MÃ ĐỀ : 101

Câu 1 : Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây ?

A. $2t^2 - 3 = 0.$ B. $t^2 + t - 3 = 0.$ C. $4t - 3 = 0.$ D. $t^2 + 2t - 3 = 0.$

Giải

Đáp án : D

Cho phương trình : $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0\left(1\right)$. Đặt $t = 2^x, t > 0$.Phương trình $\left(1\right) \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0$.

Câu 2 : Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \cos 3x$.

A. $\int \cos 3x dx = 3\sin 3x + C.$ B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$ D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C.$

Giải

Đáp án : B

Câu 3 : Số phức nào dưới đây là số thuần ảo ?

A. $z = -2 + 3i.$ B. $z = 3i.$ C. $z = -2.$ D. $z = \sqrt{3} + i.$

Giải

Đáp án : B

Câu 4 : Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

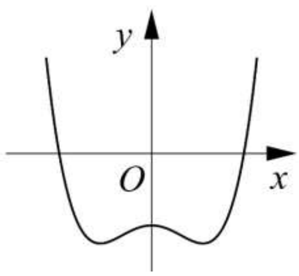
A. Hàm số có ba điểm cực trị . B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0 . D. Hàm số có hai điểm cực tiểu .

Giải

Đáp án : C

Câu 5 : Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = -x^3 + x^2 - 1$

B. $y = x^4 - x^2 - 1$

C. $y = x^3 - x^2 - 1$

D. $y = -x^4 + x^2 - 1$

Giải

Đáp án : B

Câu 6 : Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I=\frac{1}{2}$. B. $I=0$. C. $I=-2$. D. $I=2$.

Giải

Đáp án : D

$\forall a>0, a\neq 1$. Ta có : $I=\log_{\sqrt{a}} a=\log_{a^{\frac{1}{2}}} a=2\log_a a=2$.

Câu 7 : Cho hai số phức $z_1=7-4i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

A. $z=7-4i$. B. $z=2+5i$. C. $z=-2+5i$. D. $z=3-10i$.

Giải

Đáp án : A

Câu 8 : Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Giải

Đáp án : C

Ta có $y=x^3+3x+2$; $y'=3x^2+3=3(x^2+1)>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 9 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. B. $P(0;0;-5)$. C. $N(-5;0;0)$. D. $M(1;1;6)$.

Giải

Đáp án : D

Câu 10 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. B. $\vec{k}=(0;0;1)$. C. $\vec{j}=(0;1;0)$. D. $\vec{m}=(1;1;1)$.

Giải

Đáp án : B

Câu 11 : Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=4\sqrt{2}$.

A. $V=128\pi$. B. $V=64\sqrt{2}\pi$. C. $V=32\pi$. D. $V=32\sqrt{2}\pi$.

Giải

Đáp án : B

Ta có : $V=\pi r^2 h=\pi.16.4\sqrt{2}=64\pi\sqrt{2}$.

Câu 12 : Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Giải

Đáp án : C

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 4\}$

Ta có : $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{(x-4)(x+1)}{(x-4)(x+4)}=\dfrac{x+1}{x+4}$.

$\lim\limits_{x\to(-4)^+} y=\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{x+1}{x+4}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-4)^-} y=\lim\limits_{x\to(-4)^-}\dfrac{x+1}{x+4}=+\infty$. Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là : $x=-4$

Câu 13 : Hàm số $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;+\infty)$. B. $(-1;1)$. C. $(-\infty;+\infty)$. D. $(-\infty;0)$.

Giải

Đáp án : A

TXĐ : $D=\mathbb{R}$

Ta có : $y'=-\dfrac{4x}{(x^2+1)^2}; y'=0\Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 14 : Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0; x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\pi-1$. B. $V=(\pi-1)\pi$. C. $V=(\pi+1)\pi$. D. $V=\pi+1$.

Giải

Đáp án : C

Ta có $2+\cos x>0,\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Suy ra $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} y^2dx=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2+\cos x)dx=\pi(2x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi(\pi+1)$.

Câu 15 : Với a,b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=9\log_a b$. B. $P=27\log_a b$. C. $P=15\log_a b$. D. $P=6\log_a b$.

Giải

Đáp án : D

Với a,b là các số thực dương tùy ý và a khác 1.

Ta có :

$P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6=3\log_a b+3\log_a b=6\log_a b.$

Câu 16 : Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
B. $D=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.
C. $D=(-2;3)$.
D. $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Giải

Đáp án : D

Hàm số xác định khi $\dfrac{x-3}{x+2}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>3\end{array}\right.$. Vậy tập xác định $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 17 : Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\geq 0$.

A. $S=(-\infty;2]\cup[16;+\infty)$.
B. $S=[2;16]$.
C. $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$.
D. $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Giải

Đáp án : C

Điều kiện : $x>0$

Đặt $t=\log_2 x$. Bất phương trình tương đương với

$t^2-5t+4\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\leq 1\\t\geq 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x\leq 1\\\log_2 x\geq 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq 2\\x\geq 16\end{array}\right.$.So với điều kiện, suy ra $\left[\begin{array}{l}0<x\leq 2\\x\geq 16\end{array}\right.$.

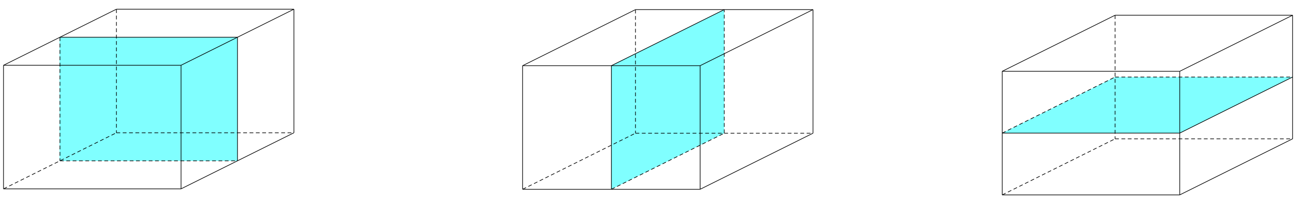
Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$.

Câu 18 : Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 4 mặt phẳng
B. 3 mặt phẳng
C. 6 mặt phẳng
D. 9 mặt phẳng

Giải

Đáp án : B



Câu 19 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$.
B. $3x+2y+z-8=0$.
C. $3x-2y+z-12=0$.
D. $x-2y+3z+3=0$.

Giải

Đáp án : C

Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}=(3;-2;1)$. Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng Δ nên mặt phẳng sẽ có 1 vtpt là $\vec{n}=\vec{u}=(3;-2;1)$. Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng là :

$3(x-3)-2(y+1)+(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

Câu 20 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Giải

Đáp án : B

Mặt phẳng (P) có vtpt là $\vec{n}=(1;3;-1)$. Ta thấy đường thẳng ở đáp án B đi qua điểm $A(2;3;0)$ và có vtcp $\vec{u}=\vec{n}=(1;3;-1)$.

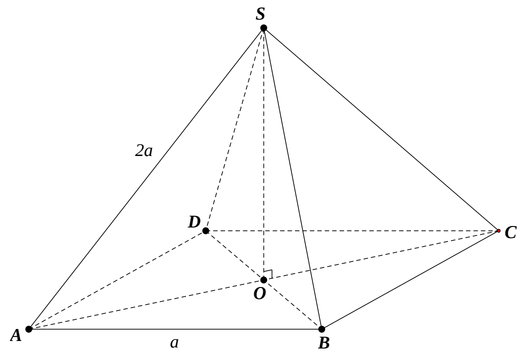
Câu 21 : Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Giải

Đáp án : D

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, với $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, $SO\perp(ABCD)$



Ta có :

$$OA=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}; SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{2}}=a\frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là :

$$V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}a^2.a\frac{\sqrt{14}}{2}=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}.$$

Câu 22 : Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1+\sqrt{2}i$ và $1-\sqrt{2}i$ là nghiệm ?

A. $z^2+2z+3=0.$ B. $z^2-2z-3=0.$ C. $z^2-2z+3=0.$ D. $z^2+2z-3=0.$

Giải

Đáp án : C

Ta có : $(1+\sqrt{2}i)+(1-\sqrt{2}i)=2;(1+\sqrt{2}i).(1-\sqrt{2}i)=1-(\sqrt{2}i)^2=3$. Suy ra $1+\sqrt{2}i$ và $1-\sqrt{2}i$ là nghiệm của phương trình : $z^2-2z+3=0$

Câu 23 : Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $m=11.$ B. $m=0.$ C. $m=-2.$ D. $m=3.$

Giải

Đáp án : C

Ta có : $y'=3x^2-14x+11; y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-14x+11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=\dfrac{11}{3}\notin[0;2] \end{array}\right.$

$y(0)=-2; y(1)=3; y(2)=0$. Suy ra : $m=\min\limits_{[0;2]} y=y(0)=-2$

Câu 24 : Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x-1\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D=\left(-\infty;1\right).$ B. $D=\left(1;+\infty\right).$ C. $D=\mathbb{R}.$ D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}.$

Giải

Đáp án : B

Hàm số xác định khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy $D=\left(1;+\infty\right)$.

Câu 25 : Cho $\int\limits_0^6 f\left(x\right)dx=12.$ Tính $I=\int\limits_0^2 f\left(3x\right)dx.$

A. $I=6.$ B. $I=36.$ C. $I=2.$ D. $I=4.$

Giải

Đáp án : D

Đặt $t=3x\Rightarrow dt=3dx$, với $x=0\Rightarrow t=0;x=2\Rightarrow t=6$

Suy ra : $I=\int\limits_0^2 f\left(3x\right)dx=\frac{1}{3}\int\limits_0^6 f\left(t\right)dt=\frac{1}{3}\int\limits_0^6 f\left(x\right)dx=\frac{12}{3}=4.$

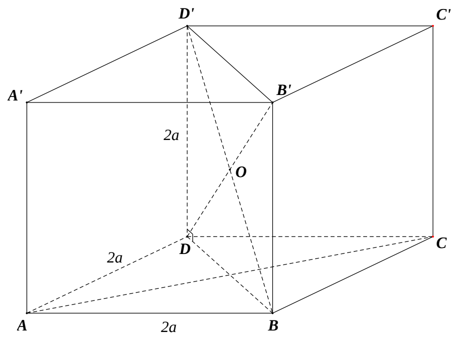
Câu 26 : Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a.$

A. $R=\frac{\sqrt{3}a}{3}.$ B. $R=a.$ C. $R=2\sqrt{3}a.$ D. $R=\sqrt{3}a.$

Giải

Đáp án : D

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là giao điểm của BD' và $B'D$. Ta có O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và mặt cầu có bán kính



$$R=\frac{BD'}{2}=\frac{\sqrt{BD^2+DD'^2}}{2}=\frac{\sqrt{\left(2a\sqrt{2}\right)^2+4a^2}}{2}=\frac{\sqrt{12a^2}}{2}=a\sqrt{3}$$

Câu 27 : Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\sin x$ và $f\left(0\right)=10.$ Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5.$ B. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+2.$

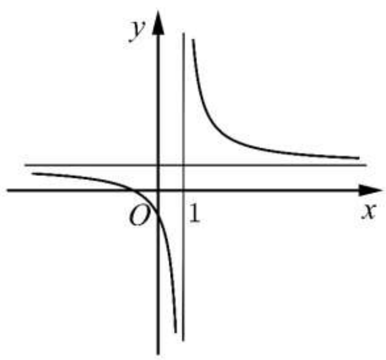
C. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+2.$ D. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+15.$

Giải

Đáp án : A

Ta có : $f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)dx=\int\left(3-5\sin x\right)dx=3x+5\cos x+C$. Mặt khác $f\left(0\right)=10\Leftrightarrow 5+C=10\Leftrightarrow C=5$. Vậy $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5.$

Câu 28 : Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}.$

B. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}.$

C. $y'>0,\forall x\neq 1.$

D. $y'<0,\forall x\neq 1.$

Giải

Đáp án : D

Câu 29 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I, bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=13.$ B. $(x+1)^2+y^2+z^2=13.$

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}.$ D. $(x+1)^2+y^2+z^2=17.$

Giải

Đáp án : A

Ta có I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox nên tọa độ điểm $I(1;0;0)$ và $IM=\sqrt{13}$. Vậy phương trình của mặt cầu tâm I, bán kính IM là : $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

Câu 30 : Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ ?

A. $Q(1;2)$. B. $N(2;1)$. C. $M(1;-2)$. D. $P(-2;1)$.

Giải

Đáp án : B

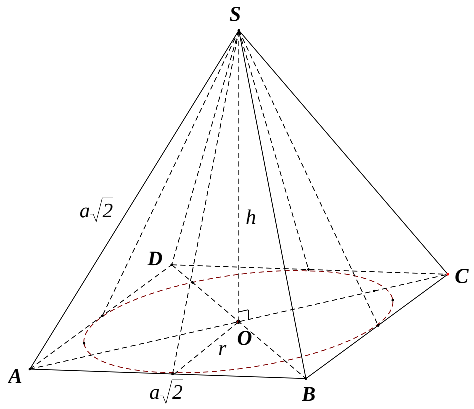
Ta có : $w=iz=i(1-2i)=2+i$. Suy ra điểm biểu diễn cho số phức w là điểm $N(2;1)$.

Câu 31 : Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. C. $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Giải

Đáp án : C



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $SO\perp(ABCD)$. Gọi r,h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón.

Ta có $r=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $h=SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{2a^2-a^2}=a$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}.\pi.\dfrac{a^2}{2}.a=\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 32 : Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=-x^2+2x+C.$ B. $\int f'(x)e^{2x}dx=-x^2+x+C.$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=2x^2-2x+C.$ D. $\int f'(x)e^{2x}dx=-2x^2+2x+C.$

Giải

Đáp án : D

Ta có $\int f(x)e^{2x}dx=F(x)\Leftrightarrow f(x)e^{2x}=F'(x)\Leftrightarrow f(x)e^{2x}=2x$

Suy ra :

$\left(f\left(x\right)e^{2x}\right)'=\left(2x\right)'\Leftrightarrow f'\left(x\right).e^{2x}+2e^{2x}.f\left(x\right)=2\Leftrightarrow f'\left(x\right).e^{2x}=2-2e^{2x}.f\left(x\right)$
$=2-4x$

Suy ra : $\int f'\left(x\right)e^{2x}dx=\int\left(2-4x\right)dx=2x-2x^2+C$

Câu 33 : Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m<-1$. B. $3<m\le 4$. C. $m>4$. D. $1\le m<3$.

Giải

Đáp án : C

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

$$y'=-\frac{\left(m+1\right)}{\left(x-1\right)^2}$$

TH1 : $m+1>0\Leftrightarrow m>-1\Rightarrow y'<0$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;4\right)$.

Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y=y\left(4\right)=\dfrac{4+m}{3}=3\Leftrightarrow m=5$ (thỏa)

TH2 : $m+1<0\Leftrightarrow m<-1\Rightarrow y'>0$. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;4\right)$.

Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y=y\left(2\right)=\dfrac{2+m}{1}=3\Leftrightarrow m=1$ (không thỏa)

Vậy : $m=5$

Câu 34 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(-1;1;3\right)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1};\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Giải

Đáp án : D

Đường thẳng Δ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(3;2;1\right)$, đường thẳng Δ' có vtcp $\overrightarrow{u_{\Delta'}}=\left(1;3;-2\right)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M\left(-1;1;3\right)$ và lần lượt vuông góc với Δ và Δ'. Khi đó đường thẳng d có vtcp $\overrightarrow{u_d}$ sao cho $\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_{\Delta'}}\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]=\left(-1;1;1\right)$. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là : $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 35 : Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi ? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 13 năm . B. 14 năm . C. 12 năm . D. 11 năm .

Giải

Đáp án : C

Ta có công thức : $50.(1+6\%)^n \geq 100$ (triệu đồng) $\Rightarrow n \geq \log_{(1+6\%)} 2 \Rightarrow n \geq 12$

Câu 36 : Cho số phức $z = a + bi\left(a,b \in \mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = -5$. C. $S = 5$. D. $S = -\frac{7}{3}$.

Giải

Đáp án : B

Theo giả thiết, ta có :

$$z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow z = -1 + \left(|z| - 3\right)i \Leftrightarrow |z| = \sqrt{1 + \left(|z| - 3\right)^2} \Leftrightarrow |z|^2 = 1 + \left(|z| - 3\right)^2$$

$$\Leftrightarrow |z| = \frac{5}{3} \Rightarrow z = -1 - \frac{4}{3}i \Rightarrow a = -1; b = -\frac{4}{3} \Rightarrow S = a + 3b = -5$$

Câu 37 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$,

$d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2 ?

A. $2x - y + 2z + 22 = 0.$ B. $2x - y + 2z + 13 = 0.$

C. $2x - y + 2z - 13 = 0.$ D. $2x + y + 2z - 22 = 0.$

Giải

Đáp án : C

Gọi $A = d_1 \cap (P)$. Suy ra tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \\ 2x + 2y - 3z \end{cases} \Rightarrow 2(1 + 3t) + 2(-2 + t) - 6 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow A(4; -1; 2)$$

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d_2, suy ra mặt phẳng (Q) có 1 vtpt $\overrightarrow{n_Q} = \overrightarrow{u_{d_2}} = (2; -1; 2)$. Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là :

$$2(x - 4) - (y + 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 13 = 0$$

Câu 38 : Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7 . B. 4 . C. 6 . D. 5 .

Giải

Đáp án : A

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi

$y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 3(4m+9) \le 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \le 0 \Leftrightarrow -9 \le m \le -3$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$

Câu 39 : Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 81$

A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 81$. D. $m = 44$.

Giải

Đáp án : B

$\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0\,(1)$

Điều kiện : $x > 0$

Đặt $t = \log_3 x, t \in \mathbb{R}$, phương trình (1) tương đương với $t^2 - mt + 2m - 7 = 0\,(2)$. Phương trình (1) có hai nghiệm thực $x_1, x_2\,(x_1 > 0, x_2 > 0)$ $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực t_1, t_2 phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4(2m-7) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 28 > 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 + 12 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Ta có $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3 x_1x_2 = \log_3 81 = 4 \Rightarrow m = 4$ (Định lý Vi – et)

Câu 40 : Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $P(1;0)$. B. $M(0;-1)$. C. $N(1;-10)$. D. $Q(-1;10)$.

Giải

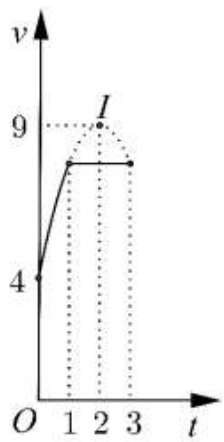
Đáp án : C

Giả sử hàm số đạt cực trị tại điểm có tọa độ $(x_0;y_0)$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, khi đó

$y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right).y' - 8x - 2$. Ta có $y_0 = \left(\frac{1}{3}x_0 - \frac{1}{3}\right).y'(x_0) - 8x_0 - 2 = -8x_0 - 2$ (Vì $y'(x_0) = 0$)

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A và B có phương trình : $d: y = -8x - 2$. Ta thấy điểm $N(1;-10) \in d$.

Câu 41 : Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $s = 23{,}25(km)$. B. $s = 21{,}58(km)$.

C. $s = 15{,}50(km)$. D. $s = 13{,}83(km)$.

Giải

Đáp án : B

Giả sử phương trình vận tốc của vật chuyển động theo đường parabol là :

$v(t)=at^2+bt+c(km/h)$. Ta có : $\begin{cases} c=4 \\ 4a+2b+c=9 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=4 \\ b=5 \\ a=-\dfrac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow v(t)=-\dfrac{5}{4}t^2+5t+4$

Ta có $v(1)=\dfrac{31}{4}$, suy ra phương trình vận tốc của vật chuyển động theo đường đường thẳng là :

$y=\dfrac{31}{4}$. Vậy quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ là :

$$s=\int_0^2\left(-\frac{5}{4}t^2+5t+4\right)dt+\int_2^3\frac{31}{4}dt=\left(-\frac{5}{4}.\frac{t^3}{3}+5.\frac{t^2}{2}+4t\right)\Bigg|_0^2+\frac{31}{4}.t\Bigg|_2^3=\frac{259}{12}\approx 21{,}583$$

Vậy $s=21{,}58(km)$

Câu 42 : Cho $\log_a x=3,\log_b x=4$ với a,b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab}x$.

A. $P=\dfrac{7}{12}$. B. $P=\dfrac{1}{12}$. C. $P=12$. D. $P=\dfrac{12}{7}$.

Giải

Đáp án : D

Điều kiện : $0<x\neq 1,a>1,b>1$. Ta có $P=\log_{ab}x=\dfrac{1}{\log_x ab}=\dfrac{1}{\log_x a+\log_x b}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}}=\dfrac{12}{7}$.

Câu 43 : Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V=\dfrac{2a^3}{3}$. D. $V=\sqrt{2}a^3$.

Giải

Đáp án : B

Ta có : $BC\perp AB,BC\perp SA\Rightarrow BC\perp(SAB)$

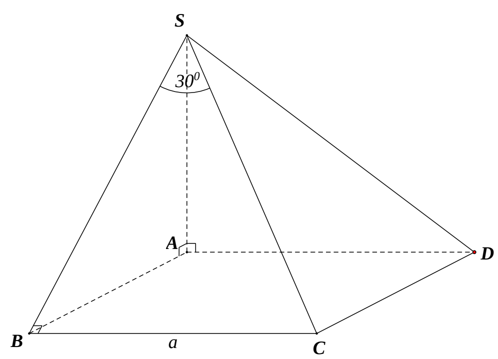
$\Rightarrow\angle(SC,(SAB))=\angle(SC,SB)=\angle BSC=30^0$;

$\tan(\angle BSC)=\dfrac{BC}{SB}\Rightarrow SB=\dfrac{BC}{\tan(\angle BSC)}=\dfrac{a}{\tan 30^0}=a\sqrt{3}$;

$SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

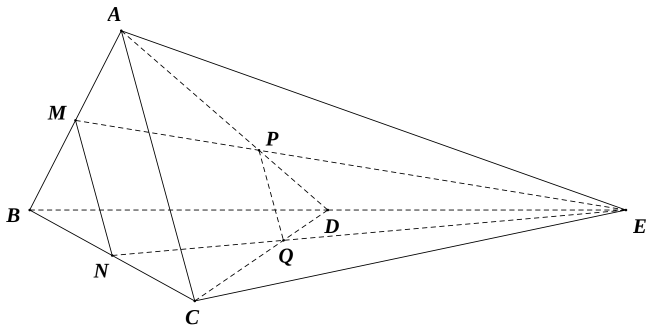


Câu 44 : Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V=\dfrac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. C. $V=\dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Giải

Đáp án : B



Trong mặt phẳng (ABD), gọi $P = AD \cap EM$. Trong mặt phẳng (BCD), gọi $Q = CD \cap EN$. Khi đó ta có P,Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ΔABE và ΔBCE.

Ta có $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a, suy ra $V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Vì $BE = 2BD \Rightarrow d\left(E,(ABC)\right) = 2d\left(D,(ABC)\right)$, ta có :

$$V_{E.BMN} = \frac{1}{3}d\left(E,(ABC)\right).S_{\Delta BMN} = \frac{1}{3}.2d\left(D,(ABC)\right).\frac{1}{4}S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}.d\left(D,(ABC)\right).S_{\Delta ABC}\right)$$

$$= \frac{1}{2}V_{D.ABC} = \frac{1}{2}V_{ABCD} = \frac{1}{2}.\frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$$

Mặt khác : $\dfrac{V_{E.DPQ}}{V_{E.BNM}} = \dfrac{ED}{EB}.\dfrac{EP}{EN}.\dfrac{EQ}{EM} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{9} \Rightarrow V_{E.DPQ} = \dfrac{2}{9}V_{E.BNM} = \dfrac{2}{9}.\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{108}$

Gọi V_1 là thể tích của phần khối đa diện không chứa đỉnh A, khi đó

$$V_1 = V_{E.BMN} - V_{E.DPQ} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24} - \frac{a^3\sqrt{2}}{108} = \frac{7a^3\sqrt{2}}{216}.$$

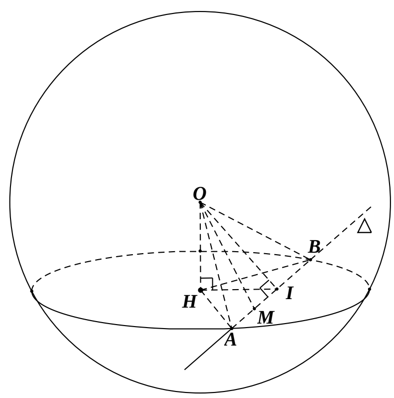
Vậy $V = V_{ABCD} - V_1 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12} - \dfrac{7a^3\sqrt{2}}{216} = \dfrac{11a^3\sqrt{2}}{216}$.

Câu 45 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A,B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$, tính $T = a - b$.

A. $T = -2$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 0$.

Giải

Đáp án : C



Mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và bán kính $R = 3$,

$d\left(O,(P)\right) = \dfrac{4}{\sqrt{3}} < R; OM = \sqrt{6} < R$. Suy ra mặt phẳng (P) sẽ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn giao tuyến có tâm là điểm H và điểm M nằm phía trong mặt cầu. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, ta có $OI \perp AB$ và $AB = 2AI = 2\sqrt{R^2 - OI^2} = 2\sqrt{9 - d^2\left(O,\Delta\right)}$.

Suy ra độ dài đoạn AB nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(O,\Delta)$ nhỏ nhất.

Ta có $d(O,\Delta) \le OM$. Suy ra $d(O,\Delta)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $I \equiv M \Leftrightarrow OM \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$

$\Leftrightarrow 1 + a + 2b = 0(1)$. Mặt khác $\Delta \subset (P) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{n_{(P)}} = 0 \Leftrightarrow 1 + a + b = 0(2)$.

Từ $(1),(2) \Rightarrow a = -1; b = 0 \Rightarrow T = a - b = -1$.

Câu 46 : Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i| = 5$ và $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

A. 0. B. Vô số. C. 1. D. 2.

Giải

Đáp án : C

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Điều kiện : $z \ne 4$.

Ta có :

$|z-3i| = 5 \Leftrightarrow |x + (y-3)i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y-3)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0(1)$.

$$\frac{z}{z-4} = \frac{x+yi}{(x-4)+yi} = \frac{(x+yi)[(x-4)-yi]}{(x-4)^2+y^2} = \frac{x(x-4)+y^2}{(x-4)^2+y^2} - \frac{4y}{(x-4)^2+y^2}i.$$

Vì $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo nên $\dfrac{x(x-4)+y^2}{(x-4)^2+y^2} = 0 \Leftrightarrow x(x-4) + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x = 0(2)$.

Từ $(1),(2) \Rightarrow 4x - 6y = 16 \Rightarrow x = 4 + \dfrac{3}{2}y$. Thay vào (1) ta được

$$\left(4 + \frac{3}{2}y\right)^2 + y^2 - 6y - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = -\dfrac{24}{13} \end{array}\right.$$

Với $y = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow z = 4$ (loại).

Với $y = -\dfrac{24}{13} \Rightarrow x = \dfrac{16}{13} \Rightarrow z = \dfrac{16}{13} - \dfrac{24}{13}i$ (thỏa).

Câu 47 : Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$. B. $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.

C. $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$. D. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Giải

Đáp án : D

Điều kiện : $xy < 1$

Ta có :

$$\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4 \Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3xy + x + 2y - 4$$

$\Leftrightarrow \log_3(1-xy)+3(1-xy)+1=\log_3(x+2y)+x+2y$

$\Leftrightarrow \left[\log_3(1-xy)+\log_3 3\right]+3(1-xy)=\log_3(x+2y)+x+2y$

$\Leftrightarrow \log_3 3(1-xy)+3(1-xy)=\log_3(x+2y)+(x+2y)(1)$

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t, \forall t>0$

Ta có : $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0, \forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ luôn đồng biến $\forall t>0$, khi đó :

(1) có dạng $f(3(1-xy))=f(x+2y)\Leftrightarrow 3(1-xy)=x+2y\Leftrightarrow 3-3xy=x+2y$

$\Leftrightarrow x+3xy=3-2y\Leftrightarrow x(1+3y)=3-2y\Leftrightarrow x=\dfrac{3-2y}{1+3y}$. Vì $x>0, y>0$ nên $0<y<\dfrac{3}{2}$

Ta có : $P=x+y=\dfrac{3-2y}{1+3y}+y=\dfrac{3y^2-y+3}{1+3y}, \forall y\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$

$$P'=\frac{9y^2+6y-10}{(1+3y)^2}; P'=0\Leftrightarrow 9y^2+6y-10=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{-1+\sqrt{11}}{3}\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right) \\ y=\dfrac{-1-\sqrt{11}}{3}\notin\left(0;\dfrac{3}{2}\right)\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

y	0		$\frac{-1+\sqrt{11}}{3}$		$\frac{3}{2}$
P'		$-$	0	$+$	
P		$\searrow$	$\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$	$\nearrow$	

Vậy : $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Câu 48 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm A,B,C phân biệt sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$.

B. $m\in\mathbb{R}$.

C. $m\in\left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$.

D. $m\in(-2;+\infty)$.

Giải

Đáp án : D

$y=x^3-3x^2+x+2(C); y=mx-m+1(d)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$x^3-3x^2+x+2=mx-m+1\Leftrightarrow x^3-3x^2+(1-m)x+1+m=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ g(x)=x^2-2x-m-1=0(1) \end{array}\right.$

Đồ thị (C) cắt đường thẳng (d) tại ba điểm A,B,C phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1+m+1>0 \\ g(1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m>-2(*)$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại ba điểm A,B,C phân biệt sao cho $AB=BC \Rightarrow$ điểm B chính là điểm uốn của đồ thị (C).

Ta có : $y''=6x-6; y''=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=1 \Rightarrow$ Điểm uốn $B(1;1)\in(d), \forall m>-2$.

Vậy với $m\in(-2;+\infty)$ thì yêu cầu bài toán thỏa mãn.

Câu 49 : Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.

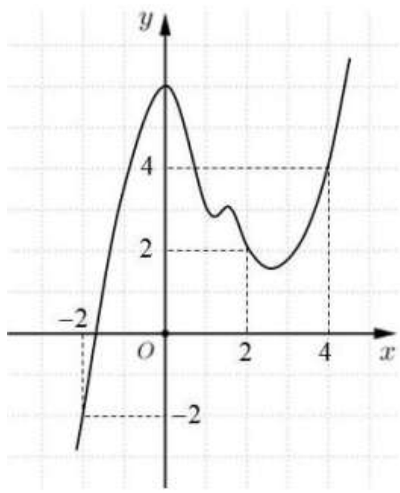
Đặt $h(x)=2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $h(4)=h(-2)>h(2)$

B. $h(4)=h(-2)<h(2)$

C. $h(2)>h(4)>h(-2)$

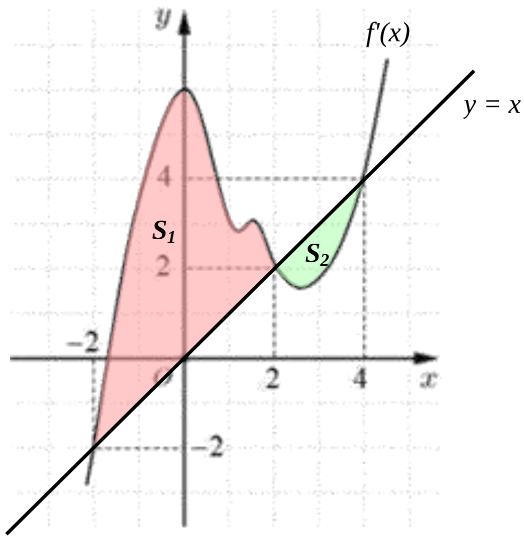
D. $h(2)>h(-2)>h(4)$



Giải

Đáp án : C

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng như hình vẽ bên



Ta có $2S_1=2\int_{-2}^{2}\left[f'(x)-x\right]dx=\left[2f(x)-x^2\right]\Big|_{-2}^{2}$

$=h(x)\Big|_{-2}^{2}=h(2)-h(-2)>0 \Leftrightarrow h(2)>h(-2)(1)$

Tương tự :

$2S_2=2\int_{2}^{4}\left[x-f'(x)\right]dx=\left[x^2-2f(x)\right]\Big|_{2}^{4}$

$=-h(x)\Big|_{2}^{4}=h(2)-h(4)>0 \Leftrightarrow h(2)>h(4)(2)$

Nhìn đồ thị ta có :

$S_1>S_2 \Leftrightarrow 2S_1>2S_2 \Leftrightarrow h(2)-h(-2)>h(2)-h(4) \Leftrightarrow h(4)>h(-2)(3)$

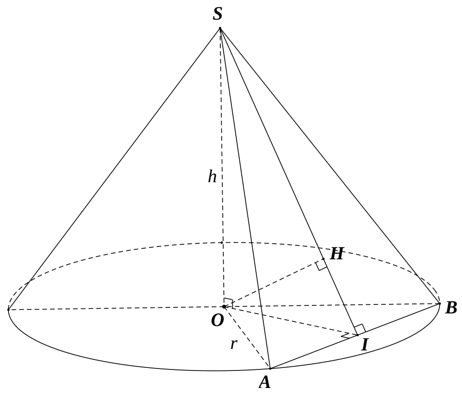
Từ $(1),(2),(3)$ suy ra : $h(2)>h(4)>h(-2)$.

Câu 50 : Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h=a$ và bán kính đáy $r=2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $d=\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $d=a$. C. $d=\frac{\sqrt{5}a}{5}$. D. $d=\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Giải

Đáp án : D



Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình nón, I là trung điểm của đoạn thẳng AB, H là hình chiếu vuông góc của O lên SI. Ta có

$AB\perp OI, AB\perp SO\Rightarrow AB\perp(SOI)\Rightarrow AB\perp OH\,(1)$

Mặt khác : $OH\perp SI\,(2)$.

Từ $(1),(2)\Rightarrow OH\perp(SAB)\Rightarrow d=d(O,(SAB))=OH$.

Ta có : $OI=\sqrt{r^2-AI^2}=\sqrt{r^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=a$

Suy ra : $SO=OI=a\Rightarrow\Delta SOI$ vuông cân tại $O\Rightarrow H$ là trung điểm của cạnh SI

$\Rightarrow OH=\frac{SI}{2}=\frac{SO\sqrt{2}}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d=\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

MÃ ĐỀ : 102

Câu 1 : Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2.$ B. $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0.$

C. $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2.$ D. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0.$

Giải

Đáp án : D

Câu 2 : Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{5x-2}.$

A. $\displaystyle\int\frac{dx}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln\left|5x-2\right|+C.$ B. $\displaystyle\int\frac{dx}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln\left(5x-2\right)+C.$

C. $\displaystyle\int\frac{dx}{5x-2}=5\ln\left|5x-2\right|+C.$ D. $\displaystyle\int\frac{dx}{5x-2}=\ln\left|5x-2\right|+C.$

Giải

Đáp án : A

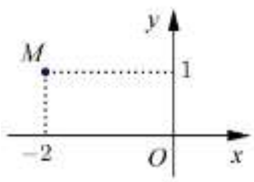
Câu 3 : Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}.$ B. $y=x^3+x.$ C. $y=\dfrac{x-1}{x-2}.$ D. $y=-x^3-3x.$

Giải

Đáp án : B

Câu 4 : Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên ?



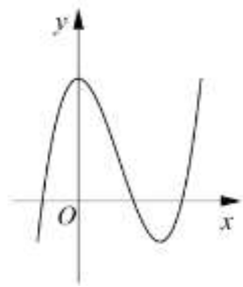
A. $z_4=2+i.$ B. $z_2=1+2i.$

C. $z_3=-2+i.$ D. $z_1=1-2i.$

Giải

Đáp án : C

Câu 5 : Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y=x^4-2x^2+1.$

B. $y=-x^4+2x^2+1.$

C. $y=-x^3+3x^2+1.$

D. $y=x^3-3x^2+3.$

Giải

Đáp án : D

Câu 6 : Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x,y?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y.$ B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y.$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y).$ D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}.$

Giải

Đáp án : A

Câu 7 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA = 3.$ B. $OA = 9.$ C. $OA = \sqrt{5}.$ D. $OA = 5.$

Giải

Đáp án : A

Câu 8 : Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $z = 11.$ B. $z = 3 + 6i.$ C. $z = -1 - 10i.$ D. $z = -3 - 6i.$

Giải

Đáp án : D

Câu 9 : Tìm nghiệm của phương trình $\log_2 (1 - x) = 2.$

A. $x = -4.$ B. $x = -3.$ C. $x = 3.$ D. $x = 5.$

Giải

Đáp án : B

Điều kiện : $x < 1$

Ta có : $\log_2 (1 - x) = 2 \Leftrightarrow 1 - x = 4 \Leftrightarrow x = -3.$ (thỏa)

Câu 10 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y = 0.$ B. $x = 0.$ C. $y - z = 0.$ D. $z = 0.$

Giải

Đáp án : B

Câu 11 : Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Giải

Đáp án : A

TXĐ : $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y		↗		↘		↗	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 12 : Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$. Tính $I=F(e)-F(1)$.

A. $I=e$. B. $I=\dfrac{1}{e}$. C. $I=\dfrac{1}{2}$. D. $I=1$.

Giải

Đáp án : C

Ta có : $\int_1^e f(x)dx=\int_1^e \dfrac{\ln x}{x}dx$. Đặt $t=\ln x \Rightarrow dt=\dfrac{1}{x}dx$. Với $x=1\Rightarrow t=0; x=e\Rightarrow t=1$.

Suy ra : $\int_1^e f(x)dx=\int_0^1 tdt=\left.\dfrac{t^2}{2}\right|_0^1=\dfrac{1}{2}$

Mặt khác : $\int_1^e f(x)dx=F(x)\Big|_1^e=F(e)-F(1)=I$.

Vậy : $I=\dfrac{1}{2}$.

Câu 13 : Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

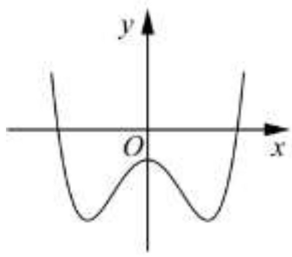
A. $P=x^{\frac{1}{8}}$. B. $P=x^2$. C. $P=\sqrt{x}$. D. $P=x^{\frac{2}{9}}$.

Giải

Đáp án : C

Ta có : $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$

Câu 14 : Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.
B. Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.
C. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.
D. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

Giải

Đáp án : A

Câu 15 : Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Giải

Đáp án : D

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$

Ta có $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{x-4}{x+1}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-4}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x-4}{x+1}=+\infty$.

Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là : $x=-1$

$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x-4}{x+1} = 1$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là : $y=1$

Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số là 2.

Câu 16 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m>6$. B. $m\geq 6$. C. $m\leq 6$. D. $m<6$.

Giải

Đáp án : D

$x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6-m$

Phương trình trên là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi $6-m>0 \Leftrightarrow m<6$.

Câu 17 : Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2-z+1=0$. Tính $P=|z_1|+|z_2|$.

A. $P=\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $P=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $P=\frac{2}{3}$. D. $P=\frac{\sqrt{14}}{3}$.

Giải

Đáp án : B

Câu 18 : Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. B. $V=\frac{a^3}{3}$. C. $V=\frac{a^3}{6}$. D. $V=\frac{a^3}{2}$.

Giải

Đáp án : D

Vì tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$ nên $AB=BC=a$. Ta có :

$$V=S_{\Delta ABC}.BB'=\frac{1}{2}.AB.BC.BB'=\frac{a^3}{2}.$$

Câu 19 : Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V=4\pi$. C. $V=16\pi\sqrt{3}$. D. $V=12\pi$.

Giải

Đáp án : B

Ta có : $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}.\pi.3.4=4\pi$.

Câu 20 : Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0; x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=2(\pi+1)$. B. $V=2\pi(\pi+1)$. C. $V=2\pi^2$. D. $V=2\pi$.

Giải

Đáp án : B

Ta có $2+\sin x>0, \forall x\in[0;\pi]$.

Suy ra $V=\pi\int_0^{\pi} y^2dx=\pi\int_0^{\pi}(2+\sin x)dx=\pi(2x-\cos x)\Big|_0^{\pi}=2\pi(\pi+1)$.

Câu 21 : Cho $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]dx.$

A. $I = \frac{5}{2}.$ B. $I = \frac{7}{2}.$ C. $I = \frac{17}{2}.$ D. $I = \frac{11}{2}.$

Giải

Đáp án : C

Ta có :

$$I = \int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]dx = \int_{-1}^{2} xdx + 2\int_{-1}^{2} f(x)dx - 3\int_{-1}^{2} g(x)dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{-1}^{2} + 4 + 3 = \frac{3}{2} + 4 + 3 = \frac{17}{2}.$$

Câu 22 : Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a = 2\sqrt{3}R.$ B. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}.$ C. $a = 2R.$ D. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}.$

Giải

Đáp án : D

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi
O là giao điểm của BD' và $B'D$. Ta có O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và mặt cầu có bán kính

$$R = \frac{BD'}{2} = \frac{\sqrt{BD^2 + DD'^2}}{2} = \frac{\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + a^2}}{2} = \frac{\sqrt{3a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}.$$

Câu 23 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho ba điểm $A(0;-1;3), B(1;0;1)$ và $C(-1;1;2)$.
Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t. \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $x - 2y + z = 0.$

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$ D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$

Giải

Đáp án : C

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$. Ta thấy đường thẳng ở đáp án C. đi qua A và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$.

Câu 24 : Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M = 9.$ B. $M = 8\sqrt{3}.$ C. $M = 1.$ D. $M = 6.$

Giải

Đáp án : D

Ta có : $y' = 4x^3 - 4x;\ y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 - 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in\left[0;\sqrt{3}\right] \\ x=-1\notin\left[0;\sqrt{3}\right] \\ x=1\in\left[0;\sqrt{3}\right] \end{array}\right.$$

$y(0)=3; y(1)=2; y\left(\sqrt{3}\right)=6$. Suy ra : $M=\max\limits_{\left[0;\sqrt{3}\right]} y = y\left(\sqrt{3}\right)=6.$

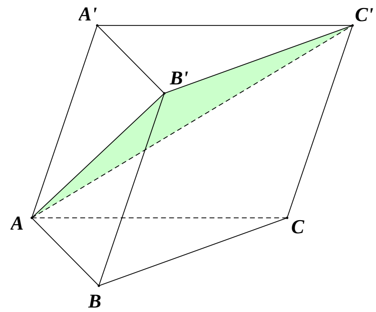
Câu 25 : Mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào ?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối chóp tam giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Giải

Đáp án : B

Một khối chóp tam giác là $A.A'B'C'$ và một khối chóp tứ giác là $A.BCC'B'$



Câu 26 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0.$ B. $3x+y+z-6=0.$
C. $3x-y-z+1=0.$ D. $6x-2y-2z-1=0.$

Giải

Đáp án : A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, khi đó tọa độ của I là $(1;1;2)$, $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB sẽ đi qua điểm $I(1;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ làm vtpt. Ta có phương trình mặt phẳng trung trực là :

$(-6)(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

Câu 27 : Cho số phức $z=1-i+i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z.

A. $a=0,b=1.$ B. $a=-2,b=1.$ C. $a=1,b=0.$ D. $a=1,b=-2.$

Giải

Đáp án : D

Ta có : $z=1-i+i^3=1-i-i=1-2i \Rightarrow a=1,b=-2.$

Câu 28 : Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}.$ B. $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}.$ C. $y'=\dfrac{2}{2x+1}.$ D. $y'=\dfrac{1}{2x+1}.$

Giải

Đáp án : B

Câu 29 : Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a\left(b^2c^3\right)$.

A. $P = 31$. B. $P = 13$. C. $P = 30$. D. $P = 108$.

Giải

Đáp án : B

Ta có : $P = \log_a\left(b^2c^3\right) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2\log_a b + 3\log_a c = 4 + 9 = 13$.

Câu 30 : Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}\left(x-1\right) + \log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right) = 1$.

A. $S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$. B. $S = \left\{2-\sqrt{5}; 2+\sqrt{5}\right\}$.

C. $S = \left\{3\right\}$. D. $S = \left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

Giải

Đáp án : A

Điều kiện : $x > 1$

$$\log_{\sqrt{2}}\left(x-1\right) + \log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right) = 1 \Leftrightarrow 2\log_2\left(x-1\right) - \log_2\left(x+1\right) = 1 \Leftrightarrow \log_2\left(x-1\right)^2 = 1 + \log_2\left(x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(x-1\right)^2 = \log_2 2\left(x+1\right) \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2 = 2\left(x+1\right) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2-\sqrt{5} \\ x = 2+\sqrt{5} \end{array}\right.$$

So với điều kiện, suy ra phương trình có nghiệm là : $x = 2+\sqrt{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là : $S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$.

Câu 31 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in \left(-\infty; 1\right)$. B. $m \in \left(0; +\infty\right)$. C. $m \in \left(0; 1\right]$. D. $m \in \left(0; 1\right)$.

Giải

Đáp án : D

$4^x - 2^{x+1} + m = 0\left(1\right)$.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Phương trình $\left(1\right) \Leftrightarrow t^2 - 2t + m = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 2t = m\left(2\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right) = -t^2 + 2t, \forall t > 0$, $f'\left(t\right) = -2t + 2; f'\left(t\right) = -0 \Leftrightarrow -2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Bảng biến thiên

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $\left(1\right)$ có hai nghiệm thực phân biệt theo x $\Leftrightarrow$ phương trình $\left(2\right)$ có hai thực dương phân biệt theo t $\Leftrightarrow$ $0 < m < 1$. Vậy $m \in \left(0; 1\right)$.

Câu 32 : Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=5$. D. $m=-7$.

Giải

Đáp án : C

Ta có : $y'=x^2-2mx+m^2-4$. Hàm số đạt cực trị tại $x=3$

$$\Rightarrow y'(3)=0\Rightarrow m^2-6m+5=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=5\end{array}\right.$$

Mặt khác, ta có : $y''=2x-2m\Rightarrow y''(3)=6-2m$

Với $m=1\Rightarrow y''(3)=6-2=4>0$ $\Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ (loại)

Với $m=5\Rightarrow y''(3)=6-10=-4<0$ $\Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x=3$ (nhận)

Vậy với $m=5$ hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Câu 33 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1},\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x+z+1=0$. B. $x+y+1=0$. C. $y+z+3=0$. D. $x+z-1=0$.

Giải

Đáp án : A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$, đường thẳng d có vtcp $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$, đường thẳng Δ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ, suy ra (P) có vtpt $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\Rightarrow\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(-1;0;-1)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là : $-x-z+D=0$. Ta có :

$$d(I,(P))=\frac{|1+2+D|}{\sqrt{2}}=\frac{|3+D|}{\sqrt{2}}=R\Leftrightarrow\frac{|3+D|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow|3+D|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3+D=2\\3+D=-2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3+D=2\\3+D=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-1\\D=-5\end{array}\right.$$. Suy ra : $(P):x+z+1=0$ hoặc $(P):x+z+5=0$

Câu 34 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0,(Q):x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$.

Giải

Đáp án : D

Đường thẳng Δ có vtcp $\overrightarrow{u_{\Delta}}=(3;2;1)$, đường thẳng Δ' có vtcp $\overrightarrow{u_{\Delta'}}=(1;3;-2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(-1;1;3)$ và lần lượt vuông góc với Δ và Δ'. Khi đó đường thẳng d có vtcp $\overrightarrow{u_d}$ sao cho $\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_{\Delta}};\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_{\Delta'}}\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_{\Delta}},\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]=(-1;1;1)$. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là : $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 35 : Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m\le 0$. B. $m>4$. C. $0<m\le 2$. D. $2<m\le 4$.

Giải

Đáp án : B

Xét hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1},\forall x\in[1;2]$. Ta có : $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$

TH1 : Với $1-m>0\Leftrightarrow m<1\Rightarrow y'>0,\forall x\in[1;2]$.Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Suy ra : $\min\limits_{[1;2]}y=y(1)=\dfrac{1+m}{2};\max\limits_{[1;2]}y=y(2)=\dfrac{2+m}{3}$

Khi đó $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow\dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$ (loại)

TH2 : Với $1-m<0\Leftrightarrow m>1\Rightarrow y'<0,\forall x\in[1;2]$. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Suy ra : $\min\limits_{[1;2]}y=y(3)=\dfrac{2+m}{3};\max\limits_{[1;2]}y=y(1)=\dfrac{1+m}{2}$

Khi đó $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow\dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$ (thỏa)

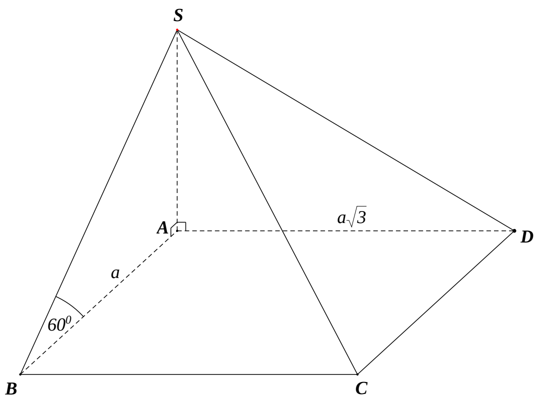
Vậy : $m=5$

Câu 36 : Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a,AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V=a^3$. D. $V=3a^3$.

Giải

Đáp án : C



Ta có :

$BC\perp AB(1)$, $BC\perp SA\left(SA\perp(ABCD)\right)\Rightarrow BC\perp(SAB)$

$\Rightarrow BC\perp SB(2)$.

$(1),(2)\Rightarrow\angle\left((SBC),(ABCD)\right)=\angle(SB,AB)=\angle SBA=60^0$

Ta có :

$\tan\left(\angle SBA\right)=\dfrac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB.\tan\left(\angle SBA\right)=a.\tan 60^0=a\sqrt{3},S_{ABCD}=AB.AD=a.a\sqrt{3}=a^2\sqrt{3}$

Vậy : $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=a^3$.

Câu 37 : Cho x,y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2+9y^2=6xy$. Tính $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}\left(x+3y\right)}$.

A. $M=\dfrac{1}{4}$. B. $M=1$. C. $M=\dfrac{1}{2}$. D. $M=\dfrac{1}{3}$.

Giải

Đáp án : B

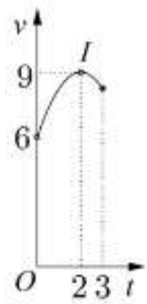
Theo giả thiết ta có : $x^2+9y^2=6xy.\left(\forall x,y\in\mathbb{R};x,y>1\right)\Leftrightarrow\dfrac{x}{y}+9\dfrac{y}{x}=6$. Đặt $t=\dfrac{x}{y},t>0$

Phương trình trở thành : $t+\dfrac{9}{t}-6=0\Leftrightarrow t^2-6t+9=0\Leftrightarrow\left(t-3\right)^2=0\Leftrightarrow t=3$ (thỏa)

Với $t=3\Leftrightarrow\dfrac{x}{y}=3\Leftrightarrow x=3y$.

Ta có $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}\left(x+3y\right)}=\dfrac{\log_{12}12xy}{\log_{12}\left(x+3y\right)^2}=\dfrac{\log_{12}36y^2}{\log_{12}36y^2}=1$.

Câu 38 : Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v\left(km/h\right)$ phụ thuộc thời gian $t\left(h\right)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(2;9\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó .



A. $s=24,25\left(km\right)$. B. $s=26,75\left(km\right)$.

C. $s=24,75\left(km\right)$. D. $s=25,25\left(km\right)$.

Giải

Đáp án : C

Giả sử phương trình vận tốc của vật chuyển động theo đường parabol là :

$v\left(t\right)=at^2+bt+c\left(km/h\right)$. Ta có : $\begin{cases}c=6\\4a+2b+c=9\\-\dfrac{b}{2a}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=6\\b=3\\a=-\dfrac{3}{4}\end{cases}\Rightarrow v\left(t\right)=-\dfrac{3}{4}t^2+3t+6$

Vậy quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ là :

$$s=\int_0^3\left(-\frac{3}{4}t^2+3t+6\right)dt=\left.\left(-\frac{3}{4}.\frac{t^3}{3}+3.\frac{t^2}{2}+6t\right)\right|_0^3=\frac{99}{4}=24,75\left(km\right)$$

Vậy $s=24,75\left(km\right)$.

Câu 39 : Cho số phức $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $z+2+i=\left|z\right|$. Tính $S=4a+b$.

A. $S=4$. B. $S=2$. C. $S=-2$. D. $S=-4$.

Giải

Đáp án : D

Theo giả thiết ta có : $z+2+i=|z| \Leftrightarrow z=|z|-2-i \Leftrightarrow |z|=\sqrt{(|z|-2)^2+1} \Leftrightarrow |z|^2=(|z|-2)^2+1$

$\Leftrightarrow |z|^2=|z|^2-4|z|+5 \Leftrightarrow |z|=\frac{5}{4} \Rightarrow z+2+i=\frac{5}{4} \Rightarrow z=-\frac{3}{4}-i \Rightarrow a=-\frac{3}{4}, b=-1$

$\Rightarrow S=4a+b=-3-1=-4.$

Câu 40 : Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=(4-2x)e^x+C.$ B. $\int f'(x)e^{2x}dx=\frac{2-x}{2}e^x+C.$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=(2-x)e^x+C.$ D. $\int f'(x)e^{2x}dx=(x-2)e^x+C.$

Giải

Đáp án : C

Ta có $\int f(x)e^{2x}dx=F(x) \Leftrightarrow f(x)e^{2x}=F'(x) \Leftrightarrow f(x)e^{2x}=xe^x$

Suy ra :

$\left(f(x)e^{2x}\right)'=\left(xe^x\right)' \Leftrightarrow f'(x).e^{2x}+2e^{2x}.f(x)=(x+1)e^x \Leftrightarrow f'(x).e^{2x}=(x+1)e^x-2e^{2x}.f(x)$

$=(x+1)e^x-2xe^x=(1-x)e^x$

Suy ra : $\int f'(x)e^{2x}dx=\int\left[(1-x)e^x\right]dx$

Đặt : $\begin{cases} u=1-x \\ dv=e^xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=-dx \\ v=e^x \end{cases}$

Khi đó : $\int f'(x)e^{2x}dx=\int\left[(1-x)e^x\right]dx=(1-x)e^x+\int e^xdx=(1-x)e^x+e^x+C=(2-x)e^x+C.$

Câu 41 : Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng ?

A.Năm 2023. B. Năm 2022. C. Năm 2021. D. Năm 2020.

Giải

Đáp án : C

Ta có công thức : $(1+15\%)^n \geq 2$ (tỷ đồng) $\Rightarrow n \geq \log_{(1+15\%)}2 \Rightarrow n \geq 5$

Câu 42 : Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

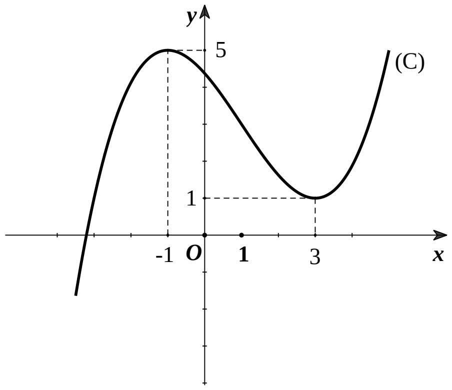
Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

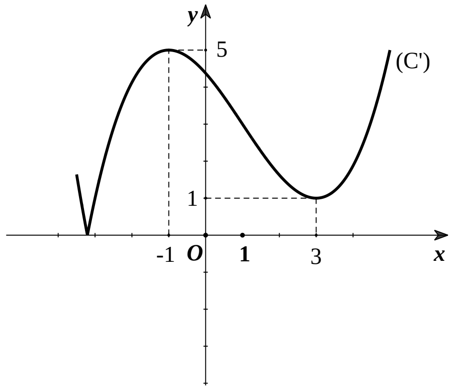
A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Giải

Đáp án : C

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có thể hình dung đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=f\left(x\right)$, và từ hình ảnh của đồ thị $\left(C\right)$ ta có thể suy ra hình ảnh của đồ thị $\left(C'\right)$ của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.





Vậy đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 43 : Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón $\left(N\right)$ có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của $\left(N\right)$.

A. $S_{xq}=6\pi a^2$. B. $S_{xq}=3\sqrt{3}\pi a^2$. C. $S_{xq}=12\pi a^2$. D. $S_{xq}=6\sqrt{3}\pi a^2$.

Giải

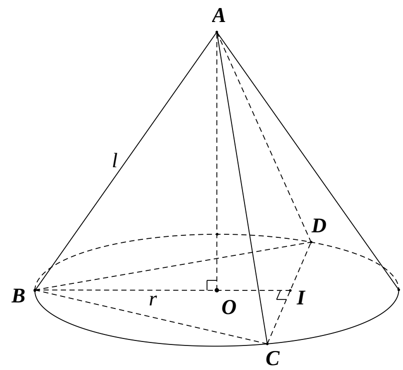
Đáp án : B

Gọi I,O lần lượt là trung điểm của cạnh CD và trọng tâm của tam giác BCD. Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên O là tâm của đường tròn đáy và $AO\perp\left(BCD\right)$. Ta có ΔBCD là tam giác đều nên

$OB=\dfrac{2}{3}IB=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$. Suy ra hình nón $\left(N\right)$ có bán kính đáy là $r=OB=a\sqrt{3}$, độ dài đường sinh là $l=AB=3a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón $\left(N\right)$ là :

$S_{xq}=\pi rl=\pi.a\sqrt{3}.3a=3\sqrt{3}\pi a^2$.



Câu 44 : Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z+2-i\right|=2\sqrt{2}$ và $\left(z-1\right)^2$ là số thuần ảo ?

A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

Giải

Đáp án : C

Đặt $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Theo giả thiết ta có : $\left|z+2-i\right|=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\left(x+2\right)+\left(y-1\right)i\right|=2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow\left(C\right):\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2=8$. Mặt khác : $\left(z-1\right)^2=\left[\left(x-1\right)+yi\right]^2=\left(x-1\right)^2-y^2+2\left(x-1\right)yi$

Theo giả thiết $\left(z-1\right)^2$ là số thuần ảo nên

$$\left(x-1\right)^2-y^2=0\Leftrightarrow y^2=\left(x-1\right)^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=x-1\\y=-x+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-y-1=0\left(d\right)\\x+y-1=0\left(\Delta\right)\end{array}\right.$$

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$. Ta có $d(I,d)=\frac{|-2-1-1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}=R$, suy ra đường thẳng (d) tiếp xúc với đường tròn (C). Ta có $d(I,\Delta)=\frac{|-2+1-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}<R$, suy ra đường thẳng (Δ)cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt. Ta có tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z chính là cáo giao điểm của đường tròn (C) và hai đường thẳng (d) và (Δ). Số giao điểm là 3.

Câu 45 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm A,B,C phân biệt sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(-\infty;3)$. B. $m\in(-\infty;-1)$. C. $m\in(-\infty;+\infty)$. D. $m\in(1;+\infty)$.

Giải

Đáp án : A

$y=x^3-3x^2-m+2(C);y=-mx(d)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$x^3-3x^2-m+2=-mx\Leftrightarrow x^3-3x^2+mx-m+2=0$

$\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x+m-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\g(x)=x^2-2x+m-2=0(1)\end{array}\right.$

Đồ thị (C) cắt đường thẳng (d) tại ba điểm A,B,C phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}1-m+2>0\\g(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\m\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow m<3(*)$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại ba điểm A,B,C phân biệt sao cho $AB=BC\Rightarrow$ điểm B chính là điểm uốn của đồ thị (C).

Ta có : $y''=6x-6;y''=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y=-m.$ Điểm uốn $B(1;-m)\in(d),\forall m<3$.

Vậy với $m\in(-\infty;3)$ thì yêu cầu bài toán thỏa mãn.

Câu 46 : Xét các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2\frac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3.$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=a+2b$.

A. $P_{\min}=\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B. $P_{\min}=\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$.

C. $P_{\min}=\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. D. $P_{\min}=\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Giải

Đáp án : A

Điều kiện : $ab<1$

Ta có :

$$\log_2\frac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3\Leftrightarrow\log_2(1-ab)-\log_2(a+b)=2ab+a+b-3$$

$\Leftrightarrow \log_2 2(1-ab)+2(1-ab)=\log_2(a+b)+a+b$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t, \forall t>0$

Ta có : $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0, \forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ luôn đồng biến $\forall t>0$, khi đó :

(1) có dạng $f(2(1-ab))=f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab)=a+b \Leftrightarrow 2-2ab=a+b$

$\Leftrightarrow a+2ab=2-b \Leftrightarrow a(1+2b)=2-b \Leftrightarrow a=\dfrac{2-b}{1+2b}$. Vì $a>0, b>0$ nên $0<b<2$

Ta có : $P=a+2b=\dfrac{2-b}{1+2b}+2b=\dfrac{4b^2+b+2}{1+2b}, \forall b\in(0;2)$

$$P'=\frac{8b^2+8b-3}{(1+2b)^2}; P'=0 \Leftrightarrow 8b^2+8b-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\dfrac{-2+\sqrt{10}}{4}\in(0;2) \\ b=\dfrac{-2-\sqrt{10}}{4}\notin(0;2) \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

t	0		$\dfrac{-2+\sqrt{10}}{4}$		2
P'		$-$	0	$+$	
P		$\searrow$	$\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$	$\nearrow$	

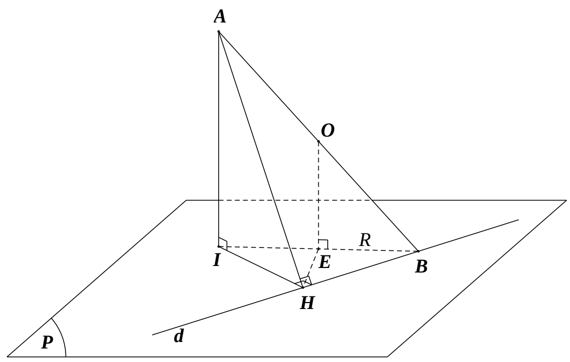
Vậy : $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Câu 47 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2), B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{6}$. B. $R=2$. C. $R=1$. D. $R=\sqrt{3}$.

Giải

Đáp án : A

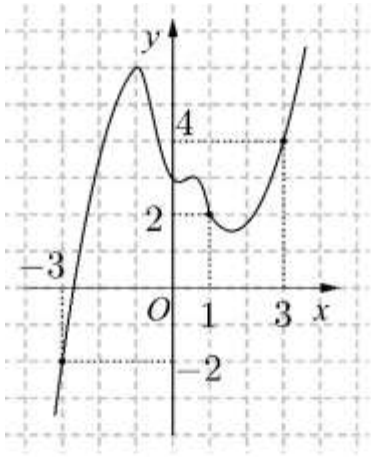


Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên (P) và O, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và IB. Ta có : $d\perp AI, d\perp AH \Rightarrow d\perp IH \Rightarrow \Delta IHB$ vuông tại H. Suy ra H luôn nằn trên đường tròn cố định có tâm là E và bán kính $R=\dfrac{IB}{2}$. Ta có $AI=d(A(P))=4\sqrt{3}$,

$AB=6\sqrt{2} \Rightarrow IB=\sqrt{AB^2-AI^2}=\sqrt{72-48}=2\sqrt{6}$

Vậy : $R=\dfrac{IB}{2}=\sqrt{6}$.

Câu 48 : Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình bên. Đặt $g\left(x\right)=2f\left(x\right)-\left(x+1\right)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $g\left(-3\right)>g\left(3\right)>g\left(1\right)$.

B. $g\left(1\right)>g\left(-3\right)>g\left(3\right)$.

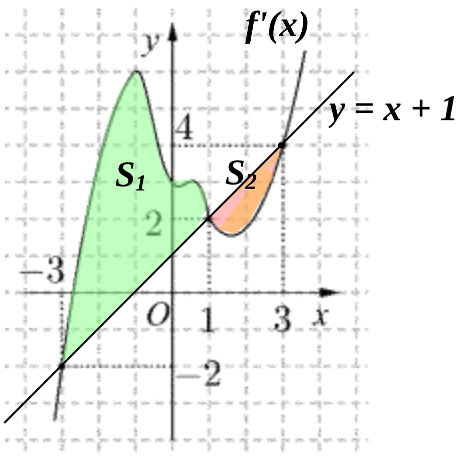
C. $g\left(3\right)>g\left(-3\right)>g\left(1\right)$.

D. $g\left(1\right)>g\left(3\right)>g\left(-3\right)$.

Giải

Đáp án : D

Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng như hình vẽ bên



Ta có $2S_1=2\int\limits_{-3}^{1}\left[f'\left(x\right)-\left(x+1\right)\right]dx=\left[2f\left(x\right)-\left(x^2+2x\right)\right]\Big|_{-3}^{1}$

$=\left[2f\left(x\right)-\left(x+1\right)^2+1\right]\Big|_{-3}^{1}=\left[g\left(x\right)+1\right]\Big|_{-3}^{1}$

$=\left[g\left(1\right)+1\right]-\left[g\left(-3\right)+1\right]=g\left(1\right)-g\left(-3\right)>0$

$\Leftrightarrow g\left(1\right)>g\left(-3\right)\left(1\right)$

Tương tự :

Ta có $2S_2=2\int\limits_{1}^{3}\left[\left(x+1\right)-f'\left(x\right)\right]dx=\left[\left(x^2+2x\right)-2f\left(x\right)\right]\Big|_{1}^{3}$

$=\left[\left(x+1\right)^2-2f\left(x\right)-1\right]\Big|_{1}^{3}=\left[-g\left(x\right)-1\right]\Big|_{1}^{3}=\left[-g\left(3\right)-1\right]-\left[-g\left(1\right)-1\right]=g\left(1\right)-g\left(3\right)>0$

$\Leftrightarrow g\left(1\right)>g\left(3\right)\left(2\right)$

Nhìn đồ thị ta có :

$S_1>S_2\Leftrightarrow 2S_1>2S_2\Leftrightarrow g\left(1\right)-g\left(-3\right)>g\left(1\right)-g\left(3\right)\Leftrightarrow g\left(3\right)>g\left(-3\right)(3)$

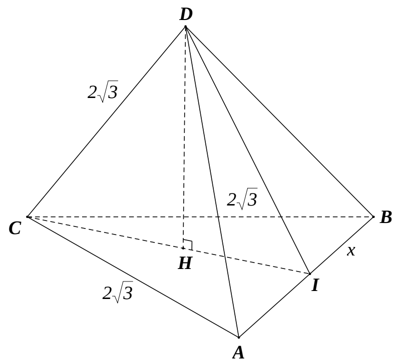
Từ $\left(1\right),\left(2\right),\left(3\right)$ suy ra : $g\left(1\right)>g\left(3\right)>g\left(-3\right)$.

Câu 49 : Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\sqrt{6}$. B. $x=\sqrt{14}$. C. $x=3\sqrt{2}$. D. $x=2\sqrt{3}$.

Giải

Đáp án : C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Ta có $\Delta DHA=\Delta DHB=\Delta DHC$ vì $DA=DB=DC=2\sqrt{3},\ DH$ là cạnh chung $\Rightarrow HA=HB=HC\Rightarrow$ H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Ta có tam giác ABC cân tại C $\Rightarrow CI\perp AB$.

$\Rightarrow CI=\sqrt{AC^2-AI^2}=\sqrt{12-\frac{x^2}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{48-x^2}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CI.AB=\frac{1}{4}x\sqrt{48-x^2}\left(1\right)$. Mặt khác $S_{\Delta ABC}=\frac{AB.BC.AC}{4R}=\frac{x.2\sqrt{3}.2\sqrt{3}}{4R}=\frac{3x}{R}\left(2\right)$

(trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

Từ $\left(1\right),\left(2\right)\Rightarrow R=\frac{12}{\sqrt{48-x^2}}=CH\Rightarrow DH=\sqrt{DC^2-HC^2}=\sqrt{12-\frac{144}{48-x^2}}=\sqrt{\frac{432-12x^2}{48-x^2}}$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}DH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\sqrt{\frac{432-12x^2}{48-x^2}}.\frac{1}{4}x\sqrt{48-x^2}=\frac{1}{12}x\sqrt{12\left(36-x^2\right)}=\frac{1}{6}x\sqrt{3\left(36-x^2\right)}$

$=\sqrt{3}.\frac{1}{6}.\sqrt{x^2\left(36-x^2\right)}\le\frac{\sqrt{3}}{6}\left(\frac{x^2+36-x^2}{2}\right)=3\sqrt{3}$. Ta có

$\left(V_{ABCD}\right)_{\max}=3\sqrt{3}\Leftrightarrow x^2=36-x^2\left(x>0\right)\Leftrightarrow x^2=18\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}$.

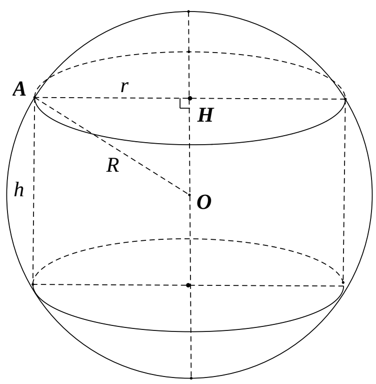
Câu 50 : Cho mặt cầu $\left(S\right)$ có bán kính bằng 4, hình trụ $\left(H\right)$ có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên $\left(S\right)$. Gọi V_1 là thể tích của khối trụ $\left(H\right)$ và V_2 là thể tích của khối cầu $\left(S\right)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{16}$. B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{16}$. D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$.

<u>Giải</u>

Đáp án : A

Gọi R,r lần lượt là bán kính đáy của hình trụ $\left(H\right)$ và bán kính của hình cầu $\left(S\right)$, h là chiều cao của hình trụ $\left(H\right)$, ta có :



$r=\sqrt{R^2-\frac{h^2}{4}}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$

Ta có $V_1=\pi r^2h=48\pi;V_2=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{256\pi}{3}$.

Vậy : $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{16}$.

MÃ ĐỀ : 103

Câu 1 : Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) không cắt trục hoành. D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Giải

Đáp án : B

Câu 2 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0.$ Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

A. $N(2;2;2)$. B. $Q(3;3;0)$. C. $P(1;2;3)$. D. $M(1;-1;1)$.

Giải

Đáp án : D

Câu 3 : Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Giải

Đáp án : D

Câu 4 : Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1)=\dfrac{1}{2}$.

A. $x=-6$. B. $x=6$. C. $x=4$. D. $x=\dfrac{23}{2}$.

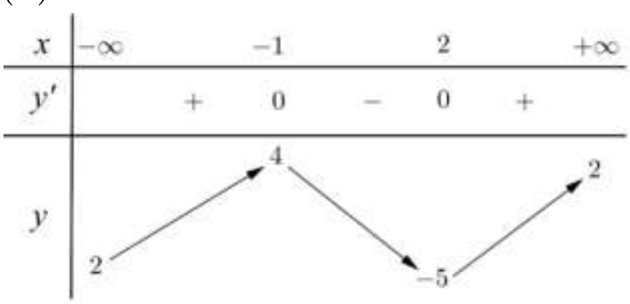
Giải

Đáp án : C

Điều kiện : $x>-1$

Ta có : $\log_{25}(x+1)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x+1=5 \Leftrightarrow x=4$ (thỏa).

Câu 5 : Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số không có cực đại. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

Giải

Đáp án : B

Câu 6 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tính bán kính R của (S).

A. $R=3$.	B. $R=18$.	C. $R=9$.	D. $R=6$.

Giải

Đáp án : A

Câu 7 : Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-2-5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z=z_1-z_2$.

A. $b=-2$.	B. $b=2$.	C. $b=3$.	D. $b=-3$.

Giải

Đáp án : B

Câu 8 : Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

A. $\int 2\sin x dx=2\cos x+C$.	B. $\int 2\sin x dx=\sin^2 x+C$.

C. $\int 2\sin x dx=\sin 2x+C$.	D. $\int 2\sin x dx=-2\cos x+C$.

Giải

Đáp án : D

Câu 9 : Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực a của z.

A. $a=2$.	B. $a=3$.	C. $a=-3$.	D. $a=-2$.

Giải

Đáp án : A

Câu 10 : Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

A. $I=\frac{1}{2}$.	B. $I=2$.	C. $I=-\frac{1}{2}$.	D. $I=-2$.

Giải

Đáp án : B

$$I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)^2=2\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)=2.$$

Câu 11 : Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

A. $S=\{4\}$.	B. $S=\{3\}$.	C. $S=\{-2\}$.	D. $S=\{1\}$.

Giải

Đáp án :A

Điều kiện : $x>1$

$$\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1 \Leftrightarrow \log_3(2x+1)=\log_3(x-1)+1 \Leftrightarrow \log_3(2x+1)=\log_3 3(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 2x+1=3(x-1) \Leftrightarrow x=4.$$

So với điều kiện, suy ra phương trình có nghiệm là : $x=4$

Vậy tập nghiệm của phương trình là : $S=\{4\}$.

Câu 12 : Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB=5a, BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R=\frac{5a\sqrt{2}}{3}$.	B. $R=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.	C. $R=\frac{5a\sqrt{2}}{2}$.	D. $R=\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Giải

Đáp án : C

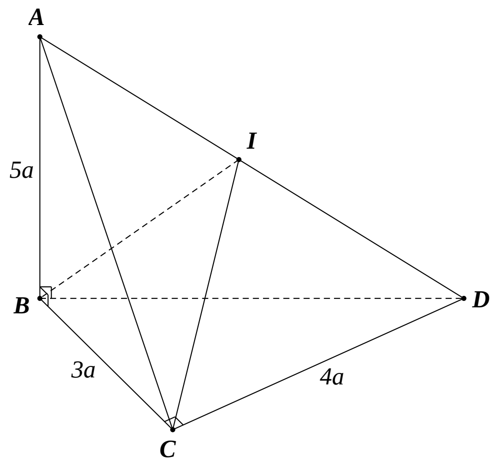
Gọi I là trung điểm của cạnh AD. Ta có :

$AB \perp (BCD) \Rightarrow AB \perp BD \Rightarrow \Delta ABD$ vuông tại B.

$CD \perp BC, CD \perp AB \Rightarrow CD \perp (ABC) \Rightarrow CD \perp AC$

$\Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C. Suy ra mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tâm là I và bán kính $R = \frac{AD}{2}$.

Ta có : $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$, suy ra ΔABD vuông cân tại $B \Rightarrow R = \frac{AD}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.



Câu 13 : Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Giải

Đáp án : D

Ta có : $F(x) = \int (e^x + 2x)dx = e^x + x^2 + C$, $F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 1 + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$.

Vậy : $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 14 : Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$.

B. $x = \sqrt{2}, y = 2$.

C. $x = 0, y = 2$.

D. $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Giải

Đáp án : C

$$x^2 - 1 + yi = -1 + 2i \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 15 : Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m = \frac{51}{4}$.

B. $m = \frac{49}{4}$.

C. $m = 13$.

D. $m = \frac{51}{2}$.

Giải

Đáp án : A

Ta có : $y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-2;3] \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \in [-2;3] \end{array} \right.$

$y(0)=13; y\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{51}{4}; y(-2)=25; y(3)=85.$. Suy ra : $m=\min\limits_{[-2;3]} y=y\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{51}{4}.$

Câu 16 : Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4, AB=6, BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

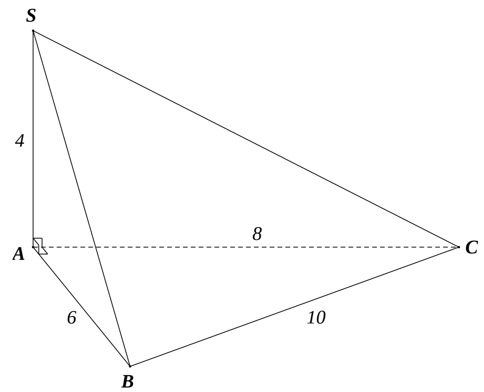
A. $V=40.$ B. $V=192.$ C. $V=32.$ D. $V=24.$

Giải

Đáp án : C

Ta có : $AB^2+AC^2=36+64=100=BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A. Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là : $V=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}.AB.AC$

$=\frac{1}{6}SA.AB.AC=\frac{1}{6}.4.6.8=32.$



Câu 17 : Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+6=0$. Tính $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$.

A. $P=\frac{1}{6}.$ B. $P=\frac{1}{12}.$ C. $P=-\frac{1}{6}.$ D. $P=6.$

Giải

Đáp án : A

Phương trình $z^2-z+6=0$ có hai nghiệm phức là $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{23}}{2}i$ và $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{23}}{2}i$

Khi đó : $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{12}-\frac{\sqrt{23}}{12}i+\frac{1}{12}+\frac{\sqrt{23}}{12}i=\frac{1}{6}.$

Câu 18 : Cho $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a+b=2.$ B. $a-2b=0.$ C. $a+b=-2.$ D. $a+2b=0.$

Giải

Đáp án : D

Theo giả thiết, ta có : $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=a\ln 2+b\ln 3, \forall a,b\in\mathbb{Z}$

Mặt khác : $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=\left(\ln|x+1|-\ln|x+2|\right)\Big|_0^1=(\ln 2-\ln 3)-(0-\ln 2)=2\ln 2-\ln 3.$

Suy ra : $a=2, b=-1 \Rightarrow a+2b=0.$

Câu 19 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3), B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{2}.$ B. $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}.$

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.   D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Giải

Đáp án : C

Ta có trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $I(0;1;-1)$ và đường thẳng d có vtcp là $\overrightarrow{u_d}=(1;-1;2)$

Vậy đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d có phương trình là

$d':\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 20 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $3x+y-2z-14=0$.   B. $3x-y+2z+6=0$.

C. $3x-y+2z-6=0$.   D. $3x-y-2z+6=0$.

Giải

Đáp án : C

Gọi (β) là mặt phẳng đi qua M và song song với (α).$\Rightarrow(\beta):3x-y+2z+D=0,(D\neq 4)$, ta có

$M(3;-1;-2)\in(\beta):9+1-4+D=0\Leftrightarrow D=-6$

Vậy $(\beta):3x-y+2z-6=0$.

Câu 21 : Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\dfrac{\pi e^2}{2}$.   B. $V=\dfrac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$.   C. $V=\dfrac{e^2-1}{2}$.   D. $V=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Giải

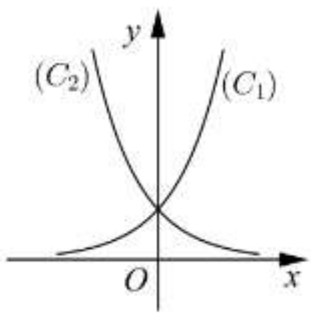
Đáp án : D

Ta có : $V=\pi\int_0^1 e^{2x}dx=\dfrac{\pi}{2}e^{2x}\Big|_0^1=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Câu 22 : Cho hai hàm số $y=a^x,y=b^x$ với a,b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $0<a<b<1$.   B. $0<b<1<a$.

C. $0<a<1<b$.   D. $0<b<a<1$.



Giải

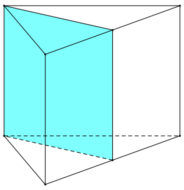
Đáp án : B

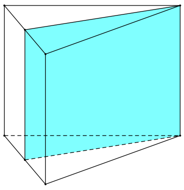
Câu 23 : Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

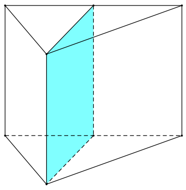
A. 4 mặt phẳng.   B. 1 mặt phẳng.   C. 2 mặt phẳng.   D. 3 mặt phẳng.

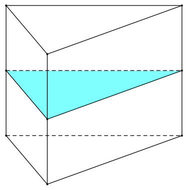
Giải

Đáp án : A

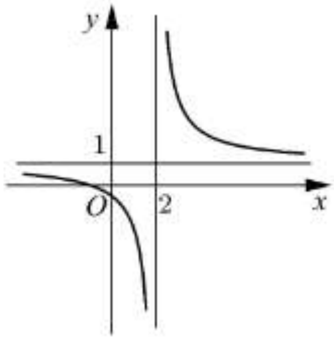








Câu 24 : Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $y'<0,\forall x\neq 2.$ B. $y'<0,\forall x\neq 1.$

C. $y'>0,\forall x\neq 2.$ D. $y'>0,\forall x\neq 1.$

Giải

Đáp án : A

Câu 25 : Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}.$ B. $r=5.$ C. $r=5\sqrt{\pi}.$ D. $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}.$

Giải

Đáp án : D

Ta có : $S_{xq}=2\pi rl=2\pi r(2r)=4\pi r^2=50\pi \Leftrightarrow r^2=\dfrac{25}{2}\Leftrightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}.$

Câu 26 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}(2;1;0)$ và $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2}{25}.$ B. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\dfrac{2}{5}.$

C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\dfrac{2}{25}.$ D. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2}{5}.$

Giải

Đáp án : B

Ta có : $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{-2+0+0}{\sqrt{5}.\sqrt{5}}=-\dfrac{2}{5}.$

Câu 27 : Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng ?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}.$ B. $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}.$ C. $y=\dfrac{1}{x^4+1}.$ D. $y=\dfrac{1}{x^2+1}.$

Giải

Đáp án : A

Câu 28 : Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}$. Tính $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2.$

A. $I=\dfrac{5}{4}$. B. $I=4$. C. $I=0$. D. $I=\dfrac{3}{2}$.

Giải

Đáp án : D

Ta có : $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}}b^2=2\log_3\left[1+\log_3 a\right]-\log_2 b=2\log_3 3-\dfrac{1}{2}=2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 29 : Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$.

A. $Q=b^2$. B. $Q=b^{\frac{5}{9}}$. C. $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. D. $Q=b^{\frac{4}{3}}$.

Giải

Đáp án : D

Ta có : $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}=b^{\frac{5}{3}}:b^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}}=b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 30 : Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Giải

Đáp án : B

TXĐ : $D=\mathbb{R}$

$y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right);y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Câu 31 : Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Giải

Đáp án : D

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

$y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định $\Leftrightarrow -m^2+2m+3>0\Leftrightarrow -1<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2\}$. Vậy $S=\{0;1;2\}$

Câu 32 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 0$. B. $m<0$. C. $m\le 2$. D. $m>2$.

Giải

Đáp án : B

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x-m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 1+m-1<0\Leftrightarrow m<0$.

Câu 33 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H. Tìm tọa độ H.

A. $H(-1;4;4)$. B. $H(-3;0;-2)$.

C. $H(3;0;2)$. D. $H(1;-1;0)$.

Giải

Đáp án : C

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $I(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P). Suy ra đường thẳng Δ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;-2;-1)$. Ta có phương trình của đường thẳng Δ là

$$\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}.$$

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H nên $H=\Delta\cap(P)\Rightarrow$ tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\\2x-2y-z-4=0\end{cases}\Rightarrow 2(1+2t)-2(2-2t)-(3-t)-4=0\Rightarrow t=1$

Vậy $H(3;0;2)$.

Câu 34 : Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. B. $V=a^3$. C. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $V=\frac{a^3}{3}$.

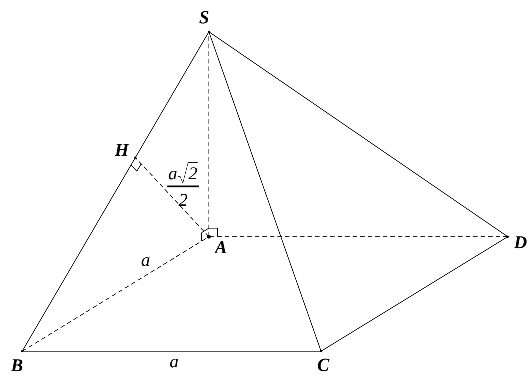
Giải

Đáp án : D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB $\Rightarrow$ $AH\perp SB(1)$. Mặt khác :

$BC\perp AB, BC\perp SA\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH(2)$

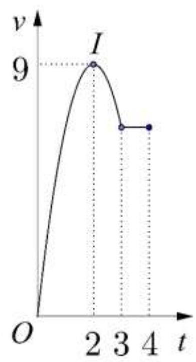
Từ $(1),(2)\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow d(A,(SBC))=AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Ta có : $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{SA^2}\Rightarrow\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{AH^2}-\dfrac{1}{AB^2}\Rightarrow SA=\dfrac{AH.AB}{\sqrt{AB^2-AH^2}}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a}{\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{2}}}=a$

Vậy : $V=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a.a^2=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 35 : Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v\left(km/h\right)$ phụ thuộc thời gian $t\left(h\right)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(2;9\right)$ với trục đối xứng song song với trục tung , khoảng thời gian còn lại là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó .



A. $s=26,5\left(km\right)$. B. $s=28,5\left(km\right)$.

C. $s=27\left(km\right)$. D. $s=24\left(km\right)$.

Giải

Đáp án : C

Giả sử phương trình vận tốc của vật chuyển động theo đường parabol là :

$v\left(t\right)=at^2+bt+c\left(km/h\right)$. Ta có : $\begin{cases}c=0\\4a+2b+c=9\\-\dfrac{b}{2a}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\b=9\\a=-\dfrac{9}{4}\end{cases}\Rightarrow v\left(t\right)=-\dfrac{9}{4}t^2+9t$

Ta có $v\left(3\right)=\dfrac{27}{4}$, suy ra phương trình vận tốc của vật chuyển động theo đường đường thẳng là :

$y=\dfrac{27}{4}$. Vậy quãng đường mà vật di chuyển được trong 4 giờ là :

$$s=\int_0^3\left(-\frac{9}{4}t^2+9t\right)dt+\int_3^4\frac{27}{4}dt=\left.\left(-\frac{9}{4}.\frac{t^3}{3}+9.\frac{t^2}{2}\right)\right|_0^3+\left.\frac{27}{4}.t\right|_3^4=\frac{81}{4}+\frac{27}{4}=27.$$

Vậy $s=27\left(km\right)$.

Câu 36 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

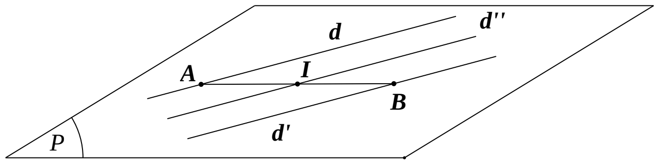
A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. B. $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. D. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Giải

Đáp án : A

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-3;4)$ có vtcp là $\overrightarrow{u_d}=(3;1;-2)$, d' đi qua điểm $B(4;-1;0)$ có vtcp là $\overrightarrow{u_{d'}}=(3;1;-2)$, ta có $d//d'$. Gọi d'' là đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó. Suy ra đường thẳng d'' sẽ đi qua trung điểm $I(3;-2;2)$ của đoạn thẳng AB và song song với d và d'. Khi đó đường thẳng d'' sẽ có vtcp là $\overrightarrow{u_{d''}}=(3;1;-2)$. Vậy phương trình của đường thẳng d'' là : $d'':\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.



Câu 37 : Cho $F(x)=-\dfrac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{5x^5}+C.$

B. $\int f'(x)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^3}-\dfrac{1}{5x^5}+C.$

C. $\int f'(x)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C.$

D. $\int f'(x)\ln x dx=-\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C.$

Giải

Đáp án : C

Ta có $\int \dfrac{f(x)}{x}dx=F(x)\Leftrightarrow \dfrac{f(x)}{x}=F'(x)\Leftrightarrow \dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{1}{x^4}$

Suy ra :

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)'=\left(\frac{1}{x^4}\right)'\Leftrightarrow \frac{f'(x).x-f(x)}{x^2}=-\frac{4}{x^5}\Leftrightarrow \frac{f'(x).x-f(x)}{x}=-\frac{4}{x^4}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)-\frac{f(x)}{x}=-\frac{4}{x^4}\Leftrightarrow f'(x)=\frac{f(x)}{x}-\frac{4}{x^4}=\frac{1}{x^4}-\frac{4}{x^4}=-\frac{3}{x^4}$$

Suy ra : $\int f'(x)\ln x dx=\int\left[\left(-\dfrac{3}{x^4}\right)\ln x\right]dx=(-3)\int\dfrac{\ln x}{x^4}dx$. Đặt : $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=\dfrac{1}{x^4}dx \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=\dfrac{1}{x}dx \\ v=-\dfrac{1}{3x^3} \end{cases}$

Khi đó :

$$\int f'(x)\ln x dx=(-3)\int\frac{\ln x}{x^4}dx=(-3)\left(-\frac{\ln x}{3x^3}+\frac{1}{3}\int\frac{1}{x^4}dx\right)=\frac{\ln x}{x^3}-\int\frac{1}{x^4}dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C.$$

Câu 38 : Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

A. $|z|=17.$

B. $|z|=\sqrt{17}.$

C. $|z|=\sqrt{10}.$

D. $|z|=10.$

Giải

Đáp án : C

Đặt $z = a + bi, \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$, ta có :

$$\left|z+3\right| = 5 \Leftrightarrow \left|a+bi+3\right| = 5 \Leftrightarrow \left|\left(a+3\right)+bi\right| = 5 \Leftrightarrow \left(a+3\right)^2 + b^2 = 25$$

$$\left|z-2i\right| = \left|z-2-2i\right| \Leftrightarrow \left|a+bi-2i\right| = \left|a+bi-2-2i\right| \Leftrightarrow \left|a+\left(b-2\right)i\right| = \left|\left(a-2\right)+\left(b-2\right)i\right|$$

$$= a^2 + \left(b-2\right)^2 = \left(a-2\right)^2 + \left(b-2\right)^2 \Leftrightarrow a^2 = \left(a-2\right)^2 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = \pm 3 \Rightarrow z = 1 \pm 3i \Rightarrow \left|z\right| = \sqrt{10}.$$

Câu 39 : Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 9$. B. $S = \dfrac{10}{3}$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

<u>Giải</u>

Đáp án : C

Ta có : $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 5 \\ y = 9 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra hàm số có hai điểm cực trị là : $A\left(0;5\right), B\left(2;9\right)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(2;4\right)$. Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A và B. Khi đó đường thẳng d có vtpt $\overrightarrow{n_d} = \left(2;-1\right)$, suy ra phương trình của d là $d: 2\left(x-0\right) - \left(y-5\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 5 = 0$. Ta có $d\left(O,d\right) = \dfrac{0+0+5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}, AB = 2\sqrt{5}$.

Vậy : $S = \dfrac{1}{2} d\left(O,d\right).AB = \dfrac{1}{2}.\sqrt{5}.2\sqrt{5} = 5$.

Câu 40 : Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = a$ và $\angle ACB = 30^0$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $V = \pi a^3$.

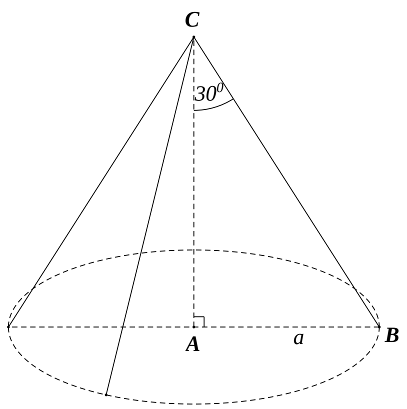
<u>Giải</u>

Đáp án : A

Ta có ΔABC là nửa của tam giác đều có cạnh bằng $2a$

$\Rightarrow AC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3}.SA.\left(\pi AB^2\right) = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.



Câu 41 : Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

A. $24(m/s)$. B. $108(m/s)$. C. $18(m/s)$. D. $64(m/s)$.

<u>Giải</u>

Đáp án : A

Ta có : $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+12t,\forall t\in[0;6]$

$v'(t)=-3t+12; v'(t)=0\Leftrightarrow -3t+12=0\Leftrightarrow t=4\in[0;6]$

Ta có : $v(0)=0; v(4)=24; v(6)=18$. Vậy $\max\limits_{[0;6]} v(t)=v(4)=24\,(m/s)$.

Câu 42 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực.

A. $m<1$. B. $m<\frac{2}{3}$. C. $m<0$. D. $m\le 1$.

<u>Giải</u>

Đáp án : A

$\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0\,(1)$.

Điều kiện : $x>0$

Đặt $t=\log_2 x,\forall x>0\Rightarrow t\in\mathbb{R}$.

Bất phương trình (1) trở thành : $t^2-2t+3m-2<0\Leftrightarrow -t^2+2t+2>3m\,(2)$

Xét hàm số $f(t)=-t^2+2t+2,\forall t\in\mathbb{R}$

Ta có : $f'(t)=-2t+2; f'(t)=0\Leftrightarrow -2t+2=0\Leftrightarrow t=1$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình (1) có nghiệm thực dương theo x $\Leftrightarrow$ bất phương trình (2) có nghiệm thực theo t $\Leftrightarrow 3m<3\Leftrightarrow m<1$.

Câu 43 : Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. B. $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.

C. $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$. D. $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

<u>Giải</u>

Đáp án : C

Theo giả thiết, ta có $\forall a,b>0$: $a^2+b^2=8ab \Leftrightarrow (a+b)^2=10ab \Leftrightarrow a+b=\sqrt{10ab}$

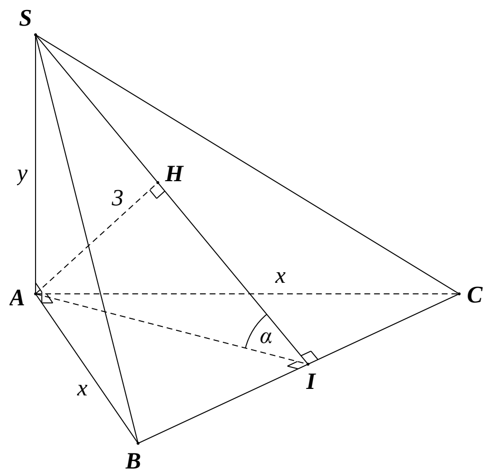
Suy ra : $\log(a+b)=\log\sqrt{10ab}=\log(10ab)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log(10ab)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$

Câu 44 : Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC), tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. B. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos\alpha=\frac{2}{3}$.

Giải

Đáp án : B



Đặt $AB=AC=x(x>0), SA=y(y>0)$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SI (1).

Ta có :

$BC\perp AI, BC\perp SA \Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp AH, BC\perp SI\ (2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra : $d(A,(SBC))=AH=3;$

$\angle((SBC),(ABC))=\angle(SI,AI)=\angle SIA=\alpha$.

Ta có :

$$\frac{1}{9}=\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AI^2}+\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{x^4y^2}}\Leftrightarrow\frac{1}{27}\ge\sqrt[3]{\frac{1}{x^4y^2}}$$

$$\Leftrightarrow\sqrt[3]{x^4y^2}\ge 27\Leftrightarrow x^2y\ge 81\sqrt{3}.$$

Mặt khác : $V=\frac{1}{6}SA.AB.AC=\frac{1}{6}x^2y\ge\frac{27\sqrt{3}}{2}$. $V_{\min}=\frac{27\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow x=y=3\sqrt{3}$

Suy ra :

$$AI=\frac{BC}{2}=\frac{AB\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{3}.\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}; SI.AH=SA.AI\Leftrightarrow SI=\frac{SA.AI}{AH}=\frac{3\sqrt{3}.\frac{3\sqrt{6}}{2}}{3}=\frac{9\sqrt{2}}{2}$$

Vậy : $\cos\alpha=\frac{AI}{SI}=\frac{\frac{3\sqrt{6}}{2}}{\frac{9\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m>0$. B. $m<1$. C. $0<m<\sqrt[3]{4}$. D. $0<m<1$.

Giải

Đáp án : D

$$y'=4x^3-4mx; y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4mx=0\Leftrightarrow 4x(x^2-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$$

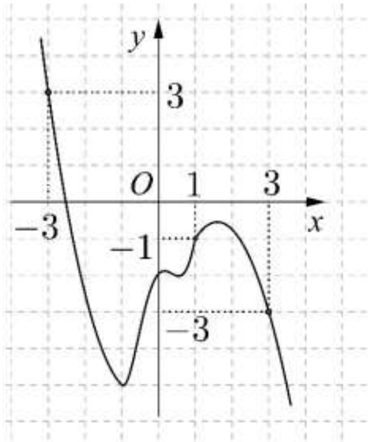
Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là : $O(0;0);B\left(\sqrt{m};-m^2\right);C\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$

Ta có : $OB=OC=\sqrt{m+m^4};BC=2\sqrt{m}\Rightarrow\Delta OBC$ cân tại O. Gọi H là trung điểm của cạnh BC, tọa độ của điểm $H\left(0;-m^2\right)$ và $OH=m^2$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}OH.BC=\frac{1}{2}.m^2.2\sqrt{m}<1\Leftrightarrow m^5<1$. Mặt khác $m>0\Rightarrow 0<m^5<1\Rightarrow 0<m<1$.

Câu 46 : Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $g(3)<g(-3)<g(1)$.

B. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

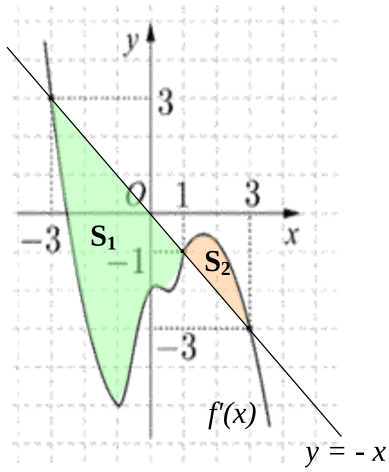
C. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

D. $g(-3)<g(3)<g(1)$.

Giải

Đáp án : B

Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng như hình vẽ bên



Ta có $2S_1=2\int_{-3}^{1}\left[-x-f'(x)\right]dx=\left[-x^2-2f(x)\right]\Big|_{-3}^{1}$

$=-\left[x^2+2f(x)\right]\Big|_{-3}^{1}=-g(x)\Big|_{-3}^{1}=-\left[g(1)-g(-3)\right]>0$

$\Leftrightarrow g(1)-g(-3)<0\Leftrightarrow g(1)<g(-3)(1)$.

Tương tự :

Ta có $2S_2=2\int_{1}^{3}\left[f'(x)+x\right]dx=\left[2f(x)+x^2\right]\Big|_{1}^{3}=g(x)\Big|_{1}^{3}$

$=g(3)-g(1)>0\Leftrightarrow g(3)>g(1)(2)$.

Nhìn đồ thị ta có :

$S_1>S_2\Leftrightarrow 2S_1>2S_2\Leftrightarrow g(-3)-g(1)>g(3)-g(1)\Leftrightarrow g(-3)>g(3)(3)$

Từ $(1),(2),(3)$ suy ra : $g(1)<g(3)<g(-3)$.

Câu 47 : Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V=9\sqrt{3}\pi$. B. $V=9\pi$. C. $V=3\sqrt{3}\pi$. D. $V=3\pi$.

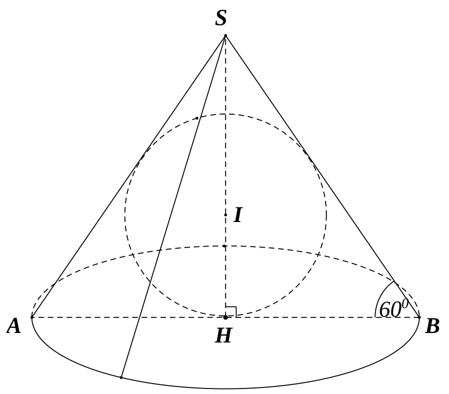
Giải

Đáp án : D

Giả sử thiết diện qua trục của hình nón (N) là

ΔSAB, ta có : $SA = SB, \angle SBA = 60^0$. Suy ra ΔSAB là tam giác đều. Gọi H, I lần lượt là trung điểm của cạnh AB và tâm đường tròn nội tiếp ΔSAB, suy ra I là trọng tâm của tam giác $SAB \Rightarrow SH = 3IH = 3, SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{2SH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

Ta có : $V = \frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{AB}{2}\right)^2.SH = \frac{1}{3}.\pi.3.3 = 3\pi$.



Câu 48 : Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo ?

A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Giải

Đáp án : D

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Điều kiện : $z \neq -2$.

Ta có :

$$|z+3i| = \sqrt{13} \Leftrightarrow |x + (y+3)i| = \sqrt{13} \Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6y - 4 = 0 (1).$$

$$\frac{z}{z+2} = \frac{x+yi}{(x+2)+yi} = \frac{(x+yi)\left[(x+2)-yi\right]}{(x+2)^2+y^2} = \frac{x(x+2)+y^2}{(x+2)^2+y^2} + \frac{2y}{(x+2)^2+y^2}i.$$

Vì $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo nên $\frac{x(x+2)+y^2}{(x+2)^2+y^2} = 0 \Leftrightarrow x(x+2) + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x = 0 (2)$.

Từ $(1),(2) \Rightarrow 2x - 6y = -4 \Rightarrow x = 3y - 2$. Thay vào (1) ta được

$$(3y-2)^2 + y^2 + 6y - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = \frac{3}{5} \end{array}\right.$$

Với $y = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow z = -2$ (loại).

Với $y = \frac{3}{5} \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow z = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ (thỏa).

Câu 49 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 3$. B. $T = 5$. C. $T = 2$. D. $T = 4$.

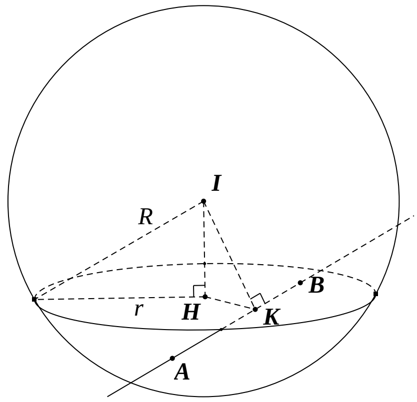
Giải

Đáp án : A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5$. Mặt phẳng (P) có vtpt $\overrightarrow{n_P} = (a;b;c)$. Theo giả thiết $B(0;1;0) \in (P): b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;3;-6)=-3(1;-1;2)$, phương trình đường thẳng

AB là : $AB:\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$.



Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến, K là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB, H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P)..

Ta có : $K\in AB\Rightarrow K(t;1-t;2t)\Rightarrow \overrightarrow{IK}=(t-1;-t-1;2t-3)$

$IK\perp AB\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{IK}=0\Rightarrow t=1\Rightarrow \overrightarrow{IK}=(0;-2;-1)$

$r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}=\sqrt{25-d^2(I,(P))}=\sqrt{25-IH^2}$

Ta có : $r_{\min}\Leftrightarrow IH_{\max}$.

Mà $IH\le IK\Rightarrow IH_{\max}\Leftrightarrow H\equiv K\Rightarrow (P)\perp IK\Rightarrow \overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{IK}$ cùng phương

$\Rightarrow \overrightarrow{n_P}=k.\overrightarrow{IK}\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-2k \\ c=-k \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ k=-1 \\ c=1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ c=1 \end{cases}$

Suy ra : $T=a+b+c=0+2+1=3$.

Câu 50 : Xét hàm số $f(t)=\dfrac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x)+f(y)=1$ với mọi số thực x,y thỏa mãn $e^{x+y}\le e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Giải

Đáp án : D

Theo giả thiết ta có : $e^{x+y}\le e(x+y)\Leftrightarrow e^{x+y}-e(x+y)\le 0\,(1)$.

Đặt $u=x+y$, khi đó ta có : $e^u-eu\le 0$. Xét hàm số $g(u)=e^u-eu, \forall u\in\mathbb{R}$.

Ta có : $g'(u)=e^u-e; g'(u)=0\Leftrightarrow e^u-e=0\Leftrightarrow e^u=e\Leftrightarrow u=1$

Bảng biến thiên

u	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(u)$		$-$	0	$+$	
$g(u)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có :

$g(u)\ge g(1)=0,\forall u\in\mathbb{R}\Rightarrow g(u)\ge 0,\forall u\in\mathbb{R}\Leftrightarrow e^{x+y}-e(x+y)\ge 0,\forall x,y\in\mathbb{R}\,(2)$. Từ $(1),(2)\Rightarrow e^{x+y}=e(x+y)\Leftrightarrow x+y=1\Leftrightarrow y=1-x$.

Ta có : $f\left(x\right)+f\left(y\right)=1\Leftrightarrow f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=1\Leftrightarrow\dfrac{9^x}{9^x+m^2}+\dfrac{9^{1-x}}{9^{1-x}+m^2}=1$

$\Leftrightarrow\dfrac{9^x}{9^x+m^2}+\dfrac{9}{9+9^x m^2}=1\Leftrightarrow 9^x.m^4=9^x.9\Leftrightarrow m^4=9\Leftrightarrow m^2=3\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}.$

Vậy : $S=\left\{\pm\sqrt{3}\right\}$.

MÃ ĐỀ : 104

Câu 1 : Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

Giải

Đáp án : C

Câu 2 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-2\right)^2=8$. Tính bán kính R của $\left(S\right)$.

A. $R=8$. B. $R=4$. C. $R=2\sqrt{2}$. D. $R=64$.

Giải

Đáp án : C

Câu 3 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;0\right),B\left(0;1;2\right)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{b}=\left(-1;0;2\right)$. B. $\vec{c}=\left(1;2;2\right)$. C. $\vec{d}=\left(-1;1;2\right)$. D. $\vec{a}=\left(-1;0;-2\right)$.

Giải

Đáp án : A

Câu 4 : Cho số phức $z=2+i$. Tính $\left|z\right|$.

A. $\left|z\right|=3$. B. $\left|z\right|=5$. C. $\left|z\right|=2$. D. $\left|z\right|=\sqrt{5}$.

Giải

Đáp án : C

Câu 5 : Tìm nghiệm của phương trình $\log_2\left(x-5\right)=4$

A. $x=21$. B. $x=3$. C. $x=11$. D. $x=13$.

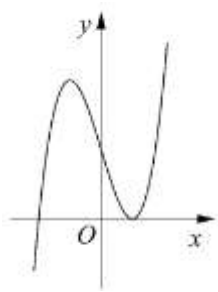
Giải

Đáp án : A

Điều kiện : $x>5$

$\log_2\left(x-5\right)=4\Leftrightarrow x-5=16\Leftrightarrow x=21$. (thỏa)

Câu 6 : Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y=x^3-3x+2$.

B. $y=x^4-x^2+1$.

C. $y=x^4+x^2+1$.

D. $y=-x^3+3x+2.$

Giải

Đáp án : A

Câu 7 : Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Giải

Đáp án : B

Câu 8 : Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_2 a=\log_a 2.$ B. $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_2 a}.$ C. $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_a 2}.$ D. $\log_2 a=-\log_a 2.$

Giải

Đáp án : C

Câu 9 : Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x.$

A. $\int 7^x dx=7^x\ln 7+C.$ B. $\int 7^x dx=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C.$

C. $\int 7^x dx=7^{x+1}+C.$ D. $\int 7^x dx=\dfrac{7^{x+1}}{x+1}+C.$

Giải

Đáp án : B

Câu 10 : Tìm số phức z thỏa mãn $z+2-3i=3-2i.$

A. $z=1-5i.$ B. $z=1+i.$ C. $z=5-5i.$ D. $z=1-i.$

Giải

Đáp án : B

$z+2-3i=3-2i.\Leftrightarrow z=1+i$

Câu 11 : Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}.$

A. $D=\mathbb{R}.$ B. $D=(0;+\infty).$

C. $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty).$ D. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}.$

Giải

Đáp án :D

Hàm số xác định khi $x^2-x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq -1; x\neq 2.$

Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}.$

Câu 12 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho ba điểm $M(2;3;-1), N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại $N.$

A. $m=-6.$ B. $m=0.$ C. $m=-4.$ D. $m=2.$

Giải

Đáp án : B

Ta có : $\overrightarrow{NM}=(3;2;-2),\overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$. Tam giác MNP vuông tại $N\Rightarrow \overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0$

$\Rightarrow 6+2(m-2)-2=0\Rightarrow m=0$

Câu 13 : Cho số phức $z_1 = 1-2i, z_2 = -3+i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $N(4;-3)$. B. $M(2;-5)$. C. $P(-2;-1)$. D. $Q(-1;7)$.

Giải

Đáp án : C

Ta có : $z = z_1 + z_2 = (1-2i) + (-3+i) = -2 - i$

Vậy : Điểm biểu diễn cho số phức z là $P(-2;-1)$.

Câu 14 : Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V = \frac{4\pi}{3}$. B. $V = 2\pi$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = 2$.

Giải

Đáp án : A

Ta có : $V = \pi\int_0^1 (x^2+1)dx = \pi\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1 = \pi\left(\frac{1}{3}+1\right) = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 15 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;2;0)$. B. $\overrightarrow{u_3} = (1;0;0)$. C. $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$. D. $\overrightarrow{u_1} = (0;2;0)$.

Giải

Đáp án : C

Ta có : $M_1(1;0;0), M_2(0;2;0) \Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2} = (-1;2;0) = \overrightarrow{u_4}$. Suy ra đường thẳng M_1M_2 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$.

Câu 16 : Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận ?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Giải

Đáp án : D

TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Ta có : $y = \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$

$$\lim_{x\to(-2)^+} y = \lim_{x\to(-2)^+} \frac{1}{x+2} = +\infty; \lim_{x\to(-2)^-} y = \lim_{x\to(-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty.$$

Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là : $x = -2$

$$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x+2} = 0.$$

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là : $y = 0$

Câu 17 : Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

A. $T = 2\sqrt{2}$. B. $T = 2$. C. $T = 8$. D. $T = 4$.

Giải

Đáp án : D

Phương trình $z^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 2i$ và $z_2 = -2i$

Suy ra $M(0;2), N(0;-2) \Rightarrow OM = ON = 2 \Rightarrow T = OM + ON = 2 + 2 = 4$.

Câu 18 : Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Giải

Đáp án : B

Ta có : $S_{xq} = \pi rl = \pi\sqrt{3}.4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 19 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \ge 1$. B. $m \ge 0$. C. $m > 0$. D. $m \ne 0$.

Giải

Đáp án : C

Câu 20 : Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $m = \dfrac{17}{4}$. B. $m = 10$. C. $m = 5$. D. $m = 3$.

Giải

Đáp án : D

Ta có : $y' = 2x - \dfrac{2}{x^2} = 2\left(\dfrac{x^3 - 1}{x^2}\right); y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\dfrac{1}{2};2\right]$

$y\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{17}{4}; y(1) = 3; y(2) = 5$. Suy ra : $m = \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = y(1) = 3$.

Câu 21 : Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Giải

Đáp án : B

TXĐ : $D = \mathbb{R}$.

$y' = \dfrac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 22 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$?

A. $x-2y+3z-12=0$. B. $x-2y-3z+6=0$.
C. $x-2y+3z+12=0$. D. $x-2y-3z-6=0$.

Giải

Đáp án : C

Mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$ có phương trình là :

$(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$.

Câu 23 : Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

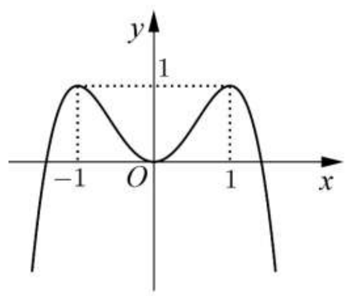
A. $S=4\sqrt{3}a^2$. B. $S=\sqrt{3}a^2$. C. $S=2\sqrt{3}a^2$. D. $S=8a^2$.

Giải

Đáp án : C

$$S=8.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=2a^2\sqrt{3}.$$

Câu 24 : Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



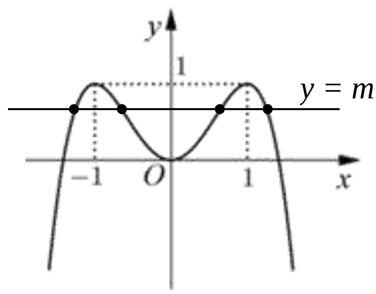
A. $m>0$.
B. $0\le m\le 1$.
C. $0<m<1$.
D. $m<1$.

Giải

Đáp án : C

Số nghiệm của phương trình $-x^4+2x^2=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$.

Nhìn đồ thị ta có : Phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<1$.



Câu 25 : Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) + 2\sin x \right] dx$.

A. $I = 7$. B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$. C. $I = 3$. D. $I = 5 + \pi$.

Giải

Đáp án : A

Ta có :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) + 2\sin x \right] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 5 + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 5 - 2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 + 2 = 7.$$

Câu 26 : Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

A. $D = \left(2 - \sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2 + \sqrt{2}\right)$. B. $D = (1;3)$.

C. $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$. D. $D = \left(-\infty;2 - \sqrt{2}\right) \cup \left(2 + \sqrt{2};+\infty\right)$.

Giải

Đáp án : C

Hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$ xác định khi $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 3 \end{array}\right.$

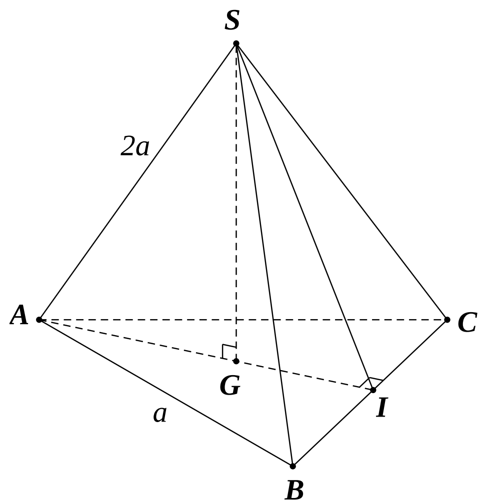
Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.

Câu 27 : Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Giải

Đáp án : B



Gọi I là trung điểm của cạnh BC, G là trọng tâm của tam giác ABC, vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên G cũng chính là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC và $SG \perp (ABC)$.

Ta có : $AG = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra : $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$.

Vậy : $V = \frac{1}{3}.SG.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 28 : Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$. B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$.

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$. D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$.

Giải

Đáp án : D

Ta có : $F(x)=\int(\sin x+\cos x)dx=-\cos x+\sin x+C$, $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2\Leftrightarrow 1+C=2\Leftrightarrow C=1$.

Vậy : $F(x)=-\cos x+\sin x+1$.

Câu 29 : Với mọi a,b,x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $x=3a+5b.$ B. $x=5a+3b.$ C. $x=a^5+b^3.$ D. $x=a^5b^3.$

Giải

Đáp án : D

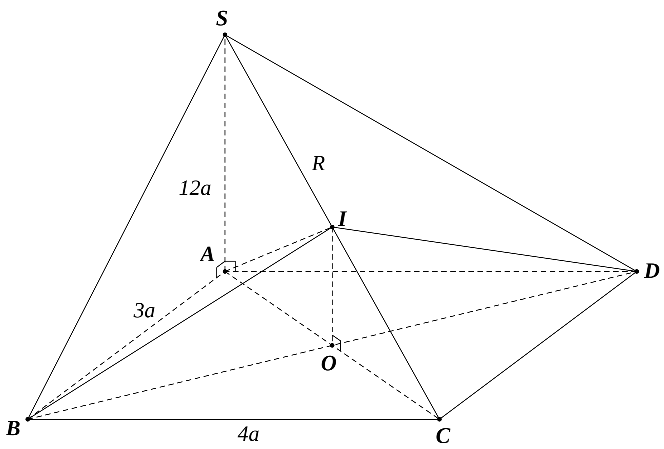
Ta có : $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^5+\log_2 b^3=\log_2 a^5b^3\Leftrightarrow x=a^5b^3$.

Câu 30 : Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a,BC=4a,SA=12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\dfrac{5a}{2}.$ B. $R=\dfrac{17a}{2}.$ C. $R=\dfrac{13a}{2}.$ D. $R=6a.$

Giải

Đáp án : C



Gọi O,I lần lượt là tâm của hình chữ nhật $ABCD$ và trung điểm của cạnh SC. Ta có $IO//SA$ mà $SA\perp(ABCD)$

$\Rightarrow IO\perp(ABCD)\Rightarrow IO$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$

$\Rightarrow IA=IB=IC=ID\,(1)$. Mặt khác ΔSAC vuông tại $A\Rightarrow IS=IA=IC\,(2)$. Từ $(1),(2)\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính mặt cầu là $R=\dfrac{SC}{2}$. Ta có : $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{9a^2+16a^2}=5a$,

$\Rightarrow R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{144a^2+25a^2}}{2}=\dfrac{13a}{2}.$

Câu 31 : Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=6.$ B. $m=-3.$ C. $m=3.$ D. $m=1.$

Giải

Đáp án : C

$9^x-2.3^{x+1}+m=0\,(1)$. Đặt $t=3^x,t>0$ phương trình (1) trở thành : $t^2-6t+m=0\,(2)$

Phương trình (1) có hai nghiệm thực x_1,x_2 khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm thực dương t_1,t_2 phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}9-m>0\\3>0\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<9\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<9\,(*)$

Ta có : $t_1.t_2 = 3^{x_1}.3^{x_2} = 3^{x_1+x_2} = 3 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa (*))

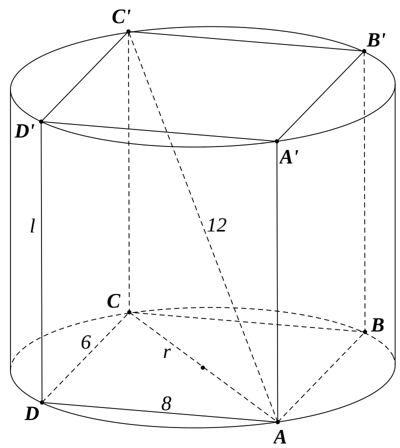
Câu 32 : Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8, CD = 6, AC' = 12.$ Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'.$

A. $S_{tp} = 576\pi.$ B. $S_{tp} = 10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi.$

C. $S_{tp} = 26\pi.$ D. $S_{tp} = 5\left(4\sqrt{11}+5\right)\pi.$

Giải

Đáp án : B



Gọi r, l lần lượt là bán kính đường tròn đáy và độ dài đường sinh của hình trụ. Ta có $r = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AD^2+CD^2}}{2} = \frac{\sqrt{64+36}}{2} = 5$

$l = CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{144-100} = 2\sqrt{11}.$

Vậy $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rl = 2\pi r\left(r+l\right) = 10\pi\left(5+2\sqrt{11}\right)$

Câu 33 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho hai điểm $A\left(1;-1;2\right), B\left(-1;2;3\right)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}.$ Tìm điểm $M\left(a;b;c\right)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28,$ biết $c < 0.$

A. $M\left(-1;0;-3\right).$ B. $M\left(2;3;3\right).$ C. $M\left(\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\frac{2}{3}\right).$ D. $M\left(-\frac{1}{6};-\frac{7}{6};-\frac{2}{3}\right).$

Giải

Đáp án : C

Ta có phương trình tham số của đường thẳng d là : $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1+2t \end{cases},$

$M\left(a;b;c\right) \in d \Rightarrow M\left(1+t;2+t;1+2t\right)\left(t < -\frac{1}{2}\right)$

Ta có : $MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow 6t^2 - t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{6}$ (nhận) hoặc $t = 1$ (loại)

Với $t = -\frac{5}{6} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\frac{2}{3}\right).$

Câu 34 : Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

A. $144(m/s)$ B. $36(m/s)$ C. $243(m/s)$ D. $27(m/s)$

Giải

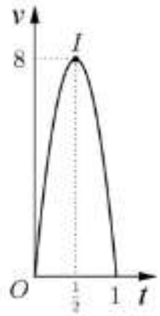
Đáp án : B

Ta có : $v(t)=s'(t)=-t^2+12t,\forall t\in[0;9]$

$v'(t)=-2t+12;v'(t)=0\Leftrightarrow -2t+12=0\Leftrightarrow t=6\in[0;9]$

Ta có : $v(0)=0;v(6)=36;v(9)=27$. Vậy $\max\limits_{[0;9]} v(t)=v(6)=36(m/s)$.

Câu 35 : Một người chạy trong 1 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2};8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên . Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy .



A. $s=4,0(km)$. B. $s=2,3(km)$.

C. $s=4,5(km)$. D. $s=5,3(km)$.

Giải

Đáp án : C

Giả sử phương trình vận tốc của người chuyển động theo đường parabol là :

$$v(t)=at^2+bt+c(km/h).\text{ Ta có : }\begin{cases}c=0\\ \frac{a}{4}+\frac{b}{2}+c=8\\ -\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\ b=32\\ a=-32\end{cases}\Rightarrow v(t)=-32t^2+32t$$

Vậy quãng đường mà người chạy được trong 45 phút là :

$$s=\int_0^{\frac{3}{4}}\left(-32t^2+32t\right)dt=\left(-32.\frac{t^3}{3}+16t^2\right)\Bigg|_0^{\frac{3}{4}}=\frac{9}{2}=4,5.$$

Vậy $s=4,5(km)$.

Câu 36 : Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+3|=|z+3-10i|$. Tìm số phức $w=z-4+3i$.

A. $w=-3+8i$. B. $w=1+3i$. C. $w=-1+7i$. D. $w=-4+8i$.

Giải

Đáp án : D

Đặt $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$, ta có : $|z|=5\Leftrightarrow|a+bi|=5\Leftrightarrow a^2+b^2=25$

$|z+3|=|z+3-10i|\Leftrightarrow|(a+3)+bi|=|(a+3)+(b-10)i|\Leftrightarrow(a+3)^2+b^2=(a+3)^2+(b-10)^2$

$\Leftrightarrow b^2=(b-10)^2\Leftrightarrow b=5\Rightarrow a=0\Rightarrow z=5i\Rightarrow w=-4+8i.$

Câu 37 : Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=\frac{3}{2}$. B. $m=\frac{3}{4}$. C. $m=-\frac{1}{2}$. D. $m=\frac{1}{4}$.

Giải

Đáp án : B

Giả sử hàm số đạt cực trị tại điểm có tọa độ $(x_0;y_0)$. Ta có $y'=3x^2-6x$, khi đó

$y=\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right).y'-2x+1$. Ta có $y_0=\left(\frac{1}{3}x_0-\frac{1}{3}\right).y'(x_0)-2x_0+1=-2x_0+1$ (Vì $y'(x_0)=0$)

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A và B có phương trình : $\Delta: y=-x+1$.

$d\perp\Delta \Leftrightarrow (2m-1).(-2)=-1 \Leftrightarrow m=\frac{3}{4}.$

Câu 38 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3), N(2;-1;-1), P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0.$

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0.$ B. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0.$

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0.$ D. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0.$

Giải

Đáp án : B

Giả sử phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0. \left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$

$M(2;3;3)\in(S): 4a+6b+6c-d=22(1)$

$N(2;-1;-1)\in(S): 4a-2b-2c-d=6(2)$

$P(-2;-1;3)\in(S): 4a+2b-6c+d=-14(3)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)\in(\alpha): 2a+3b-c=-2(4)$

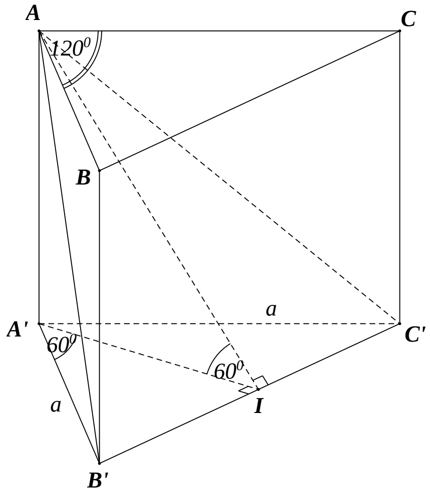
Từ $(1),(2),(3),(4)\Rightarrow a=2, b=-1, c=3, d=-2$. Vậy $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0.$

Câu 39 : Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\angle BAC=120^0$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3a^3}{8}.$ B. $V=\frac{9a^3}{8}.$ C. $V=\frac{a^3}{8}.$ D. $V=\frac{3a^3}{4}.$

Giải

Đáp án : A



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$, vì tam giác $A'B'C'$ cân tại A'

Nên $B'C'\perp A'I, B'C'\perp AA' \Rightarrow B'C'\perp(AA'I)\Rightarrow B'C'\perp AI$

$\Rightarrow \angle\left((AB'C'),(A'B'C')\right)=\angle(AI,A'I)=\angle AIA'=60^0.$

Ta có $\Delta A'B'I$ là nửa tam giác đều có cạnh là a

$\Rightarrow A'I=\frac{a}{2}, B'I=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow B'C'=a\sqrt{3}.$

$\Rightarrow S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{2}A'I.B'C'=\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Ta có :

$\tan\left(\angle A'IA\right)=\dfrac{AA'}{A'I}\Rightarrow AA'=A'I.\tan\left(\angle A'IA\right)=\dfrac{a}{2}.\tan 60^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Vậy $V=AA'.S_{\Delta A'B'C'}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{8}.$

Câu 40 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m=0$. B. $0<m<3$.

C. $m<-1$ hoặc $m>0$. D. $m>0$.

Giải

Đáp án : D

Hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x+m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 1-m-1<0\Leftrightarrow m>0.$

Câu 41 : Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Giải

Đáp án : D

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-m\right\}$.

$y'=\dfrac{m^2-4m}{\left(x+m\right)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định $\Leftrightarrow m^2-4m<0\Leftrightarrow 0<m<4$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{1;2;3\right\}$. Vậy $S=\left\{1;2;3\right\}$

Câu 42 : Cho $F\left(x\right)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f\left(x\right)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'\left(x\right)\ln x$.

A. $\int f'\left(x\right)\ln x dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\right)+C$. B. $\int f'\left(x\right)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f'\left(x\right)\ln x dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}\right)+C$. D. $\int f'\left(x\right)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}+C$.

Giải

Đáp án : A

Ta có $\int\dfrac{f\left(x\right)}{x}dx=F\left(x\right)\Leftrightarrow\dfrac{f\left(x\right)}{x}=F'\left(x\right)\Leftrightarrow\dfrac{f\left(x\right)}{x}=-\dfrac{1}{x^3}$

Suy ra :

$\left(\dfrac{f\left(x\right)}{x}\right)'=\left(-\dfrac{1}{x^3}\right)'\Leftrightarrow\dfrac{f'\left(x\right).x-f\left(x\right)}{x^2}=\dfrac{3}{x^4}\Leftrightarrow\dfrac{f'\left(x\right).x-f\left(x\right)}{x}=\dfrac{3}{x^3}$

$\Leftrightarrow f'\left(x\right)-\dfrac{f\left(x\right)}{x}=\dfrac{3}{x^3}\Leftrightarrow f'\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}+\dfrac{3}{x^3}=-\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{3}{x^3}=\dfrac{2}{x^3}$

Suy ra : $\int f'(x)\ln x dx = \int\left[\left(\frac{2}{x^3}\right)\ln x\right]dx = 2\int\frac{\ln x}{x^3}dx$. Đặt : $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^3}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x}dx \\ v = -\frac{1}{2x^2} \end{cases}$

Khi đó : $\int f'(x)\ln x dx = 2\int\frac{\ln x}{x^3}dx = 2\left(-\frac{\ln x}{2x^2} + \frac{1}{2}\int\frac{1}{x^3}dx\right) = -\frac{\ln x}{x^2} + \int\frac{1}{x^3}dx = -\frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{2x^2} + C.$

Câu 43 : Với mọi số thực dương x, y tùy ý , đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right).$

B. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta.$

C. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right).$

D. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta.$

Giải

Đáp án : D

Theo giả thiết, ta có $\forall x, y > 0$:

$$\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right) = \log_3\sqrt{x} - \log_3 y = \log_3 x^{\frac{1}{2}} - \log_3 y = \frac{1}{2}\log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

Câu 44 : Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H. Gọi T là giao điểm của tia HO với (S), tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là đường tròn (C).

A. $V = \frac{32\pi}{3}$.

B. $V = 16\pi$.

C. $V = \frac{16\pi}{3}$.

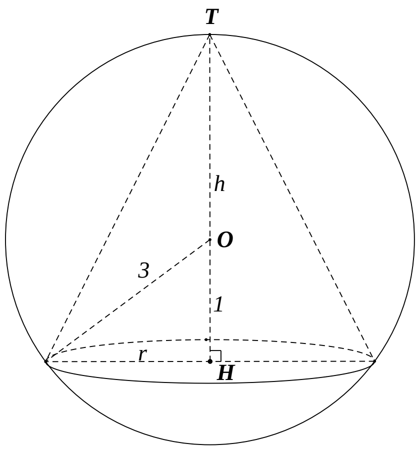
D. $V = 32\pi$.

Giải

Đáp án : A

Gọi r, h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón. Ta có $r = \sqrt{R^2 - 1} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2}, h = 1 + R = 4$.

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(2\sqrt{2}\right)^2.4 = \frac{32\pi}{3}$.



Câu 45 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ .

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

B. $m = -1; m = 1$.

C. $m = 1$.

D. $m \neq 0$.

Giải

Đáp án : B

$y' = 3x^2 - 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = m \end{array}\right.$

Hàm số có hai điểm cực trị A và B $\Leftrightarrow$ $m \neq 0$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là : $A(0;4m^3); B(2m;0)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2m;4m^3), AB = 2|m|\sqrt{1+4m^4}$, suy ra đường thẳng AB có một vtpt $\vec{n} = (2m^2;-1)$.

Khi đó phương trình của đường thẳng AB là : $2m^2(x-0) - (y - 4m^3) = 0 \Leftrightarrow 2m^2x - y + 4m^3 = 0$

Ta có $d(O,AB) = \dfrac{4m^2|m|}{\sqrt{4m^4+1}}$. S

$S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2}d(O,AB).AB = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4m^2|m|}{\sqrt{4m^4+1}}.2|m|\sqrt{4m^4+1} = 4m^4 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1$. (thỏa)

Câu 46 : Xét các số nguyên dương a,b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3,x_4 thỏa mãn $x_1x_2 > x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 30$. B. $S_{\min} = 25$. C. $S_{\min} = 33$. D. $S_{\min} = 17$.

Giải

Đáp án : A

Điều kiện để cả hai phương trình có hai nghiệm phân biệt là : $x > 0$ và $b^2 - 20a > 0, a \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{N}^*$.

Xét phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$. Đặt $t = \ln x$, phương trình trở thành : $at^2 + bt + 5 = 0$, giả sử $t_1 = \ln x_1, t_2 = \ln x_2$ là nghiệm của phương trình. Theo định lý Vi – et, ta có :

$t_1 + t_2 = \ln x_1 + \ln x_2 = \ln x_1x_2 = -\dfrac{b}{a} \Leftrightarrow x_1x_2 = e^{-\frac{b}{a}}\ (1)$

Xét phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$. Đặt $u = \log x$, phương trình trở thành :

$5u^2 + bu + a = 0$, giả sử $u_1 = \log x_3, u_2 = \log x_4$ là nghiệm của phương trình. Theo định lý Vi – et, ta có : $u_1 + u_2 = \log x_3 + \log x_4 = \log x_3x_4 = -\dfrac{b}{5} \Leftrightarrow x_3x_4 = 10^{-\frac{b}{5}}\ (2)$

Theo giả thiết :

$x_1x_2 > x_3x_4 \Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}} \Leftrightarrow -\dfrac{b}{a} > \ln 10^{-\frac{b}{5}} \Leftrightarrow \dfrac{b}{a} < \dfrac{b}{5}\ln 10 \Leftrightarrow \dfrac{1}{a} < \dfrac{\ln 10}{5} \Leftrightarrow a > \dfrac{5}{\ln 10} \approx 2{,}171$

Vì $a \in \mathbb{N}^*$ nên $a \geq 3$ và $b^2 - 20a > 0, b \in \mathbb{N}^*, a \geq 3 \Rightarrow b \geq 8$.

Ta có $S = 2a + 3b \geq 2.3 + 3.8 = 30$. Suy ra $S_{\min} = 30 \Leftrightarrow a = 3; b = 8$.

Vậy : $S_{\min} = 30$.

Câu 47 : Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = -4$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = -3$.

Giải

Đáp án : B

Gọi $D(x;y;z)(x,y,z\neq 0)$.

Ta có : $\overrightarrow{DA}=(-2-x;-y;-z),\overrightarrow{DB}=(-x;-2-y;-z),\overrightarrow{DC}=(-x;-y;-2-z)$

Vì DA,DB,DC đôi một vuông góc với nhau nên :

$\begin{cases}\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DB}=0\\ \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}=0\\ \overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2+2x+2y=0(1)\\ x^2+y^2+z^2+2x+2z=0(2)\\ x^2+y^2+z^2+2y+2z=0(3)\end{cases}\Rightarrow x=y=z.$ Thay vào (1) ta được

$x=y=z=0$ (loại) và $x=y=z=-\frac{4}{3}\Rightarrow D\left(-\frac{4}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)$

Giả sử mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có phương trình là

$(T):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$

$A(-2;0;0)\in(T):4a+d=-4(1)$

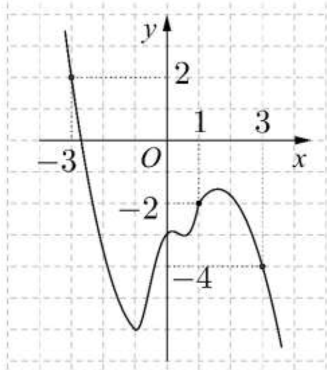
$B(0;-2;0)\in(T):4b+d=-4(2)$

$C(0;0;-2)\in(T):4c+d=-4(3)$

$D\left(-\frac{4}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)\in(T):8a+8b+8c+3d=-16(4)$

Từ $(1),(2),(3),(4)\Rightarrow a=b=c=-\frac{1}{3}\Rightarrow S=a+b+c=-1$.

Câu 48 : Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

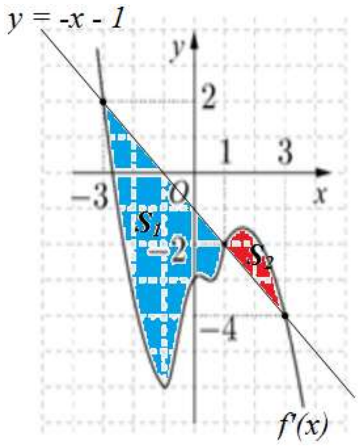
C. $g(3)=g(-3)<g(1)$.

D. $g(3)=g(-3)>g(1)$.

Giải

Đáp án : A

Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng như hình vẽ bên



Ta có $2S_1=2\int_{-3}^{1}\left[-(x+1)-f'(x)\right]dx=\left[-\left(x^2+2x\right)-2f(x)\right]\Big|_{-3}^{1}$

$=\left[-(x+1)^2-2f(x)+1\right]\Big|_{-3}^{1}=\left[-g(x)+1\right]\Big|_{-3}^{1}$

$=\left[-g(1)+1\right]-\left[-g(-3)+1\right]=g(-3)-g(1)>0$

$\Leftrightarrow g(-3)>g(1)(1)$

Tương tự :

Ta có $2S_2 = 2\int_1^3 \left[f'(x)+(x+1)\right]dx = \left[2f(x)+(x^2+2x)\right]\Big|_1^3$

$= \left[(x+1)^2+2f(x)-1\right]\Big|_1^3 = \left[g(x)-1\right]\Big|_1^3 = \left[g(3)-1\right]-\left[g(1)-1\right] = g(3)-g(1) > 0$

$\Leftrightarrow g(3) > g(1)(2)$

Nhìn đồ thị ta có :

$S_1 > S_2 \Leftrightarrow 2S_1 > 2S_2 \Leftrightarrow g(-3)-g(1) > g(3)-g(1) \Leftrightarrow g(-3) > g(3)(3)$

Từ $(1),(2),(3)$ suy ra : $g(1) < g(3) < g(-3)$.

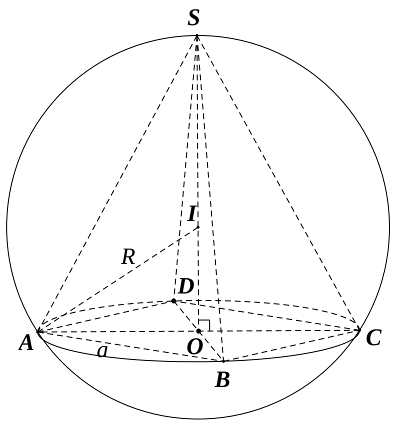
Câu 49 : Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V=144$. B. $V=576$. C. $V=576\sqrt{2}$. D. $V=144\sqrt{6}$.

Giải

Đáp án : B

Giả sử mặt cầu có tâm I và bán kính $R=9$. Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh a.



Ta có : $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra : $IO = d\left(I,(ABCD)\right) = \sqrt{R^2 - OA^2} = \sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$

Ta có : $SO = R + IO = 9 + \sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$

Suy ra : $V = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\left(9+\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}\right).a^2 = 3a^2 + \dfrac{1}{3}a^2\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}\left(0 < a^2 \le 162\right)$

Đặt $t = a^2$, ta có : $V = 3t + \dfrac{1}{3}t\sqrt{81-\dfrac{t}{2}}, \forall t \in (0;162]$

Ta có : $V' = 3 + \dfrac{324-3t}{12\sqrt{81-\dfrac{t}{2}}}; V'=0 \Leftrightarrow \sqrt{81-\dfrac{t}{2}} = \dfrac{t}{12}-9 \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge 108 \\ 81-\dfrac{t}{2} = \left(\dfrac{t}{12}-9\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge 108 \\ \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=144 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow t = 144$

Bảng biến thiên

t	0		144		162
V'		+	0	-	
V		↗	576	↘	

Vậy $V_{\max} = 576$.

Câu 50 : Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Giải

Đáp án : A

Điều kiện : $m>0$

Đặt $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Theo giả thiết : $z.\bar{z}=1\Leftrightarrow\left|z\right|^2=1\Leftrightarrow\left(C_1\right):x^2+y^2=1\left(1\right)$. Phương trình $\left(1\right)$ là phương trình đường tròn có tâm là gốc tọa độ $O\left(0;0\right)$ và bán kính $R_1=1$.

Mặt khác : $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m\Leftrightarrow\left|\left(x-\sqrt{3}\right)+\left(y+1\right)i\right|=m\Leftrightarrow\left(C_2\right):\left(x-\sqrt{3}\right)^2+\left(y+1\right)^2=m^2\left(2\right)$

Phương trình $\left(2\right)$ là phương trình đường tròn có tâm là gốc tọa độ $I\left(\sqrt{3};-1\right)$ và bán kính $R_2=m$.

Để tồn tại duy nhất số phức z thì hai đường tròn $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ tiếp xúc ngoài hoặc tiếp xúc trong.

TH1 : $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ tiếp xúc ngoài khi và chỉ khi $R_1+R_2=OI\Leftrightarrow1+m=2\Leftrightarrow m=1$ (thỏa)

TH2 : $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ tiếp xúc trong khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}R_1+OI=R_2\\R_2+OI=R_1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1+2=m\\m+2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-1\end{array}\right.$

Với $m=3$ (thỏa) và $m=-1$ (loại)

Vậy : $S=\left\{1;3\right\}$