

Câu 1. (5.0 điểm)

a) Giải phương trình $x^3 + 3x - 3 = \sqrt[3]{3 - 2x}$ ($x \in \mathbb{R}$).

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} = \sqrt{y-1} + \sqrt{y+1} \\ x^2 + x + 12\sqrt{y+1} = 36 \end{cases}$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

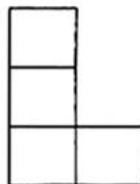
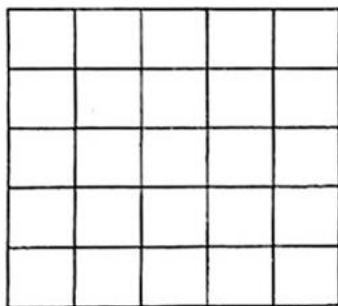
Câu 2. (5.0 điểm)

Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 3 \\ u_{n+2} + u_n = 2(u_{n+1} + 1) \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2}$.

Câu 3. (5.0 điểm)

a) Chọn ngẫu nhiên ba số đôi một khác nhau từ tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$. Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số tự nhiên liên tiếp.

b) Người ta cắt từ hình vuông 5×5 ô ra được 6 chữ L như hình vẽ. Hỏi ô trống còn lại có thể ở những vị trí nào ?



Câu 4. (5.0 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ không cân, có hai đáy là AB, CD và $AB < CD$; E là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Đường trung trực của CD cắt AB tại F . Gọi O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADF và O_2 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF . M là giao điểm thứ hai của (O_1) và CD , N là giao điểm thứ hai của (O_2) và CD .

a) Chứng minh $ABMN$ là hình thang cân.

b) Chứng minh O_1O_2 vuông góc với EF .

- HẾT -

- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay và tài liệu.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Câu 1. (5.0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $3a^2 + 2b^2 + c^2 = 6$ và biểu thức

$$P = 2(a + b + c) - abc.$$

a) Chứng minh rằng $P^2 \leq (a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2)$.

b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P .

Câu 2. (5.0 điểm)

a) Cho X là tập hợp tất cả các số tự nhiên n khác 0 thỏa mãn tính chất “ n có đúng 15 ước số dương”. Hãy tìm số n bé nhất thuộc tập X .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = |12^m - 5^n|$ với m, n là các số nguyên dương.

Câu 3. (5.0 điểm)

Cho tam giác ABC và điểm P nằm trong tam giác. Lấy điểm Q sao cho các đường thẳng AQ, BQ, CQ lần lượt đối xứng với các đường thẳng AP, BP, CP qua phân giác trong của các góc A, B, C . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của P lên AB, AC ; K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của Q lên AB, AC .

a) Chứng minh rằng các điểm M, N, K, L cùng nằm trên một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

b) Gọi T là giao điểm của MN và KL . Chứng minh rằng AT vuông góc PQ .

Câu 4. (5.0 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện:

$$f(xf(y)) + f(f(x) + f(y)) = yf(x) + f(x + f(y)), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

- HẾT -

- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay và tài liệu.

- Giám thị không giải thích gì thêm.