

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2017-2018

BÌNH ĐỊNH

Đề chính thức

Môn thi: Toán

Ngày thi: 14/6/2017 Thời gian làm bài: 120'

Bài 1: (1,5 điểm). Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$ Với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức $T = A - B$

c) Tìm x để T là số nguyên

Bài 2: (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$

a) Giải phương trình khi $m=0$.

b) Tìm m để pt có hai nghiệm $x_1; x_2$ trái dấu và thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$

Bài 3: (2,0 điểm)

Một đám đất hình chữ nhật có chu vi là 24m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2m và giảm độ dài cạnh còn lại 1m thì diện tích đám đất sẽ tăng thêm $1m^2$. Tính độ dài các cạnh ban đầu của đám đất.

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O. M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên các đường thẳng BC, CA, AB. CMR:

a) Bốn điểm M, D, B, F thuộc một đường tròn và Bốn điểm M, D, E, C thuộc một đường tròn.

b) Ba điểm D, E, F thẳng hàng

c) $\frac{BC}{MD} = \frac{CA}{ME} + \frac{AB}{MF}$

Bài 5 (1,0 điểm). Cho các số thực $a, b, c > 0$ CMR: $\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq a^3 + b^3 + c^3$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: (1,5 điểm). Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$ Với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

$$\text{Khi } x=9 \text{ (TMĐK) thì } A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}-2} = \frac{3}{3-2} = 3$$

b) Rút gọn biểu thức $T = A - B$: Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có

$$T = A - B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - 2(\sqrt{x}-2) - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4 - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$$

c) Tìm x để T là số nguyên: Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có: $T = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{(\sqrt{x}+2)-4}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2}$

$$\text{Vì } x \geq 2; x \neq 4 \Rightarrow T \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z} \text{ mà } \sqrt{x}+2 \geq 2 \Rightarrow 0 < \frac{4}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{4}{2} = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+2} \in \{1; 2\}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x+2}} = 1 \\ \frac{4}{\sqrt{x+2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 4 \\ 2(\sqrt{x+2}) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ \sqrt{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ (KTMDK)} \\ x = 0 \text{ (TMDK)} \end{cases} \text{ Vậy } x=0 \text{ thì T là số nguyên.}$$

Bài 2: (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi $m=0$.

Khi $m=0$, ta được phương trình: $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Vậy khi $m=0$ phương trình có hai nghiệm $x_1 = -3$ và $x_2 = 3$

b) Tìm m để pt có hai nghiệm $x_1; x_2$ trái dấu và thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$

pt(1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow -6m - 9 < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$

Với $m > -\frac{3}{2}$ thì pt(1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ trái dấu, theo hệ thức Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -6m - 9 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 13 \Leftrightarrow (2m)^2 - 2(-6m - 9) = 13 \Leftrightarrow 4m^2 + 12m + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m+1)(2m+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 = 0 \\ 2m+5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \text{ (TMDK)} \\ m = -\frac{5}{2} \text{ (KTMDK)} \end{cases}$$

Vậy với $m = -\frac{1}{2}$ thì pt có hai nghiệm $x_1; x_2$ trái dấu và thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$

Bài 3: (2,0 điểm)

Một đám đất hình chữ nhật có chu vi là 24m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2m và giảm độ dài cạnh còn lại 1m thì diện tích đám đất sẽ tăng thêm $1m^2$. Tính độ dài các cạnh ban đầu của đám đất.

Gọi độ dài hai cạnh của hình chữ nhật là x (m) và y (m)

ĐK: $0 < x < 12; 0 < y < 12$

Nửa chu vi hình chữ nhật bằng $\frac{24}{2} = 12(m)$ nên ta có pt: $x+y=12$ (1)

Diện tích hình chữ nhật bằng xy (m^2)

Khi tăng độ dài một cạnh lên 2m và giảm độ dài cạnh còn lại 1m thì diện tích đám đất sẽ tăng thêm $1m^2$ nên ta có phương trình $(x+2)(y-1)=xy+1 \Leftrightarrow -x+2y=3$ (2)

Từ (1) và (2) ta được hệ pt:

$$\begin{cases} x+y=12 \\ -x+2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=15 \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ x+5=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ x=7 \end{cases} \text{ (TMDK)}$$

Vậy độ dài các cạnh ban đầu của đám đất là 5m và 7m

Bài 4: (4,0 điểm)

a) Bốn điểm M,D,B,F thuộc một đường tròn và Bốn điểm M,D,E,C thuộc một đường tròn.

Ta có $\angle MFB = \angle MDB = 90^\circ \Rightarrow F, D$ cùng thuộc đường tròn đường kính BM \Rightarrow Bốn điểm M,D,B,F thuộc đường tròn đường kính BM.

$\angle MDC = \angle MEC = 90^\circ \Rightarrow E, D$ cùng thuộc đường tròn đường kính CM \Rightarrow Bốn điểm M,D,E,C thuộc đường tròn đường kính CM.

b) Ba điểm D,E,F thẳng hàng

$$MDE + ACM = 180^\circ \text{ (Vì tứ giác MDEC nội tiếp)}$$

$$MBA + ACM = 180^\circ \text{ (Vì tứ giác ABMC nội tiếp đường tròn (O))}$$

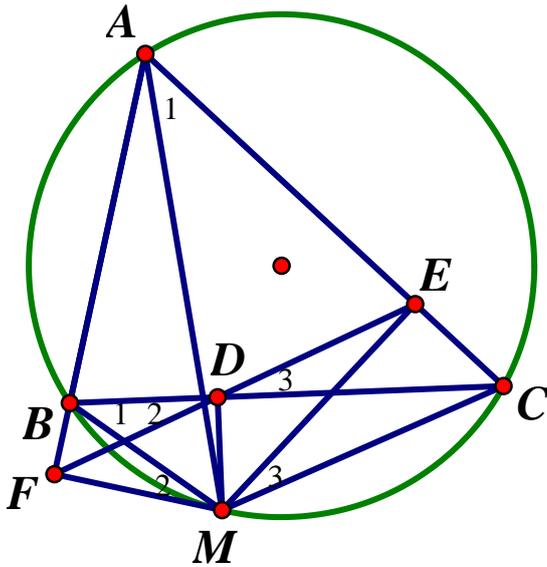
$$\text{Suy ra } MBA = MDE \text{ (1)}$$

Ta có: $MBF = MDF$ (góc nội tiếp cùng chắn cung FM) (2)

$$MBA + MBF = 180^\circ \text{ (kề bù) (3)}$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $MDE + MDF = 180^\circ \Rightarrow$ Ba điểm E,D,F thẳng hàng.

$$\text{c) } \frac{BC}{MD} = \frac{CA}{ME} + \frac{AB}{MF}$$



Xét $\triangle MDB; \triangle MEA$ có: $MDB = MEA = 90^\circ$; $A_1 = B_1$ (Góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

$$\Rightarrow \triangle MDB \sim \triangle MEA (g.g) \Rightarrow \frac{DB}{MD} = \frac{AE}{ME} \text{ (4)}$$

$$\text{Tương tự: } \triangle MDC \sim \triangle MFA (g.g) \Rightarrow \frac{DC}{MD} = \frac{AF}{MF} \text{ (5)}$$

Ta có: $M_2 = D_2$ (góc nt cùng chắn cung BF); $D_2 = D_3$ (đối đỉnh); $D_3 = M_3$ (góc nt cùng chắn cung EC)

Suy ra $M_2 = M_3$.

$$\text{Xét } \triangle MFB; \triangle MEC \text{ có: } MFB = MEC = 90^\circ; M_2 = M_3 \Rightarrow \triangle MFB \sim \triangle MEC (g.g) \Rightarrow \frac{BF}{MF} = \frac{CE}{ME} \text{ (6)}$$

Từ (4), (5) và (6) suy ra

$$\frac{BC}{MD} = \frac{BD}{MD} + \frac{CD}{MD} = \frac{AE}{ME} + \frac{AF}{MF} = \left(\frac{AE}{ME} + \frac{CE}{ME} \right) + \left(\frac{AF}{MF} - \frac{BF}{MF} \right) = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$$

Bài 5 (1,0 điểm).

Với mọi x, y, z, a, b, c dương, ta dễ dàng chứng minh các BĐT phụ: $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$

và $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \geq 0$. Vận dụng các BĐT trên:

$$\text{Ta có: } VT = \frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} = \frac{a^6}{abc} + \frac{b^6}{abc} + \frac{c^6}{abc} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)^2}{3abc} = \frac{(a^3 + b^3 + c^3)}{3abc} \cdot (a^3 + b^3 + c^3) \text{ (1)}$$

$$\text{Mà: } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \geq 0 \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc \Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc} \geq 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} = \frac{a^6}{abc} + \frac{b^6}{abc} + \frac{c^6}{abc} \geq a^3 + b^3 + c^3$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z > 0$.

**Nhận xét:* Đề thi hơi khó so với các năm trước.

Câu 1c: Nhiều người quen với việc nhận xét:

$$T \in Z \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x+2}} \in Z \Leftrightarrow \sqrt{x+2} \in U(4) = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\} \text{ loại các giá trị âm rồi giải là sai.}$$

Vì đề bài không cho x nguyên.

Câu 3: HS lúng túng ở việc chọn lập hệ pt hay pt, cách nào vẫn giải được, tuy nhiên nhiều học sinh lúng túng.

Câu 4c: Quá khó đối với học sinh, nên dùng cho chuyên.

Câu 5: Với học sinh thi chuyên toán thì phát hiện được nhiều cách giải nhưng với HS thi chuyển cấp thì đây là bài quá khó.