

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Tìm số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 - xy - y + 4 = 0$

b) Tìm số tự nhiên n để: $A = n^3 - n^2 - n - 2$ là số nguyên tố

c) Cho biểu thức $B = n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ (Với n là số nguyên dương). Chứng minh rằng B không là số chính phương.

Câu 2. (6,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{x-1} - \frac{x^3-x}{x^2+1} \cdot \left(\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x^2-1} \right)$ (Với $x \neq 1$)

b) Xác định a, b sao cho đa thức $f(x) = x^4 + a.x^2 + 3x + b$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$

c) Giải phương trình: $\frac{2}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+2} + \frac{4}{x^4+3} = 3$

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x^2 + 2y^2 - 2xy + 4x - 10y + 20$

b) Cho a, b là các thực thỏa mãn $a.b > 0$

$$\text{Chứng minh rằng } \frac{4ab}{(a+b)^2} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 3$$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB cố định, trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ hai tia Ax và By cùng vuông góc với AB . Điểm C di chuyển trên tia Ax , D là trung điểm của AB . Vẽ AH vuông góc với CD , AH cắt BC và tia By lần lượt tại F và E .

a) Chứng minh tam giác AHB đồng dạng với tam giác ADE .

b) Chứng minh DE vuông góc với BC .

c) Xác định vị trí của C trên tia Ax sao cho $CF = 2.FB$.

--- Hết ---

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

(Đáp án gồm 03 trang)

Môn: Toán 8

| Câu | Ý | Nội dung | Điểm | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--|--|------|----|----|----|----|-------|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|---|----|---------------------------|
| Câu 1 | A | $x^2 - xy - y + 4 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 1 - (xy + y) + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+1) - y(x+1) = -5$ $\Leftrightarrow (x+1)(y-x+1) = 5$ $\Rightarrow x+1 \text{ thuộc } U(5) = \{1; 5; -1; -5\}$ Ta có bảng kết quả <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x+1</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>-1</td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td>y-x+1</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>-5</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>-2</td> <td>-6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>-1</td> </tr> </table> | x+1 | 1 | 5 | -1 | -5 | y-x+1 | 5 | 1 | -5 | -1 | x | 0 | 4 | -2 | -6 | y | 4 | 8 | 2 | -1 | 0,5 0,5 0,5 |
| | x+1 | 1 | 5 | -1 | -5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | y-x+1 | 5 | 1 | -5 | -1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | 4 | -2 | -6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 4 | 8 | 2 | -1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| B | $A = n^3 - n^2 - n - 2 = (n-2)(n^2 + n + 1)$ + Nếu $n = 0 \Rightarrow A = -2$ (không thỏa mãn) + Nếu $n = 1 \Rightarrow A = -3$ không thỏa mãn + Nếu $n = 2 \Rightarrow A = 0$ (KTM) + Nếu $n = 3 \Rightarrow A = 13$ là số nguyên tố + Nếu $n \geq 4 \Rightarrow n-2 \geq 2, n^2 + n + 1 > 2 \Rightarrow A$ là hợp số Vậy $n = 3$ | 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | Giả sử $B = n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ là số chính phương $B = (n^2 + n + 1)(n + 1)$ Gọi $d = \text{ƯC LN}(n^2 + n + 1, n + 1)$ $\Rightarrow n^2 + n + 1$ và $n + 1$ cùng chia hết cho d $\Rightarrow (n^2 + n + 1) - n(n + 1) : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$ $\Rightarrow n^2 + n + 1$ và $n + 1$ đồng thời là số chính phương Mà $n > 0 \Rightarrow n^2 < n^2 + n + 1 < (n + 1)^2 \Rightarrow n^2 + n + 1$ không là số chính phương \Rightarrow giả sử sai nên B không là số chính phương | 0. 25 0.25 0,25 0,25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Câu 2 | a | $A = \frac{1}{x-1} - \frac{x(x-1)(x+1)}{x^2+1} \cdot \left(\frac{x(x+1)-x+1}{(x-1)^2(x+1)} \right)$ | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2,0 | $A = \frac{1}{x-1} - \frac{x(x-1)(x+1)}{x^2+1} \cdot \left(\frac{x^2+1}{(x-1)^2(x+1)} \right)$ | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | $A = \frac{1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$ | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | $A = \frac{1-x}{x-1}$ | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | $A = -1$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | |
|-------|----|---|--------------------------|
| | B | $g(x) = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$ Ta có $f(x)$ chia hết cho $g(x) \Rightarrow f(x) = (x-1)(x+2).h(x)$ (đúng với mọi x) Cho $x = 1 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + 3 + b = 0 \Rightarrow a + b = -4$ Cho $x = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \Rightarrow 16 + 4a - 6 + b = 0 \Rightarrow 4a + b = -10$ Ta giải được $a = -2$; $b = -2$ | 0,5 0,5 0,5 0,5 |
| | c. | $\frac{2}{x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 2} + \frac{4}{x^4 + 3} = 3$ $\Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x^2+1} + 1 - \frac{3}{x^2+2} + 1 - \frac{4}{x^4+3} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x^2+1} + \frac{x^2-1}{x^2+2} + \frac{x^4-1}{x^4+3} = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 1) \left(\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+2} + \frac{x^2+1}{x^4+3} \right) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -1$ | 0,5 0,5 0,5 0,5 |
| | a | $B = x^2 + 2y^2 - 2xy + 4x - 10y + 20$ $B = (x-y)^2 + 4.(x-y) + 4 + (y^2 - 6y + 9) + 7$ $B = (x-y + 2)^2 + (y-3)^2 + 7$ $\Rightarrow B \geq 7$ \Rightarrow GTNN của B là 7 khi $y = 3$; $x = 1$ | 0,5 0,5 0,5 0,5 |
| Câu 3 | B | $\frac{4ab}{(a+b)^2} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 3$ $\Leftrightarrow \left(\frac{4ab}{(a+b)^2} - 1 \right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 \right) \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{-(a-b)^2}{(a+b)^2} + \frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 \left(\frac{1}{ab} - \frac{1}{(a+b)^2} \right) \geq 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 \left(\frac{a^2+b^2+ab}{ab(a+b)^2} \right) \geq 0$ BĐT cuối đúng do $ab > 0 \Rightarrow$ đpcm | 0,5 0,5 0,5 0,5 |
| Câu 4 | | | 0,5 |
| | a | $\Delta AHD \sim \Delta ABE$ (gg) | 1,0 |

| | | | |
|---|--|---|----------------------------------|
| | | $\Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{AB}{AE}$ $\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta ADE \text{ (c-g-c)}$ | 0,5 0,5 |
| B | | $\Delta AHD \sim \Delta CAD \text{ (gg)}$ $AD^2 = DH \cdot DC \Rightarrow BD^2 = DH \cdot DC \Rightarrow \frac{DB}{DH} = \frac{DC}{BD}$ $\Rightarrow \Delta DHB \sim \Delta DBC \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \text{góc DBH} = \text{góc DCB}$ <p>Mà góc DBH = góc AED ($\Delta AHB \sim \Delta ADE$)</p> $\Rightarrow \text{Góc DCB} = \text{góc AED}$ <p>Gọi K là giao điểm của DE và BC $\Rightarrow \Delta HCF \sim \Delta KEF \text{ (g-g)}$</p> $\Rightarrow \text{Góc EKF} = \text{góc CHF} = 90^0$ $\Rightarrow \text{DE vuông góc với BC}$ | 0,5 0,5 0,5 0,5 |
| C | | $BE \parallel AC \Rightarrow \frac{AC}{BE} = \frac{CF}{BF} = 2 \Rightarrow AC = 2 \cdot BE$ $\Delta CAD \sim \Delta ABE \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{BE} \Rightarrow AC \cdot BE = AD \cdot AB$ $\Rightarrow AC \cdot \frac{AC}{2} = \frac{AB}{2} \cdot AB$ $\Rightarrow AC = AB \Rightarrow C \text{ thuộc tia Ax sao cho } AC = AB \text{ không đổi}$ | 0,5 0,5 0,5 |

---Hết---