

Câu 1 (2.0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{16} - \sqrt{9}.$$

$$B = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}.$$

2. Cho biểu thức: $V = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức V .

b) Tìm giá trị của x để $V = \frac{1}{3}$.

Câu 2 (2.0 điểm)

1. Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 1$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .

b) Viết phương trình của đường thẳng (d_1) song song với (d) và đi qua điểm $A(-1; 2)$.

2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Câu 3 (2.5 điểm)

1. Cho phương trình: $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$A = |2x_1x_2 - x_1 - x_2 - 4| \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

2. Cho vườn hoa hình chữ nhật có diện tích bằng $91m^2$ và chiều dài lớn hơn chiều rộng là $6m$. Tìm chu vi của vườn hoa.

Câu 4 (1.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 4cm, CH = 9cm$.

a) Tính độ dài đường cao AH và \widehat{ABC} của tam giác ABC .

b) Vẽ đường trung tuyến AM , ($M \in BC$) của tam giác ABC . Tính AM và diện tích của tam giác AHM .

Câu 5 (2.5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O) với A là tiếp điểm. Qua điểm C thuộc tia Ax , vẽ đường thẳng cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa C và E ; D và E nằm về hai phía của đường thẳng AB). Từ O vẽ OH vuông góc với đoạn thẳng DE tại H .

a) Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AC.AE = AD.CE$.

c) Đường thẳng CO cắt tia BD , tia BE lần lượt tại M và N . Chứng minh $AM \parallel BN$.

Hết.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: SBD:

Họ và tên giám thị 1: chữ kí:

Họ và tên giám thị 2: chữ kí:

HƯỚNG DẪN CÂU KHÓ ĐỀ TOÁN CHUNG 2017-2018

GV: Phạm Văn Quý – 0943.911.606 – phamvanquycqt@gmail.com

Câu 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình: $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ (1), với m là tham số.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $A = |2x_1x_2 - x_1 - x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

• Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(m^2 - 2) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m + 2) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \geq 0 \\ m + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases} \quad (l) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \leq 0 \\ m + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq -2 \end{cases} \quad (n) \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

• Theo định lý **Viet** ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2 - 2}{2} \end{cases}$$

• Ta có $A = \left| 2 \cdot \frac{m^2 - 2}{2} - m - 4 \right| = |m^2 - m - 6| = \left| \left(m^2 - m + \frac{1}{4} \right) - \frac{25}{4} \right| = \left| \left(m - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \right|$

Vì $-2 \leq m \leq 2 \Rightarrow -\frac{5}{2} \leq m - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0 \leq \left(m - \frac{1}{2} \right)^2 \leq \frac{25}{4} \Rightarrow -\frac{25}{4} \leq \left(m - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \leq 0$

$\Rightarrow 0 \leq \left| \left(m - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \right| \leq \frac{25}{4} \Rightarrow 0 \leq A \leq \frac{25}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi $m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa điều kiện).

• Vậy giá trị lớn nhất của A là $\frac{25}{4}$, đạt được khi $m = \frac{1}{2}$.

Câu 5 (2.5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O) với A là tiếp điểm. Qua điểm C thuộc tia Ax , vẽ đường thẳng cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa C và E ; D và E nằm về hai phía của đường thẳng AB). Từ O vẽ OH vuông góc với đoạn thẳng DE tại H .

a) Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp.

Xét tứ giác $AOHC$ theo giả thiết ta có $\widehat{OAC} = \widehat{OHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{OAC} + \widehat{OHC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AOHC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AC \cdot AE = AD \cdot CE$.

Xét $\triangle CAD$ và $\triangle CEA$ có \widehat{C} là góc chung và $\widehat{CAD} = \widehat{CEA}$ (cùng bằng nửa số

đo cung \widehat{AD}) $\Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle CEA (g - g) \Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow AC \cdot AE = AD \cdot CE$.

c) Đường thẳng CO cắt tia BD , tia BE lần lượt tại M và N . Chứng minh $AM \parallel BN$.

• Qua E kẻ đường thẳng song song với OC cắt BA, BD lần lượt tại I và F . Ta có $\widehat{IEH} = \widehat{HCO} (slt)$, mà tứ giác

$AOHC$ nội tiếp $\widehat{HCO} = \widehat{HAO} \Rightarrow \widehat{IEH} = \widehat{HAO} \Rightarrow HAEI$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IAE} = \widehat{IHE}$, mà $\widehat{IAE} = \widehat{BDE} \Rightarrow \widehat{IHE} = \widehat{BDE}$ mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow IH \parallel DF$.

• Xét tam giác EFD có $IH \parallel DF$ và H là trung điểm của DE nên IH là đường trung bình của tam giác $EFD \Rightarrow I$ là trung điểm của EF .

Áp dụng định lý Talet cho các tam giác BOM và BON có:
$$\begin{cases} \frac{IF}{OM} = \frac{BI}{BO} \\ \frac{IE}{ON} = \frac{BI}{BO} \end{cases} \Rightarrow \frac{IF}{OM} = \frac{IE}{ON} \text{ mà } IE = IF \text{ nên } OM = ON.$$

• Xét tứ giác $AMBN$ có $OA = OB$ và $OM = ON$ nên $ANBN$ là hình bình hành $\Rightarrow AM \parallel BN$ (đpcm).

Hết

