp đường tròn O. Tâm O cách đều các cạnh của đa giác ABCDE. Tức là ta có: OH = OK = OL = OM = ON	
Độ dài đường tròn (còn gọi là chu vi hình tròn), cung tròn (HH9)	**Công thức tính độ dài đường tròn:** $C = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{C}{2\pi}$ **Công thức tính độ dài cung tròn n^0:** $l = \frac{r\pi n}{180}$	 $l = \frac{r\pi n}{180} \Rightarrow r = \frac{180l}{\pi n}$ $n = \frac{180l}{\pi r}$	

Diện tích hình tròn, hình quạt tròn (HH9) **Hình viên phân, hình vành khăn** (HH9)	**Công thức tính diện tích hình tròn:** $S = \pi R^2$ **Công thức tính diện tích hình quạt tròn bán kính R, cung n^0 :** $S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{lR}{2}$ **Hình viên phân** là phần hình tròn giới hạn bởi một cung và dây căng cung ấy. (Phần gạch chéo trong hình bên). **Hình vành khăn** là phần hình tròn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm. (Phần gạch chéo trong hình bên)	$S = \pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ $S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{lR}{2} \Rightarrow R = \frac{2S}{l}$  $S_{\text{viên phân}} = S_{\text{quạt}} - S_{\text{tamgiác}}$  $S_{\text{vành khăn}} = S_{\text{đ tròn lớn}} - S_{\text{đ tròn nhỏ}}$	