

Lần 1, ngày thi 19/3

**Lưu ý:** Đề thi có 02 trang. Học sinh làm bài vào tờ giấy thi.

**Bài 1 (1,5 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức sau:  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \right)^2 - \left( \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} \right)^2$

2. Cho biểu thức  $B = \sqrt{x} - \sqrt{1+x-2\sqrt{x}}$ . Rút gọn biểu thức B rồi tính giá trị của biểu thức với  $x = 6 - 2\sqrt{5}$ .

**Bài 2 (1,5 điểm).**

1. Biết đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua điểm  $M(2; \frac{1}{2})$  và song song với đường thẳng

$2x + y = 3$ . Tìm các hệ số a và b.

2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

**Bài 3 (2,5 điểm).**

1. Cho phương trình:  $mx^2 - 2mx + 1 = 0$ , m là tham số.

a) Giải phương trình với  $m = -1$ .

b) Tìm giá trị của m để phương trình vô nghiệm.

**2. Tỉ số vàng (Tỉ lệ vàng)** là một con số đặc biệt, được tìm bằng cách chia một đoạn thẳng thành hai đoạn sao cho đoạn dài (a) chia cho đoạn ngắn (b) cũng bằng toàn bộ chiều dài của đoạn thẳng chia cho đoạn dài. Tỉ số vàng thường được kí hiệu bằng chữ  $\varphi$  (đọc là phi) trong bảng chữ cái Hy Lạp nhằm tưởng nhớ đến Phidias, nhà điêu khắc đã xây dựng nên đền Parthenon.

Ở dạng phương trình, nó có dạng như sau:  $\varphi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ . Phương trình này có nghiệm

đại số xác định là một số vô tỉ:  $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180339887498\dots \approx 1,62$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Tỉ lệ vàng được nhắc nhiều trong toán học (Chẳng hạn dãy số Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...), được ứng dụng rất nhiều trong cuộc sống, như: kiến trúc, thiết kế nội thất, mỹ thuật và xuất hiện rất phong phú trong thế giới tự nhiên của chúng ta. Nhiều họa sĩ thời kì phục hưng đã ứng dụng một cách hợp lí tỉ lệ này trong các tác phẩm của mình, đặc biệt Leonardo de Vinci, ông đã ứng dụng tỉ lệ này trong các tác phẩm trứ danh của mình, như là “Bữa tiệc cuối cùng”, hay “Người xứ Vitruvian”. Đặc biệt Tháp rùa Hồ Hoàn Kiếm Hà Nội cũng được thiết kế áp dụng tỉ lệ vàng. Tỉ lệ vàng, một tỉ lệ của cái đẹp, một sự thống nhất hài hòa giữa khoa học và nghệ thuật.

**Bài toán:** Chào mừng Lễ hội Hoa phượng đỏ năm 2017. Hội mỹ thuật Hải Phòng thiết kế một Pano quảng cáo có dạng là một hình chữ nhật. Hình chữ nhật đó có chu vi bằng 68 m và diện tích bằng 273 m<sup>2</sup>. Em hãy cho biết kích thước của tấm Pano quảng cáo hình chữ nhật ở trên có đạt “Tỉ lệ vàng” hay không ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

**Bài 4 (3,5 điểm).**

1. Cho đường tròn (O; R) và dây BC cố định không đi qua tâm O. A là điểm bất kỳ trên cung lớn BC. Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H.

a) Chứng minh các tứ giác HDBF, BCEF nội tiếp.

b) Chứng minh DA là phân giác của góc EDF.

c) Gọi K là điểm đối xứng của A qua tâm O. Chứng minh HK đi qua trung điểm của đoạn BC.

d) Giả sử góc BAC bằng 60°. Chứng minh tam giác AHO là tam giác cân.

**Bài 3 (1,0 điểm).**

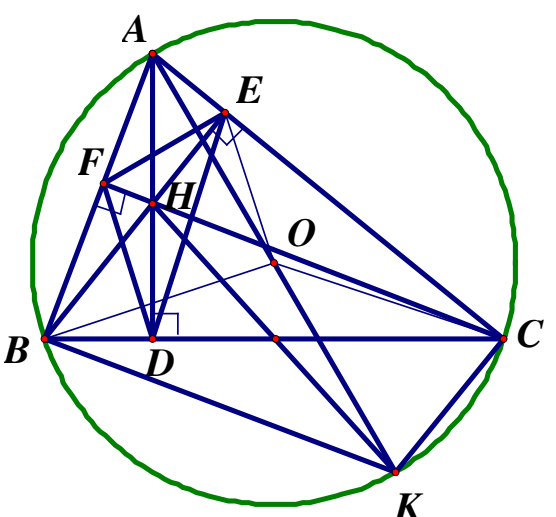
a) Với a, b là các số dương. Chứng minh rằng:  $\frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$

b) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn  $x + y + z = 4$ .

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq 1$

===== Hết =====

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
<b>Bài 2. 1,5đ</b>		
<b>1. 0,5đ</b>	$A = \left( \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \right)^2 - \left( \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1} \right)^2 - \left[ \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1} \right]^2 = 2\sqrt{6}$	<b>0,5</b>
<b>2. 1đ</b>	Rút gọn $B = \sqrt{x} -  1 - \sqrt{x} $	<b>0,5</b>
	Thay số, giá trị biểu thức $B = 1$	<b>0,5</b>
<b>Bài 2. 1,5đ</b>		
<b>1. 0,75</b>	Viết đường thẳng $2x + y = 3$ về dạng $y = -2x + 3$ . Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng trên, suy ra $a = -2$ (1) Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2; \frac{1}{2})$ nên ta có: $\frac{1}{2} = 2a + b$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $a = -2$ và $b = \frac{9}{2}$ .	<b>0,5</b>  <b>0,25</b>
<b>2. 0,75</b>	$\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4y=10 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=9 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=-1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ PT là $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$	<b>0,5</b>  <b>0,25</b>
<b>Bài 3. 2,5đ</b>		
<b>1a. 0,5đ</b>	$x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_2 = 1 - \sqrt{2}$	<b>0,5</b>
<b>1b. 1,5đ</b>	- Với $m = 0$ , thì PT (1) có dạng $1 = 0$ . PT vô nghiệm - Với $m \neq 0$ , thì PT (1) là phương trình bậc 2 vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$ Vậy với $0 < m < 1$ thì phương trình (1) vô nghiệm	<b>0,25</b> <b>0,5</b> <b>0,25</b>
<b>2. 1đ</b>	Gọi chiều dài HCN là $x$ (m), chiều rộng HCN là $y$ (m). ĐK $0 < x, y < 34$ . Vì chu vi HCN là 68 m và diện tích HCN là $273 \text{ m}^2$ . Ta có HPT sau: $\begin{cases} x+y=34 \\ x.y=273 \end{cases}$ Giải HPT ta được $\begin{cases} x=21 \\ y=13 \end{cases}$ , thỏa mãn điều kiện của ẩn Chiều dài HCN là 21 m, chiều rộng HCN là 13 m. Tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng $\frac{x}{y} = \frac{21}{13} = 1,615384615\dots \approx 1,62$ . Vậy Pano hình chữ nhật đạt được một tỉ lệ vàng.	<b>0,25</b> <b>0,25</b> <b>0,25</b> <b>0,25</b>
<b>Bài 4. 3,5đ</b>		

<p>Hình vẽ đúng cho câu a)</p>		<p>0,5</p>
<p>a. 1,0đ</p>	<p>Chứng minh HDBF nội tiếp Chứng minh tương tự BCEF nội tiếp</p>	<p>0,5 0,5</p>
<p>b. 0,5đ</p>	<p>Tứ giác HDBF nội tiếp <math>\Rightarrow \widehat{HDF} = \widehat{HBF}</math> (T/c tứ giác nội tiếp) c/m Tứ giác HDCE nội tiếp <math>\Rightarrow \widehat{HDE} = \widehat{HCE}</math> (T/c tứ giác nội tiếp) Lại có <math>\widehat{HBF} = \widehat{HCE}</math> ( vì cùng cộng với <math>\widehat{BAC}</math> bằng <math>90^0</math> ) <math>\Rightarrow \widehat{HDF} = \widehat{HDE} \Rightarrow DA</math> là phân giác của <math>\widehat{EDF}</math>. (đpcm)</p>	<p>0,25 0,25</p>
<p>c. 0,75đ</p>	<p>Chứng minh: BH // CK (cùng vuông góc với AC) CH // BK (cùng vuông góc với AB) Suy ra BHCK là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết) <math>\Rightarrow</math>HK cắt BC tại trung điểm của đoạn BC (T/c hình bình hành)</p>	<p>0,25 0,25 0,25</p>
<p>d. 0,75đ</p>	<p>Gọi trung điểm BC là M, Suy ra OM vuông góc với BC và <math>OM = \frac{1}{2} AH</math>. Ta có <math>\widehat{MOC} = \widehat{BAC} = 60^0</math> (đều bằng một nửa góc BOC), Suy ra <math>OM = \frac{1}{2} OC = \frac{1}{2} AO</math> Do đó <math>AH = AO</math>. Vậy tam giác AHO cân tại A</p>	<p>0,25 0,25 0,25</p>
<p><b>Bài 5. 1đ</b></p>		
	<p>a. Với a,b dương nên ta có :</p> $(a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow \frac{(a+b)^2}{(a+b).ab} \geq \frac{4ab}{(a+b).ab} \Rightarrow \frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$ <p>Dấu “=” xảy ra khi a = b</p> <p>b. Áp dụng bất đẳng thức trên ta có :</p> $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq \frac{4}{xy+xz} \Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq \frac{4}{x(y+z)}$ <p>Mà <math>x+y+z = 4</math> nên <math>y+z = 4-x &gt; 0</math></p> $\Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq \frac{4}{x(4-x)} \Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq \frac{4}{-x^2+4x-4+4} \Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq \frac{4}{-(x-2)^2+4} \quad (*)$ <p>Vì <math>y+z = 4-x &gt; 0</math> nên <math>x.(4-x) &gt; 0</math>. Suy ra <math>4 \geq -(x-2)^2+4 &gt; 0</math></p>	<p>0,25 0,25</p>

Do đó  $\frac{4}{-(x-2)^2+4} \geq 1 (**)$

Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq 1$

Dấu “=” xảy ra khi  $\begin{cases} x = 2 \\ xy = xz \\ x + y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = z = 1 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện  $x, y, z > 0$ )

**0,25**

**0,25**