

Câu 1. (1 điểm) Cho hàm số $y = -x^2 + 2(m+1)x + 1 - m^2$ (1), (m là tham số). Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác KAB vuông tại K , trong đó $K(2; -2)$.

Câu 2. (1 điểm) Tính tổng các nghiệm của phương trình $5 \sin x - 2 = 3 \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 \cdot \tan^2 x$ trên $(0; 2\pi)$

Câu 3. (1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+3) = 3(x^2+y^2)+2 \\ \sqrt{xy+2y+12} + 2018 = \sqrt{y^2+4y+7} + 2019x \end{cases}$$

Câu 4. (2 điểm)

1) Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+3x} \cdot \sqrt[3]{5+3x} - 4}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{(a+2)x}{4} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$.

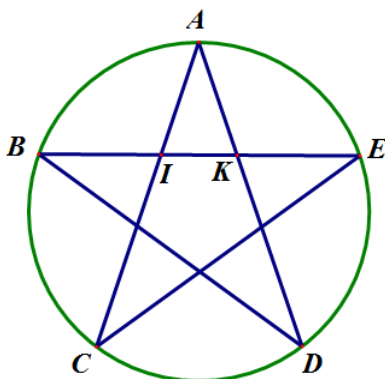
2) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2019; u_2 = 2020; u_{n+1} = \frac{2u_n + u_{n-1}}{3}, n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Tính $\lim u_n$.

Câu 5. (2 điểm) Trong toán học và nghệ thuật, hai đại lượng được gọi là có tỷ lệ vàng nếu tỷ số giữa tổng các đại lượng đó với đại lượng lớn hơn bằng tỷ số giữa đại lượng lớn hơn với đại lượng nhỏ hơn. Vậy tỷ lệ vàng được biểu diễn như sau:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi (a > b > 0)$$

1) Hãy tính tỷ lệ vàng φ đó.

2) Cho một đường tròn. Trên đường tròn đó lấy năm điểm A, B, C, D, E sao cho $ABCDE$ là ngũ giác đều. Nối các đỉnh của đa giác đó tạo thành hình ngôi sao năm cánh (như hình vẽ).Gọi giao điểm của BE với AC và AD lần lượt là I và K .



Chứng minh rằng tỷ số $\frac{BI}{IK}$ bằng tỷ lệ vàng.

Câu 6. (1 điểm) Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15, ..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau

+ Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.

+ Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.

+ Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100.

Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác. An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

Câu 7. (2 điểm)

1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với $AD \parallel BC$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, tam giác SAD vuông cân tại S và $SB = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SA , G là trọng tâm của tam giác SCD , H là giao điểm của BG và mặt phẳng (SAC) . Chứng minh rằng

$BM \parallel (SCD)$ và tính tỉ số $\frac{HB}{HG}$

2) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Hai điểm M, N chạy tương ứng trên các đoạn AB và CD sao cho $BM = DN$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của MN .

.....Hết.....