

Họ tên TS.....Lớp.....SBD.....; Chữ kí của CBCT:.....

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 2. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = x^3 + x$ C. $y = -x^3 - 3x$ D. $y = \frac{x+1}{x+3}$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số là $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- A. $y' = \sqrt{2}x$. B. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{1}{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2} < \frac{1}{4}$ là

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 7. Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) có các số hạng $u_3 = 27$, $u_4 = 81$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3 .

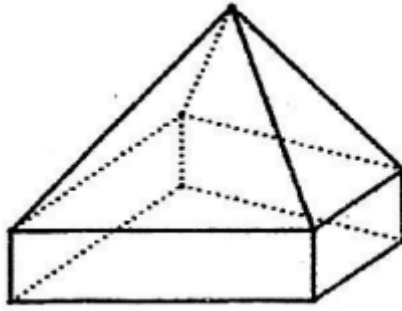
Câu 8. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$, chiều cao $5cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

- A. $50cm^2$. B. $100cm^2$. C. $50\pi cm^2$. D. $100\pi cm^2$.

Câu 9. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $12a^3$.

Câu 10. Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?



A. 15 B. 12 C. 20 D. 16

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\ln(2x^2 - x + 1) = 0$ là

A. $\{0\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. \emptyset .

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$.

A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. B. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 13. Cho tập hợp A có 7 phần tử. Số các hoán vị của tập A là

A. 5040 B. 14 C. 49 D. 4050

Câu 14. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = x^2 e^{x^2} + 3$. B. $f(x) = x^2 e^{x^2} + C$. C. $f(x) = 2xe^{x^2}$. D. $f(x) = xe^{x^2}$.

Câu 15. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

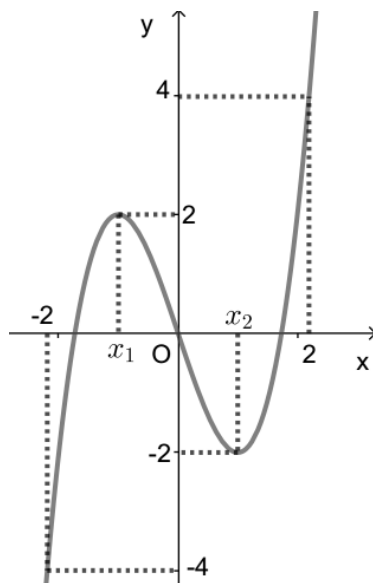
A. $\int f(x) dx = e^x - 2x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^2 + 2x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.

Câu 17. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$ C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.



Câu 19. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- A. 2. B. 6. C. $\frac{17}{2}$. D. 4.

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và đường cao SH bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc giữa mặt bên (SDC) và mặt đáy.

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 21. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 22. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên đoạn $[1; 3]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 2.

Câu 23. Xét $\int_0^{\frac{7}{3}} \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$, nếu đặt $t = \sqrt[3]{3x+1}$ thì $\int_0^{\frac{7}{3}} \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \int_1^2 (t^4 + 2t)dt$. B. $\frac{1}{3} \int_1^4 (t^4 - 2t)dt$. C. $3 \int_1^2 (t^4 + 2t)dt$. D. $\frac{1}{3} \int_0^2 (t^4 + 4t)dt$.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 25. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 26. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

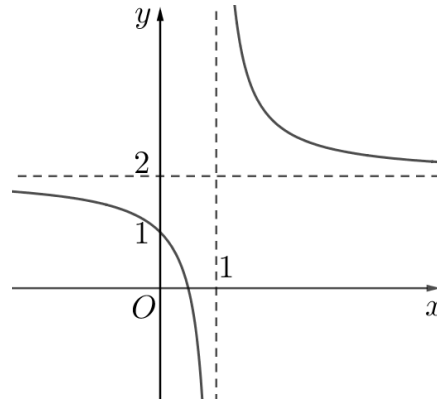
Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 9.

Câu 28. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A. (0;2). B. (2;0). C. (0;1). D. (1;0).

Câu 29. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2\sqrt{x} + \log(3-x)$

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0;3)$. C. $(-\infty;3)$. D. $[0;3)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $S = \ln 4035$. B. $S = 4$. C. $S = \ln 2$. D. $S = 1$.

Câu 31. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng:

- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 33. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ và $\int_1^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12. B. 1. C. 7 D. -1

Câu 34. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{9}{16}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 35. Cho một hình nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$ C. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $d = a$

Câu 36. Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_1^a (2x-3) dx = 0$.

Hãy tính $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$.

- A. $T = 26$. B. $T = 12$. C. $T = 13$. D. $T = 28$.

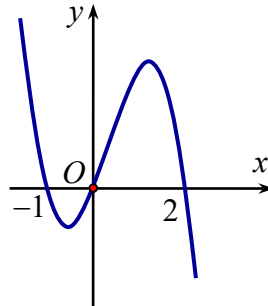
Câu 37. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng các phần tử của S bằng

- A. $a - 12$. B. -2 . C. 16 . D. -16 .

Câu 38. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x-2020} \cdot 3^{2022x} > 3^{x^2+4040}$.

- A. 2020 B. 2017. C. 2018. D. 2019.

Câu 39. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

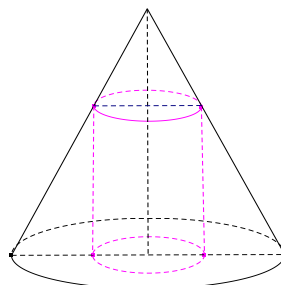


- A. $(0; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa mặt phẳng chứa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính $R = \sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{576\sqrt{3}}{125}$. B. $\frac{72\sqrt{3}}{125}$. C. $\frac{288\sqrt{3}}{125}$. D. $\frac{144\sqrt{3}}{125}$.

Câu 41. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 chiều cao bằng 6, một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón đã cho (như hình vẽ). Khi thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ bằng



- A. 8π . B. 10π . C. 12π . D. 16π .

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I cạnh $AB = 3a, BC = 4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID . Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{25\pi}{2}a^2$. B. $\frac{125\pi}{4}a^2$. C. $\frac{125\pi}{2}a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 43. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt tại H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{32}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9)$ trên \mathbb{R} . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là:

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.

Câu 46. Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình:

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$
 có đúng ba nghiệm phân biệt là:

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. 3.

Câu 47. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích là $V = 28\pi a^3$ ($a > 0$). Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm R

- A. $R = a\sqrt[3]{7}$ B. $R = 2a\sqrt[3]{7}$ C. $R = 2a\sqrt[3]{14}$ D. $R = a\sqrt[3]{14}$

Câu 48. Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

- A. $(1; 2)$. B. $[1; 2]$. C. $[1; 2)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = |3e^{4x} - 4e^{3x} - 24e^{2x} + 48e^x + m|$. Gọi A, B lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; \ln 2]$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-23; 10)$ thỏa mãn $A \leq 3B$. Tổng các phần tử của tập S bằng

- A. -33. B. 0. C. -111. D. -74.

Câu 50. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Thể tích của phần nhỏ bằng

- A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. C. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

----- HẾT -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm.

(ĐỀ CHÍNH THỨC)

MÃ ĐỀ 122

Môn: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút;
(Đề gồm có 50 câu; 06 trang)

Họ tên TS.....Lớp.....SBD.....; Chữ kí của CBCT:.....

Câu 1. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số là $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- A. $y' = \sqrt{2}x$. B. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{1}{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2} < \frac{1}{4}$ là

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 3. Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) có các số hạng $u_3 = 27, u_4 = 81$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 6. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = x^3 + x$ C. $y = -x^3 - 3x$ D. $y = \frac{x+1}{x+3}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

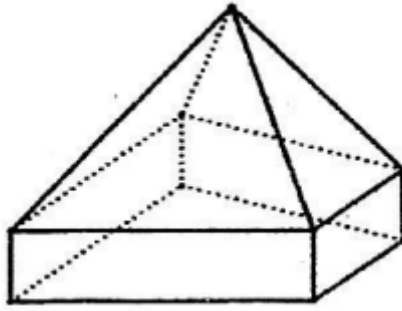
Câu 8. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$, chiều cao $5cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

- A. $50cm^2$. B. $100cm^2$. C. $50\pi cm^2$. D. $100\pi cm^2$.

Câu 9. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $12a^3$.

Câu 10. Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?



A. 15

B. 12

C. 20

D. 16

Câu 11. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = x^2 e^{x^2} + 3$.

B. $f(x) = x^2 e^{x^2} + C$.

C. $f(x) = 2xe^{x^2}$.

D. $f(x) = xe^{x^2}$.

Câu 12. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x - 2x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = e^2 + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\ln(2x^2 - x + 1) = 0$ là

A. $\{0\}$.

B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

C. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

D. \emptyset .

Câu 15. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$.

A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$.

B. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

C. $S = (1; +\infty)$.

D. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 16. Cho tập hợp A có 7 phần tử. Số các hoán vị của tập A là

A. 5040

B. 14

C. 49

D. 4050

Câu 17. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$

B. $P = -1 + \sqrt{3}$

C. $P = -1 - \sqrt{3}$

D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

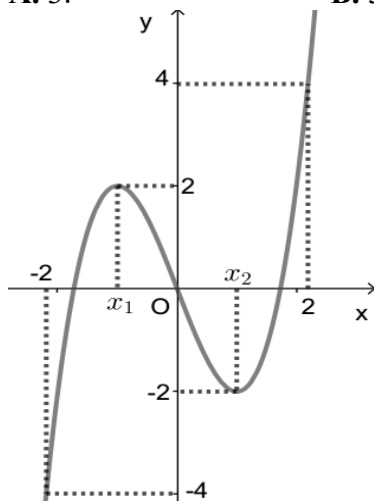
Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.



Câu 19. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- A. 2. B. 6. C. $\frac{17}{2}$. D. 4.

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và đường cao SH bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc giữa mặt bên (SDC) và mặt đáy.

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 21. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 22. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên đoạn $[1; 3]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 2.

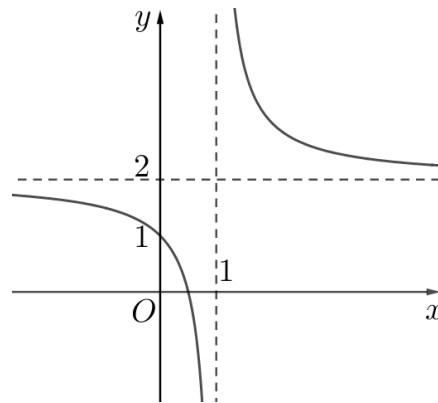
Câu 23. Xét $\int_0^{\frac{7}{3}} \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$, nếu đặt $t = \sqrt[3]{3x+1}$ thì $\int_0^{\frac{7}{3}} \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \int_1^2 (t^4 + 2t) dt$. B. $\frac{1}{3} \int_1^4 (t^4 - 2t) dt$. C. $3 \int_1^2 (t^4 + 2t) dt$. D. $\frac{1}{3} \int_0^2 (t^4 + 4t) dt$.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A. $(0; 2)$. B. $(2; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 0)$.

Câu 26. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $[0; 3)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $S = \ln 4035$. B. $S = 4$. C. $S = \ln 2$. D. $S = 1$.

Câu 28. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 29. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				1				$+\infty$

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -2 -2

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 9.

Câu 31. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 33. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ và $\int_1^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12. B. 1. C. 7 D. -1

Câu 34. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{9}{16}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng các phần tử của S bằng

- A. $a - 12$. B. -2 . C. 16. D. -16 .

Câu 36. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x-2020} \cdot 3^{2022x} > 3^{x^2+4040}$.

- A. 2020 B. 2017. C. 2018. D. 2019.

Câu 37. Cho một hình nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

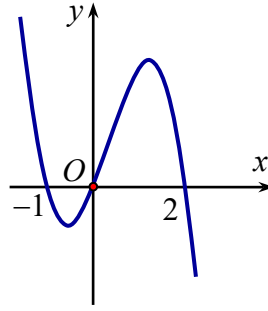
- A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$ C. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $d = a$

Câu 38. Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_1^a (2x - 3) dx = 0$.

Hãy tính $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$.

- A. $T = 26$. B. $T = 12$. C. $T = 13$. D. $T = 28$.

Câu 39. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

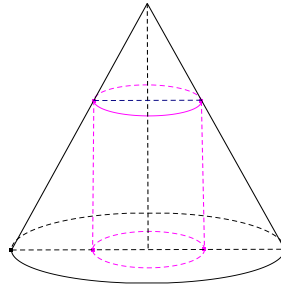


- A. $(0; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa mặt phẳng chứa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính $R = \sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{576\sqrt{3}}{125}$. B. $\frac{72\sqrt{3}}{125}$. C. $\frac{288\sqrt{3}}{125}$. D. $\frac{144\sqrt{3}}{125}$.

Câu 41. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 chiều cao bằng 6, một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón đã cho (như hình vẽ). Khi thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ bằng



- A. 8π . B. 10π . C. 12π . D. 16π .

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I cạnh $AB = 3a$, $BC = 4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID . Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{25\pi}{2}a^2$. B. $\frac{125\pi}{4}a^2$. C. $\frac{125\pi}{2}a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 43. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích là $V = 28\pi a^3$ ($a > 0$). Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm R

- A. $R = a\sqrt[3]{7}$ B. $R = 2a\sqrt[3]{7}$ C. $R = 2a\sqrt[3]{14}$ D. $R = a\sqrt[3]{14}$

Câu 44. Cho phương trình $\log_2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

- A. $(1; 2)$. B. $[1; 2]$. C. $[1; 2)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = |3e^{4x} - 4e^{3x} - 24e^{2x} + 48e^x + m|$. Gọi A, B lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; \ln 2]$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-23; 10)$ thỏa mãn $A \leq 3B$. Tổng các phần tử của tập S bằng

- A. -33 . B. 0 . C. -111 . D. -74 .

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Thể tích của phần nhỏ bằng

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. C. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 47. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt tại H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{32}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9)$ trên \mathbb{R} . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 8. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là:

A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.

Câu 50. Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình:

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$
 có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. 3.

----- HẾT -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm.

(ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC)

PHẦN I: ĐÁP ÁN CHUNG ĐỀ CHẤM

Mã 121		Mã 122		Mã 123		Mã 124	
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	1	B	1	B	1	D
2	B	2	A	2	A	2	C
3	B	3	C	3	C	3	D
4	B	4	B	4	D	4	B
5	B	5	D	5	B	5	B
6	A	6	B	6	B	6	A
7	C	7	B	7	B	7	C
8	D	8	D	8	D	8	B
9	B	9	B	9	B	9	B
10	D	10	D	10	A	10	D
11	B	11	C	11	D	11	B
12	A	12	A	12	D	12	A
13	A	13	D	13	B	13	A
14	C	14	B	14	A	14	C
15	A	15	A	15	A	15	A
16	D	16	A	16	C	16	A
17	C	17	C	17	C	17	C
18	C	18	C	18	C	18	C
19	D	19	D	19	A	19	D
20	D	20	D	20	D	20	D
21	A	21	A	21	A	21	A
22	D	22	D	22	D	22	D
23	A	23	A	23	A	23	B
24	A	24	A	24	B	24	C
25	B	25	C	25	D	25	A
26	C	26	D	26	D	26	A
27	B	27	D	27	B	27	B
28	C	28	B	28	C	28	C
29	D	29	C	29	D	29	D
30	D	30	B	30	D	30	D
31	A	31	A	31	A	31	A
32	D	32	D	32	D	32	D

33	C	33	C	33	C	33	C
34	A	34	A	34	B	34	A
35	C	35	D	35	C	35	C
36	C	36	B	36	D	36	C
37	D	37	C	37	D	37	D
38	B	38	C	38	B	38	B
39	C	39	C	39	D	39	C
40	D	40	D	40	C	40	D
41	D	41	D	41	A	41	D
42	B	42	B	42	B	42	B
43	C	43	D	43	C	43	C
44	D	44	C	44	B	44	D
45	B	45	A	45	D	45	B
46	D	46	A	46	D	46	C
47	D	47	C	47	D	47	A
48	C	48	D	48	C	48	A
49	A	49	B	49	A	49	D
50	A	50	D	50	B	50	D

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa mặt phẳng chứa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính $R = \sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

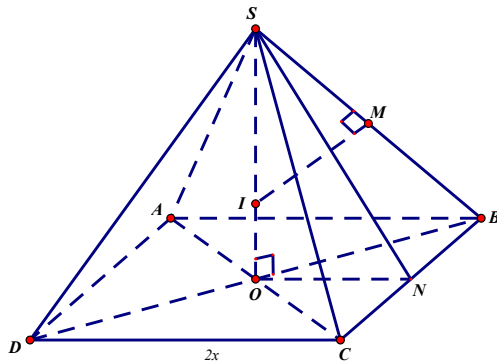
A. $\frac{576\sqrt{3}}{125}$.

B. $\frac{72\sqrt{3}}{125}$.

C. $\frac{288\sqrt{3}}{125}$.

D. $\frac{144\sqrt{3}}{125}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm cạnh BC suy ra $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SNO} = 60^\circ$.

Gọi M là trung điểm cạnh SB , dựng $MI \perp SB$ ($I \in SO$) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

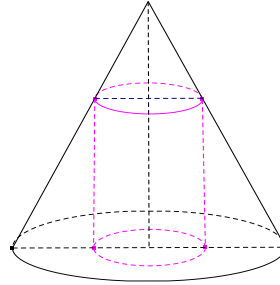
Đặt $DC = 2x$. Khi đó, $SO = x\sqrt{3}$, $SB = x\sqrt{5}$.

Tam giác SMI đồng dạng với tam giác SOB suy ra

$$SI = \frac{SM \cdot SB}{SO} = \frac{SB^2}{2SO} = \frac{5x\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{6}{5} \Rightarrow DC = \frac{12}{5}, SO = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144\sqrt{3}}{125}$.

Câu 41. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 chiều cao bằng 6, một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón đã cho (như hình vẽ). Khi thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ bằng



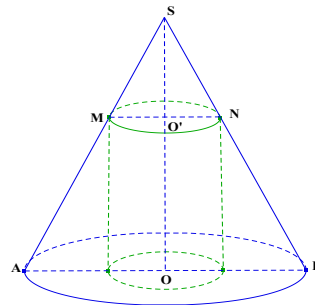
A. 8π .

B. 10π .

C. 12π .

D. 16π .

Lời giải



Gọi bán kính của khối trụ là x ($0 < x < 3$), chiều cao của khối trụ là $h = OO'$ ($0 < h < 6$).

Khi đó thể tích khối trụ là: $V = \pi x^2 h$.

Ta có: $\Delta SO'N$ đồng dạng với ΔSOB nên có $\frac{O'N}{OB} = \frac{SO'}{SO} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{6-h}{6} \Leftrightarrow h = 6 - 2x$.

Suy ra $V = \pi x^2 h = \pi x^2 (6 - 2x) = \pi (6x^2 - 2x^3)$.

Xét hàm $f(x) = 6x^2 - 2x^3$, ($0 < x < 3$).

$f'(x) = 12x - 6x^2$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (l)} \\ x = 2 \text{ (n)} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	0	2	3	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			8	

Do đó V lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Vậy thể tích của khối trụ lớn nhất là $V = 8\pi$ khi bán kính khối trụ bằng $r = 2 \Rightarrow h = 2$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ bằng $2\pi rh + 2\pi r^2 = 16\pi$.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + k$ với $a, b, c, d, k \in \mathbb{R}$. Biết hàm số

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I cạnh $AB = 3a, BC = 4a$.

Hình

chiều của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID . Biết rằng SB tạo với mặt phẳng

$(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

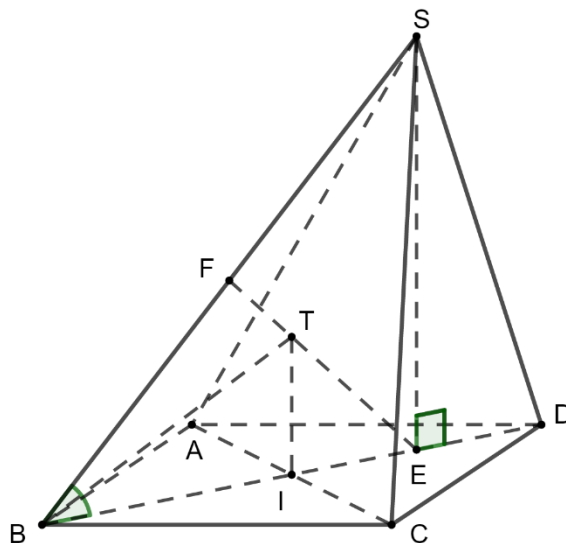
A. $\frac{25\pi}{2}a^2$.

B. $\frac{125\pi}{4}a^2$.

C. $\frac{125\pi}{2}a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của ID , F là trung điểm của SB . Trong mặt phẳng (SBD) , vẽ IT song song với SE và cắt EF tại T .

Ta có $SE \perp (ABCD)$, suy ra $\widehat{SBE} = [SB; (ABCD)] = 45^\circ$. Suy ra $\triangle SBE$ vuông cân tại E . Suy ra EF là trung trực của SB . Suy ra $TS = TB$. (1)

Ta có $IT \parallel SE$, suy ra $IT \perp (ABCD)$. Suy ra IT là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Suy ra $TA = TB = TC = TD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra T là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$, suy ra $IB = ID = \frac{5}{2}a$.

Do E là trung điểm của ID nên $IE = \frac{1}{2}ID = \frac{5}{4}a$.

$\triangle BEF$ vuông tại F có $\widehat{EBF} = 45^\circ$ nên $\triangle BEF$ vuông cân tại F .

$\triangle EIT$ vuông tại I có $\widehat{IET} = 45^\circ$ nên $\triangle EIT$ vuông cân tại I . Suy ra $IT = IE = \frac{5}{4}a$.

Do $\triangle BIT$ vuông tại I nên $TB = \sqrt{IB^2 + IT^2} = \frac{5\sqrt{5}}{4}a$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $S = 4\pi TB^2 = \frac{125\pi}{4}a^2$.

Câu 43. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt tại H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{32}$.

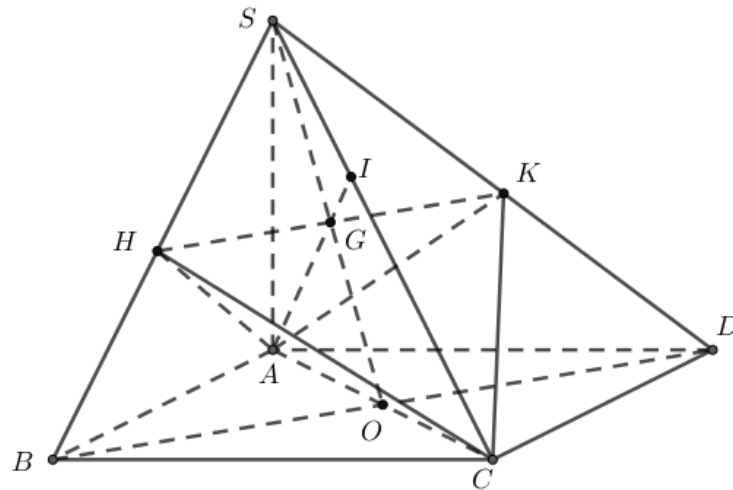
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{S.ABD} = \frac{1}{3}S_{ABD}.SA = \frac{a^2x}{6}$.

Lại có $\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABD}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SD} = \left(\frac{SA}{SB}\right)^2 \cdot \left(\frac{SA}{SD}\right)^2 = \frac{x^4}{(x^2 + a^2)^2}$

$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{x^4}{(x^2 + a^2)^2} \cdot V_{S.ABD} = \frac{a^2x^5}{6(x^2 + a^2)^2}$.

Gọi $O = AC \cap BD, G = SO \cap HK, I = AG \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH, (AH \subset (SAB)).$

Lại có $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC.$

Chứng minh tương tự ta có $AK \perp SC.$

Vì $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK), AI \subset (AHK) \Rightarrow SC \perp AI.$

Xét tam giác SAC vuông tại A , đặt $SA = x > 0$ và có $AC = a\sqrt{2}$, $AI \perp SC$

$$\Rightarrow \frac{IC}{IS} = \left(\frac{AC}{AS}\right)^2 = \frac{2a^2}{x^2} \Rightarrow CI = \frac{2a^2}{x^2} SI.$$

$$\Rightarrow V_{ACHK} = \frac{1}{3} S_{AHK} \cdot CI = \frac{1}{3} S_{AHK} \cdot \frac{2a^2}{x^2} \cdot SI = \frac{2a^2}{x^2} V_{S.AHK} = \frac{a^4}{3} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2}.$$

Ta lại có $(x^2 + a^2)^2 = \left(\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{3} + a^2\right)^2 \stackrel{AM-GM}{\geq} 16 \frac{x^3 a}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{16a}$ (Dấu

“=” xảy ra khi và chỉ khi $x = a\sqrt{3}$).

Suy ra $V_{ACHK} \leq \frac{a^4}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{16a} \Leftrightarrow V_{ACHK} \leq \frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ khi $x = SA = a\sqrt{3}.$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9)$ trên \mathbb{R} . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn D.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \pm 3 \end{cases} \text{ và } g'(x) = \frac{(3x^2 + 6)(x^3 + 6x)}{|x^3 + 6x|} f'(|x^3 + 6x| + m).$$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ |x^3 + 6x| = 8 - m \quad (1) \\ |x^3 + 6x| = 3 - m \quad (2) \\ |x^3 + 6x| = -3 - m \quad (\text{loại}), \text{ vì } m > 0 \end{cases}$$

Ta có: $g(-x) = g(x) \Rightarrow g(x)$ là hàm số chẵn

$g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow g(x)$ có 1 cực trị dương

\Rightarrow (1) hoặc (2) có ít nhất 1 nghiệm dương.

Xét hàm số $u = |x^3 + 6x|$ có BBT như hình dưới

x	$-\infty$	0	$+\infty$
u'		$-$	$+$
u	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ BBT, để phương trình (1) hoặc (2) có ít nhất 1 nghiệm dương thì

$$8 - m > 0 \Leftrightarrow m < 8.$$

$$\text{Vì } m > 0 \text{ và } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2; 3; \dots; 7\}.$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là:

A. $x = \frac{1}{2}$.

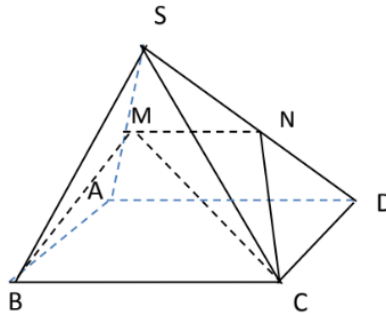
B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$\begin{cases} BC // (SAD) \\ BC \subset (BMC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (BMC) = MN // BC \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SD} = x.$$

$$\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{2V_{S.MBC}}{V} = \frac{SM}{SA} = x$$

$$\frac{V_{S.MCN}}{V_{S.ACD}} = \frac{2V_{S.MCN}}{V} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2$$

$$\Rightarrow \frac{2(V_{S.MCN} + V_{S.MBC})}{V} = x + x^2 \Leftrightarrow \frac{2V_{S.MBCN}}{V} = x + x^2 \Leftrightarrow \frac{V_{S.MBCN}}{V} = \frac{x + x^2}{2} \quad (1)$$

Mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau

$$\frac{V_{S.MNBC}}{V} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $1 = x + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 46. Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình:

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$
 có đúng ba nghiệm phân biệt là:

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. 3.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2} \cdot \log_2((x-1)^2 + 2) = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (*)$$

Đặt $f(t) = 2^t \log_2(t+2), t \geq 0$; $f'(t) = 2^t \ln 2 \cdot \log_2(t+2) + 2^t \frac{1}{(t+2) \ln 2} > 0, \forall t \geq 0$.

Vậy hàm số $f(t) = 2^t \log_2(t+2)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Từ (*) ta có $f[(x-1)^2] = f[2|x-m|] \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-m) = (x-1)^2 \\ 2(x-m) = -(x-1)^2 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = x^2 - 4x + 1 + 2m = 0 \quad (a) \\ x^2 = 2m - 1 \quad (b) \end{cases}$$

Do các phương trình (a) và (b) là phương trình bậc hai nên để phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt ta có các trường hợp sau:

TH1: $m = \frac{1}{2}$, (b) chỉ có nghiệm kép bằng 0 và (a) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 (thỏa mãn).

TH2: $m > \frac{1}{2}$, (b) có 2 nghiệm phân biệt $x = \pm\sqrt{2m-1}$ và (a) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng $\pm\sqrt{2m-1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(\pm\sqrt{2m-1}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(\pm\sqrt{2m-1}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa mãn).}$$

+ TH3: $m > \frac{1}{2}$, (b) có 2 nghiệm phân biệt $x = \pm\sqrt{2m-1}$ và (a) có nghiệm kép khác $\pm\sqrt{2m-1}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ g(\pm\sqrt{2m-1}) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tổng các giá trị của m là $\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 3$.

Câu 47. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích là $V = 28\pi a^3$ ($a > 0$). Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm R

- A. $R = a\sqrt[3]{7}$ B. $R = 2a\sqrt[3]{7}$ C. $R = 2a\sqrt[3]{14}$ D. $R = a\sqrt[3]{14}$

Lời giải

Diện tích nhôm cần dùng để sản xuất là diện tích toàn phần S

$$\text{Ta có } l = h; \text{ mà } V = 28\pi a^3 \Leftrightarrow \pi R^2 h = 28\pi a^3 \Leftrightarrow h = \frac{28a^3}{R^2}$$

$$S = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{28a^3}{R} + 2\pi R^2 \text{ với } R > 0$$

$$S' = 2\pi \left(-\frac{28a^3}{R^2} + 2R \right) = 0 \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{14}$$

Bảng biến thiên

R	0	$a\sqrt[3]{14}$	$+\infty$	
S'		-	0	+
S				

$$\text{Vậy } S_{\min} \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{14}$$

Câu 48. Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

- A. $(1; 2)$. B. $[1; 2]$. C. $[1; 2)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow [1 + \log_2(x)]^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 (*)$$

Đặt $t = \log_2 x = g(x) \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$ và mỗi giá trị của x sẽ cho một giá trị của t

$$(*) \text{ trở thành } (1+t)^2 - (m+2)t + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 - mt - 2t + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 = m(t - 1)$$

$$\Leftrightarrow (t - 1)(t + 1 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = m - 1 & (1) \\ t = 1 & (2) \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì phương trình có một nghiệm $x = 2$

Vậy để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có một nghiệm $t \neq 1$

$$0 \leq m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Vậy $m \in [1; 2)$ để thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = |3e^{4x} - 4e^{3x} - 24e^{2x} + 48e^x + m|$. Gọi A, B lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; \ln 2]$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-23; 10)$ thỏa mãn $A \leq 3B$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. -33.

B. 0.

C. -111.

D. -74.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = e^x, x \in [0; \ln 2] \Rightarrow t \in [1; 2]$$

Xét hàm số $h(t) = |3t^4 - 4t^3 - 24t^2 + 48t + m|$ trên $[1; 2]$.

$$\text{Đặt } g(t) = 3t^4 - 4t^3 - 24t^2 + 48t + m$$

$$g'(t) = 12t^3 - 12t^2 - 48t + 48; \quad g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \notin [1; 2] \\ t = 2 \\ t = 1 \end{cases};$$

$$g(1) = m + 23, \quad g(2) = m + 16.$$

$$\text{TH1: } -16 \leq m < 10 \Rightarrow m + 23 \geq m + 16 \geq 0 \Rightarrow A = \max_{[1; 2]} h(t) = m + 23; \quad B = \min_{[1; 2]} h(t) = m + 16.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} -16 \leq m < 10 \\ m + 23 \leq 3m + 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -16 \leq m < 10 \\ m \geq \frac{-25}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{-25}{2} \leq m < 10.$$

Do đó: có 22 giá trị

$$\text{TH2: } -23 \leq m < -16 \Rightarrow |m + 23| = m + 23, \quad |m + 16| = -m - 16.$$

$$\text{Để thấy } B = 0. \text{ Suy ra } \begin{cases} m + 23 < -m - 16 \\ -m - 16 \leq 0 \\ m + 23 \geq -m - 16 \\ m + 23 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -16 \leq m < -19.5 \\ -19.5 \leq m \leq -23 \end{cases} (VL)$$

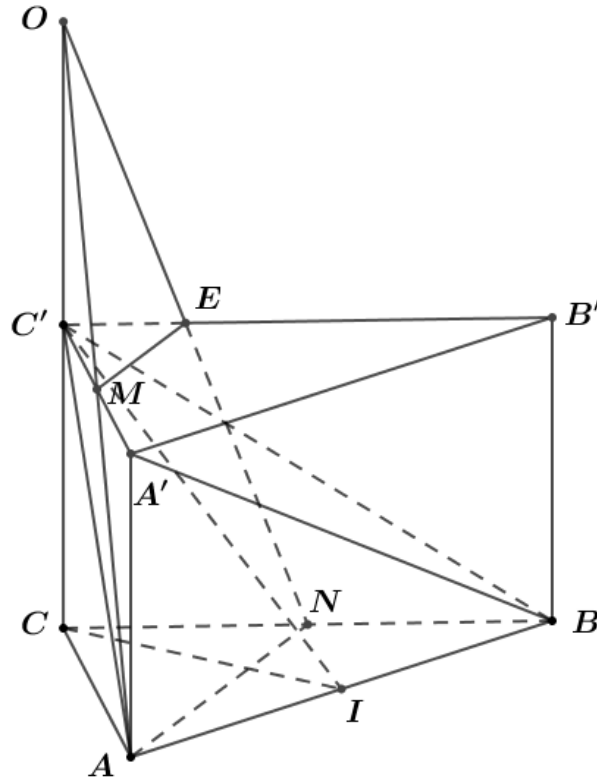
Vậy $S = \{-12; -11; \dots; 0; 1; \dots; 9\}$ và tổng các phần tử của tập S bằng $-12 + (-11) + (-10) = -33$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Thể tích của phần nhỏ bằng

- A.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm AB , suy ra $AB \perp (CIC')$ nên góc giữa $(C'AB)$ và (ABC) là góc $(CI, C'I)$, suy ra $\widehat{C'IC} = 60^\circ$.

Tam giác $C'IC$ vuông tại C nên $C'C = CI \cdot \tan \widehat{C'IC} = \frac{AB}{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CI = a^2$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = CC' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = a^3\sqrt{3}$.

Trong $(ACC'A')$, kéo dài AM cắt CC' tại O .

Suy ra $C'M$ là đường trung bình của ΔOAC , do đó $OC = 2CC' = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{O.AC'N} = \frac{1}{3} \cdot S_{AC'N} \cdot OC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABC} \cdot 2CC' = \frac{1}{3}V.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{O.C'ME} = \frac{1}{3} \cdot S_{C'ME} \cdot OC' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} S_{A'B'C'} \cdot OC' = \frac{1}{24}V.$$

$$\text{Do đó } V_{C'EM.CAN} = V_{O.AC'N} - V_{O.C'ME} = \frac{1}{3}V - \frac{1}{24}V = \frac{7}{24}V = \frac{7}{24} \cdot a^3 \sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}a^3}{24}.$$

$$\text{Vậy phần thể tích nhỏ hơn là } V_{C'EM.CAN} = \frac{7\sqrt{3}a^3}{24}.$$