

Phần 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{2017}{x-2}$ xác định là

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \neq 2$ D. $x = 2$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số $y = x + 1$ đi qua điểm

- A. M(1;0) B. N(0;1) C. P(3;2) D. Q(-1;-1)

Câu 3. Điều kiện để hàm số $y = (m-2)x + 8$ nghịch biến trên R là

- A. $m \geq 2$ B. $m > 2$ C. $m < 2$ D. $m \neq 2$

Câu 4. Trong các phương trình bậc hai sau phương trình nào có tổng 2 nghiệm bằng 5

- A. $x^2 - 10x - 5 = 0$ B. $x^2 - 5x + 10 = 0$ C. $x^2 + 5x - 1 = 0$ D. $x^2 - 5x - 1 = 0$

Câu 5. Trong các phương trình bậc hai sau phương trình nào có 2 nghiệm trái dấu

- A. $-x^2 + 2x - 3 = 0$ B. $5x^2 - 7x - 2 = 0$ C. $3x^2 - 4x + 1 = 0$ D. $x^2 + 2x + 1 = 0$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH biết BH = 4cm và CH = 16cm độ dài đường cao AH bằng

- A. 8cm B. 9cm C. 25cm D. 16cm

Câu 7. Cho đường tròn có chu vi bằng 8π cm bán kính đường tròn đã cho bằng

- A. 4cm B. 2cm C. 6cm D. 8cm

Câu 8. Cho hình nón có bán kính bằng 3 cm chiều cao bằng 4cm diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $24\pi \text{ cm}^2$ B. $12\pi \text{ cm}^2$ C. $20\pi \text{ cm}^2$ D. $15\pi \text{ cm}^2$

Phần 2: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$ (với $x > 0$ và $x \neq 1$)

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm các giá trị của x sao cho $3P = 1 + x$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - x + m + 1 = 0$ (m là tham số)

- 1) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- 2) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm các giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. đường tròn tâm E đường kính BH cắt AB tại M (M khác B), đường tròn tâm F đường kính HC cắt AC tại N (N khác C)

- 1) Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và $AN \cdot AC = MN^2$
- 2) Gọi I là trung điểm của EF, O là giao điểm của AH và MN. Chứng minh IO vuông góc với đường thẳng MN
- 3) Chứng minh $4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2$

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Phần 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	C	D	B	A	A	D

Phần 2: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

1)

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}(x\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(x + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{x - 1} \end{aligned}$$

2) $3P = 1 + x \Leftrightarrow \frac{3}{x - 1} = 1 + x \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (do $x > 0; x \neq 1$)

Câu 2. (1,5 điểm)

1) $\Delta = -4m - 3$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < -\frac{3}{4}$

2) Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$

Cách 1:

$$x_1^2 + x_1 x_2 + 3x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) + 3x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1 + 3x_2 = 7 \quad (\text{do } x_1 + x_2 = 1)$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 \cdot 3 = m + 1 \Leftrightarrow m = -7 \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Cách 2:

$$x_1 + x_2 = 1 \Leftrightarrow x_2 = 1 - x_1. \text{ Do đó:}$$

$$x_1^2 + x_1 x_2 + 3x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1(1 - x_1) + 3(1 - x_1) = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1 - x_1^2 + 3 - 3x_1 = 7$$

$$\Leftrightarrow -2x_1 = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -2$$

Từ đó tìm x_2 rồi tìm m .

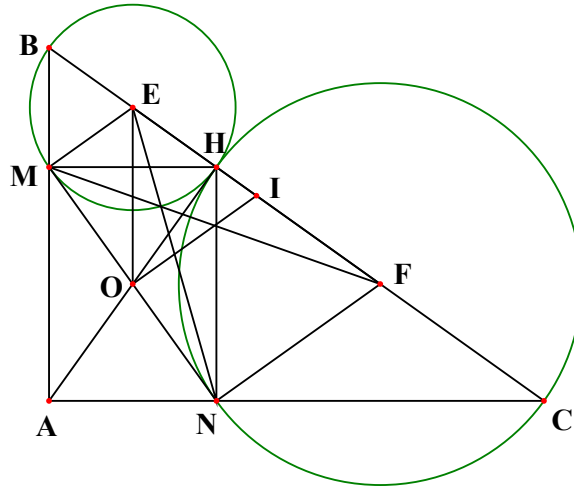
Câu 3. (1,0 điểm)

Điều kiện: $x \neq 0; y \neq -1$

$$\begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ y + 1 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ y + 1 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y + 1 = y(3 - y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y + 1 = y(3 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ (y - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. đường tròn tâm E đường kính BH cắt AB tại M (M khác B), đường tròn tâm F đường kính HC cắt AC tại N (N khác C)



1) Ta có: $\widehat{BMH} = \widehat{HNC} = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow HM \perp AB, HN \perp AC$

Áp dụng hệ thức lượng vào các tam giác vuông AHB và AHC, có:
 $AH^2 = AM \cdot AB$ và $AH^2 = AN \cdot AC$

$\Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$

Mặt khác, tứ giác AMHN có ba góc vuông nên là hình chữ nhật

$\Rightarrow AH = MN$

$\Rightarrow AN \cdot AC = MN^2$.

2) Tứ giác AMHN là hình chữ nhật, có O là giao điểm của AH và MN

$\Rightarrow O$ là trung điểm của AH và MN

Dễ thấy $\triangle EMO = \triangle EHO$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{EMO} = \widehat{EHO} = 90^\circ$

$\Rightarrow EM \perp MN$

Chứng minh tương tự được $FN \perp MN$

$\Rightarrow ME \parallel NF \Rightarrow MEFN$ là hình thang vuông

Lại có OI là đường trung bình của hình thang vuông MEFN

$\Rightarrow OI \perp MN$

3) Đặt $MN = AH = h$; x, y lần lượt là bán kính của (E) và (F). Ta có:

$$4(EN^2 + FM^2) = 4[(ME^2 + MN^2) + (ME^2 + MN^2)] = 4(x^2 + y^2 + 2h^2)$$

$$\begin{aligned} BC^2 + 6AH^2 &= (HB + HC)^2 + 6h^2 = HB^2 + HC^2 + 2 \cdot HB \cdot HC + 6h^2 \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 2h^2 + 6h^2 = 4(x^2 + y^2 + 2h^2) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } 4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2.$$

Câu 5. (1,0 điểm)Điều kiện: $x \geq 6$ *Cách 1: Lời giải của thầy Nguyễn Minh Sang:*

$$\sqrt{5x^2 + 4x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 4x + 25x - 10x\sqrt{5x+4} = x^2 - 3x - 18$$

$$\Leftrightarrow 6(5x+4) - 10x\sqrt{5x+4} + 4x^2 + 2x - 6 = 0$$

Đặt $\sqrt{5x+4} = t$, phương trình trên trở thành:

$$6t^2 - 10xt + 4x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$\Delta' = 25x^2 - 6(4x^2 + 2x - 6) = (x-6)^2 \geq 0$$

$$\begin{cases} t = \frac{5x + |x-6|}{6} \\ t = \frac{5x - |x-6|}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x-1 \\ t = \frac{2x+3}{3} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = x-1 \Leftrightarrow x-1 = \sqrt{5x+4} \Leftrightarrow x^2 - 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \text{ (do } x \geq 6)$$

$$\text{Với } t = \frac{2x+3}{3} \Leftrightarrow 2x+3 = 3\sqrt{5x+4} \Leftrightarrow 4x^2 - 33x - 27 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (do } x \geq 6)$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{7 + \sqrt{61}}{2}; 9 \right\}.$$

Cách 2: Lời giải của thầy Nguyễn Văn Thảo:

$$\sqrt{5x^2 + 4x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 4x = x^2 + 22x - 18 + 10\sqrt{x(x^2 - 3x - 18)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 9 = 5\sqrt{x(x-6)(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x) + 3(x+3) = 5\sqrt{(x^2 - 6x)(x+3)}$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} a = \sqrt{x^2 - 6x} \\ b = \sqrt{x+3} \end{cases} \quad (a \geq 0; b \geq 3) \text{ ta có phương trình:}$$

$$2a^2 + 3b^2 = 5ab \Leftrightarrow (a-b)(2a-3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2a = 3b \end{cases}$$

$$1) a = b \Leftrightarrow x^2 - 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \text{ (TM)} \\ x = \frac{7 - \sqrt{61}}{2} \text{ (KTM)} \end{cases}$$

$$2) 2a = 3b \Leftrightarrow 4x^2 - 33x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \text{ (tm)} \\ x = \frac{-3}{4} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình có tập nghiệm: } S = \left\{ 9; \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \right\}.$$