THCS ARCHIMEDES ACADEMY

ĐỀ THI THỬ LẦN 06

Toán (Năm học 2017-2018)

Ngày thi: 21 – 4 – 2018

Thời gian: 120 phút.

Câu I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức

$$\mathrm{A}=\frac{x+7}{\sqrt{x}} \text{ và } \mathrm{B}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9} \text{ (với } x>0, x\neq 9\text{)}$$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2. Rút gọn biểu thức B.

3. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathrm{P}=\mathrm{A}+\dfrac{1}{\mathrm{B}}$.

Câu II: (2,0 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 260km, sau khi ô tô đi được 120km với vận tốc dự định thì tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô, biết xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút.

Câu III:(2,0 điểm)

1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ x+my=1 \end{cases}$ (m là tham số).

Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất (x, y) sao cho x, y là các số nguyên.

2. Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=-2mx-4m$ (m là tham số)

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .

b) Giả sử x_1, x_2 là hoành độ của A, B. Tìm m để $|x_1|+|x_2|=3$.

<u>**Câu IV:**</u> Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O;R)$, đường kính BC (AB>AC). Từ A kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tia BC tại M. Kẻ dây AD vuông góc với BC tại H.

1) Chứng minh rằng: $AMDO$ nội tiếp.
2) Gỉa sử $\widehat{ABC}=30^0$. Tính diện tích viên phân giới hạn bởi dây AC và cung AC nhỏ theo R.
3) Kẻ AN vuông góc với BD (N thuộc BD), gọi E là trung điểm của AN, F là giao điểm thứ hai của BE với (O), P là giao điểm của AN với BC, Q là giao điểm của AF với BC.

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.
b) Chứng minh $BH^2 = BP.BQ$.

4) Từ F kẻ đường thẳng song song với BC cắt AD và AM lần lượt tại I và K. Chứng minh rằng F là trung điểm IK.

Câu V: (0,5 điểm) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn a ≥ 2; b ≥ 5; c ≥ 5 và $2a^2 + b^2 + c^2 = 69$.

Tính GTNN của P = 12a + 13b + 11c.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1:

1. Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức A ta có:

$$\text{A} = \frac{16+7}{\sqrt{16}} = \frac{23}{4}$$

2. $\text{B} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$

$$\text{B} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\text{B} = \frac{x-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{2x+5\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\text{B} = \frac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} = \sqrt{x}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 9$ thì $\text{B} = \sqrt{x}$.

3. Với $x > 0, x \neq 9$ thì $\text{P} = \text{A} + \dfrac{1}{\text{B}} = \dfrac{x+7}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} = 2\sqrt{x} + \dfrac{7}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{2\sqrt{x}.\dfrac{7}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{14}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2\sqrt{x} = \dfrac{7}{\sqrt{x}} \Rightarrow 2x = 7 \Leftrightarrow x = \dfrac{7}{2}$ (tmđk)

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $2\sqrt{14}$ khi $x = \dfrac{7}{2}$.

Câu II:

Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h, $x>0$)

Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{260}{x}$(h)

Thời gian thực tế ô tô đi trên quãng đường dài 120 km là $\frac{120}{x}$(h)

Thời gian thực tế ô tô đi trên quãng đường còn lại là $\frac{140}{x+10}$(h)

Vì xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút = $\frac{1}{3}$ h nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x}+\frac{140}{x+10}+\frac{1}{3}=\frac{260}{x}$$
$$\Leftrightarrow 360x+3600+420x+x^2+10x=780x+7800$$
$$\Leftrightarrow x^2+10x-4200=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-70(\text{KTM}) \\ x=60(TM) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 60 km/h.

Câu III:

1. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m\neq 2$.

$$\text{HPT}\Leftrightarrow\begin{cases} x=3-2y \\ x+my=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=3-2y \\ (m-2)y=-2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=3-2y \\ y=\dfrac{-2}{m-2} \end{cases}.$$

Với $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=3-2y\in\mathbb{Z}$. Vậy, để x,y là các số nguyên $\Leftrightarrow \frac{-2}{m-2}\in\mathbb{Z}$.

$\Rightarrow m-2\in \text{Ư}(2)\Rightarrow m-2=\{\pm 1;\pm 2\} \Rightarrow m=\{0;1;3;4\}$.

2.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) cắt (P)

$$x^2 + 2mx + 4m = 0$$

Có $\Delta' = m^2 - 4m = m(m-4)$.

a)

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m(m-4) > 0 \Leftrightarrow m > 4$ hoặc $m < 0$.

b)

Theo hệ thức Vi-et có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m; \\ x_1.x_2 = 4m \end{cases}$.

+) Xét $m > 4 \Rightarrow x_1.x_2 = 4m > 0$

Do đó, $|x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow |x_1 + x_2| = 3 \Leftrightarrow |-2m| = 3 \Leftrightarrow 2m = 3 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$ (**loại**, vì $m > 4$).

+) Xét $m < 0 \Rightarrow x_1.x_2 = 4m < 0$

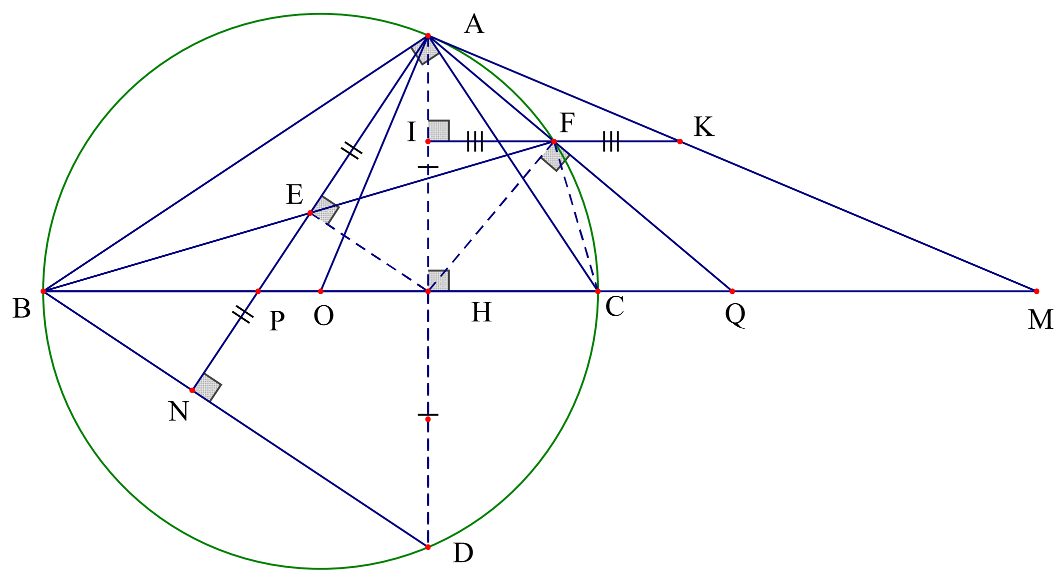
Do đó, $|x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow |x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 4m} = 3$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 16m - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = \dfrac{9}{2} & (loại) \\ m = -\dfrac{1}{2} & (nhận) \end{array}\right.$$

Vậy $m = -\dfrac{1}{2}$.

Câu IV:



1) Dễ dàng chứng minh được $\widehat{ODM}=90^0 \Rightarrow$ Tứ giác $AODM$ nội tiếp (tổng hai góc đối bằng 180^0).

2) $\widehat{ABC}=30^0 \Rightarrow \widehat{ACB}=60^0 \Rightarrow \Delta AOC$ đều $\Rightarrow S_{\Delta AOC}=R^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

$$S_{\text{quatAOC}}=\frac{\pi R^2 n}{360}=\frac{\pi R^2 60}{360}=\frac{\pi R^2}{6}$$

$$\Rightarrow S_{vpCFA}=S_{\text{quatAOC}}-S_{\Delta AOC}=\frac{\pi R^2}{6}-\frac{R^2\sqrt{3}}{4}=\frac{R^2\left(2\pi-3\sqrt{3}\right)}{12}$$

3)

a) Xét (O) có $\widehat{BAD}=\widehat{BFA}=\dfrac{1}{2}sd\,\overset{\frown}{AB}$ (góc nội tiếp).

Mà EH là đường trung bình của $\Delta AND \Rightarrow EH//ND \Rightarrow \widehat{AHE}=\widehat{ADN}$ (hai góc ở vị trí so le).

$\widehat{AFE}=\widehat{AHE} \Rightarrow AEHF$ nội tiếp (hai góc kề bằng nhau cùng chắn cung AE)

b) Ta có

- $\widehat{BEP}=\widehat{AEF}$ (đối đỉnh)
- $\widehat{AEF}=\widehat{AHF}=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{FA}$ (tứ giác $AEHF$ nội tiếp)
- $\widehat{AHF}=\widehat{AQH}$ (cùng phụ với $\widehat{QHF}$)

Suy ra $\widehat{BEP}=\widehat{BQF}$

Xét tam giác BPE và tam giác BFQ có

+ $\widehat{B}$ chung

+ $\widehat{BEP} = \widehat{BQF}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta BPE \sim \Delta BFQ \Rightarrow \dfrac{BP}{BF} = \dfrac{BE}{BQ} \Rightarrow BP.BQ = BE.BF\left(1\right)$

Chứng minh tương tự ta có $\Delta BEH \sim \Delta BHF \Rightarrow \dfrac{BE}{BH} = \dfrac{BH}{BF} \Rightarrow BH^2 = BE.BF\left(2\right)$

Từ (1) và (2) suy ra $BH^2 = BP.BQ$

4) Ta có: $\widehat{HAM} = \widehat{NBA}\left(= \dfrac{1}{2}sđ\,\overset{\frown}{AD}\right)$

Khi đó: $\Delta HAM \sim \Delta NBA \Rightarrow \dfrac{BN}{AH} = \dfrac{AN}{HM}$

Mặt khác:

$\widehat{EBN} = \widehat{HAQ}\left(= \dfrac{1}{2}sđ\,\overset{\frown}{AF}\right)$

Suy ra: $\Delta EBN \sim \Delta QAH \Rightarrow \dfrac{BN}{AH} = \dfrac{EN}{QH}$

Khi đó: $\dfrac{AN}{HM} = \dfrac{EN}{QH}$ mà E là trung điểm $AN \Rightarrow EN = \dfrac{1}{2}AN \Rightarrow HQ = \dfrac{1}{2}HM \Rightarrow HQ = QM$

Do $IK\,//\,HM \Rightarrow \dfrac{IF}{HQ} = \dfrac{FK}{QM} \Rightarrow FI = FK \Rightarrow F$ là trung điểm IK

Câu 5:

Đặt $\begin{cases} a = 2 + x \\ b = 5 + y \Rightarrow x, y, z > 0 \\ c = 5 + z \end{cases}$

Khi đó từ giải thiết ta co : $2x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 10z = 11$

Giả sử max {y,z} > 1. Do đó x, y, z $\geq 0 \Rightarrow$ VT (*) > 11

Suy ra: $0 \leq y, z \leq 1$

Mặt khác dễ thấy (*) $\Rightarrow x < 2$

Khi đó ta có:

$\begin{cases} 4x \geq 2x^2 \\ 3y \geq y^2 \\ z \geq z^2 \end{cases} \Rightarrow 4x + 3y + z \geq 2x^2 + y^2 + z^2 \Rightarrow 12x + 13y + 11z \geq 2x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 10z = 11$

Suy ra $P=12(x+2)+13(y+5)+11(z+5)=12x+13y+11z+144\ge 11+144=155$

Vậy $P_{min} = 155 \Leftrightarrow \begin{cases}4x=2x^2\\3y=y^2\\z=z^2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=0\\y=0\\z=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=2\\b=5\\c=6\end{cases}$

Cám ơn các thầy cô:

Thao Ngo	(Câu 1)
Van Anh Nguyen	(Câu 2)
Lương Pho	(Câu 3)
Hanh Nguyen	(Câu 4)
Nguyễn Văn Vui	(Câu 5)

Đã nhiệt tình tham gia và hoàn thành dự án này !

Hi vọng tiếp tục được cộng tác với các thầy cô trong nhóm Toán THCS ở các dự án tiếp theo!