SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: *09 tháng 6 năm 2017*
Thời gian làm bài: *120 phút*

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \dfrac{3}{\sqrt{x}+5} + \dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \ge 0, x \ne 25$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh rằng $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B.\left|x-4\right|$.

Bài II *(2,0 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = mx + 5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $\left|x_1\right| > \left|x_2\right|$.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.

1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$.

3) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

4) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của *đường tròn* (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài V *(0,5 điểm)*

Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \ge 1, b \ge 1, c \ge 1$ và $ab + bc + ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

....................Hết....................

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 1 : Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 2 :

Nguyễn Chiến - Hồng Quân

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \dfrac{3}{\sqrt{x}+5} + \dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh rằng $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B.\left|x-4\right|$.

Hướng dẫn giải

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

Khi $x = 9$ ta có $A = \dfrac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5} = \dfrac{3+2}{3-5} = -\dfrac{5}{2}$

2) Chứng minh rằng $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

Với $x \geq 0, x \neq 25$ thì $B = \dfrac{3}{\sqrt{x}+5} + \dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-15}$

$$= \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$= \frac{3\left(\sqrt{x}-5\right)+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$= \frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-5}$$ *(điều phải chứng minh)*

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B.\left|x-4\right|$.

Với $x \geq 0, x \neq 25$ Ta có: $A = B.\left|x-4\right|$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} = \frac{1}{\sqrt{x}-5}.\left|x-4\right|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+2 = \left|x-4\right| \quad (*)$$

Nếu $x \geq 4, x \neq 25$ thì $(*)$ trở thành : $\sqrt{x}+2 = x-4$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right) = 0$$

Do $\sqrt{x}+2 > 0$ nên $\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn)

Nếu $0 \leq x < 4$ thì $(*)$ trở thành : $\sqrt{x}+2 = 4-x$

$$\Leftrightarrow x+\sqrt{x}-2=0$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)=0$$

Do $\sqrt{x}+2>0$ nên $\sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy có hai giá trị $x=1$ và $x=9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài II *(2,0 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h). Điều kiện $x>0$

Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên vận tốc ô tô là $x+10$ (km/h).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\dfrac{120}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\dfrac{120}{x+10}$ (h)

Xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút $=\dfrac{3}{5}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+10}=\frac{3}{5}$$
$$\Leftrightarrow 120.5.\left(x+10\right)-120.5.x=3x.\left(x+10\right)$$
$$\Leftrightarrow 3x^2+30x-6000=0$$
$$\Leftrightarrow \left(x+50\right)\left(x-40\right)=0$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-50 \\ x=40 \end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện đầu bài ta được $x=40$.

Vậy vận tốc của xe máy là 40 (km/h), vận tốc của ô tô là 50 (km/h).

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5 \\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\left(d\right): y=mx+5$.

a) Chứng minh đường thẳng $\left(d\right)$ luôn đi qua điểm $A\left(0;5\right)$ với mọi giá trị của m.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $\left(d\right)$ cắt parabol $\left(P\right): y=x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1<x_2$) sao cho $\left|x_1\right|>\left|x_2\right|$.

Hướng dẫn giải

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5 \\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$.

Điều kiện: $x\ge 0$; $y\ge 1$

Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \sqrt{y-1} \end{cases}$. Điều kiện $a;b \geq 0$. Khi đó hệ phương trình ban đầu trở thành

$$\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ 4(5-2b) - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ 20 - 8b - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ -9b = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Do đó $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (1;5)$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = mx + 5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m.

Thay tọa độ điểm $A(0;5)$ vào phương trình đường thẳng $(d): y = mx + 5$ ta được:

$5 = m.0 + 5$ luôn đúng với mọi giá trị của tham số m nên đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A với mọi giá trị của m.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0.$$

Ta có tích hệ số $ac = -5 < 0$ nên phương trình hoành độ giao điểm luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m hay thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$

Ta có $|x_1| > |x_2| \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2 \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 > 0 \Rightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) > 0$

Theo giả thiết: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$ do đó $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài IV *(3,5 điểm)*

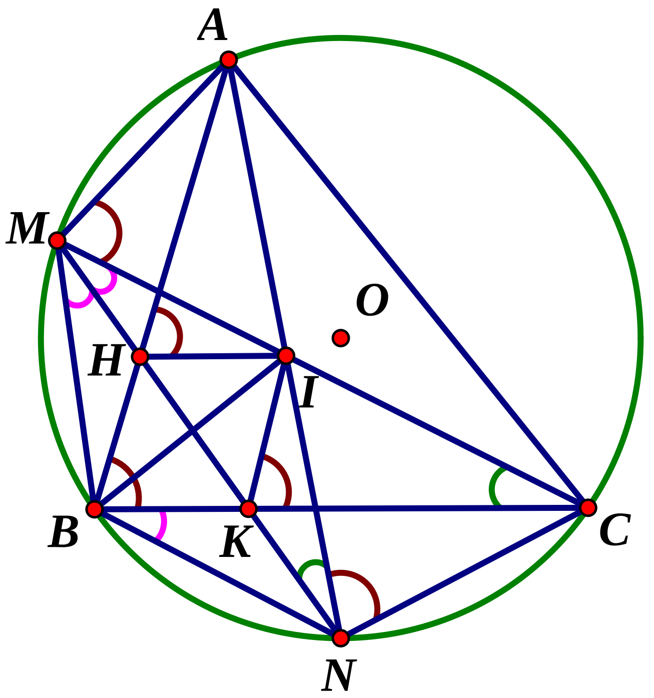
Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.

1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$.

3) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

4) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của *đường tròn* (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.



Hướng dẫn giải

1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

Ta có M là điểm chính giữa cung AB $\Rightarrow AM = BM$ $\Rightarrow MNA = MCB$

$\Rightarrow KNI = ICK$. Tứ giác $CNKI$ có C và N là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh KI dưới góc bằng nhau nên $CNKI$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

Do đó bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$.

Ta có N là điểm chính giữa cung BC $\Rightarrow BN = CN$ $\Rightarrow BMN = CMN$ (góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)

Mà $CBN = CMN$ (góc nội tiếp chắn cùng chắn cung CN)

$CBN = BMN$ (cùng bằng góc CMN) $\Rightarrow KBN = BMN$

Xét ΔKBN và ΔBMN có :

N chung

$KBN = BMN$

$\Rightarrow \Delta KBN \backsim \Delta BMN \Rightarrow \dfrac{KN}{BN} = \dfrac{BN}{MN} \Rightarrow NB^2 = NK.NM$ (điều phải chứng minh).

3) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

Ta có $ABC = ANC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Mà $AMC = AHI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung IC)

$\Rightarrow ABC = IKC$ Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên $HB // IK$ (1)

+ Chứng minh tương tự phần 1 ta có tứ giác $AMHI$ nội tiếp

$ANC = IKC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AI)

Ta có $ABC = AMC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

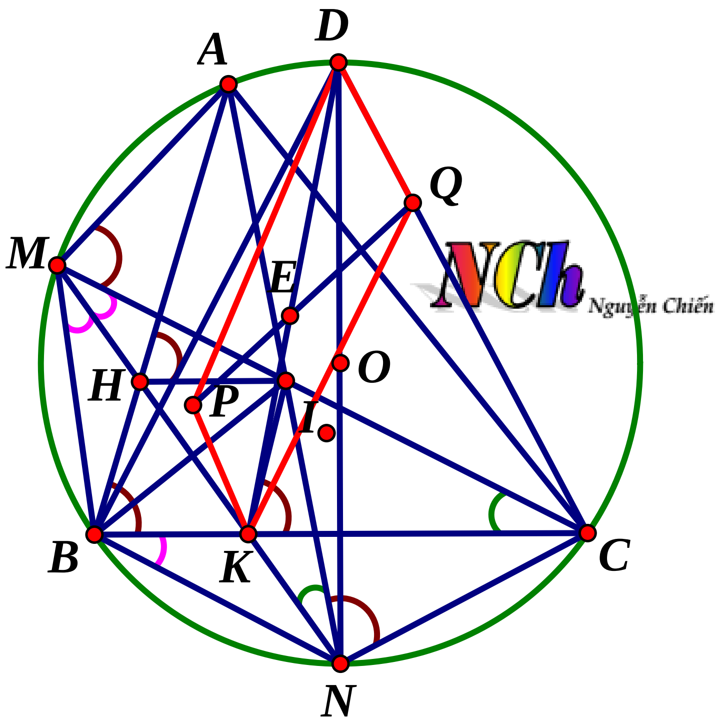
$\Rightarrow ABC = AHI$ Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên $BK // HI$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BHIK$ là hình bình hành.

Mặt khác AN, CM lần lượt là các tia phân giác của các góc A và C trong tam giác ABC nên I là giao điểm 3 đường phân giác, do đó BI là tia phân giác góc B

Vậy tứ giác $BHIK$ là hình thoi (dấu hiệu nhận biết hình thoi).

4) Gọi P,Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của *đường tròn* (O). Chứng minh ba điểm D,E,K thẳng hàng.



Vì N là điểm chính giữa cung nhỏ BC nên DN là trung trực của BC nên DN là phân giác BDC

Ta có $KQC = 2KMC$ (góc nọi tiếp bằng nửa góc ở tâm trong dường tròn Q)

$NDC = KMC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NC)

Mà $BDC = 2NDC \Rightarrow KQC = BDC$

Xét tam giác ΔBDC ΔKQC là các các tam giác vuông tại D và Q có hai góc ở

$\Rightarrow BCD = BCQ$ do vậy D,Q,C thẳng hàng nên $KQ//PD$

Chứng minh tương tự ta có ta có D,P,B thẳng hàng và $DQ//PK$

Do đó tứ giác $PDQK$ là hình bình hành nên E là trung điểm của PQ cũng là trung điểm của DK. Vậy D,E,K thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Bài V *(0,5 điểm)*

Cho các số thực a,b,c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương ta có:

$a^2 + b^2 \geq 2ab$, $b^2 + c^2 \geq 2bc$, $c^2 + a^2 \geq 2ca$.

Do đó: $2\left(a^2 + b^2 + c^2\right) \geq 2(ab + bc + ca) = 2.9 = 18 \Rightarrow 2P \geq 18 \Rightarrow P \geq 9$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \sqrt{3}$. Vậy $MinP = 9$ khi $a = b = c = \sqrt{3}$

Vì $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$ nên $(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab - a - b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow ab + 1 \geq a + b$

Tương tự ta có $bc + 1 \geq b + c$, $ca + 1 \geq c + a$

Do đó $ab + bc + ca + 3 \geq 2(a + b + c) \Leftrightarrow a + b + c \leq \dfrac{9+3}{2} = 6$

Mà $P = a^2 + b^2 + c^2 = \ a + b + c^{\ 2} - 2\ ab + bc + ca \ = \ a + b + c^{\ 2} - 18$

$\Rightarrow P \leq 36 - 18 = 18$. Dấu bằng xảy ra khi : $\begin{cases} a = 4; b = c = 1 \\ b = 4; a = c = 1 \\ c = 4; a = b = 1 \end{cases}$

Vậy $MaxP = 18$ khi : $\begin{cases} a = 4; b = c = 1 \\ b = 4; a = c = 1 \\ c = 4; a = b = 1 \end{cases}$

-----Hết-----