

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán

(Dành cho thí sinh thi chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Cho ba số a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $a^2 + b = b^2 + c = c^2 + a$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = (a + b - 1)(b + c - 1)(c + a - 1).$$

b) Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt

$$x^2 + 3mx + 2m^2 = \frac{x^4 + x^3}{2}.$$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên m sao cho $m^2 + 12$ là số chính phương.

b) Chứng minh rằng trong 11 số nguyên tố phân biệt, lớn hơn 2 bất kỳ luôn chọn được hai số gọi là a, b sao cho $a^2 - b^2$ chia hết cho 60.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $4x^2 + 5 + \sqrt{3x + 1} = 13x$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x} + \sqrt{2y} = 6 \\ \sqrt{2x + 5} + \sqrt{2y + 9} = 8. \end{cases}$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân với $\widehat{BAC} = 120^\circ$, nội tiếp đường tròn (O) . Gọi D là giao điểm của đường thẳng AC với tiếp tuyến của (O) tại B ; E là giao điểm của đường thẳng BO với đường tròn (O) ($E \neq B$); F, I lần lượt là giao điểm của DO với AB, BC ; M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC .

a) Chứng minh rằng tứ giác $ADBN$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng F, N, E thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng các đường thẳng MI, BO, FN đồng quy.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 + z^2 + \frac{9}{2}xyz.$$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.