SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT QUẢNG XƯƠNG 4

Mã đề 101

Đáp án chi tiết
ĐỀ KSCL BỒI DƯỠNG LỚP 10
NĂM HỌC 2022-2023
MÔN: TOÁN

Câu 1. **[1]** Trong các câu sau đây, câu nào **không** phải là mệnh đề?

A. $3+2=7$. **B.** $x^2+1>0$. **C.** $-2-x^2<0$. **D.** $4+x$.

Lời giải

Chọn D

Phương án D chỉ là một biểu thức, không phải khẳng định.

Câu 2. **[1]** Số đo theo đơn vị rađian của góc $315°$ là

A. $\frac{7\pi}{2}$. **B.** $\frac{7\pi}{4}$. **C.** $\frac{2\pi}{7}$. **D.** $\frac{4\pi}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $315° = \frac{315}{180}.\pi = \frac{7\pi}{4}$(rađian).

Câu 3. **[1]** Cho tam giác ABC có $AB=c, AC=b, BC=a$, bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác lần lượt là R, r. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $r=\frac{a}{\sin A}$. **B.** $R=\frac{a}{2.\sin A}$. **C.** $R=\frac{a}{\sin A}$. **D.** $r=\frac{a}{2.\sin A}$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý sin ta có $\frac{a}{\sin A}=2R \Leftrightarrow R=\frac{a}{2.\sin A}$

Câu 4. **[1]** Ba điểm A,B,C thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$ thì khi đó:

A. tam giác ABC là tam giác cân

B. tam giác ABC là tam giác đều

C. A là trung điểm đoạn BC

D. điểm B trùng với điểm C

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC} \Rightarrow B \equiv C$.

Câu 5. **[1]** Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(5;\ 2)$, $B(10;\ 8)$ Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $(15;\ 10)$. **B.** $(2;\ 4)$. **C.** $(5;\ 6)$. **D.** $(50;\ 16)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(5;\ 6)$.

Câu 6. **[1]** Độ lệch chuẩn của một dãy số liệu thống kê được tính là giá trị nào sau đây của dãy?

A. Bình phương của phương sai.

B. Một nửa của phương sai.

C. Căn bậc hai của phương sai.

D. Hai lần phương sai.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa độ lệch chuẩn

Câu 7. **[1]** Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$:"$x+15\le x^2$" với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $P(0)$. **B.** $P(3)$. **C.** $P(4)$. **D.** $P(5)$.

Lời giải

Chọn D

$P(5)$:"$5+15\le 5^2$".

Câu 8. **[1]** Trong hệ trục tọa độ $(O;\vec{i};\ \vec{j})$ tọa độ $\vec{i}+\vec{j}$ là:

A. $(0;\ 1)$. **B.** $(1;\ -1)$ **C.** $(-1;\ 1)$ **D.** $(1;\ 1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{i}=(1;\ 0),\ \vec{j}=(0;\ 1)\Rightarrow \vec{i}+\vec{j}=(1;\ 1)$

Câu 9. **[1]** Cho $A=\{1;2;3\}$. Trong các khẳng định sau, khẳng địng nào **sai**?

A. $\varnothing\subset A$. **B.** $1\in A$. **C.** $\{1;2\}\subset A$. **D.** $\{2\}\in A$.

Lời giải

Chọn D

A đúng do tập $\varnothing$ là tập con của mọi tập hợp.

B đúng do 1 là một phần tử của tập A.

C đúng do tập hợp có chứa hai phần tử $\{1;2\}$ là tập con của tập A.

D sai do số $\{2\}$ là một tập hợp nên $\{2\}\subset A$.

Câu 10. **[1]** Diện tích S của tam giác ABC là

A. $S=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin A$. **B.** $S=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\cos A$.

C. $S=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A$. **D.** $S=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\cos A$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A$.

Câu 11. **[1]** Cho tập hợp $M=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2\le x<5\}$. Hãy viết tập M dưới dạng một khoảng hoặc một nửa khoảng hoặc một đoạn.

A. $M=[2;5)$. **B.** $M=(2;5)$. **C.** $M=[2;5]$. **D.** $M=(2;5]$.

Lời giải

ChọnA

Ta có $(2;5)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2<x<5\}$, $[2;5]=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2\le x\le 5\}$,

$(2;5]=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2<x\le 5\}$ và $[2;\ 5)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2\le x<5\}$

Câu 12. **[1]** Miền nghiệm của bất phương trình $3x+2y-5\ge 0$ **không** chứa điểm nào sau đây?

A. $M(1;1)$. **B.** $N(1;-1)$. **C.** $P(3;-1)$. **D.** $Q(5;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Thay lần lượt tọa độ các điểm M,N,P,Q vào bất phương trình $3x+2y-5\ge 0$ ta thấy $N(1;-1)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 13. **[1]** Trên đường tròn bán kính 7 cm, lấy cung có số đo $54°$. Độ dài l của cung tròn bằng

A. $\frac{11}{20}\pi\ (\text{cm})$. **B.** $\frac{21}{10}\pi\ (\text{cm})$. **C.** $\frac{63}{20}\pi\ (\text{cm})$. **D.** $\frac{20}{11}\pi\ (\text{cm})$.

Lời giải

Ta có $l=7.\left(\frac{54°}{180°}.\pi\right)=\frac{21}{10}\pi\ (\text{cm})$.

Câu 14. **[1]** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases}-2x+5y<4\\x^2+3y>6\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}-2x+5y<4\\x^2+3y^2>6\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}-2x^2+5y<4\\x^2+3y>6\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}-2x+5y<4\\x+3y>6\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15. **[1]** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin 0^{O}+\cos 0^{O}=0$. **B.** $\sin 90^{O}+\cos 90^{O}=1$.

C. $\sin 180^{O}+\cos 180^{O}=-1$. **D.** $\sin 60^{O}+\cos 60^{O}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\sin 0^o + \cos 0^o = 1$.

Câu 16. **[1]** Cho ΔABC có $AB = 4; AC = 5; BC = 6$. Giá trị $\cos A$ là

A. $0,125$. **B.** $0,25$. **C.** $0,5$. **D.** $0,0125$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng hệ quả Định lí Côsin ta có: $\cos A = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC}$

$\Rightarrow \cos A = \dfrac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2.4.5} = 0,125.$

Câu 17. **[1]** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 18. **[1]** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $x - y^2 > 0$. **B.** $3x^2 + y^2 \le 0$. **C.** $5x - y \ge 0$. **D.** $3x^2 + 2y < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát

$ax + by < 0$ (hoặc $ax + by \le 0$; hoặc $ax + by > 0$; hoặc $ax + by \ge 0$)

Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0; x, y là các ẩn số.

Câu 19. **[1]** Cho tam giác đều cạnh $2a$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AB} = 2a$ **C.** $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 2a$ **D.** $\overrightarrow{AB} = AB$

Lời giải

Đáp án C

Vì tam giác đều nên $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = 2a$

Câu 20. **[1]** Số giầy bán được trong một quý của một cửa hàng bán giầy được thống kê trong bảng sau đây:

Size Việt Nam	35	36	37	38	39	40	41	42	43	Tổng
Tần số (số đôi giầy bán được)	61	66	84	87	93	75	64	60	49	639

Mốt của bảng trên là:

A. 39. **B.** 93. **C.** 639. **D.** 35.

Lời giải

Chọn A

Mốt của mẫu số liệu là giá trị có tần số cao nhất trong mẫu số liệu đó, vì vậy mốt $M_O = 39$.

Câu 21. **[2]** Cho n là số tự nhiên, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\forall n,\ n(n+1)$ là số chính phương. **B.** $\forall n,\ n(n+1)$ là số lẻ.

C. $\exists n,\ n(n+1)(n+2)$ là số lẻ. **D.** $\forall n,\ n(n+1)(n+2)$ là số chia hết cho 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\forall n \in \mathbb{N},\ n(n+1)(n+2)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp, trong đó, luôn có một số chia hết cho 2 và một số chia hết cho 3 nên nó chia hết cho $2.3 = 6$.

Câu 22. **[2]** Cho A là tập hợp các hình thoi, B là tập hợp các hình chữ nhật và C là tập hợp các hình vuông. Khi đó

A. $A \cap B = C$. **B.** $A \cup B = C$. **C.** $A \setminus B = C$. **D.** $B \setminus A = C$.

Lời giải

Chọn A

Vì tứ giác là hình vuông là trường hợp đặc biệt của hình thoi, hình chữ nhật, nên hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.

Câu 23. **[2]** Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng:

A. $\{x \in \mathbb{Z} \| x| < 1\}$. **B.** $\{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.

C. $\{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$. **D.** $\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

Lời giải

Chọn C

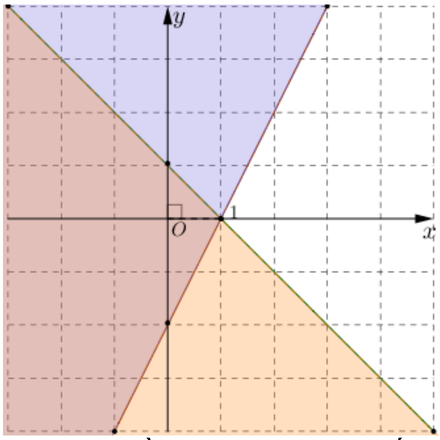
$A = \{x \in \mathbb{Z} \| x| < 1\} \Rightarrow A = \{0\}$.

$B = \{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$. Ta có $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{6} \notin \mathbb{Z} \end{array}\right. \Rightarrow B = \{1\}$.

$C = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$. Ta có $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 - \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \\ x = 2 + \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \end{array}\right. \Rightarrow C = \varnothing$

$D = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$. Ta có $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right. \Rightarrow D = \{1; 3\}$.

Câu 24. **[2]** Cho hình vẽ sau



Miền **không tô đậm** trong hình trên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x - y - 2 < 0 \\ x + y - 1 < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x - y - 2 < 0 \\ x + y - 1 > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 2x - y - 2 > 0 \\ x + y - 1 > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 2x - y - 2 > 0 \\ x + y - 1 < 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy điểm $M(3;1)$ thuộc phần không tô đậm.

Ta thấy tọa độ điểm M chỉ thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y - 2 > 0 \\ x + y - 1 > 0 \end{cases}$.

Câu 25. **[2]** Cho $\tan\alpha = \sqrt{5}$, với $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. Khi đó $\cos\alpha$ bằng:

A. $-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha = 1 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 6$.

Mặt khác $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$ nên $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 26. **[2]** Cho tam giác ABC có $a = 5, b = 6, c = 7$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. 9.

Lời giải

Ta có: $S = p.r \Leftrightarrow r = \frac{S}{p}$.

Với: + $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+6+7}{2} = 9$.

+ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{9.4.3.2} = 6\sqrt{6}$

$\Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{6\sqrt{6}}{9} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 27. **[2]** Cho tam giác ABC, có bao nhiêu điểm M thoả mãn: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = 1$

A. 0 B. 1 C. 2 D. vô số

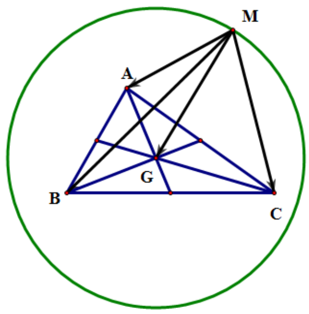
Lời giải

Chọn D

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC

Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = \left|3\overrightarrow{MG}\right| = 3MG = 1 \Rightarrow MG = \frac{1}{3}$

Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = 1$ là đường tròn tâm G bán kính $R = \frac{1}{3}$.



Câu 28. **[2]** Trong hệ tọa độ Oxy, cho $M(3;\ -4)$ Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy. Khẳng định nào đúng?

A. $\overline{OM_1} = -3$. B. $\overline{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3;\ -4)$. D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3;\ -4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M_1 = (3;\ 0)$, $M_2 = (0;\ -4)$

A. Sai vì $\overline{OM_1} = 3$.

B. Sai vì $\overline{OM_2} = -4$.

C. Sai vì $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{M_2M_1} = (3;\ 4)$.

Câu 29. **[2]** Cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào có *mệnh đề đảo* là mệnh đề **đúng**?

A. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thang cân thì 2 góc đối bù nhau.

B. Nếu $a = b$ thì $a.c = b.c$.

C. Nếu $a > b$ thì $a^2 > b^2$.

D. Nếu số nguyên chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3 và 2.

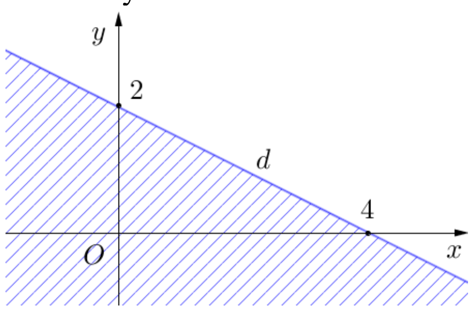
Lời giải

Chọn D

Vì 3 và 2 là các số nguyên tố cùng nhau nên ta có

$\forall k, n \in \mathbb{Z}, n \vdots 6 \Rightarrow n = 6k = 3.2.k \Rightarrow n \vdots 3$ và $n \vdots 2$.

Câu 30. **[2]** Miền **không gạch chéo** (không kể bờ d) trong hình sau là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?



A. $x+2y<4$. **B.** $2x+y\ge 4$. **C.** $x+2y\ge 4$. **D.** $x+2y>4$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua hai điểm $(0;2)$ và $(4;0)$ nên có phương trình là $x+2y=4$.

Vì miền nghiệm không kể bờ d nên suy ra bất phương trình cần tìm là

$x+2y>4$ (1) hoặc $x+2y<4$ (2).

Điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm nên $(0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình cần tìm.

Vậy bất phương trình cần tìm là $x+2y>4$.

Câu 31. **[2]** Biểu thức $f(x)=\cos^4 x+\cos^2 x.\sin^2 x+\sin^2 x$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=\cos^2 x(\cos^2 x+\sin^2 x)+\sin^2 x=\cos^2 x+\sin^2 x=1$

Câu 32. **[2]** Cho tam giác ABC có $BC=5\sqrt{3}$, $\widehat{BAC}=60^o$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

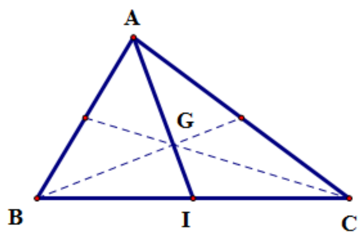
Theo định lý hàm số Sin: $\dfrac{BC}{\sin A}=2R$, ta có: $R=\dfrac{a}{2\sin A}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2.\sin 60^o}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=5$.

Câu 33. **[2]** Cho ΔABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC. Đẳng thức nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{GI}$ **B.** $\overrightarrow{IG}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ **C.** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$ **D.** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GA}$

Lời giải

Chọn C



Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng, ta có: $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$.

Câu 34. **[2]** Cho ba vectơ $\vec{a}=(2;\ 1)$, $\vec{b}(3;\ 4)$, $\vec{c}=(7;\ 2)$. Giá trị của $k,\ h$ để $\vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b}$ là:

A. $k=2,5;\ h=-1,3$. **B.** $k=4,6;\ h=-5,1$.

C. $k=4,4;\ h=-0,6$. **D.** $k=3,4;\ h=-0,2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left.\begin{array}{l} k.\vec{a}=(2k;\ k) \\ h.\vec{b}=(3h;\ 4h)\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7=2k+3h \\ 2=k+4h\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4,4 \\ h=-0,6\end{cases}$.

Câu 35. **[2]** Cho hai điểm $M(-2;2), N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M,N,P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$. **B.** $P(0;-4)$. **C.** $P(-4;0)$. **D.** $P(4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Do $P \in Ox$ nên $P(x;0)$, mà $\overrightarrow{MP} = (x+2;-2)$; $\overrightarrow{MN} = (3;-1)$

Do M, N, P thẳng hàng nên $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 36. **[3]** Trong số 45 học sinh của lớp 10T có 15 bạn xếp học lực giỏi, 20 bạn xếp hạnh kiểm tốt, trong đó 10 bạn vừa học lực giỏi vừa hạnh kiểm tốt. Hỏi lớp 10T có bao nhiêu bạn chưa được xếp học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt?

A. 20. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Giả sử A= "HS xếp học lực giỏi"

B= "HS hạnh kiểm tốt "

$A \cup B$ = "HS xếp học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt"

$A \cap B$ = "HS vừa học lực giỏi vừa hạnh kiểm tốt"

Số phần tử của $A \cup B$ là:

Số học sinh có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt: 25

Số học sinh chưa có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt: $45 - 25 = 20$.

Câu 37. **[3]** Cho hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$. Xét các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}$, $C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0\right\}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $C = A \cup B$. **B.** $C = A \cap B$. **C.** $C = A \setminus B$. **D.** $C = B \setminus A$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\dfrac{f(x)}{g(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$ hay $C = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0, g(x) \neq 0\}$ nên $C = A \setminus B$.

Câu 38. **[3]** Biểu thức $A = \sin^2 10° + \sin^2 20° + ... + \sin^2 180°$ có giá trị bằng

A. $A = 6$. **B.** $A = 8$. **C.** $A = 3$. **D.** $A = 9$.

Lời giải

Ta có $\sin(90° + \alpha) = \cos\alpha$.

Suy ra $\sin 100° = \cos 10° \Rightarrow \sin^2 100° = \cos^2 10°$,

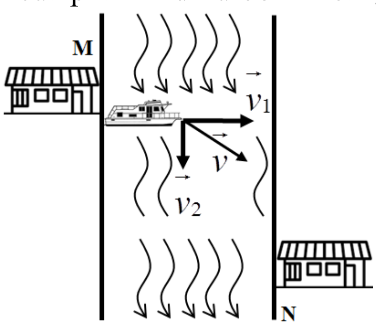
tương tự ta có $\sin^2 110° = \cos^2 20°$, $\sin^2 120° = \cos^2 30°$, $\sin^2 130° = \cos^2 40°$,

$\sin^2 150° = \cos^2 40°$, $\sin^2 160° = \cos^2 70°$, $\sin^2 170° = \cos^2 80°$, $\sin^2 180° = \cos^2 90°$.

Vậy ta có $A = (\sin^2 10° + \cos^2 10°) + (\sin^2 20° + \cos^2 20°) + ... + (\sin^2 90° + \cos^2 90°)$

$\Rightarrow A = 1 + 1 + ... + 1 = 9$.

Câu 39. **[3]** Người ta thiết kế một bến phà như hình vẽ bên. Khi phà di chuyển từ bờ M sang bờ N với vận tốc $v_1 = 10$ (m/s) theo hướng vuông góc với bờ, do nước chảy với vận tốc $v_2 = 6$ (m/s) cùng phương với bờ nên phà sẽ đi theo hướng của vectơ $\vec{v}$ là vectơ tổng của hai vectơ $\vec{v_1}$ và $\vec{v_2}$ (tham khảo hình vẽ). Hãy tính vận tốc v của phà khi đi từ bờ M sang bờ N.



A. $v = 16$ (m/s). **B.** $v = 8$ (m/s). **C.** $v = 4$ (m/s). **D.** $v = 2\sqrt{34}$ (m/s).

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}^2 = \vec{v}_1^{\,2} + \vec{v}_2^{\,2} + 2\vec{v}_1\vec{v}_2$

$\Leftrightarrow |\vec{v}|^2 = |\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2 + 2|\vec{v}_1||\vec{v}_2|\cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 10^2 + 6^2 + 2.10.6.\cos(90°) = 136$.

Suy ra: $|\vec{v}| = 2\sqrt{34}$.

Câu 40. **[3]** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $M(2;-3)$, $N(-1;2)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành, điểm F thuộc trục tung sao cho tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

A. $E(3;0)$, $F(0;5)$. **B.** $E(-3;0)$, $F(0;-5)$.

C. $E(-3;0)$, $F(0;5)$. **D.** $E(-5;0)$, $F(0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $E \in Ox \Rightarrow E(x;0)$, $F \in Oy \Rightarrow F(0;y)$. Ta có $\overrightarrow{FE} = (x;-y)$, $\overrightarrow{MN} = (-3;5)$.

Vì $MNEF$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$. Suy ra $E(-3;0)$, $F(0;-5)$.

Câu 41. **[3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy, trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox. Tọa độ của điểm P là

A. $(0;4)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $P(0;y)$, $G(x;0)$.

Theo đề, G là trọng tâm ΔMNP nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x = 1 + 5 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{3} \\ 3.0 = -1 - 3 + y \Leftrightarrow y = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow P(0;4)$.

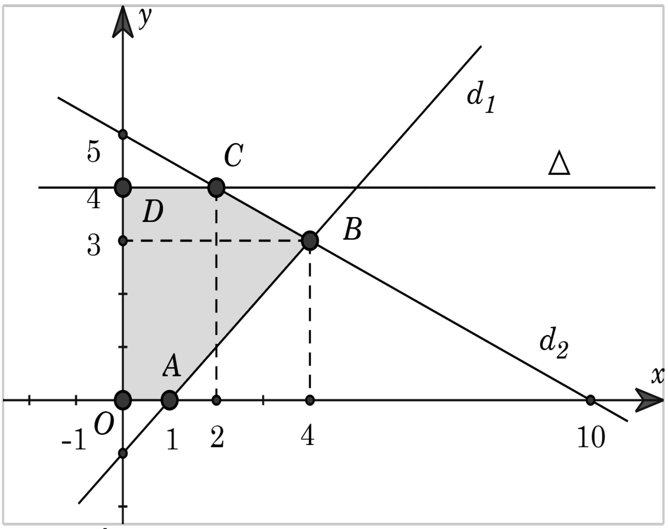
Câu 42. **[3]** Cho $x; y$ là hai số thực thỏa mãn hệ điều kiện $\begin{cases} 0 \le y \le 4 \\ x \ge 0 \\ x - y - 1 \le 0 \\ x + 2y - 10 \le 0 \end{cases}$ và biểu thức $F(x;y) = x + 2y$.

Hãy xác định giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x;y)$?

A. $F_{max} = 6$. **B.** $F_{max} = 8$. **C.** $F_{max} = 10$. **D.** $F_{max} = 12$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ các đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, $d_2 : x + 2y - 10 = 0$, $\Delta : y = 4$.



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là

phần mặt phẳng (ngũ giác $OABCD$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ. Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(4;3)$, $C(2;4)$, $D(0;4)$.

Ta có $\begin{cases} F(0;0)=0 \\ F(1;0)=1 \\ F(4;3)=10 \\ F(2;4)=10 \\ F(0;4)=8 \end{cases} \longrightarrow F_{\max}=10.$

Câu 43. **[3]** Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2}<\alpha$, $\beta<\pi$, $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, $\cos\beta=-\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha+\beta)$.

A. $\sin(\alpha+\beta)=-\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.
B. $\sin(\alpha+\beta)=\frac{2\sqrt{10}-2}{9}$.
C. $\sin(\alpha+\beta)=\frac{\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{9}$.
D. $\sin(\alpha+\beta)=\frac{\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Do $\frac{\pi}{2}<\alpha$, $\beta<\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos\alpha<0 \\ \sin\beta>0 \end{cases}$.

Ta có $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{1}{9}}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. $\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Suy ra $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta=\frac{1}{3}.\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right).\frac{\sqrt{5}}{3}=-\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

Vậy $\sin(\alpha+\beta)=-\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

Câu 44. **[3]** Cho tam giác ABC có $AB=5, AC=9$, độ dài trung tuyến $AM=\sqrt{37}$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=6\sqrt{11}$. **B.** $S=6\sqrt{14}$. **C.** $S=\frac{45\sqrt{37}}{2}$. **D.** $S=10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AM^2=\frac{2\left(AB^2+AC^2\right)-BC^2}{4}$

$\Rightarrow BC^2=2\left(AB^2+AC^2\right)-4AM^2=2(25+81)-4.37=64$

$\Rightarrow BC=8$.

Nửa chu vi của tam giác ABC là $p=\frac{AB+BC+AC}{2}=\frac{5+8+9}{2}=11$.

Diện tích tam giác ABC là

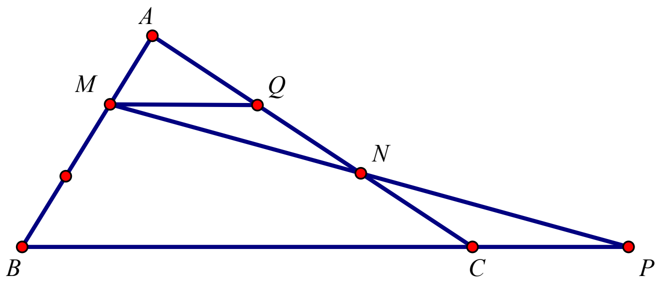
$S=\sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}=\sqrt{11.6.3.2}=6\sqrt{11}$.

Câu 45. **[3]** Cho tam giác ABC, các điểm M, N thỏa $\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MA}$; $\overrightarrow{NA}=-2\overrightarrow{NC}$. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại P. Biết $\overrightarrow{PB}=k\overrightarrow{PC}$, khi đó giá trị của k bằng

A. $k=3$. **B.** $k=4$. **C.** $k=2$. **D.** $k=5$.

Lời giải

Chọn B



Gọi Q là trung điểm của AN.

Ta có: $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AQ}{AC}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}MQ\,//\,BC\\MQ=\dfrac{1}{3}BC\end{cases}$.

Xét hai tam giác ΔMQN và ΔNCP, ta có: $\begin{cases}\widehat{MQN}=\widehat{NCP}\\NQ=NC\\\widehat{MNP}=\widehat{CNP}\end{cases}\Rightarrow\Delta MQN=\Delta NCP$ (g-c-g).

$\Rightarrow CP=MQ=\dfrac{1}{3}BC\ \Rightarrow\overrightarrow{PB}=4\overrightarrow{PC}$

Suy ra $k=4$.

Câu 46. **[4]** Cho $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,|mx-3|=mx-3\right\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,x^2-4=0\right\}$. Tìm m để $B\setminus A=B$.

A. $-\dfrac{3}{2}\le m\le\dfrac{3}{2}$. **B.** $m<\dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}<m<\dfrac{3}{2}$. **D.** $m\ge-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x\in A\Leftrightarrow mx-3\ge0$.

$x\in B\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Ta có: $B\setminus A=B\Leftrightarrow B\cap A=\varnothing\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\\begin{cases}m>0\\\dfrac{3}{m}>2\end{cases}\\\begin{cases}m<0\\\dfrac{3}{m}<-2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\0<m<\dfrac{3}{2}\\-\dfrac{3}{2}<m<0\end{array}\right.\Leftrightarrow-\dfrac{3}{2}<m<\dfrac{3}{2}$.

Câu 47. **[4]** Một công ty cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe *A* và *B*, trong đó loại xe *A* có 10 chiếc và loại xe *B* có 9 chiếc. Một chiếc xe loại *A* cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại *B* cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại *A* có thể chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; mỗi xe loại *B* có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất.

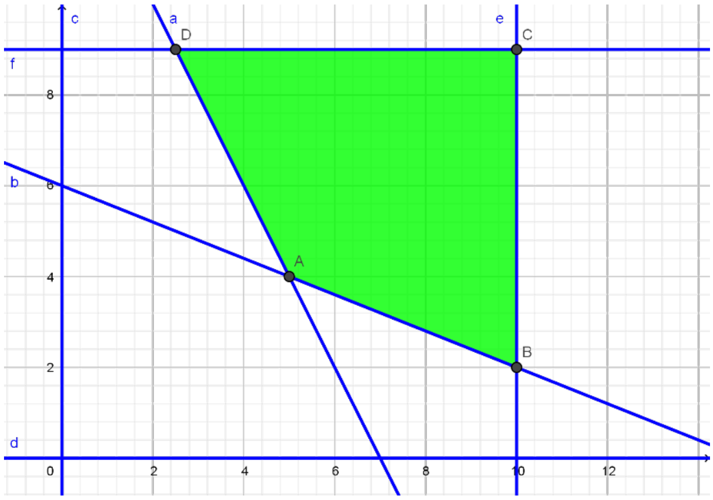
A. 5 xe loại *A* và 4 xe loại *B* **B.** 10 xe loại *A* và 2 xe loại *B*
C. 10 xe loại *A* và 9 xe loại *B* **D.** 4 xe loại *A* và 5 xe loại *B*

Lời giải

Gọi $x;y$ lần lượt là số xe loại *A* và *B*. Khi đó số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $f(x;y)=4x+3y$.

Với *x* xe loại *A* và *y* xe loại *B* sẽ chở được $20x+10y$ người và $0,6x+1,5y$ tấn hàng. Do đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases}20x+10y\ge 140\\0,6x+1,5y\ge 9\\0\le x\le 10\\0\le y\le 9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y\ge 14\\2x+5y\ge 30\\0\le x\le 10\\0\le y\le 9\end{cases}\quad (*)$$



Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x;y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*). Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tam giác $ABCD$ (kể cả biên).

Hàm số $f(x;y)$ sẽ đạt giá trị nhỏ nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) khi $(x;y)$ là toạ độ của một trong các đỉnh $A(5;4),B(10;2),C(10;9),D\left(\frac{5}{2};9\right)$.

Ta có

$(x;y)$	$(5;4)$	$(10;2)$	$(10;9)$	$\left(\frac{5}{2};9\right)$
$f(x;y)$	32	46	67	37

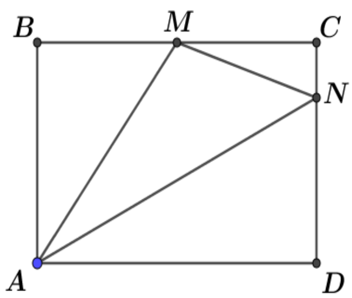
Ta thấy $f(5;4)$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x;y)$ trên miền nghiệm của hệ (*). Như vậy để chi phí vận chuyển thấp nhất cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B

Câu 48. **[4]** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB=4, BC=6$, M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND=3NC$. Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có

$MC=3, NC=1\Rightarrow MN=\sqrt{10}$

$BM=3, AB=4\Rightarrow AM=5$

$AD=6, ND=3\Rightarrow AN=\sqrt{45}$

$$p=\frac{AM+AN+MN}{2}=\frac{\sqrt{10}+5+\sqrt{45}}{2}$$

$S_{AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-AN)(p-MN)} = \dfrac{15}{2}$

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác AMN là: $R = \dfrac{AM.AN.MN}{4S_{AMN}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

Câu 49. **[4]** Trong mặt phẳng tạo độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(5;\ -2)$, $B(7;\ 3)$, $C(-9;\ 1)$. Tìm tọa độ điểm I trên Ox sao cho $\left|\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}\right|$ là ngắn nhất

A. Đáp án khác. **B.** $I\left(\dfrac{15}{3};\ 0\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{35}{3};\ 0\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{35}{3};\ 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử có điểm $M(x;y)$ thoả $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (5-x;-2-y) \\ \overrightarrow{MB} = (7-x;3-y) \\ \overrightarrow{MC} = (-9-x;1-y) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 35-3x=0 \\ 6-3y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{35}{3} \\ y = 2 \end{cases}$.

Suy ra $M\left(\dfrac{35}{3};2\right)$.

Ta có

$\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \left(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA}\right) + 3\left(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB}\right) - \left(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MC}\right) = 3\overrightarrow{IM} + \left(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = 3\overrightarrow{IM}$.

Suy ra $\left|\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}\right| = 3\left|\overrightarrow{IM}\right| = 3IM$.

Do đó $\left|\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}\right|$ ngắn nhất khi IM ngắn nhất. Nên I là hình chiếu của M trên Ox.

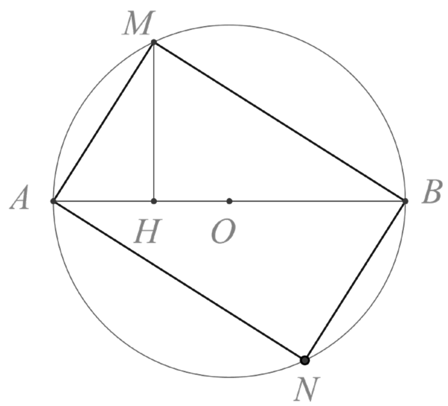
Vậy $I\left(\dfrac{35}{3};0\right)$.

Câu 50. **[4]** Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng a. Một điểm M di động sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right|$. Gọi H là hình chiếu của M lên AB. Tính độ dài lớn nhất của MH?

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $MANB$. Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN}$.

Ta có $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MN}\right| = \left|\overrightarrow{BA}\right|$ hay $MN = AB$.

Suy ra $MANB$ là hình chữ nhật nên $\widehat{AMB} = 90^o$.

Do đó M nằm trên đường tròn tâm O đường kính AB.

MH lớn nhất khi H trùng với tâm O hay $\max MH = MO = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.