

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

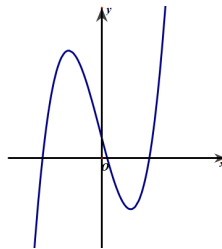
Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 5: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $S = \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. B. $\ln(2a)$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C$. B. $3x^2 + 1 + C$. C. $x^3 + x + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

- Câu 19:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng
- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là
- A. $2x + y + 3z - 9 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.
- Câu 21:** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng
- A. $\frac{4}{455}$. B. $\frac{24}{455}$. C. $\frac{4}{165}$. D. $\frac{33}{91}$.
- Câu 22:** $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.
- Câu 23:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng
- A. 201. B. 2. C. 9. D. 54.
- Câu 24:** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $x = -1; y = -3$. B. $x = -1; y = -1$. C. $x = 1; y = -1$. D. $x = 1; y = -3$.
- Câu 25:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
- Câu 26:** Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a - b = -c$. B. $a + b = -c$. C. $a + b = 3c$. D. $a - b = -3c$.
- Câu 27:** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3mm và chiều cao bằng 200mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng), $1m^3$ than chì có giá là $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. $9,7.a$ (đồng). B. $97,03.a$ (đồng). C. $90,7.a$ (đồng). D. $9,07.a$ (đồng).
- Câu 28:** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng
- A. -13368 . B. 13368 . C. -13848 . D. 13848 .
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{3}$.
- Câu 30:** Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31: Ông A dự định sử dụng hết $6,5\text{m}^3$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $2,26\text{m}^3$. B. $1,61\text{m}^3$. C. $1,33\text{m}^3$. D. $1,50\text{m}^3$.

Câu 32: Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A, nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 22 (m/s). B. 15 (m/s). C. 10 (m/s). D. 7 (m/s).

Câu 33: Trong không gian Oxyz, cho điểm A(1;2;3) và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Câu 34: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- A. 13. B. 3. C. 6. D. 4.

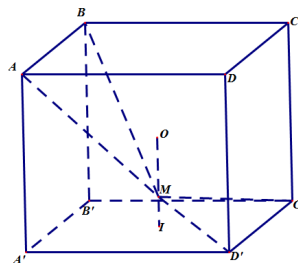
Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 37: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông A'B'C'D' và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho MO = 2MI (tham khảo hình vẽ).



Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (MC'D') và (MAB) bằng

- A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-4-i) + 2i = (5-i)z$?

Câu 46: Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 20. B. 19. C. 9. D. 21.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. 72. B. 216. C. 108. D. 36.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$, $f'(x) = 2x[f(x)]^2 \forall x \in \mathbb{R}$, $f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(1)$ bằng:

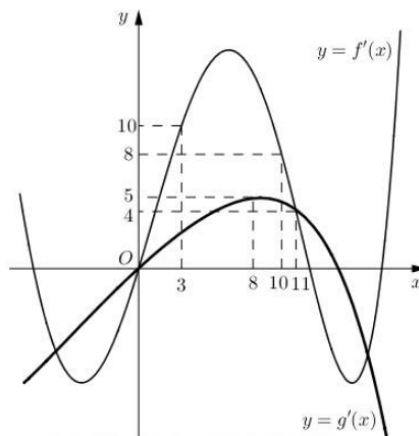
- A. $-\frac{35}{36}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua $A(1; 1; 1)$

và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f(x+4) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$. B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$. C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$. D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

-----HẾT-----

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC**

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017-2018

MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 101

Câu 1: [1D2-1] Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

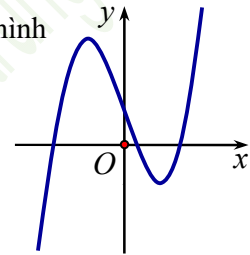
- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . **D. C_{34}^2 .**

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. **D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.**

Câu 3: [2D1-1] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.**
B. 0.
C. 3.
D. 1.



Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3			-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$.** B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 5: [2D3-1] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. **B. $S = \int_0^2 e^x dx$.** C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 6: [2D2-1] Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. B. $\ln(2a)$. **C. $\ln \frac{5}{3}$.** D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5a}{3a} = \ln \frac{5}{3}$.

Câu 7: [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C$. B. $3x^2 + 1 + C$. C. $x^3 + x + C$. **D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.**

Câu 8. [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

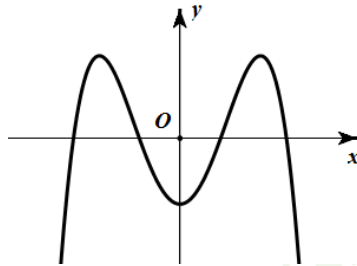
Câu 9. [2D4-1] Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng

- A. 3. B. -7. C. -3. D. 7.

Câu 10. [2H2-1] Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. $4\pi R^2$. D. πR^2 .

Câu 11. [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây



- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

Câu 12. [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; 6; 4)$. C. $(2; -1; 5)$. D. $(4; -2; 10)$.

Câu 13. [1D3-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 14. [2H3-1] Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

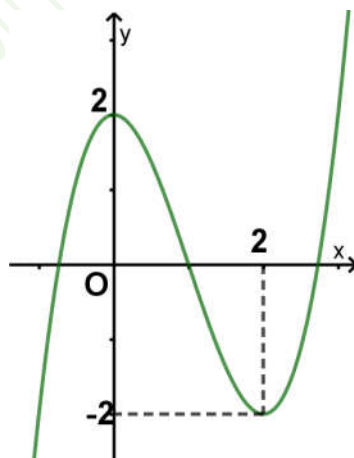
Câu 15. [2H2-1] Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích cả khối chóp đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 16. [2D2-2] Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 11 năm. B. 9 năm. C. 10 năm. D. 12 năm.

Câu 17. [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 3.** **B. 0.** **C. 1.** **D. 2.**

Câu 18: [2D1-2] Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

- A. 3.** **B. 2.** **C. 0.** **D. 1.**

Câu 19: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° .** **B. 90° .** **C. 30° .** **D. 45° .**

Câu 20: [1H3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - y + 3z - 9 = 0$.** **B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.**
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. **D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.**

Câu 21: [1D2-1] Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng:

- A. $\frac{4}{455}$.** **B. $\frac{24}{455}$.** **C. $\frac{4}{165}$.** **D. $\frac{33}{91}$.**

Câu 22: [2D3-2] $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$.** **B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$.** **C. $e^5 - e^2$.** **D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.**

Câu 23: [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng:

- A. 201.** **B. 2.** **C. 9.** **D. 54.**

Câu 24: [2D4-2] Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo.

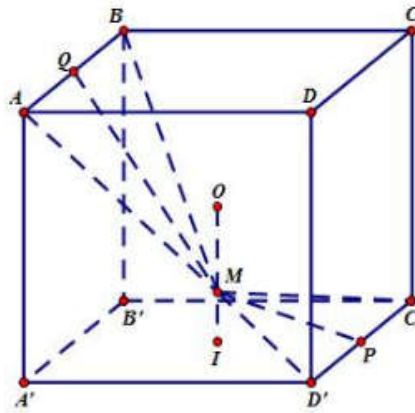
- A. $x = -1; y = -3$.** **B. $x = -1; y = -1$.** **C. $x = 1; y = -1$.** **D. $x = 1; y = -3$.**

Câu 25: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.** **B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.** **C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.** **D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.**

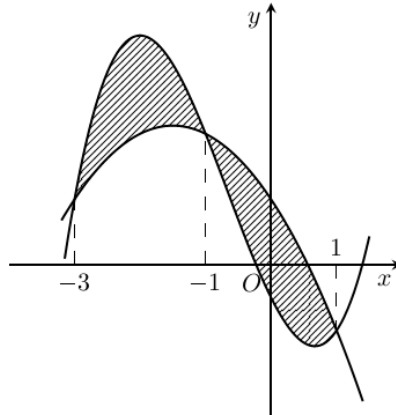
- Câu 26. [2D3-2]** Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a - b = -c$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a + b = 3c$. **D.** $a - b = -3c$.
- Câu 27. [2H2-2]** Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?
A. $9,7a$ (đồng). **B.** $97,03a$ (đồng). **C.** $90,7a$ (đồng). **D.** $9,07a$ (đồng).
- Câu 28. [1D2-2]** Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng
A. -13368 . **B.** 13368 . **C.** -13848 . **D.** 13848 .
- Câu 29. [1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng
A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.
- Câu 30. [2D4-2]** Xét các điểm số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng
A. 1 . **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 31. [2H1-3]** Ông A dự định sử dụng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?
A. $2,26 \text{ m}^3$. **B.** $1,61 \text{ m}^3$. **C.** $1,33 \text{ m}^3$. **D.** $1,50 \text{ m}^3$.
- Câu 32. [1D3-3]** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
A. 22 (m/s). **B.** 15 (m/s). **C.** 10 (m/s). **D.** 7 (m/s).
- Câu 33. [2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là
A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

- Câu 34. [2D2-3]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
A. 13. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 35. [2D1-2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?
A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 36. [2D1-3]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.
- Câu 37. [1H3-3]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



- A.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. **B.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.
- Câu 38. [2D4-3]** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$.
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 39. [2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình
A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$. **C.** $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.
- Câu 40. [2D1-3]** Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$?
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

- Câu 41.** [2D3-3] Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$).
 Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng
- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. **C. 4.** D. 5.



- Câu 42.** [2H1-4] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2.** B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 43.** [1D2-4] Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1728}{4913}$. B. $\frac{1079}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. **D. $\frac{1637}{4913}$.**

- Câu 44.** [2D2-3] Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 6. B. 9. **C. $\frac{7}{2}$.** D. $\frac{5}{2}$.

- Câu 45.** [2D1-4] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) .

Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- A. $\sqrt{6}$. **B. $2\sqrt{3}$.** C. 2. D. $2\sqrt{2}$.

- Câu 46.** [2D2-4] Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 20. **B. 19.** C. 9. D. 21.

Câu 47. [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72. B. 216. C. 108. **D. 36.**

Câu 48. [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

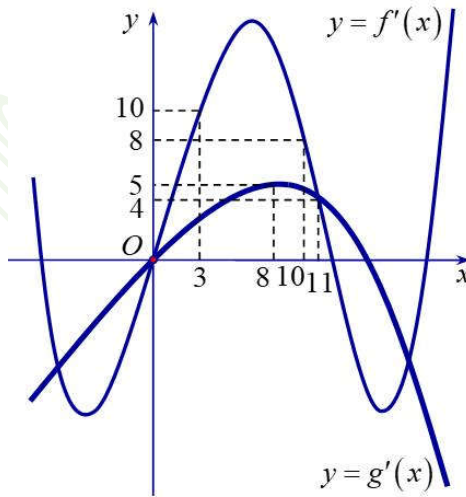
A. $-\frac{35}{36}$. **B. $-\frac{2}{3}$.** C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Câu 49. [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm

$A(1;1;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$. **C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$.** D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

Câu 50. [2D1-4] Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong **đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f(x+4) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$. **B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.** C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$. D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	A	B	C	D	B	D	C	D	C	A	B	B	C	A	D	A	D	A	A	D	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
			B	C	D	B	A	B	A	C	B	B	C	B	C	A	D	C	B	B	D	B	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [1D2-1] Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Lời giải

Chọn D.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2 .

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

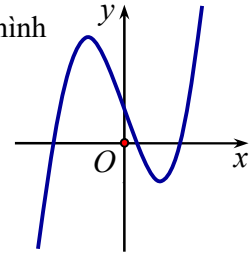
Lời giải

Chọn D.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ là $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 3: [2D1-1] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.



Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta khẳng định hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$	
		\swarrow		\searrow		
		-2		-2		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 5: [2D3-1] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

B. $S = \int_0^2 e^x dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx.$

Lời giải

Chọn B.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ được tính theo công thức $S = \int_0^2 |e^x| dx = \int_0^2 e^x dx.$

Câu 6. [2D2-1] Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}.$

B. $\ln(2a).$

C. $\ln \frac{5}{3}.$

D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5a}{3a} = \ln \frac{5}{3}.$

Câu 7. [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C.$

B. $3x^2 + 1 + C.$

C. $x^3 + x + C.$

D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$

Câu 8. [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3).$

B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1).$

C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1).$

D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3).$

Lời giải

Chọn B.

Câu 9. [2D4-1] Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng

A. 3.

B. -7.

C. -3.

D. 7.

Lời giải

Chọn D.

Câu 10. [2H2-1] Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^2.$

B. $2\pi R^2.$

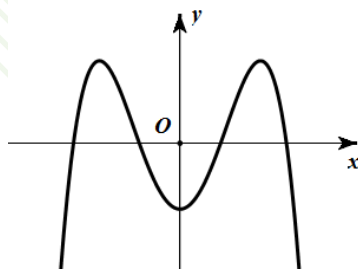
C. $4\pi R^2.$

D. $\pi R^2.$

Lời giải

Chọn C.

Câu 11. [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây



- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D.

Vì đồ thị có dạng hình chữ M nên đây là hàm trùng phương. Do đó loại B và C.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên loại A.

- Câu 12.** [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; 6; 4)$. C. $(2; -1; 5)$. D. $(4; -2; 10)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$

- Câu 13.** [1D3-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3} = 0$.

- Câu 14.** [2H3-1] Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2x+1=5 \Leftrightarrow x=2$.

- Câu 15.** [2H2-1] Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích đáy của hình chóp $B = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 16: [2D2-2] Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

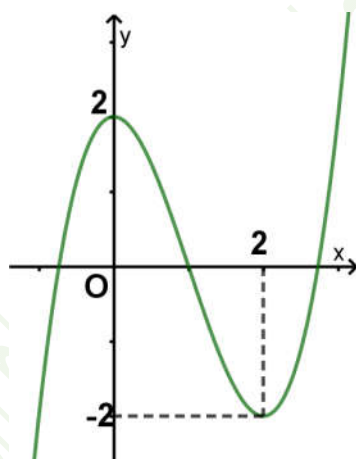
- A. 11 năm. B. 9 năm. **C. 10 năm.** D. 12 năm.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right) \Rightarrow n = \log_{(1+7,5\%)} (2) \approx 9,6$.

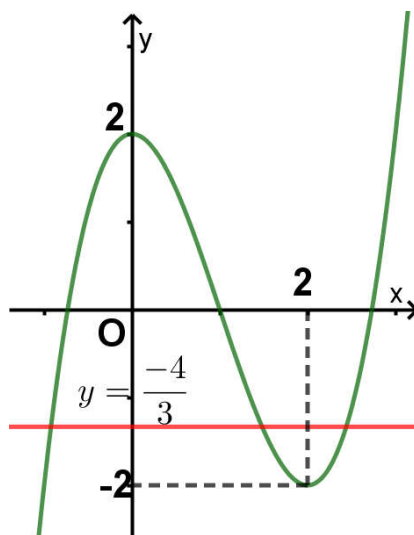
Câu 17: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 3.** B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$.

Câu 21: [1D2-1] Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng:

- A. $\frac{4}{455}$. B. $\frac{24}{455}$. C. $\frac{4}{165}$. D. $\frac{33}{91}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ (phần tử).

Gọi A là biến cố: “lấy được 3 quả cầu màu xanh”.

Khi đó, $n(A) = C_4^3 = 4$ (phần tử).

$$\text{Xác suất } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{455}.$$

Câu 22: [2D3-2] $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \int_1^2 e^{3x-1} dx = \frac{1}{3} e^{3x-1} \Big|_1^2 = \frac{1}{3}(e^5 - e^2).$$

Câu 23: [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng:

- A. 201. B. 2. C. 9. D. 54.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 3]$.

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 8x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 3] \\ x = \pm\sqrt{2} \in [-2; 3] \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(-2) = 9, f(3) = 54, f(0) = 9, f(-\sqrt{2}) = 5, f(\sqrt{2}) = 5.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$ bằng $f(3) = 54$.

Câu 24: [2D4-2] Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = -1; y = -3$. B. $x = -1; y = -1$. C. $x = 1; y = -1$. D. $x = 1; y = -3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$

$\Leftrightarrow x + 1 - (3y + 9)i = 0.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}.$

Câu 25: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

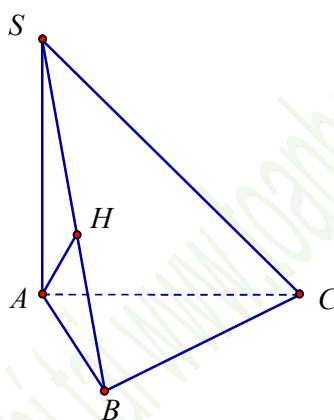
B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Trong tam giác SAB dựng AH vuông góc SB thì $AH \perp (SBC)$ do đó khoảng cách cần tìm là AH . Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{5}{4a^2}$ suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 26. [2D3-2] Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -c$.

B. $a + b = c$.

C. $a + b = 3c$.

D. $a - b = -3c$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x+9} \Rightarrow t^2 = x+9 \Rightarrow 2tdt = dx$.

Đổi cận:

x	16	55
t	5	8

$$\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = \int_5^8 \frac{2tdt}{(t^2-9)t} = 2 \int_5^8 \frac{dt}{t^2-9} = \frac{1}{3} \left(\int_5^8 \frac{dt}{t-3} - \int_5^8 \frac{dt}{t+3} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\ln|x-3| - \ln|x+3| \right) \Big|_5^8 = \frac{2}{3} \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 5 - \frac{1}{3} \ln 11.$$

Vậy $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$, $c = -\frac{1}{3}$. Mệnh đề $a - b = -c$ đúng.

- Câu 27. [2H2-2]** Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?
A. $9,7.a$ (đồng). **B.** $97,03.a$ (đồng). **C.** $90,7.a$ (đồng). **D.** $9,07.a$ (đồng).

Lời giải

Chọn D.

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì: $V_r = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 = 0,2 \cdot 10^{-6} \pi \text{ (m}^3\text{)}$.

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:

$$V = B \cdot h = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,2 = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ: $V_t = V - V_r = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0,2 \cdot 10^{-6} \pi \text{ (m}^3\text{)}$.

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:

$$0,2 \cdot 10^{-6} \pi \cdot 8a + \left(\frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0,2 \cdot 10^{-6} \pi \right) a \approx 9,07 \cdot 10^{-6} \cdot a \text{ (triệu đồng)}.$$

- Câu 28. [1D2-2]** Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng
A. -13368 . **B.** 13368 . **C.** -13848 . **D.** 13848 .

Lời giải

Chọn A.

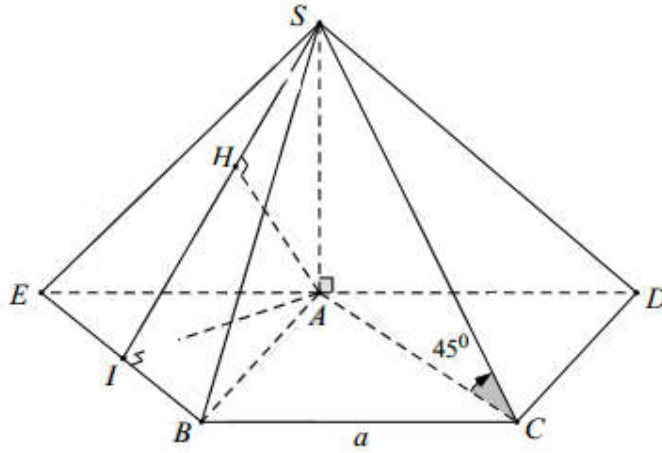
$$\begin{aligned} & x(2x-1)^6 + (3x-1)^8 \\ &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l} \\ &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l} \end{aligned}$$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức là: $C_6^4 \cdot (2)^4 \cdot (-1)^{6-4} + C_8^5 \cdot (3)^5 \cdot (-1)^{8-5} = -13368$.

- Câu 29. [1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng
A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng điểm E sao cho $ACBE$ là hình bình hành,

Khi đó: $AC \parallel EB \Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

$$\Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE)). \quad (1)$$

Kẻ $AI \perp EB (I \in EB)$,

$$\text{kẻ } AH \perp SI (H \in SI) \Rightarrow d(A, (SEB)) = AH. \quad (2)$$

$$\text{Tam giác } ABE \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2}$$

$$\text{Xét } \triangle SAI, \text{ ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}a. \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra } h = d(AC, SB) = \frac{2a}{3}.$$

Câu 30. [2D4-2] Xét các điểm số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có: } (\bar{z}+i)(z+2) = (a-bi+i)(a+bi+2) = (a^2+2a+b^2-b) + (a-2b+2)i$$

$$\text{Vì } (\bar{z}+i)(z+2) \text{ là số thuần ảo nên ta có: } a^2+2a+b^2-b=0 \Leftrightarrow (a+1)^2 + \left(b-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}.$$

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 31. [2H1-3] Ông A dự định sử dụng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $2,26 \text{ m}^3$.

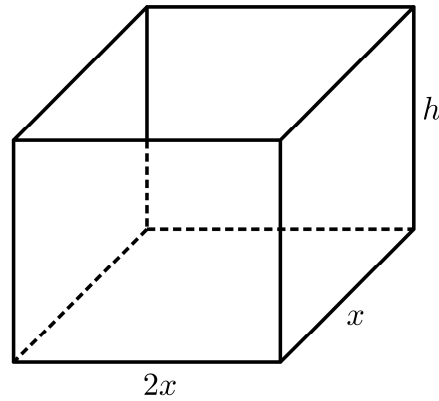
B. $1,61 \text{ m}^3$.

C. $1,33 \text{ m}^3$.

D. $1,50 \text{ m}^3$.

Lời giải

Chọn D.



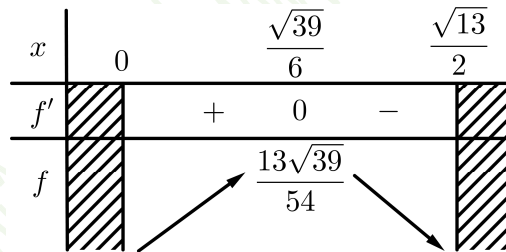
Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ.

$$\text{Ta có: } 2x^2 + 2xh + 4xh = 6,5 \Leftrightarrow h = \frac{6,5 - 2x^2}{6x}.$$

$$\text{Do } h > 0, x > 0 \text{ nên } 6,5 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Lại có } V = 2x^2h = \frac{6,5x - 2x^3}{3} = f(x), \text{ với } x \in \left(0; \frac{\sqrt{13}}{2}\right).$$

$$f'(x) = \frac{13}{6} - 2x^2, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{39}}{6}.$$



$$\text{Vậy } V \leq f\left(\frac{\sqrt{39}}{6}\right) = \frac{13\sqrt{39}}{54} \approx 1,50 \text{ m}^3.$$

- Câu 32. [1D3-3]** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A.** 22 (m/s). **B.** 15 (m/s). **C.** 10 (m/s). **D.** 7 (m/s).

Lời giải

Chọn B.

+) Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

+) Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

+) Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right) dt = \int_0^{10} at dt \Leftrightarrow 75 = 50a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10) = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15$ (m/s).

Câu 33. [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(b;0;0)$ và $\overline{BA} = (1-b;2;3)$.

Do $\Delta \perp d$, Δ qua A nên $\overline{BA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(1-b) + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Từ đó Δ qua $B(-1;0;0)$, có một vectơ chỉ phương là $\overline{BA} = (2;2;3)$ nên có phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}.$$

Câu 34. [2D2-3] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 13.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 4^x$, $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành

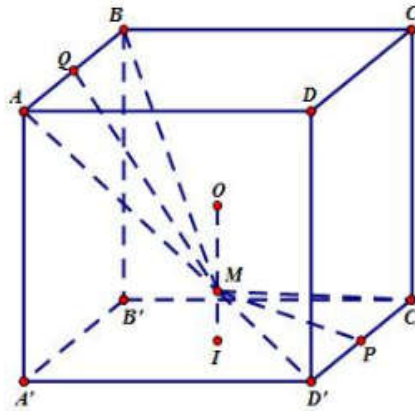
$$t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0 \quad (*).$$

Với mỗi nghiệm $t > 0$ của phương trình (*) sẽ tương ứng với duy nhất một nghiệm x của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Câu 37: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Không mất tính tổng quát, ta giả sử các cạnh của hình lập phương bằng 6. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB . Khi đó ta có

$$MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10}, MQ = \sqrt{34}, PQ = 6\sqrt{2}.$$

Áp dụng định lí cosin ta được

$$\cos PMQ = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \frac{-14}{\sqrt{340}}.$$

Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có

$$\cos \alpha = \frac{14}{\sqrt{340}} = \frac{7\sqrt{85}}{85}$$

Câu 38: [2D4-3] Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z \Leftrightarrow z(|z|-5+i)=4|z|+(|z|-2)i.$$

Lấy môđun 2 vế phương trình trên ta được

$$|z|\sqrt{(|z|-5)^2+1}=\sqrt{(4|z|)^2+(|z|-2)^2}.$$

Đặt $t=|z|$, $t \geq 0$ ta được

$$t\sqrt{(t-5)^2+1}=\sqrt{(4t)^2+(t-2)^2} \Leftrightarrow (t-1)(t^3-9t^2+4)=0.$$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $t \geq 0$ vậy có 3 số phức z thoả mãn.

Câu 39: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

A. $6x+8y+11=0$.

B. $3x+4y+2=0$.

C. $3x+4y-2=0$.

D. $6x+8y-11=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -1; -1)$ và bán kính $R = 3$.

* Ta tính được $AI = 5, AM = \sqrt{AI^2 - R^2} = 4$.

* Phương trình mặt cầu (S') tâm $A(2; 3; -1)$, bán kính $AM = 4$ là:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16.$$

* M luôn thuộc mặt phẳng $(P) = (S) \cap (S')$ có phương trình: $3x + 4y - 2 = 0$.

Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

* Nhận xét đây là hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$.

* Ta có $y' = x^3 - 7x$ nên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị $\begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{7} \\ x_0 = \sqrt{7} \end{cases}$.

* Phương trình tiếp tuyến tại $A(x_0; y_0)$ (là đường thẳng qua hai điểm M, N) có hệ số góc:

$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 6$. Do đó để tiếp tuyến tại $A(x_0; y_0)$ có hệ số góc $k = 6 > 0$ và cắt (C) tại hai

điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thì $-\sqrt{7} < x_0 < 0$ và $x_0 \neq -\frac{\sqrt{21}}{3}$ (hoành độ điểm uốn).

* Ta có phương trình: $y'(x_0) = 6 \Leftrightarrow x_0^3 - 7x_0 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$ (l)

Vậy có 2 điểm A thỏa yêu cầu.

Câu 41. [2D3-3] Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$).

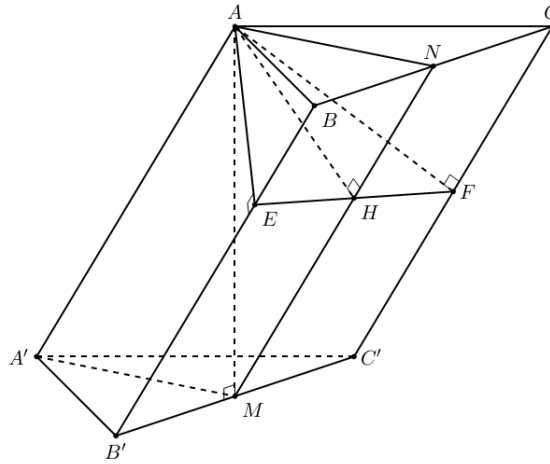
Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. 5.



Gọi N là trung điểm BC . Kẻ $AE \perp BB'$ tại E , $AF \perp CC'$ tại F .
Ta có $EF \cap MN = H$ nên H là trung điểm EF .

Ta có $\begin{cases} AE \perp AA' \\ AF \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (AEF) \Rightarrow AA' \perp EF \Rightarrow EF \perp BB'$.

Khi đó $d(A, BB') = AE = 1$, $d(A, CC') = AF = \sqrt{3}$, $d(C, BB') = EF = 2$.

Nhận xét: $AE^2 + AF^2 = EF^2$ nên tam giác AEF vuông tại A , suy ra $AH = \frac{EF}{2} = 1$.

Ta lại có $\begin{cases} AA' \perp (AEF) \\ MN \parallel AA' \end{cases} \Rightarrow MN \perp (AEF) \Rightarrow MN \perp AH$.

Tam giác AMN vuông tại A có đường cao AH nên $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AN^2} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
 $\Rightarrow AM = 2$.

Mặt khác $\begin{cases} (AA'NM) \perp (ABC) \\ (AA'NM) \perp (AEF) \\ (AA'NM) \cap (ABC) = AN \\ (AA'NM) \cap (AEF) = AH \end{cases} \Rightarrow$ Góc giữa mặt phẳng (ABC) và (AEF) là \widehat{HAN} .

Hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (AEF) là tam giác AEF nên

$$S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \widehat{HAN} \Rightarrow \frac{1}{2} AE \cdot AF = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{AH}{AN} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AE \cdot AF \cdot AN}{AH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}}{1} = 1.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AM = 2$.

Câu 43. [1D2-4] Ba bạn A , B , C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$.

Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1728}{4913}$.

B. $\frac{1079}{4913}$.

C. $\frac{23}{68}$.

D. $\frac{1637}{4913}$.

Lời giải

Chọn D.

Không gian mẫu có số phần tử là $17^3 = 4913$.

Lấy một số tự nhiên từ 1 đến 17 ta có các nhóm số sau:

*) Số chia hết cho 3: có 5 số thuộc tập $\{3;6;9;12;15\}$.

*) Số chia cho 3 dư 1: có 6 số thuộc tập $\{1;4;7;10;13;16\}$.

*) Số chia cho 3 dư 2: có 6 số thuộc tập $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho 3 thì các khả năng xảy ra như sau:

- TH1: Ba số đều chia hết cho 3 có $5^3 = 125$ cách.
- TH2: Ba số đều chia cho 3 dư 1 có $6^3 = 216$ cách.
- TH3: Ba số đều chia cho 3 dư 2 có $6^3 = 216$ cách.
- TH4: Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2 có $5.6.6.3! = 1080$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{125+216+216+1080}{4913} = \frac{1637}{4913}$.

Câu 44. [2D2-3] Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 6.

B. 9.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $a > 0, b > 0$ nên $\begin{cases} 3a + 2b + 1 > 1 \\ 9a^2 + b^2 + 1 > 1 \\ 6ab + 1 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) > 0 \\ \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) > 0 \end{cases}$.

Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số dương ta được

$$\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geq 2\sqrt{\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1)}$$

$$\Leftrightarrow 2 \geq 2\sqrt{\log_{6ab+1}(9a^2 + b^2 + 1)} \Leftrightarrow \log_{6ab+1}(9a^2 + b^2 + 1) \leq 1 \Leftrightarrow 9a^2 + b^2 + 1 \leq 6ab + 1$$

$$\Leftrightarrow (3a - b)^2 \leq 0 \Leftrightarrow 3a = b.$$

Vì dấu "=" đã xảy ra nên

$$\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) = \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \Leftrightarrow \log_{3b+1}(2b^2 + 1) = \log_{2b^2+1}(3b + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2b^2 + 1 = 3b + 1 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{3}{2} \text{ (vì } b > 0\text{)}. \text{ Suy ra } a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } a + 2b = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}.$$

Câu 45. [2D1-4] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) .

Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$(C): y = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}.$$

$I(-2;1)$ là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) .

$$\text{Ta có: } A\left(a; 1 - \frac{3}{a+2}\right) \in (C), B\left(b; 1 - \frac{3}{b+2}\right) \in (C).$$

$$\overline{IA} = \left(a+2; -\frac{3}{a+2}\right), \overline{IB} = \left(b+2; -\frac{3}{b+2}\right).$$

Đặt $a_1 = a+2, b_1 = b+2$ ($a_1 \neq 0, b_1 \neq 0; a_1 \neq b_1$).

Tam giác ABI đều khi và chỉ khi

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos(\overline{IA}, \overline{IB}) = \cos 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = b_1^2 + \frac{9}{b_1^2} \\ \frac{\overline{IA} \cdot \overline{IB}}{IA \cdot IB} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = b_1^2 + \frac{9}{b_1^2} & (1) \\ \frac{a_1 b_1 + \frac{9}{a_1 b_1}}{a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}} = \frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

Ta có (1) $\Leftrightarrow a_1^2 - b_1^2 + 9\left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{b_1^2}\right) = 0 \Leftrightarrow a_1^2 - b_1^2 - 9\left(\frac{1}{b_1^2} - \frac{1}{a_1^2}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow a_1^2 - b_1^2 - 9\left(\frac{a_1^2 - b_1^2}{a_1^2 b_1^2}\right) = 0 \Leftrightarrow (a_1^2 - b_1^2)\left(1 - \frac{9}{a_1^2 b_1^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 = b_1^2 \\ a_1^2 b_1^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_1 = -b_1 \\ a_1 b_1 = 3 \\ a_1 b_1 = -3 \end{cases}$$

Trường hợp $a_1 = b_1$ loại vì $A \neq B$; $a_1 = -b_1$, $a_1 b_1 = -3$ (loại vì không thỏa (2)).

Do đó $a_1 b_1 = 3$, thay vào (2) ta được $\frac{3 + \frac{9}{3}}{a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = 12$.

Vậy $AB = IA = \sqrt{a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}} = 2\sqrt{3}$.

Câu 46. [2D2-4] Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > m$

Ta có $5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = 5^{\log_5(x - m)} + \log_5(x - m)$
(1)

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t$, $f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $g(x) = x - 5^x$, $g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\log_5 \ln 5$	$+\infty$
g'	+	0	-
g			

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

- Câu 47.** [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng
- A. 72. B. 216. C. 108. **D. 36.**

Lời giải

Chọn D.

Đặt $AB = a, AC = b, AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A , nội tiếp mặt cầu (S) . Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 4R^2$.

$$\text{Xét } V = V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \frac{1}{36}a^2b^2c^2.$$

$$\text{Mà } a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}\right)^3 \geq a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{4R^2}{3}\right)^3 \geq 36.V^2 \Leftrightarrow V \leq R^3 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{27}$$

$$\text{Với } R = IA = 3\sqrt{3}.$$

Vậy $V_{\max} = 36$. (lời giải của thầy Bình Hoang)

- Câu 48.** [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
- A. $-\frac{35}{36}$. **B. $-\frac{2}{3}$.** C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x[f(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = 2x \Leftrightarrow \left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -2x \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^2 + C.$$

$$\text{Từ } f(2) = -\frac{2}{9} \text{ suy ra } C = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } f(1) = \frac{1}{-1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{2}{3}.$$

- Câu 49.** [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm

$A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$. **C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$.** D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = 1 + 2t' \end{cases}$$

Chọn điểm $B(2; -1; 3) \in \Delta$, $AB = 3$.

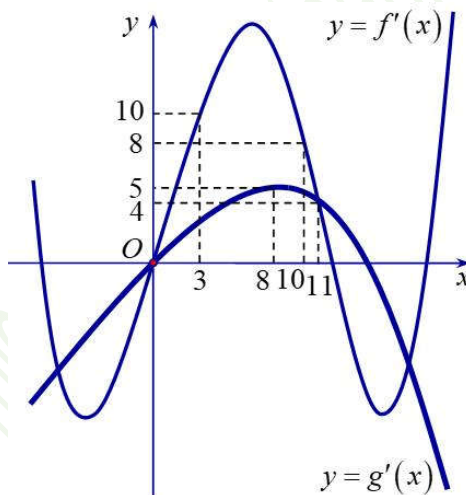
Điểm $C\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}; 1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ nằm trên d thỏa mãn $AC = AB$.

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ thỏa mãn \widehat{BAC} nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}; 2\right)$. Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (2; 11; -5)$ và có phương trình
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$$

Câu 50. [2D1-4] Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong **đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f\left(x + 4\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.

C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Kẻ đường thẳng $y = 10$ cắt đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại $A(a; 10)$, $a \in (8; 10)$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} f(x+4) > 10, \text{ khi } 3 < x+4 < a \\ g\left(2x - \frac{3}{2}\right) \leq 5, \text{ khi } 0 \leq 2x - \frac{3}{2} < 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+4) > 10, \text{ khi } -1 < x < 4 \\ g\left(2x - \frac{3}{2}\right) \leq 5, \text{ khi } \frac{3}{4} \leq x \leq \frac{25}{4} \end{cases}$$

Do đó $h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right) > 0$ khi $\frac{3}{4} \leq x < 4$.

Kiểm đánh giá khác:

$$\text{Ta có } h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right).$$

Dựa vào đồ thị, $\forall x \in \left(\frac{9}{4}; 3\right)$, ta có $\frac{25}{4} < x+4 < 7$, $f(x+4) > f(3) = 10$;

$$3 < 2x - \frac{3}{2} < \frac{9}{2}, \text{ do đó } g\left(2x - \frac{3}{2}\right) < f(8) = 5.$$

Suy ra $h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right) > 0, \forall x \in \left(\frac{9}{4}; 3\right)$. Do đó hàm số đồng biến trên $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.

