

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm)

Câu 1. Phương trình $\sqrt{3}.x = \sqrt{12}$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 2$.

Câu 2. Xác định các giá trị của m để các đường thẳng $y = 2x + 4, y = 3x + 5, y = -mx$ cùng đi qua một điểm

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 3. Đường thẳng $y = -2x + 6$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm mà đường thẳng đã cho giao với trục Ox, Oy . Khi đó chu vi tam giác $\triangle OMN$

- A. $6 + 3\sqrt{5}$. B. $9 + 3\sqrt{5}$. C. 6. D. 9.

Câu 4. Tìm cặp giá trị $(a; b)$ để hai hệ phương trình sau tương đương: $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ và

$$\begin{cases} ax - y = 2 \\ 2ax + by = 7 \end{cases}$$

- A. $(-1; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = (1 - \sqrt{2})x^2$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số trên luôn đồng biến. B. Hàm số trên luôn nghịch biến
C. Hàm số trên đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$.
D. Hàm số trên đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

Câu 6. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. $2x - 1 = 0$. B. $x^2 + 2y = 3$. C. $x - 2y = 4$. D. $x^2 - 2x + 1 = 0$.

Câu 7. Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 1 = 0$ thì $x_1^3 + x_2^3$ bằng

- A. -12 . B. 4. C. 12. D. -4 .

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = 2$. Độ dài đường cao AH bằng

- A. 1. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 9. Một cái thang dài $4m$ đặt dựa vào tường, biết góc giữa thang và mặt đất là 60° . Khoảng cách từ chân thang đến tường là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}m$. B. $2\sqrt{3}m$. C. $2\sqrt{2}m$. D. $2m$.

Câu 10. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy 3 điểm A, B sao cho $AB = BC = R$, M, N lần lượt là điểm chính giữa của 2 cung nhỏ \widehat{AB} và \widehat{BC} thì số đo góc \widehat{MBN} là

- A. 120° . B. 150° . C. 240° . D. 105° .

II. PHẦN TỰ LUẬN (2,5 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B \cdot |x - 4|$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Số tiền phải trả để mua x gói kẹo được cho bởi công thức $y = 54000x + 6000$ (đồng). Tính số tiền phải trả để mua 5 gói kẹo. Nếu có 500000 đồng thì có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo?

b) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$. Tìm m để biểu thức

$C = xy + x - 1$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , bán kính R . Kẻ đường cao AH, BK của tam giác ΔABC , các tia AH, BK lần lượt cắt (O) tại các điểm thứ hai là D, E .

a) Chứng minh tứ giác $ABHK$ nội tiếp đường tròn. Xác định tâm đường tròn đó.

b) Chứng minh $HK \parallel DE$.

c) Cho (O) và dây AB cố định, điểm C di chuyển trên (O) sao cho ΔABC có ba góc nhọn. Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔCHK không đổi.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị

lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1}$.

-----Hết-----

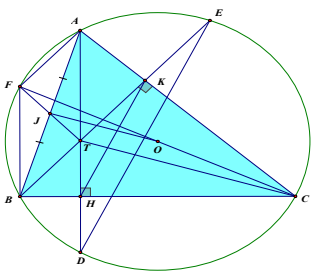
HƯỚNG DẪN CHẤM

I. TRẮC NGHIỆM (2,5 điểm mỗi câu đúng 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	D	C	B	D	D	D	D	C	D	B

II. TỰ LUẬN (7,5 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1	<p>Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.</p> <p>Khi $x = 9$ ta có $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5} = \frac{3+2}{3-5} = -\frac{5}{2}$</p>	0,5
	<p>Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$.</p> <p>Với $x \geq 0, x \neq 25$ thì</p> $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-15} = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}$	0,25
	$= \frac{3(\sqrt{x}-5)+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} = \frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}$ $= \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} = \frac{1}{\sqrt{x}-5} \text{ (đpcm)}$	0,25
	<p>Với $x \geq 0, x \neq 25$ Ta có: $A = B \cdot x-4$</p> $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} = \frac{1}{\sqrt{x}-5} \cdot x-4 \Leftrightarrow \sqrt{x}+2 = x-4 \quad (*)$ <p>Nếu $x \geq 4, x \neq 25$ thì (*) trở thành : $\sqrt{x}+2 = x-4$</p> $\Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+2) = 0$ <p>Do $\sqrt{x}+2 > 0$ nên $\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn)</p> <p>Nếu $0 \leq x < 4$ thì (*) trở thành : $\sqrt{x}+2 = 4-x$</p> $\Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) = 0$ <p>Do $\sqrt{x}+2 > 0$ nên $\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn)</p>	0,25

		Vậy có hai giá trị $x = 1$ và $x = 9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.		
2	a	$y(5) = 54000.5 + 6000 = 276000$ (đồng) $500000 \geq 54000x + 6000 \Leftrightarrow x \leq 9,1$ KL mua tối đa 9 gói	0,5 0,25 0,25	
	b	Khẳng định được có nghiệm duy nhất với mọi m Giải được nghiệm tổng quát $(x; y) = (m + 2; 3 - m)$ Tìm GTNN $C = 8$ Khi $m = 1$.	0,25 0,25 0,25 0,25	
3	a	Tứ giác $ABHK$ có $\widehat{AKB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$, mà hai góc cùng nhìn cạnh AB Suy ra tứ giác $ABHK$ nội tiếp đường tròn đường kính AB . Tâm là trung điểm AB .		0,25 0,25 0,25 0,25
	b	Theo câu trên tứ giác $ABHK$ nội tiếp (J) với J là trung điểm của AB . Nên $\widehat{BAH} = \widehat{BKH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BH} của (J)) Mà $\widehat{BAH} = \widehat{BAD}$ (A, H, K thẳng hàng) $\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (hai góc cùng chắn \widehat{BD} của (O)) Suy ra $\widehat{BKH} = \widehat{BED}$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HK \parallel DE$.	0,25 0,25 0,25 0,25	
	c	Gọi T là giao điểm của hai đường cao AH và BK Tứ giác $CHTK$ có $\widehat{CHT} = \widehat{CKT} = 90^\circ$ Suy ra tứ giác $CHTK$ nội tiếp đường tròn đường kính CT Do đó CT là đường kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CHK$ (*) Gọi F là giao điểm của CO với (O) hay CF là đường kính của (O) Ta có: $\widehat{CAF} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow FA \perp CA$ Mà $BK \perp CA$ (gt) Nên $BK \parallel FA$ hay $BT \parallel FA$ (1) Ta có: $\widehat{CBF} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow FB \perp CB$ Mà $AH \perp CB$ (gt) Nên $AH \parallel FB$ hay $AT \parallel FB$ (2) Từ (1) và (2) ta có tứ giác $AFBT$ là hình bình hành (hai cặp cạnh đối song song) Do J là trung điểm của đường chéo AB Nên J cũng là trung điểm của đường chéo FT (tính chất đường chéo hình bình hành) Xét $\triangle CTF$ có O là trung điểm của FC , J là trung điểm của FT Nên OJ là đường trung bình của $\triangle CTF$	0,25 0,25	

	$\Rightarrow OJ = \frac{1}{2}CT (**)$ <p>Từ (*) và (**) ta có độ dài của OJ bằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔCHK</p> <p>Mà độ dài của OJ là khoảng cách từ tâm O đến dây AB (J là trung điểm của dây AB)</p> <p>Do (O) và dây AB cố định nên độ dài OJ không đổi.</p> <p>Vậy độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔCHK không đổi.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
4	<p>Ta có $a^3 + b^3 + 4 = (a^3 + b^3 + 1) + 3 \geq 3ab + 3$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 1$.</p> <p>Vì $ab + 1 > 0$ nên $M = \frac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1} \geq \frac{3(ab + 1)}{ab + 1} = 3$.</p> <p>Do đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là 3 đạt được khi $a = b = 1$.</p> <p>+) Vì $a^2 + b^2 = 2$ nên $a \leq \sqrt{2}$; $b \leq \sqrt{2}$. Suy ra $a^3 + b^3 + 4 \leq \sqrt{2}(a^2 + b^2) + 4 = 2\sqrt{2} + 4$.</p> <p>Mặt khác $\frac{1}{ab + 1} \leq 1$ do $ab + 1 \geq 1$. Suy ra $M = \frac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1} \leq 2\sqrt{2} + 4$.</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi</p> $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (a; b) = (0; \sqrt{2}) \vee (a; b) = (\sqrt{2}; 0).$ <p>Giá trị lớn nhất của biểu thức M là $4 + 2\sqrt{2}$ đạt được khi $(a; b) = (0; \sqrt{2}) \vee (a; b) = (\sqrt{2}; 0)$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

NHÀ TRƯỞNG DUYỆT

NGƯỜI LÀM ĐỀ

Đã duyệt

Trần Mạnh Thắng

Hà Văn Tài