SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN: TOÁN 10
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2.0 điểm)

Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của A khi $x=6+4\sqrt{2}$

Câu 2: (2,0 điểm)

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a,b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y=5x+6$ và đi qua điểm $A(2;3)$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=11\\ x+2y=5\end{cases}$.

Câu 3: **(2.0 điểm)**

1. Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức: $\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_2+2m-3\right)=19$

Câu 4: (3,0 điểm)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB,AC với đường tròn (B,C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C. Gọi I,K,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các đường thẳng AB,AC,BC.

1. Chứng minh rằng $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $MPK=MBC$.

3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{a^4+b^4+ab}+\frac{bc}{b^4+c^4+bc}+\frac{ca}{c^4+a^4+ca}\le 1$$

-------------- HẾT --------------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÔN TOÁN
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2019 – 2020
SỞ GD&ĐT THANH HÓA

Câu 1: **(2,0 điểm)**

Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của A khi $x=6+4\sqrt{2}$

Lời giải

1. Rút gọn biểu thức A.

Với $x\ge 0$ và $x\ne 4$

Ta có: $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$

$=\frac{x-4}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{5}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$=\frac{x-4-5-\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-\sqrt{x}-12}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$

Vậy Với $x\ge 0$ và $x\ne 4$ thì A= $\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$

2. Tính giá trị của A khi $x=6+4\sqrt{2}$

Với $x=6+4\sqrt{2}$ (Thỏa mãn ĐKXĐ)

$x=6+4\sqrt{2}=2^2+2.2.\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=\left(2+\sqrt{2}\right)^2$

Suy ra $\sqrt{x}=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2}=2+\sqrt{2}$

Thay $\sqrt{x}=2+\sqrt{2}$ vào biểu thức A= $\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ ta được $A=\frac{2+\sqrt{2}-4}{2+\sqrt{2}-2}=\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}=1-\sqrt{2}$

Vậy với $x=6+4\sqrt{2}$ thì $A=1-\sqrt{2}$.

Câu 2: **(2,0 điểm)**

1. Cho đường thẳng $\left(d\right): y=ax+b$. Tìm a,b để đường thẳng $\left(d\right)$ song song với đường thẳng $\left(d'\right): y=5x+6$ và đi qua điểm $A\left(2;3\right)$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=11\\x+2y=5\end{cases}$.

Lời giải

1. Đường thẳng $\left(d\right)$ song song với đường thẳng $\left(d'\right): y=5x+6$ suy ra $a=5$;

Vì (d) đi qua điểm $A(2;3)$ suy ra $3=5.2+b \Leftrightarrow b=-7$.

Kết luận $a=5, b=-7$.

2. $\begin{cases}3x+2y=11\\x+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x+2y=11\\2x=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\9+2y=11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$.

Câu 3: (2.0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức: $\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_2+2m-3\right)=19$

Lời giải

1. Phương trình bậc hai có dạng đặc biệt $a+b+c=0$ nên có hai nghiệm $x=1$ và $x=3$

2. Ta có $\Delta'=(m-1)^2-2m+5=m^2-4m+6 \ =(m-2)^2+2>0$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của tham số m

Dễ thấy $x^2-2(m-1)x+2m-5=0 \Leftrightarrow \left(x^2-2mx+2m-3\right)+2x-2=0$

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho nên ta có $x_1^2+2mx_1+2m-3=2-2x_1$ và $x_2^2+2mx_2+2m-3=2-2x_2$

Do đó $\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_2+2m-3\right)=19$

$$\Leftrightarrow (2-2x_1-x_2)(2-2x_2-x_1)=19 \Leftrightarrow 2(x_1+x_2)^2-6(x_1+x_2)+x_1x_2=15 .$$

Áp dụng định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\x_1x_2=2m-5\end{cases}$

Ta có $8(m-1)^2-12(m-1)+(2m-5)=15 \Leftrightarrow 8m^2-26m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\m=\dfrac{13}{4}\end{array}\right.$

Có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 4: (3,0 điểm)

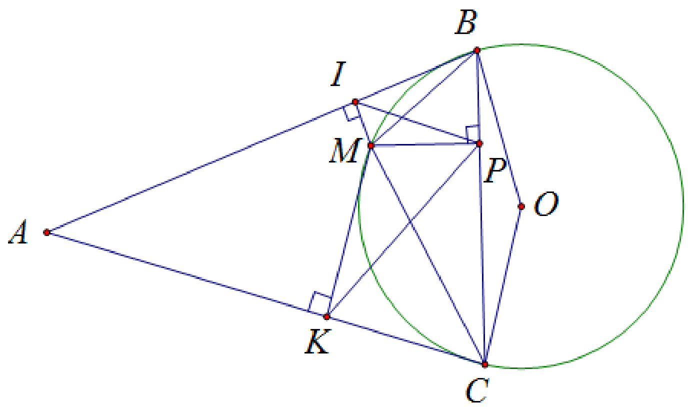
Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C. Gọi I, K, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các đường thẳng AB, AC, BC.

1. Chứng minh rằng $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $MPK = MBC$.

3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải



1. Chứng minh rằng $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

Tứ giá $AIMK$ có các góc $AIM = AKM = 90°$ nên là tứ giác nội tiếp

2. Chứng minh $MPK = MBC$.

$IMPB$ là tứ giác nội tiếp suy ra $MIP = MBP$ (cùng chắn cung MP)

Mà $MCK = MBP$ (cùng chắn cung MC)

$MKCP$ là tứ giác nội tiếp suy ra $MCK = MPK$ (cùng chắn cung MK)

Suy ra $MCK = MPK$ (1)

Tương tự ta có $MPI = MKP$ (2)

Suy ra ΔIMP và ΔPMK đồng dạng, do đó ta có $MPK = MIP$

Do đó $MBP = MPK$.

3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hai tam giác ΔIMP và ΔPMK đồng dạng, do đó ta có $\dfrac{IM}{MP} = \dfrac{MP}{MK}$

Suy ra $IM.MK = MP^2 \Rightarrow MI.MK.MP = MP^3$

Để $MI.MK.MP$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi MP lớn nhất, nên M là điểm chính giữa cung nhỏ BC.

Câu 5: **(1,0 điểm)**

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{a^4+b^4+ab} + \frac{bc}{b^4+c^4+bc} + \frac{ca}{c^4+a^4+ca} \le 1$$

Lời giải

Áp dụng bổ đề $a^4 + b^4 \ge ab\left(a^2+b^2\right)$ ta có

Ta có $A = \sum \dfrac{ab}{a^4+b^4+ab} \le \sum \dfrac{ab}{ab\left(a^2+b^2+ab\right)} = \sum \dfrac{1}{a^2+b^2+ab}$

$$= \sum \frac{a^2+b^2+1-\left(a^2+b^2\right)}{a^2+b^2=1} = \sum\left(1 - \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+1}\right) = \sum\left(1 - \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2\left(a^2+b^2+1\right)}\right)$$

Ta đi chứng minh $\sum \dfrac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2(a^2+b^2+1)} \ge 2$ hay $\sum \dfrac{(a+b)^2+(a-b)^2}{(a^2+b^2+1)} \ge 4$.

Vì vai trò của a,b,c như nhau nên giả sử $a \ge b \ge c$

$$\sum \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2+1} \ge \frac{\left[(a+b)+(b+c)+(c+a)\right]^2}{2(a^2+b^2+c^2)+3} = \frac{4(a+b+c)^2}{2(a^2+b^2+c^2)+3}$$

$$\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2+1}+\frac{(b-c)^2}{b^2+c^2+1}+\frac{(c-a)^2}{c^2+a^2+1}=\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2+1}+\frac{(b-c)^2}{b^2+c^2+1}+\frac{(a-c)^2}{c^2+a^2+1} \ge \frac{\left[a-b+b-c+a-c\right]}{2(a^2+b^2+c^2)+3}$$

$$=\frac{4(a-c)^2}{2(a^2+b^2+c^2)+3}\ .$$

Ta cần chứng minh $\dfrac{4(a+b+c)^2}{2(a^2+b^2+c^2)+3}+\dfrac{4(a-c)^2}{2(a^2+b^2+c^2)+3} \ge 4$.

$\Leftrightarrow (a+b+c)^2+(a-c)^2 \ge 2(a^2+b^2+c^2)+3$

Mặt khác $ab+bc+ca \ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 3$

Ta đi chứng minh $(a+b+c)^2+(a-c)^2 \ge 2(a^2+b^2+c^2)+ab+bc+ca$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)+a^2-2ac+c^2 \ge 2(a^2+b^2+c^2)+ab+bc+ca$

$\Leftrightarrow -b^2+ab+bc-ac \ge 0$

$\Leftrightarrow b(a-b)-c(a-b) \ge 0$

$\Leftrightarrow (a-b)(b-c) \ge 0$ luôn đúng. Ta được điều phải chứng minh.

-------------- HẾT --------------