SỞ GD&ĐT GIA LAI
TRƯỜNG THPT VÕ VĂN KIỆT

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 8 trang; 50 câu trắc nghiệm)

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút;
(không kể thời gian phát đề)

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-x^2$. B. $y=x^3-x$. C. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. <u>D</u>. $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=x^3+x \Rightarrow y'=3x^2+1>0\,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

<u>A</u>. $(2;+\infty)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $f'(x)>0$ với $\forall x\in(2;+\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$
.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

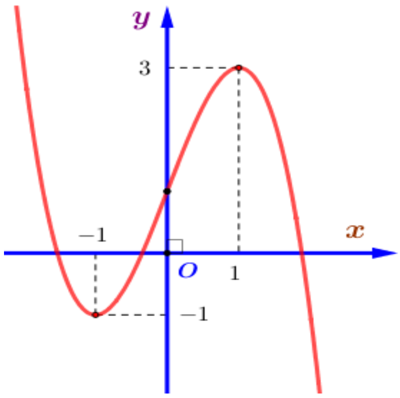
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(-1;0)$. <u>D</u>. $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1;3)$. B. $(3;1)$. C. $(-1;-1)$. D. $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$, ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-1;-1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta có $f'(x)$ đổi dấu qua 4 nghiệm nên $f(x)$ có điểm 4 cực trị.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-1				-1		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

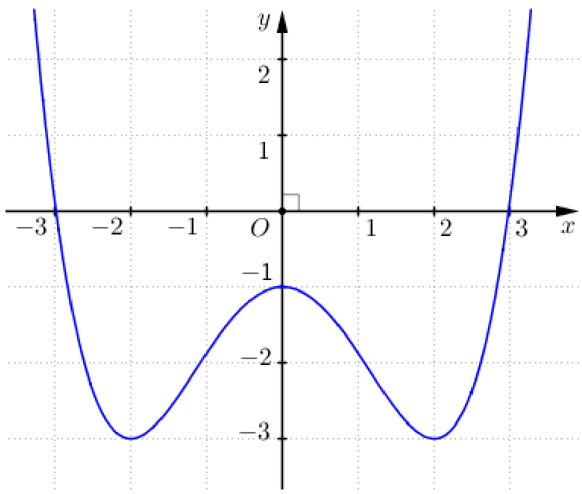
A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Quan sát BBT ta thấy hàm số đặt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại $y = 0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. B. -1. C. -3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ nên giá trị cực đại của hàm số là $f(0)=-1$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. B. -18. C. -2. D. 2.

Lời giải

Chọn B

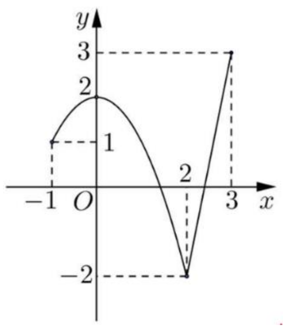
Ta có: $f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-3;3] \\ x=1\in[-3;3] \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(-3)=-18;\ f(3)=18;\ f(-1)=2;\ f(1)=-2$.

Vậy $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=f(-3)=-18$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn (-1;3) và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào đồ thị ta có $M=\max\limits_{[-1;3]} y=3$, $m=\min\limits_{[-1;3]} y=-2$

Vậy $M-m=5$.

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. B. $x=-2$. C. $x=3$. D. $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}} \dfrac{3x-1}{x-2}=\pm\infty$ nên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. B. $x=-3$. C. $x=1$. D. $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là $x=1$.

Câu 12: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

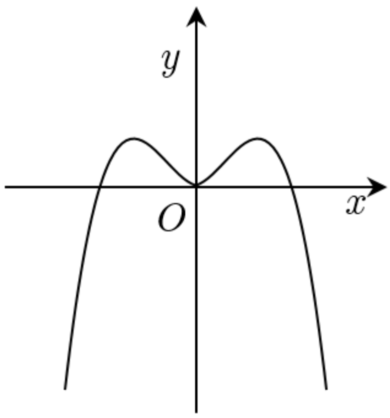
A. $y=-4$. B. $y=1$. C. $y=4$. D. $y=-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x-1}{x+1}=4$. Suy ra tiệm cận ngang $y=4$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



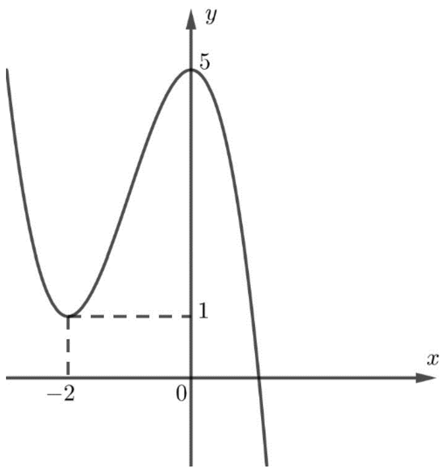
A. $y=-x^4+2x^2$. B. $y=x^3-3x^2$. C. $y=-x^3+3x^2+1$. D. $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0,\ b>0,\ c=0$.

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

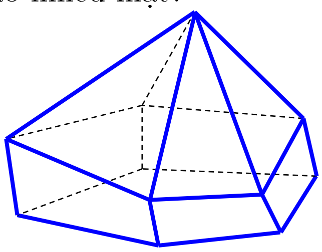
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị.

Do số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$ là 3 nên số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là 3.

Câu 15: Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



A. 6 B. 10 C. 12 D. 11

Lời giải

Chọn D

Đếm đáy hình chóp có 5 mặt tam giác và 5 mặt tứ giác và 1 mặt ngũ giá **C.** Vậy có 11 mặt.

Câu 16. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối tứ diện đều. **B.** Khối lập phương. **C.** Khối bát diện đều. **D.** Khối hộp chữ nhật.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối có: Mỗi mặt là 1 đa giác đều có 4 cạnh (hình vuông), mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt. Vậy nó là khối lập phương.

Theo bảng tóm tắt về năm loại khối đa diện đều

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Câu 17: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là: $V = \frac{1}{3}Bh$

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 7. B. 5. C. 4. D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.h.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.4.3=4$.

Câu 19: Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. B. $3a^3$. C. $9a^3$. D. a^3.

Lời giải

Chọn A

$V=(3a)^3=27a^3$.

Câu 20: Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước $2;\ 4;\ 6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16. B. 12. C. 48. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $2.4.6=48.$

Câu 21: Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3-4x$

Cho $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

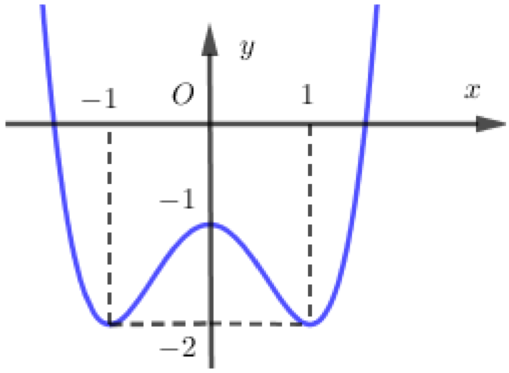
A. $(-2;0)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(0;2)$. D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát BBT, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 23: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. $x=1$.　　B. $x=-1$.　　C. $x=-2$.　　D. $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.　　B. 1.　　C. 2.　　D. 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=-1$ và $x=1$.

Mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực đại là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 25: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=9$.　　B. $M=8\sqrt{3}$.　　C. $M=1$.　　D. $M=6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \ 4x\left(x^2-1\right)=0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 (l) \end{array}\right.$$

Ta có : $y(0)=3$; $y(1)=2$; $y\left(\sqrt{3}\right)=6$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ là $M=y\left(\sqrt{3}\right)=6$.

Câu 26: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 11.　　B. 14.　　C. 5.　　D. 13.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$f'(x)=4x^3-4x$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \quad \in[0;2] \\ x=-1 \notin [0;2] \\ x=1 \quad \in[0;2] \end{array}\right.$$

$$f(0)=3;\ f(1)=2;\ f(2)=11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M=11 \\ m=2 \end{cases} \Rightarrow M+m=13.$$

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. B. 1. <u>C.</u> 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Nhìn bảng biến thiên ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=5 \Rightarrow y=5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+) $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3

.

Câu 28: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3 B. 2 C. 0 <u>D.</u> 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

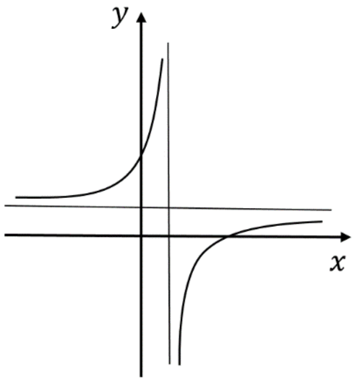
$$\lim_{x\to0^+} y=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x\to0^-} y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 29: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. B. $y = \dfrac{x-3}{x-1}$. C. $y = x^2 - 4x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 5$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đã cho thuộc dạng đồ thị hàm phân thức hữa tỷ bậc nhất nên dễ dàng loại 3 A, C, D (hàm đa thức).

Câu 30: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. 2. B. 3. C. -1. D. 1.

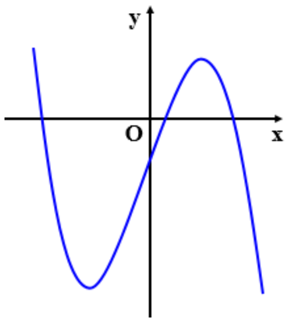
Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{-x+5}{x-2} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Vậy $x_1 + x_2 = 2$.

Câu 31: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ $(a, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$. B. $a < 0, d > 0$. C. $a > 0; d < 0$. D. $a < 0; d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Do nhánh tiến đến $+\infty$ của đồ thị hàm số đi xuống $\Rightarrow a < 0$.

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn $0 \Rightarrow d < 0$.

Câu 32: Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ có bao nhiêu cạnh?

A. 35. B. 30. C. 15. D. 20.

Lời giải

Chọn B

Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối đa diện đều mỗi mặt là tam giác đều, mỗi đỉnh là đỉnh chung đúng 5 mặt.

Suy ra có 20 mặt đều.

Do mỗi cạnh của khối đa diện đều là cạnh chung đúng 2 mặt, nên số cạnh là: $\frac{20.3}{2} = 30$.

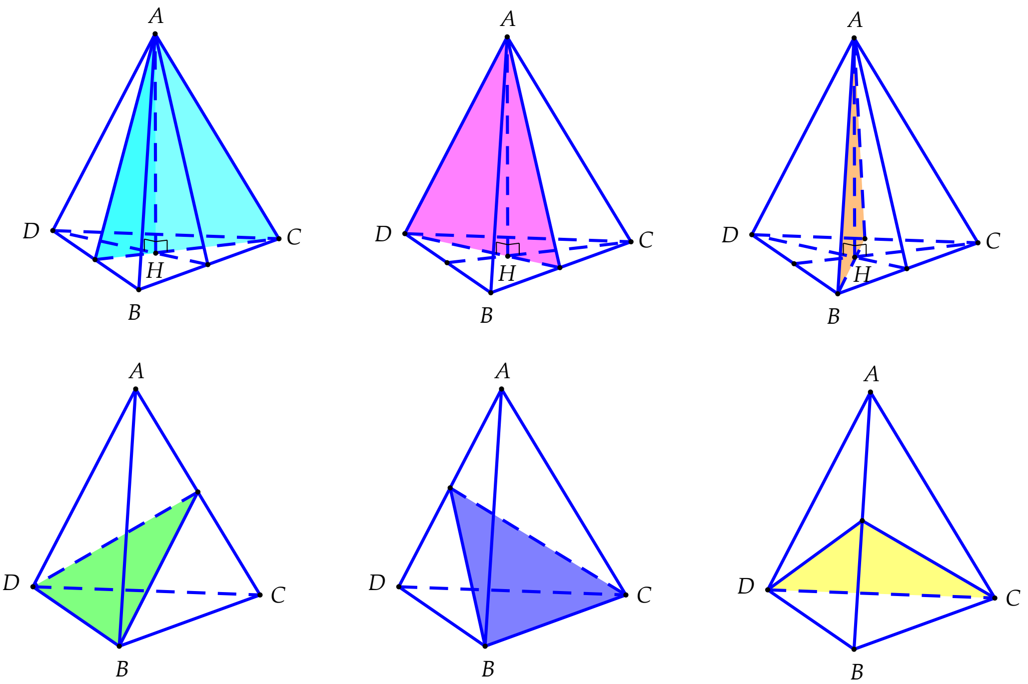
Câu 33: Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 3. B. 9. C. 4. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Tứ diện đều có 6 mặt đối xứng.

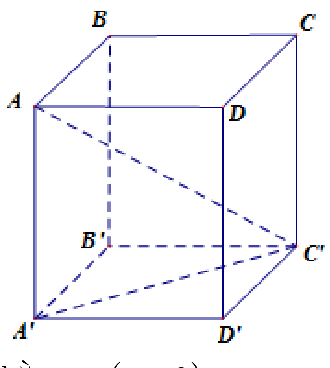


Câu 34: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x; (x > 0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

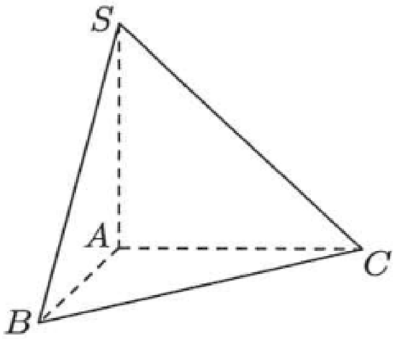
$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12. B. 2. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.2.2.3 = 2$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. B. $(0;2)$. C. $(3;5)$. D. $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = f(5-2x)$.

$y' = \left[f(5-2x)\right]' = -2f'(5-2x)$.

Xét bất phương trình: $y' < 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 < 5-2x < -1 \\ 5-2x > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 < x < 4 \\ x < 2 \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và khoảng $(3;4)$.

Vì $(0;2) \subset (-\infty;2)$ nên chọn đáp án B.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn A

* TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

* Ta có: $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ điều kiện là

$f'(x) \geq 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$

mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 38: Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 9$. B. $S = \dfrac{10}{3}$. <u>C</u>. $S = 5$. D. $S = 10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Nên $A(0;5), B(2;9) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;4) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$.

Phương trình đường thẳng AB: $y = 2x + 5$.

Diện tích tam giác OAB là: $S = 5$.

Câu 39: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tạ $x = 3$.

A. $m = 1$. B. $m = -1$. <u>C</u>. $m = 5$. D. $m = -7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$; $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 9 - 6m + m^2 - 4 = 0 \\ 6 - 2m < 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1(L) \\ m = 5(TM) \end{array}\right. \\ m > 3 \end{cases}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + m^2x - 2m^2 + 2m - 9, m$ là tham số. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ không vượt quá 3. Tìm m.

A. $S = (-\infty;-3] \cup [1;+\infty)$. B. $S = (-3;1)$.

C. $S = (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$. <u>D</u>. $S = [-3;1]$.

Lời giải

Chọn D

$y' = x^2 + m^2, x \in \mathbb{R}$

$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow \max\limits_{[0;3]} y = y(3) = m^2 + 2m$

Theo bài yêu cầu ta có $m^2 + 2m \leq 3 \Leftrightarrow m \in [-3;1]$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2 - mx + 4}$ có 3 đường tiệm cận?

<u>A</u>. 4033. B. 4034. C. 2017. D. 2016.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow x^2 - mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16 > 0 \\ 1 + m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > 4 \end{array}\right. \\ m \neq -5 \end{cases}.$

Do $m \in [-2021; 2021]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên có tất cả 4033 số.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c,\ d$?

A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên hàm số, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

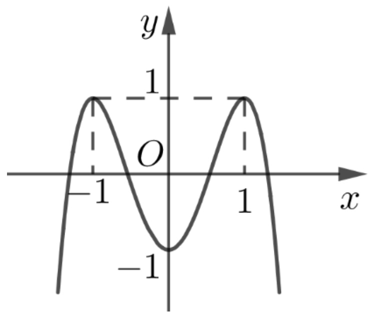
Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ và $\dfrac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0$.

Vậy có 3 số dương là $a,\ b,\ d$.

Câu 43: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

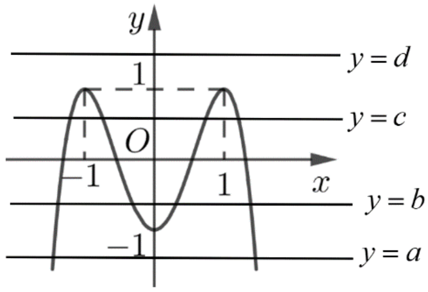


A. 12. B. 10. C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f\left(x\right)=a\left(a<-1\right) & (1) \\ f\left(x\right)=b\left(-1<b<0\right) & (2) \\ f\left(x\right)=c\left(0<c<1\right) & (3) \\ f\left(x\right)=d\left(d>1\right) & (4) \end{array}\right.$.



Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Phương trình (1) có: 2 nghiệm

Phương trình (2) có: 4 nghiệm

Phương trình (3) có: 4 nghiệm

Phương trình (4) vô nghiệm

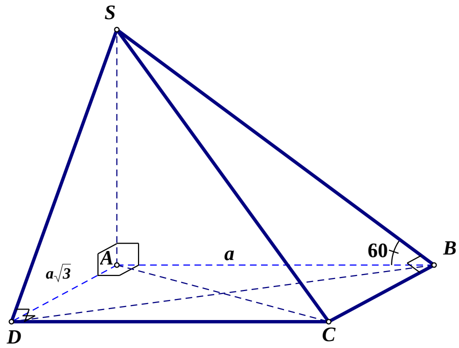
Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có tất cả 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 44: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V=a^3$. D. $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $S_{ABC}=\sqrt{3}a^2$.

Vì $\begin{cases}(SBC)\cap(ABCD)=BC \\ BC\perp SB\subset(SBC) \\ BC\perp AB\subset(ABCD)\end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right)=(\widehat{SB;AB})=\widehat{SBA}.$

Vậy $\widehat{SBA}=60^o$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^o=\frac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB.\tan 60^o=a\sqrt{3}$

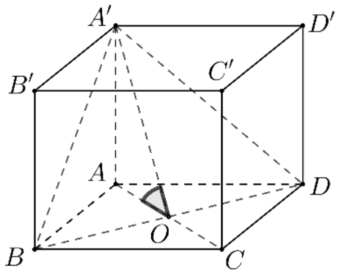
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 45: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)=30^o$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$.　　　　B. $48\sqrt{3}a^3$.　　　　C. $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.　　　　D. $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của BD. Ta có: $\Delta A'AB = \Delta A'AD$ suy ra $A'B = A'D$ suy ra $\Delta A'BD$ cân.

Mà $\begin{cases}(A'BD)\cap(ABCD) = BD \\ A'O \perp BD \\ AO \perp BD\end{cases} \Rightarrow \left((A'BD),(ABCD)\right) = A'OA = 30°. = 30^o$.

Xét $\Delta A'OA$ vuông tại A có: $\tan 30^o = \dfrac{A'A}{AO} = \dfrac{A'A}{\frac{AC}{2}} = \dfrac{A'A}{\frac{BD}{2}} = \dfrac{A'A}{2a} \Rightarrow A'A = 2a\tan 30° = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Xét hình vuông $ABCD$ có: $BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = 2a\sqrt{2}.$

Vậy thể tích của khối hình hộp chữ nhật bằng: $V = A'A.AB^2 = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \dfrac{4x+m}{2x+m+3}$ đồng biến khoảng $(0;1)$?

A. 1.　　　　B. 5.　　　　C. 4.　　　　D. 3.

Lời giải

Chọn C

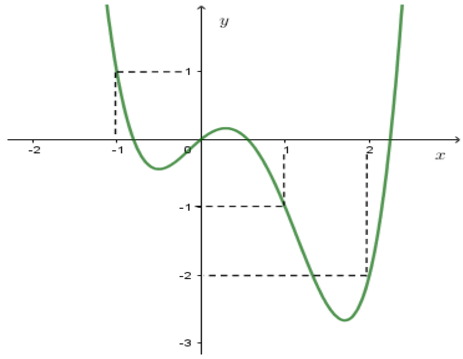
Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m+3}{2}\right\}$. Ta có $f'(x) = \dfrac{2m+12}{(2x+m+3)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (0;1) \\ \left[\begin{array}{l} -\dfrac{m+3}{2} \ge 1 \\ -\dfrac{m+3}{2} \le 0 \end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+12 > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m \ge -3 \end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -6 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m \ge -3 \end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow m \in (-6;-5] \cup [-3;+\infty).$$

Vậy các giá trị nguyên âm của m là $\{-5;-3;-2;-1\}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right) + \dfrac{x^4}{2} - 2x^3 + 2x^2 + 2022$ là



A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

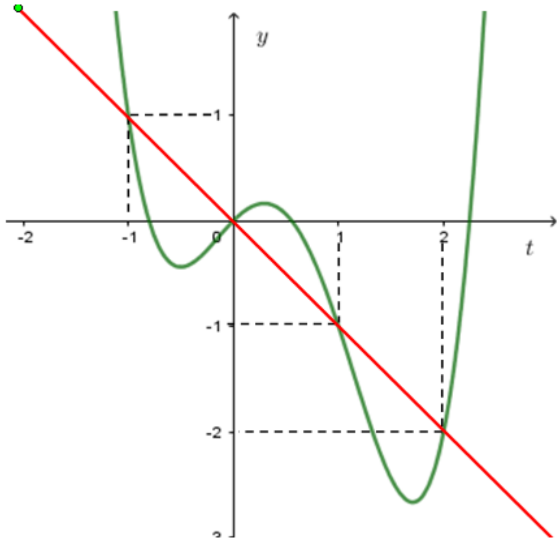
Chọn B

Ta có: $g'(x)=(2x-2)\,f'(x^2-2x)+2x^3-6x^2+4x$.

$=2(x-1)\,f'(x^2-2x)+2(x-1)(x^2-2x)$.

$=2(x-1)\left[f'(x^2-2x)+(x^2-2x)\right]$.

Đặt $t=x^2-2x$. Khi đó đồ thị hàm số $f'(t)$ cắt đường thẳng $y=-t$ tại bốn điểm phân biệt: $t=-1$, $t=0$, $t=1$, $t=2$.



Suy ra: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=0 \\ x^2-2x=1 \\ x^2-2x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1 \\ x=0 \vee x=2 \\ x=1\pm\sqrt{2} \\ x=1\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Ta có: $f'(x^2-2x)>-(x^2-2x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x>2 \\ 0<x^2-2x<1 \\ x^2-2x<-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1-\sqrt{3} \vee x>1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{2}<x<0 \vee 2<x<1+\sqrt{2} \\ VN \end{array}\right.$.

Khi đó BBT như sau:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$1-\sqrt{2}$		0		1		2		$1+\sqrt{2}$		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'(x^2-2x)+(x^2-2x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực tiểu.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(4x-x^2)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. 15. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{19}{3}$. D. 12.

Lời giải

Chọn D

$g'(x)=(4-2x)f'(4x-x^2)+x^2-6x+8=(2-x)\left[2f'(4x-x^2)+4-x\right]$.

Với $x\in[1;3]$ thì $4-x>0$; $3\le 4x-x^2\le 4$ nên $f'(4x-x^2)>0$.

Suy ra $2f'(4x-x^2)+4-x>0$, $\forall x\in[1;3]$.

Bảng biến thiên

x	1		2		3
g'		$+$	0	$-$	
g	$g(1)$	$\nearrow$	$g(2)$	$\searrow$	$g(3)$

Suy ra $\max\limits_{[1;3]} g(x)=g(2)=f(4)+7=12$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+4}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=3$ và hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên

$$\begin{cases} -\dfrac{c}{b}<0 & (1) \\ \dfrac{a}{b}>0 & (2) \\ ac-4b<0 & (3) \end{cases}.$$

Từ (1) và (2), suy ra $-a.c<0 \Leftrightarrow ac>0$. Do đó, từ $(3) \Rightarrow -4b<0 \Rightarrow b>0.$

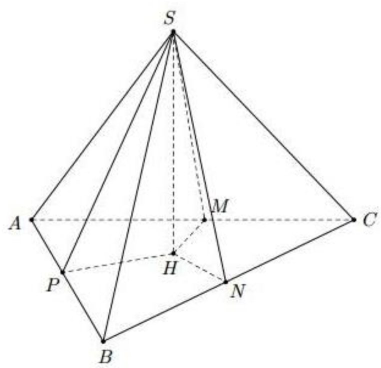
Vậy $c>0, a>0, b>0.$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến mặt phẳng (SCA) là $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến mặt phẳng (SAB) là $\dfrac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\dfrac{1}{36}$ B. $\dfrac{1}{48}$ C. $\dfrac{1}{12}$ D. $\dfrac{1}{24}$

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AC, BC, AB.

Đặt $SH=h \Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.h.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{h\sqrt{3}}{12}$.

Ta có $AP=\dfrac{2S_{SAB}}{AB}=2S_{SAB}=\dfrac{6V_{S.ABC}}{d\left(C;(SAB)\right)}=\dfrac{h\sqrt{3}}{2}:\dfrac{\sqrt{30}}{20}=h\sqrt{10}$

Tương tự, tính được $HM=2h, HN=h$

$\Rightarrow PH=\sqrt{SP^2-SH^2}=3h$

Ta có $S_{ABC}=S_{HAB}+S_{HAC}+S_{HBC}=\dfrac{1}{2}\left(HP+HM+HN\right) \Leftrightarrow 3h=\dfrac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}.\dfrac{\sqrt{3}}{12}=\dfrac{1}{48}$.

-------------HẾT-------------