



Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x+15}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{7}{\sqrt{x}+1} + \frac{10\sqrt{x}-8}{1-x}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 800 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do cải tiến kĩ thuật nên tổ I làm vượt mức 15% còn tổ II làm vượt mức 10% so với kế hoạch, vì vậy trong thời gian quy định cả hai tổ đã làm được 899 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+1} - 3y = -1 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ (1) (x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7$.

Bài IV (3,0 điểm) Cho đường tròn (O, R) và một điểm S nằm ngoài đường tròn. Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với (O) (A, B là các tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác $OASB$ là tứ giác nội tiếp.

2) Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng SD cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác D). Chứng minh rằng $SA.SB = SC.SD$.

3) Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng SO và AB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M . Chứng minh tam giác SCI đồng dạng với tam giác SOD và ba điểm A, O, M là ba điểm thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $(x+1)(y+1) = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

..... **Hết**



Môn thi : **TOÁN 9**

Ngày thi : 07 tháng 3 năm 2023

Thời gian làm bài : 90 phút

HƯỚNG DẪN CHẤM CHO ĐỀ CHÍNH THỨC

(gồm 04 trang)

HƯỚNG DẪN CHUNG

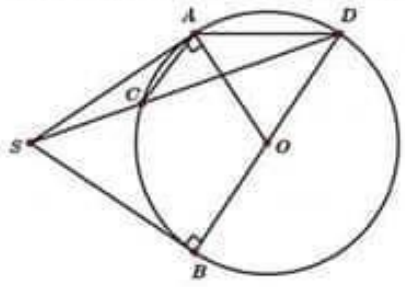
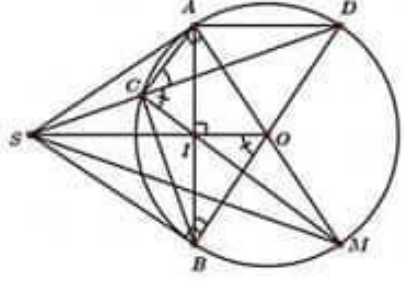
- +) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- +) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.
- +) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.
- +) Bài hình vẽ hình sai thì không cho điểm.

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.	0,5
		Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức A có $A = \frac{4+15}{\sqrt{4-1}}$	0,25
		Tính được $A = 19$. Vậy với $x = 4$ thì $A = 19$.	0,25
	2)	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$.	1,0
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} + \frac{7}{\sqrt{x+1}} + \frac{10\sqrt{x}-8}{1-x}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} + \frac{7}{\sqrt{x+1}} - \frac{(10\sqrt{x}-8)}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})}$	
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+1}) + 7(\sqrt{x-1}) - 10\sqrt{x} + 8}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$	
		$= \frac{x + \sqrt{x} + 7\sqrt{x} - 7 - 10\sqrt{x} + 8}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$	
		$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}}$ (điều phải chứng minh).	
	3)	Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = AB$ đạt giá trị nhỏ nhất.	0,5
	$P = AB = \frac{x+15}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x-1} + \frac{16}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} + \frac{16}{\sqrt{x+1}} - 2$		

	<p>Vì $x \geq 0$, $x \neq 1$ nên $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0$ và $\frac{16}{\sqrt{x} + 1} > 0$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương, ta có</p> $\sqrt{x} + 1 + \frac{16}{\sqrt{x} + 1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 1) \cdot \frac{16}{\sqrt{x} + 1}} = 8 \Rightarrow P \geq 6$	0,25
	<p>Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = \frac{16}{\sqrt{x} + 1} \Leftrightarrow x = 9$ (TMĐK)</p> <p>Vậy $x = 9$ thì biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6.</p>	0,25
Bài II 2,0 điểm	<p>Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 800 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do cải tiến kĩ thuật nên tổ I làm vượt mức 15% còn tổ II làm vượt mức 10% so với kế hoạch, vì vậy trong thời gian quy định cả hai tổ đã làm được 899 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.</p>	2,0
	<p>Gọi số sản phẩm tổ I và tổ II phải làm theo kế hoạch lần lượt là $x; y$ (sản phẩm; $x; y \in \mathbb{N}^*$)</p>	0,25
	<p>Vì theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm 800 sản phẩm. Ta có PT: $x + y = 800$ (1)</p>	0,25
	<p>Thực tế tổ I sản xuất được $x + 15\%x = 115\%x = 1,15x$ (sản phẩm)</p>	0,25
	<p>Thực tế tổ II sản xuất được $y + 10\%y = 110\%y = 1,1y$ (sản phẩm)</p>	0,25
	<p>Vì thực tế hai tổ đã làm được 899 sản phẩm nên ta có PT: $1,15x + 1,1y = 899$ (2)</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) ta có HPT $\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,15x + 1,1y = 899 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 380 \text{ (TMĐK)} \\ y = 420 \text{ (TMĐK)} \end{cases}$</p> <p>Vậy theo kế hoạch, tổ I phải làm 380 (sp), tổ II phải làm 420 (sp).</p>	0,25
Bài III 2,5 điểm	1) <p>Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+1} - 3y = -1 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases}$</p>	1,0
	<p>ĐK: $x \geq -1$ (Thiếu dấu bằng trừ 1/8).</p>	0,25
	<p>Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x+1} \\ b = y \end{cases}$ ($a \geq 0$), suy ra $\begin{cases} a - 3b = -1 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$</p> <p>Giải được $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$ (TMĐK)</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (TMĐK)} \\ y = 1 \end{cases}$</p>	0,25

		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(3, 1)$.	0,25
	2a)	Giải phương trình (1) khi $m = 5$.	0,5
		Thay $m = 5$ vào (1) ta có PT: $x^2 - 8x - 10 = 0$	
		$\Delta' = (-4)^2 - 1 \cdot (-10) = 26 > 0$	0,25
		Nên PT có 2 nghiệm phân biệt: $x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{26}}{1} = 4 \pm \sqrt{26}$	
		Vậy PT có tập nghiệm $S = \{4 \pm \sqrt{26}\}$.	0,25
	2b)	Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7$.	1,0
		PT: $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ (1)	
		Có $\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (-2m) = m^2 + 1$	0,25
		Vì $\Delta' = m^2 + 1 > 0$ với mọi $m \Rightarrow$ PT (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .	0,25
		Áp dụng hệ thức Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$	
		Ta có $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7 \Leftrightarrow 4x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1 = 7$	0,25
		$\Rightarrow 4(-2m) - 4(m-1) + 1 = 7 \Leftrightarrow -12m + 5 = 7 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{6}$. Kết luận.	0,25
Bài IV 3,0 điểm	1)	Cho đường tròn (O, R) và một điểm S nằm ngoài đường tròn. Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Chứng minh tứ giác $OASB$ là tứ giác nội tiếp.	1,0
			
		Vẽ đúng hình đến ý 1)	0,25
		Chỉ ra $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = 90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác $OASB$ có: $\widehat{SAO} + \widehat{SBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	Mà đây là hai góc đối nhau nên $OASB$ là tứ giác nội tiếp (đpcm).	0,25	
	2)	Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Đường thẳng SD cắt đường tròn	1,0

	<p>(O) tại điểm C (C khác D). Chứng minh rằng $SA.SB = SC.SD$.</p>	
		<p>Chỉ ra được $\widehat{SAC} = \widehat{ADC}$ (có lí do). 0,25</p> <p>C/m $\Delta SAC \sim \Delta SDA$ (g.g) 0,25</p> <p>$\frac{SA}{SD} = \frac{SC}{SA} \Rightarrow SA^2 = SC.SD$ 0,25</p> <p>Chỉ ra $SA = SB$</p> <p>Suy ra $SA^2 = SA.SB \Rightarrow SASB = SC.SD$. 0,25</p>
3)	<p>Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng SO và AB. Tia CI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M. Chứng minh tam giác SCI đồng dạng với tam giác SOD và ba điểm A, O, M là ba điểm thẳng hàng.</p>	1,0
		<p>Chứng minh $SO \perp AB$ tại I. 0,25</p> <p>ΔSAO vuông ở A có $SA^2 = SI.SO$ (htl).</p> <p>Cmt: $SA^2 = SC.SD \Rightarrow SC.SD = SO.SI$</p> <p>$\Rightarrow \frac{SC}{SO} = \frac{SI}{SD}$</p> <p>$\Rightarrow \Delta SCI \sim \Delta SOD$ (c.g.c) 0,25</p> <p>$\Rightarrow \widehat{SIC} = \widehat{SDO}$.</p> <p>Lập luận được $CDOI$ là tứ giác nội tiếp. 0,25</p> <p>Suy ra $\widehat{ICD} = \widehat{IOB}$ (cùng bù với \widehat{IOD}).</p> <p>Mà $\widehat{ACD} = \widehat{IBO}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AD} của (O))</p> <p>$\Rightarrow \widehat{ICD} + \widehat{ACD} = \widehat{IOB} + \widehat{IBO} = 90^\circ$ (Do tam giác ΔIOB vuông tại I)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{ACI} = 90^\circ$ hay $\widehat{ACM} = 90^\circ$</p> <p>(O) có: \widehat{ACM} là góc nội tiếp chắn \widehat{AM}</p> <p>Suy ra AM là đường kính của (O). Vậy A, O, M là ba điểm thẳng hàng. 0,25</p>
<p>Bài V 0,5 điểm</p>	<p>Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $(x+1)(y+1) = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.</p>	0,5
	<p>Ta có $(x+1)(y+1) = 5 \Leftrightarrow x+y+xy = 4$.</p> <p>Vì $x, y \geq 0 \Rightarrow x+y \leq 4$.</p> <p>Vì $x, y \geq 0 \Rightarrow 2xy \geq 0$ do đó</p> <p>$P = x^2 + y^2 \leq x^2 + y^2 + 2xy = (x+y)^2 \leq 4^2 = 16$.</p>	0,25
	<p>Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} xy = 0 \\ x+y = 4 \end{cases}$, tức là $(x, y) \in \{(4; 0), (0; 4)\}$</p> <p>Vậy $\max P = 16$ khi $(x, y) \in \{(4; 0), (0; 4)\}$.</p>	0,25

.....Hết.....