

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

A. TRẮC NGHIỆM (5 ĐIỂM)

Câu 1. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$ là:

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\infty$.

Câu 2. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vector $\vec{AB} + \vec{NP} + \vec{DQ} = k\vec{AP}$.

- A. $k = 4$. B. $k = 2$. C. $k = 0$. D. $k = 1$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau về lăng trụ đều, khẳng định nào sai?

- A. Các cạnh bên là những đường cao.
B. Các mặt bên là những hình vuông.
C. Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.
D. Đáy là đa giác đều.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$, có đạo hàm là $f'(x)$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x) = 0$ là:

- A. $\{-4\sqrt{2}\}$. B. $\{2; \sqrt{2}\}$. C. $\{2\sqrt{2}\}$. D. $\{-2\sqrt{2}\}$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 \tan x + \sqrt{x}$.

- A. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. B. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
C. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
D. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

Câu 9. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} + 1}{n^2 + 2}$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. 1.

Câu 10. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. Giải phương trình $f'(x) = f''(x)$.

- A. $x = -3$.
- B. $x = 3; x = 2$.
- C. $x = 5; x = 6$.
- D. $x = 4$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an+4}{5n+3}$ trong đó a là tham số thực. Để dãy số (u_n) có giới hạn bằng 2, giá trị của a là:

- A. $a = 8$.
- B. $a = 10$.
- C. $a = 4$.
- D. $a = 6$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là hàm số $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$?

- A. $y = \frac{x^3 + 5x - 1}{x}$.
- B. $y = \frac{3(x^2 + x)}{x^3}$.
- C. $y = \frac{x^3 - 1}{x}$.
- D. $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$. Cạnh bên vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và CD là:

- A. 30° .
- B. 60° .
- C. 90° .
- D. 45° .

Câu 15. Biết rằng

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & , x \neq 1 \\ a & , x = 1 \end{cases}$$

liên tục trên đoạn $[0; 1]$ (với a là tham số). Khẳng định nào dưới đây về giá trị a là đúng?

- A. a là một số vô tỉ.
- B. $a > 5$.
- C. a là một số nguyên.
- D. $a < 0$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy góc 60° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và SC .

- A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.
- C. $d = \frac{a}{2}$.
- D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây.

- A. $4 (m/s)$.
- B. $2 (m/s)$.
- C. $3 (m/s)$.
- D. $5 (m/s)$.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. N là đỉnh của hình bình hành $CDBN$.
- B. N trùng với A .
- C. N là đỉnh của hình bình hành $BCDN$.
- D. N là trung điểm của BD .

Câu 19. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & , x > 3 \\ 1 & , x = 3 \\ 3 - 2x^2 & , x < 3 \end{cases}$$

Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6$.
- B. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -15$.
- C. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 6$.
- D. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{4}$.

- A. $f' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 1$.
- B. $f' \left(\frac{\pi}{4} \right) = -2$.
- C. $f' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 0$.
- D. $f' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 2$.

Câu 21. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

- A. 2018. B. 2019. C. 2011. D. 2012.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy ABC là tam giác đều cạnh a và độ dài các cạnh bên $SA = SB = SC = b$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Độ dài đoạn SG bằng:

- A. $\frac{\sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{b^2 - 3a^2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{9b^2 + 3a^2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$, khoảng cách từ đỉnh S đến $(ABCD)$ bằng a . Tính khoảng cách từ A đến (SCD) theo a , biết rằng $SC = SD = 2a$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm của phương trình $2 \cdot f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0$.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 25. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.

B. TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 1. Tính các giới hạn:

- a) $\lim \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1}$.
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1}$.

Câu 2. Thực hiện các yêu cầu sau:

- a) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với trục tung.
 b) Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ tại điểm $x = -1$.
 c) Cho $f(x) = 2x^2 - x + 2$ và $g(x) = f(\sin x)$. Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$.

- a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.
 b) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .
 c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Chứng minh $AH \perp SC$ và tính độ dài đoạn AH .

Câu 4. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}mx^3 + (m - 1)x^2 - mx + 3$, có đạo hàm là y' , tham số m . Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.



HẾT

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

A. TRẮC NGHIỆM (5 ĐIỂM)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$, có đạo hàm là $f'(x)$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x) = 0$ là:

- A. $\{2\sqrt{2}\}$. B. $\{-4\sqrt{2}\}$. C. $\{-2\sqrt{2}\}$. D. $\{2; \sqrt{2}\}$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau về lăng trụ đều, khẳng định nào **sai**?

- A. Đáy là đa giác đều.
B. Các mặt bên là những hình vuông.
C. Các cạnh bên là những đường cao.
D. Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

Câu 3. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2}$ là:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 4. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.
B. Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
C. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 5. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} + 1}{n^2 + 2}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 6. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ là:

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 \tan x + \sqrt{x}$.

- A. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. B. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
C. $y' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $y' = 2x \tan x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{DQ} = k\overrightarrow{AP}$.

- A. $k = 4$. B. $k = 2$. C. $k = 0$. D. $k = 1$.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$. Cạnh bên vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và CD là:

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 12. Biết rằng

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & , x \neq 1 \\ a & , x = 1 \end{cases}$$

liên tục trên đoạn $[0; 1]$ (với a là tham số). Khẳng định nào dưới đây về giá trị a là đúng?

A. $a > 5$.

B. $a < 0$.

C. a là một số vô tỉ.

D. a là một số nguyên.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là hàm số $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$?

A. $y = \frac{3(x^2 + x)}{x^3}$.

B. $y = \frac{x^3 - 1}{x}$.

C. $y = \frac{x^3 + 5x - 1}{x}$.

D. $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x}$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. N là trung điểm của BD .

B. N là đỉnh của hình bình hành $BCDN$.

C. N trùng với A .

D. N là đỉnh của hình bình hành $CDBN$.

Câu 15. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây.

A. $2(m/s)$.

B. $5(m/s)$.

C. $3(m/s)$.

D. $4(m/s)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy góc 60° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và SC .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $d = \frac{a}{2}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{4}$.

A. $f'(\frac{\pi}{4}) = 1$.

B. $f'(\frac{\pi}{4}) = 0$.

C. $f'(\frac{\pi}{4}) = 2$.

D. $f'(\frac{\pi}{4}) = -2$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$. Giải phương trình $f'(x) = f''(x)$.

A. $x = -3$.

B. $x = 4$.

C. $x = 3; x = 2$.

D. $x = 5; x = 6$.

Câu 19. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & , x > 3 \\ 1 & , x = 3 \\ 3 - 2x^2 & , x < 3 \end{cases}$$

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -15$.

B. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6$.

C. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 6$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an + 4}{5n + 3}$ trong đó a là tham số thực. Để dãy số (u_n) có giới hạn bằng 2, giá trị của a là:

A. $a = 4$.

B. $a = 6$.

C. $a = 8$.

D. $a = 10$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$, khoảng cách từ đỉnh S đến $(ABCD)$ bằng a . Tính khoảng cách từ A đến (SCD) theo a , biết rằng $SC = SD = 2a$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy ABC là tam giác đều cạnh a và độ dài các cạnh bên $SA = SB = SC = b$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Độ dài đoạn SG bằng:

- A. $\frac{\sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{9b^2 + 3a^2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{b^2 - 3a^2}}{3}$.

Câu 23. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc?

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 24. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

- A. 2018. B. 2019. C. 2011. D. 2012.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm của phương trình $2 \cdot f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

B. TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 1. Tính các giới hạn:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1}$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1}$.

Câu 2. Thực hiện các yêu cầu sau:

- a) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với trục tung.
- b) Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ tại điểm $x = -1$.
- c) Cho $f(x) = 2x^2 - x + 2$ và $g(x) = f(\sin x)$. Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$.

- a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.
- b) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .
- c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Chứng minh $AH \perp SC$ và tính độ dài đoạn AH .

Câu 4. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 - mx + 3$, có đạo hàm là y' , tham số m . Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.



HẾT

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 179

1. A	2. B	3. D	4. D	5. B	6. C	7. A	8. B	9. C	10. C
11. A	12. B	13. C	14. D	15. C	16. B	17. A	18. A	19. A	20. B
21. D	22. D	23. D	24. D	25. B					

Mã đề thi 279

1. A	2. B	3. D	4. D	5. B	6. A	7. B	8. D	9. D	10. B
11. C	12. D	13. B	14. D	15. D	16. B	17. D	18. A	19. B	20. D
21. D	22. B	23. A	24. D	25. C					



Câu 1. Hướng dẫn giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2-5x+2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{(2-x)(1-2x)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{1-2x} = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 2. Hướng dẫn giải.

$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4| = |(\sqrt{3})^2 - 4| = 1$.

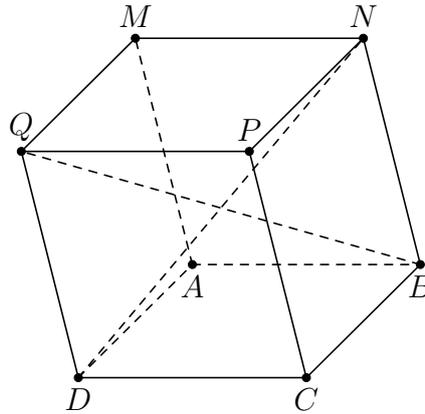
Chọn đáp án **(B)**

Câu 3. Hướng dẫn giải.

Mệnh đề đúng: Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 4. Hướng dẫn giải.



Ta có: $\vec{AB} + \vec{NP} + \vec{DQ} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CP} = \vec{AC} + \vec{CP} = \vec{AP} \Rightarrow k = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 5. Hướng dẫn giải.

Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các cạnh bên bằng nhau và vuông góc với đáy. Do đó các mặt bên là những hình chữ nhật.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 6. Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$.

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 7. Hướng dẫn giải.

Ta có: $y' = (x^2)' \tan x + (\tan x)' x^2 + (\sqrt{x})' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 8. Hướng dẫn giải.

Mệnh đề sai: "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song".

Vì: hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau, chéo nhau.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 9. Hướng dẫn giải.

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} + 1}{n^2 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{2}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 10. Hướng dẫn giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **C****Câu 11. Hướng dẫn giải.**

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2(x+1) \cdot 3}{(x+1)^4} = \frac{-6}{(x+1)^3}.$$

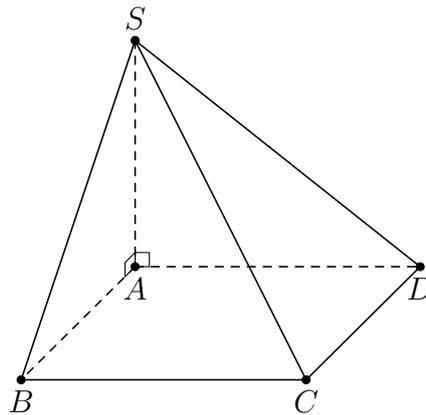
$$\text{Phương trình } f'(x) = f''(x) \Leftrightarrow \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{-6}{(x+1)^3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{x+1} = 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Chọn đáp án **A****Câu 12. Hướng dẫn giải.**

$$\text{Ta có: } \lim u_n = \lim \frac{an+4}{5n+3} = \lim \frac{a + \frac{4}{n}}{5 + \frac{3}{n}} = \frac{a}{5}. \text{ Khi đó, } \lim u_n = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{5} = 2 \Leftrightarrow a = 10.$$

Chọn đáp án **B****Câu 13. Hướng dẫn giải.**

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^3-1}{x} = x^2 - \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{x^2}.$$

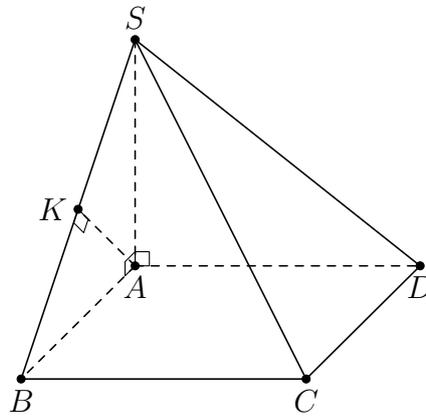
Chọn đáp án **C****Câu 14. Hướng dẫn giải.**

Ta có: $AB \parallel CD \Rightarrow (\widehat{SB; CD}) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ$ (do $\triangle SBA$ vuông cân tại A).

Chọn đáp án **D****Câu 15. Hướng dẫn giải.**Hàm số xác định và liên tục trên $[0; 1)$.Khi đó $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(1) = a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} [(x+1)(\sqrt{x}+1)] = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = 4.$$

Chọn đáp án **C****Câu 16. Hướng dẫn giải.**



Ta có $d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

$$\text{Kẻ } AK \perp SB. \text{ Khi đó: } d(A, (SBC)) = AK = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 17. Hướng dẫn giải.

Ta tính được $s'(t) = 2t$.

Vận tốc của chất điểm $v(t) = s'(t) = 2t \Rightarrow v(2) = 2 \cdot 2 = 4 (m/s)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 18. Hướng dẫn giải.

Ta có: $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DC}$.

Đẳng thức chứng tỏ N là đỉnh của hình bình hành $CDBN$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 19. Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 2x + 3) = 6 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (3 - 2x^2) = -15 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x).$$

\Rightarrow không tồn tại giới hạn tại $x \rightarrow 3$.

Vậy chỉ có khẳng định $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6$ sai.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 20. Hướng dẫn giải.

Ta có: $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 2x$.

$$\text{Suy ra } f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = -2.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 21. Hướng dẫn giải.

$$\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \lim \sqrt{\frac{9^n + 3 \cdot 3^n}{5^n + 9^n \cdot 9^a}} = \lim \sqrt{\frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{9}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \frac{1}{3^a}.$$

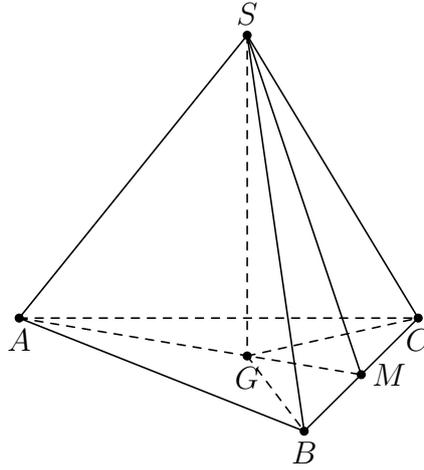
$$\Rightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} = \frac{1}{3^7} \Leftrightarrow 3^a \geq 3^7 \Leftrightarrow a \geq 7.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện đề bài } \Rightarrow \begin{cases} a \in [7; 2019) \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a \in \{7; 8; 9; \dots; 2018\}.$$

Vậy có $2018 - 7 + 1 = 2012$ giá trị của a thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 22. Hướng dẫn giải.



Vì $SA = SB = SC$ và G là trọng tâm tam giác ABC suy ra G là chân đường cao kẻ từ đỉnh S xuống mặt phẳng (ABC) .

Gọi M là trung điểm của BC suy ra $BM = CM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.

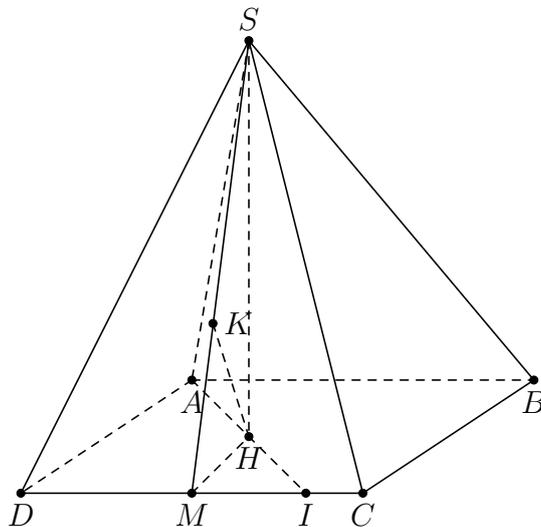
Tam giác ABC đều cạnh a , có $GM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác SBM vuông tại M , có $SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$.

Tam giác SGM vuông tại G , có: $SG = \sqrt{SM^2 - GM^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{12}} = \frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 23. Hướng dẫn giải.



Xem $a = 1$ nhé!

Từ H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$ với H thuộc đường trung trực của CD .

Gọi M là trung điểm của CD .

Vì $\triangle SCD$ đều nên $SM = \sqrt{3}$.

Ta có $d(S, (ABCD)) = 1 \Rightarrow SH = 1$.

$\triangle SMH$ vuông tại $H \Rightarrow MH = \sqrt{2}$.

Gọi $I = AH \cap CD$.

Ta có $\frac{d(A, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{AI}{HI}$.

Gọi K là hình chiếu của H lên (SCD) . Suy ra $d(H, (SCD)) = HK$.

$\triangle SHM$ vuông tại H có HK là đường cao $\Rightarrow HK = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ta có tỉ số $\frac{AI}{HI} = \frac{AD}{HM}$.

Mà $\frac{AD}{HM} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $\frac{d(A, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Từ đó ta có: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{d(A, (SCD))}{\frac{1}{3} \cdot 6} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(*Khảo sát lớp 12 đầu năm, 2021 - 2022, 12A3, Nguyễn Khuyến Bình Dương*)

Chọn đáp án **(D)**

Câu 24. Hướng dẫn giải.

Từ giả thiết, suy ra: $\begin{cases} f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \\ f''(x) = 6x - 12 \end{cases}$.

Ta có:

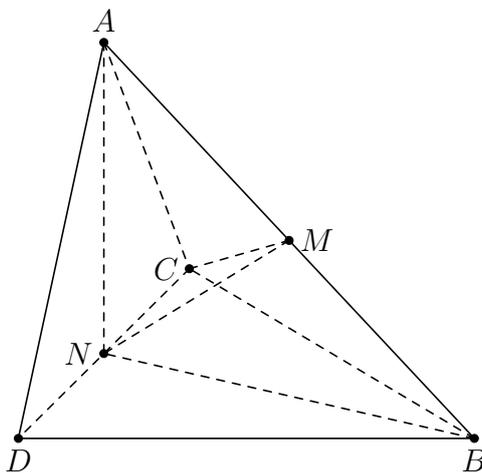
$2 \cdot f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0 \Leftrightarrow -12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$f(x) = 1 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Do đó có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 25. Hướng dẫn giải.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Ta có $AN \perp CD$ mà $(ACD) \perp (BCD)$ suy ra $AN \perp (BCD) \Rightarrow AN \perp BN$.

Tam giác ABC cân tại C , có M là trung điểm của AB suy ra $CM \perp AB$.

Giả sử $(ABC) \perp (BCD)$ mà $CM \perp AB$ suy ra $CM \perp (ABD) \Rightarrow CM \perp DM$.

Khi đó, tam giác MCD vuông cân tại $M \Rightarrow MN = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \Rightarrow AB = CD = 2x$.

Lại có $AN = BN = \sqrt{AC^2 - AN^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$, mà $AB^2 = AN^2 + BN^2$.

Suy ra $2(a^2 - x^2) = 4x^2 \Leftrightarrow a^2 = 3x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 1. Hướng dẫn giải.

a) Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2}$.

b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1} = \frac{\sqrt[3]{12 - 4} - \sqrt{6 - 2}}{3} = \frac{0}{3} = 0$.

Câu 2. Hướng dẫn giải.

a) Ta có: $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2 \end{cases}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow k = y'(0) = 0$. Do đó: $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2 \\ k = 0 \end{cases}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2$.

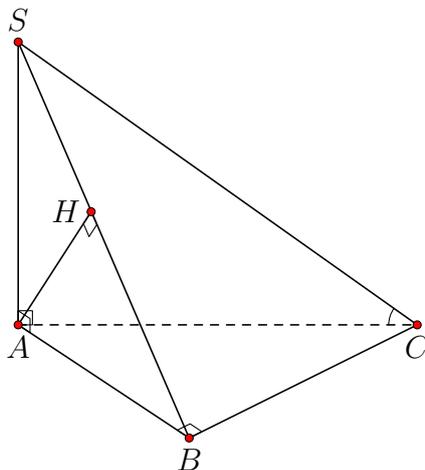
b) Ta có: $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$.

Suy ra $f'(-1) = -4 \cdot (-1)^3 + 12 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 2 = 24$.

c) Ta có: $g(x) = f(\sin x) = 2\sin^2 x - \sin x + 2$.

Suy ra: $g'(x) = (2\sin^2 x - \sin x + 2)' = 2 \cdot 2 \sin x \cos x - \cos x = 2 \sin 2x - \cos x$.

Câu 3. Hướng dẫn giải.



a) $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC \quad (1)$

$\triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow AB \perp BC \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB)$.

b) AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow \widehat{SCA}$ là góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

$AC = 2a$

$\triangle SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

c) $AH \perp SB \quad (3)$.

$\left. \begin{array}{l} BC \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp AH \quad (4)$.

Từ (3) và (4) $\Rightarrow AH \perp SC$.

$\triangle SAB$ vuông tại A : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 4. Hướng dẫn giải.

Ta có: $y' = -mx^2 + 2(m-1)x - m$.

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình, khi đó $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$.

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6$.

$\Leftrightarrow \left(\frac{2(m-1)}{m} \right)^2 - 2 = 6 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \pm \sqrt{2}$.

Vậy nhận giá trị $m = -1 \pm \sqrt{2}$.



Câu 1. Hướng dẫn giải.

Ta có: $f'(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$.

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 2. Hướng dẫn giải.

Vì lăng trụ đều là lăng trụ đứng nên các cạnh bên bằng nhau và vuông góc với đáy. Do đó các mặt bên là những hình chữ nhật.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 3. Hướng dẫn giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{(2-x)(1-2x)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{1-2x} = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 4. Hướng dẫn giải.

Theo lí thuyết.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 5. Hướng dẫn giải.

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} + 1}{n^2 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{2}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 6. Hướng dẫn giải.

$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4| = |(\sqrt{3})^2 - 4| = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 7. Hướng dẫn giải.

Ta có: $y' = (x^2)' \tan x + (\tan x)' x^2 + (\sqrt{x})' = 2x \tan x + \frac{x^2}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Chọn đáp án **(B)**

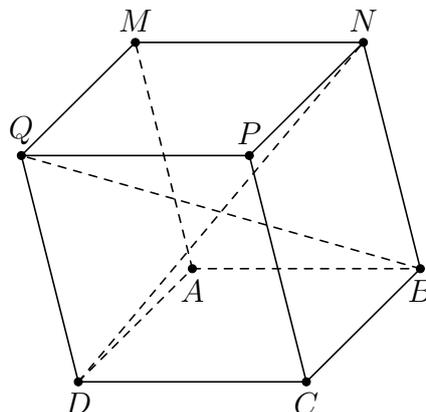
Câu 8. Hướng dẫn giải.

Mệnh đề sai: "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song".

Vì: hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau, chéo nhau.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 9. Hướng dẫn giải.



Ta có: $\vec{AB} + \vec{NP} + \vec{DQ} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CP} = \vec{AC} + \vec{CP} = \vec{AP} \Rightarrow k = 1$.

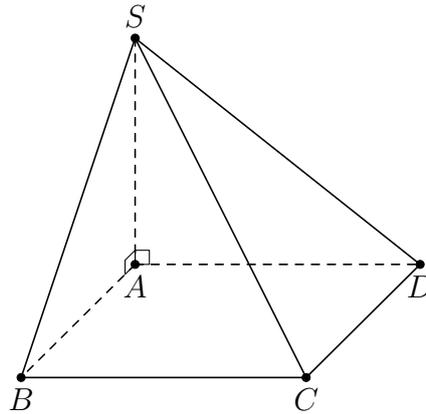
Chọn đáp án **(D)**

Câu 10. Hướng dẫn giải.

Mệnh đề đúng: Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 11. Hướng dẫn giải.



Ta có: $AB // CD \Rightarrow (\widehat{SB; CD}) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ$ (do $\triangle SBA$ vuông cân tại A).

Chọn đáp án **(C)**

Câu 12. Hướng dẫn giải.

Hàm số xác định và liên tục trên $[0; 1)$.

Khi đó $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(1) = a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} [(x + 1)(\sqrt{x} + 1)] = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = 4.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 13. Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^3 - 1}{x} = x^2 - \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{x^2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 14. Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DC}.$$

Đẳng thức chứng tỏ N là đỉnh của hình bình hành $CDBN$.

Chọn đáp án **(D)**

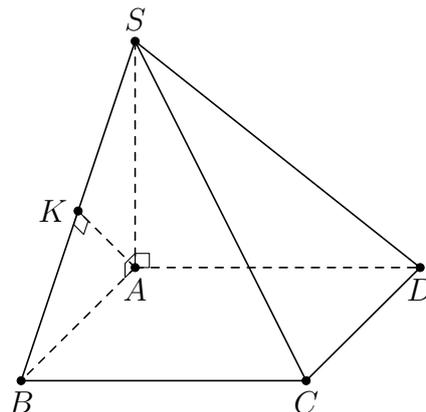
Câu 15. Hướng dẫn giải.

Ta tính được $s'(t) = 2t$.

Vận tốc của chất điểm $v(t) = s'(t) = 2t \Rightarrow v(2) = 2 \cdot 2 = 4 (m/s)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 16. Hướng dẫn giải.



Ta có $d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

$$\text{Kẻ } AK \perp SB. \text{ Khi đó: } d(A, (SBC)) = AK = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 17. Hướng dẫn giải.

Ta có: $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 2x$.

$$\text{Suy ra } f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = -2.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 18. Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2(x+1) \cdot 3}{(x+1)^4} = \frac{-6}{(x+1)^3}.$$

$$\text{Phương trình } f'(x) = f''(x) \Leftrightarrow \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{-6}{(x+1)^3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{x+1} = 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 19. Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 2x + 3) = 6 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (3 - 2x^2) = -15 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x).$$

\Rightarrow không tồn tại giới hạn tại $x \rightarrow 3$.

Vậy chỉ có khẳng định $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6$ sai.

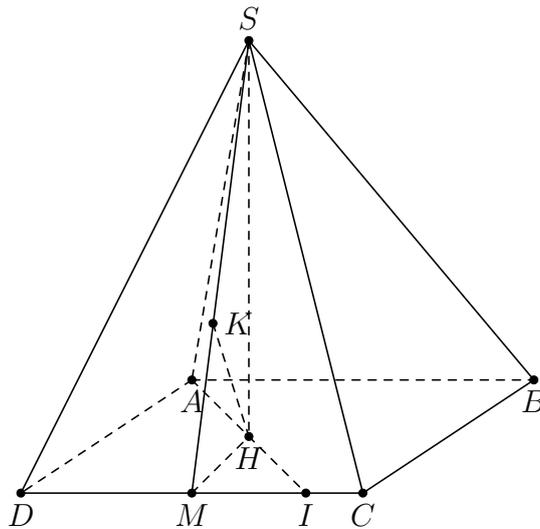
Chọn đáp án **(B)**

Câu 20. Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } \lim u_n = \lim \frac{an + 4}{5n + 3} = \lim \frac{a + \frac{4}{n}}{5 + \frac{3}{n}} = \frac{a}{5}. \text{ Khi đó, } \lim u_n = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{5} = 2 \Leftrightarrow a = 10.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 21. Hướng dẫn giải.



Xem $a = 1$ nhé!

Từ H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$ với H thuộc đường trung trực của CD .

Gọi M là trung điểm của CD .

Vì $\triangle SCD$ đều nên $SM = \sqrt{3}$.

Ta có $d(S, (ABCD)) = 1 \Rightarrow SH = 1$.

$\triangle SMH$ vuông tại $H \Rightarrow MH = \sqrt{2}$.

Gọi $I = AH \cap CD$.

$$\text{Ta có } \frac{d(A, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{AI}{HI}.$$

Gọi K là hình chiếu của H lên (SCD) . Suy ra $d(H, (SCD)) = HK$.

$$\triangle SHM \text{ vuông tại } H \text{ có } HK \text{ là đường cao} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Ta có tỉ số } \frac{AI}{HI} = \frac{AD}{HM}.$$

$$\text{Mà } \frac{AD}{HM} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

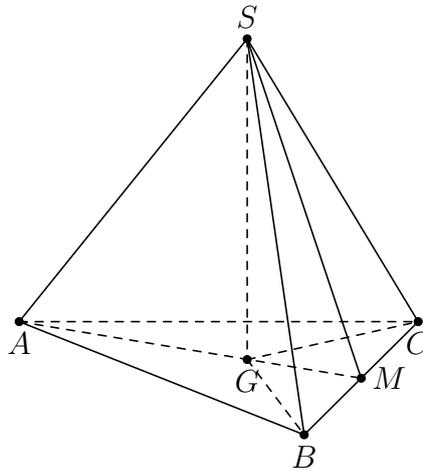
$$\text{Suy ra } \frac{d(A, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Từ đó ta có: } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{d(A, (SCD))}{\frac{1}{3} \cdot 6} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(*Khảo sát lớp 12 đầu năm, 2021 - 2022, 12A3, Nguyễn Khuyến Bình Dương*)

Chọn đáp án **D**

Câu 22. Hướng dẫn giải.



Vì $SA = SB = SC$ và G là trọng tâm tam giác ABC suy ra G là chân đường cao kẻ từ đỉnh S xuống mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC \text{ suy ra } BM = CM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}.$$

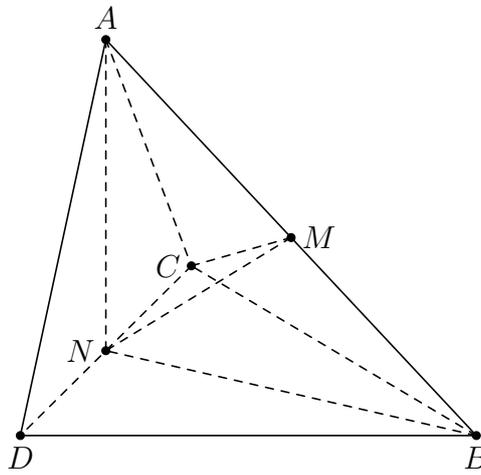
$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều cạnh } a, \text{ có } GM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Tam giác } SBM \text{ vuông tại } M, \text{ có } SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$

$$\text{Tam giác } SGM \text{ vuông tại } G, \text{ có: } SG = \sqrt{SM^2 - GM^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{12}} = \frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 23. Hướng dẫn giải.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Ta có $AN \perp CD$ mà $(ACD) \perp (BCD)$ suy ra $AN \perp (BCD) \Rightarrow AN \perp BN$.

Tam giác ABC cân tại C , có M là trung điểm của AB suy ra $CM \perp AB$.

Giả sử $(ABC) \perp (BCD)$ mà $CM \perp AB$ suy ra $CM \perp (ABD) \Rightarrow CM \perp DM$.

Khi đó, tam giác MCD vuông cân tại $M \Rightarrow MN = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \Rightarrow AB = CD = 2x$.

Lại có $AN = BN = \sqrt{AC^2 - AN^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$, mà $AB^2 = AN^2 + BN^2$.

Suy ra $2(a^2 - x^2) = 4x^2 \Leftrightarrow a^2 = 3x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Hướng dẫn giải.

$$\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \lim \sqrt{\frac{9^n + 3 \cdot 3^n}{5^n + 9^n \cdot 9^a}} = \lim \sqrt{\frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{9}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \frac{1}{3^a}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} = \frac{1}{3^7} \Leftrightarrow 3^a \geq 3^7 \Leftrightarrow a \geq 7.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện đề bài} \Rightarrow \begin{cases} a \in [7; 2019) \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a \in \{7; 8; 9; \dots; 2018\}.$$

Vậy có $2018 - 7 + 1 = 2012$ giá trị của a thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

Câu 25. Hướng dẫn giải.

$$\text{Từ giả thiết, suy ra: } \begin{cases} f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \\ f''(x) = 6x - 12 \end{cases}.$$

Ta có:

$$2 \cdot f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0 \Leftrightarrow -12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Do đó có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

Câu 1. Hướng dẫn giải.

$$\text{a) Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{b) Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1} = \frac{\sqrt[3]{12 - 4} - \sqrt{6 - 2}}{3} = \frac{0}{3} = 0.$$

Câu 2. Hướng dẫn giải.

$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2 \end{cases}.$$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow k = y'(0) = 0$. Do đó: $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2 \\ k = 0 \end{cases}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2$.

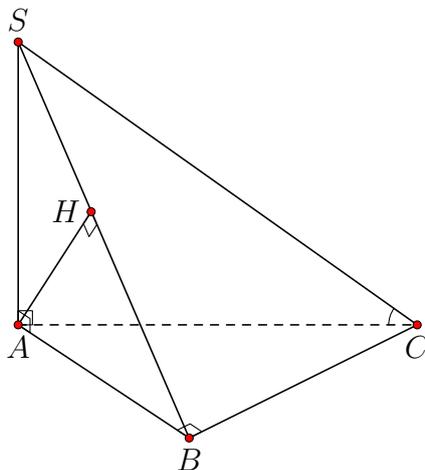
b) Ta có: $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$.

Suy ra $f'(-1) = -4 \cdot (-1)^3 + 12 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 2 = 24$.

c) Ta có: $g(x) = f(\sin x) = 2\sin^2 x - \sin x + 2$.

Suy ra: $g'(x) = (2\sin^2 x - \sin x + 2)' = 2 \cdot 2 \sin x \cos x - \cos x = 2 \sin 2x - \cos x$.

Câu 3. Hướng dẫn giải.



a) $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC \quad (1)$

$\triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow AB \perp BC \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB)$.

b) AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow \widehat{SCA}$ là góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

$AC = 2a$

$\triangle SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

c) $AH \perp SB \quad (3)$.

$\left. \begin{array}{l} BC \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp AH \quad (4)$.

Từ (3) và (4) $\Rightarrow AH \perp SC$.

$\triangle SAB$ vuông tại A : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 4. Hướng dẫn giải.

Ta có: $y' = -mx^2 + 2(m-1)x - m$.

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình, khi đó $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$.

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6$.

$\Leftrightarrow \left(\frac{2(m-1)}{m} \right)^2 - 2 = 6 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \pm \sqrt{2}$.

Vậy nhận giá trị $m = -1 \pm \sqrt{2}$.

