

Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{18} - \frac{1}{5}\sqrt{50} + \sqrt{32}$

b) $B = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}$

c) $C = \sin 54^\circ \cot 54^\circ - \sin 36^\circ$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

a) $5\sqrt{x+5} - \sqrt{9x+45} + \sqrt{4x+20} - 12 = 0$

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + 4 = 6$

c) $\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x - 1} = 0$

Bài 3: Với $x \geq 0$ và $x \neq 4$ cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{3}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x + 4}{4 - x}$$

a) tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $A \cdot B > 1$.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{C} = 30^\circ$

a) Biết $BC = 10$ cm. Giải tam giác vuông ABC

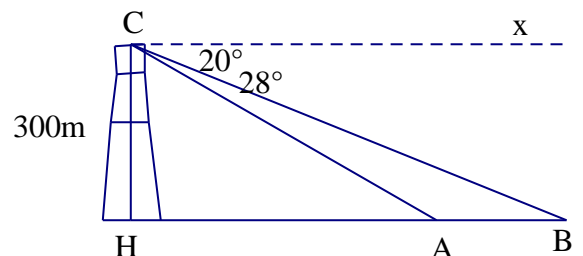
b) Trên tia BA lấy điểm I sao cho $BI = 2BC$. Chứng minh rằng tam giác $\triangle BAC$ đồng dạng với $\triangle BIC$. Từ đó chứng minh rằng $\frac{1}{CA^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CI^2}$.

c) Lấy M là trung điểm của BI . Chứng minh $2CA \cdot CM = CB \cdot CI$

Bài 5: Một người đứng trên một đỉnh tháp cao 300 m nhìn xuống hai đầu cầu A và B với góc tạo với phương ngang lần lượt là 28° và 20° . Hãy tính:

a) Khoảng cách từ chân cầu A đến chân tháp ?

b) Chiều dài cây cầu AB? (Làm tròn các kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



Bài 6: Cho $2 < x < 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(3-x)^2} + \frac{1}{(x-2)(3-x)}$$

♣HẾT♣

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. a) $A = 2\sqrt{18} - \frac{1}{5}\sqrt{50} + \sqrt{32}$

$$A = 2\sqrt{9 \cdot 2} - \frac{1}{5}\sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2}$$

$$A = 2 \cdot 3\sqrt{2} - \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$A = 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$A = 9\sqrt{2}$$

b) $B = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}$

$$B = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{2\sqrt{3} \cdot (2+\sqrt{3})}{2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}-1)} - \frac{2(\sqrt{3}-1) \cdot (3+2\sqrt{3})}{2(\sqrt{3}-1) \cdot \sqrt{3}} - \frac{3 \cdot (\sqrt{3}-1)}{2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}-1)}$$

$$B = \frac{4\sqrt{3}+6}{6-2\sqrt{3}} - \frac{2 \cdot (3\sqrt{3}-3+6-2\sqrt{3})}{6-2\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{3}-3}{6-2\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{4\sqrt{3}+6-6\sqrt{3}+6-12+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}+3}{6-2\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{-\sqrt{3}+3}{6-2\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{(-\sqrt{3}+3)(6+2\sqrt{3})}{(6-2\sqrt{3})(6+2\sqrt{3})}$$

$$B = \frac{-6\sqrt{3}+18-6+6\sqrt{3}}{36-(2\sqrt{3})^2}$$

$$B = \frac{12}{36-12}$$

$$B = \frac{1}{2}$$

c) $C = \sin 54^\circ \cot 54^\circ - \sin 36^\circ$

$$C = \sin 54^\circ \cdot \frac{\cos 54^\circ}{\sin 54^\circ} - \sin 36^\circ$$

$$C = \cos 54^\circ - \sin 36^\circ$$

$$C = \sin 36^\circ - \sin 36^\circ$$

$$C = 0$$

Câu 2. a) $5\sqrt{x+5} - \sqrt{9x+45} + \sqrt{4x+20} - 12 = 0 \quad (x \geq -5)$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+5} - 3\sqrt{x+5} + 2\sqrt{x+5} = 12$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x+5} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 3$$

$$\Leftrightarrow x+5 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \{4\}$$

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + 4 = 6$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow |x-3| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 2 \\ x-3 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{1; 5\}$$

c) $\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x-1} = 0 \quad (x \geq 1)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = x - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (nhận) hoặc } x = 0 \text{ (loại)}$$

$$\text{Vậy } S = \{1\}$$

Câu 3. a) Với $x = 25$, ta được: $A = \frac{\sqrt{25+2}}{\sqrt{25+3}} = \frac{7}{8}$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} + \frac{3}{\sqrt{x+2}} + \frac{x+4}{4-x}$

Với $x \geq 0$ và $x \neq 4$, ta được:

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} + \frac{3}{\sqrt{x+2}} + \frac{x+4}{4-x}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{5(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{5}{\sqrt{x}+2}.$$

c) Vì $AB > 1$ nên

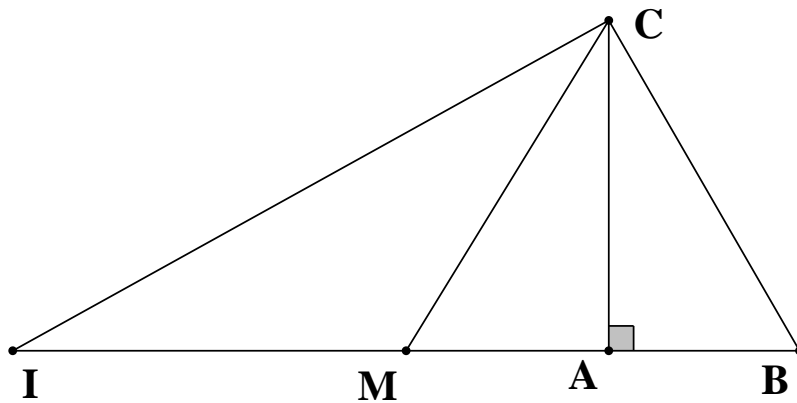
$$\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{5}{\sqrt{x}+2} > 1 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+3} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-\sqrt{x} > 0 \\ \sqrt{x}+3 > 0 (\forall x \geq 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} < 2 \\ x = \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow x < 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-\sqrt{x} < 0 \\ \sqrt{x}+3 < 0 (\text{vô lý}) \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $x \geq 0$ và $x \neq 4$, ta có $0 \leq x < 4$.

Câu 4.



a) Tam giác ABC vuông tại A có :

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc ta có :

$$AB = BC \sin C = 10 \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ (cm)}$$

$$AC = BC \sin B = 10 \sin 60^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Vậy tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$; $\widehat{C} = 30^\circ$; $\widehat{B} = 60^\circ$; $AB = 5 \text{ cm}$; $AC = 5\sqrt{3} \text{ cm}$; $BC = 10 \text{ cm}$

b) Xét $\triangle BAC$ và $\triangle BIC$ có :

$$\widehat{ABC} = \widehat{IBC}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BI} = \frac{1}{2}$$

Do đó $\triangle ABC \sim \triangle CBI$ (c - g - c)

Suy ra $\widehat{ICB} = \widehat{CAB} = 90^\circ$

Xét $\triangle CBI$ vuông tại C có CA là đường cao. Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao ta có

$$\frac{1}{CA^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CI^2}$$

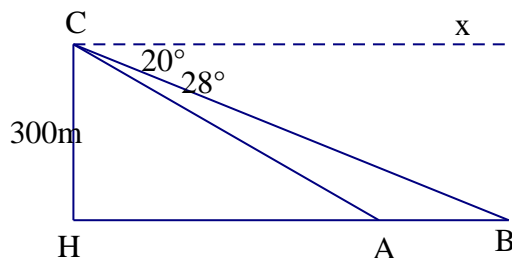
c) Xét $\triangle CBI$ vuông tại C có CA là đường cao. Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao ta có

$$CI \cdot BC = CA \cdot BI \quad (1)$$

Mặt khác $\triangle CBI$ vuông tại C có CM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BI nên $BI = 2CM$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $CI \cdot BC = CA \cdot 2CM$ hay $2CA \cdot CM = CI \cdot BC$

Câu 5.



a) Ta có : $Cx \parallel HB$

$$\Rightarrow \widehat{xCA} = \widehat{HAC} = 28^\circ$$

Xét $\triangle CHA$ vuông tại H :

$$\tan \widehat{HAC} = \frac{CH}{HA}$$

$$\Rightarrow HA = \frac{CH}{\tan \widehat{HAC}} = \frac{300}{\tan 28^\circ} \approx 546,22 \text{ m}$$

Vậy, khoảng cách từ chân cầu A đến chân tháp xấp xỉ 546,22 m

b) Xét $\triangle CHB$ vuông tại H :

$$\tan \widehat{HBC} = \frac{CH}{HB}$$

$$\Rightarrow HB = \frac{CH}{\tan \widehat{HBC}} = \frac{300}{\tan 20^\circ} \approx 824,24 \text{ m}$$

$$\Rightarrow AB = HB - HA = 824,24 - 546,22 = 278,02 \text{ m}$$

Vậy, chiều dài cây cầu AB xấp xỉ 278,02 m

Câu 6.

Với $2 < x < 3$ ta có:

$$M = \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(3-x)^2} + \frac{1}{(x-2)(3-x)}$$

$$\begin{aligned} &\geq \frac{2}{(x-2)(3-x)} + \frac{1}{(x-2)(3-x)} \\ &= \frac{3}{(x-2)(3-x)} \end{aligned}$$

$$\text{Mà } (x-2)(3-x) = -x^2 + 5x - 6 = \frac{1}{4} - (x-2,5)^2 \leq \frac{1}{4}$$

$$\text{Nên } \frac{3}{(x-2)(3-x)} \geq \frac{3}{\frac{1}{4}} = 12$$

Dấu “=” xảy ra khi :

$$\begin{cases} \frac{1}{(x-2)} = \frac{1}{(3-x)} \\ (x-2,5) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 3-x \\ x-2,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 2,5 \text{ (nhận)}$$

Khi đó $M_{\min} = 12$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng 12 khi $x = 2,5$