

Bài 1. (5,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+2}{2-\sqrt{x}} + \frac{19\sqrt{x}+6}{x-4}$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = (5 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{2}) + 2$
- Rút gọn biểu thức B.
- Tim x để $P = A.B$ nhận giá trị là một số nguyên.

Bài 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$

b) Cho $a = \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} + \sqrt{3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}}$. CMR: $a^2 - 2a - 2 = 0$

Bài 3. (4,0 điểm)

a) Tim m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đồ thị hàm số $y = (m-1)x + 2$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$

b) Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1)$

Bài 4. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt đường thẳng CF tại I, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt đường thẳng BE tại K.

- Chứng minh rằng: $BE.BK = CF.CI$
- Chứng minh rằng: $\sin A = \frac{AD.BC}{AB.AC}$
- Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, biết $\tan B.\tan C = 3$. Chứng minh $HG \parallel BC$.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$

Tim giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{\sqrt{a^2 - ab + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 - bc + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 - ca + a^2}}$

----- Hết -----