

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm có 2 trang)

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2018 - 2019**

Môn: TOÁN (chuyên)

Ngày thi: **03/6/2018**

Thời gian làm bài: **150 phút, không kể thời gian phát đề**

Câu 1. (1,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)(x - \sqrt{x})$. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .

Câu 2. (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-3} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-3} = -2 \end{cases}$$

Câu 3. (1,0 điểm)

Giải phương trình $\sqrt{3x-2} = x^2 - 2x + 2$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2(m-3)x + 4m + 8$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $T = x_1 x_2 + y_1 + y_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$.

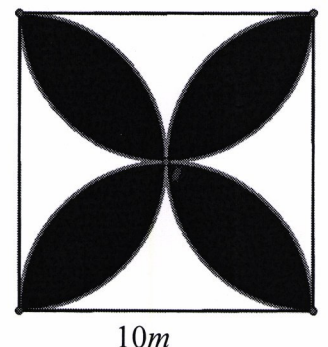
Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2 + bc} + \frac{1}{b^2 + ac} + \frac{1}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{abc}$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

Câu 6. (1,0 điểm)

Một đoàn tàu hỏa thường ngày xuất phát từ ga A vào một thời điểm cố định và chạy với vận tốc ổn định thì đến ga B vào lúc 7 giờ sáng. Vì lý do kỹ thuật, hôm qua đoàn tàu phải giảm bớt vận tốc 10km/h so với vận tốc thường ngày nên đến ga B chậm hơn 1 giờ. Hôm nay, theo yêu cầu của điều phối viên đường sắt, đoàn tàu tăng vận tốc thêm 15km/h so với vận tốc thường ngày nên đến ga B sớm hơn 1 giờ. Tính khoảng cách giữa hai ga A và B.

Câu 7. (1,0 điểm)

Trên một mảnh đất hình vuông có cạnh 10m, người ta thiết kế một khuôn viên để trồng hoa bằng cách vẽ bốn nửa đường tròn, mỗi nửa đường tròn có đường kính là cạnh hình vuông, các nửa đường tròn giao nhau tạo thành hình một bông hoa (phần tô đậm như hình bên). Sau đó, người ta trồng kín hoa trên phần tô đậm. Biết rằng chi phí để trồng hoa là 200.000 đồng trên mỗi mét vuông. Tính chi phí để trồng hoa.



Câu 8. (3,0 điểm)

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E . Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho $EF \perp AD$. Đường thẳng CF cắt đường tròn đường kính AD tại điểm thứ hai là điểm M . Gọi N là giao điểm của BD và CF . Chứng minh rằng:

- a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.
- b) FA là đường phân giác của góc BFM .
- c) $BD \cdot NE = BE \cdot ND$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____

Chữ ký GT2: _____

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho biểu thức $A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)(x - \sqrt{x})$. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .	
Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,50
$A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)(x - \sqrt{x}) = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) \cdot \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1) = x$	0,50

Câu 2. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-3} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-3} = -2 \end{cases}$	
Điều kiện: $x \neq -1; y \neq 3$. Đặt $\begin{cases} u = \frac{1}{x+1} \\ v = \frac{1}{y-3} \end{cases}$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3u + v = \frac{1}{2} \\ 2u + 3v = -2 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{2} \\ v = -1 \end{cases}$	0,25
hay $\begin{cases} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y-3} = -1 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25

Câu 3. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Giải phương trình $\sqrt{3x-2} = x^2 - 2x + 2$.	
Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$.	0,25
$\sqrt{3x-2} = x^2 - 2x + 2 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} - x = x^2 - 3x + 2$ $\Leftrightarrow (\sqrt{3x-2} - x)(\sqrt{3x-2} + x) = (x^2 - 3x + 2)(\sqrt{3x-2} + x)$	0,25
$\Leftrightarrow 3x - 2 - x^2 = (x^2 - 3x + 2)(\sqrt{3x-2} + x)$ $\Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2)(\sqrt{3x-2} + x + 1) = 0$	0,25
Do $x \geq \frac{2}{3}$ nên $\sqrt{3x-2} + x + 1 > 0$. Ta được phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ (thỏa điều kiện) Phương trình có hai nghiệm $x = 1; x = 2$.	0,25

Câu 4. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2(m-3)x + 4m + 8$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $T = x_1x_2 + y_1 + y_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.	
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $x^2 = 2(m-3)x + 4m + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-3)x - 4m - 8 = 0$ (1)	0,25
(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2) \Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = (m-3)^2 + 4m + 8 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 17 > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 16 > 0$ luôn đúng $\forall m$	0,25
Ta có x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 6 \\ x_1x_2 = -4m - 8 \end{cases}$ Do $A, B \in (P)$ nên $\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$	0,25
$T = x_1x_2 + y_1 + y_2 = x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = (2m-6)^2 + 4m + 8$ $= 4m^2 - 20m + 44 = (2m-5)^2 + 19 \geq 19$ T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 19 khi và chỉ khi $m = \frac{5}{2}$.	0,25

Câu 5. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$.	

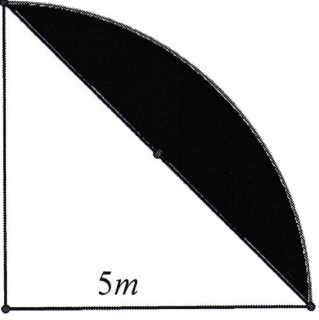
Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ac} + \frac{1}{c^2+ab} \leq \frac{1}{abc}$. Dấu "=" xảy ra khi nào?	
Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $a^2+bc \geq 2a\sqrt{bc} > 0 \Rightarrow \frac{1}{a^2+bc} \leq \frac{1}{2a\sqrt{bc}}$	0,25
$\Rightarrow \frac{1}{a^2+bc} \leq \frac{\sqrt{bc}}{2abc} \leq \frac{b+c}{4abc}$	0,25
Tương tự: $\frac{1}{b^2+ac} \leq \frac{a+c}{4abc}$ $\frac{1}{c^2+ab} \leq \frac{a+b}{4abc}$	0,25
Từ đó suy ra $\frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ac} + \frac{1}{c^2+ab} \leq \frac{2(a+b+c)}{4abc} = \frac{1}{abc}$. Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{2}{3}$.	0,25

Câu 6. (1,0 điểm)

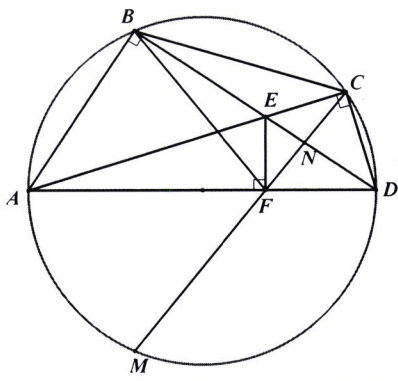
NỘI DUNG	ĐIỂM
Một đoàn tàu hỏa thường ngày xuất phát từ ga A vào một thời điểm cố định và chạy với vận tốc ổn định thì đến ga B vào lúc 7 giờ sáng. Vì lý do kỹ thuật, hôm qua đoàn tàu phải giảm bớt vận tốc 10km/h so với vận tốc thường ngày nên đến ga B chậm hơn 1 giờ. Hôm nay, theo yêu cầu của điều phối viên đường sắt, đoàn tàu tăng vận tốc thêm 15km/h so với vận tốc thường ngày nên đến ga B sớm hơn 1 giờ. Tính khoảng cách giữa hai ga A và B.	
Gọi $x(km/h), y(h)$ tương ứng là vận tốc và thời gian mà đoàn tàu chạy từ ga A đến ga B thường ngày, $x > 10, y > 1$	0,25
Ta có hệ phương trình $\begin{cases} (x-10)(y+1) = xy \\ (x+15)(y-1) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-10y = 10 \\ -x+15y = 15 \end{cases}$	0,25
Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 60 \\ y = 5 \end{cases}$	0,25
Khoảng cách giữa hai ga A và B là $S = x.y = 300km$.	0,25

Câu 7. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Trên một mảnh đất hình vuông có cạnh 10m, người ta thiết kế một khuôn viên để trồng hoa bằng cách vẽ bốn nửa đường tròn, mỗi nửa đường tròn có đường kính là cạnh hình vuông, các nửa đường tròn giao nhau tạo thành hình một bông hoa (<i>phần tô đậm như hình bên</i>). Sau đó, người ta trồng kín hoa trên phần tô đậm. Biết rằng chi phí để trồng hoa là 200.000 đồng trên mỗi mét vuông. Tính chi phí để trồng hoa.	

	
Diện tích một phần tư đường tròn: $S_{\frac{1}{4}\text{tròn}} = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot 5^2 = \frac{25}{4}\pi (m^2)$	0,25
Diện tích của tam giác vuông $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{25}{2} (m^2)$	0,25
Diện tích của nửa cánh hoa $S_{\frac{1}{2}\text{cánh hoa}} = S_{\frac{1}{4}\text{tròn}} - S_{\Delta} = \frac{25}{4}\pi - \frac{25}{2}$	0,25
Diện tích bông hoa $S = 8 \cdot \left(\frac{25}{4}\pi - \frac{25}{2} \right) \approx 57m^2$	0,25
Chi phí để trồng kín hoa trong khuôn viên khoảng 1.140.000 đồng.	0,25

Câu 8. (3,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
<p>Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho $EF \perp AD$. Đường thẳng CF cắt đường tròn đường kính AD tại điểm thứ hai là điểm M. Gọi N là giao điểm của BD và CF. Chứng minh rằng:</p>	
	
a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.	
Ta có $\sphericalangle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
Mặt khác $EF \perp AD$ nên góc $\sphericalangle EFD = 90^\circ$	0,25
Suy ra $\sphericalangle ACD + \sphericalangle EFD = 180^\circ$	0,25
Vậy tứ giác $CEFD$ nội tiếp.	0,25
b) FA là đường phân giác của góc BFM .	
Vì tứ giác $CEFD$ nội tiếp nên $\sphericalangle FCD = \sphericalangle FED$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CD) (1)	0,25
Tương tự chứng minh câu a) ta cũng có tứ giác $ABEF$ nội tiếp $\Rightarrow \sphericalangle BFA = \sphericalangle BEA$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB) (2)	0,25
Mặt khác $\sphericalangle BEA = \sphericalangle FED; \sphericalangle AFM = \sphericalangle FCD$ (góc đối đỉnh) (3)	0,25

Từ (1), (2), (3) suy ra $\Rightarrow \widehat{BFA} = \widehat{AFM}$. Vậy FA là phân giác của góc \widehat{BFM}	0,25
c) $BD.NE = BE.ND$.	
FA là đường phân giác của $\widehat{BFM} \Rightarrow FE$ là phân giác \widehat{BFN}	0,25
Xét $\triangle BFN$ có FE là phân giác trong, $FD \perp FE$ nên FD là phân giác ngoài, $E \in BN, D \in BN$	0,25
Áp dụng tính chất đường phân giác, ta được $\frac{FN}{FB} = \frac{EN}{EB}; \frac{FN}{FB} = \frac{DN}{DB}$	0,25
$\frac{EN}{EB} = \frac{DN}{DB} \Rightarrow BD.NE = BE.ND$.	0,25

--- HẾT ---