

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I (2,0 điểm).

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} + 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18}$.
2. Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2;3)$.

Câu II (3,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 3}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$ và $x \neq \frac{1}{4}$).

Tìm tất cả các giá trị của x để $B < 0$.

3. Cho phương trình $x^2 - (2m + 5)x + 2m + 1 = 0$ (1), với x là ẩn, m là tham số.

a. Giải phương trình (1) khi $m = -\frac{1}{2}$.

b. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = \left| \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III (1,5 điểm).

Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp 9A và 9B ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Câu IV (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (C) tâm O bán kính R . Hai đường cao AE và BK của tam giác ABC cắt nhau tại H (với E thuộc BC , K thuộc AC).

1. Chứng minh tứ giác $ABEK$ nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh $CE \cdot CB = CK \cdot CA$.

3. Chứng minh $\widehat{OCA} = \widehat{BAE}$.

4. Cho B, C cố định và A di động trên (C) nhưng vẫn thoả mãn điều kiện tam giác ABC nhọn; khi đó H thuộc một đường tròn (T) cố định. Xác định tâm I và tính bán kính r của đường tròn (T) , biết $R = 3 \text{ cm}$.

Câu V (0,5 điểm).

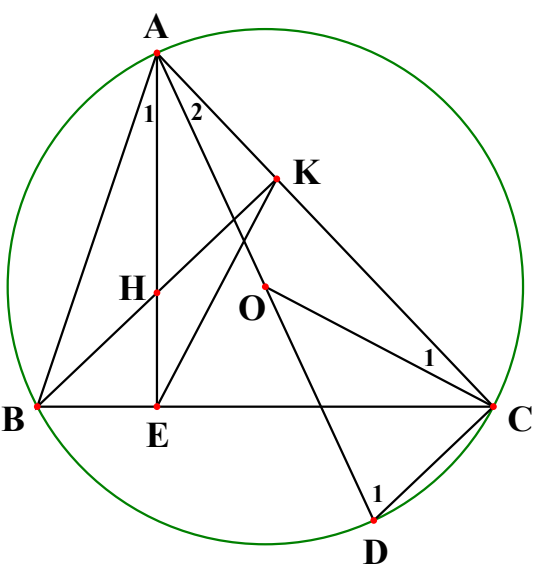
Cho hai số thực dương a, b thoả mãn $2a + 3b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

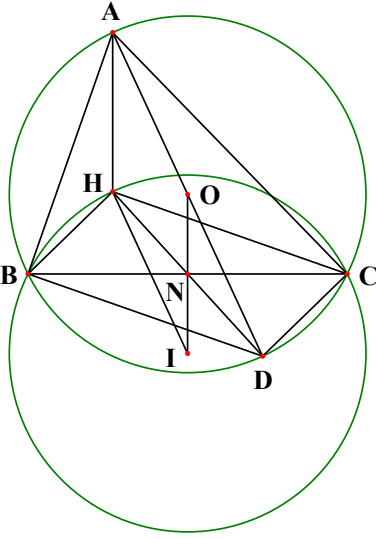
$$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b.$$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I (2,0đ)	1)	$A = \sqrt{25} + 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} = 5 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 5$ Vậy $A = 5$.	1.0
	2)	Vì đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2; 3)$ nên ta có: $2.2 + m = 3 \Leftrightarrow m = -1$ Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.	1.0
Câu II (3,0đ)	1)	$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 3y = 30 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3.3 + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3; 1)$.	0.75
	2)	Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq \frac{1}{4}$, ta có: $B = \left(\frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 3}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1}$ $= \left[\frac{\sqrt{x}(x + \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(2\sqrt{x} - 1)}$ $= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} - 1}$ $= \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} - 1}$ $= \frac{2\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x} - 1}$ $B < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x} - 1} < 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 < 0 \text{ (do } 2\sqrt{x} + 3 > 0)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{4}$ Vậy với $0 \leq x < \frac{1}{4}$ thì $B < 0$.	1.0
	3a)	Phương trình $x^2 - (2m + 5)x + 2m + 1 = 0$ (1) Khi $m = -\frac{1}{2}$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ Vậy khi $m = -\frac{1}{2}$ thì phương trình (1) có tập nghiệm $S = \{0; 4\}$.	0.5

	<p> $\Delta = (2m + 5)^2 - 4(2m + 1) = 4m^2 + 12m + 21 = (2m + 3)^2 + 12 > 0 \forall m$ \Rightarrow Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 5 \\ x_1 x_2 = 2m + 1 \end{cases}$ Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm dương là: $\begin{cases} 2m + 5 > 0 \\ 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ Ta có: 3b) $P^2 = (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = (x_1 + x_2) - 2\sqrt{x_1 x_2}$ $= 2m + 5 - 2\sqrt{2m + 1} = (2m + 1 - 2\sqrt{2m + 1} + 1) + 3$ $= (\sqrt{2m + 1} - 1)^2 + 3 \geq 3$ $\Rightarrow P \geq \sqrt{3}$ (do $P > 0$) Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{2m + 1} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2m + 1} = 1 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm. Khi đó $\min P = \sqrt{3}$. </p>	0.75
<p> Câu III (1,5đ) </p>	<p> Gọi số học sinh của lớp 9A, 9B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$). \Rightarrow Lớp 9A ủng hộ $6x$ quyển sách giáo khoa và $3x$ quyển sách tham khảo, lớp 9B ủng hộ $5y$ quyển sách giáo khoa và $4y$ quyển sách tham khảo. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 9x + 9y = 738 \\ (6x + 5y) - (3x + 4y) = 166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + y = 166 \end{cases}$ Giải hệ được: $\begin{cases} x = 42 \\ y = 40 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy lớp 9A có 42 học sinh, lớp 9B có 40 học sinh. </p>	1.5
<p> Câu IV (3,0đ) </p>		0.25

	<p>Tứ giác ABEK có:</p> <p>$\widehat{AEB} = 90^\circ$ ($AE \perp BC$)</p> <p>1) $\widehat{AKB} = 90^\circ$ ($BK \perp AC$)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AEB} + \widehat{AKB} = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow$ Tứ giác ABEK nội tiếp</p>	0.5	
	<p>ΔCEA và ΔCKB có:</p> <p>\widehat{ACB} chung ; $\widehat{CEA} = \widehat{CKB} = 90^\circ$</p> <p>2) $\Rightarrow \Delta CEA \simeq \Delta CKB$ (g.g)</p> <p>$\Rightarrow \frac{CE}{CK} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow CE.CB = CK.CA$</p>	0.5	
	<p>Vẽ đường kính AD của (O).</p> <p>ΔABE vuông tại E nên $\widehat{A_1} + \widehat{ABC} = 90^\circ$</p> <p>Mà $\widehat{ABC} = \widehat{D_1}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O))</p> <p>$\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{D_1} = 90^\circ$ (1)</p> <p>ΔACD có $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>3) $\Rightarrow \widehat{A_2} + \widehat{D_1} = 90^\circ$</p> <p>Mặt khác, $\widehat{A_2} = \widehat{C_1}$ (ΔOAC cân tại O)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{C_1} + \widehat{D_1} = 90^\circ$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{C_1}$</p> <p>Nhận xét: Nếu vẽ đường kính CD thì chứng minh nhanh hơn nhưng không tiện cho phần 4.</p>	0.75	
	<p>Gọi I là điểm đối xứng với O qua BC,</p> <p>OI cắt BC tại N</p> <p>\Rightarrow N là trung điểm của OI, BC và các điểm I, N cố định.</p> <p>Ta thấy $BH \parallel CD$ (cùng $\perp AC$)</p> <p>Tương tự: $CH \parallel BD$</p> <p>\Rightarrow Tứ giác BHCD là hình bình hành</p> <p>\Rightarrow N là trung điểm của BC thì N cũng là trung điểm của HD</p> <p>4) ΔAHD có ON là đường trung bình</p> <p>$\Rightarrow AH = 2ON$</p> <p>$\Rightarrow AH = OI (= 2ON)$</p> <p>Lại có $AH \parallel OI$ (cùng $\perp BC$)</p> <p>\Rightarrow Tứ giác AHIO là hình bình hành</p> <p>$\Rightarrow IH = OA = R = 3$ (cm)</p> <p>\Rightarrow H thuộc đường tròn (I; 3cm) cố định.</p> <p>Nhận xét: Nếu cố định điểm A, cạnh BC di động nhưng có độ dài không đổi thì AH không đổi, do đó H di chuyển trên (A; R') cố định, với R' bằng 2 lần khoảng cách từ O đến BC.</p>		1.0
Câu V (0,5đ)	$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b$ $= \left(\frac{2002}{a} + 8008a \right) + \left(\frac{2017}{b} + 2017b \right) - 2506(2a + 3b)$	0.5	

	<p>Áp dụng bất đẳng thức Cô-si và sử dụng giả thiết $2a + 3b \leq 4$, ta có:</p> $Q \geq 2\sqrt{\frac{2002}{a}} \cdot 8008a + 2\sqrt{\frac{2017}{b}} \cdot 2017b - 2506.4$ $Q \geq 8008 + 4034 - 10024 = 2018$ <p>Dấu “=” xảy ra</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2002}{a} = 8008a \\ \frac{2017}{b} = 2017b \\ 2a + 3b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$ <p>Vậy $\min Q = 2018 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$</p>	
--	---	--

Thầy giáo Nguyễn Mạnh Tuấn
Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương