UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2018 – 2019
***Môn thi*: Toán – Lớp 8**
***Thời gian làm bài*: 150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (***2,0 điểm***)

Cho ba số a,b,c khác nhau đôi một và khác 0, đồng thời thỏa mãn điều kiện $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $A=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)$.

Câu 2. (***4,0 điểm***)

1) Giải phương trình $\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x+1}-\frac{2}{(x+1)^2}=2$.

2) Cho hai đa thức $P(x)=x^5-5x^3+4x+1, Q(x)=2x^2+x-1$. Gọi x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 là các nghiệm của $P\left(x\right)$. Tính giá trị của $Q\left(x_1\right).Q\left(x_2\right).Q\left(x_3\right).Q\left(x_4\right).Q\left(x_5\right)$.

Câu 3. (***4,0 điểm***)

1) Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho n^2+2 là ước số của n^6+206.

2) Cho a,b,c là các số nguyên khác 0, $a\neq c$ sao cho $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{a}{c}$. Chứng minh rằng $a^2+b^2+c^2$ không phải là số nguyên tố.

Câu 4. (***7,0 điểm***)

1) Cho hình vuông $ABCD$, gọi M là điểm bất kì trên cạnh BC. Trong nửa mặt phẳng bờ AB chứa C, dựng hình vuông $AMHN$. Qua M dựng đường thẳng d song song với AB, d cắt AH tại E. Đường thẳng AH cắt DC tại F.

a) Chứng minh rằng $BM=ND$.

b) Tứ giác $EMFN$ là hình gì?

c) Chứng minh chu vi tam giác MFC không đổi khi M thay đổi trên BC.

2) Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=90^\circ, \widehat{ABC}=20^\circ$. Các điểm E và F lần lượt nằm trên các cạnh AC, AB sao cho $\widehat{ABE}=10^\circ$ và $\widehat{ACF}=30^\circ$. Tính $\widehat{CFE}$.

Câu 5. (***3,0 điểm***)

1) Cho các số thực $a,b,c\geq 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2a-1}+\frac{1}{2b-1}+\frac{1}{2c-1}+3\geq\frac{4}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{4}{c+a}.$$

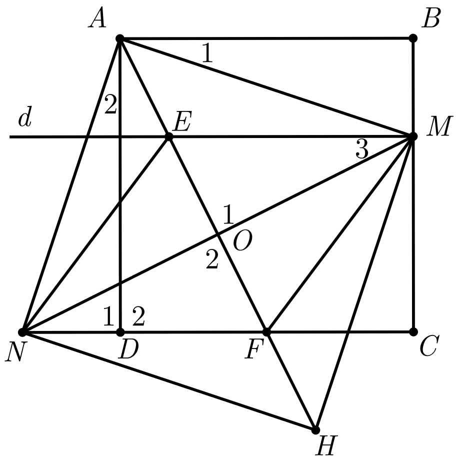
2) Cho hình vuông $ABCD$ và 9 đường thẳng cùng có tính chất là mỗi đường thẳng chia hình vuông $ABCD$ thành hai tứ giác có tỉ số diện tích bằng $\frac{2}{3}$. Chứng minh rằng có ít nhất 3 đường thẳng trong số đó cùng đi qua một điểm.

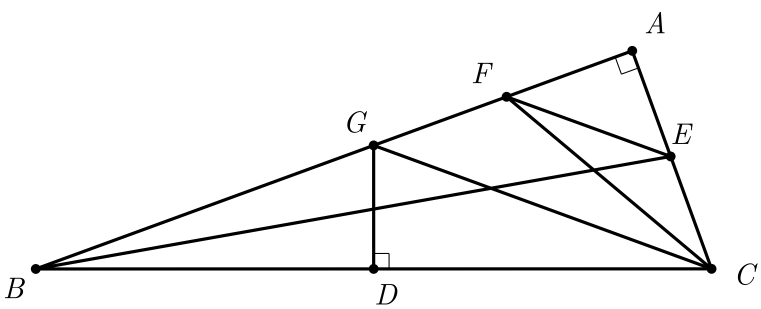
--------HẾT--------

Họ và tên thí sinh :.. Số báo danh ....

UBND TỈNH BẮC NINH **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**HƯỚNG DẪN CHẤM** **THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH** **NĂM HỌC 2018 - 2019** **Môn: Toán - Lớp 8**

Câu	Đáp án	Điểm
1.1. (2,0 điểm)		
	Nếu $a+b+c=0$ thì $a+b=-c, b+c=-a, c+a=-b$. Do đó, $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=-1 \Rightarrow A=\frac{a+b}{c}\cdot\frac{b+c}{a}\cdot\frac{c+a}{b}=-1$.	1,0
	Nếu $a+b+c\neq 0$ thì $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=\frac{a+b+b+c+c+a}{c+a+b}=2$. Do đó, $a+b=2c, b+c=2a, c+a=2b \Rightarrow a=b=c$, trái giả thiết. Vậy $A=-1$.	1,0
2.1. (2,0 điểm)		
	Điều kiện: $x\neq 0, x\neq -1$	0,25
	$\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x+1}-\frac{2}{(x+1)^2}=2 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{x^2}+1-\frac{3}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}=0$ $\Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x^2}+\frac{(x+1)^2-3(x+1)+2}{(x+1)^2}=0$ $\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}+\frac{x^2+2x+1-3x-3+2}{(x+1)^2}=0$	0,75
	$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}+\frac{x(x-1)}{(x+1)^2}=0 \Leftrightarrow (x-1)\left[\frac{x+1}{x^2}+\frac{x}{(x+1)^2}\right]=0$	0,5
	$\Leftrightarrow (x-1)\left[(x+1)^3+x^3\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{-1}{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn) Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{1;\frac{-1}{2}\right\}$.	0,5
2.2. (2,0 điểm)		
	Ta có $P(x)=x^5-5x^3+4x+1=\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)\left(x-x_4\right)\left(x-x_5\right)$ $Q(x)=2\left(\frac{1}{2}-x\right)(-1-x)$	0,75
	Do đó $Q\left(x_1\right).Q\left(x_2\right).Q\left(x_3\right).Q\left(x_4\right).Q\left(x_5\right)$ $=2^5\left[\left(\frac{1}{2}-x_1\right)\left(\frac{1}{2}-x_2\right)\left(\frac{1}{2}-x_3\right)\left(\frac{1}{2}-x_4\right)\left(\frac{1}{2}-x_5\right)\right]\times$ $\times\left[\left(-1-x_1\right)\left(-1-x_2\right)\left(-1-x_3\right)\left(-1-x_4\right)\left(-1-x_5\right)\right]$	0,75
	$=32.P\left(\frac{1}{2}\right)\cdot P(-1)=32\left(\frac{1}{32}-\frac{5}{8}+2+1\right)(-1+5-4+1)=77$.	0,5
3.1. (2,0 điểm)		
	n^2+2 là ước số của $n^6+206 \Leftrightarrow \frac{n^6+206}{n^2+2}\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{n^6+8+198}{n^2+2}\in\mathbb{Z}$ $\Leftrightarrow n^4+2n^2+4+\frac{198}{n^2+2}\in\mathbb{Z}$.	0,75

	Điều này xảy ra khi n^2+2 là ước nguyên dương của $198=2.3^2.11$ gồm: $2;3;6;9;11;18;22;33;66;99;198$.	0,75
	Từ đó ta tìm được $n\in\left\{1;2;3;4;8;14\right\}$. **Chú ý :** *+ Nếu bước 2 thiếu giá trị của n^2+2 trừ 0,5 điểm.* *+ Nếu bước 3 thiếu giá trị của n trừ 0,25 điểm.*	0,5
3.2. (2,0 điểm)		
	Ta có $\dfrac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\dfrac{a}{c}\Leftrightarrow(a-c)\left(b^2-ac\right)=0\Rightarrow b^2=ac$ Mà $a^2+b^2+c^2=a^2+ac+c^2=a^2+2ac+c^2-b^2$ $=(a+c)^2-b^2=(a+c+b)(a+c-b)$	0,75
	Ta thấy $a^2+b^2+c^2>3$ do đó nếu $a^2+b^2+c^2$ là các số nguyên tố thì xảy ra các trường hợp sau $1)\ a+c-b=1, a+c+b=a^2+b^2+c^2\Rightarrow a^2+b^2+c^2=2a+2c-1$ $\Rightarrow(a-1)^2+(c-1)^2+b^2=1\rightarrow a=c=1, b=\pm1$ (Loại)	0,5
	$2) a+c+b=1, a+c-b=a^2+b^2+c^2\Rightarrow a^2+b^2+c^2=2a+2c-1$ $\Rightarrow(a-1)^2+(c-1)^2+b^2=1\Rightarrow a=c=1, b=\pm1$ (Loại) $3) a+c+b=-1, a+c-b=-\left(a^2+b^2+c^2\right)\Rightarrow a^2+b^2+c^2=-2a-2c-1$ $\Rightarrow(a+1)^2+(c+1)^2+b^2=1\Rightarrow a=c=-1, b=\pm1$ (Loại) $4) a+c-b=-1, a+c+b=-\left(a^2+b^2+c^2\right)\Rightarrow a^2+b^2+c^2=-2a-2c-1$ $\Rightarrow(a+1)^2+(c+1)^2+b^2=1\Rightarrow a=c=-1, b=\pm1$ (Loại) Vậy $a^2+b^2+c^2$ không phải là số nguyên tố.	0,75
4.1.a) (2,0 điểm)		
	 a) Do $ABCD$ là hình vuông nên $\Rightarrow\widehat{A_1}+\widehat{MAD}=90^\circ\ (1)$ Mà $AMHN$ là hình vuông $\Rightarrow\widehat{A_2}+\widehat{MAD}=90^\circ\ (2)$ Từ $(1),(2)$ suy ra $\widehat{A_1}=\widehat{A_2}$	1,0
	Do đó, $\Delta AND=\Delta AMB(c.g.c)$ $\Rightarrow\widehat{B}=\widehat{D_1}=90^\circ$ và $BM=ND$	1,0

4.1.b) (1,5 điểm)		
	Do $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow \widehat{D_2} = 90^{\circ}$ $\Rightarrow \widehat{NDC} = \widehat{D_1} + \widehat{D_2} = 90^{\circ} + 90^{\circ} = 180^{\circ} \Rightarrow N, D, C$ thẳng hàng. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AH, MN của hình vuông $AMHN$. $\Rightarrow O$ là tâm đối xứng của hình vuông $AMHN$. $\Rightarrow AH$ là đường trung trực đoạn MN, mà $E, F \in AH \Rightarrow EN = EM$ và $FM = FN$ (3).	1,0
	$\Delta EOM = \Delta FON \left(OM = ON; \widehat{N_1} = \widehat{M_3}\right) \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \Rightarrow EM = NF$ (4) Từ $(3),(4) \Rightarrow EM = NE = NF = FM \Rightarrow MENF$ là hình thoi (5).	0,5
4.1.c) (2,0 điểm)		
	Từ (5) suy ra $FM = FN = FD + DN$ Mà $DN = MB \Rightarrow MF = DF + BM$	1,0
	Gọi chu vi tam giác MCF là p và cạnh hình vuông là a. Ta có $P = MC + CF + MF = MC + CF + BM + DF$ (vì $MF = DF + MB$) $= (MC + MB) + (CF + FD) = BC + CD = a + a = 2a$ Do đó, chu vi tam giác MFC không đổi khi M thay đổi trên BC.	1,0
4.2. (1,5 điểm)		
	 Xét ΔABC có $\widehat{BAC} = 90^{\circ}, \widehat{ABC} = 20^{\circ} \Rightarrow \widehat{ACB} = 70^{\circ}$ ΔACF có $\widehat{CAF} = 90^{\circ}$, $\widehat{ACF} = 30^{\circ} \Rightarrow FC = 2.AF$ Gọi D là trung điểm của BC và G là điểm trên AB sao cho $GD \perp BC$. Khi đó, $\Delta ABC \backsim \Delta DBG \Rightarrow \dfrac{BD}{BG} = \dfrac{BA}{BC}$	0,5
	$\widehat{GCB} = \widehat{GBC} = 20^{\circ} \Rightarrow \widehat{GCF} = 20^{\circ}$ Do đó CG và BE lần lượt là tia phân giác của $\widehat{BCF}$ và $\widehat{ABC}$ nên $\dfrac{FC}{FG} = \dfrac{BC}{BG}; \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{AE}{EC}$	0,5
	Do đó, $\dfrac{AF}{FG} = \dfrac{\frac{1}{2}FC}{FG} = \dfrac{\frac{1}{2}BC}{BG} = \dfrac{BD}{BG} = \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{AE}{EC} \Rightarrow \dfrac{AF}{FG} = \dfrac{AE}{EC}$ Từ đó suy ra $CG // EF$ (ĐL Talet đảo) $\Rightarrow \widehat{CFE} = \widehat{GCF} = 20^{\circ}$.	0,5
5.1. (2,0 điểm)		
	Ta có $(a-1)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 \geq 2a - 1 \Rightarrow \dfrac{1}{2a-1} \geq \dfrac{1}{a^2}$. Nên $VT \geq \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} + 3$	0,75

Ta lại có $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\ge\frac{2}{ab}\ge\frac{8}{(a+b)^2};\frac{8}{(a+b)^2}+2\ge\frac{8}{a+b}\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+2\ge\frac{8}{a+b}$

Tương tự $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\ge\frac{8}{b+c};\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}+2\ge\frac{8}{c+a}$

0,75

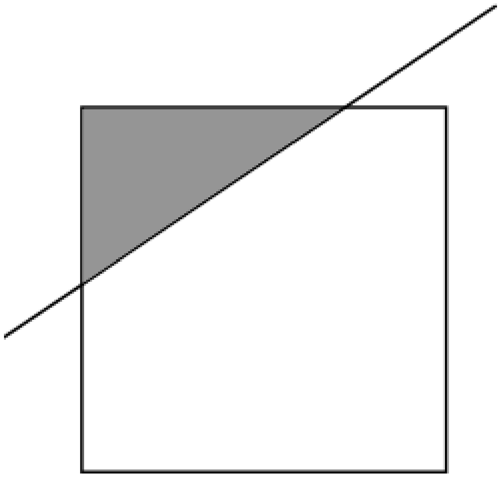
Suy ra $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+3\ge\frac{4}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{4}{c+a}$

Do vậy, $\frac{1}{2a-1}+\frac{1}{2b-1}+\frac{1}{2c-1}+3\ge\frac{4}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{4}{c+a}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

0,5

5.2. (1,0 điểm)

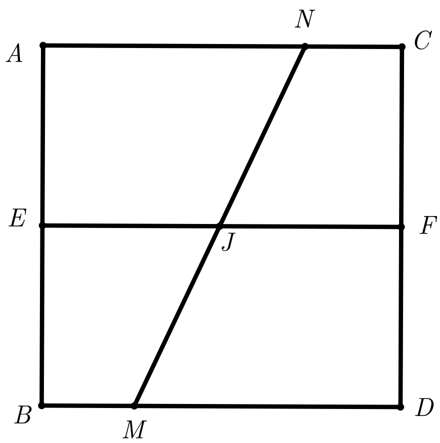


Các đường thẳng đã cho không thể cắt các cạnh kề nhau của hình vuông, bởi vì nếu thế chúng chia hình vuông thành một tam giác và ngũ giác (chứ không phải là chia hình vuông thành hai tứ giác).

Do đó, mỗi đường thẳng (trong số chín đường thẳng) đều cắt hai cạnh đối của hình vuông và không đi qua một đỉnh nào của hình vuông cả.

Giả sử một đường thẳng cắt hai cạnh đối BC và AD tại các điểm M và N.

0,5

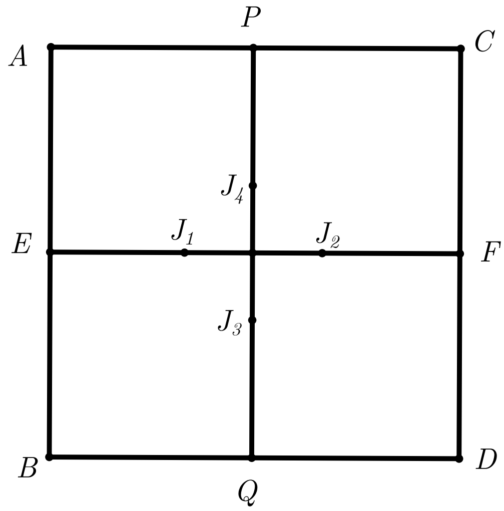


Ta có $\frac{S_{ABMN}}{S_{MCDN}}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\frac{\frac{1}{2}.AB.(BM+AN)}{\frac{1}{2}.CD.(MC+ND)}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\frac{EJ}{JF}=\frac{2}{3}$.

(ở đây E và F là các trung điểm của AB và CD tương ứng).

Gọi E,F,P,Q tương ứng là các trung điểm của AB,CD,BC,AD. Gọi J_1,J_2,J_3,J_4 là các điểm sao cho J_1,J_2 nằm trên EF, J_3,J_4 nằm trên PQ và thỏa mãn:

0,5

	$\frac{EJ_1}{J_1F}=\frac{FJ_2}{J_2F}=\frac{PJ_3}{J_3Q}=\frac{QJ_4}{J_4P}=\frac{2}{3}$.  Khi đó từ đó lập luận trên ta suy ra mỗi đường thẳng có tính chất thỏa mãn yêu cầu của đề bài phải đi qua một trong 4 điểm J_1,J_2,J_3,J_4 nói trên. Vì có 9 đường thẳng, nên theo nguyên lí Dirichlet phải tồn tại ít nhất một trong 4 điểm J_1,J_2,J_3,J_4 sao cho nó có ít nhất ba trong 9 đường thẳng đã cho đi qua. Vậy có ít nhất 3 đường thẳng trong 9 đường thẳng đã cho đi qua một điểm.	

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.
2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thi giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.
3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----------Hết-----------