

ĐỀ CHÍNH THỨC

**Môn: Toán**

(Dành cho thí sinh thi chuyên Tin)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi có 01 trang

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Cho số thực  $x$  thỏa mãn  $x^2 - 2017x + 2 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{x^4 + 4}{x^2}$ .

b) Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Biết rằng phương trình  $f(x) = x$  vô nghiệm.

Chứng minh rằng phương trình sau cũng vô nghiệm

$$a.f^2(x) + b.f(x) + c = x.$$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình  $(x^2 - 1)xy = 5x^2 - 2$ .

b) Cho số  $A = 2017^{2018}$  viết dưới dạng thập phân là  $A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ . Xóa đi chữ số đầu tiên  $a_n$  của  $A$  và cộng thêm chữ số  $a_n$  đó vào số còn lại ta được một số mới

$A_1 = \overline{b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0}$  ( $m \leq n$ ). Sau đó lại xóa đi chữ số đầu tiên  $b_m$  của  $A_1$  rồi cộng thêm chữ số  $b_m$  đó vào số còn lại ta được một số mới  $A_2 = \overline{c_p c_{p-1} \dots c_1 c_0}$  ( $p \leq m$ ). Cứ tiếp tục quá trình như vậy, giả sử đến một bước nào đó ta thu được một số có 10 chữ số. Chứng minh rằng trong 10 chữ số đó có ít nhất 2 chữ số trùng nhau.

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình  $3x^2 + 4 = 3x\sqrt{x^2 + 4}$ .

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 3x + 1 = 0 \\ 4y^2 + xy + 6y + 1 = 0. \end{cases}$$

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  có đường kính  $AB$ ;  $M$  là điểm thuộc đoạn  $AB$  ( $M \neq A; B$ ). Qua  $M$  vẽ đường thẳng  $(d)$  vuông góc với  $AB$ . Trên  $(d)$  lấy điểm  $C$  nằm ngoài  $(O)$ . Vẽ các tiếp tuyến  $CE, CF$  với  $(O)$  ( $E, F$  là tiếp điểm). Gọi  $H, K$  lần lượt là giao điểm của  $CA, CB$  với  $(O)$  ( $H \neq A; K \neq B$ );  $I$  là giao điểm của  $AK$  và  $BH$ .

a) Chứng minh các điểm  $C, M, E, F, O$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh ba điểm  $E, F, I$  thẳng hàng.

c) Xác định vị trí điểm  $C$  để tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  nằm trên đường thẳng  $EF$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho các số dương  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + \frac{1}{xy} = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức: 
$$P = 2 \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \right) - \frac{3}{1+2xy}.$$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.