

Họ và tên học sinh Lớp

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (16 câu - 4 điểm)

Câu 1. Trên đường tròn lượng giác, điểm M thỏa mãn $(Ox, OM) = 700^\circ$ thì nằm ở góc phần tư thứ

- A. I. B. IV. C. II. D. III.

Câu 2. Chọn công thức **không đúng** trong các công thức sau?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{1 - \sin^2 \alpha}$.
C. $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$. D. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

Câu 3. Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính giá trị $\sin \alpha$.

- A. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 4. Cho $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$. Tính giá trị $\cos \alpha$.

- A. $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 5. Chọn công thức **sai** trong các công thức dưới đây?

- A. $\tan(\pi - x) = -\tan x$. B. $\cos(\pi - x) = -\cos x$.
C. $\cot(\pi - x) = -\cot x$. D. $\sin(\pi - x) = -\sin x$.

Câu 6. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sin x$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$.
C. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$. D. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$.

Câu 7. Trong các công thức sau, chọn công thức đúng.

- A. $\sin(a + b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. B. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\cos(a - b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. D. $\cos(a - b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

Câu 8. Ta có $\cos a \cos \frac{\pi}{10} + \sin a \sin \frac{\pi}{10}$ bằng

- A. $\cos\left(a - \frac{\pi}{10}\right)$. B. $\cos\left(a + \frac{\pi}{10}\right)$. C. $\sin\left(a + \frac{\pi}{10}\right)$. D. $\sin\left(a - \frac{\pi}{10}\right)$.

Câu 9. Chọn công thức đúng.

- A. $\cos 2x = 1 - 2 \cos^2 x$. B. $\cos 2x = 2 \sin^2 x - 1$.
C. $\cos 2x = 2 \sin x \cos x$. D. $\cos^2 2x = 1 - \sin^2 2x$.

Câu 10. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1; 2)$ thì có phương trình tổng quát là

- A. $x - 2y - 2 = 0$. B. $-x + 2y + 1 = 0$. C. $-x + 2y + 2 = 0$. D. $x - 2y + 2 = 0$.

Câu 11. Cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -7)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: x - 3y + 4 = 0$. Tìm phương trình tổng quát của d .

- A. $3x + y + 7 = 0$. B. $3x + y - 7 = 0$. C. $x - 3y - 21 = 0$. D. $3x - y - 7 = 0$.

Câu 12. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 3)$ và nhận $\vec{u} = (3; 1)$ làm vectơ chỉ phương. Trong các phương trình sau, phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ có

- A. tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. B. tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.
 C. tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. D. tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 2$.

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tâm O và đi qua điểm $M(2; -1)$ có phương trình

- A. $x^2 + y^2 = 5$. B. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{5}$.
 C. $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$. D. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(-5; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 1 = 0$ là

- A. -25 . B. -5 . C. 5 . D. 25 .

Câu 16. Cho hai đường thẳng $d_1: x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ và $d_2: x - \sqrt{3}y + 1 = 0$. Tính số đo góc tạo bởi d_1 và d_2 .

- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. -60° .

II. PHẦN TỰ LUẬN (6 điểm)

Câu 1 (1.5đ). Giải các bất phương trình sau:

a) [0.75đ] $(2 - x)(x^2 - 5x + 6) \geq 0$ b) [0.75đ] $\sqrt{2x + 3} < 6 - x$

Câu 2 (1.5đ). Cho $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính các giá trị lượng giác $\cos \alpha$, $\sin 2\alpha$, $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 3 (2.5đ). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(-1; 3)$, $B(5; -5)$ và đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$.

- a. [1.0đ] Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng AB .
 b. [0.75đ] Viết phương trình đường tròn tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .
 c. [0.75đ] Viết phương trình đường tròn (C) đi qua các điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d .

Câu 4 (0.5đ). Cho a, b thỏa mãn $\sin(a - b) = 0$. Chứng minh rằng $\cos(a - 2b) = \cos a$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN TRẮC NGHIỆM

ĐỀ THI SỐ 1

1. B 2. D 3. A 4. D 5. D 6. D 7. B 8. A
9. D 10. D 11. A 12. A 13. C 14. A 15. C 16. B

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1.

a) $(2 - x)(x^2 - 5x + 6) \geq 0$.

Đặt $f(x) = (2 - x)(x^2 - 5x + 6)$. Ta có

• $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

• $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. (0.25đ)

Ta có bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$2 - x$	+	0	-	-	
$x^2 - 5x + 6$	+	0	-	+	
$f(x)$	+	0	+	0	-

(0.25đ)

Dựa vào bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $S = (-\infty; 3]$.
(0.25đ)

b) $\sqrt{2x + 3} < 6 - x$

$$\sqrt{2x + 3} < 6 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 \geq 0 \\ 6 - x > 0 \\ 2x + 3 < 36 - 12x + x^2 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x < 6 \\ x^2 - 14x + 33 > 0 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x < 6 \\ \begin{cases} x < 3 \\ x > 11 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right). \quad (0.25đ)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[-\frac{3}{2}; 3\right)$.

Câu 2.

- Tính $\cos \alpha$

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \\ \Rightarrow \cos \alpha &= \pm \frac{\sqrt{5}}{3}.\end{aligned}$$

Vì $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên $\cos \alpha < 0$, suy ra $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$. (0.5đ)

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ (0.5đ)

- $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} \\ &= \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 1}{1 - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{3}} = 9 + 4\sqrt{5}.\end{aligned}$$

(0.5đ)

Câu 3.

- a. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB .

- Đường thẳng AB đi qua điểm $A(-1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}(6; -8)$ nên có phương trình: (0.25đ)

$$\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 3 - 8t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

(0.25đ)

- Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}(6; -8)$ suy ra một vectơ pháp tuyến của AB là $\vec{n}(4; 3)$.

Đường thẳng AB đi qua $A(-1; 3)$ và nhận $\vec{n}(4; 3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát (0.25đ)

$$4(x + 1) + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 5 = 0.$$

(0.25đ)

- b. Viết phương trình đường tròn tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .
Đường tròn tâm $A(-1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính

$$R = d(A, d) = \frac{|2 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6}{\sqrt{13}}.$$

(0.5đ)

Suy ra phương trình đường tròn là:

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{13}}\right)^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = \frac{36}{13}.$$

(0.25đ)

- c. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua các điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d . Đường tròn (C) có dạng

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad (a^2 + b^2 - c > 0).$$

- (C) đi qua điểm $A(-1; 3)$ nên ta có phương trình

$$(-1)^2 + 3^2 - 2a \cdot (-1) - 2b \cdot 3 + c = 0 \Leftrightarrow 2a - 6b + c = -10 \quad (1)$$

(0.25đ)

- (C) đi qua điểm $B(5; -5)$ nên ta có phương trình

$$5^2 + (-5)^2 - 2a \cdot 5 - 2b \cdot (-5) + c = 0 \Leftrightarrow -10a + 10b + c = -50 \quad (2)$$

(0.25đ)

- Tâm $I(a; b) \in d: 2x + 3y - 1 = 0$ nên $2a + 3b - 1 = 0 \quad (3).$

Từ (1), (2), (3) suy ra
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -20 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0.$$

(0.25đ)

Câu 4.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos(a-2b) &= \cos[(a-b)-b] \\ &= \cos(a-b)\cos b + \sin(a-b)\sin b \\ &= \cos(a-b)\cos b \quad (\text{do } \sin(a-b) = 0) \\ &= (\cos a \cos b + \sin a \sin b)\cos b \\ &= \cos a \cos^2 b + \sin a \cos b \sin b \quad (*). \end{aligned}$$

(0.25đ)

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \sin(a-b) = 0 &\Leftrightarrow \sin a \cos b - \sin b \cos a = 0 \\ &\Leftrightarrow \sin a \cos b = \sin b \cos a. \end{aligned}$$

Thay vào (*) ta được

$$\begin{aligned} \cos(a-2b) &= \cos a \cos^2 b + \sin^2 b \cos a \\ &= \cos a (\cos^2 b + \sin^2 b) \\ &= \cos a \cdot 1 = \cos a. \end{aligned}$$

(0.25đ)