

I. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7.0 ĐIỂM)

Câu 1. (2.0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

Câu 2. (2.0 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P) .

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ bằng phép tính.

Câu 3. (3.0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE, CF cắt nhau tại $H(E \in AC, F \in AB)$. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn;

b) $AE \cdot BC = EF \cdot AB$;

c) $OA \perp EF$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3.0 ĐIỂM)

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây:

ĐỀ 1:

Câu 4. (1.0 điểm) Giải phương trình $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

Câu 5. (1.0 điểm) Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình (Quận Nam Từ Liêm - Hà Nội) có mặt sân bóng đá hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng $37m$ và có diện tích là $7140m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mặt sân bóng đá này.

Câu 6. (1.0 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$.

ĐỀ 2:

Câu 4. (1.0 điểm) Giải phương trình $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

Câu 5. (1.0 điểm) Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28 690 000 đồng. Sau khi giảm 10% một máy giặt và 15% một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24 961 000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá.

Câu 6. (1.0 điểm) Cho biểu thức $B = x - 2\sqrt{x-2} + 2022$ (với $x \geq 2$). Với giá trị nào của x thì B đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức sau: $A = \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75}$.

Lời giải

$$A = \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75}$$

$$A = 2\sqrt{3} - 2.3\sqrt{3} + 3.5\sqrt{3}$$

$$A = 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 15\sqrt{3}$$

$$A = 11\sqrt{3}$$

Vậy $A = 11\sqrt{3}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3; 2)$.

Câu 2. (2.0 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P) .

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ bằng phép tính.

Lời giải

a) Lập bảng giá trị và vẽ parabol $(P): y = x^2$.

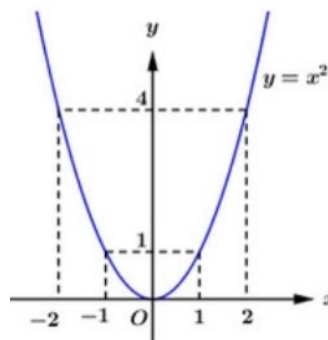
Bảng giá trị:

$$(P): y = x^2$$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Suy ra parabol $(P): y = x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$

Vẽ đồ thị $(P): y = x^2$



b) Phương trình hoành độ giao điểm của $(P): y = x^2$ và $(d): y = 4x - 3$

$$x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 1^2 = 1 \Rightarrow A(1;1)$

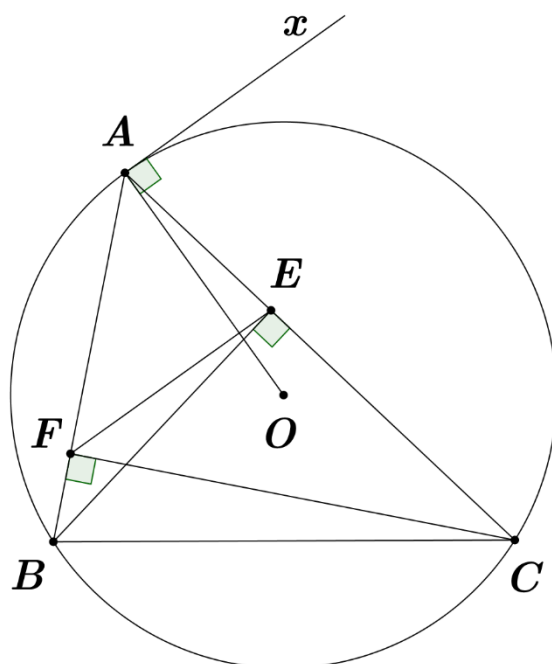
Với $x = 3 \Rightarrow y = 3^2 = 9 \Rightarrow B(3;9)$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(1;1), B(3;9)$.

Câu 3. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE, CF cắt nhau tại $H(E \in AC, F \in AB)$. Chứng minh rằng:

- Tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn;
- $AE \cdot BC = EF \cdot AB$;
- $OA \perp EF$.

Lời giải



a) Xét tứ giác $BCEF$ có

$\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (vì BE, CF là hai đường cao của tam giác ABC).

Mà $\widehat{BFC}; \widehat{BEC}$ cùng nhìn cạnh BC .

Suy ra tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới 1 góc bằng nhau).

b) Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có

\widehat{BAC} chung và $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (tứ giác $BCEF$ nội tiếp).

Suy ra $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (g - g)

Suy ra $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow AE \cdot BC = AB \cdot EF$.

c) Kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Ta có: $\widehat{CAx} = \widehat{ABC}$ (góc nội tiếp bằng góc giữa tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC).

Mà: $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$ (tứ giác $BCEF$ nội tiếp).

Suy ra: $\widehat{CAx} = \widehat{AEF}$. Mặt khác $\widehat{CAx}; \widehat{AEF}$ nằm ở vị trí so le trong.

Suy ra $Ax // EF$. Mà $Ax \perp OA \Rightarrow OA \perp EF$ (đpcm).

III. PHẦN TỰ CHỌN

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây:

ĐỀ 1:

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^4 - x^2 - 12 = 0$. (1)

Lời giải

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, phương trình (1) trở thành: $t^2 - t - 12 = 0$.

Ta có: $t^2 - t - 12 = 0$.

Ta có: $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-12) = 49 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$, nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t = \frac{1+7}{2} = 4 & (N) \\ t = \frac{1-7}{2} = -3 & (L) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là: $S = \{-2; 2\}$

Câu 5. (1,0 điểm) Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình (Quận Nam Từ Liêm – Hà Nội) có mặt sân bóng đá hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng 37m và có diện tích là $7140m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mặt sân bóng đá này.

Lời giải

Gọi chiều rộng của mặt sân là x (m) ($x > 0$).

Suy ra chiều dài mặt sân là $x + 37$ (m).

Vì diện tích mặt sân là $7140m^2$ nên ta có phương trình

$$x(x + 37) = 7140 \Leftrightarrow x^2 + 37x - 7140 = 0$$

Ta có: $\Delta = 37^2 - 4 \cdot (-7140) = 29929 > 0, \sqrt{\Delta} = 173$

$$\text{Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt } \begin{cases} x = \frac{-37+173}{2} = 68 & (N) \\ x = \frac{-37-173}{2} = -105 & (L) \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của mặt sân là 68m, chiều dài của mặt sân là $68 + 37 = 105$ (m)

Câu 6. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$. (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$.

Lời giải

Ta có: $\Delta = (-m)^2 - 4(m - 1) = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Theo hệ thức Vi – ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$$

Theo đề ta có

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2(m - 1) - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 2 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 & (n) \\ m = 2 & (l) \end{cases}$$

Vậy $m = 1$.

ĐỀ 2:

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt
$$\begin{cases} x = \frac{5+3}{2 \cdot 2} = 2 \\ x = \frac{5-3}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ 2; \frac{1}{2} \right\}$.

Câu 5. (1,0 điểm) Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28 690 000 đồng. Sau khi giảm 10% một máy giặt và 15% một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24 961 000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá.

Lời giải

Gọi giá tiền của một máy giặt là x (đồng) ($x < 28690000$).

Giá tiền của một tivi là y (đồng) ($y < 28690000$).

Vì một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28 690 000 đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 28690000 \quad (1).$$

Giá của một máy giặt sau khi giảm giá là 10% là $0,9x$ (đồng).

Giá của một tivi sau khi giảm giá là 15% là $0,85y$ (đồng).

Vì sau khi giảm giá, tổng số tiền mua hai sản phẩm này là 24 961 000 đồng nên ta có phương trình: $0,9x + 0,85y = 24961000 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 28690000 \\ 0,9x + 0,85y = 24961000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9x + 0,9y = 25821000 \\ 0,9x + 0,85y = 24961000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,05y = 860000 \\ x + y = 28690000 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 17200000 \\ y = 11490000 \end{cases} \quad (\text{tmdk})$$

Vậy giá tiền một máy giặt là 11 490 000 đồng; giá tiền của một tivi là 17 200 000 đồng.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho biểu thức $B = x - 2\sqrt{x-2} + 2022$ (với $x \geq 2$). Với giá trị nào của x thì B đạt giá trị nhỏ nhất? Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải

Ta có:

$$B = x - 2\sqrt{x-2} + 2022$$

$$B = x - 2 - 2\sqrt{x-2} + 1 + 2023$$

$$B = (\sqrt{x-2} - 1)^2 + 2023$$

Vì $(\sqrt{x-2} - 1)^2 \geq 0 \quad \forall x \geq 2$ nên $B = (\sqrt{x-2} - 1)^2 + 2023 \geq 2023, \forall x \geq 2$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x-2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 1 \Leftrightarrow x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 3(N)$.

Vậy GTNN của B bằng 2023 đạt tại $x = 3$.

----- **HẾT** -----