SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2015 - 2016

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

Ngày thi: 03/6/2015

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm có: 01 trang)

Câu 1: (2,0 điểm)

a) Cho biểu thức : $A=\left(\dfrac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}-b^{-1}}$. Tìm điều kiện để biểu thức A có nghĩa. Rút gọn biểu thức A.

b) Giải phương trình: $\sqrt{6-x}+\sqrt{x-2}=2$

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x^2-y^2=1\\ x^2y^2=28\end{cases}$

b) Cho x, y, z là ba số dương bất kỳ thỏa: $x+y+z=3$. Chứng minh: $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}\right)\geq 9$ và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}$.

Câu 3: (1,5 điểm)

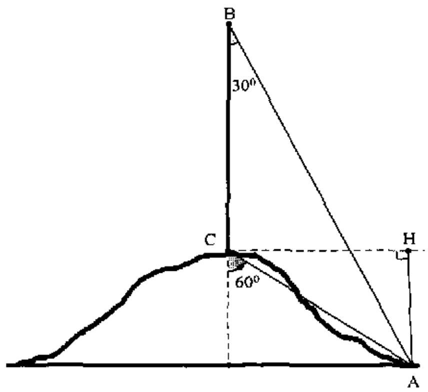
a) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho parabol (P): $y=mx^2$ và đường thẳng (d): $2x-y-m^2=0$ (với m là tham số dương). Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N nằm bên phải trục tung.

b) Cho ba số thực phân biệt *a, b, c* sao cho: phương trình $x^2+ax+1=0$ và $x^2+bx+c=0$ có nghiệm chung, đồng thời phương trình $x^2+x+a=0$ và $x^2+cx+b=0$ cũng có nghiệm chung. Hãy tính tổng $a+b+c$.

Câu 4: (2,0 điểm)

a) Một hồ nước được cung cấp nước bởi ba vòi nước. Biết rằng, nếu từng vòi nước cung cấp cho hồ thì vòi nước thứ nhất sẽ làm đầy hồ nhanh hơn vòi nước thứ hai 5 giờ, vòi nước thứ ba lại làm đầy hồ nhanh hơn vòi nước thứ nhất 4 giờ. Nếu vòi thứ nhất và thứ hai cùng cung cấp nước cho hồ thì thời gian chúng làm đầy hồ bằng với thời gian vòi thứ ba làm đầy hồ. Hỏi nếu cả ba vòi nước cùng cung cấp nước cho hồ thì chúng sẽ làm đầy hồ trong thời gian bao lâu?

b) Trên một ngọn đồi có một tháp cao 100 mét (*Hình vẽ 1*). Từ đỉnh tháp B và chân tháp C nhìn xuống điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30^0 và 60^0 so với phương thẳng đứng. Hãy xác định chiều cao HA của ngọn đồi.



(*Hình vẽ 1*)

Câu 5: (2,5 điểm)

a) Cho đường tròn tâm O bán kính R. Dây AB bằng cạnh hình vuông nội tiếp đường tròn, dây AC bằng cạnh tam giác đều nội tiếp đường tròn, trong đó B và C là hai điểm nằm khác phía đối với đường thẳng OA. Tính các góc của tam giác ABC và diện tích tam giác ABC theo R.

b) Cho tam giác ABC đều cạnh a, trên cạnh AC lấy điểm D, đường thẳng BD chia tam giác thành hai tam giác ABD và DBC. Biết tỉ số hai bán kính đường tròn nội tiếp hai tam giác ABD và DBC là $\dfrac{1}{2}$. Hãy tìm tỉ số $\dfrac{AD}{DC}$. **HẾT.**

Họ và tên thí sinh: ______________ *Số báo danh:* ______________

Chữ ký GT1: *Chữ ký GT2:*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG THÁP	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2015 - 2016

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN: TOÁN (CHUYÊN)
Ngày thi: 03/6/2015
(Hướng dẫn chấm gồm có: 05 trang)

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1: (2,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Cho biểu thức : $A=\left(\dfrac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}-b^{-1}}$. Tìm điều kiện để biểu thức A có nghĩa. Rút gọn biểu thức A.	1,0
	Điều kiện: $\begin{cases} a,b>0 \\ a\neq b \end{cases}$	0,25
	$A=\left(\dfrac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):\dfrac{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}=\left[\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2\right]:\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$	0,50
	$A=\left(a+b\right):\dfrac{a+b}{ab}=ab$	0,25
b)	Giải phương trình: $\sqrt{6-x}+\sqrt{x-2}=2$	1,0
	Điều kiện: $2\le x\le 6$	0,25
	Bình phương hai vế pt, ta được: $6-x+x-2+2\sqrt{(6-x)(x-2)}=4$	0,25
	Tương đương: $\sqrt{(6-x)(x-2)}=0$ (*)	0,25
	Giải phương trình (*): $x=6; x=2$ So sánh điều kiện: nghiệm phương trình là $x=6; x=2$	0,25

Câu 2: **(2,0 điểm)**

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x^2-y^2=1 & (1) \\ x^2y^2=28 & (2) \end{cases}$	1,0
	Từ (1): $y^2=2x^2-1$ thay vào (2): $x^2\left(2x^2-1\right)=28 \Leftrightarrow 2x^4-x^2-28=0$	0,25
	Đặt $t=x^2\ge 0$, pt: $2t^2-t-28=0$	0,25

	Giải phương trình: $\left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{-7}{2} \quad (l) \\ t_2 = 4 \end{array}\right.$	0,25
	Với $t_2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 7 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = \sqrt{7} \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = \sqrt{7} \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -\sqrt{7} \end{cases}; \begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = -\sqrt{7} \end{cases}$	0,25
b)	Cho x, y, z là ba số dương bất kỳ thỏa: $x+y+z=3$. Chứng minh: $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}\right) \geq 9$. Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}$.	**1,0**
	$VT = 9 + \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}-2\right)+\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{z}}+\dfrac{\sqrt{z}}{\sqrt{x}}-2\right)+\left(\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{z}}+\dfrac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}}-2\right)$	0,25
	$= 9 + \dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}{\sqrt{xy}} + \dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{z}\right)^2}{\sqrt{xz}} + \dfrac{\left(\sqrt{y}-\sqrt{z}\right)^2}{\sqrt{yz}} \geq 9$ (đpcm)	0,25
	Sử dụng các bất đẳng thức: $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)^2 \leq 3(x+y+z)$ và $\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}} \geq \dfrac{9}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$	0,25
	$P = \dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}} \geq \dfrac{9}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}} \geq \dfrac{9}{\sqrt{3(x+y+z)}} = 3$ Giá trị nhỏ nhất của $P=3$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=1$.	0,25

Câu 3: (1,5 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho parabol (P): $y = mx^2$ và đường thẳng (d): $2x - y - m^2 = 0$ (với m là tham số dương). Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N nằm bên phải trục tung.	**0,75**
	Phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P): $mx^2 = 2x - m^2$ hay $mx^2 - 2x + m^2 = 0$	0,25
	(d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m^3 > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$	0,25
	Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{2}{m} > 0 \\ x_1 x_2 = m > 0 \end{cases}$ Vậy giao điểm M và N nằm bên phải trục tung khi $0 < m < 1$	0,25
b)	Cho ba số thực phân biệt a, b, c sao cho: phương trình $x^2 + ax + 1 = 0$ và $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm chung, đồng thời phương trình $x^2 + x + a = 0$ và $x^2 + cx + b = 0$ cũng có nghiệm chung. Hãy tính tổng $a + b + c$.	**0,75**
	Giả sử: x_0 là nghiệm chung của các phương trình: $x^2 + ax + 1 = 0$ và $x^2 + bx + c = 0$ Ta được hpt: $\begin{cases} {x_0}^2 + ax_0 + 1 = 0 \\ {x_0}^2 + bx_0 + c = 0 \end{cases} \Rightarrow (a-b)x_0 + 1 - c = 0 \Rightarrow x_0 = \dfrac{c-1}{a-b}, \ (a \neq b)$	0,25
	Tương tự: x_1 là nghiệm chung của phương trình: $x^2 + x + a = 0$ và $x^2 + cx + b = 0$	0,25

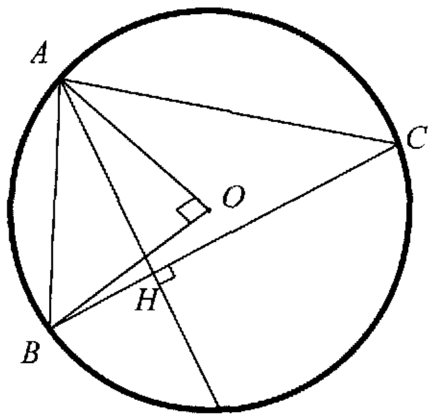
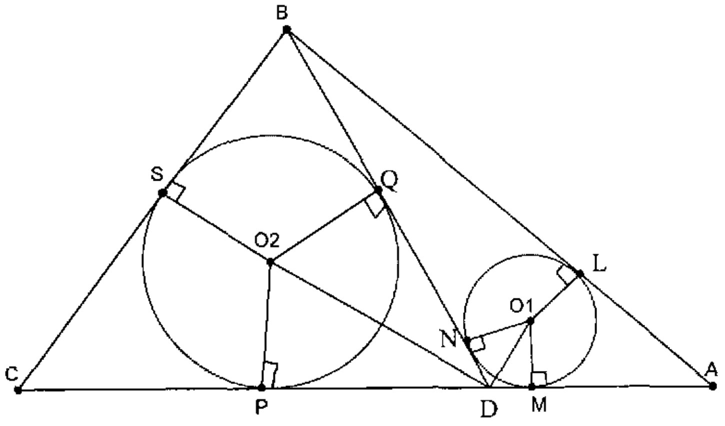
	$\Rightarrow x_1=\dfrac{a-b}{c-1}\Rightarrow x_1=\dfrac{1}{x_0}\neq 0$ Thay x_1 vào pt $x^2+x+a=0$ được pt: $a{x_0}^2+x_0+1=0$ Mà ${x_0}^2+ax_0+1=0$ Suy ra: $(a-1)({x_0}^2-x_0)=0\Leftrightarrow(a-1)(x_0-1)=0,\ (x_0\neq 0)$ (*)	
	+ Nếu $a=1$ thì $x^2+ax+1=0$ có $\Delta<0$, pt vô nghiệm. + Nếu $a\neq 1$, (*) $\Leftrightarrow x_0=1\Rightarrow x_1=1$ và $a=-2$ Từ ${x_0}^2+cx_0+b=0\Rightarrow b+c=-1$ Vậy $a+b+c=-3$	0,25

<u>Câu 4:</u> (2,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Một hồ nước được cung cấp nước bởi ba vòi nước. Biết rằng, nếu từng vòi nước cung cấp cho hồ thì vòi nước thứ nhất sẽ làm đầy hồ nhanh hơn vòi nước thứ hai 5 giờ, vòi nước thứ ba lại làm đầy hồ nhanh hơn vòi nước thứ nhất 4 giờ. Nếu vòi thứ nhất và thứ hai cùng cung cấp nước cho hồ thì thời gian chúng làm đầy hồ bằng với thời gian vòi thứ ba làm đầy hồ. Hỏi nếu cả ba vòi nước cùng cung cấp nước cho hồ thì chúng sẽ làm đầy hồ trong thời gian bao lâu?	**1,0**
	Gọi thời gian vòi thứ ba làm đầy hồ là t (giờ), t > 0 Thời gian vòi nước thứ nhất làm đầy hồ: t + 4 (giờ) Thời gian vòi thứ hai làm đầy hồ là: t + 4 + 5 = t + 9 (giờ)	0,25
	Một giờ, cả hai vòi thứ nhất và thứ hai chảy được: $\dfrac{1}{t+4}+\dfrac{1}{t+9}$ (hồ nước), vòi thứ ba chảy được: $\dfrac{1}{t}$ (hồ nước). Theo đề bài, ta có: $\dfrac{1}{t+4}+\dfrac{1}{t+9}=\dfrac{1}{t}\Leftrightarrow t^2=36\Leftrightarrow t=6$ (do t > 0)	0,25
	Trong một giờ, cả ba vòi nước chảy được: $\dfrac{1}{t}+\dfrac{1}{t+4}+\dfrac{1}{t+9}=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{1}{3}$(hồ nước).	0,25
	Vậy: nếu cả ba vòi nước cùng cung cấp nước cho hồ thì chúng sẽ làm đầy hồ trong 3 giờ.	0,25
b)	Trên một ngọn đồi có một cái tháp cao 100m (*hình vẽ 1*). Từ đỉnh tháp B và chân tháp C nhìn xuống điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30^0 và 60^0 so với phương thẳng đứng. Hãy xác định chiều cao HA của ngọn đồi.	**1,0**
	$\widehat{ABC}=30^0,\widehat{ACB}=120^0\Rightarrow\widehat{BAC}=30^0\Rightarrow\Delta ABC$ cân tại C	0,25
	$\Rightarrow AC=CB=100\,\text{m}$	0.25
	$\Rightarrow AH=AC.\sin\widehat{ACH}=50\,\text{m}$	0.25
	Vậy chiều cao của ngọn đồi là 50 mét	0.25

<u>Câu 5:</u> (2,5 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Cho đường tròn tâm O bán kính R. Dây AB bằng cạnh hình vuông nội tiếp đường tròn, dây AC bằng cạnh một tam giác đều nội tiếp trong đường tròn, trong đó B và C là hai điểm nằm khác phía đối với đường thẳng OA.	**1,5**

	Tính các góc và diện tích của tam giác ABC theo R.	
		
	AB là cạnh hình vuông nội tiếp đường tròn, sđ $\overset{\frown}{AB} = 90^0$ (cung nhỏ AB) $\Rightarrow \widehat{ACB} = \dfrac{90^0}{2} = 45^0$	0,25
	AC là cạnh tam giác đều nội tiếp đường tròn, sđ $\overset{\frown}{AC} = 120^0$ (cung nhỏ AC) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \dfrac{120^0}{2} = 60^0$ $\Rightarrow \widehat{BAC} = 180^0 - \left(60^0 + 45^0\right) = 75^0$	0,25
	Vẽ $AH \perp BC$ $(H \in BC)$ + Tam giác OAB vuông tại O: $AB = R\sqrt{2}$ + Tam giác ABH là nửa tam giác đều: $BH = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ và $AH = \dfrac{R\sqrt{6}}{2}$	0,50
	+ Tam giác HAC vuông cân (tam giác HAC vuông và $\widehat{ACH} = 45^0$) $\Rightarrow CH = AH = \dfrac{R\sqrt{6}}{2}$	0,25
	Vậy $S_{\Delta ABC} = \dfrac{BC.AH}{2} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt)	0,25
b)	Cho tam giác ABC đều cạnh a, trên cạnh AC lấy điểm D, đường thẳng BD chia tam giác thành hai tam giác ABD và DBC. Biết tỉ số hai bán kính đường tròn nội tiếp hai tam giác ABD và DBC là $\frac{1}{2}$. Hãy tìm tỉ số $\frac{AD}{DC}$.	**1,0**
		

	Đặt $MD = x,\ PD = y,\ AB = BC = AC = a$ $\widehat{MO_1D} = \widehat{O_2DP} \Rightarrow \Delta O_1MD \sim \Delta DPO_2$ + $\dfrac{O_1M}{DP} = \dfrac{MD}{PO_2}$ hay $\dfrac{O_1M}{MD} = \dfrac{DP}{PO_2} \Rightarrow \dfrac{r}{x} = \dfrac{y}{2r}\quad (I)$	0,25
	+ Từ $\Delta AO_1M, \Delta O_2CP$, ta có: $AM = AL = r\sqrt{3};\ PC = CS = 2r\sqrt{3}$ + Chứng minh được: $BL = AB - AL = a - r\sqrt{3};\ BS = BC - CS = a - 2r\sqrt{3}\quad (II)$ $BQ = BN - QN = BL - (DQ - DN) = a - r\sqrt{3} - y + x\quad (III)$	0,25
	Do $BQ = BS$ nên từ (II), (III) suy ra: $a - 2r\sqrt{3} = a - r\sqrt{3} - y + x \Leftrightarrow y - x = r\sqrt{3}$ (IV)	0,25
	Từ (I) và (IV) ta có hpt: $\begin{cases} xy = 2r^2 \\ y - x = r\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{r\left(\sqrt{11} - \sqrt{3}\right)}{2} \\ y = \dfrac{r\left(\sqrt{11} + \sqrt{3}\right)}{2} \end{cases}$ Vậy $\dfrac{AD}{DC} = \dfrac{AM + MD}{DP + PC} = \dfrac{1 + \sqrt{33}}{16}$	0,25

------HẾT-----