

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (7 điểm)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 1}$ là

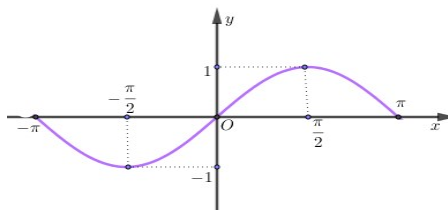
A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ:



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; \pi)$.

B. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

C. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

D. $(-\pi; 0)$.

Câu 3: Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n+k)!}$

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Câu 4: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{12}$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau?

A. $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$.

B. $C_{15}^{10} + C_8^4$.

C. $A_{15}^{10} + A_8^4$.

D. $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$.

Câu 6: Cho tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Phép vị tự tâm A tỉ số k bằng bao nhiêu sẽ biến tam giác AMN thành tam giác ABC ?

A. $k = -2$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = 2$.

D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 7: Tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cos^2 2x - 4 \cos 2x - 3 = 0$ là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 480. B. 35. C. 360. D. 840.

Câu 9: Tất cả các nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$
- B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \arcsin 2 + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin 2 + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$
- D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 10: Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

- A. $\cos x + 3 = 0.$ B. $\sin x = 2.$
 C. $2\sin x - 3\cos x = 1.$ D. $\sin x + \cos x = 6.$

Câu 11: Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\cos x - m\sin x = 3m + 2$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -\frac{3}{2} \end{cases}.$ B. $-\frac{3}{2} \leq m \leq 0.$ C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}.$ D. $-\frac{3}{2} < m < 0.$

Câu 12: Một hộp có 4 quả cầu màu đỏ, 6 quả cầu màu xanh, 3 quả cầu màu vàng. Có bao nhiêu cách chọn 1 quả cầu bất kỳ từ hộp đó?

- A. 13. B. 72. C. 12. D. 30.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\cos x - 1}{\sin x} - 3\tan x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}.$
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 14: Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 15: Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = -1$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$
 C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 16: Trên giá có 9 quyển sách. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 4 quyển sách từ 9 quyển sách đã cho?

- A. $C_9^4.$ B. 5. C. $A_9^4.$ D. 5!.

Câu 17: Phương trình $\cos x = \frac{3}{5}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 4\pi)$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , tìm phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng

$\Delta: 2x + 3y - 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; 1).$

- A. $\Delta': 2x + 3y - 6 = 0.$ B. $\Delta': 2x + 3y + 6 = 0.$

C. $\Delta': 2x + 3y + 8 = 0$.

D. $\Delta': 2x + 3y - 8 = 0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: 4x - y + 3 = 0$. Phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = -2$ biến (d) thành đường thẳng có phương trình

A. $4x - y - 6 = 0$.

B. $-4x + y - 3 = 0$.

C. $-4x + y - 6 = 0$.

D. $4x - y + 6 = 0$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây là hàm số lẻ?

A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin^2 x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot^2 x$.

Câu 21: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một lớp 38 học sinh?

A. A_{38}^2 .

B. 2^{38} .

C. C_{38}^2 .

D. 38^2 .

Câu 22: Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

A. 2π .

B. π .

C. 4π .

D. 3π .

Câu 23: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin x$ trên tập xác định \mathbb{R} bằng

A. 3.

B. 2.

C. -3.

D. 1.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 3)$ biến điểm $A(1; 2)$ thành điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(2; 5)$.

B. $N(1; 3)$.

C. $P(3; 4)$.

D. $Q(-3; -4)$.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 2)$ là

A. $x^2 + y^2 - 2x - 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$.

C. $(x - 2)^2 + y^2 = 6$.

D. $(x - 2)^2 + y^2 = \sqrt{6}$.

Câu 27: Từ 1 tổ của lớp 10A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ có bao nhiêu cách chọn ra một cặp nam nữ?

A. 6.

B. 5.

C. 30.

D. 11.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vector \vec{v} biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho $x' = x - 2; y' = y + 3$. Tọa độ của vector \vec{v} là

A. $(2; -3)$.

B. $(-2; 3)$.

C. $(3; -2)$.

D. $(-2; -3)$.

Câu 29: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ là

A. $x = \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: Có 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để 2 học sinh nam luôn ngồi kề nhau?

A. 6.

B. 48.

C. 6!

D. 5.

Câu 31: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 125.

C. 24.

D. 60.

Câu 32: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2; -3), B(4; 1)$. Phép đồng dạng tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Khi đó độ dài $A'B'$ bằng

A. $2\sqrt{13}$.

B. $4\sqrt{13}$.

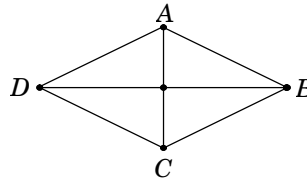
C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

D. $\sqrt{13}$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(1; -2)$. Phép vị tự tâm $I(3; 2)$ tỉ số $k = 2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $A(-1; -6)$. B. $B(1; 6)$. C. $C(-1; 6)$. D. $D(1; -6)$.

Câu 34: Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (các đỉnh của hình thoi như hình vẽ).



Ảnh của cạnh AB qua phép quay $Q_{(C, 60^\circ)}$ là

- A. CD . B. DA . C. BC . D. AB .

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1): (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$ và

$(C_2): (x+2021)^2 + (y+2022)^2 = 4$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến (C_1) thành (C_2) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{v} = (2020; 2021)$. B. $\vec{v} = (-2020; -2021)$.
 C. $\vec{v} = (-2020; -2019)$. D. $\vec{v} = (2020; 2019)$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (3 điểm)

Câu 1 (1,0 điểm). Giải phương trình $(\sin 2x + 1) \cdot (\sqrt{3} \cos x - \sin x - 1) = 0$.

Câu 2 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1; -2)$, $A'(3; -5)$ và đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm A thành điểm A' . Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} .

Bài 3 (1,0 điểm).

a) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau, đồng thời chia hết cho 9?

b) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh trên trong đó không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1 (1,0 điểm). [Mức độ 3] Giải phương trình $(\sin 2x + 1) \cdot (\sqrt{3} \cos x - \sin x - 1) = 0$.

Lời giải

a) $(\sin 2x + 1) \cdot (\sqrt{3} \cos x - \sin x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sqrt{3} \cos x - \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có ba họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2 (1,0 điểm). [Mức độ 3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -2), A'(3; -5)$ và đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm A thành điểm A' . Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v}

Lời giải

Đặt $\vec{v} = (a; b)$.

$$\text{Ta có } T_{\vec{v}}(A) = A' \Rightarrow \begin{cases} 3 = a + 1 \\ -5 = b - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = (2; -3).$$

Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $I'(x'; y'), R'$ lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C') .

$$\text{Ta có } T_{\vec{v}}(C) = (C') \Rightarrow T_{\vec{v}}(I) = I'.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -1 + 2 = 1 \\ y' = 2 - 3 = -1 \end{cases} \Rightarrow I'(1; -1).$$

Mặt khác $R' = R = 3$. Vậy phương trình của đường tròn (C') là $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$.

Bài 3 (1,0 điểm).

a) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau, đồng thời chia hết cho 9?

b) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh trên trong đó không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

Bài 3 (1,0 điểm).

a) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau, đồng thời chia hết cho 9?

b) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh trên trong đó không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

3a
(0,5 điểm)

Ta có: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$

Loại bỏ hai chữ số mà tổng của hai chữ số đó chia 9 dư 1

	Cặp hai chữ số loại bỏ là (3,7); (4,6)	0,25											
	TH1: Loại cặp (3,7), ta lập số tự nhiên theo yêu cầu từ các chữ số 1,2,4,5,6 Có: $3.4! = 72$ TH2: Loại cặp (4,6), ta lập số tự nhiên theo yêu cầu từ các chữ số 1,2,3,5,7 Có: $4! = 24$ Vậy có 96 số thỏa mãn.	0,25											
3b (0,5 điểm)	<p>+ Sắp xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí, có $5!$ cách. Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;">C1</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;">C2</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;">C3</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;">C4</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;">C5</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> </table> <p>+ TH1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách. Ứng với mỗi cách xếp đó, chọn lấy 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để hai học sinh lớp 12C không được ngồi cạnh nhau), có 2 cách. Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách. Theo quy tắc nhân, ta có $5!.A_4^3.2.8$ cách.</p> <p>+ TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1.2.A_4^2$ cách. Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 12A vào vị trí đó, có 2 cách. Theo quy tắc nhân, ta có $5!.C_3^1.2.A_4^2.2$ cách. Do đó số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau là: $5!.A_4^3.2.8 + 5!.C_3^1.2.A_4^2.2 = 63360$ cách.</p>		C1		C2		C3		C4		C5		0,5
	C1		C2		C3		C4		C5				