BỘ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐAI HOC SƯ PHAM HÀ NÔI

CỘNG HOÀ XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Đôc Lâp -Tư Do -Hanh Phúc

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2017
Môn thi: Toán
(Dùng cho mọi thí thi vào trường chuyên)
Thời gian : 120 phút

Câu 1(2 điểm)

Cho biểu thức $P=\dfrac{a^3-a-2b-\dfrac{b^2}{a}}{\left(1-\sqrt{\dfrac{1}{a}+\dfrac{b}{a^2}}\right)\left(a+\sqrt{a+b}\right)}:\left(\dfrac{a^3+a^2+ab+a^2b}{a^2-b^2}+\dfrac{b}{a-b}\right)$ với

$,a,b>0,a\neq b,a+b\neq a^2$. 1.Chứng minh rằng $P=a-b.$

2.Tìm a,b biết $P=1$ & $a^3-b^3=7$

Câu 2(1 điểm) Giả sử x, y là hai số thực phân biệt thỏa mãn $\dfrac{1}{x^2+1}+\dfrac{1}{y^2+1}=\dfrac{2}{xy+1}$

Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{1}{x^2+1}+\dfrac{1}{y^2+1}+\dfrac{2}{xy+1}$

Câu 3(2 điểm)

Cho parabol (P): y = x^2 và đường thẳng (d) : $y=-2ax-4a$ (với a là tham số

1.Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $a=-\dfrac{1}{2}$

2. Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2$ thỏa mãn $|x_1|+|x_2|=3$

Câu 4 (1 điểm)

Anh nam đi xe đạp từ A đến C . Trên quãng đường AB ban đầu (B nằm giữa A và C).Anh Nam đi với vận tốc không đổi a(km/h) và thời gian đi từ A đến B là 1,5 giờ. Trên quãng đường BC còn lại anh Nam đi chậm dần đều với vận tốc tại thời điểm t (tính bằng giờ) kể từ B là $v=-8t+a$ (km/h) .Quãng đường đi được từ B đến thời điểm t đó là $S=-4t^2+at$ .Tính quãng đường AB biết rằng đến C xe dừng hẳn và quãng đường BC dài 16km.

Câu 5 (3 điểm)

Cho đường tròn (O) bán kính R ngoại tiếp tam giác ABC có ba góc nhọn. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại các điểm B ,C cắt nhau tại điểm P. Gọi D, E tương ứng là chân đường các đường vuông góc kẻ từ P xuống các đường thẳng AB và AC và M là trung điểm cạnh BC.

1. Chứng minh $\angle MEP=\angle MDP$
2. Giả sử B, C cố định và A chạy trên (O) sao cho tam giác ABC luôn là tam giác có ba góc nhọn

Chứng minh đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

3. Khi tam giác ABC đều . Hãy tính diện tích tam giác ADE theo R.

Câu 6 (1 điểm) Các số thực không âm $x_1,x_2,x_3,....,x_9$ thỏa mãn

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+....+x_9=10\\ x_1+2x_2+3x_3+....+9x_9=18\end{cases}$$

Chứng minh rằng : $1.19x_1+2.18x_2+3.17x_3+....+9.11x_9\geq 270$

Họ và tên thí sinh:…………………………………Số báo danh:…………………
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Phần hướng dẫn
Vòng 1

Câu 2

$$\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}=\frac{2}{xy+1}\Leftrightarrow\frac{1}{x^2+1}-\frac{1}{xy+1}+\frac{1}{y^2+1}-\frac{1}{xy+1}=0$$

$$\frac{xy-y^2}{(x^2+1)(xy+1)}+\frac{xy-x^2}{(y^2+1)(xy+1)}=0\Rightarrow(xy-y^2)(y^2+1)+(xy-x^2)(x^2+1)=0$$

$$\Leftrightarrow(x-y)^2(xy-1)=0\Leftrightarrow xy=1\,(vi\ \ x\neq y)\Rightarrow S=2$$

Câu 2

a) Phương trình hoành độ (d) và (P) là $x^2+2ax+4a=0\quad \Delta'=a(a-4)>0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a<0\\a>4\end{array}\right.$

b) Với $\left[\begin{array}{l}a<0\\a>4\end{array}\right.$ theo Viét

$$\begin{cases}x_1+x_2=-2a\\x_1x_2=4a\end{cases}$$

$$|x_1|+|x_2|=3\Leftrightarrow(|x_1|+|x_2|)^2=9\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2|x_1x_2|=9$$

$Ta\ co\ \ 4a^2-8a+|8a|=9$

Với a<0 $4a^2-8a+|8a|=9\Leftrightarrow 4a^2-16a-9=0\Rightarrow a=\frac{-1}{2}$

Với a>4 $4a^2-8a+|8a|=9\Leftrightarrow 4a^2=9\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{3}{2}\notin dk\\a=\frac{-3}{2}\notin dk\end{array}\right.$

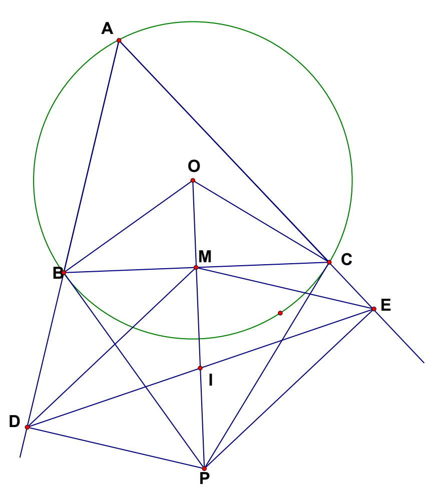
Câu 4

Vì xe đến C dừng hẳn nên thời gian xe đi từ B đến C thỏa mãn $-8t+a=0\Rightarrow t=\frac{a}{8}$ do đó quảng đường BC là

$$S=-4t^2+at=16\Rightarrow-4\left(\frac{a}{8}\right)^2+\frac{a^2}{8}=16\Leftrightarrow a^2=256\Leftrightarrow a=16$$

$S_{AB}=1,5.a=24(km)$

Câu 5



a)Xét hai tứ giác nội tiếp BDPM và CEPM và tam giác MBC cân

$\angle MEP = \angle MBP = \angle MBP = \angle MDP$

b)

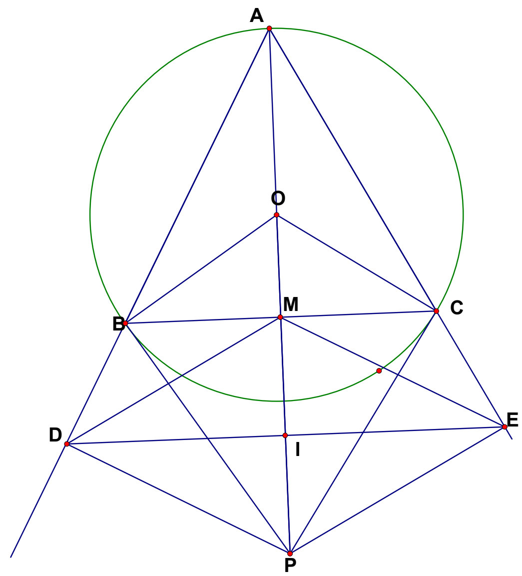
$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^0; \angle CBP + \angle ABC + \angle PBD = 180^0$

$\Rightarrow \angle ACB = \angle PBD = \angle DMP(1); \angle ACB = \angle MPE(2);$ tu(1)(2) $\Rightarrow \angle DMP = \angle MPE \Rightarrow MD//PE$

Tuong tu $ME//DB \Rightarrow tgMEDP$ *la hinh binh hanh* $\Rightarrow IM = IP$

Vậy DE đi qua trung điểm PM

c)



Ta có A; O,M, P thẳng hàng $S_{ADE} = \frac{1}{2}DE.AI$ Tính được

$AB = R\sqrt{3}; OA = R \Rightarrow AM = \frac{3R}{2};\text{AI}=\frac{3R}{2}+\frac{3R}{4}=\frac{9R}{4};\Delta\text{ ABC dd }\Delta ADE \Rightarrow \frac{BC}{DB}=\frac{AM}{AI}=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow DE = \frac{3R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ADE} = \frac{1}{2}.\frac{9R}{4}.\frac{3R\sqrt{3}}{2} = \frac{27R^2\sqrt{3}}{16}$

Câu 6

$9(x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_9) = 90$

$\begin{cases} 9(x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_9) = 90 \\ 10(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + ... + 9x_9) = 180 \end{cases} \Rightarrow 19x_1 + 29x_2 + 39x_3 + ... + 99x_9 = 270$

Mat khac

$1.19x_1 + 2.18x_2 + 3.17x_3 + ... + 9.11x_9 =$

$(19x_1 + 29x_2 + 39x_3 + ... + 99x_9) + (7x_2 + 12x_3 + 15x_4 ... + 7x_8) = 270 + (7x_2 + 12x_3 + 15x_4 ... + 7x_8) \geq 270$

Dau "=" *xay ra* $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_9 = 1 \\ x_2 = x_3 = ... = x_8 = 0 \end{cases}$

GV biên tập và hướng dẫn

Nguyễn Minh Sang;Đinh Văn Hưng

THCS Lâm Thao - Phú Thọ