

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
CỤM CÁC TRƯỜNG THPT

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI OLYMPIC CHỌN HỌC SINH GIỎI
LỚP 10 CẤP CỤM TRƯỜNG THPT
NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 15 tháng 03 năm 2023

Thời gian làm bài: 150 phút

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Bài 1 (4,0 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2 - 2x - 1$.

- 1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .
- 2) Tìm giá trị thực của m để đường thẳng $d: y = mx + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thoả mãn $|x_1 - x_2|$ nhỏ nhất?

Bài 2 (3,0 điểm)

Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Cửa hàng cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi trang trại phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

Bài 3 (6,0 điểm)

- 1) Giải bất phương trình $\sqrt{2x + 5} \leq 2x - 1$.
- 2) Giải phương trình $10\sqrt{x^3 + 1} = 3(x^2 + 2)$.
- 3) Tính giá trị biểu thức $P = \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$.

Bài 4 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC có $AC = 2AB, AB = \sqrt{3}, \widehat{BAC} = 60^\circ, AD$ là đường phân giác trong của góc \widehat{BAC} . Lấy điểm I thoả mãn $\overline{AI} = \frac{2}{3}\overline{AD}$, đường thẳng BI cắt AC tại M .

- 1) Chứng minh $\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$;
- 2) Tính độ dài cạnh BC, AD .
- 3) Tính giá trị biểu thức $P = \frac{AM}{AC} + \frac{BI}{BM}$.

Bài 5 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, $BD = \sqrt{26}$ và điểm $A(2; -1)$. Biết điểm C có hoành độ dương và nằm trên đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$.

- 1) Viết phương trình đường thẳng AC .
- 2) Tìm tọa độ điểm B biết B có hoành độ lớn hơn 4.

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Chữ kí cán bộ coi thi số 1:

Chữ kí cán bộ coi thi số 2: