

Câu 1 (3,0 điểm)

a. Giải phương trình $x^2 - 3x + 1 = \frac{-\sqrt{3}}{3} \sqrt{x^4 + x^2 + 1}$

b. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - |x| = |yz| \\ y^2 - |y| = |zx| \\ z^2 - |z| = |xy| \end{cases}$$

Câu 1 (1,5 điểm)

Với x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

a. Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn $b + d \neq 0$ và $\frac{ac}{b+d} \geq 2$. Chứng minh rằng phương trình $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$ (x là ẩn) luôn có nghiệm.

b. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 - y^2 = xy + 8$

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn tâm O . Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC , I là giao điểm của BO với EF , M là điểm di động trên đoạn CE .

a. Tính số đo góc BIF

b. Gọi H là giao điểm của BM và EF . Chứng minh rằng nếu $AM = AB$ thì tứ giác $ABHI$ là tứ giác nội tiếp

c. Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của (O) , P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của N lên các đường thẳng DE, DF . Xác định vị trí của điểm M để độ dài PQ là lớn nhất