

Câu 1. (1,0 điểm)

Cho biểu thức $H = (\sqrt{x-2} - x)(\sqrt{x-2} + x) + x^2 + 2$.

- Tìm điều kiện xác định của H .
- Rút gọn H .

Câu 2. (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$

Câu 3. (1,0 điểm)

Giải phương trình $\frac{1}{x+1} + \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = 0$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho hai đường thẳng $(d_1): y = k^2x + 2$ và $(d_2): y = 4x + k$ (k là tham số, $k \neq 0$). Tìm tất cả các giá trị của tham số k để hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

Câu 5. (1,0 điểm)

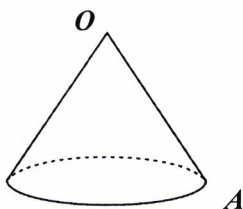
Cho phương trình $2x^2 - 6x + m = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3$.

Câu 6. (1,0 điểm)

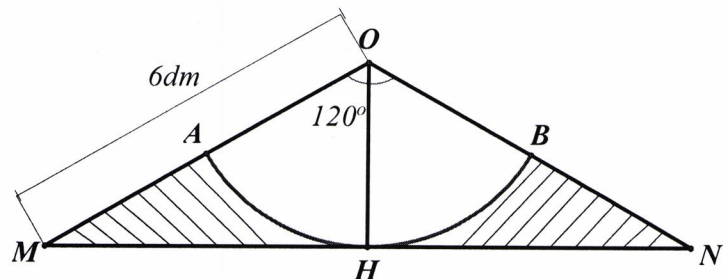
Hai anh công nhân Tâm và Trí được phân công sơn một đoạn dây phân cách làn đường trên cầu Cao Lãnh. Nếu hai anh cùng làm chung thì sẽ hoàn thành công việc trong 1 giờ 20 phút. Nếu phải sơn một mình thì thời gian anh Tâm hoàn thành nhanh hơn anh Trí 2 giờ. Hỏi một mình anh Tâm sẽ sơn xong đoạn dây phân cách đó trong thời gian bao lâu?

Câu 7. (1,0 điểm)

Để làm một cái gàu tát nước có dạng hình nón (hình 1), bác An dùng một tấm tôn hình tam giác OMN cân tại O có cạnh bên OM bằng $6dm$, $\angle MON = 120^\circ$ (hình 2). Bác xác định trung điểm H của cạnh MN , vẽ cung tròn tâm O bán kính OH cắt các cạnh OM, ON lần lượt tại A, B . Sau đó bác cắt bỏ phần gạch sọc, cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu (giả sử phần diện tích của mép nối không đáng kể). Hỏi khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được bao nhiêu lít nước? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân, lấy $\pi \approx 3,14$).



Hình 1



Hình 2

Câu 8. (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB , trên nửa đường tròn lấy điểm C (C không trùng với A, B). Gọi H là hình chiếu của C trên đường thẳng AB . Trên cung CB lấy điểm D (D khác C, B), hai đường thẳng AD và CH cắt nhau tại E .

a) Chứng minh $BDEH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AC^2 = AE \cdot AD$.

c) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) kẻ từ B cắt AD tại K . Vẽ đường tròn (O') đường kính BK cắt CB tại F (F khác B). Chứng minh $EF \parallel AB$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____

Chữ ký GT2: _____

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho biểu thức $H = (\sqrt{x-2} - x)(\sqrt{x-2} + x) + x^2 + 2$.	
a) Tìm điều kiện xác định của H .	
b) Rút gọn H .	
a) Điều kiện $x \geq 2$.	0,25
b) $F = (\sqrt{x-2} - x)(\sqrt{x-2} + x) + x^2 + 2 = [(\sqrt{x-2})^2 - x^2] + x^2 + 2$	0,25
$= x - 2 - x^2 + x^2 + 2$	0,25
$= x$.	0,25

Câu 2. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$	
$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 15 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25

Câu 3. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Giải phương trình $\frac{1}{x+1} + \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = 0$	
Điều kiện $x \neq \pm 1$	0,25
Ta có phương trình $x - 1 + x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$	0,25

Giải phương trình ta được $x = 1; x = -3$	0,25
So sánh với điều kiện thì phương trình có nghiệm $x = -3$.	0,25

Câu 4. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho hai đường thẳng $(d_1): y = k^2x + 2$ và $(d_2): y = 4x + k$ (k là tham số, $k \neq 0$). Tìm tất cả các giá trị của tham số k để hai đường thẳng đã cho song song với nhau.	
$d_1 // d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 = 4 \\ 2 \neq k \end{cases}$	0,5
$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \pm 2 \\ k \neq 2 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow k = -2$	0,25

Câu 5. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho phương trình $2x^2 - 6x + m = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3$	
Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' = 9 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{2}$	0,25
Theo Viet $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m}{2}$	0,25
$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = 3$	0,25
$18 - 2m = 3m \Leftrightarrow m = \frac{18}{5}$	0,25

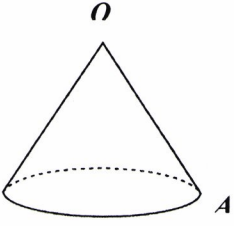
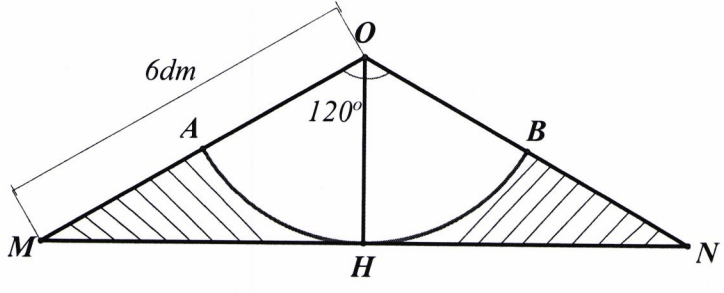
Câu 6. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Hai anh công nhân Tâm và Trí được phân công sơn một đoạn dây phân cách làn đường trên cầu Cao Lãnh. Nếu hai anh cùng làm chung thì sẽ hoàn thành công việc trong 1 giờ 20 phút. Nếu phải sơn một mình thì thời gian anh Tâm hoàn thành nhanh hơn anh Trí 2 giờ. Hỏi một mình anh Tâm sẽ sơn xong đoạn dây phân cách đó trong thời gian bao lâu?	
1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ; Gọi x là thời gian một mình Tâm sơn đoạn dây phân cách đó, $x > \frac{4}{3}$. Thời gian một mình Trí sơn đoạn dây phân cách đó là $x + 2$.	0,25
Mỗi giờ Tâm sơn được $\frac{1}{x}$ dây phân cách, Trí sơn được $\frac{1}{x+2}$ dây phân cách, cả hai người làm chung sẽ hoàn thành $\frac{3}{4}$ dây phân cách.	0,25
Theo đề bài ta được phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 8 = 0$. Giải phương trình được nghiệm $x = 2$.	0,25

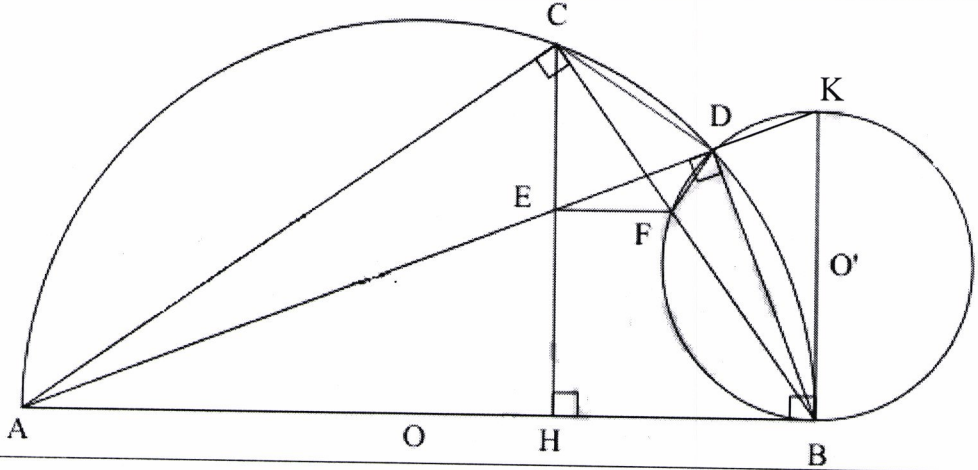
Vậy một mình Tâm sẽ sơn xong đoạn dây phân cách trong 2 giờ.

0,25

Câu 7. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
<p>Để làm một cái gàu tát nước có dạng hình nón (hình 1), bác An dùng một tấm tôn hình tam giác OMN cân tại O có cạnh bên OM bằng $6dm$, $\widehat{MON} = 120^\circ$ (hình 2). Bác xác định trung điểm H của cạnh MN, vẽ cung tròn tâm O bán kính OH cắt các cạnh OM, ON lần lượt tại A, B. Sau đó bác cắt bỏ phần gạch sọc, cuộn phần còn lại của tấm tôn sao cho mép OA trùng khít với mép OB tạo thành chiếc gàu (giả sử phần diện tích của mép nối không đáng kể). Hỏi khi mức đầy thì chiếc gàu chứa được bao nhiêu lít nước? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân, lấy $\pi \approx 3,14$).</p>	
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Hình 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Hình 2</p> </div> </div>	
<p>Ta có $OA = OH = 3$, suy ra chiếc gàu là hình nón có độ dài đường sinh là $l = OA = 3$.</p>	0,25
<p>Chu vi đáy của chiếc gàu là độ dài cung AB: $C = \frac{\pi \cdot OA \cdot 120}{180} = 2\pi$</p>	0,25
<p>Bán kính đáy của gàu là $r = \frac{C}{2\pi} = 1$ Chiều cao chiếc gàu là: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 2\sqrt{2}$</p>	0,25
<p>Thể tích chiếc gàu: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3 (dm^3)$. Vậy khi mức đầy, chiếc gàu chứa khoảng 3 lít nước.</p>	0,25

Câu 8. (3,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
<p>Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, trên nửa đường tròn lấy điểm C (C không trùng với A, B). Gọi H là hình chiếu của C trên đường thẳng AB. Trên cung CB lấy điểm D (D khác C, B), hai đường thẳng AD và CH cắt nhau tại E.</p>	
	

a) Chứng minh $BDEH$ là tứ giác nội tiếp	
Xét (O) ta có: $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{EDB} = 90^\circ$	0,25
Từ giả thiết ta có $\widehat{CHB} = 90^\circ$ hay $\widehat{EHB} = 90^\circ$	0,25
Xét tứ giác $BDEH$ có $\widehat{EDB} + \widehat{EHB} = 180^\circ$	0,25
Vậy tứ giác $BDEH$ nội tiếp	0,25
b) Chứng minh $AC^2 = AE.AD$	
Xét tam giác $\triangle AEH$ và $\triangle ABD$ có $\sphericalangle A$ là góc chung $\sphericalangle AHE = \sphericalangle ADB = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle ABD (g - g)$	0,25
$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow AE.AD = AH.AB$ (1)	0,25
$\sphericalangle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Xét tam giác vuông ABC có CH là đường cao nên $AC^2 = AH.AB$ (2)	0,25
Từ (1), (2) $\Rightarrow AC^2 = AE.AD$ (đpcm)	0,25
c) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) kẻ từ B cắt AD tại K . Vẽ đường tròn (O') đường kính BK cắt CB tại F (F khác B). Chứng minh $EF \parallel AB$	
Ta có $\sphericalangle ABF = \sphericalangle FDB$ (góc tạo bởi dây cung và tiếp tuyến) Mà $\sphericalangle FDB + \sphericalangle FDE = 90^\circ, \sphericalangle ABC + \sphericalangle BCE = 90^\circ$ $\Rightarrow \sphericalangle FDE = \sphericalangle FCE$	0,25
Do đó tứ giác $ECDF$ nội tiếp $\Rightarrow \sphericalangle FED = \sphericalangle FCD$ (cùng chắn cung FD)	0,25
Mặt khác $\sphericalangle FCD = \sphericalangle BAD$ (cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \sphericalangle FED = \sphericalangle BAD$	0,25
Vậy $EF \parallel AB$ (Vì có hai góc đồng vị bằng nhau)	0,25

--- HẾT ---