

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

(Đề thi có 02 trang)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức

$$Q = \left(\frac{10 - 2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x - \sqrt{x} + 1} + \frac{6}{x-1} \right) : \frac{4\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \text{ với } x > 0; x \neq 1.$$

a) Rút gọn biểu thức Q .

b) Đặt $P = Q \cdot (x - \sqrt{x} + 1)$. Chứng minh rằng $P > 1$.

Câu 2. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x - m + 2$. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ cùng nằm bên phải trục tung.

Câu 3. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a) $x^2 + 1 = 2x + \sqrt{3x - 1}$.

b)
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy - x + y = 0 \\ x^2 - 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$x^2 + 20y^2 + 65 + 2x(1 + y) = 2y(30 - x).$$

b) Hướng ứng phong trào “Xanh hóa trường học”, lớp 9A và lớp 9B được nhà trường giao chỉ tiêu trồng 80 cây xanh xung quanh sân vườn của trường. Nếu lớp 9A trồng trong 2 giờ và lớp 9B trồng trong 1 giờ thì được 25 cây. Nếu lớp 9A trồng trong 1 giờ và lớp 9B trồng trong 2 giờ thì được 23 cây. Hỏi nếu cả hai lớp cùng trồng với nhau thì sau bao lâu hoàn thành chỉ tiêu được giao? Biết rằng, mỗi giờ số cây trồng được của mỗi lớp là không đổi.

Câu 5. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Dựng bên ngoài tam giác ABC các tam giác đều ANI và BMK . Gọi điểm D là hình chiếu vuông góc của điểm A lên cạnh BC , điểm E là trung điểm của đoạn thẳng IK .

a) Chứng minh tứ giác $AKBD$ nội tiếp.

b) Chứng minh điểm E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IKD .

c) Tính số đo của \widehat{NEM} .

Câu 6. (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{3x+z}{y+z} + \frac{4y}{z+x} + \frac{3z+x}{x+y} \geq 6.$$

-----**HẾT**-----

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

Chữ ký cán bộ coi thi 1..... Chữ ký cán bộ coi thi 2.....