

## GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH HỆ PHƯƠNG TRÌNH

### Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

- + Bước 1: Lập hệ phương trình.
  - Chọn các ẩn số và đặt điều kiện, đơn vị thích hợp cho các ẩn,
  - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết,
  - Lập phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.
- + Bước 2: Giải phương trình (hệ phương trình) vừa tìm được.
- + Bước 3: Đối chiếu điều kiện và trả lời

### Dạng 1: Bài toán về quan hệ giữa các số

#### Phương pháp

Kiến thức về bài toán về quan hệ giữa các số:

+ Biểu diễn số có hai chữ số:  $\overline{ab} = 10a + b$ , trong đó  $a$  là chữ số hàng chục,  $b$  là chữ số hàng đơn vị,  $0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a \in \mathbb{N}; b \in \mathbb{N}$ .

+ Tổng hai số  $x; y$  là:  $x + y$

+ Tổng bình phương hai số  $x; y$  là:  $x^2 + y^2$

+ Tổng nghịch đảo hai số  $x; y$  là:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

**Ví dụ 1.** Tìm hai số biết tổng của chúng bằng 19 và tổng bình phương của hai số bằng 185.

#### Lời giải

Gọi số thứ nhất cần tìm là  $x, x \neq 19$ , khi đó số thứ hai là  $19 - x$ .

Vì tổng bình phương của hai số bằng 185 nên ta có phương trình  $x^2 + (19 - x)^2 = 185 \Leftrightarrow x^2 - 19x + 88 = 0$

Ta có  $\Delta = (-19)^2 - 4.88 = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$ ,

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt là  $x_1 = \frac{19+3}{2} = 11; x_2 = \frac{19-3}{2} = 8$

Với  $x_1 = 11; x_2 = 8$  (thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy hai số cần tìm là 8 và 11.

**Ví dụ 2.** [TS10 Cao Bằng, 2018-2019] Trong lúc học nhóm, bạn Nam yêu cầu bạn Linh và bạn Mai mỗi người chọn một số tự nhiên sao cho hai số này hơn kém nhau là 6 và tích của chúng phải bằng 280. Vậy hai bạn Linh và Mai phải chọn những số nào?

#### Lời giải

Giả sử số bạn Linh chọn là số lớn hơn. Gọi số bạn Linh chọn là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}, 6 < x < 280$ ).

Khi đó số bạn Mai chọn là  $x - 6$ .

Vì tích của chúng phải bằng 280, nên ta có phương trình:

$$x(x-6) = 280 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 280 = 0 \Leftrightarrow (x-20)(x+14) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -14 \end{cases}$$

Với  $x = -14$  không thỏa mãn điều kiện  $x \in \mathbb{N}$ , Suy ra  $x = -14$  loại.

Với  $x = -14$  không thỏa mãn điều kiện  $x \in \mathbb{N}$ , Suy ra  $x = -14$  loại.

Với  $x = 20$  thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy số bạn Linh chọn là 20, số bạn Mai chọn là 14, hoặc số bạn Linh chọn là 14 và số bạn Mai chọn là 20.

**Ví dụ 3.** Tìm một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng chữ số hàng đơn vị hơn chữ số hàng chục là 5 đơn vị và khi viết chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số của số đó thì ta được số mới lớn hơn số đó là 280 đơn vị.

### Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số cần tìm là  $\overline{ab}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9, 0 < b \leq 9$ )

Ta có:  $\overline{ab} = 10a + b$

Chữ số hàng đơn vị hơn chữ số hàng chục là 5 đơn vị nên ta có phương trình:  
 $b - a = 5 \Leftrightarrow -a + b = 5$  (1)

Khi viết chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số của số đó thì ta được số mới là  $\overline{a1b} = 100a + 10 + b$

Số mới lớn hơn số đã cho là 280 đơn vị nên ta có phương trình:  $(100a + 10 + b) - (10a + b) = 280$   
(2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -a + b = 5 \\ (100a + 10 + b) - (10a + b) = 280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 5 \\ 90a = 270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 8 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số cần tìm là 38.

**Ví dụ 4.** [TS10 Bình Định, 2018-2019] Tìm một số có hai chữ số biết rằng hiệu của số ban đầu và số đảo ngược của nó bằng 18 (số đảo ngược của một số là số thu được bằng cách viết các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại) và tổng của số ban đầu với bình phương số đảo ngược của nó bằng 618.

### Lời giải

Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$  ( $a, b \in \{1; 2; \dots; 9\}, a > b$ ).

Khi đó số đảo ngược của nó là  $\overline{ba}$

Vì hiệu của số ban đầu và số đảo ngược của nó bằng 18, nên ta có:  $\overline{ab} - \overline{ba} = 18$  (1)

Lại có tổng của số ban đầu với bình phương số đảo ngược của nó bằng 618 do vậy ta có

phương trình:  $\overline{ab} + (\overline{ba})^2 = 618 \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ: } \begin{cases} \overline{ab} - \overline{ba} = 18 \\ \overline{ab} + (\overline{ba})^2 = 618 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ab} = 18 + \overline{ba} \\ 18 + \overline{ba} + (\overline{ba})^2 = 618 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ab} = 18 + \overline{ba} \\ (\overline{ba})^2 + \overline{ba} - 600 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ab} = 18 + \overline{ba} \\ \overline{ba} = 24 \\ \overline{ba} = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ba} = 24, \overline{ab} = 42 \\ \overline{ba} = -25, \overline{ab} = -7 \end{cases}$$

Với  $\overline{ab} = -7$  không thỏa mãn bài toán, suy ra  $\overline{ab} = -7$  loại

Với  $\overline{ab} = 42$  thỏa mãn bài toán

Vậy số cần tìm là 42.

**Nhận xét:** Với bài toán này bạn đọc có thể viết  $\overline{ab} = 10a + b$ ;  $\overline{ba} = 10b + a$  thì việc giải hệ phương trình trở nên quen thuộc hơn.

❖ **Bài tập tự luyện.**

**Bài 1.** Tìm tất cả các số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 5 và tổng các bình phương hai chữ số của nó bằng 13.

**Bài 2.** Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 6 và nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 18 đơn vị.

**Bài 3.** Tìm tất cả hai số nguyên liên tiếp biết rằng tổng bình phương của hai số bằng 221.

**Bài 4.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 5 đơn vị và hiệu bình phương của hai chữ số ấy là 7.

**Bài 5.** Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 5 đơn vị và tăng mẫu số lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số mới là nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó.

**Bài 6.** Tìm một số có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 7 lần chữ số hàng đơn vị của nó và nếu số cần tìm chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 4 và số dư là 3.

**Dạng 2: Bài toán chuyển động.**

**1. Toán chuyển động không có sự tham gia của dòng nước.**

**Phương pháp**

Một số lưu ý khi giải bài toán về chuyển động:

+ Công thức:  $s = v.t \Rightarrow \begin{cases} v = \frac{s}{t} \\ t = \frac{s}{v} \end{cases}$ , trong đó  $s$  là quãng đường,  $v$  là vận tốc,  $t$  là thời gian.

**Ví dụ 5.** [TS10 Bắc Giang, 2018-2019] Bạn Linh đi xe đạp từ nhà đến trường với quãng đường dài 10 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên cùng đường ấy, do lượng xe tham gia giao thông nhiều hơn nên bạn Linh phải giảm vận tốc 2 km/h so với khi đến trường. Vì vậy thời

gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi bạn Linh từ nhà đến trường.

**Lời giải**

Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc xe đạp khi Linh đi từ nhà đến trường ( $x > 2$ ).

Vì Linh phải giảm vận tốc 2 km/h so với khi đến trường, suy ra vận tốc xe đạp khi Linh đi từ trường về nhà là:  $x - 2$  (km/h)

Thời gian Linh đi từ nhà đến trường là  $\frac{10}{x}$  (h).

Thời gian Linh đi từ trường về nhà là  $\frac{10}{x-2}$  (h).

Theo bài ra thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 (phút) =  $\frac{1}{4}$  (giờ), nên ta có

$$\text{phương trình } \frac{10}{x-2} - \frac{10}{x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow (x-10)(x+8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -8 \end{cases}$$

Với  $x = -8$  không thỏa mãn điều kiện bài toán, suy ra  $x = -8$  loại.

Với  $x = 10$  thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc của xe đạp khi Linh đi từ nhà đến trường là 10 (km/h).

**Ví dụ 6.** [TS10 Hải Dương, 2018-2019] Quãng đường tỉnh Hải Dương- Hạ Long dài 100 km. Một ô tô đi từ tỉnh Hải Dương đến Hạ Long rồi nghỉ ở đó 8 giờ 20 phút, sau đó trở về tỉnh Hải Dương hết tất cả 12 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc đi, biết vận tốc ô tô lúc về nhanh hơn vận tốc ô tô lúc đi 10 km/h.

**Lời giải**

Gọi vận tốc lúc đi của ô tô là  $x$  km/h ( $x > 0$ ).

Vận tốc lúc về là  $x + 10$  km/h.

Thời gian lúc đi là  $\frac{100}{x}$  h.

Thời gian lúc về là  $\frac{100}{x+10}$  h.

$$\text{Theo đề ta có phương trình: } \frac{100}{x} + \frac{100}{x+10} + \frac{25}{3} = 12 \Leftrightarrow \frac{100x+1000}{x(x+10)} + \frac{100x}{x(x+10)} = \frac{11}{3}$$

$$\Rightarrow 600x + 3000 = 11x^2 + 110x$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 - 490x - 3000 = 0 \Leftrightarrow (x-50)(11x+60) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ x = -\frac{60}{11} \end{cases}$$

Với  $x = -\frac{60}{11}$  không thỏa mãn điều kiện bài toán, suy ra  $x = -\frac{60}{11}$  loại.

Với  $x = 50$  thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc của ô tô lúc đi là 50 km/h.

**Ví dụ 7.** Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà đến trường trên quãng đường dài 8 km bằng xe máy điện với vận tốc không đổi. Hôm nay, vẫn trên đoạn đường đó, 2 km đầu bạn An đi với vận tốc như mọi khi, sau đó vì xe non hơi nên bạn đã dừng lại 1 phút để bơm. Để đến trường đúng giờ như mọi ngày, bạn An phải tăng vận tốc lên thêm 4 km/h. Tính vận tốc xe máy điện của bạn An khi tăng tốc. Với vận tốc đó bạn An có vi phạm luật giao thông hay không? Tại sao? Biết rằng đoạn đường bạn An đi là trong khu vực đông dân cư.

**Lời giải**

Gọi vận tốc xe máy điện của An bình thường là  $x$  (km/h) ( $x > 0$ )

Vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là  $x + 4$  (km/h)

Thời gian An đi từ nhà đến trường bình thường là  $\frac{8}{x}$  (h)

Đổi 1 phút =  $\frac{1}{60}$  h. Thời gian An đi từ nhà đến trường ngày hôm nay là:  $\frac{2}{x} + \frac{1}{60} + \frac{6}{x+4}$  (h)

$$\text{Ta có: } \frac{8}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{60} + \frac{6}{x+4} \Leftrightarrow \frac{6}{x} - \frac{6}{x+4} = \frac{1}{60} \Leftrightarrow \frac{24}{x(x+4)} = \frac{1}{60}$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) = 1440 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 1440 = 0 \Leftrightarrow (x+40)(x-36) = 0 \Leftrightarrow x = -40 \text{ hoặc } x = 36$$

Với  $x = -40$  không thỏa mãn điều kiện bài toán, suy ra  $x = -40$  loại.

Với  $x = 36$  thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là  $36 + 4 = 40$  (km/h)

Vận tốc này không vi phạm luật giao thông vì trong khu vực đông dân cư, vận tốc tối đa của xe máy điện là 40 km/h.

**Ví dụ 8.** [TS10 Đồng Nai, 2018-2019]

Một xe ô tô và một xe máy khởi hành cùng lúc từ địa điểm  $A$  đi đến địa điểm  $B$  cách nhau 60 km với vận tốc không đổi, biết vận tốc của xe ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/giờ và xe ô tô đến  $B$  sớm hơn xe máy 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

**Lời giải**

Đổi: 30 phút =  $\frac{1}{2}$  giờ.

Gọi vận tốc của xe ô tô là  $x$  (km/giờ). Điều kiện  $x > 20$ .

Vận tốc xe máy là  $x - 20$  (km/giờ).

Thời gian ô tô đi từ  $A$  đến  $B$  là  $\frac{60}{x}$  (giờ).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là  $\frac{60}{x-20}$  (giờ).

Do xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Nên ta có phương trình:  $\frac{60}{x} + \frac{1}{2} = \frac{60}{x-20}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 20x - 2400 = 0 \Leftrightarrow (x-60)(x+40) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ x = -40 \end{cases}$$

Với  $x = -40$  không thỏa mãn điều kiện bài toán, suy ra  $x = -40$  loại.

Với  $x = 60$  thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc ô tô là 60 km/giờ và vận tốc xe máy là 40 km/giờ.

**Ví dụ 9.** Lúc 6 giờ, một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc trung bình 40km/h. Khi đến B, người lái xe làm nhiệm vụ giao nhận hàng trong 30 phút rồi cho xe quay trở về A với vận tốc trung bình 30km/h. Tính quãng đường AB biết rằng ô tô về đến A lúc 10 giờ cùng ngày.

### Lời giải

Đổi 30 phút =  $\frac{1}{2}$  giờ.

Gọi độ dài quãng đường từ AB là  $x$  (km,  $x > 0$ )

Thời gian đi từ A đến B với vận tốc 40km/h là  $\frac{x}{40}$  (giờ)

Thời gian đi từ B đến A với vận tốc 30km/h là  $\frac{x}{30}$  (giờ)

Thời gian cả đi và về cùng thời gian giao hàng là  $10 - 6 = 4$  giờ.

Theo bài ra ta có phương trình:  $\frac{x}{40} + \frac{1}{2} + \frac{x}{30} = 4$

Giải phương trình được  $x = 60$  thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy độ dài quãng đường AB là 60 km.

### ❖ Bài tập tự luyện.

**Bài 1.** [TS10 Bình Phước, 2018-2019] Quãng đường AB dài 50 km. Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai 10 km/h, nên xe thứ nhất đến B trước xe thứ hai 15 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

**Bài 2.** [TS10 Bình Thuận, 2018-2019] Quãng đường AB dài 120 km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 12 km nên đến B trước ô tô thứ hai 30 phút. Tính vận tốc của ô tô thứ nhất.

**Bài 3.** [TS10 Quảng Ninh, 2018-2019] Một xe ô tô đi từ A đến B theo đường quốc lộ cũ dài 156 km với vận tốc không đổi. Khi từ B về A, xe đi đường cao tốc mới nên quãng đường giảm được 36 km so với lúc đi và vận tốc tăng so với lúc đi là 32 km/h. Tính vận tốc ô tô khi đi từ A đến B, biết thời gian đi nhiều hơn thời gian về là 1 giờ 45 phút.

**Bài 4.** [TS10 Bình Dương, 2018-2019] Một người dự định đi xe máy từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 90 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi được 1 giờ người đó nghỉ 9 phút. Do đó, để đến B đúng hẹn, người ấy phải tăng vận tốc thêm 4 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của người.

**Bài 5.** [TS10 Đồng Tháp, 2018-2019] Để chuẩn bị cho mùa giải sắp tới, một vận động viên đua xe đạp ở Đồng Tháp đã luyện tập leo dốc và đổ dốc trên cầu Cao Lãnh. Biết rằng đoạn leo dốc và đổ dốc ở hai bên cầu có độ dài cùng bằng 1 km. Trong một lần luyện tập, vận tốc của vận động viên khi đổ dốc nhanh hơn vận tốc khi leo dốc là 9 km/h và tổng thời gian hoàn thành là 3 phút. Tính vận tốc leo dốc của vận động viên trong lần luyện tập đó.

**Bài 6.** [TS10 Hải Phòng, 2018-2019] Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 144 km. Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường. Sau khi ô tô thứ nhất đi được 20 phút, ô tô thứ 2 cũng đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 6 km/h (vận tốc không đổi). Biết rằng cả hai ô tô cùng đến thành phố B cùng một lúc.

a) Tính vận tốc của mỗi xe ô tô.

b) Nếu trên đường đó có biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa là 50km/h thì hai xe ô tô trên, xe nào vi phạm về tốc giới hạn tốc độ?

**Bài 7.** [TS10 Lai Châu, 2019-2020] Quãng đường AB dài 60km, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó giảm vận tốc 5km/h trên nửa quãng đường còn lại. Vì vậy, người đó đã đến B chậm hơn quy định 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian quy định của người đó.

**Bài 8.** [TS10 Vĩnh Phúc, 2019-2020] Người thứ nhất đi đoạn đường từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 78km. Sau khi người thứ nhất đi được 1 giờ thì người thứ hai đi theo chiều ngược lại vẫn trên đoạn đường đó từ B về A. Hai người gặp nhau ở địa điểm C cách B một quãng đường 36km. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng vận tốc của người thứ hai lớn hơn vận tốc của người thứ nhất là 4km/h và vận tốc của mỗi người trong suốt đoạn đường là không thay đổi.

**Bài 9.** Một ô tô đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

## 2. Toán chuyển động có sự tham gia của dòng nước.

### Phương pháp

Một số lưu ý khi giải bài toán về chuyển động:

$$+ \text{ Công thức: } s = v.t \Rightarrow \begin{cases} v = \frac{s}{t} \\ t = \frac{s}{v} \end{cases}, \text{ trong đó } s \text{ là quãng đường, } v \text{ là vận tốc, } t \text{ là thời gian.}$$

+ Khi vật chuyển động trên mặt nước (có sự tham gia chuyển động của dòng nước)

$$v_{xuôi} = v_{thực} + v_{nước}; \quad v_{ngược} = v_{thực} - v_{nước} \Rightarrow \begin{cases} v_{thực} = \frac{v_{xuôi} + v_{ngược}}{2} \\ v_{nước} = \frac{v_{xuôi} - v_{ngược}}{2} \end{cases}$$

**Ví dụ 10.** [TS10 Tiền Giang, 2018-2019] Hai bến sông A và B cách nhau 60 km. Một ca-nô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A. Thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là 20 phút. Tính vận tốc ngược dòng của ca-nô, biết vận tốc xuôi dòng lớn hơn vận tốc ngược dòng của ca-nô là 6 km/h.

**Lời giải**

Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc ngược dòng của ca-nô.

Suy ra vận tốc ca-nô khi xuôi dòng là  $(x + 6)$  km/h.

Thời gian ca-nô chạy xuôi dòng từ A đến B là  $\frac{60}{x+6}$  giờ.

Thời gian ca-nô chạy ngược dòng từ B về A là  $\frac{60}{x}$  giờ.

Do thời gian đi xuôi dòng ít hơn đi ngược dòng là 20 phút nên

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+6} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 + 6x - 1080 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30(N) \\ x = -36(L). \end{cases}$$

Vậy vận tốc ca-nô khi ngược dòng là 30 km/h.

**Ví dụ 11.** Lúc 7 giờ sáng, một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 36 km, rồi ngay lập tức quay về bến A cũng theo dòng sông đó và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc ca nô lúc xuôi dòng, biết vận tốc dòng chảy là 6km/giờ.

**Lời giải**

Gọi vận tốc thực của ca nô là  $x$  (km/h,  $x > 6$ )

Vận tốc lúc xuôi dòng của ca nô là  $x + 6$  (km/h)

Vận tốc ngược dòng của ca nô là  $x - 6$  (km/h)

Thời gian ca nô đi từ A đến B là:  $\frac{36}{x+6}$  (giờ)

Thời gian ca nô đi từ B về A là:  $\frac{36}{x-6}$  (giờ)

Thời gian cả đi và về là: 11 giờ 30 phút - 7 giờ = 4h30 =  $\frac{9}{2}$  giờ.

Theo bài ra ta có phương trình:  $\frac{36}{x+6} + \frac{36}{x-6} = \frac{9}{2}$

Giải phương trình được  $x_1 = -2; x_2 = 18$



Với  $x = -2$  không thỏa mãn điều kiện của ẩn (loại)

Với  $x = 18$  thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy vận tốc thực của ca nô là 18km/h, vận tốc ca nô khi xuôi dòng là  $18+6 = 24$ km/h

**Ví dụ 12.** [TS10 Điện Biên, 2018-2019] Một chiếc bè trôi từ bến sông  $A$  đến bến  $B$  với vận tốc dòng nước là 4 km/h, cùng lúc đó một chiếc thuyền chạy từ bến  $A$  đến  $B$  rồi quay lại ngay thì gặp chiếc bè tại vị trí  $C$  cách bến  $A$  là 8 km. Tính vận tốc thực của thuyền biết khoảng cách giữa hai bến  $A$  và  $B$  là 24 km.

### Lời giải

Gọi vận tốc thực của thuyền là  $x$  km/h, vận tốc xuôi dòng của thuyền là  $(x+4)$  km/h, vận tốc ngược dòng của thuyền là  $(x-4)$  km/h.

Điều kiện của  $x$  là  $x > 4$ .

Vì thuyền chạy từ  $A$  đến  $B$  rồi quay lại ngay thì gặp chiếc bè tại vị trí  $C$  cách bến  $A$  là 8 km tức là thuyền đi xuôi dòng được 24 km và ngược dòng được  $24-8=16$  km, nên ta có thời gian của thuyền đi đến khi gặp chiếc bè là  $\frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4}$  giờ.

Thời gian của chiếc bè trôi đến khi gặp thuyền là  $8:4 = 2$  giờ.

Khi đó ta có phương trình

$$\frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2 \Leftrightarrow \frac{24(x-4)+16(x+4)}{x^2-16} = \frac{2(x^2-16)}{x^2-16}$$

$$\Leftrightarrow 24x - 96 + 16x + 64 = 2x^2 - 32 \quad (\text{vì } x > 4) \Leftrightarrow 2x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (l) \\ x = 20 & (n) \end{cases}$$

Vậy vận tốc thực của thuyền là 20 km/h.

### ❖ Bài tập tự luyện.

**Bài 1.** Một ca nô chạy xuôi dòng sông từ  $A$  đến  $B$  rồi chạy ngược dòng từ  $B$  về  $A$  hết tất cả 7 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô biết quãng đường sông  $AB$  dài 54km và vận tốc dòng nước là 3km/h.

**Bài 2.** Quãng đường từ  $A$  đến  $B$  dài 60 km. Một ca nô xuôi dòng từ  $A$  đến  $B$  rồi ngược dòng từ  $B$  về  $A$  mất tổng cộng 8h. Tính vận tốc thực của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 4 km/h.

**Bài 3.** Đò máy xuôi dòng từ bến  $A$  đến bến  $B$  hết 4 giờ và ngược dòng từ bến  $B$  về bến  $A$  mất 5 giờ. Vận tốc dòng nước là 2km/h. Tính độ dài quãng sông từ bến  $A$  đến bến  $B$ .

**Bài 4.** Hai địa điểm  $A$  và  $B$  cách nhau 85km. Cùng lúc, một ca nô đi xuôi dòng từ  $A$  đến  $B$  và một ca nô đi ngược dòng từ  $B$  đến  $A$ , sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9km/h và vận tốc dòng nước là 3km/h (Vận tốc thật của ca nô không đổi).

**Bài 5.** Một canô đi xuôi dòng 45 km, rồi ngược dòng 18 km. Biết rằng thời gian đi xuôi dòng lâu hơn thời gian đi ngược dòng là 1 giờ và vận tốc đi xuôi lớn hơn vận tốc đi ngược là 6 km/h. Tính vận tốc canô lúc đi ngược dòng.

**Dạng 3: Toán về năng suất – Khối lượng công việc.****Phương pháp**

- + Tổng sản phẩm = Thời gian  $\times$  Số sản phẩm trong 1 đơn vị thời gian.
- + Số hàng chuyên chở của một đội xe = Số xe  $\times$  Số hàng trên mỗi xe.
- + Số cây trồng được của một lớp = Số học sinh  $\times$  Số cây trồng được của mỗi học sinh.....

**Ví dụ 13.** Một xưởng có kế hoạch in xong 6000 quyển sách giống nhau trong một thời gian quy định, biết số quyển sách in được trong một ngày là bằng nhau. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xưởng đã in nhiều hơn 300 quyển sách so với số quyển sách phải in trong kế hoạch, nên xưởng in xong 6000 quyển sách nói trên sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Tính số quyển sách xưởng in được trong 1 ngày theo kế hoạch.

**Lời giải**

Gọi  $x$  là số quyển sách xưởng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch ( $x$  nguyên dương)

Số ngày in theo kế hoạch:  $\frac{6000}{x}$  (ngày).

Số quyển sách xưởng in được thực tế trong mỗi ngày:  $x + 300$  ( quyển sách)

Số ngày in thực tế:  $\frac{6000}{x + 300}$  ( ngày)

Do xưởng in xong 6000 quyển sách nói trên sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{6000}{x} - \frac{6000}{x + 300} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 300x - 1800000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1200 \\ x_2 = -1500 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta có  $x = 1200$  thỏa mãn.

Vậy số quyển sách xưởng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch là 1200 (quyển sách).

**Ví dụ 14.** [TS10 Bình Phước, 2019-2020] Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mủ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường khai thác được bao nhiêu tấn mủ cao su.

**Lời giải**

Gọi số tấn mủ cao su mỗi ngày nông trường khai thác được là  $x$  (tấn)

(Điều kiện:  $0 < x < 260$ )

Thời gian dự định khai thác mủ cao su của nông trường là:  $\frac{260}{x}$  (ngày)

Trên thực tế, mỗi ngày nông trường khai thác được:  $x + 3$  (tấn)

Thời gian thực tế khai thác mủ cao su của nông trường là:  $\frac{261}{x + 3}$  (ngày)

Theo đề bài, ta có phương trình:  $\frac{261}{x+3} + 1 = \frac{260}{x}$

$$\Rightarrow \frac{261x}{x(x+3)} + \frac{x(x+3)}{x(x+3)} = \frac{260(x+3)}{x(x+3)}$$

$$\Rightarrow 261x + x(x+3) = 260(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x = 260x + 780$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x - 260x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 780 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = 4 + 780 = 784 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{784} = 28$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-2+28}{1} = 26 \text{ (nhận)} \text{ hoặc } x_2 = \frac{-2-28}{1} = -30 \text{ (loại)}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nông trường cao su khai thác 26 tấn.

**Ví dụ 15.** [TS10 Tây Ninh, 2018-2019] Một đội máy xúc được thuê đào 20000 m<sup>3</sup> đất để mở rộng hồ Dầu Tiếng. Ban đầu đội dự định đào mỗi ngày đào một lượng đất nhất định để hoàn thành công việc, nhưng khi đào được 5000 m<sup>3</sup> đất thì đội tăng cường thêm một số máy xúc nên mỗi ngày đào thêm được 100 m<sup>3</sup>, do đó hoàn thành công việc trong 35 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày đào bao nhiêu m<sup>3</sup> đất?

### Lời giải

Gọi  $x$  (m<sup>3</sup>) là lượng đất đội dự định đào trong một ngày, ( $x > 0$ ).

Thời gian đội đào 5000 m<sup>3</sup> đất là  $\frac{5000}{x}$  (ngày).

Thời gian đội đào phần đất còn lại sau khi tăng số máy là  $\frac{20000 - 5000}{x + 100} = \frac{15000}{x + 100}$  (ngày).

Theo đề bài ta có phương trình

$$\frac{5000}{x} + \frac{15000}{x+100} = 35 \Leftrightarrow 5000(x+100) + 15000x = 35x(x+100)$$

$$\Leftrightarrow 1000(x+100) + 3000x = 7x(x+100) \Leftrightarrow 7x^2 - 3300x - 100000 = 0$$

Xét phương trình bậc hai  $x^2 - 3300x - 100000 = 0$  có  $a = 7, b = -3300, c = -100000$ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3300)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-100000) = 13690000 > 0.$$

Suy ra phương trình trên có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 500; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{200}{7}.$$

Đối chiếu điều kiện, ta nhận nghiệm  $x = 500$ .

Vậy mỗi ngày đội đào được 500 m<sup>3</sup> đất.

**Ví dụ 16.** [TS10 Hà Tĩnh 1, 2019-2020]

Một đội xe vận tải được phân công chở 112 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự tính. Tính số xe ban đầu của đội xe, biết rằng mỗi xe đều chở khối lượng hàng như nhau.

**Lời giải**

Gọi  $x$  là số xe ban đầu, với  $x \in \mathbb{Z}; x > 2$ , theo dự kiến mỗi xe phải chở  $\frac{112}{x}$  (tấn).

Khi khởi hành số xe còn lại  $x-2$  và mỗi xe phải chở  $\frac{112}{x-2}$  (tấn).

Theo bài toán ta có phương trình:  $\frac{112}{x} = \frac{112}{x-2} - 1$

$$112(x-2) = 112x - x(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 224 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -14 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện và kết luận số xe ban đầu là 16 (xe).

**Ví dụ 17.** [TS10 Lâm Đồng, 2019-2020] Trong lễ phát động phong trào trồng cây nhân dịp kỷ niệm ngày sinh Bác Hồ, lớp 9A được giao trồng 360 cây. Khi thực hiện có 4 bạn được điều đi làm việc khác, nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm 1 cây so với dự định. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh? (biết số cây trồng của mỗi học sinh như nhau)

**Lời giải**

Gọi số học sinh lớp 9A là  $x$  (hs) ( $x \in \mathbb{N}, x > 4$ )

Suy ra số học sinh lớp 9A trên thực tế là  $x - 4$  (hs)

Số cây mỗi học sinh lớp 9A trồng theo dự định là  $\frac{360}{x}$  (cây)

Số cây mỗi học sinh lớp 9A trồng trên thực tế là  $\frac{360}{x-4}$  (cây)

Theo đề bài ta có phương trình  $\frac{360}{x-4} - \frac{360}{x} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{360x}{x-4} - \frac{360(x-4)}{x} = \frac{x(x-4)}{x(x-4)}$$

$$\Rightarrow 360x - 360x + 1440 = x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1440 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 40 \\ x_2 = -36 \end{cases}$$

Vì  $x \in \mathbb{N}, x > 4$  nên  $x = 40$

Vậy số học sinh của lớp 9A là 40 học sinh.

**❖ Bài tập tự luyện.****Bài 1.** [TS10 Hà Tĩnh, 2019-2020]

Một đội xe vận tải được phân công chở 144 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự tính. Tính số xe ban đầu của đội xe, biết rằng mỗi xe đều chở khối lượng hàng như nhau.

**Bài 2.** [TS10 Hải Dương, 2019-2020]

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 360 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đã may được nhiều hơn 4 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

**Bài 3.** Để trở hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào miền trung bị lũ lụt, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành đội xe được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của các tình nguyện viên. Nhờ vậy mỗi xe phải trở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe, nếu khối lượng hàng của các xe phải chở là bằng nhau.

**Bài 4.** Một người thợ phải làm 450 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động nên mỗi ngày người đó làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì vậy không những xong sớm hơn 3 ngày so với quy định mà còn vượt kế hoạch 30 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà người thợ đó phải làm trong 1 ngày theo kế hoạch.

**Bài 5.** Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm thảm. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm?

**Dạng 4: Toán về phần trăm.****Phương pháp**

+ Tháng một nhà máy sản xuất được  $a$  sản phẩm, tháng hai nhà máy sản xuất vượt mức 15% thì số sản phẩm vượt mức là  $\frac{15}{100}a$ , số sản phẩm xuất được trong tháng hai của nhà máy là:  $a + \frac{15}{100}a$

**Ví dụ 18.** Năm ngoái tổng số dân hai tỉnh A và B là 4.000.000 người. Năm nay tỉnh A tăng 1,2% và tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân hai tỉnh năm nay là 4.045.000. Tính số dân mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay.

**Lời giải**

Gọi số dân tỉnh A năm ngoái là  $x$ , người ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 4000000$ ).

Số dân tỉnh B năm ngoái là  $4000000 - x$  người.

Số dân tỉnh A năm nay là  $x + 1,2\%x = 1,012x$  người.

Số dân tỉnh B năm nay là  $4000000 - x + 1,1\%(4000000 - x) = 4044000 - 1,011x$  người.

Theo bài ra ta có phương trình:  $1,012x + 4044000 - 1,011x = 4045000 \Leftrightarrow x = 1000000$  (thỏa mãn).

Vậy năm ngoái số dân tỉnh A là 1000000 người, số dân tỉnh B là 3000000 người; năm nay số dân tỉnh A là 1012000 người, số dân tỉnh B là 3033000 người.

**Ví dụ 19.** [TS10 Cần Thơ, 2018-2019]

Khi thực hiện xây dựng trường điển hình đổi mới năm 2017, hai trường trung học cơ sở A và B có tất cả 760 học sinh đăng ký tham gia nội dung hoạt động trải nghiệm. Đến khi tổng kết, số học sinh tham gia đạt tỷ lệ 85% so với số đã đăng ký. Nếu tính riêng thì tỷ lệ học sinh

tham gia của trường A và trường B lần lượt là 80% và 89,5%. Tính số học sinh ban đầu đăng ký tham gia của mỗi trường.

**Lời giải**

Gọi số học sinh trường A đăng ký hoạt động là  $x$  (học sinh), ( $x < 760, x \in \mathbb{N}^*$ ).

Gọi số học sinh trường B đăng ký hoạt động là  $y$  (học sinh), ( $y < 760, y \in \mathbb{N}^*$ ).

Khi đó tổng số học sinh hai trường đăng kí là  $x + y = 760$ . (1)

Số học sinh hai trường tham gia là  $760 \cdot \frac{85}{100} = 646$  (học sinh).

Số học sinh trường A tham gia là  $80\%x = \frac{4}{5}x$  (học sinh).

Số học sinh trường B tham gia là  $89,5\%y = \frac{179}{200}y$  (học sinh).

Theo đề bài ta có phương trình  $\frac{4}{5}x + \frac{179}{200}y = 646$ . (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 760 \\ \frac{4}{5}x + \frac{179}{200}y = 646 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 760 \\ 160x + 179y = 129200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 160x + 160y = 121600 \\ 160x + 179y = 129200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19y = 7600 \\ x = 760 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 360 \\ y = 400. \end{cases}$$

So sánh điều kiện ta được số học sinh trường A và trường B đăng ký hoạt động lần lượt là 360 (học sinh) và 400 (học sinh).

**Ví dụ 20.** [TS10 Đồng Nai, 2019-2020]

Bác B vay ở một ngân hàng 100 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra đúng 1 năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, Do đại dịch COVID 19 Bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác B phải trả tất cả 121 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong 1 năm?

**Lời giải**

Gọi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là  $x$  (%/năm) (ĐK:  $x > 0$ ).

Số tiền lãi bác B phải trả sau 1 năm gửi 100 triệu đồng là  $100x\% = x$  (triệu đồng).

$\Rightarrow$  Số tiền bác B phải trả sau 1 năm là  $100 + x$  (triệu đồng).

Do số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau nên số tiền lãi

bác B phải trả sau 2 năm là  $(100 + x)x\% = \frac{(100 + x)x}{100}$  (triệu đồng).

Hết 2 năm bác B phải trả tất cả 121 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$100 + x + \frac{(100 + x)x}{100} = 121 \Leftrightarrow 10000 + 100x + 100x + x^2 = 12100$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 200x - 2100 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 210x - 2100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 10) + 210(x - 10) = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x + 210) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 10 = 0 \\ x + 210 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (tm)} \\ x = -210 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy lãi suất cho vay của ngân hàng đó là 10%/ năm

**Ví dụ 21.** [TS10 Khánh Hòa, 2019-2020]

Trung tâm thương mại VC của thành phố NT có 100 gian hàng. Nếu mỗi gian hàng của Trung tâm thương mại VC cho thuê với giá 100.000.000 đồng (một trăm triệu đồng) một năm thì tất cả các gian hàng đều được thuê hết. Biết rằng, cứ mỗi lần tăng giá 5% tiền thuê mỗi gian hàng một năm thì Trung tâm thương mại VC có thêm 2 gian hàng trống. Hỏi người quản lý phải quyết định giá thuê mỗi gian hàng là bao nhiêu một năm để doanh thu của Trung tâm thương mại VC từ tiền cho thuê gian hàng trong năm là lớn nhất

### Lời Giải

Gọi giá tiền mỗi gian hàng tăng lên  $x$  (triệu đồng) (ĐK:  $x > 0$ )

Khi đó giá mỗi gian hàng sau khi tăng lên là  $100 + x$  (triệu đồng).

Cứ mỗi lần tăng 5% tiền thuê mỗi gian hàng (tăng  $5\% \cdot 100 = 5$  triệu đồng) thì có thêm 2 gian hàng trống nên khi tăng  $x$  triệu đồng thì có thêm  $\frac{2x}{5}$  gian hàng trống.

Khi đó số gian hàng được thuê sau khi tăng giá là  $100 - \frac{2x}{5}$  (gian).

Số tiền thu được là:  $(100 + x) \left( 100 - \frac{2x}{5} \right)$  (triệu đồng).

Yêu cầu bài toán trở thành tìm  $x$  để  $P = (100 + x) \left( 100 - \frac{2x}{5} \right)$  đạt giá trị lớn nhất.

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (100 + x) \left( 100 - \frac{2x}{5} \right) = 10000 - 40x + 100x - \frac{2x^2}{5} \\ &= -\frac{2}{5}(x^2 - 150x) + 10000 = -\frac{2}{5}(x^2 - 2.75x + 75^2) + \frac{2}{5} \cdot 75^2 + 10000 \\ &= -\frac{2}{5}(x - 75)^2 + 12250 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } (x - 75)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}(x - 75)^2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}(x - 75)^2 + 12250 \leq 12250$$





+ Nếu một đội làm xong công việc trong  $x$  ngày thì một ngày đội đó làm được  $\frac{1}{x}$  công việc,  $a$  ngày làm được  $\frac{a}{x}$  công việc.

+ Thường coi toàn bộ công việc là 1.

**Ví dụ 22.** Hai người thợ cùng sơn một ngôi nhà. Nếu cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thứ nhất làm chậm hơn người thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người cần bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc.

**Lời giải**

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là  $x$  (ngày,  $x \in \mathbb{N}, x > 9$ )

Do đó thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là  $x - 9$  (ngày)

Một ngày người thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  công việc.

Một ngày người thứ 2 làm được  $\frac{1}{x-9}$  công việc.

Một ngày cả hai người làm được  $\frac{1}{6}$  công việc.

Ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$

Biến đổi được phương trình  $x^2 - 21x + 54 = 0$ . Giải phương trình ta được  $x_1 = 3$  hoặc  $x_2 = 18$

Với  $x_1 = 3$  không thỏa mãn điều kiện của ẩn (loại),  $x_2 = 18$  thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy thời gian hai người thợ làm riêng hoàn thành công việc lần lượt là 18; 9 ngày.

**Ví dụ 23.** [TS10 Hà Tĩnh, 2018-2019] Hai người công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 16 giờ. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 2 giờ thì họ làm được  $\frac{1}{6}$  công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

**Lời giải**

Gọi thời gian người công nhân  $A$  làm một mình xong công việc là  $x$  (giờ) ( $x > 6$ ).

Gọi thời gian người công nhân  $B$  làm một mình xong công việc là  $y$  (giờ) ( $y > 16$ ).

Mỗi giờ  $A$  làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc),  $B$  làm được  $\frac{1}{y}$  (công việc), cả hai người làm được  $\frac{1}{16}$  (công việc).

Ta có phương trình  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{16} - \frac{1}{x}$  (1).

Vì  $A$  làm 3 giờ và  $B$  làm 2 giờ thì họ làm được  $\frac{1}{16}$  công việc nên ta có phương trình

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{6} \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) ta được  $\frac{3}{x} + \frac{2}{16} - \frac{2}{x} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \Rightarrow x = 24$  thay vào (1) được

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{16} - \frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \Rightarrow y = 48.$$

Đối chiếu với điều kiện ta có thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là 24 giờ, người thứ hai là 48 giờ.

**Ví dụ 24.** Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã cải tiến kỹ thuật với năng suất gấp đôi nên đã hoàn thành công việc còn lại trong 5 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ xong công việc đó.

### Lời giải

Gọi thời gian tổ I làm một mình xong công việc là  $x(h), x > 0$

Gọi thời gian tổ II làm một mình xong công việc là  $y(h), y > 0$

Một giờ tổ I làm được  $\frac{1}{x}$  công việc.

Một giờ tổ II làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai tổ phải làm chung 6 giờ thì xong công việc nên mỗi giờ hai tổ là được  $\frac{1}{6}$  công việc.

Ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$  (\*)

Sau 2 giờ làm chung hai tổ làm được  $2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$  công việc.

Tổ I đã cải tiến kỹ thuật với năng suất gấp đôi, khi đó trong 5 giờ tổ I làm được  $5 \cdot \frac{2}{x} = \frac{10}{x}$  công việc.

Ta có phương trình:  $\frac{10}{x} + \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{10}{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x = 30 \Leftrightarrow x = 15$  (thỏa mãn bài toán)

Thay  $x = 15$  vào (\*) ta được  $\frac{1}{15} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow y = 10$  (thỏa mãn bài toán)

Vậy thời gian mỗi tổ làm riêng xong công việc lần lượt là 15; 10 giờ.

### ❖ Bài tập tự luyện.

**Bài 1.** Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 12 giờ, nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian để mỗi đội hoàn thành công việc là bao nhiêu?

**Bài 2.** Hai đội cùng đào một con mương. Nếu mỗi đội làm một mình cả con mương thì thời gian tổng cộng hai đội phải làm là 25 giờ. Nếu hai đội cùng làm chung thì công việc hoàn thành trong 6 giờ. Tính xem mỗi đội làm một mình xong cả con mương trong bao lâu?

**Bài 3.** Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người chỉ làm được  $\frac{3}{4}$  công việc. Hỏi một người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong.

**Bài 4.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 12 giờ thì đầy bể. Nếu vòi I chảy một mình trong 3 giờ rồi khóa lại, rồi mở vòi II chảy tiếp trong 18 giờ thì đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể?

**Bài 5.** Hai người cùng làm chung một công việc trong  $\frac{12}{5}$  giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

#### Dạng 5: Bài toán liên quan đến hình học

##### Phương pháp

Một số kiến thức về giải bài toán liên quan đến hình học:

+ Tam giác có độ dài ba cạnh là  $a, b, c$ , đường cao  $h$  tương ứng với cạnh đáy  $a$  khi đó: Chu vi:

$$C = a + b + c, \text{ diện tích: } S = \frac{1}{2}ah.$$

+ Tam giác vuông có độ dài ba cạnh là  $a, b, c$ , đường cao  $h$  tương ứng với cạnh huyền  $a$  khi đó:

$$\text{Chu vi: } C = a + b + c, \text{ diện tích: } S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}bc, \text{ định lý Pytago: } a^2 = b^2 + c^2.$$

+ Hình chữ nhật có hai kích thước là  $a, b$  khi đó: Chu vi:  $C = 2(a + b)$ , diện tích:  $S = ab$ .

+ Hình vuông có độ dài cạnh là  $a$  khi đó: Chu vi:  $C = 4a$ , diện tích:  $S = a^2$ .

#### Ví dụ 25. [TS10 Bắc Ninh, 2015-2016]

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m. Đường chéo của hình chữ nhật dài 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

##### Lời giải

Gọi chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là  $a$  (m) ( $0 < a < 28$ )

Chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là  $b$  (m) ( $0 < a < b$ )

Chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là 28 m nên :

$$(a + b) \cdot 2 = 28 \Leftrightarrow a + b = 14 \quad (1)$$

Đường chéo của hình chữ nhật 10 m nên :  $a^2 + b^2 = 10^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 100(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ PT  $\begin{cases} a + b = 14 \\ a^2 + b^2 = 100 \end{cases}$

Từ (1)  $\Rightarrow b = 14 - a$  thay vào (2) được :  $a^2 + (14 - a)^2 = 100 \Leftrightarrow a^2 + 196 - 28a + a^2 = 100$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 28a + 96 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 14a + 48 = 0$$

$$\Delta' = 49 - 48 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 7 - 1 = 6 \Rightarrow b = 8(\text{loại}) \\ a = 7 + 1 = 8 \Rightarrow b = 6(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy chiều dài của HCN là 8m, Chiều rộng của HCN là 6m

**Ví dụ 26.** [TS10 Bắc Giang, 2015-2016]

Nhà bạn Dũng được ông bà nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Dũng chơi, Dũng đố Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi biết: mảnh đất có chiều dài gấp 4 lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2m, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm 20 m<sup>2</sup>. Các em hãy giúp bạn Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Dũng đó.

**Lời giải**

Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (m) (điều kiện:  $x > 2$ )

Khi đó chiều dài của mảnh đất là: 4x (m)

Diện tích mảnh đất nhà bạn Dũng là:  $4x^2$  (m<sup>2</sup>)

Diện tích mảnh đất sau khi giảm chiều rộng 2m và tăng chiều dài lên gấp đôi là:  $8x \cdot (x - 2)$  (m<sup>2</sup>)

Theo bài ra ta có phương trình:  $8x \cdot (x - 2) - 4x^2 = 20$

Giải phương trình ta được  $x = 5$  và  $x = -1$ .

Đối chiếu với điều kiện ta được  $x = 5$ .

Vậy chiều rộng mảnh đất là 5m và chiều dài mảnh đất là 20m.

**Ví dụ 27.** [TS10 Vĩnh Phúc, 2018-2019]

Cho một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu giảm chiều rộng đi 3m và tăng chiều dài thêm 8m thì diện tích mảnh vườn đó giảm 54m<sup>2</sup> so với diện tích ban đầu, nếu tăng chiều rộng thêm 2m và giảm chiều dài đi 4m thì diện tích mảnh vườn đó tăng 32m<sup>2</sup> so với diện tích ban đầu. Tính chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn đó.

**Lời giải**

Gọi chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật lần lượt là x, y (m)

(điều kiện  $y > x > 3, y > 4$ ).

Diện tích ban đầu của mảnh vườn là  $xy$  (m<sup>2</sup>).

Sau khi giảm chiều rộng 3 m, tăng chiều dài 8 m thì diện tích mảnh vườn đó giảm  $54 \text{ m}^2$  so với diện tích ban đầu nên ta có phương trình  $xy - (x-3)(y+8) = 54$ . (1)

Sau khi tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 4 m thì diện tích mảnh vườn đó tăng  $32 \text{ m}^2$  so với diện tích ban đầu nên ta có phương trình  $(x+2)(y-4) - xy = 32$ . (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy - (x-3)(y+8) = 54 \\ (x+2)(y-4) - xy = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x + 3y = 30 \\ 2x - y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 50 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là 15 m và chiều dài của mảnh vườn là 50 m.

**Ví dụ 28.** [TS10 Kon Tum, 2019-2020]

Ông Khôi sở hữu một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là  $100\text{m}$ . Ông ta định bán mảnh đất đó với giá thị trường là 15 triệu đồng cho một mét vuông. Hãy xác định giá tiền của mảnh đất đó biết rằng chiều dài gấp bốn lần chiều rộng.

**Lời giải**

Gọi chiều rộng của mảnh đất là  $x$  (m,  $0 < x < 50$ )

Chiều dài của mảnh đất là  $4x$  (m)

Chi vi mảnh đất là  $100\text{m}$ :  $(x + 4x) \cdot 2 = 100 \Leftrightarrow 5x = 50 \Leftrightarrow x = 10$

Vậy chiều rộng của mảnh đất là  $10\text{m}$ , chiều dài mảnh đất là  $40\text{m}$

Diện tích mảnh đất là:  $40 \cdot 10 = 400\text{m}^2$

Giá tiền của mảnh đất:  $400 \times 15000000 = 6000000000$  đồng = 6 tỷ (đồng).

**Ví dụ 29.** Thực hiện kế hoạch xây dựng trường trọng điểm chất lượng cao. Một trường trung học cơ sở cải tạo một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng  $40\text{m}$ . Nhà trường xây dựng một bể bơi hình chữ nhật có diện tích  $6000\text{m}^2$  ở chính giữa khuôn viên mảnh vườn. Phần đất còn lại vừa đủ để làm lối đi rộng  $10\text{m}$  xung quanh bể bơi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

**Lời giải**

Gọi chiều dài mảnh vườn là  $x$  (m), điều kiện:  $x > 40$

Do chiều dài hơn chiều rộng  $40\text{m}$  nên chiều rộng của mảnh vườn là  $x-40$  (m)

Vì lối đi rộng  $10\text{m}$  xung quanh bể bơi nên:

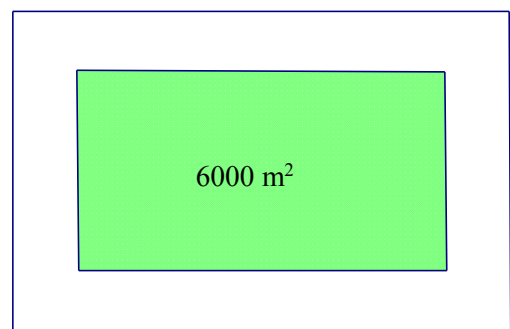
Chiều dài của bể bơi là  $x-20$  (m)

Chiều rộng của bể bơi là  $x-60$  (m)

Suy ra diện tích của bể bơi là:  $(x-20)(x-60)$  ( $\text{m}^2$ )

Mà diện tích bể bơi là  $6000\text{m}^2$  nên ta có phương trình:

$$(x-20)(x-60) = 6000$$



Giải phương trình tìm được  $x_1 = -40$ ;  $x_2 = 120$

Với  $x = -40$  không thỏa mãn điều kiện của ẩn (loại)

Với  $x = 120$  thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy chiều dài của mảnh vườn là 120 m và chiều rộng của mảnh vườn là  $120 - 40 = 80$  (m).

### ❖ Bài tập tự luyện.

**Bài 1.** Cho tam giác vuông có cạnh huyền bằng 20cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 4cm. Tính độ dài mỗi cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

**Bài 2.** [TS10 Đà Nẵng, 2018-2019] Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7 cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

**Bài 3.** [TS10 Tuyên Quang, 2018-2019] Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5m. Nếu tăng chiều dài thêm 10m và chiều rộng thêm 5m thì diện tích mảnh vườn đó tăng gấp đôi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó.

**Bài 4.** [TS10 Đắk Nông, 2019-2020]

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng  $1200 \text{ m}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó, biết rằng chiều dài hơn chiều rộng là 10 m.

### Dạng 6: Toán liên hệ thực tế.

**Ví dụ 30.** Nhà Mai có một mảnh vườn trồng rau cải bắp. Vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một số cây cải bắp. Mai tính rằng: nếu tăng thêm 7 luống rau nhưng mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây rau toàn vườn ít đi 9 cây; nếu giảm đi 5 luống nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây rau toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây. Hỏi vườn nhà Mai trồng bao nhiêu cây cải bắp?

#### Lời giải

Gọi số luống rau trong vườn là  $x$  (luống),  $x > 5, x \in \mathbb{N}^*$

Gọi số cây rau cải bắp một luống là  $y$  (cây),  $y > 2, y \in \mathbb{N}^*$

Số cây rau cải bắp trong vườn là  $x.y$  (cây)

Nếu tăng thêm 7 luống thì số luống là:  $x+7$  (luống), mỗi luống giảm 2 cây thì số cây một luống là:  $y-2$  (cây)

Theo bài ra ta có pt:  $(x+7).(y-2) = x.y - 9 \Leftrightarrow 2x - 7y = -5$  (1)

Nếu giảm đi 5 luống thì số luống là:  $x-5$  (luống), mỗi luống tăng 2 cây thì số cây một luống là:  $y+2$  (cây)

Theo bài ra ta có pt:  $(x-5).(y+2) = x.y + 15 \Leftrightarrow 2x - 5y = 25$  (1)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - 7y = -5 \\ 2x - 5y = 25 \end{cases}$$

Giải hệ và tìm được  $x = 50$ ;  $y = 15$  (thoả mãn điều kiện)

Vậy vườn nhà Mai trồng 750 cây cải bắp

**Ví dụ 31.** [TS10 Bắc Giang, 2019-2020]

Đầu năm học, Hội khuyến học của một tỉnh tặng cho trường A tổng số 245 quyển sách gồm sách Toán và sách Ngữ văn. Nhà trường đã dùng  $\frac{1}{2}$  số sách Toán và  $\frac{2}{3}$  số sách Ngữ văn đó để phát cho các bạn học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Biết rằng mỗi bạn nhận được một quyển sách Toán và một quyển sách Ngữ văn. Hỏi Hội khuyến học tỉnh đã tặng cho trường A mỗi loại sách bao nhiêu quyển?

**Lời giải**

Gọi số sách Toán và sách Ngữ văn Hội khuyến học trao cho trường A lần lượt là  $x, y$  (quyển),  $(x, y \in \mathbb{N}^*)$ .

Vì tổng số sách nhận được là 245 nên  $x + y = 245$  (1)

Số sách Toán và Ngữ văn đã dùng để phát cho học sinh lần lượt là  $\frac{1}{2}x$  và  $\frac{2}{3}y$  (quyển)

Ta có hệ 
$$\begin{cases} x + y = 245 \\ \frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y \end{cases}.$$

Giải hệ được nghiệm 
$$\begin{cases} x = 140 \\ y = 105 \end{cases}.$$

Kết luận: Hội khuyến học trao cho trường 140 quyển sách Toán và 105 quyển sách Ngữ văn

**Ví dụ 32.** Để chuẩn bị tham gia thi đấu thể thao do nhà trường tổ chức. Thầy giáo chủ nhiệm lớp 9A tổ cho học sinh trong lớp thi đấu cầu lông ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp một nữ) để chọn đội chính thức. Thầy chủ nhiệm chọn  $\frac{1}{2}$  số học sinh nam kết hợp với  $\frac{5}{8}$  số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn số các cặp đôi thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cố động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

**Lời giải**

Gọi số học sinh nam của lớp 9A là  $x$  ( học sinh) Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$

Số học sinh nữ của lớp 9A là :  $y$  ( học sinh) Điều kiện:  $y \in \mathbb{N}^*$

Số học sinh của lớp 9A là :  $x + y$  ( học sinh)

$\frac{1}{2}$  số học sinh nam kết hợp với  $\frac{5}{8}$  số học sinh nữ thành một cặp đôi thi đấu nên ta có  $\frac{1}{2}x = \frac{5}{8}y$

hay  $\frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0$  (1)

Số học sinh còn lại của lớp là :  $(x + y) - (\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}y$

Vì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cố động viên nên ta có phương trình :  $\frac{1}{2}x + \frac{3}{8}y = 16$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}y = 16 \end{cases}$$

Giải hệ PT ta được :  $x = 20; y = 16$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy số học sinh của lớp 9A là :  $20 + 16 = 36$  học sinh

**Ví dụ 33.** [TS10 Bến Tre, 2019-2020]

Sau Kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019-2020, học sinh hai lớp 9A và 9B tặng lại thư viện trường 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó, mỗi học sinh lớp 9A tặng 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B tặng 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

**Lời giải**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số học sinh lớp 9A, 9B ( $x, y \in \mathbb{N}^*$ )

Theo đề bài ta có hệ pt:

$$\begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + y = 166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 \\ y = 40 \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp 9A là 42; của lớp 9B là 40.

**Ví dụ 34.** Một nhóm gồm 31 học sinh tổ chức một chuyến du lịch (chi phí chuyến đi được chia đều cho các bạn tham gia). Sau khi đã hợp đồng xong, vào giờ chót có 3 bạn bận việc đột xuất không đi được nên họ không đóng tiền. Cả nhóm thống nhất mỗi bạn còn lại sẽ đóng thêm 18000 đồng so với dự kiến ban đầu để bù lại cho 3 bạn không tham gia. Hỏi tổng chi phí mỗi chuyến đi là bao nhiêu?

**Lời giải**

Số tiền cả lớp phải đóng bù:  $(31 - 3) \times 18.000 = 504.000$  ngàn

Số tiền mỗi học sinh phải đóng:  $504.000 \div 3 = 168.000$  ngàn

Tổng chi phí ban đầu là:  $168.000 \times 31 = 5.208.000$  ngàn

**Ví dụ 35.** : [TS10 Đồng Tháp, 2019-2020]

Chiều cao trung bình của 40 học sinh lớp 9A là 1,628 m. Trong đó chiều cao trung bình của học sinh nam là 1,64m và chiều cao trung bình của học sinh nữ là 1,61m. Tính số học sinh nam, số học sinh nữ của lớp 9A.

**Lời giải**

Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là  $x, y$  ( $x, y \in \mathbb{N}^*$ ,  $x, y < 40$ ) (học sinh)

Lớp 9A có 40 học sinh nên ta có phương trình  $x + y = 40$  (1)

Vì chiều cao trung bình của học sinh lớp 9A là 1,628m nên ta có phương trình



$$\frac{1,64x + 1,61y}{40} = 1,628$$

$$\Leftrightarrow 1,64x + 1,61y = 65,12 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 1,64x + 1,61y = 65,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 1,61y = 65,12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 1,61(40 - x) = 65,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 64,4 - 1,61x = 65,12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 0,03x = 0,72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 16 \end{cases} (tm)$$

Vậy số học sinh nam lớp 9A là 24hs

Số hs nữ của lớp 9A là 16 học sinh.

**Ví dụ 36.** Để chuẩn bị cho năm học mới nhà trường lên kế hoạch bổ sung một số thiết bị và sách cho phòng thư viện và phòng đồ dùng. Số thiết bị và sách đó được xếp gọn lại thành 760 bó và phải vận chuyển làm 90 chuyến. Ba lớp 9A, 9B, 9C được giao nhiệm vụ thực hiện. Mỗi chuyến lớp 9A, 9B, 9C vận chuyển được lần lượt là 10, 6, 8 bó. Tính số chuyến vận chuyển của mỗi lớp 9A, 9B, 9C. Biết rằng số chuyến vận chuyển của lớp 9A gấp đôi số chuyến vận chuyển của lớp 9B.

### Hướng dẫn giải

Gọi số chuyến vận chuyển của 2 lớp 9B, 9C lần lượt là  $x, y$  (chuyến), ( $x, y > 0; x, y \in N$ )

Ta có phương trình  $3x + y = 90$  (1)

Số bó 3 lớp 9A, 9B, 9C vận chuyển được là  $20x; 6x; 8y$

$$26x + 8y = 760 \quad (2)$$

Từ (1)(2) ta có hệ  $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 90 \\ 26x + 8y = 760 \end{cases}$

Giải được  $x = 20; y = 30$  kết luận .....

**Ví dụ 37.** Ba Lớp 9A, 9B, 9C của một trường có tất cả 62 bạn học sinh đạt điểm khá. Số bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9A nhiều hơn 9B là 5 bạn. Nếu chuyển 6 bạn đạt điểm khá của 9A sang 9C thì số bạn đạt điểm khá của 9C và 9B bằng nhau. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu bạn đạt điểm khá?

### Hướng dẫn giải

Gọi Số bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9B là :  $x$ ( bạn)

Điều kiện:  $x \in N, x < 62$

Số bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9A là  $x+5$  (bạn)

Số bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9C là  $62-x-(x+5)=57-2x$ (bạn)

Số bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9C sau khi chuyển 6 bạn từ 9A sang là  
 $57-2x+6 = 63 - 2x$  (bạn)

Vì chuyển 6 bạn đạt điểm khá của 9A sang 9C thì số bạn đạt điểm khá của 9C và 9B bằng nhau

Nên ta có phương trình  $63 - 2x = x$

Giải phương trình tìm được  $x=19$

Vậy bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9B là 21 bạn

bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9A là  $21+5=26$  bạn

bạn học sinh đạt điểm khá của lớp 9C là  $21-6=15$ bạn

**Ví dụ 38.** Bạn Dũng trung bình tiêu thụ 15 ca-lo cho mỗi phút bơi và 10 ca-lo cho mỗi phút chạy bộ. Hôm nay, Dũng mất 1,5 giờ cho cả hai hoạt động trên và tiêu thụ hết 1200 ca-lo. Hỏi hôm nay, bạn Dũng đã mất bao nhiêu thời gian cho mỗi hoạt động này?

*Lời giải*

Đổi: 1,5 giờ = 90 phút.

Gọi  $x$  (phút) là thời gian Dũng bơi

$y$  (phút) là thời gian Dũng chạy bộ

Theo giả thiết ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 15x + 10y = 1200 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases}$$

Vậy Dũng mất 60 phút để bơi và 30 phút để chạy bộ để tiêu thụ hết 1200 ca-lo.

**Ví dụ 39.** [TS10 Hòa Bình , 2019-2020] Bác Bình dự định trồng 300 cây cam theo nguyên tắc trồng thành các hàng, mỗi hàng có số cây bằng nhau. Nhưng khi thực hiện bác Bình đã trồng thêm 2 hàng, mỗi hàng thêm 3 cây so với dự kiến ban đầu nên trồng được tất cả 391 cây. Tính số cây trên 1 hàng mà bác Bình dự kiến trồng ban đầu.

*Lời giải*

Gọi số cây trong một hàng dự kiến ban đầu là  $x$  (cây,  $x \in \mathbb{N}^*$ )

Số hàng dự kiến ban đầu là  $y$  (hàng;  $y \in \mathbb{N}^*$ )

Từ giả thiết ta có hệ phương trình  $\begin{cases} xy = 300 \\ (x+3)(y+2) = 391 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 300 \\ 3y + 2x = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

KL.....

**Ví dụ 40.** Lớp 9A chỉ có các bạn học sinh xếp loại học lực Giỏi và các bạn học sinh xếp loại học lực Khá. Biết rằng nếu 1 bạn học sinh Giỏi chuyển đi thì  $\frac{1}{6}$  số học sinh còn lại của lớp là học sinh Giỏi, nếu 1 bạn học sinh Khá chuyển đi thì  $\frac{4}{5}$  số học sinh còn lại của lớp là học sinh Khá. Tính số học sinh của lớp đó.

**Lời giải**

Gọi số học sinh Giỏi của lớp là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ), số học sinh Khá của lớp là  $y$  ( $y \in \mathbb{N}^*$ ).

Vì nếu 1 bạn học sinh Giỏi chuyển đi thì  $\frac{1}{6}$  số học sinh còn lại của lớp là học sinh Giỏi nên ta có phương trình:  $x - 1 = \frac{1}{6}(x + y - 1)$  (1)

Vì nếu 1 bạn học sinh Khá chuyển đi thì  $\frac{4}{5}$  số học sinh còn lại của lớp là học sinh Khá nên ta có phương trình:  $y - 1 = \frac{4}{5}(x + y - 1)$  (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 1 = \frac{1}{6}(x + y - 1) \\ y - 1 = \frac{4}{5}(x + y - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 25 \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp là:  $x + y = 6 + 25 = 31$  học sinh.

**Ví dụ 41.** [TS10 An Giang, 2019-2020]

Trường A tiến hành khảo sát 1500 học sinh về sự yêu thích hội họa, thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác. Mỗi học sinh chỉ chọn một yêu thích. Biết số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh khảo sát.

Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh; số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác.

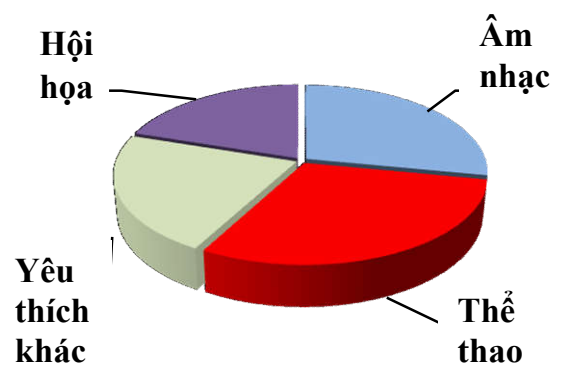
- a) Tính số học sinh yêu thích hội họa.
- b) Hỏi tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là bao nhiêu?

**Lời giải**

Số học sinh yêu thích hội họa chiếm 20% số học sinh toàn trường nên số học sinh yêu thích hội họa là  $1500 \cdot 20\% = 300$  học sinh

Gọi số học sinh yêu thích thể thao, âm nhạc và yêu thích khác lần lượt là  $a; b; c$

Ta có  $a + b + c + 300 = 1500 \Rightarrow a + b + c = 1200$  (1)



Số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác nên  $a + 300 = b + c$  (2)

Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 nên ta được  $a - b = 30$  (3) (Tìm các mối quan hệ giữa các biến)

Thay (2) vào phương trình (1) ta được  $a + a + 300 = 1200 \Rightarrow a = 450$

Thay vào phương trình (3)  $\Rightarrow b = 420$

Vậy tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là  $a + b = 870$

**Ví dụ 42.** [TS10 Bắc Ninh, 2019-2020] An đếm số bài kiểm tra một tiết đạt điểm 9 và điểm 10 của mình thấy nhiều hơn 16 bài. Tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt điểm 9 và điểm 10 đó là 160. Hỏi An được bao nhiêu bài điểm 9 và bao nhiêu bài điểm 10?

### Lời giải

Gọi số bài điểm 9 và điểm 10 của An đạt được lần lượt là  $x, y$  (bài) ( $x, y \in \mathbb{N}$ ).

Theo giả thiết  $x + y > 16$ .

Vì tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đó là 160 nên  $9x + 10y = 160$ .

Ta có  $160 = 9x + 10y \geq 9(x + y) \Rightarrow x + y \leq \frac{160}{9}$ .

Do  $x + y \in \mathbb{N}$  và  $16 < x + y \leq \frac{160}{9}$  nên  $x + y = 17$ .

Ta có hệ 
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 9x + 10y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17 - y \\ 9(17 - y) + 10y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy An được 10 bài điểm 9 và 7 bài điểm 10.

**Ví dụ 43.** [TS10 Nam Định, 2018-2019] Hai đoàn đại biểu của trường A và trường B cùng tham dự một buổi hội thảo. Mỗi đại biểu của trường A lần lượt bắt tay với với từng đại biểu của trường B một lần. Tính số đại biểu của mỗi trường, biết số cái bắt tay bằng ba lần số đại biểu của cả hai trường và số đại biểu trường A nhiều hơn số đại biểu trường B.

### Lời giải

Gọi số đại biểu hai trường A, B lần lượt là  $x, y$  ( $x, y > 0$ ,  $x, y \in \mathbb{N}$ ,  $x > y$ ).

Mỗi đại biểu của trường A lần lượt bắt tay với với từng đại biểu của trường B một lần, nên số cái bắt tay là  $xy$ .

Mà số cái bắt tay bằng ba lần số đại biểu của cả hai trường nên

$$xy = 3(x + y) \Leftrightarrow y(x - 3) = 3x (> 0) \Leftrightarrow y = \frac{3x}{x - 3} = 3 + \frac{9}{x - 3}.$$

Vì  $x, y \in \mathbb{N}$  nên  $x - 3 \in U(9) = \{\pm 1; \pm 3; \pm 9\}$ .

Ta có bảng sau

$x-3$	-9	-3	-1	1	3	9
$x$	-6	0	2	4	6	12
$y$			-6	12	6	4
Đối chiếu ĐK	Loại	Loại	Loại	Loại	Loại	Thỏa mãn

Vậy số đại biểu trường A là 12 và số đại biểu trường B là 4.