

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} + \sqrt{8}$

b) Xác định các hệ số a, b của đường thẳng $y = ax + b$, biết đường thẳng này cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{2}{3}$, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{-1}{2}$.

c) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{1}{2a-1} \sqrt{81a^2(1-4a+4a^2)}$ với $0 < a < \frac{1}{2}$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $4x^2 + 3x - 1 = 0$

b) Giả sử phương trình $2x^2 - 2x - 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$.

Không giải phương trình đã cho, lập một phương trình bậc 2 ẩn y có các nghiệm là $\frac{1}{x_1 - 1}; \frac{1}{x_2 - 1}$.

Câu 3 (1,5 điểm)

Tại bể bơi hình chữ nhật ở VRC – Thành phố Vinh, bạn An thực hiện đo diện tích bể bơi bằng cách: An đi 1 vòng quanh bể bơi bằng cách đi sát mép bể bơi từ đầu đến cuối cạnh thứ nhất rồi đến cạnh thứ hai, cạnh thứ ba và hết cạnh thứ tư. Sau khi đi hết một vòng trở về điểm xuất phát ban đầu An thấy mình đã thực hiện 140 bước đi, số bước chân đi hết cạnh thứ hai nhiều hơn số bước chân đi hết cạnh thứ nhất là 30 bước. Biết chiều dài mỗi bước chân của An đi là như nhau và bằng 0,5 m. Hỏi diện tích bể bơi mà An đã đo được là bao nhiêu?

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm F nằm ngoài đường tròn. Từ F kẻ các tiếp tuyến FA và FB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BE của đường tròn (O), FE cắt AO tại I. Qua I vẽ đường thẳng song song với AE cắt AF tại K, cắt BE tại G.

a) Chứng minh tứ giác AOBF nội tiếp

b) Chứng minh I là trung điểm của KG

c) Gọi M là giao của AB và OF, N là trung điểm của FM, NB cắt đường tròn (O) tại P (P khác B). Chứng minh PM vuông góc với NB.

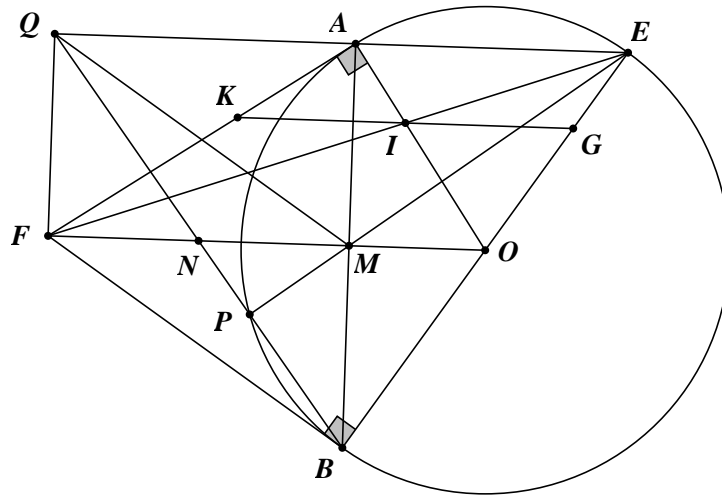
Câu 5 (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 4y + 3 + 2\sqrt{y(x - y + 1)} - x = 0 \\ \sqrt{2y - 3} + \sqrt{4 - x} = 2x^2 - 10y + 4 \end{cases}$$

..... Hết

| Câu | Ý | Đáp án | Biểu điểm | |
|--------------|---|---|-----------|------|
| Câu 1 2,0 | a | $A = \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} - \sqrt{8} = 2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2}$ | 0,25 | |
| | | $= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3$ | 0,25 | |
| | b | Do đường thẳng $y = ax + b$ này cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{2}{3}$, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{-1}{2}$ | | 0,5 |
| | | $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = a \cdot \frac{2}{3} + b \\ \frac{-1}{2} = a \cdot 0 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = a \cdot \frac{2}{3} + b \\ b = \frac{-1}{2} \end{cases}$ | | |
| | | $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{-1}{2} \end{cases}$ | | 0,25 |
| | | Suy ra đường thẳng cần tìm là $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ | | 0,25 |
| | c | với $0 < a < \frac{1}{2}$ ta có: $P = \frac{1}{2a-1} \sqrt{81a^2(1-2a)^2}$ | | 0,25 |
| | | $= \frac{1}{2a-1} 9 a 1-2a $ | | 0,25 |
| | | $= \frac{1}{2a-1} 9a \cdot (1-2a)$ | | 0,25 |
| | | $= -\frac{1}{2a-1} 9a \cdot (2a-1) = -9a$ | | 0,25 |
| Câu 2 2,0 | a | Giải phương trình: $4x^2 + 3x - 1 = 0$ Ta có $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25 > 0$ | 0,25 | |
| | | Pt có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-1}{4}$ | 0,25 | |

| | | | |
|----------------------------|------------|--|---|
| | | $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2.4} = \frac{-8}{8} = -1$ <p>Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-1}{4}; x_2 = -1$.</p> | 0,5 |
| | b | <p>Pt $2x^2 - 2x - 1 = 0$ có $a = 2; c = -1 \Rightarrow a.c < 0$ nên pt có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Theo hệ thức Viet ta có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-1}{2} \Rightarrow x_1; x_2 \neq 1 \end{cases}$ | 0,25 |
| | | <p>Khi đó ta có:</p> $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{x_1 + x_2 - 2}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{x_1 + x_2 - 2}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = \frac{1 - 2}{\frac{-1}{2} - 1 + 1} = 2$ | 0,25 |
| | | $\frac{1}{x_1 - 1} \cdot \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{1}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = \frac{1}{\frac{-1}{2}} = -2$ | 0,25 |
| | | <p>Do $2^2 \geq 4 \cdot (-2)$ nên $\frac{x_1}{x_2 - 1}; \frac{x_2}{x_1 - 1}$ là nghiệm của phương trình:</p> $y^2 - 2y - 2 = 0$ | 0,25 |
| Câu 3 1,5 | | <p>Do bể bơi có dạng hình chữ nhật nên gọi chiều dài và chiều rộng bể lần lượt là a; b (bước). ĐK $a, b \in \mathbb{Q}^*$.</p> | 0,25 |
| | | <p>An đi hết một vòng trở về điểm xuất phát ban đầu tức là chiều dài quãng đường An đi là chu vi hành chữ nhật có hai cạnh là a và b. Bạn An đi hết 140 bước đi nên ta có: $(a + b) \cdot 2 = 140 \Leftrightarrow a + b = 70$ (1)</p> | 0,25 |
| | | <p>Lại do số bước chân đi hết cạnh thứ hai nhiều hơn số bước chân đi hết cạnh thứ nhất là 30 bước đi nên ta có: $a - b = 30$ (2).</p> | 0,25 |
| | | <p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} a + b = 70 \\ a - b = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 50 \\ b = 20 \end{cases} \text{(thỏa mãn)}$ | 0,25 |
| | | <p>Mỗi bước chân là 0,5 m nên bể có: Chiều dài $50 \cdot 0,5 = 25$ (m) Chiều rộng $20 \cdot 0,5 = 10$ (m)</p> | 0,25 |
| | | | <p>Vậy diện tích bể là $25 \cdot 10 = 200$ (m²)</p> |
| Câu 4 3,0 | 0,5 | | 0,5 |



HS vẽ hình đến câu b cho điểm tối đa

a
1,0

Do FA là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow FAO = 90^\circ$

0,25

Do FB là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow FBO = 90^\circ$

0,25

Tứ giác FAOB có $FAO + FBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

0,25

Nên tứ giác FAOB nội tiếp.

0,25

b
1,0

Do $A \in (O)$ đường kính BE nên $BAE = 90^\circ$ hay $AB \perp AE$ (1)

0,25

FA, FB là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow FA = FB \Rightarrow \Delta FAB$ cân ở A có FO là phân giác của $AFB \Rightarrow FO \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $FO \parallel AE$ mà $AE \parallel KG \Rightarrow FO \parallel KG$

0,25

Do $IG \parallel FO \Rightarrow \frac{IG}{FO} = \frac{IE}{EF}$

$IK \parallel FO \Rightarrow \frac{IK}{FO} = \frac{AI}{AO}$

0,25

$AE \parallel FO \Rightarrow \frac{AI}{AO} = \frac{IE}{EF}$

0,25

Suy ra $IK = IG$ hay I là trung điểm của KG

c

Kéo dài BN cắt AE kéo dài tại Q, ta có M là trung điểm của AB, $MN \parallel AQ \Rightarrow N$ là trung điểm của BQ

0,25

Lại có N là trung điểm của FM nên tứ giác FQMB là hình bình hành

$\Rightarrow QM \parallel FB$ mà $FB \perp BO \Rightarrow QM \perp BO$ mà $BA \perp QE$ suy ra M là trực tâm của tam giác QBE $\Rightarrow EM \perp QB$

0,25

Mặt khác $EP \perp QB$ nên E, M, P thẳng hàng hay $PM \perp NB$

Câu 5
1.0

Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 4y + 3 + 2\sqrt{y(x - y + 1)} - x = 0 & (1) \\ \sqrt{2y - 3} + \sqrt{4 - x} = 2x^2 - 10y + 4 & (2) \end{cases}$$

| | | |
|--|--|-------------|
| | $\text{Đkxd: } \begin{cases} y(x-y+1) - x \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ 2y-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \geq x \geq y \geq \frac{3}{2}$ <p>Từ (1) $\Leftrightarrow (x-y) - 3(y-1) + 2\sqrt{(y-1)(x-y)} = 0$ $\Leftrightarrow (x-y) - \sqrt{(y-1)(x-y)} - 3(y-1) + 3\sqrt{(y-1)(x-y)} = 0$ $\Leftrightarrow (x-y) - \sqrt{(y-1)(x-y)} + 3\sqrt{(y-1)(x-y)} - 3(y-1) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x-y} - \sqrt{y-1})(\sqrt{x-y} + 3\sqrt{y-1}) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-y} - \sqrt{y-1} = 0 \\ \sqrt{x-y} + 3\sqrt{y-1} = 0 \end{cases}$</p> | 0,25 |
| | <p>- Nếu $\sqrt{x-y} + 3\sqrt{y-1} = 0 \Leftrightarrow x = y = 1$ (không thỏa mãn)</p> | 0,25 |
| | <p>- Nếu $\sqrt{x-y} - \sqrt{y-1} = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 1$ thay vào (2) ta có: $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = 2x^2 - 5x - 1$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - 1) + (\sqrt{4-x} - 1) = 2x^2 - 5x - 3$ $\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{(x-3)}{\sqrt{4-x}+1} = (x-3)(2x+1)$ $\Leftrightarrow (x-3) \left[\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - (2x+1) \right] = 0 \quad (*)$</p> | 0,25 |
| | <p>Ta có: Với $x \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - 2x \leq \frac{1}{\sqrt{2-2}+1} - 2 \cdot 2 = -3$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - (2x+1) < 0$ $(*) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 2$ Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$</p> | 0,25 |