

Ngày thi: 03 tháng 6 năm 2017

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm 01 trang)

**Câu 1. (2 điểm)**

a) Giải phương trình:  $x^2 = (x-1)(3x-2)$

b) Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài 40 m.

**Câu 2. (1,5 điểm)**

Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ :

a) Vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

b) Cho đường thẳng  $(D): y = \frac{3}{2}x + m$  đi qua điểm  $C(6; 7)$ . Tìm tọa độ giao điểm của  $(D)$  và  $(P)$ .

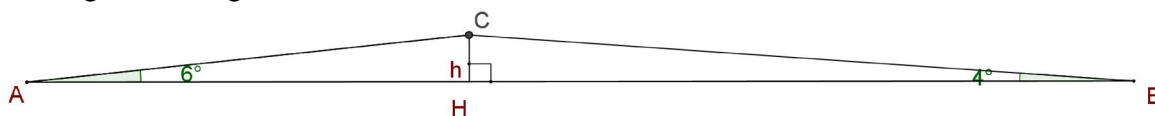
**Câu 3. (1,5 điểm)**

1) Thu gọn biểu thức sau:  $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$

2) Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc  $A = 6^\circ$ , góc  $B = 4^\circ$ .

a) Tính chiều cao  $h$  của con dốc.

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình xuống dốc là 19 km/h.



**Câu 4: (1,5 điểm)**

Cho phương trình:  $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số)

a) Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

b) Định  $m$  để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$$

**Câu 5. (3,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  cắt các đoạn  $BC$  và  $OC$  lần lượt là  $D$  và  $I$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $OC$ ;  $AH$  cắt  $BC$  tại  $M$ .

a) Chứng minh: Tứ giác  $ACHD$  nội tiếp và  $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$ .

b) Chứng minh: Hai tam giác  $OHB$  và  $OBC$  đồng dạng với nhau và  $HM$  là tia phân giác của góc  $BHD$ .

c) Gọi  $K$  là trung điểm của  $BD$ . Chứng minh:  $MD \cdot BC = MC \cdot CD$  và  $MB \cdot MD = MK \cdot MC$ .

d) Gọi  $E$  là giao điểm của  $AM$  và  $OK$ ;  $J$  là giao điểm của  $IM$  và  $(O)$  ( $J$  khác  $I$ ).

Chứng minh: Hai đường thẳng  $OC$  và  $EJ$  cắt nhau tại một điểm nằm trên  $(O)$ .

## HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

### Câu 1. (2 điểm)

a) Giải phương trình:  $x^2 = (x-1)(3x-2)$

b) Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi  $100\text{ m}$ . Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài  $40\text{ m}$ .

### Hướng dẫn giải.

a. Ta có  $x^2 = (x-1)(3x-2) \Leftrightarrow x^2 = 3x^2 - 2x - 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$ .

Tính  $\Delta = (-5)^2 - 4.2.2 = 25 - 16 = 9 > 0, \sqrt{\Delta} = 3$ .

Phương trình có hai nghiệm  $x_1 = \frac{5-3}{2.2} = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{5+3}{2.2} = 2$ .

Tập nghiệm của phương trình:  $S = \left\{2; \frac{1}{2}\right\}$

b. Gọi  $x, y$  (m) là chiều dài và chiều rộng của miếng đất.

Nửa chu vi  $100 : 2 = 50$  (m).

Khi đó:  $x + y = 50$

Và  $5y = 2x + 40 \Leftrightarrow 2x - 5y = -40$ . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x - 5y = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -100 \\ 2x - 5y = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ -7y = -140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 - y \\ y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy chiều dài của mảnh đất là  $30$  (m) và chiều rộng là  $20$  (m).

### Câu 2. (1,5 điểm)

Tròn mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ :

a) Vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

b) Cho đường thẳng  $(D): y = \frac{3}{2}x + m$  đi qua điểm  $C(6;7)$ . Tìm tọa độ giao điểm của  $(D)$  và  $(P)$ .

### Hướng dẫn giải.

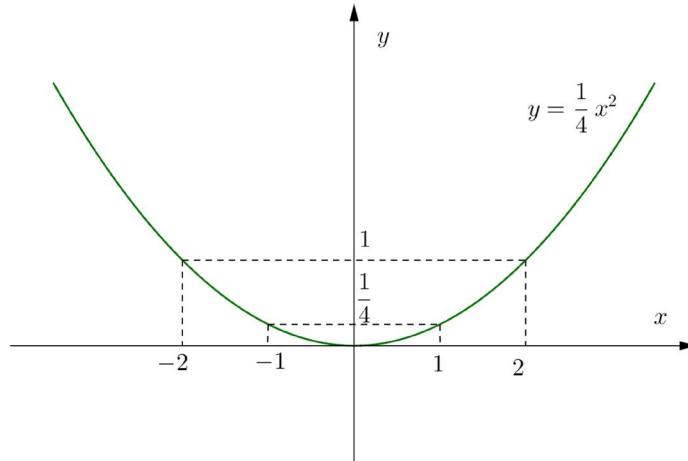
a. Đồ thị  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Bảng giá trị

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1

Đồ thị



b. Đường thẳng  $(D): y = \frac{3}{2}x + m$  qua  $C(6;7)$  nên ta có  $7 = \frac{3}{2} \cdot 6 + m \Leftrightarrow m = -2$ . Vậy đường thẳng  $(D)$  có phương trình  $y = \frac{3}{2}x - 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm  $(D)$  và  $(P)$ :

$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{2}x - 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

Ta có  $\Delta' = (-3)^2 - 8 = 1 > 0$ . Phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 3 + 1 = 4, x_2 = 3 - 1 = 2$ .

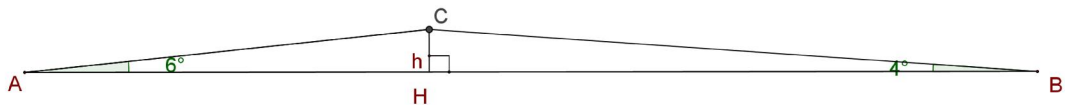
Khi đó  $y_1 = \frac{3}{2}x_1 - 2 = \frac{3}{2} \cdot 4 - 2 = 4, y_2 = \frac{3}{2}x_2 - 2 = \frac{3}{2} \cdot 2 - 2 = 1$ .

Tọa độ giao điểm  $(D)$  và  $(P)$  là  $A(4;4)$  và  $B(2;1)$

### Câu 3. (1,5 điểm)

1) Thu gọn biểu thức sau:  $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$

2) Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc  $A = 6^\circ$ , góc  $B = 4^\circ$ .



a) Tính chiều cao  $h$  của con dốc.

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình xuống dốc là 19 km/h.

**Hướng dẫn giải.**

1) Vì  $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$  nên  $A > 0$

Ta có:

$$\Rightarrow A^2 = (4 + 2\sqrt{3}) \frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}} \Leftrightarrow A^2 = \frac{4(2 + \sqrt{3})(7 - 2\sqrt{3})}{5 + \sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow A^2 = \frac{4(5 + \sqrt{3})}{5 + \sqrt{3}} \Leftrightarrow A^2 = 4$$

$$\Rightarrow A = 2$$

2)

a) Xét tam giác ABC có đường cao CH.

Ta có:  $AH = \frac{CH}{\tan 6^\circ}; BH = \frac{CH}{\tan 4^\circ}$

Mà  $AH + BH = 762 \Rightarrow \frac{CH}{\tan 6^\circ} + \frac{CH}{\tan 4^\circ} = 762 \Rightarrow CH = 762 : \left( \frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ} \right) \approx 32$ .

b) Xét tam giác ABC có đường cao CH.

Ta có:

$$\sin 6^\circ = \frac{CH}{AC} \Rightarrow AC = \frac{CH}{\sin 6^\circ} \approx \frac{32}{\sin 6^\circ} \approx 306.$$

$$\sin 4^\circ = \frac{CH}{BC} \Rightarrow BC = \frac{CH}{\sin 4^\circ} \approx \frac{32}{\sin 4^\circ} \approx 459.$$

Thời gian di chuyển từ A đến B:

- Thời gian đi từ A đến C:  $t_{AC} = \frac{S}{v} = \frac{AC}{4} \approx \frac{306}{4.1000} = 0,0765$  giờ

- Thời gian di chuyển từ C đến B:  $t_{CB} = \frac{S}{v} = \frac{CB}{19} \approx \frac{459}{19.1000} \approx 0,024$  giờ

- Thời gian di chuyển từ A đến B:  $t_{AB} = 0,0765 + 0,024 = 0,1005$  giờ  $\approx 6$  phút

Vậy bạn An đến trường lúc 6 giờ 6 phút.

#### Câu 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình:  $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số)

a) Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

b) Định  $m$  để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$$

#### Hướng dẫn giải.

Phương trình  $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$  (1).

a. Ta có  $a = 1 \neq 0$  và  $\Delta = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 1) = -4m + 5$ . Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow -4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}.$$

b. Theo Câu a, với điều kiện  $m \leq \frac{5}{4}$ , phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$ , theo định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases} \quad \text{và} \quad (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 1) = -4m + 5. \text{ Theo đề bài}$$

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2 \Leftrightarrow x_1 - 3x_2 = -4m + 5.$$

Ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 - 3x_2 = -4m + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ 4x_2 = 6m - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2m - 1 - x_2 \\ x_2 = \frac{3m - 3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2m - 1 - \frac{3m - 3}{2} \\ x_2 = \frac{3m - 3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m + 1}{2} \\ x_2 = \frac{3m - 3}{2} \end{cases}$$

Khi đó

$$x_1 x_2 = m^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{m + 1}{2} \cdot \frac{3(m - 1)}{2} = m^2 - 1 \Leftrightarrow 3(m^2 - 1) = 4(m^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \vee m = -1$$

Vậy  $m = 1 \vee m = -1$  thỏa yêu cầu bài toán.

### Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  cắt các đoạn  $BC$  và  $OC$  lần lượt là  $D$  và  $I$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $OC$ ;  $AH$  cắt  $BC$  tại  $M$ .

a) Chứng minh: Tứ giác  $ACHD$  nội tiếp và  $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$ .

b) Chứng minh: Hai tam giác  $OHB$  và  $OBC$  đồng dạng với nhau và  $HM$  là tia phân giác của góc  $BHD$ .

c) Gọi  $K$  là trung điểm của  $BD$ . Chứng minh:  $MD \cdot BC = MC \cdot CD$  và  $MB \cdot MD = MK \cdot MC$ .

d) Gọi  $E$  là giao điểm của  $AM$  và  $OK$ ;  $J$  là giao điểm của  $IM$  và  $(O)$  ( $J$  khác  $I$ ).

Chứng minh: Hai đường thẳng  $OC$  và  $EJ$  cắt nhau tại một điểm nằm trên  $(O)$ .

### Hướng dẫn giải.

a. Ta có:  $\widehat{AHC} = \widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow ACDH$  nội tiếp.

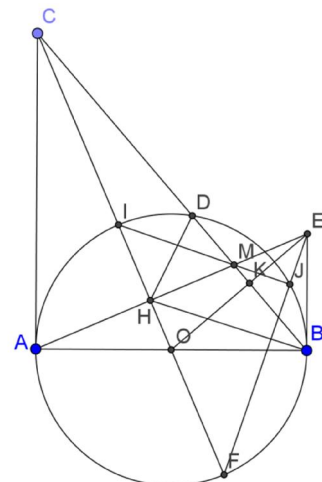
Ta có:  $\widehat{CHD} = \widehat{CAD}$  (do  $ACDH$  nội tiếp)

Mà:  $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$

Suy ra:  $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$

b. Ta có:  $OH \cdot OC = OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow \frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OC}$

Suy ra:  $\triangle OHB \sim \triangle OBC$  ( $c - g - c$ )  $\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{ABC}$



Mà:  $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$  (cmt)  $\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{DHC}$

Mặt khác:  $\widehat{OHB} + \widehat{BHM} = 90^\circ$ ;  $\widehat{DHC} + \widehat{DHM} = 90^\circ$

Suy ra:  $\widehat{BHM} = \widehat{DHM} \Rightarrow HM$  là tia phân giác của góc  $BHD$ .

c. Ta có:  $HM$  là tia phân giác trong của  $\triangle BHD \Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$

Mà:  $HC \perp HM \Rightarrow HC$  là tia phân giác ngoài của  $\triangle BHD \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{HD}{HB}$

Suy ra:  $\triangle BHD \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{MD}{MB} \Leftrightarrow MD \cdot BC = MB \cdot CD$

Ta có:  $\triangle OHE \sim \triangle OKC \Leftrightarrow \frac{OH}{OK} = \frac{OE}{OC} \Leftrightarrow OH \cdot OC = OK \cdot OE = OB^2 = OD^2$

Suy ra:  $\begin{cases} \triangle OBK \sim \triangle OEB \Rightarrow \widehat{OBE} = \widehat{OKB} = 90^\circ \\ \triangle ODK \sim \triangle OED \Rightarrow \widehat{ODE} = \widehat{OKD} = 90^\circ \end{cases}$

Ta có: 5 điểm  $O, H, D, E, B$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $OE \Rightarrow DHBE$  nội tiếp  
 $\Rightarrow MD \cdot MB = MH \cdot ME$

Ta có: tứ giác  $CHKE$  nội tiếp  $\Rightarrow MH \cdot ME = MK \cdot MC$

Suy ra:  $\Rightarrow MD \cdot MB = MK \cdot MC$

d. Gọi  $F$  là giao điểm của  $EJ$  với đường tròn.

Ta có:  $EB$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ )  $\Rightarrow EB^2 = EJ \cdot EF = EK \cdot EO = EM \cdot EH$

Theo phương tích đảo  $\Rightarrow FHMJ$  nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{MJF} = 90^\circ \Rightarrow IF$  là đường kính  $\Rightarrow đpcm$

-----HẾT-----