

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
Đề thi gồm 02 trang. Thí sinh làm bài vào tờ giấy thi.

Bài 1 (1,5 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} \text{ và } B = \frac{3}{x-1} \sqrt{\frac{x^2 - 2x + 1}{9x^2}} \text{ với } 0 < x < 1.$$

a/ Rút gọn biểu thức A và B.

b/ Tìm các giá trị của x để $B = \frac{-2}{\sqrt{x}}$.

Bài 2 (1,5 điểm):

a/ Tìm m để đồ thị hàm số $y = (m^2 - 4)x + 2m - 7$ song song với đường thẳng $y = 5x - 1$.

b/ Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2ax - by = 7 \\ ax + by = -1 \end{cases}$. Tìm a và b biết hệ phương trình có nghiệm

$(x, y) = (1; -1)$

Bài 3 (2,5 điểm):

1/ Cho phương trình: $x^2 - (m + 5)x - m + 6 = 0$ (1), (x là ẩn, m là tham số)

a/ Giải phương trình với $m = 1$.

b/ Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 24.$$

2/ **Bài toán thực tế.**

Một hãng taxi **giá rẻ** định giá tiền theo hai gói cước trong bảng giá như sau:

+ Gói 1: Giá mở cửa là 6000 đồng /1km cho 10km đầu tiên và 2500 đồng với mỗi km tiếp theo.

+ Gói 2: 4000 đồng cho mỗi km trên cả quãng đường.

a) Nếu cô Tâm cần đi một quãng đường là 35 km thì chọn gói cước nào có lợi hơn?

b) Nếu cô Tâm cần đi một quãng đường là x km mà chọn gói cước 1 có lợi hơn thì x phải thỏa mãn điều kiện gì?

Bài 4 (3,5 điểm):

1/ Cho đường tròn (O; R), đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại điểm H (H nằm giữa O và B). Trên tia đối của tia NM lấy điểm C sao cho đoạn thẳng AC cắt (O) tại K khác A. Hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

a/ Chứng minh tứ giác AHEK nội tiếp.

b/ Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh ΔNFK cân và $EM \cdot NC = EN \cdot CM$.

c/ Giả sử $KE = KC$. Chứng minh $OK \parallel MN$ và $KM^2 + KN^2 = 4R^2$.

2/ Một hình trụ có thể tích bằng $35\pi \text{dm}^3$. Hãy so sánh thể tích hình trụ này với thể tích hình cầu đường kính 6dm.

Bài 5 (1,0 điểm):

a/ Cho a, b là các số dương. Chứng minh $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$.

b/ Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức: $P = \frac{1}{3x+3y+2z} + \frac{1}{3x+2y+3z} + \frac{1}{2x+3y+3z}$.

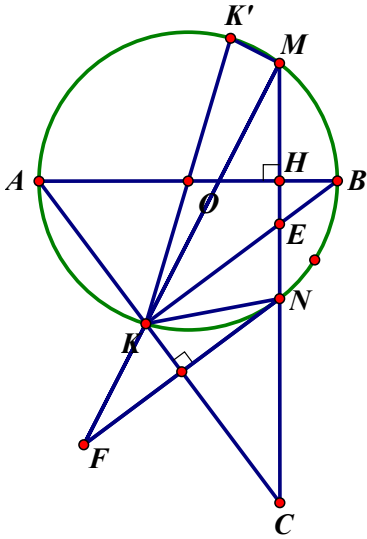
-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: Số báo danh.....

Câu	Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a/ 1,0 điểm	
	$A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = 3.2\sqrt{2} - 5.\sqrt{2} - \sqrt{2}-1 $	0,25
	$= 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 = 1$	0,25
	$B = \frac{3}{x-1} \cdot \sqrt{\frac{x^2-2x+1}{9x^2}} = \frac{3}{x-1} \cdot \sqrt{\frac{(x-1)^2}{(3x)^2}} = \frac{3}{x-1} \cdot \left \frac{x-1}{3x} \right $	0,25
	$= \frac{3}{x-1} \cdot \frac{-(x-1)}{3x} = \frac{-1}{x}$ (vì $0 < x < 1$)	0,25
	b/ 0,5 điểm	
$B = \frac{-2}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow \frac{-1}{x} = \frac{-2}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2x \Leftrightarrow \sqrt{x}(1-2\sqrt{x}) = 0$	0,25	
$\Leftrightarrow 1-2\sqrt{x} = 0$ (vì $x > 0$) $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ (TMĐK)	0,25	
	Vậy $x = \frac{1}{4}$.	
Bài 2 (1,5 điểm)	a/ 0,75 điểm	
	Vì đồ thị hàm số $y = (m^2 - 4)x + 2m - 7$ song song với đường thẳng $y = 5x - 1$ nên $\begin{cases} m^2 - 4 = 5 \\ 2m - 7 \neq -1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ hoặc } -3 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$	0,25
	Vậy $m = -3$.	0,25
	b/ 0,75 điểm	
	b/ Vì hệ có nghiệm $(x, y) = (1; -1)$ nên ta có $\begin{cases} 2a + b = 7 \\ a - b = -1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ a - b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$	0,25
	Vậy $a = 2; b = 3$	

		0,25
Bài 3 (2,5 điểm)	1a/ 0,5 điểm	
	với $m = 1$, ta có phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$ Xét $a + b + c = 1 + (-6) + 5 = 0$, \Rightarrow phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 5$.	0,25 0,25
	1b/ 0,75 điểm	
	Có $\Delta = [-(m+5)]^2 - 4.1.(-m+6) = m^2 + 10m + 25 + 4m - 24 = m^2 + 14m + 1$ Phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1; x_2$ khi $m^2 + 14m + 1 \geq 0$ Theo định lý Viets, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 \\ x_1 \cdot x_2 = -m + 6 \end{cases}$	0,25
	Theo đề bài: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = (-m + 6)(m + 5) = -m^2 + m + 30 = 24$ $\Leftrightarrow -m^2 + m + 6 = 0 \Leftrightarrow (m + 2)(m - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$	0,5
	Với $m = -2, \Delta = -23 < 0$ (loại) Với $m = 3, \Delta = 52 > 0$ (nhận) Vậy $m = 3$ thì phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 24$	0,25
	2a/ 0,5 điểm	
	2a/ Số tiền cô Tâm phải trả khi đi theo gói cước 1 là : $10.6000 + 25.2500 = 122500$ đồng. - Số tiền cô Tâm phải trả khi đi theo gói cước 2 là : $35.4000 = 140000$ đồng > 122500 đồng.	0,25
	Vậy cô Tâm nên chọn gói cước 1 có lợi hơn.	0,25
	2b/ 0,5 điểm	
2b) Vì cô chọn gói cước 1 có lợi hơn nên $x > 10$. - Số tiền cô Tâm phải trả khi đi theo gói cước 1 là : $10.6000 + (x-10).2500 = 2500x + 35000$. - Số tiền cô Tâm phải trả khi đi theo gói cước 2 là : $4000 \cdot x$ (đồng) Vì đi theo gói cước 1 có lợi hơn nên $2500x + 35000 < 4000x$	0,25	
Suy ra $1500x > 35000$ hay $x > \frac{70}{3}$ (km).	0,25	



0,25

1/a : 0,75 điểm

a/ Xét tứ giác AHEK có:

$\widehat{AHE} = 90^\circ$ ($AB \perp MN$); $\widehat{AKE} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) 0,25

Suy ra $\widehat{AHE} + \widehat{AKE} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác AHKE nội tiếp (đpcm).

0,5

1/b: 1,25 điểm

b/ Vì NF và KB cùng vuông góc với AC nên $NF \parallel KB$,

$AB \perp MN \Rightarrow \widehat{MB} = \widehat{BN}$.

Có $\widehat{KFN} = \widehat{MKB}$ (đồng vị và $KE \parallel FN$), $\widehat{KNF} = \widehat{NKB}$ (so le trong và $KE \parallel FN$),

$\widehat{BKN} = \widehat{MKB}$ (vì $\widehat{MB} = \widehat{BN}$) $\Rightarrow \widehat{KFN} = \widehat{KNF}$,

do đó ΔNFK cân tại K.

0,25

0,25

Xét ΔMKN có KE là phân giác của \widehat{MKN} nên $\frac{EM}{EN} = \frac{KM}{KN}$ (1)

0,25

Do $KE \perp KC$ nên KC là phân giác ngoài của $\widehat{MKN} \Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{KM}{KN}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{EM}{EN}$ (2) $\Leftrightarrow EM \cdot CN = EN \cdot CM$ (đpcm)

0,25

1/c: 0,75 điểm

+/ $KE = KC \Rightarrow \Delta KEC$ vuông cân tại K $\Rightarrow \widehat{KEC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{HEB} = 45^\circ$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{HBE} = 45^\circ$ (vì ΔHEB vuông tại H)

0,25

+/ ΔOKB cân tại O có $\widehat{OBK} = 45^\circ$ nên ΔOKB vuông tại O $\Rightarrow OK \parallel MN$ (cùng vuông góc với AB) (đpcm)

0,25

+/ Kẻ đường kính $KK' \Rightarrow \Delta KK'M$ vuông tại M $\Rightarrow KM^2 + K'M^2 = KK'^2 = 4R^2$.

Lại có $KK' \parallel MN$ (cùng vuông góc với AB) \Rightarrow cung $K'M =$ cung KN (t/c 2 dây song song chắn 2 cung bằng nhau) $\Rightarrow K'M = KN$.
 Vậy $KM^2 + KN^2 = 4R^2$ (đpcm).

0,25

2/: 0,5 điểm

Gọi thể tích của hình trụ là $V_1 \Rightarrow V_1 = 35 \text{dm}^3$

0,25

**Bài 4
(3,5
điểm)**

	<p>Thể tích hình cầu đường kính 6dm là $V_2 = \frac{4}{3}\pi.3^3 = 36\pi(\text{dm}^3)$</p> <p>Suy ra $V_1 < V_2$.</p>	0,25
Bài 5 (1,0 điểm	<p>a/: 0,25 điểm</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cossi cho 2 số a, b dương, ta có</p> $a + b \geq 2\sqrt{ab}, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}}$ $\Rightarrow (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \text{ (đpcm)}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi $a = b$.</p>	0,25
	<p>b/: 0,75 điểm</p> <p>Theo câu a/ ta có</p> $\frac{1}{3x+3y+2z} = \frac{1}{[(x+z)+(y+z)]+2(x+y)} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{[(x+z)+(y+z)]} + \frac{1}{2(x+y)}\right)$ $= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{(x+z)+(y+z)}\right] + \frac{1}{8(x+y)} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z}\right) + \frac{1}{8(x+y)}$	0,25
	<p>Hoàn toàn tương tự, ta cũng có</p> $\frac{1}{3x+2y+3z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z}\right) + \frac{1}{8(x+z)}$ $\frac{1}{2x+3y+3z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z}\right) + \frac{1}{8(y+z)}$ <p>Cộng từng vế 3 bất đẳng thức ta được:</p> $P = \frac{1}{3x+3y+2z} + \frac{1}{3x+2y+3z} + \frac{1}{2x+3y+3z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x+y} + \frac{2}{y+z} + \frac{2}{z+x}\right)$ $+ \frac{1}{8}\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x}\right) = \frac{1}{8}.6 + \frac{1}{8}.6 = \frac{3}{2}$	0,25
	<p>Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = \frac{1}{4}$.</p> <p>Vậy GTLN của biểu thức P là $\frac{3}{2}$ khi $x = y = z = \frac{1}{4}$.</p>	0,25